МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)
Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование кафедры)

44.03.05 «Педагогическое образование»
(код и наименование направления подготовки)
«Математика и информатика»
(направленность (профиль))

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему **«МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НАГЛЯДНОЙ ГЕОМЕТРИИ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ»**

Студент М.В. Глухова ________________
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Руководитель д.п.н., профессор, Р.А. Утеева ________________
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Консультант ст.преподаватель А.В. Прошина ________________
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Допустить к защите

Заведующий кафедрой д.п.н., профессор, Р.А. Утеева ______________
(ученая степень, звание, И.О. Фамилия) (личная подпись)

«____»__________2018 г.

Тольятти 2018

АННОТАЦИЯ

Цель бакалаврской работы является выявить методические особенности задач наглядной геометрии как средства математического развития обучающихся основной школы.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложений.

Глава I посвящена теоретическим основам обучения решения задач наглядной геометрии в курсе математики основной школы. В данной главе рассматриваются основные цели и задачи математического развития обучающихся основной школы, роль наглядной геометрии в формировании логического и пространственного мышления младших школьников, а также подобраны задачи наглядной геометрии на разрезания и складывания фигур; составления геометрических фигур из спичек; геометрические головоломки для обучающихся основной школы.

В Главе II представлен анализ теоретического и задачного материала наглядной геометрии с 5-9 классы. Раскрыты методические рекомендации по обучению решения задач наглядной геометрии в курсе математики основной школы.

Список литературы содержит 32 наименования.

ABSTRACT

The title of the thesis is «The teaching method of how to solve the visual geometry tasks in the secondary school Mathematics course».

This thesis consists of an introduction, two chapters, a conclusion and a list of references, including three references in a foreign language.

The aim of the work is to reveal the methodological peculiarities of the visual geometry tasks as a means of students' mathematical development in secondary school.

The object of the thesis is the process of teaching Mathematics in the general educational school.

The subject of the thesis is the teaching method while solving the visual geometry problems in the secondary school Mathematics course.

We start with the statement of the problem and then logically pass over to its possible solutions.

In the first chapter, we discuss the main goals and objectives of students' mathematical development we reveal the role of visual geometry in the formation of logical and spatial thinking with younger schoolchildren. We then present a selection of visual geometry tasks for secondary school students which involve cutting and folding figures, compilation of geometric figures from matches, doing geometric puzzles.

In the second chapter, we carry out an analysis of the problem and theoretical materials on this topic and formulate methodological guidelines for teaching how to solve the visual geometry tasks in the secondary school Mathematics course.

In conclusion, we emphasize the importance of visual geometry while preparing students for doing the systematic course of the subject.

References include 32 items.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Методика преподавания наглядной геометрии началась в России в эпоху школьной реформы середины XIX в. Это было время социального подъемом, в котором педагогические вопросы занимали видное место. В 1864 г. был утвержден новый Устав школы, в котором были созданы новые типы учебных заведений, появились двухклассные училища Министерства народного образования. В этот период возник вопрос о введении, в учебных заведениях, начального подготовительного курса по геометрии. В зависимости от своей основной цели, название этого курса менялось на протяжении всего своего существования, он назывался начальный, до систематический, подготовительный, приготовительный, пропедевтический курс [19, с. 39].

Цель курса геометрии младших классов: подготовить обучающихся к изучению систематического курса геометрии. Авторы называли этот курс по-разному (интуитивным, наглядным, опытным, эмпирическим), так как хотели выявить особенности способов изложения начального курса геометрии, отвечающих возрастным особенностям учащихся.

Книга М.О.Косинского «Наглядная геометрия» стала первым российским учебником по начальному курсу геометрии [12, с. 40].

Построение этого курса на принципе фузионизма являлось одной из существенной особенностью курсов наглядной геометрии в этой книге. Этот принцип означал неразделимое обучение элементов планиметрии и стереометрии. Книга начинается с рассмотрения простейших пространственных фигур, «с протяжений о трех измерениях», на основе которых изучаются важнейшие понятия геометрии. Учебник М.О.Косинского оказал значительное влияние на формирование и развитие курса наглядной геометрии в России. Он открыл целую серию работ, в которую вошли учебники того времени: М.Ф.Борышкевича, Е.Е.Волкова, З.Б.Вулиха. В них основное место занимали задачи на построение геометрических фигур, на основе которых изучались их свойства [19].

В ФГОС основного общего образования отмечается [24], что учащийся должен пользоваться на базовом уровне понятиями геометрических фигур; извлекать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах в явном виде; применять геометрические факты для решения задач, если условия их применения указаны в явной форме; решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, изображать типовые плоские фигуры и фигуры в пространстве от руки и с помощью инструментов.

Согласно программе по математике [4, с. 8], одной из задач обучения математике в 5-6 классах является формирование у учащихся умений и навыков умственного труда, планирование своей работы, поиск рациональных путей её выполнения, способность грамотно работать с математическим текстом, структурировать его, излагать необходимую информацию; развить способность обосновывать суждения, проводить классификацию; научится владеть базовым понятийным аппаратом; формировать представления о статистических закономерностях в реальном мире и различных способах их изучения; способность использовать изученные понятия, результаты и методы при решении задач из различных разделов курса, в том числе задач, не сводящихся к непосредственному применению известных алгоритмов; развить логическое и пространственное мышление ребёнка.

В настоящее время элементы наглядной геометрии включены в содержание единого предмета «Математика» в 5-6 классах и на них отведено незначительное время [30, с.345]. В систематическом курсе планиметрии 7-9 классов также не во всех учебниках уделяется должное внимание задачам наглядной геометрии. Поэтому на практике возникает необходимость такой организации обучения математике, которая позволяла бы учителю использовать возможности задач наглядной геометрии как средства математического развития обучающихся.

Проблема исследования состоит в выявлении методических особенностей задач наглядной геометрии как средства математического развития обучающихся основной школы.

Объект исследования: процесс обучения математике в общеобразовательной школе.

Предмет исследования: методика обучения решению задач наглядной геометрии в курсе математики основной школы.

Цель бакалаврской работы: выявить методические особенности решения задач наглядной геометрии как средства математического развития обучающихся основной школы.

Основные задачи исследования:

1. Рассмотреть основные цели и задачи математического развития обучающихся основной школы.
2. Раскрыть роль наглядной геометрии в формировании логического и пространственного мышления у младших школьников.
3. Провести анализ задачного и теоретического материалов по данной теме.
4. Представить подборки задач наглядной геометрии на разрезания и складывания фигур; составления геометрических фигур из спичек; геометрические головоломки для обучающихся основной школы.
5. Сформулировать методические рекомендации по обучению решения задач наглядной геометрии в курсе математики основной школы.

Для решения поставленных задач были использованы следующие **методы исследования**: самостоятельное изучение и анализ научно-методической литературы; подбор задач наглядной геометрии на разрезания и складывания фигур; составления геометрических фигур из спичек; геометрические головоломки для обучающихся основной школы; систематизация и обобщение материала.

Апробация результатов исследования. Теоретические выводы и результаты исследования были апробированы на научной конференции «Дни науки» института математики, физики и информационных технологий ТГУ (г. Тольятти, апрель 2018 г., диплом за 3 место на I этапе)

На защиту выносится: методические рекомендации по обучению решению задач наглядной геометрии как средства математического развития обучающихся основной школы.

Бакалаврская работа состоит введения, двух глав, заключения и списка литературы.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, даны основные характеристики.

Глава I посвящена теоретическим основам обучения решения задач наглядной геометрии в курсе математики основной школы. В данной главе рассматриваются основные цели и задачи математического развития обучающихся основной школы, роль наглядной геометрии в формировании логического и пространственного мышления младших школьников, а также подобраны задачи наглядной геометрии на разрезания и складывания фигур; составления геометрических фигур из спичек; геометрические головоломки для обучающихся основной школы.

В Главе II представлен анализ теоретического и задачного материала наглядной геометрии с 5-9 классы. Раскрыты методические рекомендации по обучению решения задач наглядной геометрии в курсе математики основной школы.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы проведенного исследования.

Список литературы содержит 32 наименования.

ГЛАВА I. ЗАДАЧИ НАГЛЯДНОЙ ГЕОМЕТРИИ КАК СРЕДСТВО МАТЕМАТИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§1. Основные цели и задачи математического развития обучающихся основной школы

В педагогической литературе чаще всего встречается такое определение: «Математическое развитие - это процесс качественного изменения в познавательной деятельности личности, который происходит в результате формирования элементарных математических представлений и понятий» [22, с.155].

Л.В.Воронина [6, с. 34], раскрывая понятие «математическое развитие», вводит такую характеристику, как «качественные изменения в познавательной деятельности личности», происходящие в результате «формирования математических представлений (о количестве, числе, счете, вычислениях, алгоритме, о величине, форме, пространстве), развития математических видов деятельности (счетной, вычислительной, измерительной) и логических приемов мышления (анализ, синтез, обобщение, сравнение, классификация и др.)».

Некоторые авторы связывают математическое развитие с формированием и развитием определенного стиля мышления ребенка. Так, например, А.В.Белошистая [3, с. 56] отмечает: «Математическое развитие - целенаправленное и методически организованное формирование и развитие совокупности взаимосвязанных основных (базовых) свойств и качеств математического стиля мышления ребенка и его способностей к математическому познанию действительности. Благодаря этому возможно реальное осуществление непрерывности математического образования, его преемственности и повышения качества математической подготовки ребенка».

Понятие «математическое развитие» ребенка отождествляют с понятием «умственное развитие», которое во многом сводится к формированию логических приемов умственных действий и обучению ребенка оперировать формально-логическими структурами [22, с.156].

В пособии А.А.Столяр сравнивает математическое развитие с понятием «развитие познавательных психических процессов». Он говорит: «познавательное развитие детей - нужный элемент математического развития, с помощью которого устанавливается взаимосвязь познавательного процесса с наиболее характерными качествами математического мышления. Это помогает реализовать целенаправленный процесс математического развития ребенка с получением планируемых результатов» [21, с. 54].

Основными целями курса математики основной школы в соответствии с федеральным образовательным стандартом основного общего образования являются [24]:

1. Осознание значения математики в повседневной жизни человека.
2. Формирование представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математической науки.
3. Формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

Основными задачами математики основной школы в соответствии с федеральным образовательным стандартом основного общего образования являются:

1. Развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений.
2. Овладение системой функциональных понятий, развитие умения

использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей.

3. Овладение геометрическим языком; развитие умения использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений, изобразительных умений, навыков геометрических построений.

4. Формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, представлений о простейших пространственных телах; развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач [24].

Итак, на основе проведённого анализа можно сделать вывод о том, что основной целью математического развития обучающихся основной школы является развитие представлений о математике как форме описания и методе познания действительности, создание условий для приобретения первоначального опыта математического моделирования, а средством такого развития могут служить задачи наглядной геометрии.

§2. Роль наглядной геометрии в формировании логического и пространственного мышления обучающихся

Одним из условий успешного усвоения учащимися геометрии является наличие у них хорошо развитых пространственных представлений. Наиболее эффективным средством для развития пространственных представлений у них является использование наглядности в учебном процессе: примеры из окружающей действительности, модели геометрических фигур из картона и проволоки, специально изготовленные рисунки на плакатах, стереометрический ящик для моделирования стереометрических понятий, аксиом и теорем [1, с.6]. Большое внимание в этом курсе следует уделять логическому мышлению обучающихся, постоянно вырабатывать у них необходимость обосновывать высказанные положения. При отыскании пути обоснования высказываемых положений следует шире опираться на интуицию учащихся.

И.С. Якиманская [27, с.106] в книге «Развитие пространственного мышления школьников» даёт определение пространственного мышления: «пространственное мышление - многоуровневое, иерархическое целое, полифункциональное в своей основе. Это специфический вид умственной деятельности, обеспечивающей создание пространственных образов и оперирование ими в процессе решения разнообразных графических задач. Создание этих образов и оперирование ими - тесно взаимосвязанные процессы. В основе каждого из них лежит деятельность представления, однако структура этой деятельности, условия её осуществления в обоих случаях различны. В одном случае эта деятельность направлена на создание пространственного образа. В другом - на его переработку (мысленное видоизменение, преобразование) в соответствии с поставленной задачей. При создании пространственного образа мысленному преобразованию подвергается наглядная основа, на базе которой образ возникает.

Основная функция пространственного мышления - это свободное оперирование пространственными образами, созданными на различной наглядной основе, их преобразование с учетом требований задачи».

Типы оперирования пространственными образами, которые характеризуют уровень развития пространственного мышления по мнению Стефановой Н.Л. и Подходовой Н.С. [20, с.107].:

1. «Оперирования характеризуются тем, что образ, созданный на графической наглядной основе, мысленно изменяется в процессе решения задачи в соответствии с условиями. Типичными случаями такого оперирования являются различные мысленные вращения уже созданного

образа как в пределах одной плоскости, так и с выходом из неё, что приводит к существенному видоизменению исходного образа, созданного на графической основе, которая объективно остается при этом неизменной.

2. Оперирования характеризуются тем, что образ, который дан под влиянием задачи преобразуется в основном по структуре. Это получается благодаря различным преобразованиям исходного образа путём мысленной перегруппировки его составных элементов с помощью применения различных приёмов наложения, совмещения, добавления (усечения). Образ изменяется настолько, что становится мало похожим на исходный.

3. Оперирования характеризуются тем, что преобразования исходного образа выполняются длительно и неоднократно. Они представляют собой целую серию умственных действий, последовательно сменяющих друг друга и направленных на преобразования исходного образа одновременно и по пространственному положению, и по структуре».

Л.В.Виноградова [5, с.213] отмечает: «Логическое мышление - мышление, проходящее в рамках формальной логики, отвечающее требованиям формальной логики. Основной задачей формальной логики является отделение правильных способов рассуждений от неправильных. Рассуждение можно считать верным лишь в том случае, если из истинных суждений-посылок нельзя получить ложное суждение-ложное заключение. Рассуждение, допускающее получением ложного заключения из истинных посылок, не только не расширяет знания об окружающем мире, но доставляет о нём неправильную информацию. Такое рассуждение недопустимо».

Теперь рассмотрим роль логического и пространственного мышления в курсе наглядной геометрии у И.Ф. Шарыгина [26, с.13].

И.Ф.Шарыгин отмечает, что курс наглядной геометрии в 5-6 классах должен строиться на основании системно-деятельностного подхода.

Преподавание курса с учётом авторской наглядно - эмпирической концепции его построения включает одновременное изучение элементов планиметрии и стереометрии, обеспечивая при этом развитие пространственной интуиции; образность и наглядность теоретического и задачного материала, направленных на развитие геометрической зоркости и выполнение требования-практически любая задача под силу каждому ученику, если считать решение задачи многоуровневым; иллюстрирование геометрических фактов примерами из архитектуры и изобразительного искусства, использование цитат из художественных произведений, занимательность и широкий спектр рассматриваемых вопросов, способствующих развитию интереса к изучению предмета и превращению обучения в эмоционально переживаемый процесс. В курсе наглядной геометрии основное внимание уделяется геометрическим фигурам на плоскости и в пространстве, геометрическими величинами, понятию равенства фигур и симметрии».

Фундаментом, на котором построен учебник, является основное положение педагогической психологии.

Мышление – это познавательная деятельность учащихся, которая в процессе обучения требует управления со стороны учителя [26, с.13].

Систематизация и обобщение имеющихся у учащихся геометрических представлений, приобретение новых знаний осуществляется в ходе самостоятельной исследовательской деятельности учащихся, и поэтому основой наглядной геометрии является система познавательных задач и практических знаний, направленная на овладение учащимися геометрических методов, приобретения ими опыта геометрической деятельности.

И.Ф.Шарыгин выделяет в своём курсе виды мышления такие как:

1. Логическое мышление, которое обеспечивает овладение учащимися умениями в решении различных практических и межпредметных задач.

2. Наглядное –действенное мышление позволяет закрепить умения в изображении фигур геометрических и развить воображение у учащихся.

3. Образное и ассоциативное мышление учащихся способствует развитию коммуникативных умений, включающих в себя умение объяснять, описывать адекватно ситуацию и воспринимать информацию

4. Пространственное мышление развивает геометрическую интуицию, геометрическое зрение в таких видах деятельности как оригами, геометрические головоломки.

5. Интуитивное мышление вырабатывает сложную координацию движения кисти и пальцев, чувство формы.

6. Творческое мышление способность к инсайту, т.е. озарению [26].

Итак, можно сделать вывод о том, что логическое и пространственное мышление играют важную роль в наглядной геометрии. Логическое мышление поможет понять и проследить причинно-следственные связи явлений и умения выстраивать простейшие умозаключения на основе причинно-следственной связи, а пространственное мышление - представить объект во всех его деталях и проявлениях и каким-либо образом трансформировать этот объект.

§3. Задачи на разрезание и складывание фигур для обучающихся 5-8 классов

«Решение задач - практическое искусство, подобное плаванию, катанию на лыжах или игре на фортепиано. Научиться ему можно, только подражая хорошим образцам и постоянно практикуясь», говорил Д. Пойа [29].

Методические особенности задач на разрезания и складывания фигур состоят в развитие у обучающихся геометрического мышления, представлений о том, что такое одинаковые по форме и по размеру фигуры, помогут составлять и преобразовывать фигуры из разрезанных кусочков, тем самым дадут представление о том, как устроена геометрическая фигура [8, с. 245].

В представленном блоке задач присутствуют некоторые задачи олимпиадного уровня, которые помогут развить у детей способность комбинировать различные методы и подходы, пользоваться аналогией, индукцией, сравнениями и делать соответствующие выводы [23, с.145].

Задачи для 5-6 классов:

Задача 1 [11, с.293]. Разрежь произвольный параллелограмм на две части так, чтобы из них можно было сложить прямоугольник (Рис.1).

Рис.1

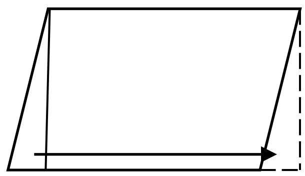


Рис.2

Решение: Рис.2.

Задача 2 [13, 6 класс 2016]. Крест составлен из пяти равных квадратов. Разрежьте его на такие части, из которых можно (без дыр и перекрытий) составить квадрат (Рис.3).

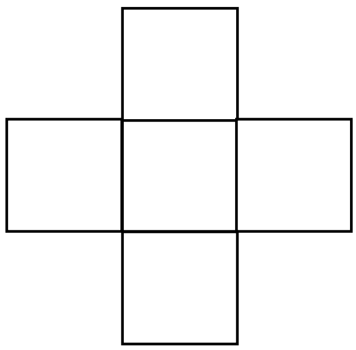


Рис.3

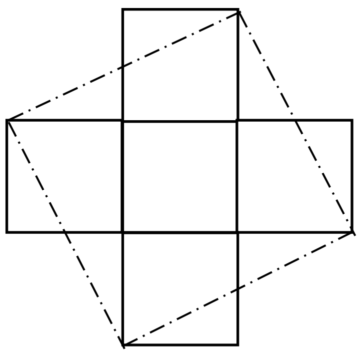


Рис.4

Решение: Рис.4.

Задача 3 [25, с.155]. Разрежьте правильную шестиконечную звезду на четыре части так, чтобы из них можно было составить параллелограмм.

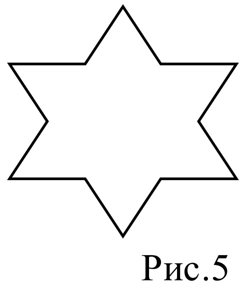
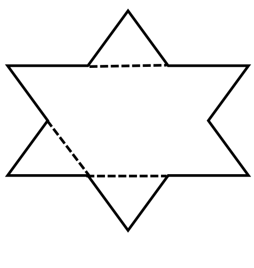


Рис.5

Решение:

Дана шестиконечная звезда: (Рис.5.)



Разрезали на четыре части (пунктир-место разреза) (Рис.6)

Рис.6

Получили из четырёх частей прямоугольник (Рис.7.)

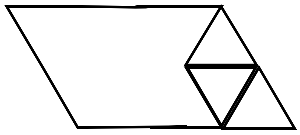


Рис.7

Задача 4 [11, с.293]. Фигура на (Рис. 8.) составлена из трёх равных квадратов. Вырежи из этой фигуры такую часть, чтобы, приложив ее к оставшейся части, получить квадрат, внутри которого имеется квадратное отверстие.

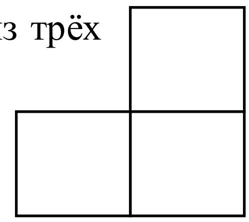


Рис.8

Решение:

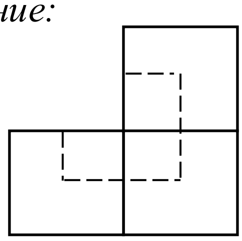


Рис. 9

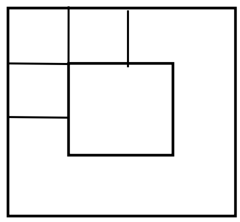


Рис.10

Задача 5 [25, с.91] Какой формы получится сечение куба, если плоскость провести по диагонали, т.е. через четыре противоположные вершины (Рис.11)?

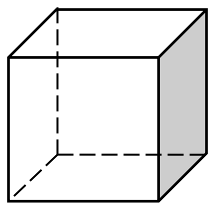


Рис.11

Решение:

В сечении получится прямоугольник, две стороны которого равны рёбрам куба, а две другие-диагоналям граней (Рис.12).

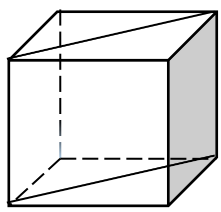


Рис.12

Задачи для 7-8 классов:

Задача 5 [13, 7 класс 2006]. На рисунке изображена фигура (Рис.13.). Одним разрезом поделите ее на две части и сделайте из них квадрат. Бумага в клеточку облегчит вам решение задачи.

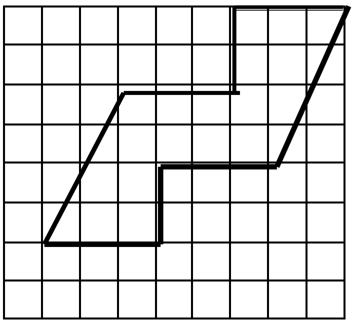


Рис.13

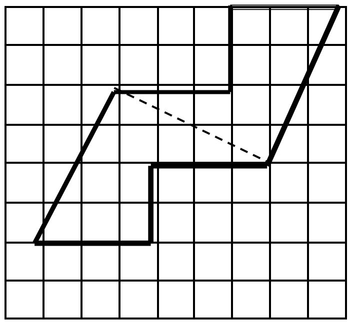


Рис.14

Решение: Рис.14.

По пунктиру разрезаем фигуру и складываем две части и получается квадрат: (Рис.15.).

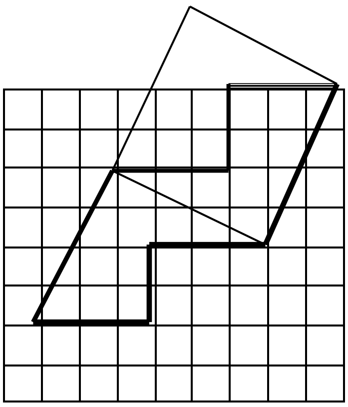


Рис.15

Задача 6 [13, 8 класс 2011]. Разрезать квадратный кусок бумаги на 20 равных треугольников и сложить из них 5 равных квадратов (Рис.16).

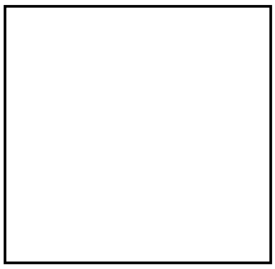


Рис.16

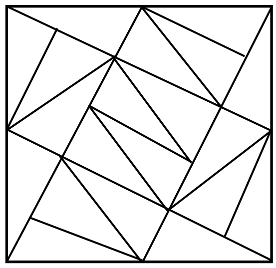


Рис.17

Решение: Получили после разрезания (Рис.17.)

В полученных прямоугольных треугольниках катеты таковы, что один вдвое больше другого. Из 4 треугольников получится один квадрат.

Задача 7 [13, 8 класс 2016]. Квадрат со стороной а превратить в прямоугольник, разрезая его на наименьшее число частей притом так, чтобы стороны прямоугольника относились как 3:1.

Решение:

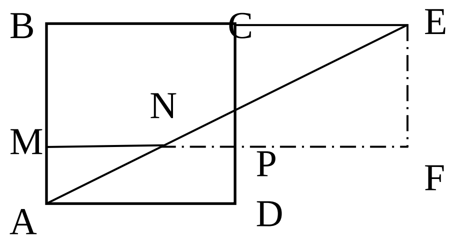


Рис.18

Пусть сторона квадрата а, меньшая сторона прямоугольника х.

Тогда: $3x^2 = a^2$, откуда $x = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Большая сторона

$$3x = a\sqrt{3} = atg60^0.$$

Строим $\angle BAN = 60^0$ и продолжим AN до пересечения с продолжением BC в точке E. Из треугольника ABE имеем:

$$BE = AB \cdot tg60^0 = atg60^0 = 3x$$

Т.е. BE- большая сторона искомого прямоугольника. От вершины B по BA отложим меньшую сторону $BM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ и проведём $MN \parallel BC$ до пересечения с AE.

Тогда имеем: $CE = BE - BC = a\sqrt{3} - a = a(\sqrt{3} - 1)$.

С другой стороны, из подобия треугольников AMN и ABE заключаем:

$$\frac{MN}{BE} = \frac{AM}{AB}$$

Отсюда:

$$MN = \frac{AM \cdot BE}{AB} = \frac{\left(a - \frac{a\sqrt{3}}{3}\right) \cdot a\sqrt{3}}{a} = a\left(\sqrt{3} - 1\right).$$

Получаем, что $CE = MN,$ значит, $\Delta AMN = \Delta PCE.$

Аналогично $\Delta ADP = \Delta NFE.$

Итог: для превращения квадрата $ABCD$ в требуемый прямоугольник достаточно разбить его на три части: MBCPN, AMN и APD.

§4. Геометрические головоломки

Методическими особенностями обучения решению задач на геометрические головоломки является формирование у обучающихся умений разрезать фигуры на части, из которых можно сложить другие фигуры; развитие комбинаторные навыки, представление о симметрии, логического мышления, пространственное воображение [10, с.118].

Задачи для 5-6 классов:

Задача 1 [11, с.126]. Десять одинаковых кругов положили так, как показано на (Рис.19). Мысленно переложите три круга таким образом, чтобы круги лежали, как показано на (Рис.20.).

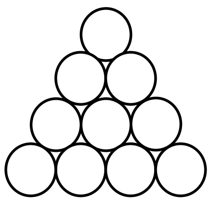


Рис.19

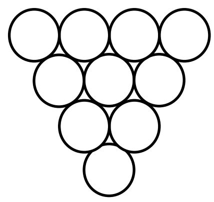


Рис.20

Решение:

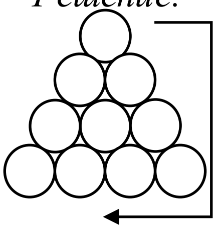


Рис.21

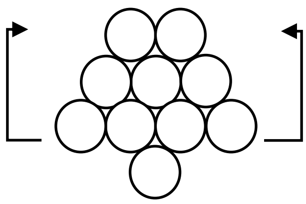


Рис.22

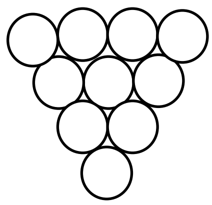


Рис.23

Задача 2 [25, с.80]. В доску вбито 20 гвоздиков (Рис.24.). Расстояние между соседними равно 1 см. Натяните нитку длиной 19 см от первого гвоздика так, чтобы она прошла через все гвоздики.

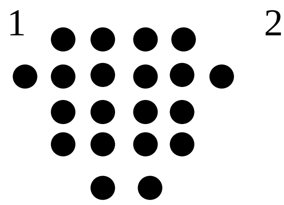


Рис.24

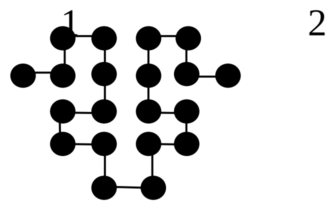


Рис.25

Решение: Рис.25.

Задача 3 [11, с.126]. Начертите фигуру одним непрерывным росчерком, то есть, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя более одного раза по одной и той же линии (Рис. 26).

Решение: Рис.27.

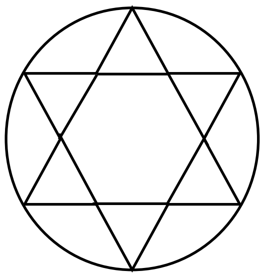


Рис.26

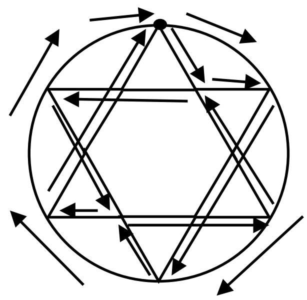


Рис.27

Задача 4 [25, с.79]. Расставьте 12 стульев так, чтобы:

a) В двух рядах было по четыре стула, а в одном шесть;
b) У каждой из четырёх стен было по четыре стула;
c) Два стула стояли посередине комнаты, а остальные-вдоль четырёх стен поровну.

Решение:

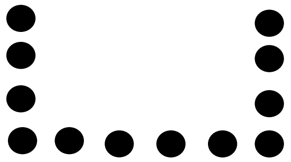
a) 

Рис.28

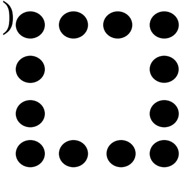
b) 

Рис.29

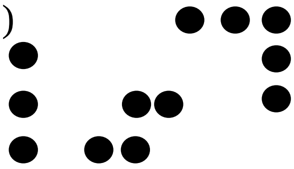
c) 

Рис.30

Задача 12 [25, с.154]. В древности один правитель желал построить десять башен, соединённых между собой стенами. Стены должны тянуться пятью прямыми линиями, с четырьмя башнями на каждой линии. Приглашённый строитель представил план (Рис.31), но остался недоволен им: ведь при таком расположении можно извне подойти к любой башне. А правителю хотелось, чтобы если не все, то хоть одна или две башни были защищены стеной от вторжения извне. Строитель возразил, что нельзя удовлетворить этому условию, но правитель настаивал на своём. Долго строитель ломал голову над задачей и наконец решил её. Попробуйте и вы найти несколько решений этой проблемы.

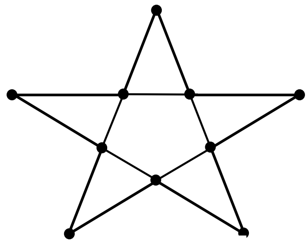


Рис.31

Решение:

1 решение: Одна башня защищена извне (Рис.32)

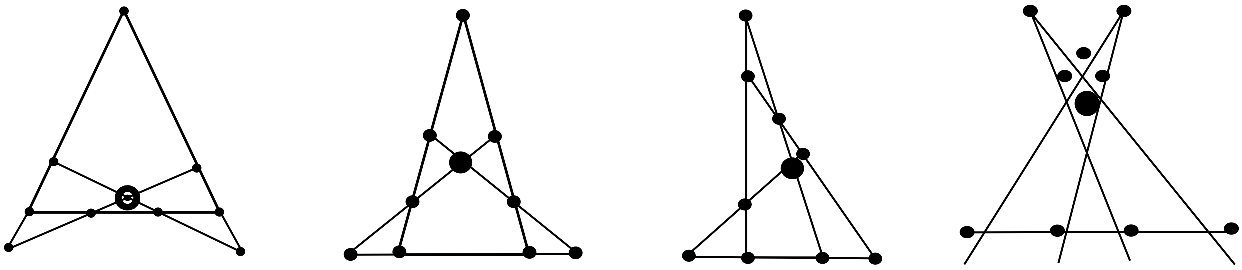


Рис.32

2 решение: Две башни защищены извне (Рис.33)

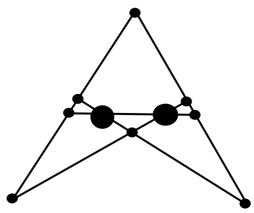


Рис.33

Задача 5 [25, с.155]. Какое наибольшее число различных сторон может быть в шестиугольнике, имеющем ось симметрии?

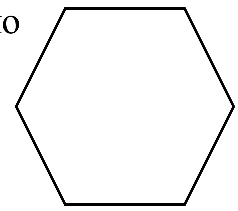
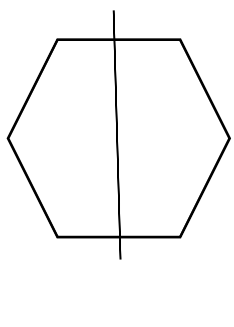


Рис.34

Решение:

Дан шестиугольник: (Рис.34)

Проведем ось симметрии: (Рис.35)



Получим четыре неравные стороны и это наибольшее число сторон.

Рис.35

Задача 6 [25, с.158]. Найдите площадь треугольника, изображенного на (Рис.36)

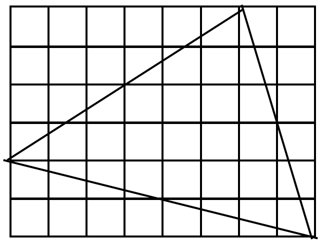


Рис.36

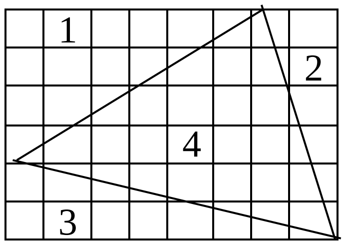


Рис.37

Решение: Рис.37.

$S_{\text{четырёхугольника}} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$

$S_{\text{четырёхугольника}} = 6 \cdot 8 = 48$ клеток

$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$ клеток

$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = 6$ клеток

$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8 = 8$ клеток

$S_4 = S_{\text{четырёхугольника}} - S_1 - S_2 - S_3 = 48 - 12 - 6 - 8 = 22$ клетки

Ответ: 22 клетки.

§5. Занимательные задачи на составление геометрических фигур из спичек

Задачи на составление геометрических фигур из спичек научат обучающихся составлять и трансформировать различные фигуры, помогут развить геометрическое воображение, т.е. помогут выполнять наиболее удобные чертежи при решении задач [8, с 232].

Задачи для 5-6 классов:

Задача 1 [11, с.213]. Сложите фигуру из спичек (Рис. 38.). Уберите 6 спичек так, чтобы не осталось ни одного треугольника.

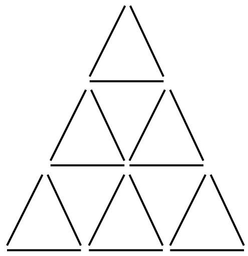


Рис.38

Решение:

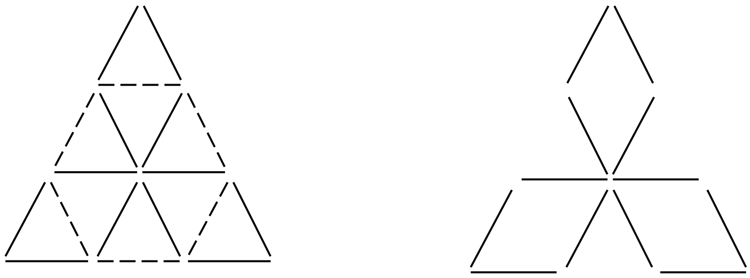


Рис.39

Задача 2 [11, с.214]. Переложив 4 спички, преврати топор (Рис.40) в 3 равных треугольника.

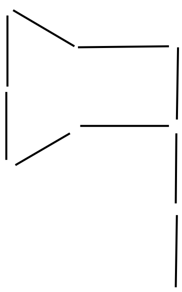


Рис.40

Решение:

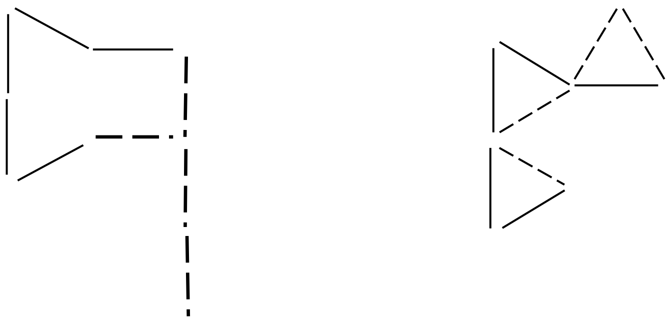


Рис.41

Задача 3 [25, с.157]. Три спички расположены так, как показано на (Рис.42). Добавьте ещё только одну спичку так, чтобы концы спичек образовали квадрат

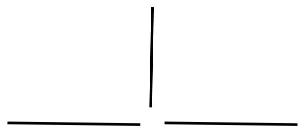


Рис.42

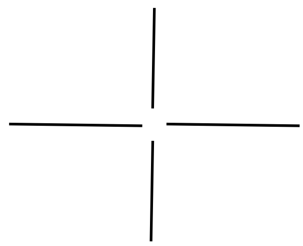
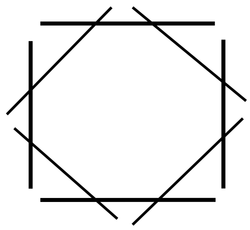


Рис.43

Решение: Добавили одну спичку (Рис.43).

Задача 4 [25, с.76]. Восемь спичек уложите так, чтобы образовались один восьмиугольник, два квадрата и восемь треугольников-всё в одной форме.



Решение: (Рис.44)

Рис.44

Задача 5 [25, с.76]. Из десяти спичек выложите три квадрата. Уберите одну спичку и сделайте из оставшихся спичек один квадрат и два ромба.

Решение:

Три квадрата:

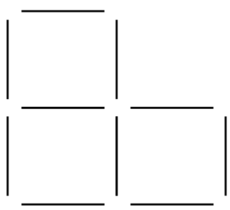


Рис.45

Убрали одну спичку:

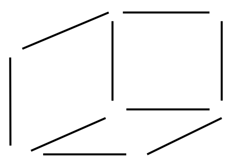
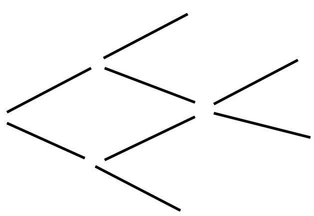


Рис.46

Задача 6 [25, с.77]. Переложите три спички так, чтобы рыбка (Рис.47.) поплыла в противоположную сторону.



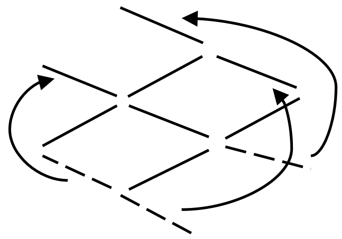


Рис.47 Рис.48

Решение: Рис.48.

Задача 7 [25, с.77]. Дано 12 спичек. Примем каждую их них за единицу длины. Требуется выложить из 12 спичек фигуру, которая охватывала бы площадь в три квадратные единицы. Найдите несколько вариантов.

Решение:

1 вариант:

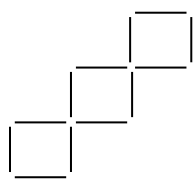


Рис.49

2 вариант:

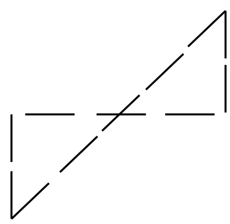


Рис.50

Выводы по первой главе

1. В данной главе рассмотрены основные цели и задачи математического развития обучающихся основной школы. Основной целью математического развития учащихся состоит в развитие представлений о математике как форме описания и методе познания действительности, создание условий для приобретения первоначального опыта математического моделирования. А задача - это развить умение работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию)

2. Рассмотрена роль наглядной геометрии в формировании логического и пространственного мышления у младших школьников. Роль логического мышления заключается в выявлении причинно-следственных связей явлений и умении выстраивать простейшие умозаключения на основе причинно-следственной связи, а пространственное мышление - представлять объект во

всех его деталях и проявлениях и каким-либо образом трансформировать этот объект.

3. Представлена подборка задач наглядной геометрии на разрезания и складывания фигур; составления геометрических фигур из спичек; геометрические головоломки для обучающихся основной школы.

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НАГЛЯДНОЙ ГЕОМЕТРИИ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§6. Анализ содержания наглядной геометрии в учебниках математики 5-6 классов и в учебниках геометрии 7-9 классов

Для изучения «наглядной геометрии» 5-6 классов в основной школе разработано множество учебно-методических материалов. Серия учебников И.Ф.Шарыгин, Л.Н.Ерганжиева [25]; В.А.Гусев [9]; В.А.Смирнов, И.М.Смирнова, И.В.Ященко[17] содержат данный раздел как неотъемлемую часть курса.

Наглядная геометрия также встречается в 7-9 классах в привычном для нас курсе геометрии, чаще всего в темах: представления о пространственных фигурах: куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, сфера, конус, цилиндр; многогранники, правильные многогранники, примеры развёрток многогранников, цилиндра и конуса, понятие объёма, объём прямоугольного параллелепипеда, куба, площади фигур. Серия учебников Л.С. Атанасян, В.Ф.Бутузов, С.Б. Кадомцев и др [2]; А.В.Погорелов [16]; И.М. Смирнова, В.А.Смирнов [18].

Анализ содержания теоретического материала по теме «Наглядная геометрия» в различных учебниках 5классов» представлен в Таблице 1.

Таблица 1

Анализ содержания теоретического материала по теме «Наглядная геометрия» в различных учебниках с 5 классов

Авторы учебников	**Содержание теоретического материала**
И.Ф.Шарыгин, Л.Н.Ерганжиева	Пространство и размерность; простейшие геометрические фигуры (точка, луч, угол, отрезок); конструирование из Т (игровые задачи на построения фигур из буквы Т); куб и его свойства; задачи на разрезание и складывание фигур; треугольник; правильные многоугольники; геометрические головоломки; измерение длины; измерение площади и объема; вычисление длины, площади и объема; окружность; геометрический тренинг; топологические опыты; задачи со спичками; зашифрованная переписка.
В.А.Гусев	Геометрия как учебный предмет (что изучает геометрия, возникновение геометрии, пространство, которое нас окружает и пространство в геометрии); плоскость, точка, прямые и их взаимное расположение; геометрические фигуры, общие представления о геометрических фигурах; отрезки, измерение отрезков, расстояние; ломанная (понятие ломанной, длина ломанной и её свойства);
В.А.Смирнов, И.М.Смирнова, И.В.Ященко	Точка, линия, виды линий; поверхность, тело; плоские и пространственные фигуры; отрезки, сравнение отрезков; луч, числовой луч; прямая; ломанная, длина ломанной; длина кривой; треугольник; виды треугольников; неравенство треугольника; конструкции из треугольников; круг и окружность и их элементы, способ построения круга; цилиндр и его элементы; виды цилиндров; конус и его элементы; виды конусов; конструкции из углов (двугранный угол и его элементы, плоский угол и его элементы, сравнение углов, построение угла ,равного данному, построение биссектрисы угла, виды углов, чертёжный треугольник

Анализ содержания теоретического материала по теме «Наглядная геометрия» в различных учебниках 6 классов» представлен в Таблице 2.

Таблица 2

Анализ содержания теоретического материала по теме «Наглядная геометрия» в различных учебниках 6 классов

Авторы учебников	**Содержание теоретического материала**
И.Ф.Шарыгин, Л.Н.Ерганжиева	Фигурки из кубиков и их частей; параллельность и перпендикулярность; параллелограммы; координаты; оригами; замечательные кривые; кривые Дракона; лабиринты; геометрия клетчатой бумаги; зеркальное отражение; симметрия; бордюры; орнаменты; свойства окружности.
В.А.Гусев	Окружность и круг, сфера и шар (определение и свойства круглых фигур, взаимное расположение прямой и окружности (круга), прямой и сферы (шара), взаимное расположение окружностей (кругов) и сфер (шаров), сечение сферы и шара плоскостью, части круглых фигур, изображение круглых фигур); разбиение прямой (луч, направление); углы, их измерения и применение (определение угла, измерение углов, равенство углов, биссектриса угла, различные применения углов).
В.А.Смирнов, И.М.Смирнова, И.В.Ященко	Окружность и круг; геометрические места точек; графы; раскрашивание карт; центральная симметрия; осевая симметрия; поворот; паркеты; кривые; разрезание; площадь; объём; площадь поверхности; координаты.

Выполним анализ задачного материала по учебнику *И.Ф. Шарыгина, Л.Н. Ерганжиевой* [25].

В теоретическом и задачном материале этого учебника выделено с помощью специальных знаков важное положение, которое надо запомнить, а также содержание практической работы, которое заканчивается вопросом.

После каждого параграфа предлагается ряд упражнений, направленный на наглядную геометрию. Например, в теме «Пространство и размерность» автор предлагает решить задачи на разрезания, составления геометрических фигур в пространстве и на плоскости.

Примеры задач для 5 класса:

Пример. Задача 1. Сколько необходимо взять одинаковых квадратов, чтобы их них получить в два раза больший квадрат? Сколько одинаковых кубиков надо для составления в два раза большего куба? [25, с. 11].

Решение: Если считать, что в два раза больший квадрат-это квадрат, сторона которого в два раза большей стороны исходного квадрата, то для его получения надо взять четыре одинаковых исходных квадрата (Рис.51). А кубиков восемь (Рис.52)

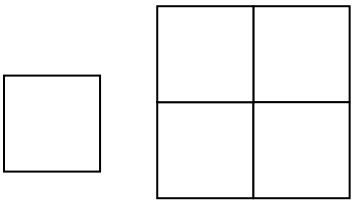


Рис.51

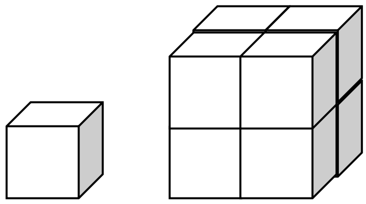


Рис.52

Пример. Задача 3. Изобразить многоугольник, у которого пять вершин и пять граней. А теперь-многоугольник, у которого пять вершин и шесть граней [25, с. 11].

Пример. Задача 5. Можно ли разрезать треугольник на четыре равных треугольника. Если да, то как? Будет ли оставшаяся часть треугольной пирамидой, если от треугольной пирамиды отрезать её уголка, проведя разрезы через середины рёбер? [25, с. 11].

В задачах на тему «Геометрический тренинг» представлен набор задач, направленный на умения видеть и замечать различные особенности геометрических фигур, делать выводы из замеченных особенностей.

Пример. Задача 1. На отрезке АВ взяты точки К и М. Сколько получили равных отрезков? (Рис.53). На первый взгляд кажется, что их три: АК, КМ и МВ. Но если внимательно рассмотреть этот рисунок, то можно найти ещё три отрезка: АМ, КВ и АВ. Сколько отрезков изображено на рисунке? [25, с. 64].

Решение:

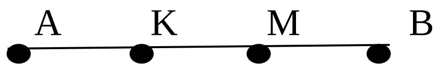


Рис.53

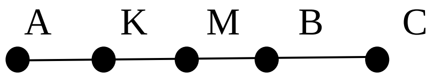


Рис.54

Пример. Задача 4. Сколько треугольников на Рис.55 [25, с. 64].

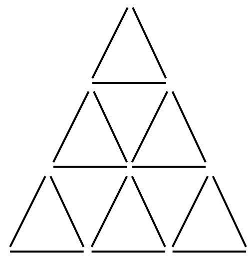


Рис.55

Примеры задач для 6 класса:

В теме «Кривые Дракона»

Пример. Задача 2. Постройте кривую, соответствующую шести сгибам полоски, из кривой в пять сгибов и обрисуйте ее контуром дракона [25, с.122].

Пример. Задача 3. Вам необходим лист бумаги. На листе бумаги нарисуйте разноцветными карандашами четырёх драконов, «вырастающих» из одной точки. У первого дракона первая черточка идет вверх, у второго – вправо, у третьего-вниз, у четвёртого-влево [30, с.122].

В теме «Геометрия клетчатой бумаги»

Пример. Задача 5. Постройте равнобедренный непрямоугольный треугольник [25, с.128].

Пример. Задача 7. Примем площадь одной клетки за единицу. Вершины треугольника лежат в узлах клеток. Как найти площадь этого треугольника, если это прямоугольный треугольник, две стороны которого проходят по сторонам клеток [25, с.128].

Рассмотрим учебник *Гусева В.А* [9]. В учебнике выделяются некоторые группы задач специальными значками. Значок «стрелочка вниз» обозначает группу задач и вопросов, ответы на которые учат делать выводы, т.е. получать следствия из аксиом. «Стрелочка вверх» -более сложные задачи для самоконтроля: в них нужно не только получить следствия из условия задачи, но и выяснить причину появления этого следствия. Буква «С»- это стандартные задачи, которые должны уметь решать все. Буква «У» -учебные задачи, которые решаются в классе и дома. Буква «Т» -задачи, которые не удастся решить стандартным методом, для их решения нужно выдвигать некоторую новую идею. Буква «И» -исследовательские задачи.

Учебник Гусева построен так что сначала идет вся теория, а в конце учебника, по параграфам, идет набор задач.

Примеры задач для 5 класса:

В теме «Взаимное расположение плоскостей и геометрических фигур» рассматриваются задачи на различные возможности взаимного расположения плоскостей и геометрических фигур.

Пример. Задача 33. Может ли куб лежать (стоять) на плоскости? (Рис.56.) [9, с. 72]

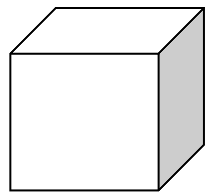


Рис.56

Решение: Может.

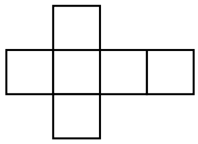
Пример. Задача 35. При пересечении какой фигуры плоскостью получается в сечении: а) квадрат, б) точка, в) отрезок, г) круг? [9, с. 72]

Пример. Задача 36. Начертите куб, поставьте на каждом из трёх рёбер, выходящих из одной его вершины, по одной точке. Постройте плоскость, которая пересекает куб и проходит через эти три точки. Какая фигура будет пересечением куба и плоскости? [9, с. 72]

Примеры задач для 6 класса:

В теме «Развёртки многогранников» представлены задачи на разрезание многогранников по ребрам, разворачивании поверхности на плоскости, а также умения делать выкройки фигур и склеивать их.

Пример. Задача 123. Сколько квадратов входит в развёртку куба? [9, с. 226]



. Рис.57

Решение: 6 квадратов входит в развёртку куба

Пример. Задача 132. Дан куб (Рис.58). Нарисуйте на поверхности куба кратчайший путь из точки А в точку С, который бы пересекал все боковые рёбра, кроме ребра АС. Вычислите длину этого пути, если ребро куба равно единице [9, с. 228].

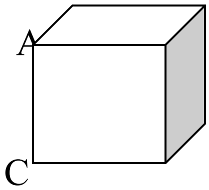


Рис.58

Пример. Задача 134.Сделайте развёртку изображенного на рисунке прямоугольного параллелепипеда (Рис.59). Сколько различных вариантов развёрток вы можете получить? Изобразите полученные развёртки [9, с. 229].

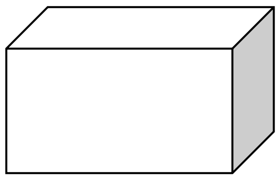


Рис.59

В учебнике *Смирнова В.А., Смирновой И.М., Ященко И.В*. [17] в конце каждого параграфа представлен набор задач и контрольные вопросы. В конце учебника присутствуют ответы для проверки правильности решения задач учащимися. Учебник построен в основном на решении всевозможных задач.

Примеры задач для 5 класса:

В теме: «Точка, прямые, плоскость» автор предлагает набор задач о представлении геометрических фигурах, таких как точка, прямая и плоскость.

Пример. Задача 2. Сколько прямых изображено на Рис. 60? [17, с. 11]

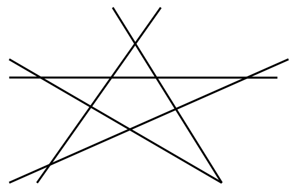


Рис.60

Решение: Пять прямых, десять точек попарных пересечений.

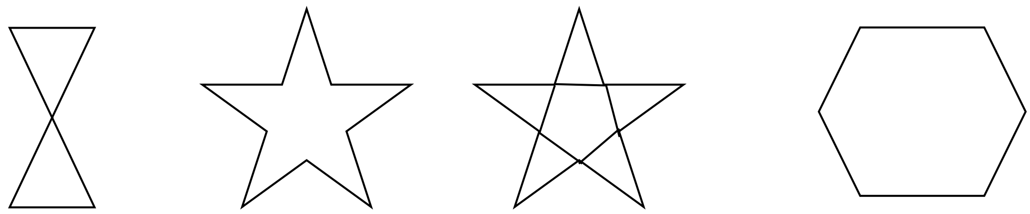
Пример. Задача 5. Изобразите прямую и точки, принадлежащие этой прямой и не принадлежащей ей [17, с. 11].

Пример. Задача 9. Изобразите шесть точек, никакие три их которых не принадлежат одной прямой. Проведите прямые, проходящие через различные пары из шести данных точек [17, с. 11].

Пример. Задача 11. Изобразите четыре прямые так, чтобы у них было шесть точек попарных пересечений [17, с. 11].

В теме «Многоугольники» автор предлагает наглядно на задачах познакомится с многоугольником, с его видами.

Пример. Задача 1. Укажите, какие из представленных фигур на Рис.61 являются многоугольниками, а какие нет. Какие из них являются выпуклыми, а какие нет? [17, с. 48].



a) **b)** **c)** **d)**

Рис.61

Решение: b) и d)-многоугольники, d)-выпуклый многоугольник.

Пример. Задача 3. Нарисуйте выпуклые и невыпуклые: четырёхугольник, пятиугольник, шестиугольник. Используя линейку, найдите периметры этих многоугольников [17, с. 48].

Пример. Задача 9. Выпуклый многоугольник имеет 14 диагоналей. Сколько у него сторон? [17, с. 48].

Пример. Задача 12. Приведите пример, когда общей частью (пересечения) треугольника и четырёхугольника является восьмиугольник [17, с. 48].

Примеры задач для 6 класса:

В теме «геометрические места точек» задачи рассматриваются на задания фигур на плоскости.

Пример. Задача 1. На клетчатой бумаге изобразите точку О (Рис.62). Отметьте точки, расположенные в узлах сетки и удалённые от точки О на расстоянии равное 2 [17, с. 110].

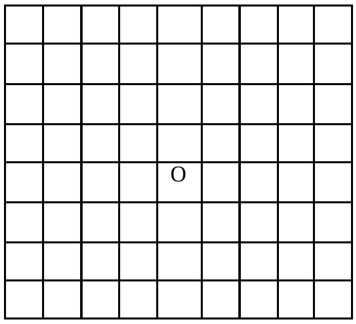


Рис.62

В теме «Графы» представлены задачи на составления фигуры, образованной конечным набором точек плоскости и отрезков, соединяющих некоторые из них (граф).

Пример. Задача 1. Изобразите граф, у которого четыре вершины и каждая имеет индекс три. Сколько у него рёбер? [17, с. 119].

Пример. Задача 6. Нарисуйте одним росчерком графы, изображённые на Рис.63 [17, с. 119].

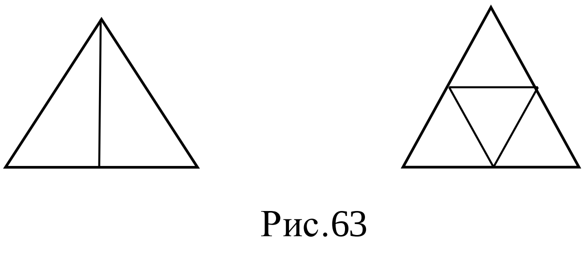


Рис.63

Анализ содержания теоретического материала по теме «Наглядная геометрия» в различных учебниках с 7-9 классов» представлен в Таблице 3.

Таблица 3

Анализ содержания теоретического материала по теме «Наглядная геометрия» в различных учебниках с 7-9 классов

Авторы учебников	**Содержание теоретического материала**		
	7 класс	**8 класс**	**9 класс**
И.М.Смирнова, В.А.Смирнов	Начала геометрии (основные геометрические фигуры, отрезок и луч, измерение длин отрезков, полуплоскость и угол, измерение величин углов, ломанные и многоугольники); треугольники; окружность и круг; взаимное расположение прямой и окружности; взаимное расположение двух окружностей, геометрические места точек; задачи на построения; графы	Параллельные прямые; многоугольник; осевая симметрия; центральная симметрия; паркеты; подобие треугольников; подобие фигур, гомотетия; золотое сечение.	Измерение площадей; площадь прямоугольника, параллелограма,треугольника, многоугольника,подобных фигур; изопериметрическая задача; равносоставленность и задачи на разрезание.
Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов, С.Б Кадонцев, Э.Г.Позднях, И.И.Юдина	Начальные геометрические сведения (прямая и отрезок, луч и угол; сравнение отрезков и углов; измерение отрезков; измерение углов; перпендикулярные прямые); треугольники; задачи на построения; окружность; параллельные прямые; соотношения между сторонами и углами треугольника.	Многоугольники, параллелограмм, прямоугольник, осевая и центральная симметрия, площадь многоугольника, площадь параллелограмма, подобие треугольников, соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника, окружность (взаимное расположение прямой и окружности).	Соотношение между сторонами и углами треугольника, правильные многоугольники.
А.В.Погорелов	Основные свойства простейших геометрических фигур; сумма углов треугольника; геометрические построения.	Четырёхугольники (параллелограмм, прямоугольник); косинус и синус угла; расстояние между точками; симметрия относительно точки и прямой; равенство фигур.	Подобие фигур, многоугольники (ломанная, выпуклые многоугольники, правильные многоугольники); площади фигур.

Задачный материал учебника *И.М. Смирновой, В.А. Смирнова* [18] разбит на задачи для решения в классе, для самостоятельной работы. Устные задачи помечены кружочком. Дополнительный материал и задачи повышенной трудности помечены звездочкой. После каждого параграфа идут задачи. В конце учебника представлены ответы к задачам.

Примеры задач для 7 класса.

В теме «Основные геометрические фигуры» представлены задачи на изображения основных геометрических фигур и работа с ними.

Пример. Задача 10. Изобразите прямую и три точки, две из которых принадлежат прямой, а третья нет [18, с.10].

Пример. Задача 10. Изобразите три точки, принадлежащие одной прямой, и четвёртую точку, не принадлежащую этой прямой. Сколько всего прямых проходит через различные пары из этих точек? [18, с.10].

Пример. Задача 2. На сколько частей делят прямую одна точка; две точки; три точки? [18, с.14].

В теме «Ломанные и многоугольники».

Пример. Задача 1. Простая ломанная имеет 10 вершин. Сколько у неё сторон? [18, с.36].

Пример. Задача 8. Нарисуйте правильные треугольник, четырёхугольник, пятиугольник и шестиугольник. Проверьте правильность нарисованных многоугольников с помощью линейки и транспортира
[18, с.38].

Примеры задач для 8 класса.

В теме «Прямоугольник, ромб, квадрат»

Пример. Задача 21. Постройте ромб по стороне и диагонали; по двум диагоналям [18, с.134].

Пример. Задача 27. Как нужно разрезать равнобедренный прямоугольный треугольник на две части, чтобы из них можно было сложить квадрат? [18, с.134].

В теме «Многоугольники, вписанные в окружность»

Пример. Задача 10. Нарисуйте четырёхугольник, пятиугольник и шестиугольник, вписанные в данные окружности [18, с.151].

В теме «Центральная симметрия» задачи на нахождения и построения центра симметрии.

Пример. Задача 17. На рисунке укажите буквы латинского алфавита, имеющие центр симметрии [18, с.164].

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

Примеры задач для 9 класса.

В теме «Площадь фигуры»

Пример. Задача 10. Найдите площади фигур, изображённых на Рис.64 [18, с.230].

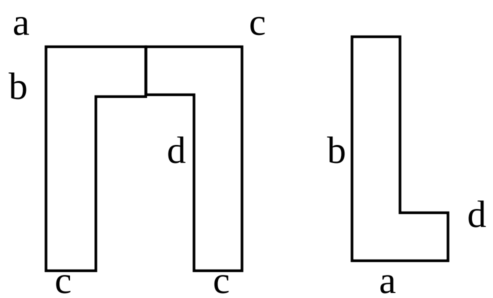


Рис.64

Пример. Задача 17. Постройте квадрат, равновеликий данному прямоугольнику [18, с.230].

Пример. Задача 17. В параллелограмме вырезали дырку прямоугольной формы. Проведите прямую, делящую оставшуюся часть параллелограмма на две равновеликие части [18, с.233].

По теме «Равносоставленность и задачи на разрезание» представлены задачи на составления и преобразования фигур из разрезанных кусочков.

Пример. Задача 1. Параллелограмм разрежьте на две части, из которых можно сложить прямоугольник [18, с.257].

Пример. Задача 9. Разрежьте правильный восьмиугольник на ромбы [18, с.257].

В теме «Моделирование многогранников» задачи на составления модели многогранника.

Пример. Задача 1. Нарисуйте развертки прямоугольного параллелепипеда и правильной четырёхугольной пирамиды [18, с.345].

Пример. Задача 8. Сделайте конструктор, состоящий из правильных треугольников, четырёхугольников, пятиугольников и шестиугольников с одинаковыми сторонами. Изготовьте с помощью этого конструктора какие-нибудь модели многогранников [18, с.346].

В учебнике *Л.С.Атанасяна, В.Ф.Бутузовой, С.Б Кадонцевой, Э.Г.Позднякова, И.И.Юдиной* [2] представлено много задач. Это задачи базового уровня, практические задания к каждому параграфу, дополнительные задачи к каждому параграфу, задачи повышенной трудности, которые в параграфе отмечены «звёздочкой». Задачи, отмеченные знаком «квадратик», имеют электронную версию. В конце книги к задачам даны ответы и указания.

Примеры задач для 7 класса:

В теме «Параллельные прямые» представлены две задачи на построения параллельных прямых.

Пример. Задача 194. Начертите треугольник. Через каждую вершину этого треугольника с помощью чертёжного угольника и линейки проведите прямую, параллельную противоположной стороне [2, с.51].

Пример. Задача 195.Начертите треугольник АВС и отметьте точку D на стороне АС.Через D с помощью чертёжного угольника и линейки проведите прямые, параллельные двум другим сторонам треугольника [2, с.51].

В теме «Построение треугольника по трём элементам» предложен ряд задач на построения треугольника по трём элементам с помощью циркуля и линейки.

Пример. Задача 286. Постройте треугольник по стороне, прилежащему к ней углу и биссектрисе треугольника, проведенной из вершины этого угла [2, с.86].

Пример. Задача 287.Постройте треугольник по стороне, медиане,

проведенной к одной из двух других сторон, и углу между данными стороной и медианой [2, с.87].

Пример. Задача 290.Постройте прямоугольный треугольник по двум катетам [2, с.87].

Примеры задач для 8 класса:

В теме «Многоугольники» представлена задача на изображение и разрезания многоугольника.

Пример. Задача 363. Начертите выпуклые пятиугольник и шестиугольник. В каждом многоугольнике из какой-нибудь вершины проведите все диагонали. На сколько треугольников разделяют проведённые диагонали каждый многоугольник [2, с.100].

В теме «Прямоугольники» задачи на изучения свойств прямоугольника.

Пример. Задача 413. Постройте прямоугольник по двум смежным сторонам; по стороне и диагонали; по диагонали и углу между диагоналями [2, с.112].

Пример. Задача 414. Постройте ромб по двум диагоналям; по стороне и углу [2, с.112].

Пример. Задача 415.Постройте квадрат по стороне; по диагоналям

[2, с.113].

В теме «Площадь многоугольника» задачи составления фигуры и нахождения ее площади.

Пример. Задача 445. Вырежете из бумаги два равных прямоугольных треугольника и составьте из них: равнобедренный треугольник;

прямоугольник; параллелограмм, отличный от прямоугольника. Сравните площади полученных фигур [2, с.121].

Примеры задач для 9 класса:

В теме «Многогранники» представлены задачи на изучения свойств многогранников и построения сечения объёмных фигур.

Пример. Задача 1189. Изобразите параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью: ABC_1. Докажите, что построенное сечение-параллелограмм [2, с.314].

Пример. Задача 1204.Изобразите тетраэдр DABC, отметьте точки M и N на рёбрах BD и CD и внутреннюю точку K грани ABC. Постройте сечение тетраэдра плоскостью MNK [2, с.316].

В учебнике *А.В.Погорелова* [16] задачный материал представлен после каждого параграфа.

Примеры задач для 7 класса:

В теме «Основные свойства простейших геометрических фигур» даны задачи на изучения простейших геометрических фигурах.

Пример. Задача 2. Отметьте на листе бумаги две точки. Проведите через них от руки прямую. С помощью линейки проверьте правильность построения
[16, с.17].

Пример. Задача 32. Постройте на глаз треугольник с равными сторонами (равносторонний треугольник). Проверьте точность построения измерением сторон [16, с.20].

В теме «Геометрические построения» рассмотрены задачи на построения медианы, высоты, окружности, треугольника.

Пример. Задача 29. Дан треугольник Рис.65. Постройте его медианы и высоты [16, с.69].

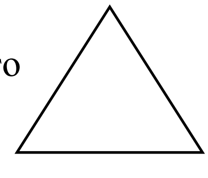


Рис.65

Пример. Задача 34. Постройте окружность, описанную около треугольника [16, с.69].

Пример. Задача 50. Постройте прямоугольный треугольник по катету и сумме другого катета и гипотенузы [16, с.69].

Примеры задач для 8 класса:

В теме «Четырёхугольники» предложены задачи на изучения свойств четырёхугольника и окружности Эйлера.

Пример. Задача 3. Сколько можно построить параллелограммов с вершинами в трёх заданных точках, не лежащих на одной прямой? Постройте их [16, с.86].

Пример. Задача74. В общем случае на окружности Эйлера лежат девять точек (середины сторон треугольника, середины отрезков, соединяющих его ортоцентр с вершинами, и основания высот треугольника). Сколько различных точек из них лежат на окружности Эйлера в случае равностороннего треугольника? [16, с.91].

Примеры задач для 9 класса:

В теме «Элементы стереометрии» представлены задачи на изучения геометрических тел и их поверхностей.

Пример. Задача15. Разделите данный треугольник на три равновеликие части прямыми, проходящими через одну вершину [16, с.206].

Пример. Задача 33. Три латунных куба с рёбрами 3 см, 4 см и 5 см переплавлены в один куб. какое ребро у этого куба? [16, с.218].

Проанализировав учебники разных авторов можно сказать то, что содержание линии «Наглядная геометрия» способствует формированию у учащихся первичных представлений о геометрических абстракциях реального мира, закладывает основы формирования правильной геометрической речи, развивает образное мышление и пространственное представление.

§7.Методические рекомендации по обучению решения задач наглядной геометрии в курсе математики основной школы

Л.В Виноградова в книге «Методика преподавания математике в средней школе» [5, с.32-35] говорит: «Задачи в обучении математике занимают важное место: это и цель, и средство обучения. Умение решать задачи-показатель обученности и развития учащихся. Научится решать математические задачи очень важно, т.к., зная подходы к решению математических задач, учащиеся тем самым обучаются взаимодействию с любой задачей, которых достаточно много в других школьных предметах и в жизни вообще. Тем самым формируется жизненная позиция ученика как активной, самостоятельной личности».

Понятие «задача» очень многофункционально.

Так, например, А.Н.Леонтьев говорит: «Задача-цель, заданная при определённых условиях». В педагогической энциклопедии даётся другое определение: «Задача- наличие цели, стремление получить ответ, с учётом имеющихся условий и требований». Л.М.Фридман пишет: «Задача- всякая знаковая модель проблемной ситуации». [5].

В определении А.Н.Леонтьева подчёркивается объективный характер задачи образования. Структура задачи рассматривается с точки зрения компонентов деятельности, в которой должен быть восстановлен, найден способ деятельности-достижение определенного результата при определённых условиях.

В определении из педагогической энциклопедии задача рассматривается, как «субъективное образование», имеющее отношение к решающему, когда задача решающим принята, цель осознана и есть стремление её решить. Т.е. задача не просто объективно существует, но существует по отношению к кому-нибудь.

Определение Л.М.Фридмана подчёркивает различие в понятиях задача и проблемная ситуация. Проблемная ситуация существует в реальности, независимо от того, как она отражается в задаче. Реальная проблемная ситуация более многогранна, чем задача, которая её описывает, т.к., как правило, задача отражает не все условия конкретной проблемной ситуации [5].

Основные функции задач

Воспитательные

1. Воспитание в себе настойчивости, трудолюбия, активности, самостоятельности;
2. Формирование познавательного интереса;
3. Умение вырабатывать и отстаивать свою точку зрения;
4. Воспитание достоинства личности.

Развивающиеся

1. Вырабатывание умения применять теоретические знания на практике;
2. Выделять общие способы решения, переносить их на новые задачи;
3. Развивать логическое и творческое мышление, внимание, память, воображение.

Обучающиеся

1. Способность к мотивации, пропедевтика наиболее трудных моментов, актуализация опорных знаний;
2. Выделение существенного и отделение его от несущественного, установление взаимосвязей с ранее изученным материалом;
3. Первичное закрепление в стандартных ситуациях;
4. Контроль и коррекция каждого из этих этапов через задачи. [5, с.34]

При усвоении материала в школе существует ряд проблем при изучении материала и решения тем самым задач по теме. Чтобы не допустить этих проблем существует ряд критериев обучаемости, которые важны при изучении материала.

1. Быстрота усвоения. Это способность называют также скоростью

усвоения или темпом продвижения. Данный критерий характеризуется количеством знаний, необходимых для возникновения обобщений; экономичностью мышления; самостоятельностью учащихся. Различают понятия «темп продвижения» и «индивидуальный темп ученика». Эти понятия, как правило, не совпадают. Школьник, быстро продвигающийся в усвоении, может не обладать быстрым темпом работы, и, наоборот, ученику, медленно продвигающемуся в усвоении, может быть свойствен достаточно быстрый темп работы. Темп продвижения сильно проявляется на этапе урока, где происходит введение нового материала, когда от учащихся требуется выполнить анализ и синтез нового и произвести соответствующие обобщения и абстрагирования.

2. Гибкость мышления. Выделяют три его показателя, а именно:
подход к задаче, как к проблеме, целесообразное вырьирование способов действий; легкость перестройки знаний и навыков и их систем в соответствии с изменёнными условиями; способность к переключению или легкость перехода от одного действия к другому. Различия между вторым и третьим показателями заключается в том, что в одном случае имеется в виду перестройка, осуществляемая самостоятельно, сложившейся системы знаний или навыков в ответ на новые требования, а в другом –речь идет о переходе от данного, хорошо известного, способа действия к другому, также хорошо известному способу [14, с.100].

При изучении материала у школьника должна присутствовать мотивация, а именно готовность его стремится к достижению поставленных учебных целях. Если мотивация не проявляется, то учитель может оказать авторитетное давление, вынуждающее ученика, стремится к цели учения, но к каждому ученику в этом случае должен быть свой индивидуальный подход [32, с.34].

Основные требования к учебным задачам:

1. Конструироваться должна не одна отдельная задача, а система

задач.

2. Система задач должна обеспечивать достижение не только ближайших, но и отдельных учебных целей.

3. Учебные задачи должны обеспечивать усвоение средств, необходимых и достаточных для успешного осуществления учебной деятельности.

4. Учебная задача должна конструироваться так, чтобы соответствующие средства деятельности, усвоение которых предусматривается в процессе решения задач, выступали как прямой продукт обучения [14, с.104].

Каждая учебная задача разрешается через систему учебных заданий, которая представлена по степени сложности (от самой простой до самой сложной). Цепочка взаимосвязанных задач лучше воспринимается, запоминается и усваивается школьниками, чем набор изолированных друг от друга задач. Так, например, в теме: задачи на разрезания фигур сначала учащимся предлагаются задачи на разрезания плоских фигур одним разрезом, а потом более сложные задачи на разрезания, например, правильного шестиугольника на 12 равных шестиугольников.

В школьном курсе наглядной геометрии основной школы встречаются также нестандартные задачи, решения которых приводит в тупик. Существует метод поиска решения таких задач Рис.66: [14, с.125]

Наиболее яркими примерами таких задач служит окружность Эйлера и прямая Эйлера.

Для проверки своих знаний и закрепления полученные знания по теме необходимо проводить обучающие самостоятельные работы после каждой пройденной темы. Самостоятельная работа должна в себе включать три уровня сложности: 1 уровень сложности- это для учеников, которые учатся на «удовлетворительно», 2 уровень- «хорошо», 3 уровень-«отлично» [15, с.236].

Рис.66 Метод поиска решения нестандартных задач.

Пример обучающей самостоятельной работы по теме: Треугольник. Построение треугольника по трём элементам для 5 класса.

1 уровень:

1) Измерьте с помощью транспортира углы треугольников на рисунке и результаты внесите в таблицу, в последнем столбце которой запишите сумму углов (треугольники обозначьте сами). Сколько всего треугольников на Рис. 67?

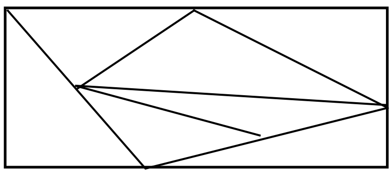
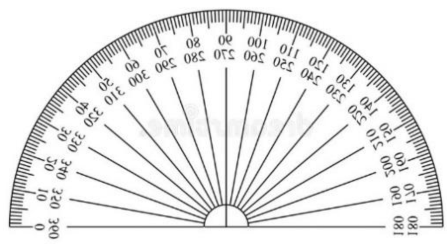


Рис. 67

Таблица:

Треугольник	Сумма

Подсказка: Чтобы измерить углы транспортиром необходимо совместить вершину угла с центром транспортира.



Центр транспортира

Рис. 68

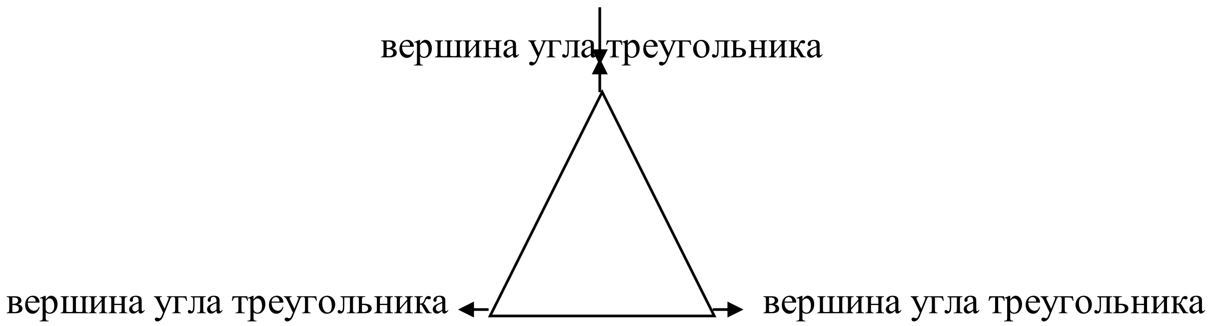


Рис. 69

2) Начертите в тетради равнобедренный прямоугольный треугольник и равнобедренный тупоугольный треугольник.

Подсказка:

Равнобедренный треугольник-треугольник, у которого две боковые стороны равны.

Прямоугольный треугольник-треугольник, у которого один из трех углов прямой, т.е. равен 90^0.

Остроугольный треугольник-треугольник, у которого все углы острые, т.е. меньше 90^0.

Тупоугольный треугольник-треугольник, у которого один из трёх углов тупой, т.е. больше 90^0

3) Можно ли внутри равнобедренного треугольника пометить другой равнобедренный треугольник с такими же боковыми сторонами? А с большими?

Подсказка: У равнобедренного треугольника основание может быть любым (маленьким и большим)

4) Пусть в треугольнике ABC известны две стороны AB=6см и AC=4см

и угол между ними BAC, равный 60^0. По этим данным постройте треугольник ABC.

Подсказка: Пусть в треугольнике ABC известны две стороны AB=5 см и AC=3 см и угол между ними BAC, равный 50^0. По этим данным постройте треугольник ABC.

Решение:

- Строим угол, равный 50^0 , $\angle A = 50^0$ (используем транспортир и линейку). Вершину угла обозначим буквой А (Рис. 69).

- На сторонах угла отложим отрезки AB=5 см и AC=3 см (используем линейку с делениями) (Рис. 70).

- Проведем отрезок CB (при помощи линейки) (Рис. 71).

- Треугольник ABC построен.

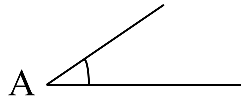


Рис.69

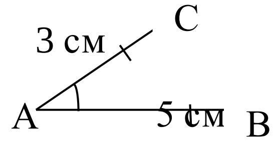


Рис.70

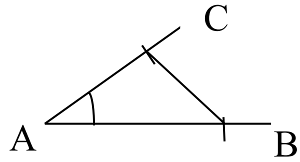


Рис. 71

2 уровень:

1. На сколько треугольников разбивается выпуклый шестиугольник отрезками, соединяющими какую-либо его вершину с остальными вершинами шестиугольника?

Подсказка. Выпуклый шестиугольник-многоугольник, с общим количеством вершин, равным шести, при этом все точки такого шестиугольника лежат по одну сторону от прямой, которая проведена между двумя любыми соседними его вершинами

2. Пусть в треугольнике АВС известны две стороны АВ=6,5 см и АС=8,5 см и угол между ними ВАС, равный 120^0. По этим данным постройте треугольник АВС.

Подсказка. Для построения треугольника потребуется линейка и транспортир

3. Пусть в треугольнике АВС сторона АВ равна 6, $\angle BAC = 70^0, \angle ABC$ 40^0. По этим данным постройте треугольник АВС.

Подсказка. Для построения треугольника потребуется линейка и циркуль. Для начала необходимо провести прямую и отметить данный отрезок, затем с помощью циркуля отметить сначала один угол, а потом другой.

4. Постройте треугольник АВС со сторонами АВ=7 см, АС=5 см, ВС= =4 см

Подсказка. Для построения треугольника потребуется линейка и циркуль.

3 уровень

1. На Рис.72. дан тетраэдр. Грани окрашены его в серый, оранжевый,

розовый и белый цвета. Тетраэдр начинают перекатывать, причем он оставляет след такого же цвета, что и грань, касающаяся бумаги. Если тетраэдр сначала стоял на оранжевой грани, то какого цвета будет последний след? Постарайтесь догадаться без модели. Если трудно догадаться, то модель вам поможет.

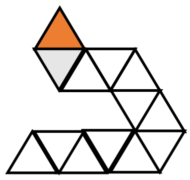


Рис. 72

2. Пусть в треугольнике ABC $\angle BAC = 40^0$, сторона AB равна 4 см.

Рассмотрите три случая:

a) BC=2 см

b) BC=3,5 см

c) BC=5 см

3. Пусть в треугольнике ABC сторона AB равна 6,5, $\angle BAC$

$120^0, \angle ABC = 40^0$. По этим данным постройте треугольник ABC.

4. Можно ли построить треугольник, стороны которого являются отрезками длиной:

a) 6 см, 3 см, 1 см

b) 8 см, 5 см, 3 см

Если можно, то постройте этот треугольник.

Уроки геометрии вносят неоценимый вклад в развитие наблюдательности и любознательности учащихся. Решая различные геометрические задачи на изображения, построения, доказательство, нестандартных задач школьники учатся выделять из целого объекта отдельные части, характерные особенности, различия, сходства, устанавливать связи и отношения [31, с.189].

Выводы по второй главе

Во второй главе был проведен анализ содержания наглядной геометрии в учебниках математики 5-6 классов и в учебниках геометрии 7-9 классов и были предложены методические рекомендации по обучению решения задач наглядной геометрии в курсе математики основной школы. При обучении и решения задач, задача должна конструироваться не как одна отдельная, а как система; система задач должна обеспечивать достижение не только ближайших, но и отдельных учебных целей; учебные задачи должны обеспечивать усвоение средств, необходимых и достаточных для удачного осуществления учебной деятельности; учебная задача должна создаваться так, чтобы соответствующие средства деятельности, усвоение которых предусматривается в процессе решения задач, выступали как прямой продукт обучения.

Решая различные геометрические задачи на изображения, построения, доказательство, нестандартных задач школьники должны уметь выделять из целого объекта отдельные части, характерные особенности, различия, сходства, устанавливать связи и отношения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью бакалаврской работы являлось выявление методических особенностей решения задач наглядной геометрии как средства математического развития обучающихся основной школы.

В результате выполненной работы решены следующие задачи:

- рассмотрены основные цели и задачи математического развития обучающихся основной школы.
- раскрыта роль наглядной геометрии в формировании логического и пространственного мышления у младших школьников.
- проведён анализ задачного и теоретического материалов по данной теме.
- представлены подборки задач наглядной геометрии на разрезания и складывания фигур; составления геометрических фигур из спичек; геометрические головоломки для обучающихся основной школы.
- сформулированы методические рекомендации по обучению решения

задач наглядной геометрии в курсе математики основной школы.

В результате работы можно сделать следующие выводы.

1. Основная цель математического развития- развитие представлений о математике как форме описания и методе познания действительности, создание условий для приобретения первоначального опыта математического моделирования

2. Роль логического мышления -выявление причинно-следственных связей явлений и умении выстраивать простейшие умозаключения на основе причинно-следственной связи, а пространственное мышление - представлять объект во всех его деталях и проявлениях и каким-либо образом трансформировать этот объект.

3. При обучении и решения задач, задача должна создаваться не

как одна отдельная, а как система; система задач должна обеспечивать достижение не только ближайших, но и отдельных учебных целей; учебные задачи должны обеспечивать усвоение средств, необходимых и достаточных для удачного осуществления учебной деятельности; учебная задача должна создаваться так, чтобы соответствующие средства деятельности, усвоение которых предусматривается в процессе решения задач, выступали как прямой продукт обучения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астряб А.М. Наглядная геометрия / А.М. Астряб – М., 2013. – 160с.
2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия 7-9 классы– М.: Просвящение, 2017. – 383 с.
3. Белошистая А.В. Математическое развитие ребенка в системе дошкольного и начального школьного образования – Москва, 2003. – 405с.
4. Бурмистрова Т.А. Математика. Сборник рабочих программ. 5-6 классы – М.: Просвещение, 2014. – 80 с.
5. Виноградова Л.В. Методика преподавания математики в средней Школе –Ростов н/Д.: Феникс, 2005. – 252 с.
6. Воронина Л.В. Математическое образование в период дошкольного детства: методология проектирования – Екатеринбург, 2011. – 437 с.
7. Гусев В.А., Теория и методика обучения математике: психолого педагогические основы- М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 456 с.
8. Гусев В. А., Орлов В. В., Панчищина В. А. Методика обучения геометрии /Учебное пособие – М.: «Академия», 2004. – 368 с.
9. Гусев В.А. Геометрия 5-6 классы. –М.: ООО «ТИД «Русское слово РС», 2002. – 256 с.
10. Карасёв П.А. Элементы наглядной геометрии в школе – М.: Просвещение, 1955. –212 с.
11. Клековкин Г.А. Геометрия 5 класс. Учеб. пособие / Г.А. Клековкин. –М.: Рус. слово, 2001. – 320 с.
12. Косинский М. О. Наглядная геометрия: Для детей от 9 до 12 лет— СПб.: Мартынов, 1902. – 90 с.
13. Межрегиональная олимпиада школьников САММАТ:2012–2017, Задания заключительного этапа тура. – Режим доступа: http://sammat.ru/materiali/ – Последнее обновление 24.10.2017

14. Методическое пособия по серии "Линия УМК И. Ф. Шарыгина. Наглядная геометрия [Электронный ресурс]. –Режим доступа: https://drofaventana.ru/upload/iblock/d50/d50ddefcdcd9c33b297383155b078cf7.pdf_ – Последнее обновление 26.01.2018.

15. Мишин В.И. Методика преподавания математики в средней школе М.: Просвящение, 1987. –416 с.

16. Погорелов А.В. Геометрия 7-9 классы. М.: Просвещение,2014. –240с.

17. Смирнов В.А., Смирнова И.М., Ященко И.В. Наглядная геометрия М.: МЦНМО, 2013. – 272с.

18. Смирнов В.А., Смирнова И.М., Геометрия 7-9 классы – М.: Мнемозина, 2015. –376 с.

19. Смирнова И. М. Педагогика геометрии: Пособие для учителей математики. [Электронный ресурс]. − 264с. − Режим доступа: https://drofaventana.ru/files/pedagogika_ geometrii.pdf. − Последнее обновление 26.01.2018.

20. Стефанова Н.Л., Подходова Н.С. Методика и технология обучения математики. Курс лекций-М.: Дрофа, 2008. – 416 с.

21. Столяр А.А. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по спец. 2104 «Математика» и 2105 «Физика» / А.Я. Блох, Е.С. Канин, Н.Г. Килина и др.; Сост. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр – М.: Просвещение, 1985. – 336 с.

22. Турова И.В. Современные подходы к определению понятия «Математическое развитие детей дошкольного возраста»// Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева, 2015. – №4 –148-154 с. [Электронный ресурс]. − Режим доступа: file:///C:/Users/User/Downloads/sovremennye-podhody-k-opredeleniyu-ponyatiya-matematicheskoe-razvitie-detey-doshkolnogo-vozrasta%20(1).pdf. − Последнее обновление 01.02.2018.

23. Фарков А.В. Математические олимпиады в школе 5-11 классы- М.:

Айрис-пресс, 2009. – 256 с.

24. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (5-9 класс). [Электронный ресурс]. − Режим доступа: http://минобрнауки.рф/документы/938. − Последнее обновление 26.11.2017.

25. Шарыгин И.Ф., Ерганжиева Л.Н. Наглядная геометрия /Учебное пособие для учащихся 5-6 классов – М.: Дрофа, 2007. −190 с.

26. Шарыгин И.Ф., Ерганжиева Л.Н. Наглядная геометрия. 5–6 классы. Рабочая программа. Методические рекомендации к линии УМК И. Ф. Шарыгина, Л. Н. Ерганжиевой: учебно-методическое пособие / Л. Н. Ерганжиева, О. В. Муравина. — М.: Дрофа, 2017. − 132 с.

27. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников-М. Педагогика, 1980. – 242 с.

28. Schoenfeld, Alan H, ed. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-makingin. New York: MacMillan, 1992. – 334–370 p.

29. Polya, G. Mathematical Discovery. Princeton: Princeton University Press. New York: Wiley, 1981– 340 p.

30. Legendre, A.M. Elements of geometry. Cambridge: Printed by Hilliard and Metcalf, 1825. – 567 p.

31. Descartes R. The Geometry of Rene Descartes. United States: Kessinger Publishing, 2010. – 411 p.

32. Tutak, F. A. Critical pedagogy for critical mathematics education /Fatma Aslan Tutak, Elizabeth Bondy, Thomasenia L. Adams //International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. – 2011.–№42 (1).–65 p. [Электронный ресурс]. URL:https://www.researchgate.net/publication/232819503_Critical_pedagogy _for_critical_mathematics_education. − Последнее обновление 28.03.2018.