МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)

Кафедра «Алгебра и геометрия»
(наименование кафедры)

44.04.01 «Педагогическое образование»
(код и наименование направления подготовки, специальности)

«Математическое образование»
(направленность (профиль)/специальность)

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

на тему **«ТЕХНОЛОГИЯ ПРОБЛЕМНОГО ОБУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ БАКАЛАВРОВ УНИВЕРСИТЕТА»**

Студент С.Г. Емельянова ______________

Научный Руководитель к.п.н., доцент Н.А. Демченкова ______________

Руководитель программы д.п.н., профессор Р.А. Утеева ______________

«_____»_______ 2017 г.

Допустить к защите

Заведующий кафедрой д.п.н., профессор Р.А. Утеева ______________

«_____»___________2017 г.

Тольятти 2017

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. В современном обществе спрос на выпускника бакалавриата как специалиста, способного к саморазвитию и самообразованию, обладающего умением самостоятельно и творчески мыслить, необычайно возрос. Перед высшим образованием ставится задача не только обучить студента определенным умениям и навыкам, но и привить ему определенные интеллектуальные умения, необходимые для полноценной жизни человека в современном обществе.

В Федеральном государственном образовательном стандарте высшего образования (ФГОС ВО) сформулированы следующие основные требования, предъявляемые к выпускнику бакалавриата (применительно к теме нашего исследования), а именно: способность к самоорганизации и самообразованию; умение использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности; способность участвовать в работе над инновационными проектами, используя базовые методы исследовательской деятельности [67]. Применение технологии проблемного обучения в процессе преподавания математики способствует реализации вышеуказанных требований.

Элементы проблемного обучения непосредственно и опосредованно представлены в различных научно-методических работах ведущих ученых. Я.А. Коменский выступал за обучение через исследование каких либо предметов и явлений, а только потом – их описание; Ж.-Ж. Руссо отмечал, что самый важный и короткий путь к знаниям через знания, полученные с затруднением; И.Г. Песталоцци говорил о применении элементов исследований, обобщений и логических выводов в процессе обучения[23]. Огромную значимость в формировании концепции проблемного обучения внесли ученые из Германии, Болгарии, Чехословакии, Польши и др. В России концепция проблемного обучения сложилась к 60-м годам двадцатого века как способ развития у учащихся глубокого, стабильного учебно-познавательного знания.

В работах ведущих психологов, педагогов, методистов России XX века ставились и решались общие психолого-дидактические и методические вопросы проблемного обучения: сущность проблемного обучения, основные понятия теории проблемного обучения; применение проблемного обучения в средней школе. Однако в указанных работах не достаточно широко освещался вопрос применения технологии проблемного обучения высшей математике для бакалавров университета.

Выделяем исследования последних лет по теме исследования: Р.С. Альвануса [1], С.М. Андрюшечкина [2], В.П. Кочнева [29] и т.д. Кроме этого рассматривается вопрос проблемного обучения в высшей школе в работах: Е.Ю. Никитиной [45], О.Г. Позднякова [50], В.Н. Спицнаделя [64], И.И. Черненковой [70] и др.

Использование преподавателями ВУЗа проблемного обучения при обучении математике способствует развитию личности студента. Значительно интереснее и эффективнее проходит обучение студента, если после постановки определенной проблемы, он самостоятельно приходит к нужному результату. «Не давать студенту готовые знания, а учить студента находить эти знания, самостоятельно работать с литературой, делать выводы, отделять главную информацию от второстепенной» [42]. В условиях сложившейся ситуации на рынке труда бакалавры (выпускники университета) должны быть конкурентно-способными, «быть востребованными обществом, что требует пересмотра традиционных форм обучения» [19].

Таким образом, **актуальность темы исследования** обусловлена сложившимися к настоящему времени противоречиями:

– между потребностью общества в выпускнике вуза, владеющим определенными интеллектуальными умениями, связанными с проблемным обучением математике, способным применять эти умения в профессии и недостаточным развитием этих умений;

– между существующей возможностью использования технологии проблемного обучения или его элементов в процессе обучения высшей математике и недостаточной разработанностью ее применения в высшей школе.

Указанные противоречия позволили сформулировать **проблему исследования:** каковы методические особенности применения технологии проблемного обучения на занятиях по высшей математике в высшем учебном заведении.

Объект исследования: процесс обучения высшей математике бакалавров вуза.

Предмет исследования: технология проблемного обучения высшей математике бакалавров вуза.

Цель исследования заключается в разработке методических особенностей применения технологии проблемного обучения высшей математике для бакалавров вуза.

Гипотеза исследования основана на предположении о том, что использование технологии проблемного обучения в курсе высшей математики для бакалавров вуза повысит эффективность обучения данной учебной дисциплине.

Методы исследования, которые применялись для решения поставленных задач: анализ психолого-педагогической, научной и учебно-методической литературы; изучение, наблюдение и обобщение вузовской практики; анкетирование студентов и преподавателей; проведение эксперимента по проверке гипотезы исследования.

Новизна проводимого исследования состоит в выявлении методических особенностей применения технологии проблемного обучения на занятиях по высшей математике в высшем учебном заведении и разработке элементов проблемных лекций и практических занятий.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в нем:

– определены методические особенности применения технологии проблемного обучения на занятиях высшей математики в вузе;

– сформулированы методические рекомендации по применению технологии проблемного обучения математики на лекционных и практических занятиях в вузе.

Практическая значимость результатов исследования состоит в том, что разработанные методические рекомендации применения технологии проблемного обучения могут быть использованы при проведении лекционных и практических занятий преподавателями высшей математики в вузе.

Основные этапы исследования:

1 семестр (2015/16 уч.г.): анализ диссертаций по теме исследования, анализ статей, отечественных и зарубежных авторов (на оригинальном языке), анализ учебников и задачников по высшей математике, нормативных документов (стандартов, программ).

2 семестр (2015/16 уч.г.): определение теоретических и методических основ исследования по теме диссертации.

3 семестр (2016/17 уч.г.): разработка методических рекомендаций по применению технологии проблемного обучения, разработка проблемных ситуаций.

4 семестр (2016/17 уч.г.): оформление диссертации, корректировка ранее представленного материала, уточнение аппарата исследования, описание результатов экспериментальной работы, формулирование выводов.

Экспериментальная проверка технологии проблемного обучения, методического проекта по теме «Интеграл» в рамках технологии проблемного обучения была осуществлена в период производственной, педагогической и преддипломной практик на базе кафедры алгебры и геометрии; в научно-исследовательской лаборатории «Школа математического развития и образования – 5+» Тольяттинского государственного университета; в период работы преподавателем кафедры «Высшая математика и математическое моделирование» Тольяттинского государственного университета.

На защиту выносятся:

1. Примеры проблемных ситуаций, созданных для бакалавров университета по высшей математике.
2. Методические рекомендации по внедрению технологии проблемного обучения.
3. Содержание методического проекта по теме «Интеграл» в рамках технологии проблемного обучения.

Апробация результатов исследования

Апробация результатов исследования была осуществлена путем выступлений на: научно-методических семинарах преподавателей, аспирантов и студентов кафедры алгебры и геометрии ТГУ (декабрь 2015, июнь 2016, декабрь 2016, май 2017); Международном конкурсе студентов и аспирантов (в рамках требований ФГОС) University Knowledge – 2017 (Москва, 25 марта 2017);VIII Международной научной конференции «Математика. Образование. Культура (к 240-летию со дня рождения Карла Фридриха Гаусса)» (г. Тольятти, ТГУ, 26-29 апреля 2017 г.); III международной научной конференции «Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе в свете идей Л.С. Выготского» (г. Москва, МГПУ, 17-19 ноября 2016 года); Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы естественнонаучного и математического образования» (г. Самара, СГСПУ, 2-3 декабря 2016 г.);научно-практической конференции «Студенческие дни науки в ТГУ» (2016, 2017, диплом победителя 2-ой степени) в конкурсе докладов по секции «Математика, физика, IT»; международной научно-практической конференции «Молодежный форум: технические и математические науки» (сертификат участия) (г. Воронеж, ноябрь 2015); VI научно-практической городской конференции школьников «Дети. Интеллект. Творчество» в качестве научного руководителя (г. Тольятти, ТГУ, декабрь 2015).

Основные результаты данной исследовательской работы отражены в 6публикациях[13, 14,15, 16, 17, 18].

Структура диссертации состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы (81наименований).

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОБЛЕМНОГО ОБУЧЕНИЯ БАКАЛАВРОВ УНИВЕРСИТЕТА

§1 Понятие педагогической технологии

Понятие «технология» происходит от двух слов «techno» - искусство и «logos» - наука, данное понятие появилось в 50-е годы в США.

Одним из отличий педагогической технологии является то, что любая технология, ее создание и использование, требует большой активности преподавателя и студента. Активность преподавателя выражается в том, что он на основе знаний психологических и индивидуальных особенностей своих студентов, уточняет, вносит свои изменения в существующий технологический процесс [с.36, 49]. Результатом такой деятельности является активность и самостоятельность студентов.

Важно понимать, что технология это некая сфера познаний, сопряженная концепцией предписаний, которые гарантируют оптимизацию обучения.

Рассмотрим различные подходы к понятию «педагогическая технология»:

М.В. Кларин под педагогической технологией понимает построение образовательного процесса с заданными диагностируемыми результатами. Автор выделяет следующие характеристики педагогической технологии: диагностичность описания; воспроизводимость педагогического процесса; воспроизводимость педагогических результатов[26].

В.П. Беспалько определяет педагогическую технологию как проект определенной педагогической системы, реализуемой на практике [4].

Н.А. Шерстнева под педагогической технологией понимает некое подобие алгоритма, описывающего последовательность действий, грамотно выполняя которые почти любой подготовленный преподаватель достигает сходных результатов, это профессионализм без личности, это то, что другие могут описать и использовать [с.114, 73].

Г.К. Селевко отмечает, что педагогическая технология функционирует:

1) в качестве науки, исследующей наиболее рациональные пути обучения;
2) в качестве системы принципов, применяемых в обучении;
3) в качестве реального процесса обучения.

Автор формулирует следующие признаки обучения: концептуальность, системность, управляемость, эффективность, воспроизводимость [73].

В.М. Монахов определяет педагогическую технологию как систематическое и последовательное воплощение на практике заранее спроектированного процесса обучения[39].

Из всех вышеперечисленных понятий педагогической технологии будем придерживаться точки зрения В.П. Беспалько: «Любая деятельность может быть либо технологией, либо искусством. Искусство основано на интуиции, технология – на науке. С искусства все начинается, технологией все заканчивается, чтобы затем все началось сначала» [с.5, 4].

Обратим внимание на схему *этапов разработки* последовательности *педагогической технологии*, согласно В.П. Беспалько:

1-й этап – анализ будущей деятельности студента;

2-й этап – определение содержания преподавания на каждом этапе обучения;

3-й этап – контроль степени нагрузки студентов, расчет требуемого времени на обучения при заданном способе построения педагогического процесса;

4-й этап – выбор организационных форм обучения, наиболее подходящих для реализации запланированного педагогического процесса;

5-й этап – разработка материалов для осуществления мотивационного компонента педагогического процесса по определенным темам и конкретным занятиям;

6-й этап–создание системы учебных заданий и включение их в содержательный материал учебного пособия;

7-й этап – разработка материалов для объективного контроля за качеством усвоения студентами умений и знаний, которые соответствуют целям обучения и критериям оценки степени освоения;

8-й этап – создание содержания и структуры лекционных и практических занятий, направленных на результативное решение образовательных и общевоспитательных проблем;

9-й этап – практическое испытание проекта и контроль завершенности учебно-воспитательного процесса [4].

Отличительной чертой педагогической технологии является то, что педагогическая технология способствует наиболее продуктивному обучению в результате роста мотивации и интереса к нему студентов.

Применение методов обучения возможно на каждом этапе учебного процесса. Но технологией процесс обучения становиться лишь тогда, когда метод обучения применяется на этапе учебной деятельности[с.73, 24].

Педагогическую технологию можно *систематизировать* следующим образом:

– академические лекции: проблемная, проблемно-методическая, системно-методическая; лекция-импровизация, пресс-конференция;

– индивидуальные занятия: консультации, самостоятельная деятельность;

– групповые занятия: семинар–беседа, семинар-исследование, семинар дискуссия и т.д.;

– лабораторно-практические занятия: практикум; защита проекта; практический консалтинг и т.д. [с. 16, 58].

Задачами педагогической технологии, по мнению В.В. Пионковского являются:

1) отработка глубины и стабильности знаний, фиксирования навыков и умений в различных сферах деятельности;

2) отработка и фиксация социально-значимых форм и привычек поведения;

3) учение содействием с технологическим инструментом;

4) развитие способностей технологического мышления;

5) воспитание привычки точного следования условиям технологического предмета (дисциплины) в организации учебных вопросов и социально-значимого труда [с.34, 49].

Педагогическая технология считается «орудием» формирования личности студентов и отражают основные характеристики педагогического процесса [с.133, 59].

Под *педагогической технологией* будем понимать содержательную технику учебного процесса. Выделим признаки, которыми должна обладать педагогическая технология:

– *диагностическое целеобразование* (четкое определение конечной цели) и *результативность* (гарантированное достижение цели);

– *воспроизводимость*. Технологией предполагает наличие алгоритмов деятельности, ее управляемость и целостность. Возможность появления ситуаций, когда преподаватель переходит к педагогическим экспромтам, сводится к минимуму;

– *корректируемость* (проводится на основе постоянной обратной связи организации текущего контроля) [4].

§2. Проблемное обучение как образовательная технология

Проанализировав представленные компетенции, сформулированные во ФГОС ВО, предъявляемые к выпускнику бакалавриата, выделим следующие, применительно к теме нашего исследования: способность к самоорганизации и самообразованию; использование основных законов естественно-научных дисциплин в профессиональной деятельности; участие в работе над инновационными проектами, используя базовые методы исследовательской деятельности [67]. Формированию указанных выше компетенций в полной мере соответствует проблемное обучение.

Перечислим *задачи*, которые решаются с помощью проблемного обучения:

– развитие творческих умений, способностей, мышления;

– усвоение студентами прочных умений и знаний (в отличии от традиционного обучения), которые получены в ходе самостоятельного решения проблем и активного поиска;

– воспитание креативной личности, умеющей видеть, ставить и решать нестандартные профессиональные проблемы [50].

Проблемное обучение позволяет решать следующие образовательные задачи:

– создание условий для мотивации обучения студентов; повышение познавательного интереса к учебным, профессиональным проблемам;

– снятие психологического дискомфорта перед преодолением познавательных трудностей; формирование самостоятельности студентов;

– развитие творческих способностей студентов, формирование осознанных, личностно-ориентированных компетентностей, знаний, умений;

– усвоение и закрепление изученного материала; формирование элементов исследовательской деятельности;

– развитие коммуникативных компетентностей [с.207, 27].

По мнению В.Н. Морозовой, рациональность использования проблемного обучения в высшей школе следует из ряда отличительных черт, которые состоят в следующем:

– формулирование педагогических проблем, связанных с подготовкой бакалавра как будущего профессионала соответствующего профиля;

– воздействие на постановку поставленной задачи и ее решение; подход к решению проблемы, применяя определенные методы обучения;

– эффективный подбор путей решения поставленной проблемы [с.114, 42].

Проблемное обучение в наибольшей степени отвечает современным условиям, которые предъявляются к организации обучения. Систематическая постановка проблемных задач и формулирование проблемных ситуаций приводит к активизации деятельности студентов. Проблема для него является преградой, с которой следует справиться. Посредством преодоления преград происходит формирование определенных качеств личности, а также ее развитие [с. 860, 5].

Проблемное обучение называется «проблемным» не только вследствие того, что студент усваивает учебную программу только с помощью нахождения новых понятий и самостоятельного решения проблем. В нём присутствует объяснение преподавателя, репродуктивная деятельность педагога, постановка проблем, решение студентами разных задач. Однако, организация учебного процесса базируется на принципах проблемности, а систематизированное решение учебных проблем – типичный критерий данного вида обучения.

Так как на сегодняшний день вся концепция высшего образования направлена на формирование компетенций у студентов, их познавательных интересов, на развитие умственных способностей личности, проблемное обучение считается действительно развивающим [13].

Использование проблемного обучения в преподавании математики бакалаврам ВУЗа способствует развитию личности студента: гораздо эффективнее проходит изучение студентом материала, если он сам, после постановки какой-либо проблемы, приходит к нужному результату. Не давать студенту готовые знания, а подталкивать его добывать эти знания самостоятельно, что делает их более прочными, чем знания, полученные традиционным способом. Проблемность – главное условие развития творческой личности [14].

Мировоззренческие суждения Сократа и его противников первоначально стали основой становления проблемного обучения[5]. В последующем, в своих мировоззренческих работах, Ф. Бэкон показал другой аспект к решению проблемы: либо осуществление желания к независимому получению опровержений, либо доказательство образовавшегося проблемного условия [6]. Это усиливало активизацию познавательной работы ученых и содействовало развитию экспериментального способа в преподавании.

В различные временные этапы формирование проблемного обучения совершалось напрямую либо опосредованно в разных доктринах: чешский педагог Я А. Каменский выступал за интенсивное обучение учащихся; Ж.Ж. Руссо ратовал за введение в преподавание формирования интеллектуальных способностей студента.

Педагог из Швейцарии И.Г. Песталоцци озвучил мысль активизации преподавания с применением наглядности, русский педагог К.Д. Ушинский сформулировал дидактическую концепцию, которая была ориентирована на формирование интеллектуального развития студента [23].

Огромную значимость в формировании направления проблемного обучения внесли работы зарубежных педагогов ГДР, Болгарии, Чехословакии и др. стран. Так, например, В. Оконь (Польша) исследовал требования к созданию проблемных ситуаций [46]. В нашей стране концепция проблемного обучения складывалась в конце 60-х годов XX-го века. Проблемное обучение это способ развития у студентов глубокой, стабильной учебно-познавательной мотивации, интеллектуальной деятельности и формировании навыков извлечения из содержания преподавания более значимых, глубочайших внутренних взаимосвязей и взаимоотношений [с. 860-861, 5].

Под **проблемным обучением** будем понимать систему проблемных ситуаций, которая специально создается преподавателем на занятии с помощью проблемно-поисковой задачи.

В отличие от традиционного метода обучения в проблемном обучении студент понимает, зачем ему следует что-либо учить, т.е. появляется мотивация у студентов к получению знаний, что приводит к более высоким результатам в обучении [15].

Педагог систематизирует организацию самостоятельной деятельности студента при изучении новых знаний, умений, при закреплении материала и отработке навыков. В ходе креативного решения проблем студенты самостоятельно приобретают и усваивают новые познания, у них формируются способности мыслительных действий и операций, формируется интерес, умение раскрывать новое [с.13-14,16].

Главным различием проблемного обучения от традиционного считается вид организации учебного процесса. При традиционном обучении педагог транслирует знания, непосредственно оценивает их и, используя наглядность, поясняет суть новых определений, формирует новые теоремы, правила, законы и так далее. Тут преобладает информативное преподавание учебного материала и отсутствует системное создание проблемных ситуаций. Студенты слушают разъяснения преподавателя, усваивают новые знания, запоминая, новые действия – повторяя. Чем труднее материал, тем подробнее он разъясняется. Овладение фиксируется исполнением множественных упражнений, как правило, не требующих креативной работы.

При проблемном же обучении работа преподавателя заключается в том, что он регулярно формирует проблемные ситуации, активизирует учебно-познавательскую работу студентов [с.72-73, 17].

М. И. Махмутов акцентирует внимание на трех видах проблемного обучения:

1) теоретический творческий процесс;
2) практический творческий процесс;
3) художественный творческий процесс.

Теоретическое творчество базируется на постановке и разрешении учебных трудностей в теории. Практический творческий процесс основывается на постановке и разрешении учебных проблем на практике.

Художественное же творчество – образное отражение реальности на базе творческого воображения [с. 265,35].

Учебная проблема, гипотеза, проблемная ситуация, проблемность содержания, проблемное изложение, проблемный вопрос, проблемное преподавание, проблемное учение, согласно взгляду М. И. Махмутова, являются главными понятиями теории проблемного обучения. Взаимосвязь главных понятий представлена на схеме 1[11].

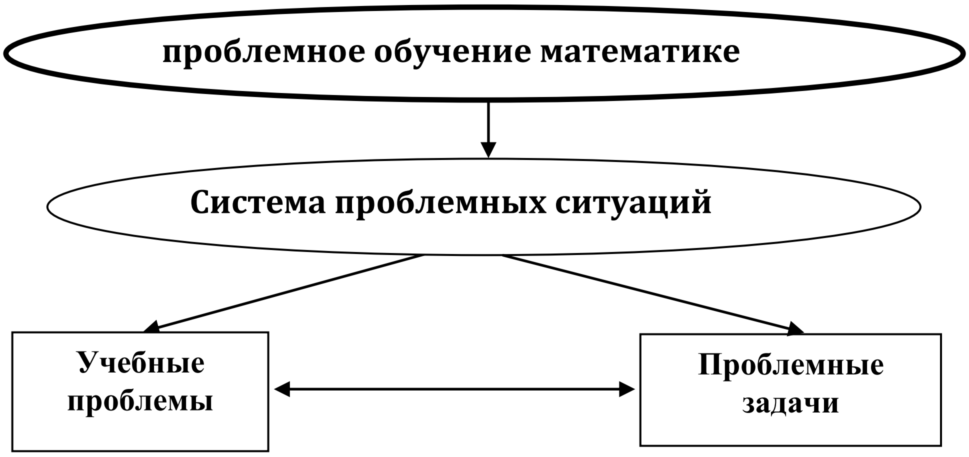

схема 1. Взаимосвязь главных понятий проблемного обучения

Учебная проблема – проявление индивидуальное, имеется в сознании студента в совершенной форме, в идее. Значимым считается в таком случае, то, что именно учебная проблема считается формой осуществления принципа проблемности в обучении.

Автор дает следующую классификацию учебных проблем:

1) область и место появления;

2) значимость в ходе обучения;

3) социальная и общественно-политическая значимость;

4) методы организации процесса решения проблемы.

Показатели, на которых основана психологическая классификация учебных проблем:

1) характер незнакомой и порождаемой трудности;

2) метод решения;

3) характер содержания и соответствия известного и неизвестного в вопросе.

М. И. Махмутов подмечает, что когда создается проблемная ситуация, то она является первоначальным фактором мышления, порождающим познавательную деятельность студента и формирующим внутренние требования с целью интенсивного освоения новых познаний и методов работы [с.151, 62].

Имеются четыре степени проблемности в обучении:

1) преподаватель непосредственно определяет проблему и сам решает ее в присутствие конструктивного слушания и обсуждения студентами;

2) преподаватель определяет проблему, студенты без помощи или под его руководством обнаруживают решение (преподаватель ориентирует студента на независимые поиски путей разрешения (частично-поисковый метод); тут прослеживается отстранение от стандарта, раскрывается пространство для рассуждений);

3) студент определяет проблему, преподаватель может помочь ее разрешить. У студента прививается умение без помощи других определять проблему;

4) студент сам непосредственно определяет проблему и самостоятельно находит ее решение. Педагог даже не указывает на проблему: студент обязан заметить ее без помощи, увидев, выразить и изучить возможности и методы ее разрешения [62].

В результате студентам прививается умение без помощи других заметить проблему, самостоятельно исследовать проблемную ситуацию, без помощи других обнаруживать верное решение.

Согласно мнению М. И. Махмутова, проблемное обучение никак не способно заменить преподавания в целом, однако в отсутствии принципа проблемности преподавание не будет являться развивающим. Проблемный вид преподавания не принимает решения абсолютно во всех образовательных и общевоспитательных проблемах, по этой причине он никак не способен заменить собою всей концепции преподавания, содержащей различные виды, методы и формы организации учебно-воспитательного движения.

Проблемное обучение постоянно порождает затруднение у студента, по этой причине на понимание и поиски путей разрешения уходит существенно больше временных затрат, нежели при классическом преподавании. Помимо того, создание технологии проблемного преподавания потребует от преподавателя значительного преподавательского профессионализма и немало временных затрат. Непосредственно данные условия никак не дают возможность часто использовать проблемное обучение.

Проблемное обучение соответствует условиям нашего времени: обучать изучая, изучать обучая. Только лишь так возможно создавать творческого человека, т.е. осуществить главную проблему преподавательской работы [62].

Модель проблемного преподавания принадлежит к более значимым тенденциям нетрадиционного обучения, оказавшим существенное воздействие на нынешнюю практику образования и получившим продвижение в современном ВУЗе.

Проблемное обучение базируется на получении студентами новых знаний с помощью решения практических и теоретических проблем, проблем в создающихся с этой целью этого проблемных ситуациях. Проблемное преподавание содержит ряд стадий:

1) понимание единой проблемной ситуации;

2) ее исследование, определение конкретной трудности;

3) решение проблемной ситуации (выдвижение, подтверждение гипотез, их поочередный контроль);

4) контроль правильности решения проблемы [с.149, 62].

На практике используются три ключевые формы проблемного обучения:

– проблемное изложение материала преподавателем;

– постановка проблемных задач, формирование проблемных ситуаций преподавателем, частично-поисковая деятельность студентов в период практических занятий;

– самостоятельная исследовательская работа студентов [с. 310, 69].

Выделим основные условия использования способов проблемного обучения:

– учитывание характерных черт дисциплины, темы, периода, в соответствие с программой; установление доли учебного материала для проблемного преподавания, т.к. метод, очень затратный по времени;

– анализирование степени познаний и способностей студентов с целью подбора форм, методов формирования проблемных ситуаций;

– обеспечивание развития концепции познаний при постановке проблемы;

– выявление и показ противоречий в учебном материале;

– соотношение проблемной ситуации с доступностью для студентов;

– побуждение студентов к наибольшей самостоятельности;

– учитывание психологических особенностей, эмоционального состояния студентов, побуждение к проявлению заинтересованности;

– использование информационных технологических процессов как ресурсов модернизации учебного процесса [с .310, 69].

Проблемное обучение базируется на эвристической работе студентов, реализуемой в рассуждении, размышлении. Это экспериментальный вид преподавания с огромным развивающим потенциалом.

Проблемная ситуация и проблемно-поисковая задача являются неотъемлемой частью проблемного обучения, Под проблемно-поисковой задачей будем понимать такую задачу, в информационной структуре которой (согласно типологии Ю.М. Колягина) неизвестны два или три ее компонента. Структура задачи состоит из компонентов: условие задачи; заключение задачи; решение задачи; теоретическое обоснование решения. Если неизвестен один компонент задачи, то задача является обучающей; если неизвестны два компонента, то – поисковой, если три – проблемной [12].

Проблемное обучение математике требует от преподавателя трех основных типов специфических умений:

а) умений, связанных с понятием «проблемная ситуация»;

б) умений, связанных с понятием «проблемно-поисковая задача»;

в) умений, связанных с подготовкой и проведением проблемного занятия.

Для реализации проблемного обучения на практике преподаватель должен уметь:

а) создавать проблемную ситуацию на занятии;

б) организовывать учебно-исследовательскую деятельность студентов для ее решения.

Анализ иностранной литературы показал, что проблемное обучение популярно не только в России, но и за рубежом. Р. Савери отмечает, что использование проблемного обучения все больше и больше распространяется в начальной школе, средней школе, университете и профессиональной школе [79].«Нужно пересмотреть то, что студенты действительно должны изучать и окружающую среду, в которой они учатся. Большая часть энтузиазма, основанного на проблемном обучении, идет от преподавателей, которые чувствуют себя вдохновленными творческой энергией, которую они выпускают. Хэл Вайт»[80].

А.О. Макинде отмечает: не только от эффективности выбранного метода обучения зависит успех в обучении, но и от отношения учителя. Негативное отношение учителя к ученику может привести к необратимому повреждению его интереса к математике. Некоторые учителя не доступны для студентов, студентам трудно обращаться к ним за помощью[77].

По мнению стэндфордских преподавателей, групповая работа является важным аспектом проблемного обучения. Во-первых, групповая работа помогает развивать обучение в обществе, в котором студенты чувствуют себя комфортно. Кроме того, групповая работа увеличивает коммуникативные способности. Наконец, групповая работа мотивирует студентов, потому что они становятся активно вовлеченными в работу и считаются ответственными за действия членами их группы. Однако группы не всегда работают эффективно без руководства. Обычно преподаватель облегчает и контролирует взаимодействия группы [80].

Машек и Ямин (2010) отмечают, что проблемно-ориентированное обучение работает в нескольких основных этапов, а именно; начальная стадия, стадия проблемно-ориентированного обучения и заключительный этап.

На начальной стадии формируется группа студентов. Затем предлагается проблема, после чего группа начинает анализировать ее. В эту стадию включается разработка целей обучения, выявление пробелов в знаниях, создание гипотезы, определение вопросов обучения и концепции, которые можно извлечь.

Этап проблемно-ориентированного обучения начинается с выполнения студентами независимого самостоятельного изучения. Ожидается, что студенты осваивают знания, которые необходимы для решения проблемы. Затем, студенты проводят мозговой штурм и групповую дискуссию. Они обмениваются информацией, проблемами и гипотезами со всеми обучающими, и должны достичь приемлемого определения, с которым согласны все члены группы.

На заключительном этапе, студенты готовятся к презентации проекта [78].

§3. Классификация проблемных ситуаций

Так как под проблемным обучением мы понимаем систему проблемных ситуаций, которая специально создается преподавателем на занятии с помощью проблемно-поисковой задачи, то необходимо рассмотреть такое понятие как «Проблемная ситуация».

Под ***проблемной ситуацией*** будем понимать осознанное затруднение, порождаемое несоответствием между имеющимися знаниями, известными способами действий и теми знаниями, которые необходимы для решения задачи.

Выпускники высших учебных заведений неоднократно сталкиваются с проблемными ситуациями, возникшими в их профессиональной деятельности, которые требуют от специалиста самостоятельной обработки информации и интенсивной мыслительной деятельности, а не готовых данных [76].

Проблемная ситуация непосредственно связана с выдвижением идей, гипотез, предположений. На этом этапе происходит систематизация знаний, методов и приемов учебной деятельности, которые позволяют активизировать учебную деятельность. Интеллектуальные действия, которые направлены на постановку и разрешение проблемы, являются распространенной формой умственной деятельности по решению конкретных задач с определенным содержанием [33].

Для того, что бы получить новую, необходимую для студента информацию, которой он ранее не обладал, он должен исследовать фактический материал, за счет чего и вырабатывается активность мышления [32]. Проблемная ситуация является способом создания проблемности, которая может быть выражена как явно, так и неявно.

Для создания проблемной ситуации часто используются вопросы преподавателя, которые подчеркивают новизну, значимость и другие характерные свойства предмета познания.

Примерами совсем небольших проблем-вопросов могут быть такие, например: «Почему треугольник называют именно «треугольником»? Попробуйте дать ему другое название, которое связано с другими его свойствами?» (7 класс), «Объясните термин «развернутый угол»?» (7 класс), «В Древнем Египте после разлива Нила требовалось восстановить границы земельных участков, для чего на местности необходимо было уметь строить прямые углы. Египтяне поступали следующим образом: брали веревку, завязывали на равных расстояниях узлы и строили треугольники со сторонами, равными 3, 4 и 5 таких отрезков. Правильно ли они поступали?» (8 класс) [48].

Проблемная ситуация может создаваться на всех этапах процесса обучения: как при объяснении, так и при закреплении или контроле учебного материала [17].

Приведем **пример** создания проблемной ситуации на этапе актуализации знаний: 8 класс, тема «Свойства квадратных корней».

Цель: получение способа вынесения множителя из-под знака корня, получение способа внесения множителя под знак корня. После организационного момента школьникам выдаются индивидуальные листы с заданиями, а после проведения работы – лист правильных ответов. Проверку результатов осуществляют сами обучающиеся, работая в парах.

Задание: сравнить выражения:

$$7 \text{ и } 9;$$

$$\sqrt{81} \text{ и } \sqrt{64};$$

$$\sqrt{1000} \text{ и } 9\sqrt{10};$$

$$\sqrt{99} \text{ и } 5\sqrt{11};$$

$$\sqrt{242} \text{ и } 12\sqrt{2}.$$

Преднамеренно в четвертом и шестом заданиях «скрыта проблема» – невозможно извлечь корни из предложенных чисел обычным способом. Обучающиеся начинают искать новые способы решения. Естественно, что это получается у них не сразу.

Важно отметить для учеников, что задачи 4-6 не обязательно выполнять по порядку, а можно выбирать те, решение которых уже известно. Для класса таким «ключевым заданием» стало пятое задание. А именно: школьники предлагают «разделить» число 99 на множители 9 и 11 и, используя свойства арифметического квадратного корня, извлечь корень только из числа 9, а 11 оставить под знаком корня.

Когда производим анализ своей работы, важно ответить на следующие вопросы: а) почему не смогли сразу сделать задания 4-6? б) чем данные задания отличаются от предыдущих? в) почему смогли выполнить эти задания [22].

А.В. Скворцовым определены некоторые *дидактические цели* проблемных ситуаций:

- активизировать внимание студентов на предмет учебного материала, пробуждать у них исследовательского интереса и иных мотивов познавательной деятельности;
- погружать студентов в мыслительную ситуацию, сопровождавшуюся затруднением, преодоление которого способствует активизации мыслительной деятельности;
- помогать студентам в процессе выделения основной проблемы поставленной задачи, вопроса, поиск оптимальных путей выхода из ситуации затруднения через активно-поисковую деятельность;
- помогать студентам в актуализации ранее усвоенных заданий и выборе одного, наиболее оптимального пути выхода из ситуации затруднения [18].

Преподавателю, в свою очередь, важно, при подготовке создания проблемной ситуации, ставить себя на место студентов: предусматривать их возможные ответы, трудности, представлять, в чем может для них быть противоречие. Также необходимо оценивать: какие могут быть пути разрешения противоречия самими студентами. Необходимо, в случае, если активность студентов на занятии будет недостаточной, продумывать ход изложения материала [63].

Ю.А. Пянзиной была определена структура технологии формирования проблемных ситуаций, которая включает компоненты:

– концептуальный;

– содержательный (цели и задачи изучения дисциплины; содержание учебного материала);

– технологический (соответствующие специфике дисциплины и проблемному обучению организационные формы учебного процесса; системы проблемных ситуаций и педагогические приемы);

– критериально-оценочный [56].

Далее выделим *критерии отбора проблемных ситуаций*:

1) наличие трудности объективной реальности, значимой для студентов с точки зрения профессиональной ориентации либо их жизненного опыта, при этом уровень прозрачности предлагаемой проблемы может быть разнообразен в зависимости от уровня языковой подготовки студентов;

2) учебные проблемные тексты должны быть объединены единой проблематикой;

3) отсутствие полноты информации для решения представленной в ситуации проблемы, что обусловливает потребность поиска дополнительной информации;

4) противоречивость проблемы, предусматривающей разные точки зрения на ее решение, различные подходы;

5) возможность ее решения с учетом уровня подготовленности студентов, их познаний предметной области, соседних областей, владения соответствующими у умениями;

6) возможность прогнозирования дальнейшего развития ситуации [52].

Можно раскрыть личные наклонности каждого студента посредством проблемных ситуаций: учить видеть, исследовать, стимулировать мыслительную работу, т.к. нет готовых ответов; вызвать интерес студентов в постижении профессиональной деятельности; учить слушать и слышать собеседника, ценить его мнение; учить сосуществовать в команде: «Не согласен – возражай, возражаешь – предлагай, предлагаешь – действуй, действуя – учитывай мнения других» [7].

Проблемные ситуации могут быть *классифицированы* по различным *признакам*:

– по месту возникновения и протекания (урочная и внеурочная деятельность, различные формы проведения занятий и т.д.);

– по степени проективности (преднамеренно созданные, естественные, стихийные, спроектированные);

– по степени оригинальности (стандартные, нестандартные, оригинальные);

– по степени управляемости (жестко заданные, неуправляемые, управляемые);

– по участникам (преподаватель-родитель, студент-преподаватель и т.д.);

– по заложенным противоречиям (конфликтные, бесконфликтные, критические);

– по содержанию (предметные, межпредметные, личностно-ориентированные и т. д) [72].

Следует отметить, что в тех случаях, когда необходимо обеспечить особенно глубокое и прочное усвоение материала, рационально использовать обязательные для всей группы студентов проблемные задания.

Выделим *способы создания проблемных ситуаций*:

– побуждение обучающихся к теоретическому объяснению явлений, фактов, внешнего несоответствия между ними;

– использование в качестве проблемных ситуаций, реально возникающих при выполнении обучающимися учебных задач;

– поиск новых путей практического применения;

– побуждение обучающихся к анализу фактов и явлений действительности;

– выдвижение на основе некоторого набора данных гипотез, формулировка выводов и их опытная проверка;

– побуждение обучающихся к сравнению, сопоставлению и противопоставлению фактов, явлений, теорий, порождающих проблемные ситуации;

– побуждение обучающихся к предварительному обобщению новых фактов на основе имеющихся знаний;

– ознакомление обучающихся с фактами, приведшими в истории науки к постановке научных проблем;

– выявление и анализ различных точек зрения на один и тот же вопрос, рассмотрение какой-либо проблемы с различных позиций;

– организация межпредметных связей с целью расширения диапазона возможных проблемных ситуаций;

– варьирование, переформулировка учебных задач путем изменения исходных условий, введения в условие дополнительных ограничений, введения параметрических данных и т.д. [27].

Приведем **пример** использования, в качестве проблемной ситуации, реально возникающую при выполнении учащимися учебную задачу.

Урок по теме «*Признак перпендикулярности плоскостей*» (10 класс). Предлагаем ученикам рассмотреть реальную ситуацию из жизни: «Стены зданий необходимо возвести вертикально. Как же строители контролируют это?». В процессе беседы выясняем - для этого используется отвес. Ставим под сомнение правильность такого метода проверки. В результате, у нас сформулирована проблема, но пока у класс нет ответа на поставленный вопрос. И только теперь переходим к новой теме урока и возвращаемся к выдвинутой проблеме после доказательства теоремы о перпендикулярных плоскостях. Между постановкой проблемы и её решением проходит всего 10-15 минут [48].

Так как главной целью проблемного обучения является получение наибольшего результата в обучении и развитии учащихся при наименьших расходах времени, то необходимо при отборе проблемных заданий для самостоятельного выполнения необходимо учитывать следующее:

– самостоятельное выполнение проблемных заданий приводит к глубокому усвоению студентами соответствующих вопросов курса и содействует интенсивному умственному развитию студентов;

– на выполнение таких заданий тратится больше времени [22].

А.М. Матюшкин выделяет следующие *правила создания проблемных ситуаций*:

Правило 1. С целью формирования проблемной ситуации перед студентом ставится такое практическое или теоретическое задание, при выполнении которого студент должен открыть доступные новые знания или действия.

Правило 2. Предлагаемое студенту проблемное задание должно соответствовать его умственным способностям.

Правило 3. Проблемное задание должно предшествовать объяснению нового учебного материала.

Правило 4. В качестве проблемного задания могут служить и проблемные задачи и проблемные вопросы.

Правило 5. Задание, вызывающее проблемную ситуацию должно быть основано на соответствующих фактах, составляющих условие постановки проблемного задания.

Правило 6. Возникшие при выполнении проблемного задания трудности должен фиксировать преподаватель и указывать студенту на причины невыполнения им учебного задания [34].

Но всегда ли есть возможность у преподавателя создать проблемную ситуацию на занятии? Для этого необходимо соблюдение следующих условий:

– *во-первых,* вопрос (задание) должен быть логически связан с понятиями, которые уже изучены студентами;

– *во-вторых,* задание обязательно должно включать познавательную трудность (сложность) и иметь видимые пределы известного и неизвестного;

– *в-третьих,* задание должно порождать ощущение изумления сопоставления нового и известного [20].

Приведем еще один **пример** создания проблемной ситуации с помощью следующей задачи: *необходимо найти наименьшее значение функции*

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2\sqrt{2}x + 4} + \sqrt{x^2 - 3\sqrt{2}x + 9}$$

Никто из обучающихся не предполагает, что данный пример имеет какое-либо отношение к свойству геометрических фигур. Вводим вспомогательную задачу, которая потребует знаний, лежащих в области ближайшего развития школьника.

Дан четырехугольник ABCD с биссектрисой AC прямого угла A. Также даны AB=2 и AD=3. Необходимо найти длину суммы отрезков BC и DC (рисунок 1).

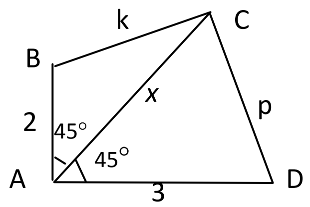

рисунок 1. К задаче

Введем обозначения для длин отрезков BC и DC через k и p соответственно. Используем уже известную теорему косинусов:

$$k^2 = x^2 + 2^2 - 2x \cdot 2cos45° =$$

$$= x^2 - 2\sqrt{2}x + 4,$$

$$p^2 = x^2 - 3\sqrt{2}x + 9,$$

Откуда

$$k + p = \sqrt{x^2 - 2\sqrt{2}x + 4} + \sqrt{x^2 - 3\sqrt{2}x + 9}.$$

То есть учащиеся выясняют: откуда происходит функция $f(x)$ из предыдущего задания. Обращаем внимание на то, что: мы взяли за переменную x длину отрезка AC и от изменения переменной x получаем различные значения суммы $k + p$, т.е. в нашем случае функции $f(x)$.

Таким образом, не решенным остается вопрос: когда эта сумма будет наименьшей. В качестве подсказки учащимся дается информация: точки B и D остаются на месте при изменении длины отрезка AC, а точка C меняет свое положение. Приходим к выводу, что сумма $k + p$ может быть наименьшей, только в том случае, если ломаная BCD стремиться к отрезку BD. То есть, наименьшее значение функции $f(x)$ равно $\sqrt{13}$.

В рассмотренной задаче не сказано, что аргумент x всегда должен быть положителен. Возможно, что у школьников возникнет вопрос: может ли $f(x)$ принять минимальное значение при отрицательных x? Возвращаемся к рассмотрению исходной функции $f(x)$ и выполним следующие преобразования:

$$\sqrt{x^2 - 2\sqrt{2}x + 4} = \sqrt{x^2 - 3\sqrt{2}x + 9}$$

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + 4 = x^2 - 3\sqrt{2}x + 9$$

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + 4 = \left(x - \sqrt{2}\right)^2 + 2 > 0$$

$$x^2 - 3\sqrt{2}x + 9 = \left(x - \sqrt{2}\right)^2 + 7 - \sqrt{2}x > 0$$

Обращаем внимание на следующие факты: 1) $f(0) = 5$ и 2) 5 >$\sqrt{13}$. А также на переход к отрицательному аргументу значения обоих корней, которые входят в $f(x)$:увеличиваются, поэтому значения $f(x)$ при отрицательных значениях x будут больше 5. Значит, при отрицательных x функция не принимает наименьшего значения.

Рассматривая такое понятие как проблемная ситуация, приходим к выводу, что она является «центральным» понятием в технологии проблемного обучения.

§4. Основные компоненты проблемной лекции

Формы работы со студентами на занятиях по высшей математике могут быть различными: например, практические занятия, лабораторные работы, но главной формой всегда будет лекция. Она использует как слуховое восприятие, зрительное восприятие, так и моторное. Необходимо отметить, что «живую» лекцию невозможно в полном объеме заменить книгой или презентацией. Преподаватель в полной мере чувствует настроение студентов, отвечает на вопросы, возникшие на лекции у студентов, в реальном времени.

Существует пять основных видов лекций, которые классифицируются по содержанию: вводная, излагающая, обзорная, проблемная, демонстрационная лекции [71].

Наравне с проблемной ситуацией, проблемный вопрос является обязательным условием для побуждения к мыслительному процессу студентов. Но любой ли вопрос будет проблемным на лекции? Может ли он возникнуть сам по себе? Или для этого необходимы условия? С помощью чего достигается состояние «вопросного» отношения? На эти вопросы можно ответить, используя на лекции принцип проблемности и в процессе его организации [52].

Каковы же основные цели лекции? В первую очередь – преодоление пассивности, т.е. стимулирование познавательного процесса студентов. Не менее важным является усвоение студентами теоретического материала; активность студентов; нравственное воспитание. Поэтому определим основные *условия достижения* данных *целей*:

– выбранные проблемные ситуации должны быть: доступными для осознания и восприятия; значимыми для усвоения математики, для профессионального будущего студентов;

– в силу необходимости вовлечения студентов в учебных процесс – проблемная лекция должна проводиться в формате живого взаимодействия преподавателя и аудитории;

– использование специальных методических приемов для привлечения студентов к совместной деятельности, например, таких как: формирование проблемы; обращение к личному опыту студентов; определение проблемы; выдвижение подходов к решению проблемы;

– обязательная методическая проработка преподавателем учебного курса в целом, содержащего проблемные ситуации.

Для того, чтобы создать проблемный диалог можно воспользоваться такими приемами как: лектор – «собеседник», который делится своим личным опытом со студентами; лектор показывает свою заинтересованность в высказываниях обучающихся, которые основаны на их личном опыте; лектор ставит вопросы-«провокации», приводящие к противоречию и вызывающие встречное недоумение и вопросы [38].

По мнению Т.И. Харламовой существует две группы способов и приемов для достижения проблемного характера лекции.

В первую входят способы и приемы, которые связаны с вычислением содержания. В качестве примера можно привести отбор содержания материала, в которое внесены ключевые задачи.

Во вторую группу автор относит способы и приемы, основанные на психологической установке студентов на креативное восприятие и осмысление нового материала [69].

Р.Я. Касимов предлагает определение проблемной лекции как лекционного занятия, в котором подразумевается привлечение преподавателем студентов к решению крупной научной проблемы, которая определяет тему текущего занятия. Также автор предлагает следующую *структуру проблемной лекции*:

1-й этап: во вступлении, цель которого - овладение вниманием студентов (необходимо начать занятие с, например, юмористического изложения или неожиданного высказывания);

2-й этап: постановка проблемы с помощью обращения к интересам, потребностям студентов (показать актуальность, противоречие, частные трудности, сформулировать проблему);

3-й этап: разделение главной проблемы на под проблемы, мелкие задачи, проблемные вопросы. Посредством выстраивания схемы решения проблемы, идеи, гипотезы, вероятных результатов можно добиться четкого выделения списка проблем, вопросов и раскрытия их сущности;

4-й этап: изложение собственной позиции, подходов, способов решения (на данном этапе необходимо показать в сравнительном анализе собственных позиций с помощью доказательных аргументов, сравнения, сопоставления, внедрения приемов критического мышления);

5-й этап: заключительный – этап обобщения, целью которого является концентрация внимания студентов на главном (необходимо сформулировать самый мощный аргумент, крылатую фразу, показать дальнейшие перспективы развития событий) [25].

А.М. Матюшкин дает следующую классификацию учебных лекций по степени проблемности: информационные; учебно-проблемные; проблемно-исследовательские; изложение исследовательских работ самого преподавателя, приближающееся по форме к научным докладам [с. 367,34].

Подготовка к проблемной лекции требует тщательной методической подготовки. Преподаватель должен грамотно организовать обсуждение поставленной проблемы студентами. Если у студентов отсутствуют навыки в овладении ими метода решения проблемы, он должен показать логику и методы решения проблемы.

Перед составлением структуры учебного занятия преподаватель должен анализировать и отбирать материал, который выявит ключевые проблемы и разрешит их в данной исследуемой области [28].

На проблемной лекции, после того, как каждый студент лично включится в процесс обучения, вопросы студентов в большинстве случаев могут стать началом проблемной ситуации [10]. Эффективность, в данном случае, обеспечивается тем, что проблемы могут подниматься студентами. Преподаватель добивается наибольшего успеха, если студенты находят решение проблемы самостоятельно.

Если преподаватель не имеет достаточного опыта использования проблемного метода, то он может его внедрять, для начала, в уже готовые разработанные лекции и практические занятия [37].

Эффективным методом вовлечения всех студентов в учебный процесс является метод учебного сотрудничества, основной идеей которого является следующее: студентам необходимо объединить свои усилия для достижения общей цели. Особенно эффективен будет данный метод, если применить его на малых группах учащихся [48].

Рассмотрим **пример**. Лекция по теме «Свойства функций, непрерывных на отрезке».

Преподаватель: какие свойства функций вам известны?

Студенты: четность, периодичность, ограниченность.

Преподаватель: что мы можем сказать про непрерывные функции? Какими из вышеуказанных свойств обладают непрерывные функции и только они? *(проблемный вопрос)*

В результате обсуждения приходим к выводу: если рассматривать свойства некоторого класса функций, то обязательно должно выполняться условие – данным условием обладают все функции данного класса.

Преподаватель: дайте, пожалуйста, определение непрерывной функции на отрезке.

Студенты обсуждают, пытаются дать определение самостоятельно.

Преподаватель (в случае, если не прозвучал точный ответ, выделяет определение Эйлера): «Непрерывной называется функция, график которой можно начертить карандашом, не отрывая его от листа бумаги».

После выяснения основного свойства непрерывной функции – ограниченности, возникает потребность в выяснении – какими еще может обладать свойствами непрерывная функция. Обнаруживается проблемная ситуация [с.62-64, 21].

Проблемная лекция, которая приучает студентов к рассуждениям, развитию своего логического мышления, должна приобретать большее распространение. Она позволяет исключать непонимания, доносить информацию до студентов, в результате чего студент может научиться выделять основную мысль, формулировать вопросы и отвечать на них, грамотно реагировать на сложные ситуации [61].

Таким образом, выявим основные компоненты проблемной лекции.

I блок относится к понятию «проблемная ситуация». Здесь можно выделить следующие задачи проблемного обучения, непосредственно связанные с проблемной ситуацией:

– определение цели, создания данной проблемной ситуации на занятии (зачем, для чего?);

– определение основных причин возникновения данной ситуации (почему, как?);

– прогнозирование основных затруднений учащихся при столкновении с данной проблемной ситуацией (какие, почему?);

– установление путей создания данной проблемной ситуации (с помощью чего? – постановки вопроса, задания, опыта, исторических примеров и т.п.);

– определение путей решения данной проблемной ситуации со студентами на занятии (как?).

– выделение темы (вопроса) курса высшей математики, при изучении которых целесообразно создать на занятии проблемную ситуацию;

– установление пути создания проблемной ситуации, используя предложенную проблемно-поисковую математическую задачу;

– выбор метода (эвристический, исследовательский) и реализация его на практике;

– выбор формы учебной деятельности учащихся (коллективная, групповая или индивидуальная) и реализация ее на практике.

II блок связан с подготовкой и проведением проблемной лекции или проблемного практического занятия по высшей математике:

– обоснование эффективности выбранной темы для проблемного занятия;

– выбор уровня проблемного обучения;

– подбор проблемно-поисковых математических задач для занятия;

– разработка основных этапов лекционного или практического занятия;

– выбор методов и форм организации учебной деятельности студентов на занятии [11].

§5. Принципы построения системы проблемно-поисковые задач

Умение решать задачи настолько важно, что по окончанию ВУЗа студенты используют навыки и опыт, которые они приобрели, решая задачи, не являющиеся стандартными. Но эти навыки необходимы в обществе, полном социальных проблем [81].

Привести к достижению поставленных в обучении целей бессистемное использование задач, даже проблемно-поисковых, не может. Необходима определенная система, поэтому необходимо сформулировать принципы построения данной системы [11]. Под принципами построения системы проблемно-поисковых задач, ориентированной на проблемное обучение, будем понимать определенные требования к подбору задач и к организации деятельности обучаемых. Такими принципами являются:

– принцип целенаправленности и активности обучаемых;

– принцип проблемности (содержания, методов и форм организации учебной деятельности обучаемых);

– принцип постепенного возрастания степени самостоятельности каждого обучаемого;

– принцип дифференциации обучения.

Д. Пойа утверждает, что основным принципом преподавания является принцип активного изучения. «Вы должны уяснить себе, что в процессе изучения этот принцип занимает центральное место. Лучший способ изучить – это открыть самому» [с.307, 51]. Принцип активности в настоящее время является одним из основных принципов дидактики.

Как справедливо отмечает Л.М. Фридман: «Активность учащихся состоит в сосредоточенной настойчивой и целеустремленной работе мысли по осмыслению содержания учебного материала, по поиску путей решения задач, по анализу проведенной работы, по выявлению общих способов деятельности» [с.101, 68]. Итак, под активным обучением учащихся будем понимать создание соответствующих условий для проявления познавательной активности каждым.

Под целенаправленным обучением будем понимать выделение специфических целей по формированию умений студентов, связанных с проблемным обучением математике. Такими целями могут быть: формирование умений решать проблемно-поисковые задачи по математике; формирование умений, связанных с проблемным обучением; формирование учебно-исследовательской деятельности.

Под принципом проблемности будем рассматривать создание и разрешение проблемных ситуаций на занятии. М.И. Махмутов отмечает, что задачи, решаемые учащимися на уровне творческого мышления, имеют проблемное содержание или, иначе говоря, сконструированы на основе принципа проблемности. «Проблемность присутствует, как правило, там, где есть какой-либо уровень теоретического обобщения понятий; чем он выше, тем выше, как правило, уровень проблемности содержания (учебного материала)» [с.23, 35].

Под принципом постепенного возрастания степени самостоятельности обучаемых будем понимать постепенный переход от несамостоятельной совместной деятельности преподавателя и студента к коллективной, а затем к самостоятельной индивидуальной деятельности каждого студента на занятии.

Под принципом дифференциации обучения будем понимать создание соответствующих условий для формирования исследовательских умений учащихся (и студентов) различных типологических групп (А, В, С, Д согласно типологии Р.А. Утеевой).

Дифференцированный подход к учащимся – это целенаправленное отношение учителя к учащимся с учетом их типологических особенностей, т.е. отношение к типологическим группам учащихся, проявляющееся в дифференциации заданий на различных этапах урока, при организации домашней и внеклассной работы по математике [66].

Разработка технологии проблемного обучения математике в высшей школе, ее применение в системе математической подготовки бакалавров дает возможность повысить интерес к обучению, уровень сформированности математический понятий, качество знаний, а также его применение в процессе подготовки студентов позволит реализовать требования государства к уровню компетентности будущего специалиста.

Выводы по первой главе

1. Таким образом, понятие «педагогической технологии» была выбрана точка зрения В.П. Беспалько, на основе которой было сформулировано определение; под педагогической технологией будем понимать содержательную технику учебного процесса.

2. Под проблемным обучением будем понимать систему проблемных ситуаций, которая специально создается преподавателем на занятии с помощью проблемно-поисковой задачи.

3. В данной главе определены основные дидактические цели, критерии отбора, классификация, способы создания проблемных ситуаций.

4. Определена структура проблемной лекции,выявлены основные компоненты проблемной лекции.

5. Определены принципы построения системы проблемно-поисковых задач.

6. В результате определены теоретические основы исследования по теме диссертации. Был сделан вывод о том, что проблемное обучение со временем набирает все большую популярность в высшей школе; в связи с понимаем преподавателями ее эффективности при обучении математике.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОБЛЕМНОГО ОБУЧЕНИЯ БАКАЛАВРОВ УНИВЕРСИТЕТА

§6. Примеры проблемных ситуаций, проблемных заданий, проблемных вопросов при изучении математики бакалаврами

Пример 1. Фрагмент лекции «Несобственный интеграл второго рода» (использование в качестве проблемных тех ситуаций, которые возникают при выполнении обучающимися учебных задач).

Преподаватель: решите задачу: необходимо определить массу m однородной металлической пластины, которая имеет вид фигуры, ограниченной кривой $xy^2 = 1$, осью Ox и прямыми *x=0, x=a (a>0)***.** Удельная масса пластины равна $\gamma(\frac{кг}{м^2})$. Чему равна масса пластины?

Студенты: масса пластины равна $m = \gamma S$, где S – площадь фигуры.

Преподаватель: как найти площадь фигуры, ограниченной линиями?

Студенты: площадь S найдем формально через определенный интеграл:

$$S = \int_0^a y(x)dx = \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x}}.$$

Возникает проблемная ситуация: невозможность нахождения решения определенного интеграла при заданных начальных условиях.

Преподаватель: областью определения функции

$$y = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

является промежуток $(0;+\infty)$. Здесь нижний предел интегрирования равен нулю, т.е. при $x = 0$ функция

$$y = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

не определена. Какой становится величина $y(x)$ при $x = 0$?

Студенты: бесконечно большой.

Преподаватель: какое необходимое условие существования определенного интеграла некоторой функции на отрезке?

Студенты: ее ограниченность на этом отрезке.

Преподаватель (ставит следующие *проблемные вопросы*): как мы можем обойти эту трудность?

Можно ли для оценки заменить нижний предел достаточно малой положительной величиной?

А если в качестве нижнего предела использовать элементы произвольной бесконечно малой положительной последовательности с возрастающими номерами? Если перейти к пределу?

А также ставит следующие информационные вопросы: чему равен предел бесконечно малой последовательности? Бесконечно малой функции? Что такое односторонний предел функции? (Студенты на поставленные вопросы отвечают)

Преподаватель: запишем искомый интеграл, используя понятие предела*:*

$$S = \lim_{B \to 0} \int_B^a y(x)dx = \lim_{B \to 0} \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

Через предел мы перешли к пределу определенного интеграла по конечному промежутку. Обозначаем его как (несобственный) интеграл от неограниченной функции:

$$\lim_{B \to 0} \int_B^a \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

Найдем предельное значение определенного интеграла*:*

$$\lim_{B \to 0} \int_B^a \frac{dx}{\sqrt{x}} = \lim_{B \to 0} 2\sqrt{x}\Big|_B^a = 2\sqrt{a}.$$

Более коротко можно записать*:*

$$\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x}\Big|_B^a = 2\sqrt{a}.$$

Следовательно, делаем вывод о том, что мы можем применять формулу Ньютона–Лейбница к несобственным интегралам от неограниченных функций. Окончательно найдем, что

$$m = \gamma S = 2\gamma\sqrt{a}(\text{кг}).$$

В аналогичном порядке решаем задачу, в которой необходимо вычислить работу А, совершаемую некоторой силой $F(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ при перемещении тела вдоль прямой из точки $x = 0$ в точку $x = 1$.

Здесь используем соотношение:

$$\text{A} = \int_0^1 F(x)dx.$$

Затем обобщаем эти физические задачи и вводим понятие несобственного интеграла второго рода.

Пример 2. Тема практического занятия «Повторение испытаний».

Цель: усвоение, понимание понятия «повторные испытания», вычисление вероятностей в повторных испытаниях.

Преподаватель: известно, что в некотором испытании случайное событие А может появиться (или не появиться) с вероятностью p $(q = 1 - p)$. Производится n испытаний в одних и тех же условиях. С какой вероятностью событие А появится ровно *k* раз.

Студенты в затруднении.

Преподаватель (уточняет постановку на конкретном примере): бросаем игральную кость 3 раза. Каждый раз выпадает та или иная грань: от 1 до 6. Нас интересует вероятность того, что при этом точно 2 раза выпадет по 4 очка.

Студенты пытаются применить приемы вычисления вероятности сложного события. Возникают разные версии, но не хватает теоретической базы.

Преподаватель (уточнение объекта обсуждения и конкретизации ситуации, цель – достижение события понимания): пусть А – «при 1-м бросании игральной кости выпадет 4 очка». Необходимо выразить через А событие В – «в 3 бросаниях событие А появится точно 2 раза».

Студенты: из

$$B = AA\bar{A} + A\bar{A}A + \bar{A}AA,$$

получаем:

$$p(B) = 3p^2q.$$

Преподаватель: перейдем к общему случаю: необходимо вычислить $p_n(k)$, т.е. вероятность того, что событие А появится k раз в n независимых испытаниях. Представим случай появления точно k раз событие A раз. В каких случаях событие A не появится?

Студенты: в $(n-k)$ раз.

Преподаватель: как можно записать такой случай?

Студенты: в виде сложного события

$$AAAAA \ldots \overline{AAA}.$$

Далее посредством частных случаев, теорем и приемов преподаватель выводит искомую формулу Бернулли [33]:

$$p_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}.$$

Пример 3. Раздел «Линейная алгебра», тема «Умножение матриц» (способ создания проблемной ситуации: побуждение обучающихся к предварительному обобщению новых фактов на основе имеющихся знаний).

Преподаватель: произведением двух матриц

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \text{ и } B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

называется матрица

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix},$$

элементы которой находим по формулам:

$$c_{11} = a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21};$$

$$c_{12} = a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22};$$

$$c_{21} = a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21};$$

$$c_{22} = a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22}.$$

Что вы заметили общего в формулах нахождения элементов матрицы C?

Студенты: элементы получаются по принципу умножения: «строка» на «столбец».

Если студенты не приходят к данному выводу самостоятельно, то преподаватель использует вспомогательные вопросы.

Преподаватель: этот принцип действует и на умножение матриц любого размера. Рассмотрим пример: найдем произведения матриц $\mathrm{A} \cdot \mathrm{B}$, где

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}, \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Матрица $\mathrm{C} = \mathrm{AB}$ будет иметь вид:

$$\mathrm{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}.$$

найдите матрицу $D = \mathrm{B} \cdot \mathrm{A}$.

Студенты:

$$D = \begin{pmatrix} 29 & -22 \\ 31 & -24 \end{pmatrix}.$$

Преподаватель: сравните результаты: равны ли матрицы *C* и *D*?

Студенты: нет.

Преподаватель: что это означает?

Студенты: операция умножения матриц некоммутативна.

Создается проблемная ситуация.

Преподаватель: найти произведение матриц $\mathrm{A} \cdot \mathrm{B}$ *и* $\mathrm{B} \cdot \mathrm{A}$, если

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix},$$

используя тот же принцип «строка» на «столбец».

*Студенты***:**

$$C = AB =$$

$$= \begin{pmatrix} 3+12+21 & 1+0+3 & 5+4+24 \\ 1+0-7 & 4+0-1 & 5+0-8 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 36 & 4 & 33 \\ -6 & 3 & -3 \end{pmatrix}.$$

При нахождении произведения матриц BA - студенты в затруднении.

Преподаватель: почему мы не можем найти произведение ВА? Какие должны быть условия умножения матриц? Сформулируйте правило умножения матриц с учетом полученных нами условий?

Учитывая новые знания, уточняем правило умножения матриц, затем закрепляем полученные знания с помощью примеров.

Пример 4. Тема «Определитель» (способ создания проблемной ситуации: выявление и анализ различных точек зрения на один и тот же вопрос, рассмотрение какой-либо проблемы с различных позиций).

Преподаватель: определителем квадратной матрицы (детерминантом) называется число, которое ставится в соответствие матрице и может быть вычислено по её элементам.

После этого рассматриваются его свойства и способы вычисления.

Преподаватель: решите задач – необходимо найти вторую производную функции:

$$y = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ x+1 & 2 & x+3 & 4 \\ 1 & x+3 & x+4 & x+5 \\ 1 & -3 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

Студенты: разве это функция?

Преподаватель: вспомним определение функции одной переменной?

Студенты: если каждому значению *x* числового множества *X* по правилу f соответствует единственное число множества Y, то говорят, что на числовом множестве *X задана функция* $y = f(x)$, значения *x* определяются множеством значений, входящих в область определения функции $f(x)$.

Преподаватель: Вычислим данный определитель:

$$y = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ x+1 & 2 & x+3 & 4 \\ 1 & x+3 & x+4 & x+5 \\ 1 & -3 & -4 & -5 \end{vmatrix} =$$

$$= 4x^2 + 4x.$$

Теперь мы видим функцию?

Студенты: да.

Преподаватель: тогда находим первую, а затем вторую производные.

Студенты:

$$y' = 8x,$$

$$y'' = 8.$$

Анализируя и выполняя задание, студенты вспоминают уже известные ранее определения, формируют новые знания в процессе решения задачи, закрепляют новый материал.

Пример 5. Тема «Системы линейных алгебраических уравнений» (способ создания проблемной ситуации: поиск новых путей практического применения).

Преподаватель (проблемный вопрос): может ли понятие определителя помочь решению задач, имеющих практическое применение?

*Преподаватель***:** обувная фабрика выпускает три вида изделий: кроссовок, ботинки и ботинок; использует три типа сырья: S_1, S_2, S_3. Нормы расхода каждого из них на изготовление одной пары обуви и объем расхода сырья (таблица 1).

Таблица 1. Нормы расхода каждого из них на изготовление одной пары обуви и объем расхода сырья за один

Вид сырья	**Нормы расхода сырья на изготовление одной пары**, усл. ед.			**Расход сырья за один день**, усл. ед.
	Сапог	валенок	ботинок	
S_1	5	3	4	2700
S_2	2	1	1	900
S_3	3	2	2	1600

Найдите для каждого вида обуви ежедневный объем выпуска. Введем переменные: x_1 – количество пар сапог, x_2 – кроссовок, x_3 – ботинок соответственно и составьте систему в соответствии с расходом сырья каждого вида.

*Студенты***:**

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2700, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 900, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1600. \end{cases}$$

Преподаватель: решим ее, например, методом Крамера. В чем он заключается?

Студенты: Вычисление по формулам:

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}.$$

Преподаватель: Что такое Δ?

Студенты: Определитель системы.

Преподаватель: Как его вычислить? и т.д.

Решая данную задачу, студенты вспоминают понятие определителя и методы его вычисления.

При решении рассмотренных задач студентам необходимо самим искать нужную информацию, выдвигать гипотезы, находить какие-либо закономерности в решении. После нахождения решения данной задачи преподаватель возвращается к поставленному ранее вопросу, делаются соответствующие выводы.

§7. Проектирование изучения темы «Интеграл» в рамках технологии проблемного обучения

7.1. Методический анализ теоретического и практического содержаний по теме «Интеграл»

Базовые знания: понятие производной; правила дифференцирования; производная степенной функции; производные элементарных функций; понятие первообразной; свойства первообразной; примеры нахождения первообразных; таблица первообразных для некоторых функций.

Рассматриваемые сведения: понятие неопределенного интеграла; теорема об элементарных свойствах неопределенного интеграла;

интегрирование различными методами; понятие определенного интеграла; свойства определенного интеграла; применение определенного интеграла: при вычислении площадей, длин кривых, пределов последовательностей; при решении физических задач.

Теоретический материал.

Анализ содержания темы «Интеграл» в различных учебниках, рекомендованных Минобрнауки РФ, рассмотрен в таблице 2.

таблица 2. Анализ содержания темы «Интеграл» в различных учебниках

Алгебра и начала анализа 11 класс. Проф. уровень Пратусевич М.Я., Столбов К.М., Головин А.Н. [53]	**Алгебра и начала анализа. Углубленный уровень. 11класс. Муравин Г.К., Муравина О.В. М. [43]**	**Алгебра и начала анализа 11 класс Мордкович А.Г., Семенов П.В. и др. (профильный уровень) [41]**
1. Теоретический материал по теме «Интеграл»		
Тема рассматривается в главе 9 §59, в главе 10 §64-§67, параграфы разбиты на пункты. **§59. Неопределенный интеграл** 1. Определение определенного интеграла. 2. Интегрирование методом подстановки. Интегрирование рациональных функций. 3. Интегрирование по частям. **§64. Площадь криволинейной трапеции.** 1. Проблема определения площади криволинейной трапеции. 2. О вычислении площади. 3. Свойство аддитивности площади криволинейной трапеции. 4. Площадь криволинейной трапеции с переменой границей как первообразная. 5. Существование первообразной произвольной функции, непрерывной на отрезке.	Тема рассматривается в главе 4 в п. 12-13. 12. Площадь криволинейной трапеции. 13. Первообразная.	Тема рассматривается в главе 8 - §48-49. **§48. Первообразная.** **§49. Определенный интеграл.** 1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла 2. Понятие определенного интеграла. 3. Формула Ньютона-Лейбница. 4. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла.

6.Выражение площади под графиком с помощью произвольной первообразной. **§65. Определенный интеграл.** 1. Определенный интеграл непрерывной функции на отрезке. 2. Расширение понятие определенного интеграла. 3.Общий подход к определению интеграла. 4. Интеграл с переменным верхним пределом. **§ 66. Свойства определенного интеграла.** 1. Свойства, связанные с арифметическими действиями. 2. Свойства, связанные с неравенствами. 3. Применение подстановки при интегрировании. **§ 67. Применение определенного интеграла.** 1. Вычисление площадей. 2. Вычисление длин кривых. 3.Вычисление пределов последовательной. 4. Физические задачи.		
2. Практический материал по теме «Интеграл»		
В конце каждой главы приведены упражнения и задачи на повторение основного материала к каждому параграфу	Задачи включены в каждый пункт. После каждого пункта располагаются упражнения.. По уровню сложности упражнения делятся на: - простые – не должны испытывать затруднений, по мнению автора (не	Введение понятий предложено на доступном уровне, ученики могут самостоятельно знакомиться с материалом,

по трем уровням: группа А, группа В и группа С. Группа А – задачи и упражнения на непосредственное применение понятий и теорем, аналогичные разобранным в тексте. Группа В – задачи и упражнения, требующие привлечения знания пройденного материала, но не требующие неизвестных идей для решения. Группа С – задачи, требующие для своего решения новых, не разобранных в тексте идей, методов, приемов. Также есть задачи повышенной трудности, отмеченные звездочкой. В конце учебника – в 14 главе - задачи и упражнения на повторение.	выделены отличительными значками); -задачи, решения которых связано с техническими сложностями (отмечены пустым зеленым кружком); - задачи, над которыми следует подумать, а после обсудить с учителем (отмечены зеленым закрашенным кружком); - наиболее трудные задачи(отмечены звездочкой). Так же имеются задачи с использованием калькулятора и компьютера. После каждого пункта имеются контрольные вопросы и задания (на уровни сложности не разделены). В конце учебника присутствует список дополнительной литературы и интернет-ресурсов.	разбирать примеры, которые предложены в учебнике, и опираясь на них решать задачи, предлагаемые в задачнике. Задачи в задачнике предложены разноуровневые и в достаточно большом количестве. В каждом параграфе представлены упражнения трех уровней сложности: простые, средние (со знаком «пустой кружок») и повышенной сложности (отмечены знаком «закрашенный кружок»). Нумерация упражнений своя в каждом параграфе. К большинству задач второго и третьего уровней в конце книги приведены ответы. В каждом номере одно, два или 4 однотипных задания – дается рекомендация – во время урока решать половину заданий из номера, вторую – на дом. В конце задачника – дополнительные задания.
3. Математические особенности		
Ядром темы является: неопределенный интеграл, свойства неопределенного интеграла, метод подстановки, интегрирование рациональных функций, по частям, площадь	**Ядром темы является:** криволинейная трапеция, интегральная сумма и интеграл, объем тела вращения, первообразная, площадь криволинейной трапеции, формула Ньютона-Лейбница, таблица первообразных. **Математической основой является:** тождественные преобразования, приращение функции, графики функций.	**Ядром темы является:** первообразная таблица первообразных, ее свойства, площадь криволинейной трапеции, физическая масса, перемещение (данные

криволинейной трапеции, определенный интеграл, расширенное понятие определенного интеграла, интеграл с переменным верхним пределом, свойства определенного интеграла и его применение. **Математической основой является:** тождественные преобразования, предел, приращение функции, графики функций.		определения даются через предел), определенный интеграл, формула Ньютона-Лейбница, вычисление площадей плоских фигур. **Математической основой является:** предел, приращение функции, тождественные преобразования, графики функций.
4.Методические особенности темы.		
Характер изложения – абстрактно – дедуктивный. Материал для заучивания выделен в синие рамки. Имеются исторические комментарии, большое количество разобранных примеров, рисунки, графики, задачи повышенной трудности. В конце учебника – задачи на повторение.	**Характер изложение:** абстрактно – дедуктивное изложение (теория и конкретизация), а также конкретно-дедуктивное. Формулы также выделены зеленой рамкой, жирным шрифтом. Материал для заучивания выделены в зеленые рамки. Имеются графики, таблицы и Дополнительного материала нет. В конце учебника имеются домашние контрольные работы, темы проектов, а также ответы и советы (решения).	**Характер изложения абстрактно** – дедуктивный. Материал для заучивания выделен либо курсивом, либо жирным шрифтом. Все формулы, теоремы и правила выделены жирным шрифтом и заключены в рамки. Имеются графики и таблицы. Есть образцы решения задач. Задачи не разбиваются по уровням сложности и предлагаются только в конце главы.
5. Подходы к изложению темы.		
В данном учебнике понятия определенного и неопределенного интеграла дается не в одной главе.	В данном учебнике глава «Первообразная и интеграл» вводится после глав: «производная функции», «Техника дифференцирования». От понятия криволинейной трапеции переходят в понятию интегральная сумма и интеграл, причем не дается понятие неопределенного	В учебнике глава 8 «Первообразная и интеграл» дается после темы, связанной с понятием производный.

Понятие неопределенного интеграла дается в главе 9 «Производная и ее применение» в параграфе 59. Причем понятие первообразной дается в предыдущем параграфе вместе с таблицей производных. Определение неопределенного интеграла дается сразу через семейство первообразных, без заранее подводящих к нему физических задача. Далее даются теорема и свойствах, примеры, вывод формулы интегрирование по частям. Определенный интеграл начинается в новой главе 10 с понятия площади криволинейной трапеции. После рассматривается аддетивность площади, площадь с переменной границей. Существование первообразной на непрерывном отрезке, и после этого понятие определенного интеграла непрерывной функции, интеграл с переменным верхним пределом, свойства определенного интеграла и его применение. Понятие определённого интеграла дается через понятие	интеграла. Далее на примере рассматривается объем тела вращения, после дается формула. Много примеров, связанных с графиками. В следующем пункте дается определение первообразной, площадь криволинейной трапеции, после этого формула Ньютона-Лейбница, таблица первообразных. В теоретической части имеются разобранные примеры. Большинство проводимых рассуждений не претендует на формальную строгость, а являются лишь правдоподобными рассуждениями. Понятие «интеграл» дается через предел интегральной суммы.	К понятию первообразной авторы приходят через физические задачи(закон движения). Далее дается определение первообразной и таблица первообразных, а также правила и теоремы. Понятие неопределенного интеграла не дается. Понятие определенного интеграла рассматривается через задачи, приводящие к нему: площадь криволинейной трапеции, вычисление массы стержня, о перемещении. Далее дается понятие определенного интеграла, формула Ньютона-Лейбница, вычисление площадей плоских фигур. Большинство проводимых рассуждений не претендует на формальную строгость, а являются лишь правдоподобными рассуждениями. Материал в учебнике излагается доступно с большим числом подробно решенных примеров. Приоритет отдается функционально-графической линии. Понятие определенного интеграла дается через предел

первообразной.		непрерывной функции.
6. Определения понятия «Неопределенный интеграл»		
Пусть на множестве *A* задана функция *f*, имеющая первообразную. Совокупность всех первообразных функции *f*называется неопределенным интегралом функции *f*.	Понятие неопределенного интеграла не дается как самостоятельное определение.	Понятие неопределенного интеграла не дается как самостоятельное определение.
7. Определения понятия «Определенный интеграл»		
Пусть на отрезке [*a*,*b*] задана непрерывная функция *f*. Определенным интегралом функции *f* на отрезке [*a*,*b*] называется число $F(a)-F(b)$, где F некоторая первообразная функции f на отрезке [*a*,*b*].	$S_{ABCD}=\lim_{\Delta x\to 0}(f(a)\Delta x+f(x_1)\Delta x+\cdots f(x_{n-1})\Delta x)$.Сумма, стоящая под знаком предела, называется интегральной, концы отрезка [*a*,*b*] – границами интегрирования, а сам предел называют интегралом.	Если существует предел непрерывной (кусочно-непрерывной) функции, то его называют определенным интегралом от функции *y=f(x)* по отрезку [*a*,*b*].

Так как определение интеграла дается почти во всех учебниках через понятие первообразной, то целесообразно рассмотреть определение первообразной в каждом учебнике.

В *учебнике Г.К. Муравина, О.В. Муравиной* [43] понятие первообразной вводится в 11 классе следующим образом: «Функция $F(x)$ называется *первообразной* функции $f(x)$ на некотором промежутке, если для любого x из этого промежутка$F'(x) = f(x)$».

В *учебнике М.Я. Пратусевича* [53] определение первообразной дается в 11 классе следующим образом: «Функция F называется *первообразной* функции f на множестве A, если при всех $x \in A$ выполнено равенство $F'(x) = f(x)$».

В *учебнике А.Г. Мордковича* [41] определение первообразной также дается в 11 классе: «Функцию $F(x)$ называют *первообразной* для функции $y = f(x)$ на промежутке X, если для $x \in X$ выполняется равенство $F'(x) = f(x)$».

Можем сделать вывод о том, что определение первообразной в рассмотренных учебниках дается практически идентично. Различием является лишь область существования функции *f(x)* – либо это множество [53], либо промежуток [41, 43].

Основным учебником математики для математического профиля выбран учебник М.Я. Пратусевича [53].

Понятие неопределенного интеграла рассматривается авторами учебника в9главе «Производная и ее применение», а понятию «Определенный интеграл» отведена вся 10-я глава. Тема «Неопределенный интеграл» вводится после параграфа §58 «Таблица производных. Первообразная», в котором рассматривается таблица производных и далее дается определение первообразной.

В авторской программе [54] отмечается, что в результате изучения темы обучающиеся должны:

– оценивать значение определенного интеграла без его прямого вычисления;

– применять формулу Ньютона-Лейбница для нахождения определенных интегралов;

– с помощью определенного интеграла находить площадь фигур, длины кривых;

– использовать определенный интеграл при решении физических задач.

Для профильного уровня изучения математики на тему «Первообразная. Неопределенный интеграл» по программе отводится 4 часа, в течение которых рассматриваются определение первообразной, ее элементарные свойства, таблица первообразных основных функций, вводится понятие неопределенного интеграла, интегрирование методом подстановки, интегрирование рациональных функций, интегрирование по частям.

Для изучения темы «Определенный интеграл» отводиться 16 часов, где рассматриваются: определение определенного интеграла, формула Ньютона-Лейбница, его свойства, решение различных задач с помощью определенного интеграла, в том числе и физических задач.

Таким образом, выбор учебника М.Я. Пратусевича [53] обоснован *следующими причинами*:

– учебник входит в федеральный перечень учебников, рекомендованных Министерством образования и науки Российской Федерации к использованию в образовательном процессе в имеющих государственную аккредитацию и реализующих образовательные программы общего образования образовательных учреждений;

– в данном учебнике *представлены* следующие типы задач на формирование понятия интеграла: задачи, связанных с показом практической значимости нового понятия или с его значимостью для дальнейшего продвижения в изучении математики; задачи на актуализацию знаний и умений, необходимых при формировании данного понятия; задачи на установление свойств понятия; задачи на применение понятия;

– в учебнике наиболее полно раскрыто теоретическое и практическое содержание темы «Интеграл».

7.2. Анализ практического опыта учителей по теме «Интеграл»

В данном пункте проведем анализ практического опыта учителей по теме «Интеграл», опубликованный в статьях и учебно-методических пособиях.

Э. Ф. Насибуллина в своей статье дает различное понимание определенного интеграла с позиции решения прикладных физических задач: интеграл как предел интегральной суммы и интеграл как приращение первообразной. А также доказывает свойства определенного интеграла, используя также физические задачи [44].

В своей работе Е. В. Очнева предлагает задания (с решениями) с параметрами, связанные с понятием интеграл и разделенные автором на типы: интеграл и неравенства; интегралы, уравнения, тригонометрия; интеграл, площадь фигуры, наименьшее значение функции. Например: найдите все числа a ($a > 0$) , для каждого из которых выполняется неравенство

$$\int_0^a (2 - 4x + 3x^2)dx \le a.$$

Решение:

$$\int_0^a (2 - 4x + 3x^2)dx = 2x - 2x^2 + x^3|_0^a = 2a - 2a^2 + a^3.$$

Исходное равенство примет вид:

$$2a - 2a^2 + a^3 \le a,$$

решением которого будет $a = 1$ [47].

Кроме традиционных способов определения понятия интеграл, существуют и альтернативные способы, по мнению А.Г. Галканова: определенный интеграл как сумма числового ряда [9].

В своей статье Н.И. Улендеева [65] рассматривает введение понятия определенного интеграла через конкретные задачи, которые позволяют учащимся сразу понять практическое назначение нового вводимого понятия, например, задачу о нахождении площади фигуры.

На сайте «Решу ЕГЭ» [57] представлен материал для подготовки ЕГЭ по математике. В задании 8 «Производная и первообразная» по теме проекта рассмотрены задания и аналогичные им:

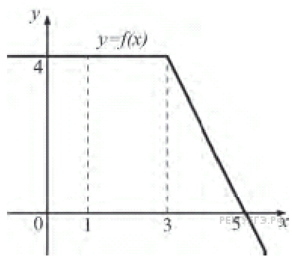

рисунок 2. Вычислить интеграл.

На рисунке 2 изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите определенный интеграл $\int_1^5 f(x)dx$.

Решение:

$$\int_1^5 f(x)dx = \int_1^3 4dx + \int_3^5 (10-2x)dx = 4x|_1^3 + 10x|_3^5 - x^2|_3^5 = 12.$$

В элективном курсе Е.А. Белкиной «Технология подготовки учащихся к ЕГЭ по математике» [3] представлен блок «Применение первообразной», в котором рассматриваются следующие задачи: нахождение значения определенного интеграла; нахождение границ интегрирования, решая соответствующее уравнение; вычисление площади фигуры, ограниченной линиями.

Таким образом, анализ темы в статьях [9,44,47] и опыт изучения темы посредством элективных курсов [3], подготовки школьников к математическим олимпиадам, единому государственному экзамену, показывает насколько возрастает интерес к теме «Интеграл» в настоящее время.

7.3. Основные цели и задачи изучения темы «Интеграл»

Цель: ввести определение неопределенного и определенного интегралов; учить находить определенный и неопределенный интегралы, используя определение первообразной при решении различных задач; формировать понятие интеграла; воспитывать аккуратность при построении графиков, связанных с понятием интеграла.

Задачи: **формировать:** понятие неопределенного интеграла; навык отыскания неопределенного интеграла и использования его свойств; понятие определенного интеграла; навыки вычислений определенного интеграла.

В стандарте по математике (профильный уровень) прописано, что обучающиеся должны:

знать/понимать:

1) значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике;
2) широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
3) значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций.

Уметь:

1) вычислять первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;
2) вычислять площадь криволинейной трапеции;использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач.

В результате изучения темы «Интеграл» ученик должен:

знать/понимать:

1) формулировать определение неопределенного интеграла;
2) знать понятие интегрирования;
3) знать происхождение слова интеграл;
4) формулировать и доказывать простейшие правила нахождения неопределенного интеграла;
5) формулировать определение понятия криволинейной трапеции;
6) знать определенного интеграла, его геометрический и физический смысл;
7) знать свойства определенного интеграла;
8) знать формулы вычисления площади криволинейной трапеции, физической массы, перемещения точки;
9) знать формулу Ньютона – Лейбница.

уметь:

1) применять преобразованные формулы криволинейной трапеции, физической массы, перемещения тоски при решении задач;
2) вычислять определённые интегралы;
3) вычислять площади фигур с помощью определенного интеграла;
4) решать различные задачи с помощью определенного интеграла.

7.4. Проблемные ситуации на примере темы «Интеграл»

На тему неопределенного интеграла по программе [54] выделено 4 часа:

1. Понятие неопределенного интеграла.
2. Неопределенный интеграл. Метод подстановки.
3. Метод интегрирования по частям.
4. Урок – контроль: самостоятельная работа.

Методические особенности введения понятия «Неопределенный интеграл»

Методическая схема:

- разобрать примеры взаимно обратных действий;
- ввести интегрирование, как операцию, обратную, дифференцированию, первообразную – как результат интегрирования, неопределенный интеграл как семейство первообразных;
- решить задачи на нахождение неопределенного интеграла;
- рассмотреть основные свойства неопределенного интеграла;
- составить таблицу элементарных неопределенных интегралов, используя таблицу производных.

Проблемная ситуация № 1

Определяем *цель создания проблемной ситуации*: необходимо ввести понятие «Неопределенный интеграл». Перед обучающимися ставится следующая практическая задача.

Учитель: решим следующую **задачу**: тело движется по закону

$$S(t) = 5t^2 - 7t + 3.$$

Необходимо определить скорость движения в момент времени $t = 3$. Для начала вспомним механический смысл производной.

Обучающиеся: нужно найти производную от данной функции и вычислить скорость движения в нужный момент времени: $v(t) = 10t - 7;\ v(3) = 30 - 7 = 23$ (учитель записывает решение на доске).

Учитель: следующая задача: тело движется со скоростью $v = \frac{3}{2}t + 4$. Найдите закон изменения пути от времени.

Прогнозируем основные затруднения учащихся при столкновении с данной проблемной ситуацией: осознание проблемы учащимися, как найти по производной функцию?

Определяем пути разрешения данной проблемной ситуации с учащимися: нам необходима операция, обратная дифференцированию.

Устанавливаем пути создания проблемной ситуации, используя предложенную проблемно-поисковую математическую задачу: конструирование функции $f(x)$по ее производной $f^{/}(x)$.

Выбираем метод: исследовательский.

Выбираем форму учебной деятельности учащихся: коллективную.

Обучающиеся – в затруднении.

Учитель (ставит вспомогательную задачу):пусть дана функция$f(x) = x^3$. Найдите от нее производную.

Обучающиеся:

$$f^{/}(x) = 3x^2$$

Учитель: как можно найти функцию$f(x)$по ее производной$f^{/}(x)$*?*

Обучающиеся: можем воспользоваться правилами нахождения производной, но в обратном порядке.

Учитель: операция, обратная нахождению производной называется интегрированием, а восстанавливаемая функция – первообразной. Попробуйте дать определение первообразной.

Обучающиеся (*выдвигают гипотезу)*: первообразная – это функция, обратная производной.

Учитель (*направляет с помощью вопросов*): если мы обозначим саму функцию через *f(x*), а её первообразную через *F(x)*, то куда поставить штрих в равенстве $F = f$?

Или: как проверить, что некоторая функция *F(x)* является первообразной для *f(x)*?

Обучающиеся обсуждают, предлагают варианты определения первообразной функции.

Учитель (*подводит итог*): функция $F(x)$ называется первообразной для функции $f(x)$ на заданном промежутке, если для всех х из этого промежутка выполняется равенство $F'(x) = f(x)$. А семейство всех первообразных функции, определенных на заданном промежутке, называется **неопределенным интегралом** и обозначается:

$$\int f(x)dx.$$

Проблемная ситуация № 2

Определяем *цель создания проблемной ситуации*: необходимо ввести метод замены переменой. Перед обучающимися ставится следующая задача.

Учитель: решим следующий интеграл:

$$\int \frac{2dx}{\sqrt{x+2}} = 2\int \frac{dx}{\sqrt{x+2}} =$$

$$= 2\int (x+2)^{-\frac{1}{2}}dx =$$

Чем отличается данный интеграл от тех, что мы решали ранее?

Обучающиеся: аналогичен интегралу степенной функции, но в скобках вместо «x» присутствует «$x+2$».

Учитель: т.е. подынтегральная функция и функция под знаком дифференциала различны?

Обучающиеся: да.

Учитель: какими они должны быть, ч. б. мы могли воспользоваться таблицей неопределенных интегралов?

Обучающиеся: одинаковыми.

Прогнозируем основные *затруднения учащихся* при столкновении с данной проблемной ситуацией: осознание проблемы учащимися, как свести подынтегральное выражение к табличному виду?

Определяем *пути разрешения* данной проблемной ситуации с помощью наводящих вопросов.

Устанавливаем *пути создания проблемной ситуации*, нам необходим новый метод решения.

Выбираем *метод*: исследовательский.

Выбираем *форму* учебной деятельности учащихся: коллективную.

Учитель: давайте введем новую переменную и найдем дифференциал от обеих частей равенства:

$$t = x + 2 \Rightarrow dt = dx$$

Учитель: теперь подставим в исходный интеграл:

$$\int \frac{2dx}{\sqrt{x+2}} =$$

$$= 2\int \frac{dx}{\sqrt{x+2}} =$$

$$= 2\int (x+2)^{-\frac{1}{2}} dx =$$

$$= 2\int t^{-\frac{1}{2}} dt =$$

Учитель: теперь мы можем найти интеграл?

Обучающиеся: да.

$$= 4t^{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{x+2} + C, C \in R$$

Учитель: такой метод решения называется методом подстановки. Решим аналогично следующие примеры.

Проблемная ситуация № 3

Определяем *цель создания* данной проблемной ситуации на уроке (зачем, для чего?): формирование понятия метода интегрирование по частям.

Перед учениками ставится следующая мотивирующая задача (т.е. проблемная ситуация формулируется с помощью мотивирующей задачи).

Учитель: необходимо найти следующий интеграл

$$\int xsinxdx.$$

Прогнозируем основные *затруднения учащихся* при столкновении с данной проблемной ситуацией: осознание проблемы учащимися, как найти интеграл от произведения 2-х функций?

Учитель (после некоторой паузы): похож ли он на один из табличных интегралов, которые были известны нам ранее?

Ученики: нет.

Учитель: в чем различие?

Ученики: подынтегральная функция – в виде произведения двух функций.

Учитель: а что такое интеграл?

Ученики: семейство первообразных.

Учитель: а первообразная функция по отношению к производной?

Ученики: обратная ей функция.

Учитель: можем ли мы найти производную от произведения?

Ученики: да.

Учитель: по какой формуле?

Ученики:

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + g' \cdot f.$$

Определяем *пути разрешения* данной проблемной ситуации с учащимися: постановка наводящихся вопросов учителя.

Устанавливаем пути создания проблемной ситуации: используя предложенную формулу производной произведения 2-х функций путем ее интегрирования.

Выбираем *метод*: исследовательский.

Выбираем *форму* учебной деятельности учащихся: коллективную.

Выдвигаем *гипотезу*:

Учитель: значит, можем, ли мы, используя данную формулу вывести формулу для нахождения интеграла от произведения?

Давайте попробуем (ученики проговаривают, учитель записывает на доске).

Выразим $f' \cdot g$ и проинтегрируем обе части:

$$f' \cdot g = (f \cdot g)' - g' \cdot f$$

$$\int f'(x) \cdot g(x)dx =$$

$$= \int \Big(\big(f(x) \cdot g(x)\big)' - g'(x) \cdot f(x)\Big)dx =$$

$$= f(x) \cdot g(x) - \int g'(x) \cdot f(x)\, dx.$$

Т.е. получаем*:*

$$\int f'(x) \cdot g(x) dx =$$

$$f(x) \cdot g(x) - \int g'(x) \cdot f(x)\, dx$$

Учитель: воспользуемся ранее введенными обозначениями

$$dv = v'dx,$$

$$du = u'dx$$

получим:

$$\int udv = uv - \int vdu$$

данный вид формулы легко запоминается и имеет компактный вид. А теперь вернемся к нашему примеру и решим его, используя нашу новую формулу.

Проблемная ситуация № 4

Определяем цель создания данной проблемной ситуации на уроке (зачем, для чего?): формирование понятия метода интегрирование по частям циклического интеграла.

Учитель: давайте решим следующий пример, применив формулу интегрирования по частям дважды*:*

$$\int e^x cosxdx =$$

$$= \begin{vmatrix} u = e^x; & du = e^x \\ dv = cosxdx; & v = sinx \end{vmatrix} =$$

$$= e^x sinx - \int e^x sinxdx =$$

$$= \begin{vmatrix} u = e^x; & du = e^x \\ dv = sinxdx; & v = -cosx \end{vmatrix} =$$

$$= e^x sinx + e^x cosx - \int e^x cosxdx.$$

Прогнозируем основные затруднения учащихся при столкновении с данной проблемной ситуацией: при интегрировании данного интеграла дважды – возвращаемся к первоначальному интегралу – отсутствие явного решения.

Учитель: что вы заметили при решении данного интеграла?

*Ученики***:** при решении мы вернулись к первоначальному интегралу.

Учитель: т.е., сколько бы мы раз не применяли формулу интегрирования по частям – мы возвращается к первоначальному интегралу. Как вы думаете, что вам напоминает такой «оборот» повторяющихся действий?

Ученики: цикл.

Учитель: правильно. Такие интегралы называются циклическими. Давайте выпишем начало и конец нашего решения.

$$\int e^x cosxdx =$$

$$= e^x sinx + e^x cosx - \int e^x cosxdx$$

Определяем пути разрешения данной проблемной ситуации с учащимися: постановка наводящих вопросов.

Устанавливаем пути создания проблемной ситуации: необходимо выразить искомый интеграл из полученного равенства.

Выбираем метод: исследовательский.

Выбираем форму учебной деятельности учащихся: коллективную.

Выдвигаем гипотезу: решением циклического интеграла будет

Что представляет данное выражение?

Ученики: равенство.

Учитель: что является неизвестным в данном равенстве, которое нам необходимо найти?

*Ученики***:** искомый интеграл.

Учитель: выразим его из данного равенства:

$$2\int e^x cosxdx = e^x sinx + e^x cosx;$$

$$\int e^x cosxdx =$$

$$= \frac{1}{2}(e^x sinx + e^x cosx) + C, C \in R$$

Учитель: аналогично решаются и другие циклические интегралы.

Проблемная ситуация № 5

Определяем цель создания данной проблемной ситуации на уроке (зачем, для чего?): введение необходимого условия для нахождения площади криволинейной трапеции неотрицательность функции.

Учитель: вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$F(x) = cosx,\ y = 0,\ x = 0, x = \pi$$

Прогнозируем основные затруднения учащихся при столкновении с данной проблемной ситуацией: площадь фигуры равна нулю.

Ученики: в ответе получился ноль.

Учитель: как верно вычислить площадь? Возможна ли такая ситуация, когда фигура не имеет площади?

Ученики: нет.

Учитель: к какому выводу можно прийти относительно нашего решения?

Ученики: оно содержит ошибку.

Определяем пути разрешения данной проблемной ситуации с учащимися: постановка наводящих вопросов.

Выбираем метод: исследовательский.

Выбираем форму учебной деятельности учащихся: коллективную.

Учитель: Попробуйте найти эту ошибку. Сравните эту задачу с теми, что мы решали раньше. В чем ее различие?

Ученики: Есть участок графика, располагающийся ниже оси x.

Учитель: Как записать это на языке неравенства?

Ученики: $f\ (x)\ \leq\ 0$ на промежутке $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

Устанавливаем пути создания проблемной ситуации: необходимо вычислить площадь неположительной функции.

Учитель: как вычислить площадь фигуры, ограниченной неположительной функцией?

Ученики: наверное, так же.

Учитель: еще раз вернемся к условию теоремы, чтобы выяснить, где мы сделали ошибку.

Выдвигаем гипотезу.

Ученики (проанализировав условие теоремы): функция должна быть *неотрицательна.*

Учитель: как из отрицательной на промежутке $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$ функции $f(x) = \cos x$ сделать неотрицательную? Что должно произойти с графиком?

Ученики: он должен располагаться над осью x.

Учитель: как это может отразиться на формуле? (Если ответа нет.) Чем будут отличаться координаты y, соответствующие одному и тому же x в первом и во втором случае?

Ученики: они имеют разный знак.

Учитель: как задать формулой функцию?

Ученики:

$$f(x) = -\cos x$$

Учитель: вы знаете это из темы «Преобразование графиков». Сформулируйте это правило.

Ученики: $y = -f(x)$ получается из графика функции $f(x)$ преобразованием симметрии относительно оси x.

Учитель: как будет выглядеть формула для вычисления площади? Чем она будет отличаться от той, что мы использовали раньше?

Ученики:

$$S = F(a) - F(b) =$$
$$= -(F(b) - F(a))$$

Учитель: теперь сформулируем условие теоремы в случае положительной функции.

Ученики формулируют теорему и решают задачу.

Учитель: как можно еще решить данную задачу? Что вы обнаружили в ходе решения?

Ученики: площади фигур над осью и под осью одинаковы. Можно было найти одну часть и удвоить ее.

Учитель: какой способ рациональнее?

Ученики: второй.

Учитель: получается, мы зря потеряли столько времени, выясняя, что делать с неположительной функцией, и ничему не научились?

Ученики: мы выяснили, что теорема применима не во всех случаях, и сами дополнили ее формулировку.

По итогам занятий - **урок-контроль.**

Цели: анализ хода формирования знаний и умений учащихся, связанных с вычислением неопределенного интеграла.

Вид: текущий контроль.

Форма и методы контроля знаний и умений по теме: самостоятельная работа, рассчитанная на 35 минут.

Содержание:

Вариант 1.

$$1. \int \frac{dx}{\sqrt{16-25x^2}} = \frac{1}{5}\int \frac{dx}{\sqrt{\frac{16}{25}-x^2}} = \frac{1}{5} arcsin\frac{5x}{4} + C$$

2. Найдите все первообразные функции $f(x) = \frac{tgx}{cosx}$ на $D = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, графики которых проходят через точку $M = \left(-\frac{\pi}{4}; 1\right)$.

$$\int \frac{tgx}{cosx}dx = \int \frac{sinx}{cos^2x}dx = \begin{vmatrix} t = cosx \\ dt = -sinxdx \end{vmatrix} = -\int \frac{dt}{t^2} = \frac{1}{cosx} + C$$

$$1 = \frac{2}{\sqrt{2}} + C \Rightarrow C = 1 - \sqrt{2}; \int \frac{tgx}{cosx}dx = \frac{1}{cosx} + 1 - \sqrt{2}.$$

$$3. \int tg^3xdx = \int tgx\left(1 - \frac{1}{cos^2x}\right)dx = \int tgxdx - \int \frac{tgx}{cos^2x}dx$$
$$= ln|cosx| + \frac{tg^2x}{2} + C$$

4. $\int x2^x dx = \begin{vmatrix} u = x & du = dx \\ dv = 2^x dx & v = \dfrac{2^x}{ln2} \end{vmatrix} = \dfrac{x2^x}{ln2} - \dfrac{1}{ln2}\int 2^x dx$

$$= \frac{2^x}{ln2}\left(x - \frac{1}{ln2}\right) + C, C \in R.$$

Вариант 2.

$$1. \int \frac{dx}{\sqrt{25 - 16x^2}} = \frac{1}{4}\int \frac{dx}{\sqrt{\frac{25}{16} - x^2}} = \frac{1}{4} arcsin\frac{4x}{5} + C$$

2. Найдите все первообразные функции $f(x) = \frac{ctgx}{sinx}$ на $D=(0,\ \pi\ )$, графики которых проходят через точку $M=\left(\frac{\pi}{4}; -1\right)$.

$$\int \frac{ctgx}{sinx}dx = \int \frac{cosx}{sin^2x}dx = \begin{vmatrix} t = sinx \\ dt = cosxdx \end{vmatrix} = \int \frac{dt}{t^2} = -\frac{1}{sinx} + C$$

$$-1 = -\frac{2}{\sqrt{2}} + C \Rightarrow C = -1 + \sqrt{2}; \int \frac{tgx}{cosx}dx = \frac{1}{cosx} - 1 + \sqrt{2}.$$

3. $\int ctg^3 x dx = \int ctgx\left(1 - \dfrac{1}{sin^2x}\right)dx = \int ctgxdx - \int \dfrac{ctgx}{sin^2x}dx$

$$= -ln|sinx| + \frac{ctg^2x}{2} + C$$

4. $\int x3^x dx = \begin{vmatrix} u = x & du = dx \\ dv = 3^x dx & v = \dfrac{3^x}{ln3} \end{vmatrix} = \dfrac{x3^x}{ln3} - \dfrac{1}{ln3}\int 3^x dx$

$$= \frac{3^x}{ln3}\left(x - \frac{1}{ln3}\right) + C, C \in R.$$

Критерии оценки:

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся выполнил все задания верно и правильно оформил решения.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся выполнил все задания верно, но допустил недочеты или арифметические ошибки в решении; верно и без ошибок выполнено 3 задания.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся выполнил верно 2 задания, либо более 2-х заданий, но с незначительными ошибками.

Оценка «неудовлетворительно» ставиться, если обучающийся решил менее одного задания, либо допустил грубейшие ошибки в решениях всех заданий.

§8. Описание и результаты проведенного педагогического эксперимента

8.1. Анализ учебных пособий по высшей математике с точки зрения исследуемой проблемы

Проанализируем учебники, учебные пособия и задачники по высшей математике для бакалавров университета с позиции применения элементов технологии проблемного обучения.

1. Высшая математика (базовый курс): учебное пособие для бакалавров, автора В.С. Щипачева [74], содержит обширный материал по всему курсу высшей математики. А именно, рассмотрены темы: вещественные числа, аналитическая геометрия на плоскости, теория пределов, функция и другие. Очень подробно рассмотрены темы дифференциального и интегрального исчислений.

Главы разбиты на пункты и подпункты, в конце каждого пункта – вопросы для самопроверки. Теоретический материал разобран «классическим» способом: кратко даются определения, формулы, теоремы и свойства с доказательствами. Учебное пособие содержит множество разобранных примеров, но упражнений для самостоятельного решения присутствуют не во всех пунктах.

В конце каждой главы – небольшое количество контрольных задач, ответы и указания к которым есть в конце учебника. Разграничений по уровням сложности в учебном пособии нет.

2. Учебник по высшей математике, для экономических специальностей под редакцией профессора Н.Ш. Кремера [8], состоит из пяти разделов:

линейная алгебра с элементами аналитической геометрии, введение в анализ, дифференциальное исчисление, интегральное исчисление и дифференциальные уравнения, ряды, и дополнительная глава – комплексные числа.

В теоретическом материале рассмотрены основные определения, теоремы с доказательствами и большое количество разобранных примеров. Присутствуют, также, отдельные пункты по решению задач. В конце каждой главы – упражнения.

3. Высшая математика в вопросах и ответах (Крицков Л.В.) состоит из 17 глав, в которых рассматриваются множество тем высшей математики от понятия «Вещественное число» до понятий «Двойные и тройные интеграл» и «Ряды» [30].

Особенностью данного учебного пособия является то, что главы разбиты на пункты, названиями которых являются вопросы. Например, в третьей главе «Определители и системы линейных уравнений» следующие пункты: что называют квадратной матрицей? Ч то называют определителем второго порядка? Какими основными свойствами обладают определители? и т.д.

Весь теоретический материал представлен очень кратко, без доказательств, с небольшим количеством разобранных примеров. Упражнений и задач для самостоятельно решения задач нет.

4. Задачник по высшей математике, автора, учебника который мы рассматривали выше, В.С. Щипачева [75], содержит краткий теоретический материал: основные сведения, в которые входят определения, свойства, многочисленные примеры с решениями и примеры для самостоятельного разбора. По уровням сложности разделений задач автором не предусмотрено.

5. В сборнике задач В.П. Минорского, который по рекомендации автора может быть использован как для использования под руководством преподавателя, так и для самостоятельного изучения, рассмотрены основные

задачи и примеры по аналитической геометрии и математическому анализу. Теоретический материал представлен кратко.

Обратим внимание, на следующее задание, при рассмотрении понятия неопределенного интеграла, которое можно использовать преподавателем для создания небольшой проблемной ситуации: № 1263 [с. 141, 36]. В следующих равенствах заполните пропущенные места:

$$d(\quad) = 2xdx;$$

$$d(\quad) = x^3 dx;$$

$$d(\quad) = \frac{dx}{lnx};$$

$$d(\quad) = cosxdx;$$

$$d(\quad) = \frac{dx}{cos^2 x};$$

$$d(\quad) = \frac{dx}{1 + x^2}.$$

По уровням сложности задачи не разделены.

6. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты) Л.А. Кузнецова разделен на 11 разделов [31]. Каждый раздел содержит теоретические вопросы, теоретические упражнения и расчетные задания. Последние представлены в большом количестве, что выделяет данный сборник из всех рассмотренных. Теоретический материал отсутствует полностью.

Нами проанализированы учебники, учебные пособия и сборники задач по высшей математике на предмет наличия материала, связанного с проблемным обучением. Теоретический материал, представленный в рассматриваемых нами учебниках, преподноситься традиционным способом: понятия, теоремы, примеры, задания для самостоятельного решения. Делаем вывод о том, что технологию проблемного обучения, в современных учебниках, не применяют при изложении материала, как при введении понятий, так и при их закреплении.

Но наиболее приемлемыми для использования в создании проблемных ситуаций, на наш взгляд, являются: учебник по высшей математике под редакцией Н.Ш. Кремера; сборник задач В.П. Минорского.

8.2 Организация и результаты констатирующего этапа эксперимента

В первом этапе констатирующего эксперимента, проведенного в марте (с преподавателями) и апреле (со студентами) 2017 года, приняли участие преподаватели кафедры «Высшая математика и математическое моделирование» Тольяттинского государственного университета в количестве 10 человек. А также студенты групп ЭТКп -1600а, ЭТКп -1600б (институт машиностроения) в количестве 25 и 22 человек соответственно.

Целью эксперимента (с преподавателями) явилось: выяснить использование технологии проблемного обучения преподавателями ВУЗа при обучении математике бакалаврами университета. В качестве метода исследования применялось анкетирование.

Преподавателям предлагалось ответить на следующие вопросы:

1. Какие нетрадиционные технологии Вы используете при проведении своих занятий? Как часто?
2. Что Вы понимаете под «проблемным обучением»?
3. Как часто Вы используете «провокационные» вопросы на лекции, практическом занятии? Почему (для чего)?
4. Применяете ли Вы элементы проблемного обучения на лекционных занятиях? На практических занятиях? Почему?
5. Хотели бы Вы применять проблемные ситуации на своих занятиях?

Рассмотрим полученные результаты анкетирования.

Первые два вопроса у преподавателей не вызвали затруднений, то последующие вопросы привели их к некоторым трудностям при ответе. В ответах на вопрос «Какие нетрадиционные технологии Вы используете при проведении своих занятий?» отсутствует, интересующая нас: технология проблемного обучения. При ответе на второй вопрос был получен следующий ответ: обучение с применением учебных проблем, проблемных задач, который является самым распространенным (80%).

Отвечая на вопрос: «Как часто Вы используете «провокационные» вопросы на лекции, практическом занятии? Почему (для чего)?». Отметим, что преподаватели любят задавать «провокационные вопросы».

Причиной этому является то, что преподаватели хотят «видеть ответную реакцию аудитории; заинтересовать студентов; «держать их в тонусе» во время занятий».

Самым распространенным ответом на вопрос «Применяете ли Вы элементы проблемного обучения на занятиях?» был ответ «Нет». Причиной этому чаще всего служит либо «мало знаком с данной технологией», либо «для подготовки подобного занятия требуется большие временные затраты».

На вопрос «Хотели бы применять проблемные ситуации на своих занятиях?» преподаватели в большинстве своем (60%) дали: «Да, хотели бы, но мало знакомы с проблемным обучением».

По результатам ответов анкеты можно сделать выводы: преобладающим в обучении математики является традиционный метод; преподаватели поверхностно знакомы с понятиями «проблемное обучение», «проблемная ситуация», не применяют их на практике, однако, признавая эффективность проблемного обучения.

Цель эксперимента, проведенного со студентами: выяснить какой вид обучения им понравился больше: традиционный либо с применением проблемного обучения.

Со студентами первого курса института машиностроения было проведено практическое занятие на теме «Методы интегрирования неопределенного интеграла». Для занятия преподавателем были подготовлены проблемные ситуации, описанные в предыдущем параграфе.

В конце занятия была проведена беседа со студентами, в которой преподавателем были заданы следующие вопросы: «Понравилось ли Вам сегодняшнее занятие? Хотели ли бы Вы, чтобы занятия в дальнейшем проводились аналогично? Чем данное занятие отличалось от занятий, проведенных по теме «Производная функции»?

По результатам беседы можно сделать вывод: большинству студентов (76%) занятие понравилось, потому, что «было интересно», и они хотели бы больше занятий подобного вида в дальнейшем.

Делая вывод, можем констатировать, что проблемное обучение не используется в обучении математике в данном учебном заведении, не смотря на признании его эффективности преподавателями и заинтересованности студентами.

8.3 Второй этап эксперимента и его результаты

Целью второго этапа, проведенного в апреле 2017 года со студентами двух групп одного потока, была апробация проблемных ситуаций на практических занятиях высшей математики и проверка гипотезы.

В качестве контрольной группы была взята группа студентов ЭТКп-1600а, экспериментальной – ЭТКп-1600б. Практические занятия в обеих группах проводились по теме «Неопределенный интеграл».

Целью занятий являлось формирование навыка нахождения неопределенного интеграла, используя основные методы интегрирования.

В контрольной группе занятия проводились традиционно (без применения проблемного обучения). Для экспериментальной группы были созданы проблемные ситуации для формирования навыка нахождения неопределенного интеграла с помощью следующих методов интегрирования: замены переменной, по частям, по частям циклического интеграла и др.

По окончанию изучения темы в обеих группах была проведена одинаковая контрольная работа.

Приведем пример одного из вариантов контрольной работы:

Вариант № 1.

Вычислить интегралы:

$$\int x^2 \sqrt[3]{3x^2-1}dx;$$

$$\int x^4 e^{-2x^5} dx;$$

$$\int \frac{sinxdx}{16-cos^2x};$$

$$\int xartg\frac{x}{8}dx;$$

$$\int (2x+5)cos5xdx;$$

$$\int sin^2 5xdx;$$

$$\int \frac{x^4dx}{x-2};$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{99-2x-x^2}}.$$

Отметим, что семь из восьми интегралов были рассмотрены в экспериментальной группе с применением на занятии проблемного обучения.

Критерии оценивания была для обеих групп одинакова по каждому заданию:

– выполнено полностью и правильно;
– выполнено полностью, но с незначительными ошибками;
– выполнено не совсем правильно, либо неправильно оформлено;
– выполнено неправильно, либо не выполнено вообще.

Результаты контрольной работы приведены в таблице 3, в которой указано количество и процент студентов, справившихся по каждому заданию от общего количества групп.

Средний процент справившихся студентов с контрольной работой в контрольной группе – 63%, в экспериментальной группе – 67%.

В ходе эксперимента было замечено, что активность студентов в экспериментальной группе на практическом занятии была значительно выше, таблица 3. Результаты контрольной работы

№ задания	Контрольная группа (25)		Экспериментальная группа (22)	
1	Кол-во	%	Количество	%
2	18	72	17	77
3	19	76	17	77
4	15	60	15	68
5	14	56	16	72
6	21	84	19	86
7	20	80	18	81
8	19	76	18	81

чем у студентов контрольной группы. Это свидетельствует о более высокой заинтересованности в обучении студентами экспериментальной группы.

Полученные результаты эксперимента позволяют сделать вывод о том, что результаты обучения с применением технологии проблемного обучения выше, чем при традиционном обучении.

Выводы по второй главе

По итогам второй главы получены следующие выводы и результаты:

1. Созданы проблемные ситуации для занятий по высшей математике, часть которых были применены в ходе педагогического эксперимента.

2. Анкетирование преподавателей по высшей математике показало, что они мало знакомы с проблемным обучением и не применяют его на практике.

3. Анкетирование студентов привело к выводу: студентам интересны занятия, в которых применялись проблемные ситуации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты и выводы, полученные в ходе достижения поставленных задач:

1. Проблемное обучение отвечает требованиям ФГОС ВО по реализации требований, предъявляемых к выпускнику бакалавриата и более эффективно по сравнению с традиционным, что доказано экспериментально.
2. Недостаточно учебно-методических пособий для реализации проблемного обучения в высшей учебном заведении. В учебниках, задачниках по высшей математике отсутствует материал проблемного изложения.
3. Выделены основные блоки (компоненты) проблемной лекции.
4. Разработаны проблемные ситуации, которые может использовать преподаватель на лекционных и практических занятиях.
5. Разработан методический проект по теме «Интеграл» в рамках технологии проблемного обучения.
6. Экспериментальным образом подтверждена гипотеза исследования.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что все поставленные в диссертации цели достигнуты.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Альванус, Р.А. Разработка и внедрение методики проблемного обучения при изучении не геометрического материала в 5-6 классах: автореф. дис….канд. пед. наук. – Москва: МГПУ, 2008.-14 с.
2. Андрюшечкин, С.М. Технология проблемного обучения в средней школе: Монография / С.М. Андрюшечкин. Петропавловск, 2008. – 79 с.
3. Белкина, Е.А. Технология подготовки учащихся к ЕГЭ по математике [Электронный ресурс]. Точка доступа: http://festival.1september.ru/articles/633409/
4. Беспалько, В.П. Слагаемые педагогической технологии. М.: Педагогика, 1989. - 190 с.
5. Буслова, Н.С. Проблемное обучение: от Сократа до формирования компетенций / Н.С. Буслова, Е.В. Клименко, Л.В. Пилипец // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 5-4. – С. 860-864.
6. Бэкон Ф. Сочинение в двух томах. 2-у испр. и доп. изд. Т.2. М.: «Мысль», 1978.
7. Васильева, А.А. Технология проблемного обучения в ВУЗе / А.А. Васильева // Наука и молодёжь: новые идеи и решения. – 2016. – С. 535-540.
8. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся на экономических специальностях / [Н.Ш. Кремер и др.] под ред Н.Ш. Кремера. – 3-е изд.-М.: Юнити-Дана, 2007. – 479 с.
9. Галканов, А.Г. Альтернативные определения базисных понятий в курсе математического анализа / А.Г. Галканов // Математическое образование в школе и ВУЗе: теория и практика. – 2015. – С.45-54.
10. Григорьян, М.Б. Дидактическое обеспечение проблемно-модульной технологии в образовательном процессе технического ВУЗа / М.Б. Григорьян // Научно-теоретический журнал «Научные проблемы гуманитарных исследований». – 2010 г. – № 12. – С. 134-140.

11.Демченкова, Н.А. Проблемно-поисковые задачи как средство формирования исследовательских умений в курсе методики преподавания математики в пед вузе: дис….канд. пед. наук. – Тольятти, 2000. – 203 с.

12.Демченкова, Н.А. Подготовка будущего учителя к проблемному обучению математики / Н.А. Демченкова Н.А. // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Педагогика, психология. - 2014. - № 1 (16). - С. 66-69.

13.Емельянова, С.Г. Некоторые аспекты проблемного обучения в высшей школе / С.Г. Емельянова // Векторы развития науки: сборник статей студентов, аспирантов, молодых ученых и преподавателей – Уфа: Аэтерна, – 2015. – Ч.1 – С. 237-240.

14.Емельянова, С.Г. Основные элементы проблемного обучения в высшей школе / Н.А. Демченкова, С.Г. Емельянова // Актуальные проблемы естественнонаучного и математического образования: материалы Международной научно-практической конференции.– Самара. - 2016. – С. 223-228.

15.Емельянова, С.Г. Подготовка преподавателя к проблемному обучению в ВУЗе по математике / Н.А. Демченкова, С.Г. Емельянова // Международная научно-практическая конференция «Молодёжный форум: технические и математические науки» – Воронеж. - 2015 - С. 13-16

16.Емельянова, С.Г. Проблемное обучение как педагогическая технология / С.Г. Емельянова // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе в свете идей Л.С. Выготского – Москва. - 2016. – С. 273-276.

17.Емельянова, С.Г. Технология проблемного обучения / С.Г. Емельянова / Математика и математическое образование. Изд-во ТГУ. – Тольятти. – 2017. – С.416-419.

18.Емельянова, С.Г. Технология проблемного обучения высшей математике бакалавров университета // Материалы Международной научно-практической конференции «Математика: фундаментальные и прикладные исследования и вопросы образования» – Рязань: РГУ имени С.А. Есенина. - 2016. – С. 381–386.

19.Жигалова, И.А. Актуальность формирования профессиональных компетенций студентов, будущих специалистов муниципального управления, средствами проблемного обучения / И.А. Жигалова, И.И. Мартынова // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. - 2013. - № 1. - С. 70-78.

20.Зайцев, В.С. Современные педагогические технологии: учебное пособие. – В 2-х книгах. – Книга 1. – Челябинск, ЧГПУ, 2012. – 411 с.

21.Зимина, О.В. Проблемное обучение высшей математике в технических ВУЗах. / О.В. Зимина // Математика в высшем образовании. – 2006 - № 4. - С. 55-77

22.Зуева, М.Л. Эффективность использования проблемного подхода для формирования ключевых образовательных компетенций / М.Л. Зуева // Ярославский педагогический вестник. - 2007. – № 2. - С. 36-47.

23.Каменский Я.А., Локк Д., Руссо Ж.-Ж., Песталоцци М.Г. Педагогическое наследие / Сост. В. М. Кларин, А.Н. Джуринский. – М.: Педагогика, 1989 – 416 с.

24.Касаткина, Н.Э. Сущность педагогической технологии и педагогического проектирования / Н. Э. Касаткина, Ю. А. Лях // Вестник Кемеровского государственного университета. – 2011. – № 1 (45). - С. 71-75.

25.Касимов Р.Я. Подготовка проблемной лекции в ВУЗе: метод.рекомендации. М., 1981

26.Кларин М.В. Педагогические технологии в учебном процессе. М.: Знание. 1989. – 80 с.

27.Клещева, И.В. Организация проблемного обучения студентов при освоении образовательной программы / И.В. Клещёва // Научныйжкрнал НИУ ИТМО. – 2014. - № 3. – С.205-214

28.Коровина, Т. Ю. Подготовка будущих инженеров на основе применения инновационных технологий / Т. Ю. Коровина // Вестник Казанского технологического университета. - 2013. С. 298 -301.

29.Кочнев, В.П. Развитие творческих способностей учащихся в процессе математического моделирования проблемных ситуаций естественнонаучного содержания / В.П. Кочнев, С.А. Новоселов // Педагогическое образование в России. - 2011. - № 3. С. 139-146

30.Крицков, Л.В. Высшая математика в вопросах и ответах: учебное пособие / под ред. В.А. Ильина. – Москва: Проспект. 2014. – 176 с.

31.Кузнецов, Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты). — СПб: Издательство «Лань», 2005.

32.Кучумова, Р.Г. Проблемная ситуация как фактор развития всех видов модальности восприятия / Р.Г. Кучумова, Л.С. Чечулина // Педагогическое образование в России. - 2013. - № 6. - С. 225-228.

33.Лунгу, К.Н. Формирование приемов учебной деятельности студентов при проблемном обучении математике / К.Н. Лунгу // Вестник Российского университета дружбы народов. - 2007. - № 3-4. - С. 182-188.

34.Матюшкин А. М. Психология мышления. Мышление как разрешение проблемных ситуаций: учебное пособие / А. М. Матюшкин: под ред. Канд. Психол. Наук А.А. Матюшкиной. – М.: КДУ, 2009. – 190 с.

35.Махмутов М.И. Организация проблемного обучения в школе. Книга для учителей / М.И. Махмутов. – М.: «Просвещение», 2007. – 240 с.

36.Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. – М.: Физматлит, 2006. -335 с.

37.Митина, Н.А. Современные педагогические технологии в образовательном процессе высшей школы / Н.А. Митина, Т.Т. Нуржанова // Молодой ученый. - 2013. - №1. - С. 345-349.

38.Михайлина, С. А. Проблемная лекция как актуальная форма интерактивного обучения / С. А. Михайлина // Экономические и социально-гуманитарные исследования. – 2017. – № 1 (13). - С. 101-106.

39.Монахов В.М. Введение в теорию педагогических технологий / В.М. Монахов. - Волгоград: Перемена, 2006.

40.Мордкович А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч.2. Задачник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровень) / А. Г. Мордкович и др. – М.: Мнемозина, 2014. – 264 с.

41.Мордкович А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч.1. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровень) / А. Г. Мордкович, Л.В. Семенов. – М.: Мнемозина, 2014. – 311 с.

42.Морозова, В.Н. Проблемные вопросы научно-исследовательской деятельности преподавателя колледжа / В.Н. Морозова // Психолого-педагогический журнал Гаудеамус. - 2014. - № 1 (23). - С. 33-37.

43.Муравин Г.К. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень. 11 класс: учебник / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. – М.: Дрофа, 2014. – 318 с.

44.Насибуллина, Э.Ф. Некоторые методические особенности изучения темы «Интеграл» в школьном курсе математики / Э.Ф. Насибуллина, З.В. Шилова // Актуальные вопросы теории и методики обучения математике в средней школе. – 2011. С. 35-47.

45.Никитина, Е.Ю. Формирование готовности студентов педагогического вуза и научно-исследовательской деятельности средствами проблемного обучения: автореф. Дис….канд. пед. наук. – Новокузнецк, 2007. – 24 с.

46.Оконь В. Основы проблемного обучения. М.: Просвещение, 1968.

47.Очнева, Е.В. Интеграл с параметрами в школьном курсе математики / Е.В. Очиева // Студенческая наука и XXI век. – 2016. – № 13. - С.35-38.

48.Першина, Н.А. Проблемные ситуации как инструмент формирования познавательного интереса при обучении математике / Н.А. Першина //

Вектор науки Тольяттинский государственный университет. - 2013. - № 1 (12). - С. 183-185.

49.Пионтковский, В.В. Педагогическая технология в системе научной классификации / В.В. Пионтковский // Вестник Ярославского государственного университета.- 2005. - том 2. - №4. - С. 32-37.

50.Поздняков, О.Г. Реализация проблемного обучения в образовательном процессе высших учебных заведений / О.Г. Поздняков // Мир образования - образование в мире. - 2014. - № 2. - С. 270-273.

51.Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание. Пер. с англ. В.С. Бермана / Под ред. И.М. Яглома. – 2-е изд. – М.: Наука, 1976. – 448 с.

52.Поляков, В. Н. Роль проблемной лекции по математике в формировании творческой активности студента / В. Н. Поляков, В. И. Шушков // Известия ВолгГТУ. – 2012. – №9, т.3. - С.169-172.

53.Пратусевич М.Я. Математика: алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: профильный уровень / М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин. - М.:– Просвещение, 2010. 463 с.

54.Программы общеобразовательных учреждений. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебное издание / Сост. Т.А. Бурмистрова. - М.: Просвещение, 2009. 160 с.

55.Прошина, А.Н. Использование интерактивных технологий в высшей школе как условие интенсификации образовательного процесса / А.Н. Прошина // Труды Санкт-Петербургского государственного университета культуры и искусств. – 2013. - С. 287-296.

56.Пянзина, Ю.А. Проблемное обучение как одна из тенденций модернизации учебного процесса ВУЗа / Ю.А. Пянзина // Сибирский педагогический журнал. - 2008. - № 5. - С. 114-121.

57.Решу ЕГЭ: образовательный портал для подготовки к экзаменам [‘Электронный ресурс]. - Точка доступа: http://math.reshuege.ru/

58.Рункова, М.К. Педагогическая технология: теория и практика применения в высшей школе / М.К. Рункова, Н.Е. Фомин // Интеграция образования. – 2006. - № 2.- С. 15-19.

59.Салимова, М.К. Сущность современных педагогических технологий и их роль в профессиональной подготовке будущих учителей // Ученые записки Худжандского госуниверситета им. акад. Б. Гафурова. – Худжанд. – 2011. - №1(25). - С. 121-133.

60.Селевко Г.К. Современные образовательные технологии. М.: Народное образование, 1998. – 256 с.

61.Симоненко, Е.С. Освоение профессиональных компетенций специалистов в области страхования при использовании деловых игр и проблемных лекций / Е. С. Симоненко // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. – 2013. С. 134-145.

62.Ситаров, В.А. Проблемное обучение как одно из направлений современных технологий обучения / В.А. Ситаров // Знание. Понимание. Умение. - 2009. - № 1. - С. 148-157.

63.Снисар, Е.А. Эффективное сотрудничество преподавателя и студента как одно из условий внедрения проблемного обучения / Е.А. Снисар // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. – 2010. - С. 190-193.

64.Спицнадель, В.Н. Проблемная ситуация в высшем образовании / В.Н. Спицнадель // Ученые записки Международного банковского института. - 2014. - № 8-2. С. 209-216

65.Улендеева, Н.И. Изучение темы «Первообразная и интеграл» с учащимися 11 класса в курсе алгебры и начал математического анализа профильной школы / Н.И. Улендеева // Журнал Самарский научный вестник. – 2013. – 2(3). - С. 56-58.

66.Утеева Р.А. Теоретические основы организации учебной деятельности учащихся при дифференцированном обучении математике в средней школе: Монография. – М.: Прометей, 1997.

67.Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки 150700 Машиностроение (квалификация (степень) «Бакалавр») // в ред. Приказов Минобрнауки РФ от 18.05.2011 N 1657, от 31.05.2011 N 1975

68.Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. – М.: Просвещение, 1983. – 273 с.

69.Харламова, Т.И. Противоречия современных образовательных технологий и проблемное обучение / Т.И. Харламова // Известия МГТУ «МАМИ». – 2012. – № 2. – с. 309-316.

70.Черненкова, И.И. Проблемная лекция как способ реализации компетентностного подхода в процессе психолого-педагогической подготовки бакалавра аграрного ВУЗа / И.А. Черненкова // Вестник БГСА. – 2014. - № 6. – С. 16-17.

71.Чумичкин, А.А. Исследование влияния проблемных лекций на формирование субъектного мышления студентов / А.А. Чумичкин // Вестник Удмуртского университета.– 2007. - № 9. - С. 77-98.

72.Шашкина, М.Б. Измерение компетенций студентов на основе проблемных педагогических ситуаций / М.Б. Шашкина, Л.В. Шкерина // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. - 2012.- № 4 (22). - С. 201-207.

73.Шерстнёва, Н.А. Педагогическая технология: понятие, сущность / Н.А. Шерстнёва // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. - №10. – С. 114-117.

74.Щипачёв В.С. Высшая математика. Базовый курс: учебное пособие для бакалавров / В.С. Щипачёв, под ред. А.Н. Антонова. – 8-е изд. Перераб. И доп. – М.: Издательство Юрайт, 2012. -447 с.

75.Щипачёв В.С. Задачник по высшей математике. – 3-е изд. – М., 2003. – 304 с.

76.Яковлева, Л.Н. Развитие индивидуальных математических возможностей студентов на основе дифференциации обучения в высшей школе / Л.Н. Яковлева // Сибирский педагогический журнал. 2007. - № 3. - С. 217-225.

77.A.O. Makinde. Some Methods of Effective Teaching and Learning Of Mathematics [электронныйресурс]/ A.O. Makinde // Journal of Education and Practice - Vol.3, No.7, - 2012. Режим доступа: http://www.iiste.org/Journals/index.php/JEP/article/view/12992

78.Ahlam EL-Shaer. Impact of Problem-Based Learning on Students`Critical Thinking Dispositions, Knowledge Acquisition and Retention[электронныйресурс]/Ahlam EL-Shaer, H. Gaber// Journal of Education and Practice - Vol.5, No.14, - 2014. Режим доступа: www.iiste.org/Journals/index.php/JEP/article/view/1849

79.John R. Savery. Overview of Problem-based Learning: Definitions and Distinctions. / John R. Savery // 2006. Точка доступа: http://docs.lib.purdue.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1002&context=ijpbl

80.Problem-Based Learning. Stanford University newsletter on Teaching // winter, 2001, Vol.11, № 1. Точка доступа: http://web.stanford.edu/dept/CTL/cgi-bin/docs/newsletter/problem_based_learning.pdf

81.S.Saragih, W.L. Habeahan. The Improving of Problem Solving Ability and Students' Creativity Mathematical by Using Problem Based Learning in SMP Negeri 2 Siantar[электронныйресурс]/S.Saragih, W.L. Habeahan// Journal of Education and Practice - Vol.5, No.35, - 2014. Режим доступа: www.iiste.org/Journals/index.php/JEP/article/view/17463