

Министерство образования и науки Российской Федерации
Тольяттинский государственный университет
Институт энергетики и электротехники
Кафедра «Электроснабжение и электротехника»

В.Н. Кузнецов

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ СОВМЕСТИМОСТЬ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ

Практикум



ISBN 978-5-8259-0830-4

© ФГБОУ ВПО «Тольяттинский
государственный университет», 2014

УДК 621.311:537.8:004.94

ББК 31.27-01

Рецензенты:

д-р техн. наук, профессор Поволжского государственного
университета сервиса *Н.П. Бахарев*;

канд. техн. наук, доцент Тольяттинского государственного
университета *В.А. Шаповалов*.

Кузнецов, В.Н. Электромагнитная совместимость в электроэнергетике : практикум / В.Н. Кузнецов. – Тольятти : Изд-во ТГУ, 2014. – 1 оптический диск.

Практикум содержит задания для практических и самостоятельных занятий по курсу «Электромагнитная совместимость систем управления объектов электроэнергетики», рекомендации по их выполнению, а также примеры выполненных заданий.

Предназначен для студентов направления 140400.68 «Электроэнергетика и электротехника», обучающихся по магистерской программе «Режимы работы электрических источников питания, подстанций, сетей и систем».

Текстовое электронное издание

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом Тольяттинского государственного университета.

Минимальные системные требования: IBM PC-совместимый компьютер: Windows XP/Vista/7/8; 500 МГц или эквивалент; 128 Мб ОЗУ; SVGA; Adobe Reader.

© ФГБОУ ВПО «Тольяттинский
государственный университет», 2014



Редактор *Е.Ю. Жданова*
Технический редактор *З.М. Малявина*
Компьютерная верстка: *Л.В. Сызганцева*
Художественное оформление,
компьютерное проектирование: *Г.В. Карасева*

Дата подписания к использованию 13.11.2014.
Объем издания 2,0 Мб.
Комплектация издания: компакт-диск, первичная упаковка.
Заказ № 1-67-13.

Издательство Тольяттинского государственного университета
445667, г. Тольятти, ул. Белорусская, 14
тел.: 8(8482) 53-91-47, www.tltsu.ru



Содержание

ВВЕДЕНИЕ	5
Модуль 1. ПЕРЕНАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ПОДКЛЮЧЕНИИ ЁМКОСТНОЙ НАГРУЗКИ	6
Модуль 2. ПОВТОРНОЕ ЗАЖИГАНИЕ ДУГИ	15
Модуль 3. СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ ...	26
Модуль 4. ФИЛЬТРАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОМЕХ	36
Модуль 5. СТЕКАНИЕ ТОКА В ЗЕМЛЮ ЧЕРЕЗ ГРУППОВОЙ ЗАЕМЛИТЕЛЬ	47
Модуль 6. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ЛИНИИ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ СВЕРХВЫСОКОГО НАПРЯЖЕНИЯ	58
Библиографический список	69

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях вопросы электромагнитной совместимости приобретают всё более важное значение, захватывая не только области радиоэлектроники и связи, где эти проблемы традиционно привлекают пристальное внимание, но и электроэнергетики и электротехники, включая системы электроснабжения.

В процессе подготовки магистров важным является как усвоение теоретических знаний, так и овладение практическими навыками по постановке задач электромагнитной совместимости и их решению с использованием современных программных средств.

Практикум содержит шесть модулей, посвящённых различным задачам электромагнитной совместимости в электроэнергетике. Рассматриваются вопросы коммутационных перенапряжений разного типа, спектрального анализа электромагнитных помех, фильтрации помех, моделирования импульсов молнии, моделирования и расчёта полей токов растекания в земле для группового заземлителя и электрических полей линии электропередачи сверхвысокого напряжения.

Каждый модуль состоит из теоретической и практической частей и задания. В теоретической части сообщаются теоретические сведения, необходимые для выполнения модуля. Все нужные формулы приводятся в основном без вывода. Такой вывод будущий магистр должен провести самостоятельно. В практической части содержатся примеры моделирования и расчёта в доступной для магистров системе MathCAD. Даются без исключения все листинги. В задании перечислены задачи, которые нужно выполнить при работе над модулем.

Практикум содержит большое число иллюстраций – 63 рисунка, значительно облегчающих освоение материала.

Модуль 1. ПЕРЕНАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ПОДКЛЮЧЕНИИ ЁМКОСТНОЙ НАГРУЗКИ

Электрические сети высокого напряжения обладают колебательными свойствами, так как содержат сосредоточенные и распределенные индуктивности и емкости. В нормальном режиме передачи мощности эти колебательные свойства не проявляются. Одной из причин возникновения колебаний электрической и магнитной энергий, запасенных в реактивных элементах сети, являются плановые и аварийные коммутации. Каждая коммутация вызывает переходный процесс, часто сопровождающийся перенапряжениями, которые помимо того, что могут привести к перекрытию изоляции, вызывают импульсные помехи. Среди таких коммутаций в первую очередь следует назвать отключение ненагруженных линий с повторными зажиганиями в выключателе, отключение линий при асинхронном ходе генераторов, автоматическое повторное включение и ряд других. Принято называть перенапряжения, возникающие при коммутациях, коммутационными, так как они возникают в переходном процессе в результате срабатывания коммутирующих аппаратов (выключателей, разъединителей, короткозамыкателей и т. д.).

Значительные коммутационные перенапряжения могут возникать при включениях ненагруженных линий и конденсаторных батарей.

При коммутации батарей конденсаторов возникает скачкообразное изменение напряжения в точке присоединения до значения напряжения на ёмкости (в том числе и до нуля) с последующим переходом к новому установившемуся напряжению, который может носить как колебательный, так и аperiодический характер.

Рассмотрим процесс изменения напряжения в точке общего присоединения активной нагрузки после подключения к ней ёмкостной нагрузки. Схема цепи изображена на рис. 1.1, где R – величина активной нагрузки, C – ёмкость батареи конденсаторов, L – внутренняя индуктивность источника питания. Источник питания характеризуется также синусоидальной ЭДС:

$$u(t) = E_m \sin(\omega t + \varphi). \quad (1.1)$$

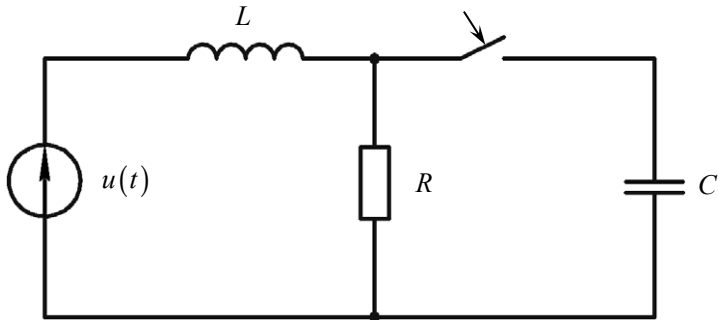


Рис. 1.1. Схема подключения ёмкостной нагрузки

Считаем, что коммутация – подключение ёмкости – происходит в момент времени $t = 0$. Напряжение на сопротивлении R до коммутации обозначим через $u_R(t)$, а после коммутации – через $u_C(t)$, поскольку после коммутации напряжение на сопротивлении R совпадает с напряжением на ёмкости C . Полагаем, что до коммутации батарея конденсаторов не заряжена, т. е. в момент времени $t = 0$ напряжение на ёмкости C равно нулю.

Введём также следующие обозначения:

$$\tau = RC, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \delta = \frac{1}{2\tau}, \quad \omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}; \quad (1.2)$$

$$k_R = 1 + i \cdot \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2}, \quad k_1 = \frac{\omega_1}{2\delta} \cdot k_R, \quad k_2 = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega_0^2} + i \cdot \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2}; \quad (1.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \arg(k_R) = \arg(k_1), & \varphi_2 &= \arg(k_2), \\ U_{Rm} &= \frac{E_m}{|k_R|}, & U_{C1} &= \frac{E_m}{|k_1|}, & U_{Cm} &= \frac{E_m}{|k_2|}. \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

Ограничиваемся случаем $\omega_0 > \delta$. Анализ переходного процесса при коммутации, например, с помощью классического метода даёт следующие выражения для напряжения на сопротивлении R до и после коммутации:

$$u_R(t) = U_{Rm} \sin(\omega t + \varphi - \varphi_1); \quad (1.5)$$

$$u_C(t) = u_{Cnp}(t) + u_{Ccb}(t), \quad u_{Ccb}(t) = u_{Ccb1}(t) + u_{Ccb2}(t) + u_{Ccb3}(t); \quad (1.6)$$

$$u_{Cnp}(t) = U_{Cm} \sin(\omega t + \varphi - \varphi_2); \quad (1.7)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{C_{св1}}(t) &= U_{C1} \sin(\varphi - \varphi_1) \cdot \sin(\omega_1 t) \cdot \exp(-\delta t), \\ u_{C_{св2}}(t) &= -U_{Cm} \left(\frac{\delta}{\omega_1} \sin(\varphi - \varphi_2) + \frac{\omega}{\omega_1} \cos(\varphi - \varphi_2) \right) \cdot \sin(\omega_1 t) \cdot \exp(-\delta t), \\ u_{C_{св3}}(t) &= -U_{Cm} \sin(\varphi - \varphi_2) \cdot \cos(\omega_1 t) \cdot \exp(-\delta t). \end{aligned} \right\} (1.8)$$

Напряжение после коммутации $u_c(t)$ представляет собой сумму принуждённой $u_{C_{np}}(t)$ и свободной составляющих $u_{C_{св}}(t)$. Свободная составляющая состоит из трёх слагаемых: $u_{C_{св1}}(t)$, $u_{C_{св2}}(t)$, $u_{C_{св3}}(t)$. Величины, входящие во все слагаемые, определены выше формулами (1.2)–(1.4).

Коммутационные перенапряжения возникают и при подключении разомкнутой линии к шинам станции или подстанции. Соответствующая схема показана на рис. 1.2. Разомкнутая линия длиной l подключается к источнику синусоидальной ЭДС с внутренней индуктивностью $L_{и}$. Напряжение в начале линии – $u_{н1}(t)$, в конце – $u_{н2}(t)$. Максимальное напряжение имеет место в конце линии.

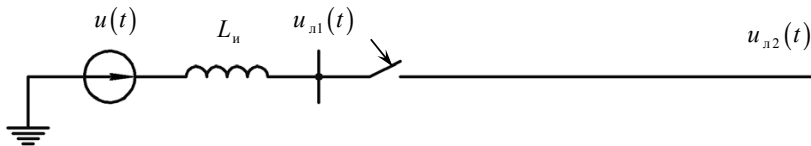


Рис. 1.2. Подключение разомкнутой линии к источнику

Характер переходного процесса можно показать, представив Т-образную схему замещения линии сосредоточенными элементами (рис. 1.3) простым колебательным контуром (рис. 1.4).

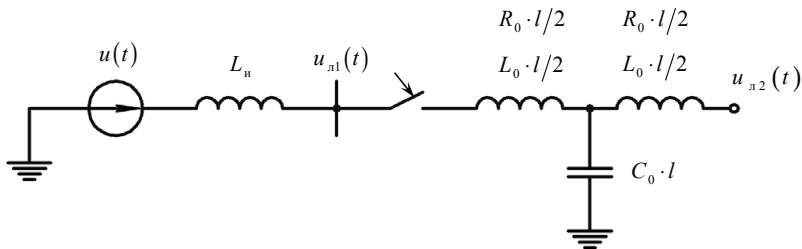


Рис. 1.3. Представление линии Т-образной схемой замещения

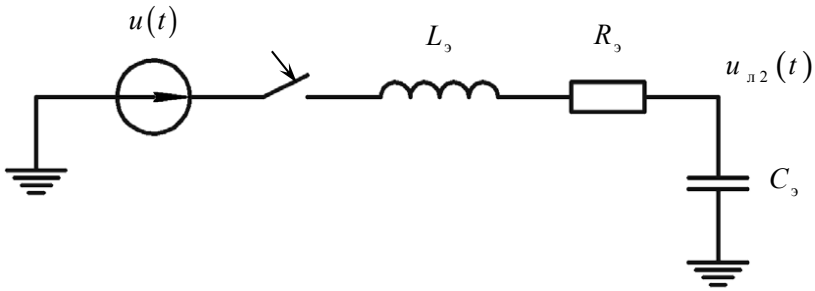


Рис. 1.4. Упрощённая схема замещения линии

Для линий небольшой длины можно принять параметры схемы замещения, показанные на рис. 1.3, где L_0 – индуктивность единицы длины линии, R_0 – продольное активное сопротивление единицы длины линии (на рисунке из-за экономии места условное графическое обозначение активного сопротивления не показано); C_0 – ёмкость единицы длины линии.

Упрощённая схема замещения линии на рис. 1.4 состоит из последовательно соединённых индуктивности L_3 , активного сопротивления R_3 и ёмкости C_3 , причём

$$L_3 = L_{\text{и}} + \frac{L_{\text{л}}}{2} = L_{\text{и}} + \frac{L_0 \cdot l}{2}; \quad R_3 = \frac{R_{\text{л}}}{2} = \frac{R_0 \cdot l}{2}; \quad C_3 = C_{\text{л}} \cdot \frac{l}{2}$$

Напряжение в конце линии совпадает с напряжением на ёмкости и содержит составляющую вынужденного режима $u_{C_{\text{нр}}}(t)$ (принуждённую) и свободную составляющую $u_{C_{\text{св}}}(t)$:

$$u_C(t) = u_{C_{\text{нр}}}(t) + u_{C_{\text{св}}}(t) = E_m \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2} \left[\sin(\omega t + \varphi) - e^{-\delta t} \sqrt{a_s^2 + a_c^2} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \right], \quad (1.10)$$

где ω – частота источника; ω_1 – частота свободных колебаний; δ – коэффициент затухания (в рассматриваемом случае учтено, что $\omega_1 \gg \delta$):

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_3 C_3}}, \quad \delta = \frac{R_3}{2L_3}; \quad (1.11)$$

$$a_s = \sin \varphi, \quad a_c = \frac{\omega}{\omega_1} \cos \varphi, \quad \varphi_1 = \arctg 2(a_c, a_s). \quad (1.12)$$

Из (1.10) следует, что максимальное напряжение в конце линии U_{\max} определяется в основном углом включения φ и частотой собственных колебаний ω_1 . Эти параметры определяют амплитуду свободных колебаний:

$$A = E_m \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2} \sqrt{a_s^2 + a_c^2} = E_m \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2} \sqrt{(\sin \varphi)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_1} \cos \varphi \right)^2}. \quad (1.13)$$

Для реальных электропередач отношение собственной частоты ω_1 к промышленной частоте ω обычно больше единицы, т. е. $\omega_1/\omega > 1$. В этом случае амплитуда свободной составляющей (1.13) имеет наибольшее значение при углах включения, близких к 90° или 270° . При угле включения $\varphi = 90^\circ$ выражение (1.10) упрощается:

$$u_c(t) = E_m \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2} \left[\cos(\omega t) - e^{-\delta t} \cos(\omega_1 t) \right]. \quad (1.14)$$

Практическая часть

На рис. 1.5 приведён листинг расчёта в системе MathCAD переходного процесса при подключении ёмкостной нагрузки для цепи, изображённой на рис. 1.1, в соответствии с формулами (1.5)–(1.8). Используемые идентификаторы соответствуют обозначениям из теоретической части. Величины ω_0 и δ не вычисляются по формулам (1.2) на основе значений R , C , L , а сразу задаются в долях частоты источника ω . При выполнении задания студент должен подобрать необходимые значения R , C , L и заменить в листинге операторы для ω_0 и δ на вычисление по формулам (1.2). Расчёт ведётся при единичной амплитуде синусоидальной ЭДС.

Кривая переходного процесса, соответствующая листингу на рис. 1.5, приводится на рис. 1.6. Та же кривая напряжения на активном сопротивлении дана на рис. 1.7 в увеличенном масштабе. На рис. 1.8 показано сложение принуждённой и свободной составляющих переходного процесса. Из рисунков видно, что в момент коммутации $t = 0$ напряжение на активном сопротивлении скачком меняется до нуля, принимая значение напряжения на ёмкости до коммутации. Далее происходит переход к установившемуся напряжению, который носит колебательный характер, поскольку $\omega_0 > \delta$ (в данном случае $\delta = \omega_0/40$ и $\omega_1 \approx \omega_0$).

$$\omega_1 := \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi} = 1 \times 10^3 \quad \frac{\omega_1}{2 \cdot \pi} = 999.687$$

$$k_R := 1 + i \cdot \frac{2 \cdot \delta \cdot \omega}{\omega_0^2} = 1 + 2.5i \times 10^{-3} \quad k_1 := \frac{\omega_1}{2 \cdot \delta} \cdot k_R = 19.994 + 0.05i$$

$$k_2 := \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega_0^2} + i \cdot \frac{2 \cdot \delta \cdot \omega}{\omega_0^2} = 0.998 + 2.5i \times 10^{-3}$$

$$\varphi_1 := \arg(k_R) = 2.5 \times 10^{-3} \quad \varphi_2 := \arg(k_2) = 2.506 \times 10^{-3}$$

$$|k_R| = 1.000003 \quad |k_1| = 19.994 \quad |k_2| = 0.998$$

$$u_{Rm} := \frac{E_m}{|k_R|} \quad u_{C1} := \frac{E_m}{|k_1|} \quad u_{Cm} := \frac{E_m}{|k_2|}$$

$$u_R(t) := u_{Rm} \sin(\omega \cdot t + \varphi - \varphi_1) \quad u_{Cp}(t) := u_{Cm} \sin(\omega \cdot t + \varphi - \varphi_2)$$

$$u_{Cs}(t) := \begin{cases} us1 \leftarrow u_{C1} \cdot \sin(\varphi - \varphi_1) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot e^{-\delta \cdot t} \\ us2 \leftarrow -u_{Cm} \cdot \left(\frac{\delta}{\omega_1} \cdot \sin(\varphi - \varphi_2) + \frac{\omega}{\omega_1} \cdot \cos(\varphi - \varphi_2) \right) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot e^{-\delta \cdot t} \\ us3 \leftarrow -u_{Cm} \cdot \sin(\varphi - \varphi_2) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) \cdot e^{-\delta \cdot t} \\ \text{return } us1 + us2 + us3 \end{cases}$$

$$u_C(t) := u_{Cp}(t) + u_{Cs}(t) \quad u_{\Sigma}(t) := \text{if}(t < 0, u_R(t), u_C(t))$$

Рис. 1.5. Листинг расчёта переходного процесса при подключении ёмкостной нагрузки

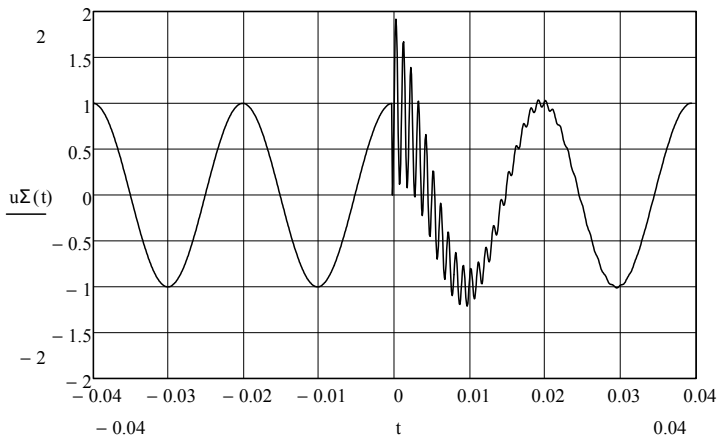


Рис. 1.6. Кривая напряжения на активном сопротивлении при подключении ёмкостной нагрузки

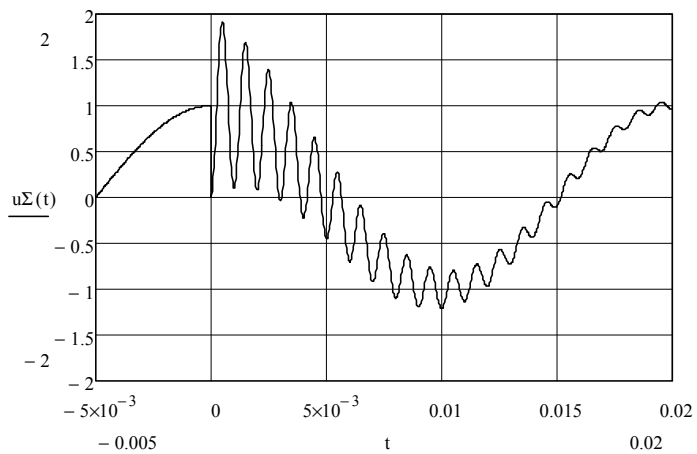


Рис. 1.7. Кривая напряжения на активном сопротивлении при подключении ёмкостной нагрузки в увеличенном масштабе

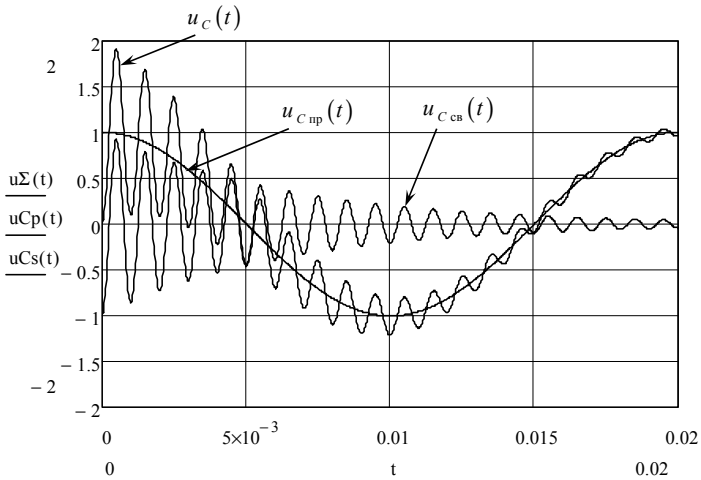


Рис. 1.8. Сложение принуждённой и свободной составляющих переходного процесса

$t1 := \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\omega 1} = 5.002 \times 10^{-4}$	$tm := \text{Maximize}(uC, t1)$
$tm = 4.909 \times 10^{-4}$	$uC(tm) = 1.919$
$uCm = 1.003$	$\frac{uC(tm)}{uCm} = 1.914$

Рис. 1.9. Листинг определения ударного коэффициента

Максимальное значение напряжения переходного процесса достигается в момент времени t_{\max} , близкий к полупериоду частоты свободных колебаний ω_1 . На рис. 1.9 приводится листинг определения времени t_{\max} , максимального значения напряжения U_{\max} и ударного коэффициента $k_{\text{уд}}$, который характеризует перенапряжение и вычисляется по формуле

$$k_{\text{уд}} = \frac{U_{\max}}{U_{Cm}}, \quad (1.15)$$

где $U_{Cm} = U_{Cnp\text{m}}$ – амплитуда принуждённой составляющей переходного процесса (см. формулу (1.4)).

Из листинга на рис. 1.9 видно, что момент времени t_{\max} не равен полупериоду частоты свободных колебаний, а немного меньше. Максимальное напряжение $U_{\max} = 1,919 \cdot E_m$. Поскольку $U_{Cm} = U_{C_{пр\ m}} = 1,003 \cdot E_m$, то ударный коэффициент $k_{уд} = 1,914$.

Задание

1. Провести анализ переходного процесса при подключении ёмкостной нагрузки (рис. 1.1) с помощью классического метода и вывести формулы (1.5)–(1.8) для напряжения на сопротивлении R до и после коммутации. При выводе принять, что $\omega_0 > \delta$.

2. Согласовать с преподавателем исходные данные для цепи, изображённой на рис. 1.1. Используя приведённый пример в практической части, получить кривые переходного процесса для напряжения на активном сопротивлении. Рассмотреть сложение принуждённой и свободной составляющих переходного процесса. Вычислить значение момента времени t_{\max} , максимальное напряжение U_{\max} и ударный коэффициент $k_{уд}$.

3. Исследовать на модели п. 2 переходный процесс при различных значениях частоты ω_0 , коэффициента затухания δ и фазы включения φ .

4. Провести анализ переходного процесса при подключении разомкнутой линии к шинам станции или подстанции (рис. 1.2) на основе схемы замещения линии сосредоточенными элементами (рис. 1.4) с помощью классического метода и вывести формулы (1.10), (1.13), (1.14) для напряжения в конце линии после коммутации.

5. Согласовать с преподавателем исходные данные для цепи, изображённой на рис. 1.3. Самостоятельно в системе MathCAD составить программу для расчёта переходного процесса при подключении разомкнутой линии и получить кривые для напряжения в конце линии. Рассмотреть сложение принуждённой и свободной составляющих переходного процесса. Вычислить значения момента времени t_{\max} , максимальное напряжение U_{\max} и ударный коэффициент $k_{уд}$.

6. Исследовать на модели п. 5 переходный процесс при различных значениях частоты ω_1 , коэффициента затухания δ и фазы включения φ .

7. По каждому пункту сделать выводы.

Модуль 2. ПОВТОРНОЕ ЗАЖИГАНИЕ ДУГИ

В распределительных устройствах при замыкании и размыкании разъединителей возникают многочисленные повторные зажигания дуги, которые могут вызвать во вторичных устройствах перенапряжения до 20 кВ. Они могут приводить к ложному срабатыванию защиты сети или даже к повреждению вторичных устройств. Высокий уровень импульсных помех и низкая помехоустойчивость аппаратуры приводят к таким явлениям, как ложная работа релейной защиты и автоматики, отключение линий, повреждение электронных устройств, сбой в работе автоматики контроля.

Значительные коммутационные перенапряжения могут возникать не только при включениях, но и при отключениях ненагруженных линий и конденсаторных батарей.

Рассмотрим отключение сосредоточенной ёмкости, например батареи конденсаторов C , от источника (рис. 2.1). Источник имеет внутреннюю индуктивность L и ЭДС $u(t)$:

$$u(t) = E_m \sin(\omega t + \varphi). \quad (2.1)$$

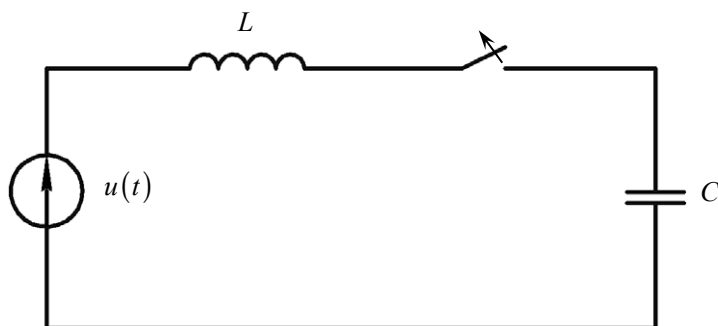


Рис. 2.1. Схема для расчёта напряжения на ёмкости при повторных зажиганиях дуги в выключателе

При отключении после начала расхождения контактов выключателя между ними некоторое время продолжает гореть дуга. Допустим, что ёмкостный ток достаточно велик, так что дуга гаснет только в момент естественного перехода тока через ноль. До отключения напряжение на ёмкости

$$\dot{U}_C = \dot{U} \frac{-jx_C}{-jx_C + jx_L} = \dot{U} \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2}, \quad (2.2)$$

где \dot{U}_C – комплексное действующее значение напряжения на ёмкости; \dot{U} – комплексное действующее значение ЭДС (2.1); ω_1 – собственная частота схемы:

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (2.3)$$

Обычно ω_1 много больше частоты источника ω , т. е. $\dot{U}_C \approx \dot{U}$.

После обрыва дуги напряжение на емкости не меняется, сохраняя практически свое максимальное значение $U_{C \max} = -E_m$ (рис. 2.2).

Разность

$$u(t) - u_C(t) = E_m(1 - \cos \omega t) \quad (2.4)$$

представляет собой восстанавливающееся напряжение на выключателе, которое через полпериода достигает $2E_m$.

После обрыва тока электрическая прочность межконтактного промежутка постепенно возрастает в связи с расхождением контактов. Воздушные выключатели с их быстрым перемещением контактов и интенсивным дутьем имеют вначале значительно более быстрый рост электрической прочности, чем масляные выключатели. Предельная же прочность у выключателей обоих типов практически одинакова. Эксперименты по определению восстанавливающейся прочности выключателей обнаруживают очень большой разброс значений, который определяется не только известным статистическим характером пробоя, но и разбросами в скорости расхождения контактов, интенсивностью дутья, а также фазой тока в момент начала расхождения контактов.

Если в процессе расхождения контактов восстанавливающееся напряжение между ними окажется выше, чем прочность межконтактного промежутка, то возникает пробой промежутка, т. е. повторное включение цепи. Следующий обрыв тока может произойти при первом прохождении тока через нулевое значение. Затем появление большого восстанавливающегося напряжения может опять вызвать пробой промежутка и т. д., то есть коммутация отключения может представлять собой серию чередующихся отключений и включений,

происходящих до тех пор, пока при полном расхождении контактов дуга окончательно не оборвется.

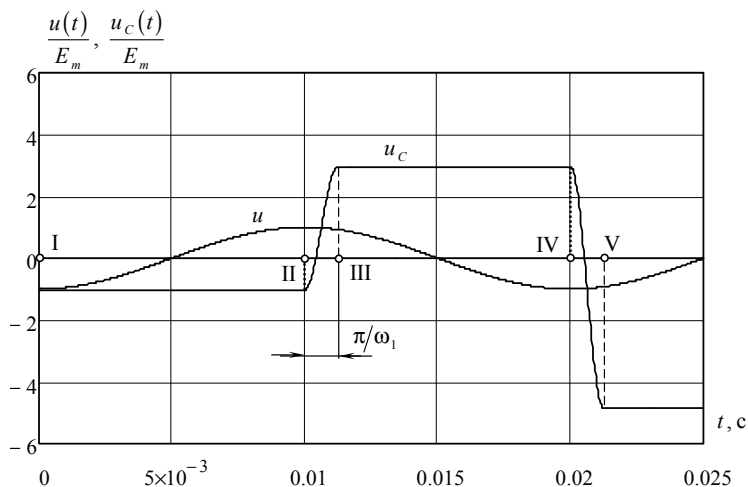


Рис. 2.2. Напряжение на емкости при повторных зажиганиях дуги в выключателе: I – первое гашение дуги; II – первое повторное зажигание дуги; III – второе гашение дуги; IV – второе повторное зажигание дуги; V – третье гашение дуги

Рассмотрим идеализированный случай, когда повторное зажигание дуги происходит при максимуме напряжения промышленной частоты. Колебательный контур LC , емкость которого заряжена до напряжения $(-E_m)$, подключается к ЭДС $u(t) = E_m \sin(\omega t + 90^\circ)$. В цепи возникают колебания с частотой ω_1 , которая при небольшой длине линии может оказаться значительно выше промышленной частоты ω . Переходный процесс при повторном зажигании полностью аналогичен процессу при подключении ёмкостной нагрузки, поэтому напряжение на ёмкости можно рассчитать по формуле, аналогичной формуле (1.10) из модуля 1, где рассматривалось подключение разомкнутой линии к шинам станции или подстанции на основе упрощённой схемы замещения, но учитывающей начальное напряжение $U_{Cн}$ на ёмкости:

$$u_c(t) = E_m \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2} \left[\sin(\omega t + \varphi) - e^{-\delta t} \sqrt{a_s^2 + a_c^2} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \right], \quad (2.5)$$

где δ – коэффициент затухания ($\delta = R/(2L)$, $\delta \ll \omega_1$; R – активное сопротивление цепи);

$$a_s = \sin \varphi - \frac{U_{Cн}}{E_m} \frac{\omega_1^2 - \omega^2}{\omega_1^2}, \quad a_c = \frac{\omega}{\omega_1} \cos \varphi, \quad \varphi_1 = \arctg 2(a_c, a_s). \quad (2.6)$$

Если принять $\varphi = 90^\circ$ и учесть, что $(\omega_1^2 - \omega^2)/\omega_1^2 \approx 1$, то без учёта затухания напряжение на ёмкости и ток, идущий через выключатель, равны

$$u_c(t) = E_m \cos \omega t - 2E_m \cos \omega_1 t; \quad (2.7)$$

$$i = C \frac{du_c}{dt} = -E_m \omega C \sin \omega t + 2E_m \omega_1 C \sin \omega_1 t. \quad (2.8)$$

Так как $\omega_1 \gg \omega$, то амплитуда свободной составляющей тока $2E_m \omega_1 C$ значительно превосходит амплитуду вынужденного тока. Через полпериода собственных колебаний, т. е. при $t = T_1/2 = \pi/\omega_1$, напряжение достигает максимума (рис. 2.2). Так как за это время напряжение промышленной частоты не успевает существенным образом измениться, то без учёта затухания:

$$U_{\max} \approx E_m + 2E_m = 3E_m. \quad (2.9)$$

Приблизительно в этот же момент суммарный ток, который в основном определяется свободной составляющей, проходит через нулевое значение и дуга в выключателе может погаснуть. При погасании дуги напряжение на емкости сохраняется и его значение равно $3E_m$.

Еще через полпериода промышленной частоты напряжение источника станет равным $-E_m$, напряжение между контактами выключателя возрастает до $4E_m$, и может произойти еще одно повторное зажигание дуги, во время которого в контуре будут происходить колебания с амплитудой $4E_m$. При этом максимальное напряжение на емкости достигнет примерно $5E_m$.

Если бы повторные зажигания дуги в выключателе продолжались неограниченно долго, то происходило бы непрерывное возрастание перенапряжения.

Физический процесс при отключении ненагруженных линий (рис. 2.3) имеет тот же характер, что и при отключении сосредоточенных емкостей, хотя и обладает своими особенностями.

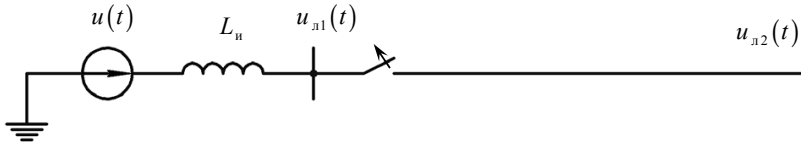


Рис. 2.3. Отключение ненагруженной линии от источника

Характер переходного процесса при отключении линии с повторным зажиганием дуги можно показать, используя, как и в модуле 1, Т-образную схему замещения линии (рис. 1.3) и заменяя её простым колебательным контуром (рис. 2.4):

$$L_3 = L_n + \frac{L_n}{2} = L_n + \frac{L_0 \cdot l}{2}; R_3 = \frac{R_n}{2} = \frac{R_0 \cdot l}{2}; C_3 = C_n \in C_0 \cdot C_n (\approx C_0) l$$

$$\omega_1 = 1/\sqrt{L_3 C_3}, \quad \delta = R_3/(2L_3). \quad (2.11)$$

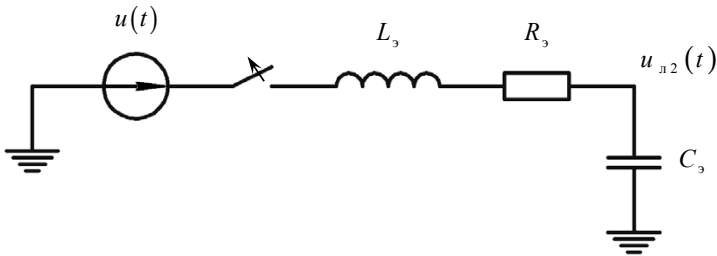


Рис. 2.4. Упрощённая схема замещения линии для переходного процесса с повторным зажиганием дуги

Практическая часть

Обозначим через k отношение частот ω_1 и ω :

$$k = \frac{\omega_1}{\omega}, \quad \omega_1 = k \cdot \omega. \quad (2.12)$$

Тогда формулы (2.5), (2.6) перепишутся в виде, удобном для программирования:

$$u_C(t) = E_m \frac{k^2}{k^2 - 1} \left[\sin(\omega t + \varphi) - e^{-\delta t} \sqrt{a_s^2 + a_c^2} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \right], \quad (2.13)$$

$$a_s = \sin \varphi - \frac{U_{Cн}}{E_m} \frac{k^2 - 1}{k^2}, \quad a_c = \frac{1}{k} \cos \varphi, \quad \varphi_1 = \arctg 2(a_c, a_s).$$

Напряжение на ёмкости до первого гашения дуги в соответствии с (2.2) совпадает по фазе с ЭДС источника и меняется по закону

$$u_{C0}(t) = \frac{k^2}{k^2 - 1} \cdot u(t). \quad (2.14)$$

Ток, идущий через ёмкость, находится дифференцированием по первой части формулы (2.8). Для изображения тока и напряжения на одном рисунке удобно вместо тока использовать пропорциональную ему величину:

$$v(t) = X_C \cdot i(t) = \frac{1}{\omega} \frac{du_C}{dt} \quad \text{или} \quad v_1(t) = X_{C1} \cdot i(t) = \frac{1}{\omega_1} \frac{du_C}{dt}; \quad (2.15)$$

$$X_C = 1/(\omega C), \quad X_{C1} = 1/(\omega_1 C). \quad (2.16)$$

На рис. 2.5 приведён листинг подготовки исходных данных в системе MathCAD. Начальная фаза источника ЭДС $\varphi_0 = -\pi/2$ подобрана таким образом, чтобы соответствовать рис. 2.2, где первое гашение дуги происходит в момент перехода тока через нуль при $t = 0$.

$E_m := 1 \quad \omega := 2 \cdot \pi \cdot 50 \quad \varphi_0 := -\frac{\pi}{2} \quad k := 8 \quad \omega_1 := k \cdot \omega \quad \delta := 10$
$u(t) := E_m \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad uC0(t) := \frac{k^2}{k^2 - 1} \cdot u(t)$

Рис. 2.5. Листинг задания исходных данных

На рис. 2.6 изображены графики ЭДС $u(t)$, напряжения на ёмкости $u_{C_0}(t)$ и функции $du_{C_0}/(\omega dt)$, пропорциональной току, в случае если размыкания цепи при $t = 0$ не произошло.

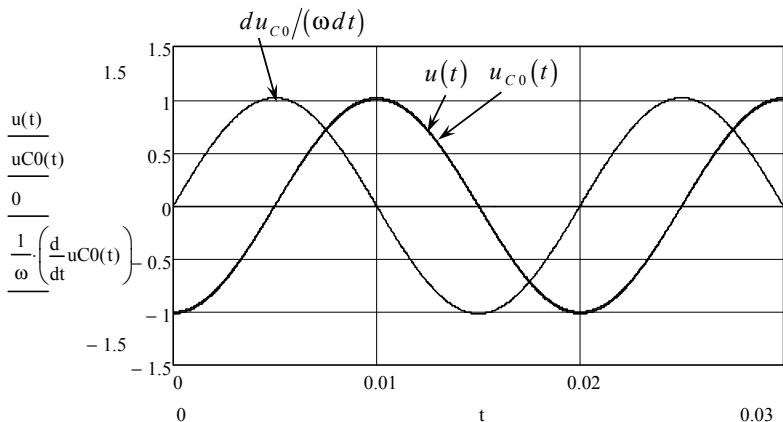


Рис. 2.6. Начальные напряжения и ток

Эти графики дают представление о начальных напряжениях и токе перед первым гашением дуги. Различие между кривыми $u(t)$ и $u_{C_0}(t)$ невелико (на рис. 2.6 они практически сливаются), поскольку (формула (2.14)) множитель $k^2/(k^2 - 1) = 1,016$ при заданном k близок к единице. При $t = 0$ ток проходит через ноль, а напряжение на ёмкости имеет максимальное по модулю значение; происходит первое гашение дуги.

На рис. 2.7 приводится расчёт моментов времени повторных зажигания и гашений дуги. Используются идентификаторы: nk – предельное число повторных зажигания и гашений дуги; n – номер повторного зажигания или гашения дуги; tz_n – вектор моментов времени повторных зажигания дуги; tg_n – вектор моментов времени повторных гашений дуги; φ_n – вектор значений фазы ЭДС источника в моменты повторных зажигания дуги. В соответствии с теоретической частью повторные зажигания происходят в точках максимальных по модулю значений ЭДС источника, повторные гашения дуги – сдвинуты относительно повторных зажигания на полпериода частоты ω_1 .

$$\begin{array}{l}
 nk := 5 \qquad n := 1..nk \\
 \\
 tz_n := \frac{1}{2.50} \cdot n \qquad tg_n := tz_n + \frac{\pi}{\omega l} \qquad \varphi_n := \varphi_0 + \omega \cdot tz_n
 \end{array}$$

Рис. 2.7. Расчёт моментов времени повторных зажигания и гашений дуги

Между повторным зажиганием и гашением дуги происходит переходный процесс, описываемый формулами (2.13), где начало отсчёта времени совпадает с моментом времени n -го повторного зажигания дуги. Соответствующий листинг представлен на рис. 2.8. Вычислительный блок содержит рекуррентные соотношения.

$$\begin{array}{l}
 uCn(t, n) := \left| \begin{array}{l}
 ac \leftarrow \frac{1}{k} \cdot \cos(\varphi_n) \\
 as \leftarrow \sin(\varphi_n) - \frac{\text{if}(n = 1, uC0(0), uCn(tg_{n-1} - tz_{n-1}, n - 1)) \cdot k^2 - 1}{Em \cdot k^2} \\
 \varphi_1 \leftarrow \text{atan2}(ac, as) \\
 \text{return } Em \cdot \frac{k^2}{k^2 - 1} \cdot \left[\sin(\omega \cdot t + \varphi_n) - e^{-\delta \cdot t} \cdot \sqrt{(ac)^2 + (as)^2} \cdot \sin(\omega l \cdot t + \varphi_1) \right]
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Рис. 2.8. Расчёт переходного процесса между повторным зажиганием и гашением дуги

На рис. 2.9 дан листинг расчёта напряжения на ёмкости при повторных зажиганиях дуги, где отдельные переходные процессы $u_{Cn}(t, n)$ размещаются на общей временной оси с началом в точке первого гашения дуги. Справа приводятся значения напряжения на ёмкости после n -го повторного гашения дуги. Поскольку расчёт проводится при единичном амплитудном значении ЭДС $E_m = 1$, то полученные значения дают относительные перенапряжения, отнесённые к E_m .

На рис. 2.10 показана кривая напряжения на ёмкости при четырех повторных зажиганиях дуги. Здесь же изображена синусоидальная кривая ЭДС источника. Из рисунка видно, что повторные зажигания дуги происходят в моменты максимальных по модулю

значений ЭДС источника. С каждым новым повторным зажиганием перенапряжение возрастает.

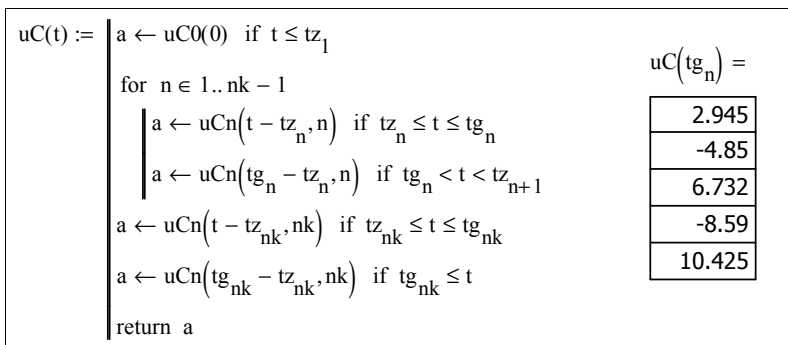


Рис. 2.9. Расчёт напряжения на ёмкости при повторных зажиганиях дуги

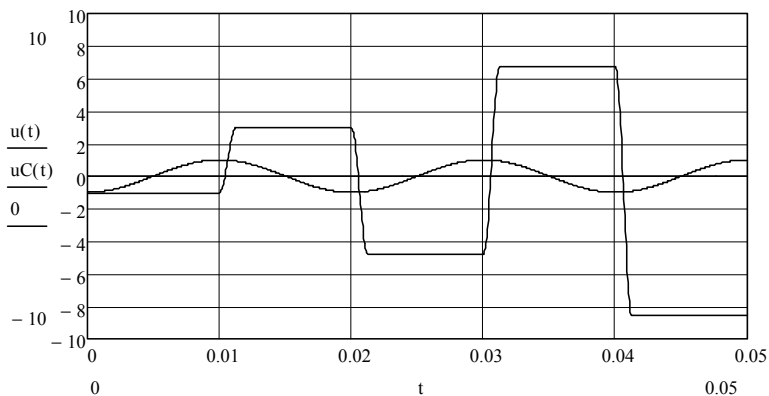


Рис. 2.10. Кривая напряжения на ёмкости при четырех повторных зажиганиях дуги

На рис. 2.11 дополнительно к кривым напряжения показана функция $du_C / (\omega_1 dt)$, пропорциональная току $i(t)$. Из рисунка видно, что ток представляет собой серию импульсов чередующейся полярности и нарастающей амплитуды. Каждый отдельный импульс имеет форму одной дуги синусоиды длительностью $t = T_1/2 = \pi/\omega_1$. Гашения дуги происходят в моменты прохождения тока через ноль. На рис. 2.12 им-

пульсы тока изображены отдельно. Амплитуда импульсов примерно пропорциональна номеру повторного зажигания дуги n .

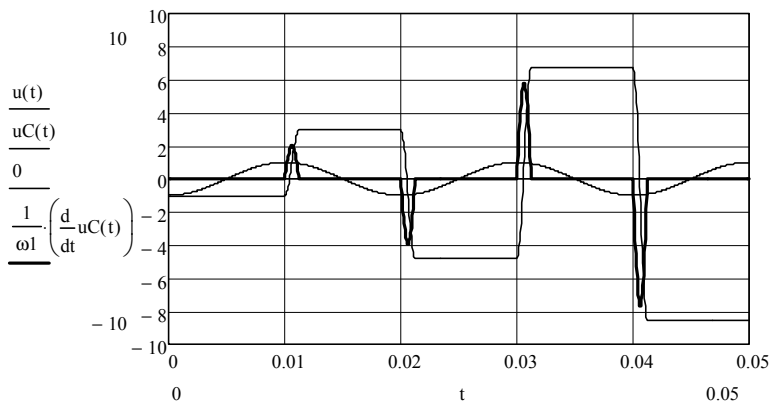


Рис. 2.11. Кривые напряжения вместе с импульсами тока

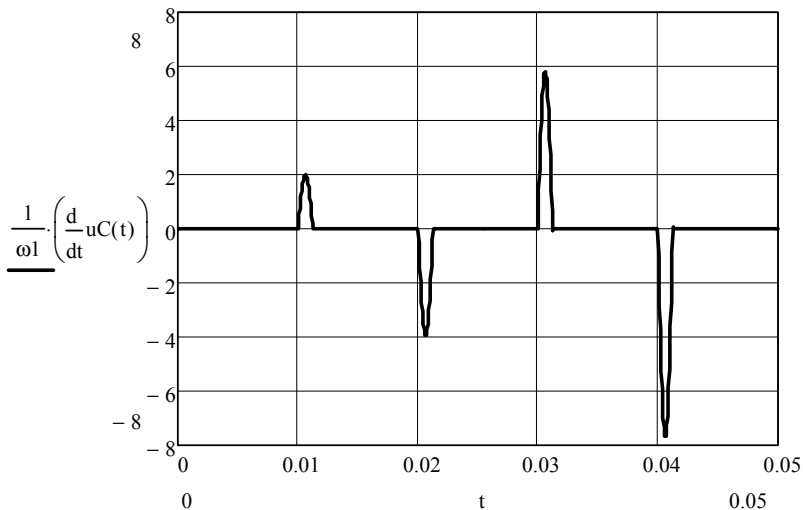


Рис. 2.12. Импульсы тока с нарастающей амплитудой

Задание

1. Получить выражение (2.2) для комплексных величин. Построить векторную диаграмму. Вывести формулы (2.5), (2.6) модуля.

2. Согласовать с преподавателем исходные данные для цепи, изображённой на рис. 2.4. Используя приведённый в практической части пример, получить кривые переходного процесса для напряжения на ёмкости при повторных зажиганиях дуги, а также изображения импульсов тока как в виде функции $du_C/(\omega_1 dt)$, так и в виде функции $i(t)$.

3. На основе модели из практической части провести исследование переходного процесса для разных значений частоты ω_1 и коэффициента затухания δ . Определить для разных комбинаций ω_1 и δ величину перенапряжения для нескольких повторных зажиганиях дуги.

4. Дать аналитическое описание импульсов тока, полагая, что амплитуда функции $du_C/(\omega_1 dt)$ при единичной амплитуде ЭДС источника примерно равна $2n$.

5. По каждому пункту сделать выводы.

Модуль 3. СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ

В принципе электромагнитные влияния могут рассматриваться как во временной, так и в частотной области. Однако, поскольку передаточные свойства путей связи и средств помехоподавления удобнее представлять в частотной области, такое представление чаще всего предпочитают и для помех. Пересчет периодических процессов из временной области в частотную выполняют при помощи ряда Фурье, пересчет импульсных процессов — при помощи интеграла Фурье. В обоих случаях речь может идти как об узкополосных, так и о широкополосных процессах. Процесс называется узкополосным, когда энергия спектра сосредоточена в основном в относительно узкой полосе частот около некоторой фиксированной частоты, или широкополосным, если указанное условие не выполняется.

Ряд Фурье допускает представление в частотной области только периодических функций времени. Однако часто имеют дело с непериодическими функциями, характерными, например, для коммутационных процессов, молнии, разрядов статического электричества и т. д. Одноразовые или редко повторяющиеся помехи в виде импульсов при определенных обстоятельствах могут в устройствах управления электростанцией привести к дорогостоящим простоям, а в авиационных и космических устройствах — к тяжелым последствиям.

В этом модуле рассматривается спектральный анализ импульсных широкополосных помех при помощи интеграла Фурье. Анализ спектров помех помогает затем рассчитать требуемые помехозащитные фильтры и экраны.

Для определения спектра непериодической импульсной функции $u(t)$ вводится понятие спектральной плотности $\dot{S}(\omega)$, которая представляет собой преобразование Фурье этой функции:

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) \exp(-i \omega t) dt. \quad (3.1)$$

Величина $S(\omega) = |\dot{S}(\omega)|$ носит название плотности распределения амплитуд.

Для непериодической функции $u(t)$ обратное преобразование Фурье имеет вид:

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{S}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega. \quad (3.2)$$

Преобразование Фурье и его обращение взаимнообратны с точностью до множителя $1/(2\pi)$.

Спектральная функция $\dot{S}(\omega)$ идентична линейчатому спектру \dot{C}_n , отнесенному к расстоянию между соседними частотами. Поэтому, если, например, линейчатый спектр \dot{C}_n измеряется в вольтах, то спектральная плотность $\dot{S}(\omega)$ сравнимого однократного процесса имеет размерность В/Гц.

Рассмотрим характерные особенности спектра импульсных помех на примере импульса прямоугольной формы. На рис. 3.1 показана последовательность из нескольких прямоугольных импульсов единичной амплитуды. Каждый импульс имеет длительность t_1 ; друг за другом импульсы следуют с интервалом t_2 ($f_2 = 1/t_2 = 50$ Гц, $f_1 = 1/t_1 = 8f_2 = 400$ Гц, $t_2 = 8t_1$).

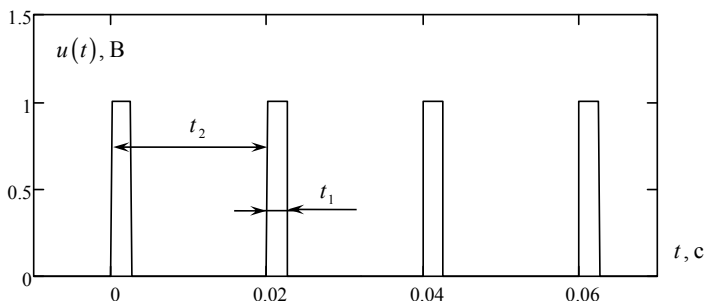


Рис. 3.1. Последовательность прямоугольных импульсов

На рис. 3.2 приводится график модуля спектральной плотности одиночного прямоугольного импульса $S(f)$, где $f = 2\pi/\omega$. Данный график подобен кривой $\sin x/x$. Нули функции $S(f)$ кратны частоте f_1 .

На рис. 3.3 приводится график модуля спектральной плотности двух прямоугольных импульсов, следующих друг за другом. В данном случае огибающая спектральных амплитуд следует функции $\sin x/x$. На каждом интервале длиной f_1 между нулями огибающей теперь находится девять максимумов, расстояния между которыми порядка f_2 ($f_1 = 8f_2$). Крайние максимумы значительно меньше остальных.

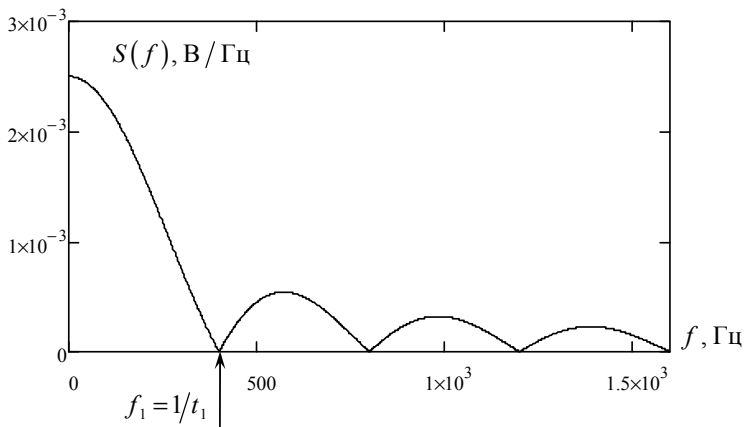


Рис. 3.2. Модуль спектральной плотности одиночного прямоугольного импульса

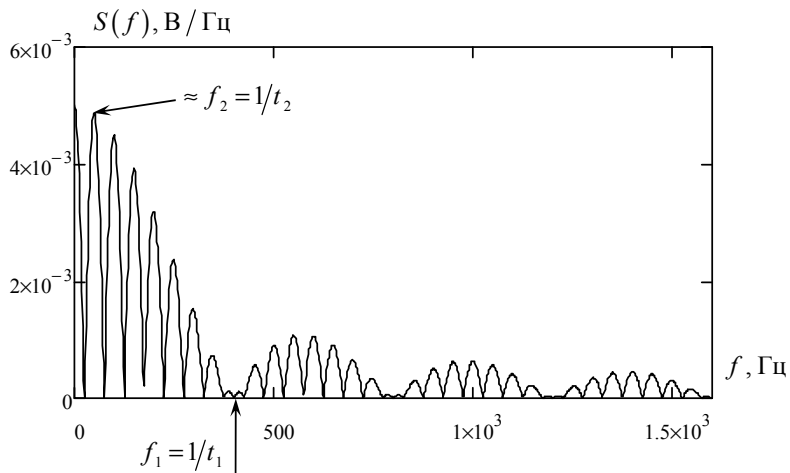


Рис. 3.3. Модуль спектральной плотности двух прямоугольных импульсов

На рис. 3.4 число импульсов увеличено до четырех. Число максимумов между нулями огибающей возрастает. Среди всех максимумов между нулями огибающей выделяются семь главных. Они располагаются в точках, примерно кратных частоте f_2 .

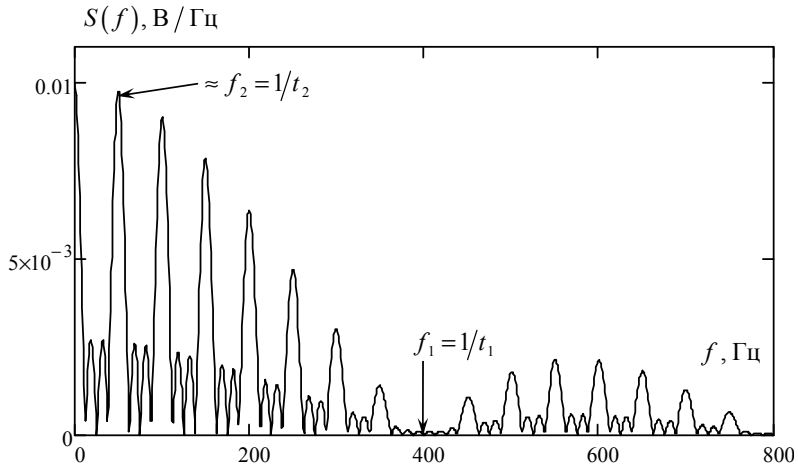


Рис. 3.4. Модуль спектральной плотности четырёх прямоугольных импульсов

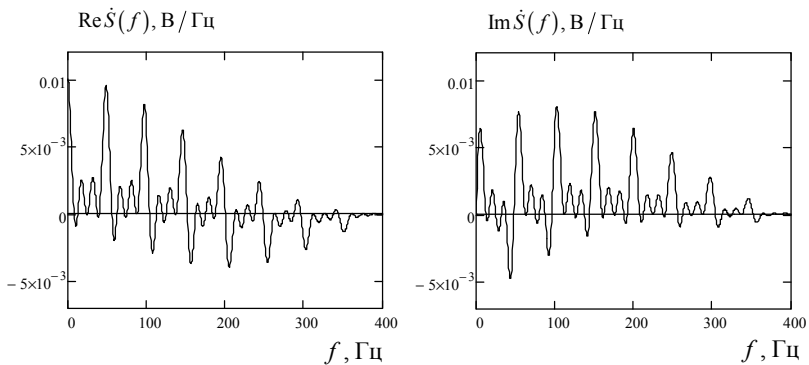


Рис. 3.5. Действительная и мнимая части спектральной плотности четырёх прямоугольных импульсов

Спектральная плотность $\hat{S}(f)$ является комплексной величиной. На рис. 3.5 даны графики действительной и мнимой частей спектральной плотности четырёх прямоугольных импульсов.

При дальнейшем увеличении числа импульсов растёт число максимумов. При этом возрастает роль главных максимумов и всё больше снижается роль промежуточных максимумов. В пределе, при стремлении числа импульсов к бесконечности, получаем периодическую функцию с периодом t_2 . Частотный спектр приобретает дискретный характер. Промежуточные максимумы исчезают, главные максимумы превращаются в отрезки, расположенные в точках, не примерно, а точно кратных частоте f_2 .

Важным источником импульсных помех является молниевый разряд. Молния и связанные с ней переходные поля обуславливают сильное электромагнитное влияние в месте удара и вблизи него. В табл. 1 приводятся некоторые характеристики разрядов молнии «облако – земля» отрицательной полярности.

Таблица 1

Характеристики разрядов молнии отрицательной полярности

Параметр	Минимальный	Характерный	Максимальный
Время, соответствующее максимальному значению тока, мкс	0,1	2	20
Амплитуда тока первого разряда, кА	2	20	200
Амплитуда тока последующих разрядов, кА	2	10	100
Время разряда, мс	5	50	100
Время, соответствующее половине максимального значения тока на спаде, мкс	10	50	200
Число единичных разрядов молнии	1	3	26
Интервал времени между единичными разрядами молнии, мс	3	60	100

Существуют различные способы аналитического описания базового тока молниевых разрядов. В частности, среди других используется биэкспоненциальная аппроксимация:

$$i_M(t) = I_m (\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t)), \quad (3.3)$$

где $\alpha = 2 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$; $\beta = 2 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$; для первого разряда I_m можно принять равным $I_m = 30 \text{ кА}$.

График базового тока молнии, описываемого формулой (3.3), приводится на рис. 3.6.

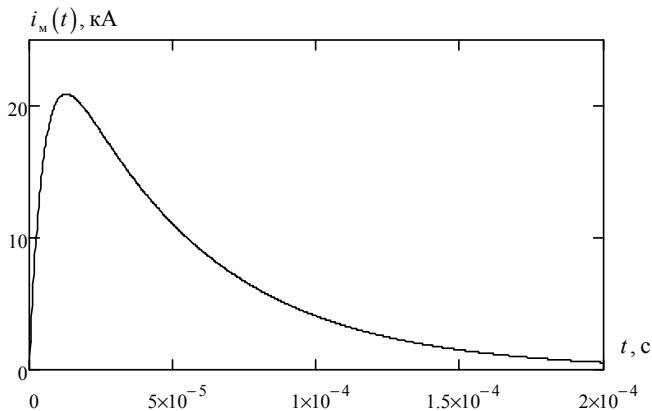


Рис. 3.6. Форма базового тока молнии

Практическая часть

На рис. 3.7 приведён листинг подготовки данных в системе MathCAD, необходимых для формирования последовательности прямоугольных импульсов единичной амплитуды (рис. 3.1). Используемые идентификаторы соответствуют обозначениям из теоретической части. Кроме того, идентификатор $u_p(t)$ означает одиночный импульс в пределах первого периода t_2 .

$f2 := 50$	$t2 := \frac{1}{f2} = 0.02$	$f1 := 8 \cdot f2 = 400$	$t1 := \frac{1}{f1} = 2.5 \times 10^{-3}$
$up(t) := if(t < t1, 1, 0)$		$u(t) := up(if(t < 0, mod(t, t2) + t2, mod(t, t2)))$	

Рис. 3.7. Листинг подготовки данных для последовательности прямоугольных импульсов

На рис. 3.8 приводится листинг спектрального анализа последовательности прямоугольных импульсов (рис. 3.2–3.5). Число импульсов в последовательности равно $(nk + 1)$. На рис. 3.8 $nk = 3$,

т. е. анализируется 4 импульса. Обозначения: f – частота; ω – круговая частота; $fc(\omega)$ – действительная часть спектральной плотности $\text{Re}\dot{S}(\omega)$; $fs(\omega)$ – мнимая часть спектральной плотности $\text{Im}\dot{S}(\omega)$; $S(f)$ – модуль спектральной плотности.

$$\begin{aligned}
 nk &:= 3 \\
 fc(\omega) &:= \sum_{n=0}^{nk} \int_{n \cdot t2}^{n \cdot t2 + t1} 1 \cdot \cos(\omega \cdot t) dt & fs(\omega) &:= \sum_{n=0}^{nk} \int_{n \cdot t2}^{n \cdot t2 + t1} 1 \cdot \sin(\omega \cdot t) dt \\
 S(f) &:= \sqrt{(|fs(2 \cdot \pi \cdot f)|)^2 + (|fc(2 \cdot \pi \cdot f)|)^2}
 \end{aligned}$$

Рис. 3.8. Листинг спектрального анализа последовательности прямоугольных импульсов

$$\begin{aligned}
 f2 &:= 50 & t2 &:= \frac{1}{f2} = 0.02 & f1 &:= 8 \cdot f2 = 400 & t1 &:= \frac{1}{f1} = 2.5 \times 10^{-3} \\
 nk &:= 1 & \omega 1 &:= 2 \cdot \pi \cdot f1 \\
 up(t) &:= \text{if}\left(t < \frac{t1}{2}, \sin(\omega 1 \cdot t), 0\right) & u(t) &:= \text{up}(\text{if}(t < 0, \text{mod}(t, t2) + t2, \text{mod}(t, t2))) \\
 fc(\omega) &:= \sum_{n=0}^{nk} \int_{n \cdot t2}^{n \cdot t2 + \frac{t1}{2}} \sin[\omega 1 \cdot (t - n \cdot t2)] \cdot \cos(\omega \cdot t) dt \\
 fs(\omega) &:= \sum_{n=0}^{nk} \int_{n \cdot t2}^{n \cdot t2 + \frac{t1}{2}} \sin[\omega 1 \cdot (t - n \cdot t2)] \cdot \sin(\omega \cdot t) dt \\
 S(f) &:= \sqrt{(|fs(2 \cdot \pi \cdot f)|)^2 + (|fc(2 \cdot \pi \cdot f)|)^2}
 \end{aligned}$$

Рис. 3.9. Листинг спектрального анализа последовательности импульсов синусоидальной формы

На рис. 3.9 дан листинг подготовки данных и спектрального анализа последовательности импульсов, когда отдельный импульс имеет форму одной дуги синусоиды длительностью $t_1/2$, где $t_1 = 1/f_1, f_1$ – частота синусоиды. Импульсы следуют с частотой f_2 (периодом t_2).

Круговые частоты $\omega_1(f_1)$ и $\omega_2(f_2)$ соответствуют частотам ω_1 и ω_2 импульсов тока при повторных зажиганиях дуги из модуля 2. На рис. 3.10 показаны два импульса синусоидальной формы. В отличие от импульсов тока из модуля 2 (чередующейся полярности и нарастающей амплитуды) импульсы на рис. 3.10 – одной полярности и одинаковой амплитуды.

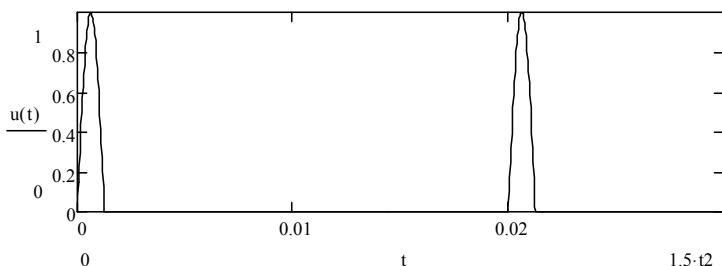


Рис. 3.10. Два импульса синусоидальной формы

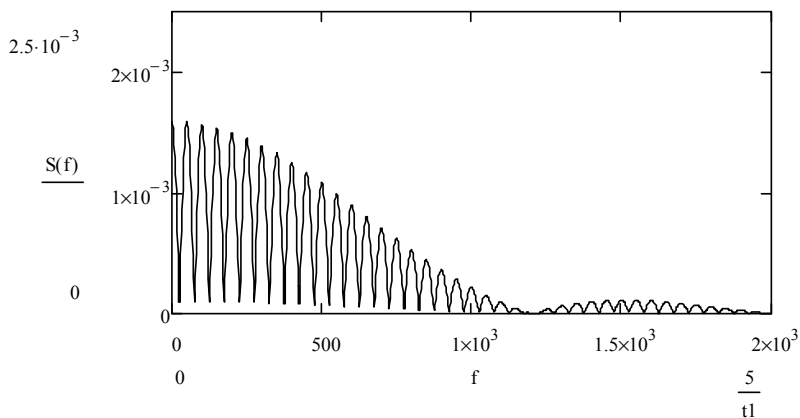


Рис. 3.11. Модуль спектральной плотности двух импульсов синусоидальной формы

На рис. 3.11 приводится модуль спектральной плотности двух импульсов синусоидальной формы, показанных на рис. 3.10.

На рис. 3.12 приведён листинг подготовки данных в системе MathCAD, необходимых для формирования серии импульсов базового тока молнии одинаковой амплитуды. Импульс тока единичного разряда молнии показан на рис. 3.6. На рис. 3.13 изображены три повторных разряда молнии по одному каналу, что соответствует среднему числу повторных разрядов (табл. 1). Амплитуда повторных разрядов принята одинаковой. Интервал времени между единичными разрядами примерно в 1,7 раза больше минимального, но значительно меньше среднего.

$\alpha := 2 \cdot 10^4$	$\beta := 2 \cdot 10^5$	$Imm := 30$	$t2 := 5 \cdot 10^{-3}$
$im(t) := Imm \left(e^{-\alpha \cdot t} - e^{-\beta \cdot t} \right) \quad u(t) := im(\text{if}(t < 0, \text{mod}(t, t2) + t2, \text{mod}(t, t2)))$			

Рис. 3.12. Листинг подготовки данных для серии импульсов базового тока молнии

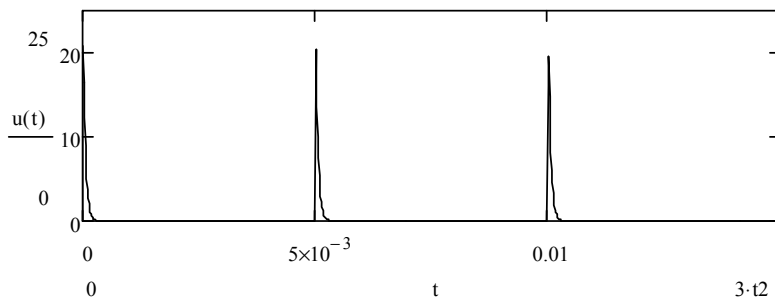


Рис. 3.13. Три повторных разряда молнии по одному каналу одинаковой амплитуды

На рис. 3.14 приводится график модуля спектральной плотности одиночного импульса тока молнии. Видим, что спектр базового разряда молнии простирается в область десятков килогерц.

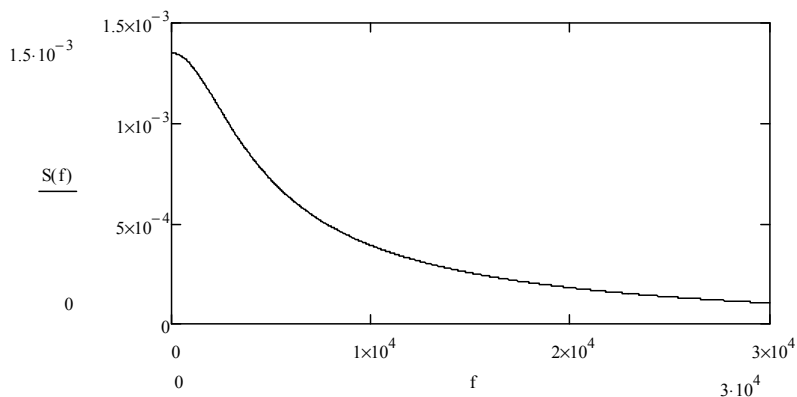


Рис. 3.14. Модуль спектральной плотности одиночного импульса тока молнии

Задание

1. Провести анализ спектральной плотности одиночного прямоугольного импульса. Используя формулу (3.1), вывести аналитические выражения для $\dot{S}(\omega)$ и $S(\omega)$. Подготовить в системе MathCAD блок для численного расчёта спектральной плотности. Сравнить результаты численных вычислений и вычислений по аналитической формуле, отобразив их на одном графике.

2. Согласовать с преподавателем исходные данные для последовательности прямоугольных импульсов (рис. 3.1). Используя пример в практической части, получить кривые плотности распределения амплитуд для различных значений $t_1(f_1)$, $t_2(f_2)$ и числа импульсов. Проанализировать расположение нулей и максимумов. Рассмотреть случай большого числа импульсов.

3. Повторить пункты 1, 2 для импульсов синусоидальной формы.

4. Провести анализ спектральной плотности последовательности импульсов тока при повторных зажиганиях дуги из модуля 2. Дополнительно к пункту 3 учесть чередование полярности и нарастающие амплитуды.

5. Повторить пункты 1, 2 для импульсов базового тока молнии, используя аппроксимацию, предложенную в теоретической части. Оценить ширину спектра одиночного разряда по уровню 0,5.

6. По каждому пункту сделать выводы.

Модуль 4. ФИЛЬТРАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОМЕХ

Для обеспечения электромагнитной совместимости во многих случаях необходимо ослабить помехи, обусловленные гальваническими связями с источниками, или проникновение таких помех через чувствительные элементы. Для этого используются пассивные помехоподавляющие устройства в виде фильтров. В зависимости от решаемой задачи они могут быть установлены непосредственно у чувствительного элемента или у источника.

Помехоподавляющие фильтры представляют собой элементы для обеспечения затухания поступающей по проводам помехи. Целесообразное их применение предполагает, что спектральные составляющие полезного сигнала и помехи достаточно отличаются друг от друга. Это позволяет при соответствующих параметрах фильтра обеспечить селективное демпфирование помехи при отсутствии заметного искажения полезного сигнала. При этом собственно эффект демпфирования достигается делением напряжения.

Сетевые помехоподавляющие фильтры представляют собой фильтры низких частот, свободно пропускающие напряжение сети (полезный сигнал) и фильтрующие содержащиеся в сети высокочастотные составляющие (гармонические, в том числе и образующие спектр импульсных помех). Их применение преследует две цели: во-первых, защиту устройства от помех, поступающих из сети питания; во-вторых, снижение уровня эмиссии возможной помехи, исходящей от прибора по проводам питания.

Основными составными элементами фильтров являются катушки индуктивности и конденсаторы. Они могут использоваться для подавления помех отдельно или в комбинации друг с другом. Реактивные сопротивления используемых в фильтрах конденсаторов (x_C) и катушек индуктивности (x_L) связаны с частотой формулами:

$$x_C = (\omega C)^{-1}, \quad x_L = \omega L. \quad (4.1)$$

Если сопротивление нагрузки, на которую включён фильтр, очень велико, т. е. теоретически стремится к бесконечности, то часто используют RC -фильтры. Благодаря тому, что импеданс конденсатора, равный $Z_C = -ix_C$, зависит от частоты, с помощью конденсаторов и резисторов можно строить частотно-зависимые делители

напряжения, которые будут пропускать только сигналы нужной частоты, а все остальные подавлять. Простейшие RC -фильтры представляют собой цепь, состоящую из резистора и конденсатора. В зависимости от их расположения фильтр пропускает или верхние, или нижние частоты. Фильтры называются именно по пропусканию. Соответствующие англоязычные термины: фильтр низких частот (ФНЧ) – это low-pass filter (пропускающий низкие); фильтр верхних частот (ФВЧ) – это high-pass filter (пропускающий высокие). На рис. 4.1 изображены схемы НЧ и ВЧ RC -фильтров.

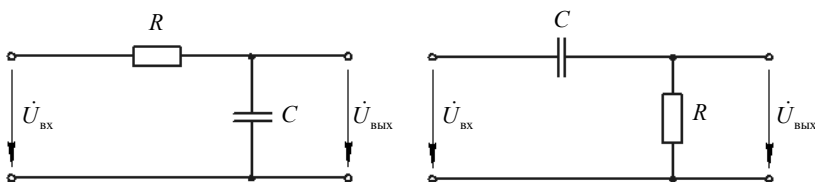


Рис. 4.1. ФНЧ (слева) и ФВЧ (справа)

Принцип действия фильтра НЧ: конденсатор, обладая малым реактивным сопротивлением на высоких частотах, шунтирует токи высоких частот на корпус, а на низких частотах его реактивное сопротивление максимально, поэтому ток через него не проходит.

Принцип действия фильтра ВЧ: конденсатор, обладая малым реактивным сопротивлением на высоких частотах, пропускает ток беспрепятственно, а на низких частотах его реактивное сопротивление максимально, поэтому ток через него не проходит.

Для обеспечения точности фильтра необходимо, чтобы значение сопротивления элементов фильтра было приблизительно на два порядка меньше (в 100 раз) сопротивления нагрузки, подключаемой к выходу фильтра. С уменьшением этой разницы качество фильтра ухудшается. Связано это с тем, что сопротивление нагрузки влияет на качество частотного фильтра. Если не нужна высокая точность, то эту разницу можно снизить до 10 раз.

В практической части рассматривается фильтр низких частот. Передаточная функция фильтра ФНЧ, изображённого на рис. 4.1, определяется выражением

$$K(\omega) = \frac{1}{1 + i\omega RC}. \quad (4.2)$$

Частотой среза фильтра называют частоту, ослабление сигнала на которой достигает -3 дБ по логарифмической шкале или составляет $1/\sqrt{2} \approx 0,707$ по линейной, т. е. амплитуда сигнала на частоте среза составляет примерно 71 % от входного значения. Частота среза фильтра ФНЧ (рис. 4.1) рассчитывается по формуле

$$\omega_c = \frac{1}{RC}. \quad (4.3)$$

Если нормировать частоту ω на частоту среза ω_c , обозначив

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_c} = \omega \cdot RC, \quad (4.4)$$

то передаточная функция принимает вид

$$K(\Omega) = \frac{1}{1 + i\Omega}, \quad (4.5)$$

причём амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики равны:

$$|K(\Omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \Omega^2}}, \quad \arg(K(\Omega)) = -\arctg(\Omega). \quad (4.6)$$

Соответствующие графики приводятся на рис. 4.2, 4.3. Видим, что при $\Omega = 1$ величина $|K(\Omega)| = 0,707$ (точка -3 дБ).

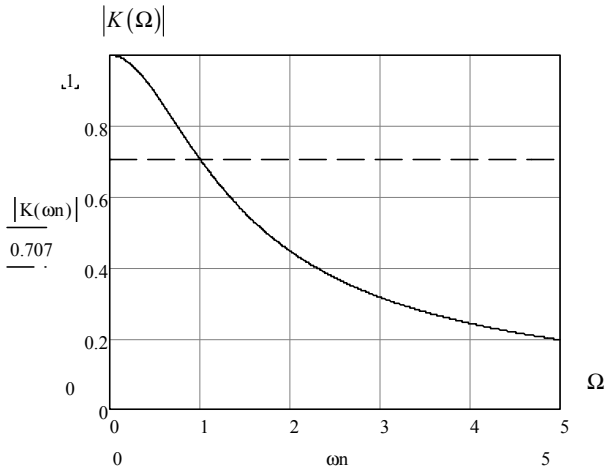


Рис. 4.2. Амплитудно-частотная характеристика ФНЧ

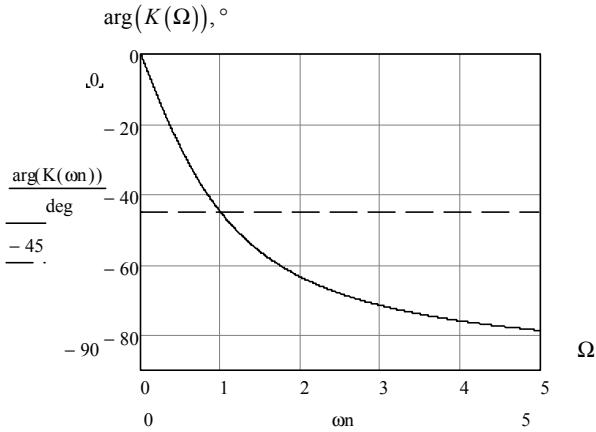


Рис. 4.3. Фазочастотная характеристика ФНЧ

При $\Omega \gg 1$, т. е. когда частота входного сигнала $\omega \gg \omega_c$, $|K\Omega| \approx 1/\Omega$. Это соответствует снижению коэффициента передачи фильтра на 20 дБ на декаду.

Если необходимо получить более быстрое уменьшение коэффициента передачи, можно включить n фильтров нижних частот последовательно. Передаточная функция такой системы равна произведению передаточных функций отдельных звеньев.

Фильтры низких частот находят очень широкое применение. Помимо применения в качестве сетевых помехоподавляющих фильтров, их, например, используют для устранения влияния близлежащих радио- и телевизионных станций (550 кГц – 800 МГц) на работу чувствительных электронных приборов.

Зная передаточную функцию, можно при известном входном синусоидальном напряжении $\dot{U}_{\text{вх}}$ находить выходное напряжение $\dot{U}_{\text{вых}}$:

$$\dot{U}_{\text{вых}} = K(\omega) \cdot \dot{U}_{\text{вх}}. \quad (4.7)$$

Для комплексных амплитуд справедливо аналогичное выражение:

$$\dot{U}_{\text{вых}, m} = K(\omega) \cdot \dot{U}_{\text{вх}, m}. \quad (4.8)$$

В случае непериодического входного воздействия передаточная функция позволяет достаточно просто определить спектральную плотность процесса на выходе системы при известной спектральной плотности процесса на входе:

$$\dot{S}_{\text{вых}}(\omega) = K(\omega) \cdot \dot{S}_{\text{вх}}(\omega). \quad (4.9)$$

В частности, если перемножить спектральную плотность процесса на выходе источника помехи (соответственно, и на входе канала передачи помехи) $\dot{S}_{\text{ист}}(\omega)$ с передаточной функцией канала передачи помехи $K_{\text{св}}(\omega)$ и далее с передаточной функцией приемника, подверженного помехе $K_{\text{пр}}(\omega)$, то получим спектральную плотность помехи в приемнике $\dot{S}_{\text{пр}}(\omega)$:

$$\dot{S}_{\text{пр}}(\omega) = \dot{S}_{\text{ист}}(\omega) \cdot K_{\text{св}}(\omega) \cdot K_{\text{пр}}(\omega). \quad (4.10)$$

Практическая часть

В практической части рассматривается фильтр низких частот. Входное напряжение представлено основной гармоникой (50 Гц) и рядом высокочастотных гармоник (в примере – 4 гармоники). На рис. 4.4 приведён листинг задания в системе MathCAD входного напряжения. Общее число гармонических составляющих $n = 5$. Параметры гармоник представлены в виде векторов. Используемые идентификаторы: f – вектор частот; ω – вектор круговых частот; $u_1 m$ – вектор амплитуд составляющих ($|\dot{U}_{\text{вх}, m}|$); $\phi \lg$ – вектор начальных фаз составляющих в градусах; ϕ_1 – вектор начальных фаз составляющих в радианах ($\arg(\dot{U}_{\text{вх}, m})$); $u_1(k, t)$ – функция, описывающая зависимость k -й гармоники ($u_{\text{вх}, k}(t)$) от времени; $u_1 s(t)$ – суммарное входное напряжение ($u_{\text{вх}}(t)$).

На рис. 4.5 представлены графики гармонических составляющих на входе и суммарное входное напряжение. Видно, что наличие помехи приводит к значительному искажению входного напряжения.

На рис. 4.6 дан листинг задания передаточной функции ФНЧ и расчёта напряжения на выходе фильтра. Частота среза фильтра (идентификатор ωc для круговой частоты) задана равной удвоенной частоте основной гармоники ($f_c = 100$ Гц). При выполнении задания студент должен подобрать необходимые значения R , C на основе частоты среза фильтра (формула (4.3)) и сопротивления нагрузки, учитывая рекомендации в теоретической части. Идентификаторы для выходного напряжения снабжены символом «2» и соответствуют идентификаторам для входного напряжения.


```

ORIGIN:= 1

n := 5      k := 1..n      fk := 200k      f1 := 50

fT = (50 400 600 800 1 × 103)      ω := 2 · π · f

u1m :=  $\begin{pmatrix} 10 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0.5 \end{pmatrix}$       φ1g :=  $\begin{pmatrix} 0 \\ 90 \\ 45 \\ 180 \\ -90 \end{pmatrix}$       φ1 := φ1g · deg =  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1.571 \\ 0.785 \\ 3.142 \\ -1.571 \end{pmatrix}$ 

u1(k,t) := u1mk · sin(ωk · t + φ1k)      u1s(t) :=  $\sum_{k=1}^n u1(k,t)$ 

```

Рис. 4.4. Листинг задания входного напряжения

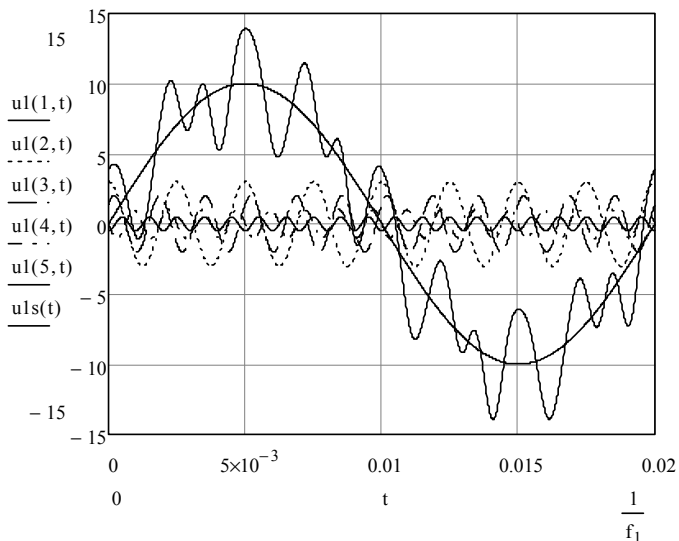


Рис. 4.5. Графики гармонических составляющих на входе и суммарное входное напряжение

$$\omega_s := 2 \cdot \omega_1 \qquad K(\omega) := \frac{1}{1 + i \cdot \frac{\omega}{\omega_s}}$$

$$u2m_k := u1m_k \cdot |K(\omega_k)| \qquad \varphi2_k := \arg(K(\omega_k) \cdot \exp(i \cdot \varphi1_k))$$

$$u2m = \begin{pmatrix} 8.944 \\ 0.728 \\ 0.329 \\ 0.124 \\ 0.05 \end{pmatrix} \qquad \varphi2g := \frac{\varphi2}{\text{deg}} = \begin{pmatrix} -26.565 \\ 14.036 \\ -35.538 \\ 97.125 \\ -174.289 \end{pmatrix}$$

$$\frac{u1m}{u1m_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.1 \\ 0.05 \end{pmatrix} \qquad \frac{u2m}{u2m_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.081 \\ 0.037 \\ 0.014 \\ 5.562 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$\frac{u2m}{u1m} = \begin{pmatrix} 0.894 \\ 0.243 \\ 0.164 \\ 0.124 \\ 0.1 \end{pmatrix} \qquad \frac{u2m}{u1m} \cdot \frac{u1m_1}{u2m_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.271 \\ 0.184 \\ 0.139 \\ 0.111 \end{pmatrix}$$

$$u2(k,t) := u2m_k \cdot \sin(\omega_k \cdot t + \varphi2_k) \qquad u2s(t) := \sum_{k=1}^n u2(k,t)$$

Рис. 4.6. Листинг задания передаточной функции ФНЧ и расчёта напряжения на выходе фильтра

Из листинга на рис. 4.6 видно, что после прохождения фильтра уровень высокочастотных гармоник существенно снижается. Выведенные отношения u_{1m}/u_{1m_1} и u_{2m}/u_{2m_1} показывают, что, например, амплитуда синусоиды с частотой $f_2 = 400$ Гц на входе ФНЧ составляет 30 % от амплитуды основной синусоиды, а на выходе – уже только 8,1 %. Для частоты $f_3 = 600$ Гц эти отношения составляют 20 и 3,7 % и т. д. На рис. 4.7 отношения амплитуд представлены наглядно в виде гистограмм. На рис. 4.6 приводятся также отношения u_{2m}/u_{1m} и $(u_{2m}/u_{1m}):(u_{2m_1}/u_{1m_1})$, показывающие – чем выше частота, тем сильнее ослабляется фильтром соответствующая синусоида.

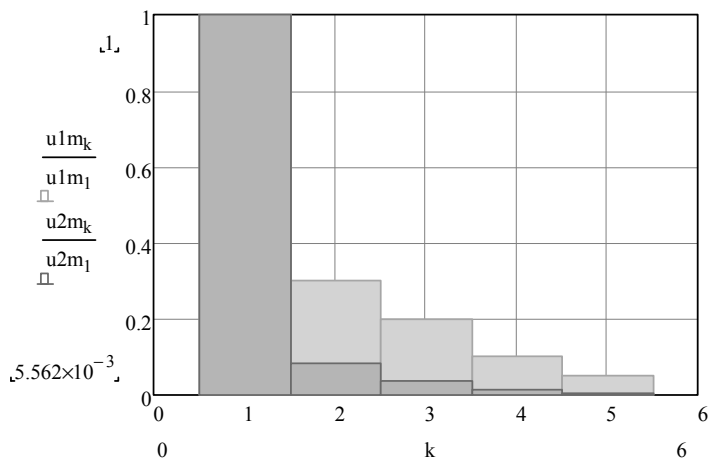


Рис. 4.7. Гистограммы отношений u_{1m}/u_{1m_1} и u_{2m}/u_{2m_1} амплитуд синусоид на входе и выходе ФНЧ

На рис. 4.8 представлены графики гармонических составляющих на выходе фильтра и суммарное выходное напряжение. Видно, что фильтрация приводит к значительному снижению уровня помех (сравните с рис. 4.5).

На рис. 4.9 изображены графики основной гармоники и суммарного напряжения на входе и выходе ФНЧ. Здесь наглядно видно влияние фильтра на прохождение высокочастотной помехи. Наконец, на рис. 4.10 изображены графики напряжения помехи на входе и выходе ФНЧ, отнесённого к амплитуде основной синусоиды.

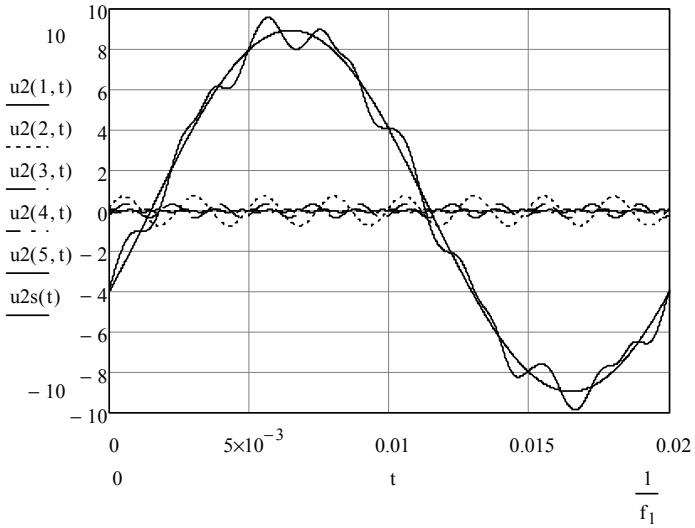


Рис. 4.8. Графики гармонических составляющих на выходе и суммарное выходное напряжение

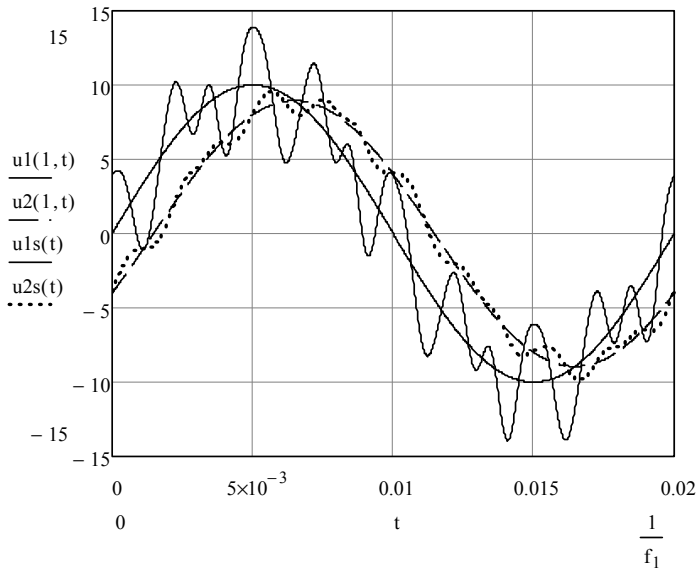


Рис. 4.9. Графики основной гармоники и суммарного напряжения

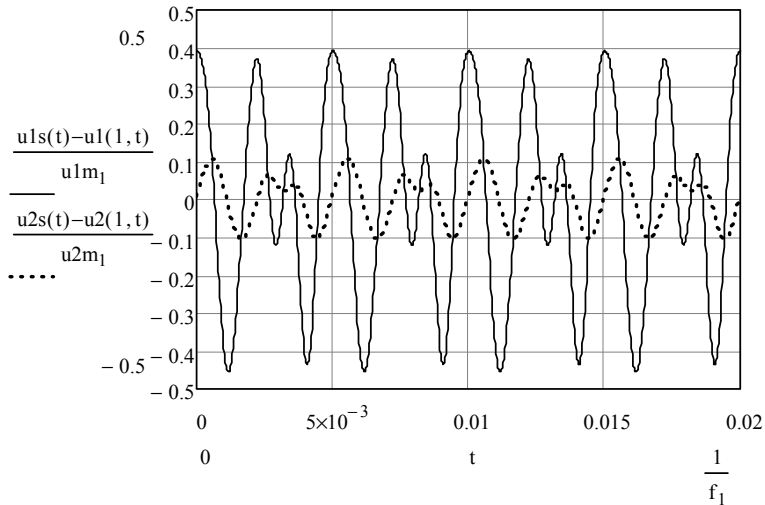


Рис. 4.10. Графики напряжения помехи на входе и выходе ФНЧ

Задание

1. Получить выражения для передаточных функций ФНЧ (формула (1.1)) и ФВЧ, изображённых на рис. 4.1. Определить частоту среза фильтров. Записать выражения для передаточных функций через нормированную частоту Ω . Получить выражения для $|K(\Omega)|$ и $\arg(K(\Omega))$ ФНЧ (формулы (4.6)) и ФВЧ. Построить амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики ФНЧ (рис. 4.2, 4.3) и ФВЧ. Проанализировать результаты.

2. Повторить задания п. 1 для фильтра, составленного из n простейших фильтров нижних частот, включённых последовательно. Сравнить графически частотные характеристики фильтров при $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

3. Аналогичным образом проанализировать полосно-пропускающий фильтр, составленный из каскадно-соединённых ФНЧ и ФВЧ. Нарисовать схему фильтра. Получить выражение для передаточной функции. Определить частоту, на которую приходится максимум модуля передаточной функции. Пронормировать частоту в выражении для передаточной функции на частоту максимума. Получить формулы для модуля и аргумента передаточной функции.

Построить амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики фильтра при разных отношениях частот среза ФНЧ и ФВЧ. Определить полосу пропускания фильтра.

4. Задавшись сопротивлением нагрузки и частотой среза, подобрать для простейшего ФНЧ значения R и C . Используя приведённый пример в практической части, задать входное напряжение в виде совокупности гармонических составляющих разных частот, предусмотрев основную гармонику и гармоники высших частот. Рассмотреть прохождение основной гармоники и помехи через фильтр, рассчитав напряжение на выходе фильтра. Аналогично примеру из практической части вычислить необходимые отношения амплитуд гармоник. Построить гистограммы и графики, показывающие ослабление помехи на выходе фильтра.

5. Повторить п. 4 для ФВЧ.

6. Повторить п. 4 для полосно-пропускающего RC -фильтра.

7. По каждому пункту сделать выводы.

Модуль 5. СТЕКАНИЕ ТОКА В ЗЕМЛЮ ЧЕРЕЗ ГРУППОВОЙ ЗАЗЕМЛИТЕЛЬ

По условиям безопасности и электромагнитной совместимости (ЭМС) заземление должно обладать сравнительно малым сопротивлением, обеспечить которое можно путём увеличения геометрических размеров одиночного заземлителя или применения нескольких параллельных электродов, называемых групповым заземлителем. Второй путь во много раз экономичнее по затрате металла. Кроме того, при нескольких электродах можно выровнять потенциальную кривую на территории, где они размещаются.

В этом модуле рассматривается групповой заземлитель в виде n вертикальных стержней. Отдельный стержень длиной l и диаметром $2r_0$ изображён на рис. 5.1.

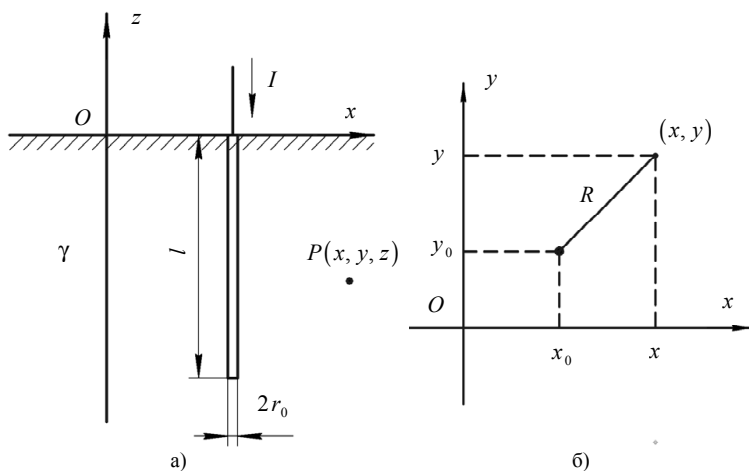


Рис. 5.1. Стержневой заземлитель

Верхний конец стержня находится на уровне земли и имеет координаты $(x_0, y_0, 0)$ в прямоугольной системе координат $Oxyz$ (плоскость xy совпадает с поверхностью земли, ось z — ортогональна поверхности земли). Толщина стержня много меньше его длины ($2r_0 \ll l$). Точка P — произвольная точка в толще земли с координатами (x, y, z) , для которой определяем электрический потенциал

и плотность тока. Расстояние между верхним концом стержня и проекцией точки P на плоскость xu обозначено через R . Через заземлитель стекает ток I . Удельная проводимость грунта – γ .

Потенциал, создаваемый заземлителем в точке P , может быть рассчитан по формуле

$$\varphi = \frac{I}{4\pi\gamma l} \left(\operatorname{Arsh} \left(\frac{z+l}{R} \right) - \operatorname{Arsh} \left(\frac{z-l}{R} \right) \right), \quad (5.1)$$

где $R = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$.

На поверхности земли ($z=0$) (5.1) упрощается:

$$\varphi = \frac{I}{2\pi\gamma l} \operatorname{Arsh} \left(\frac{l}{R} \right) = \frac{I}{2\pi\gamma l} \ln \left(\frac{l}{R} + \sqrt{1 + \left(\frac{l}{R} \right)^2} \right). \quad (5.2)$$

В случае n стержней величины x_0, y_0, R, I, φ получают индекс j , означающий номер стержня, $-x_{0j}, y_{0j}, R_j, I_j, \varphi_j$. Ток I_j , стекающий через каждый стержень, пропорционален проводимости G_j отдельного заземлителя, вычисленной с учётом влияния остальных заземлителей:

$$I_j = \varphi_3 \cdot G_j = I \frac{G_j}{G}, \quad (5.3)$$

где $\varphi_3 = \frac{I}{G}$ – потенциал группового заземлителя; I – общий ток группового заземлителя; G – его проводимость (величина, обратная сопротивлению группового заземлителя R_3):

$$G = \sum_{j=1}^n G_j = \frac{1}{R_3}. \quad (5.4)$$

При малых расстояниях между электродами (менее 40 м) поля растекания токов как бы накладываются одно на другое, а потенциальные распределения электродов взаимно пересекаются и, складываясь, образуют непрерывное суммарное распределение потенциала группового заземлителя.

Формулы (5.1), (5.2) переписываются в виде ($j = 1, 2, \dots, n$):

$$\varphi_j = \frac{I}{4\pi\gamma l} \frac{G_j}{G} \left(\operatorname{Arsh} \left(\frac{z+l}{R_j} \right) - \operatorname{Arsh} \left(\frac{z-l}{R_j} \right) \right); \quad (5.5)$$

$$\varphi_j = \frac{I_j}{2\pi\gamma l} \operatorname{Arsh} \left(\frac{l}{R_j} \right) = \frac{I}{2\pi\gamma l} \frac{G_j}{G} \operatorname{Arsh} \left(\frac{l}{R_j} \right), z=0, \quad (5.6)$$

где $R_j = \sqrt{(x-x_{0j})^2 + (y-y_{0j})^2}$.

Выражения (5.5), (5.6) справедливы для случая $R_j \geq r_0$. В случае $R_j < r_0$ полагаем $\varphi_j = \varphi_j|_{R_j=r_0}$.

Общий потенциал, создаваемый групповым заземлителем в точке P , находится суммированием:

$$\varphi = \sum_{j=1}^n \varphi_j. \quad (5.7)$$

Зная потенциал, можно найти напряжённость электрического поля \vec{E} , а затем по закону Ома в дифференциальном виде плотность тока $\vec{\delta}$:

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi; \quad \vec{\delta} = \gamma \vec{E}; \quad (5.8)$$

$$\delta_x = -\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad \delta_y = -\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad \delta_z = -\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (5.9)$$

С учётом (5.5) вклады стержней в составляющие плотности тока равны:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{xj} &= \frac{I}{4\pi l} \frac{G_j}{G} \left(\frac{z+l}{\sqrt{R_j^2 + (z+l)^2}} - \frac{z-l}{\sqrt{R_j^2 + (z-l)^2}} \right) \frac{x-x_{0j}}{R_j^2}, \\ \delta_{yj} &= \frac{I}{4\pi l} \frac{G_j}{G} \left(\frac{z+l}{\sqrt{R_j^2 + (z+l)^2}} - \frac{z-l}{\sqrt{R_j^2 + (z-l)^2}} \right) \frac{y-y_{0j}}{R_j^2}, \\ \delta_{zj} &= -\frac{I}{4\pi l} \frac{G_j}{G} \left(\frac{1}{\sqrt{R_j^2 + (z+l)^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_j^2 + (z-l)^2}} \right). \end{aligned} \right\} \quad (5.10)$$

Суммарные компоненты плотности тока в точке P равны:

$$\delta_x = \sum_{j=1}^n \delta_{xj}, \quad \delta_y = \sum_{j=1}^n \delta_{yj}, \quad \delta_z = \sum_{j=1}^n \delta_{zj}. \quad (5.11)$$

Проводимости G_j определяются из решения системы линейных алгебраических уравнений. На основе (5.6) записываем

$$\varphi_{3i} = \varphi_3 = \sum_{j=1}^n I_j \cdot \frac{1}{2\pi\gamma l} \text{Arsh} \left(\frac{l}{R_{i,j}} \right), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (5.12)$$

где φ_{3i} – потенциал группового заземлителя, равный потенциалу φ_{3i} верхнего конца отдельного стержня с номером i , а расстояния $R_{i,j}$ равны:

$$R_{i,j} = \sqrt{(x_{0i} - x_{0j})^2 + (y_{0i} - y_{0j})^2}, i \neq j; \quad R_{i,i} = r_0. \quad (5.13)$$

Поделив (5.12) на φ_3 , получаем:

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{i,j} \cdot G_j = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (5.14)$$

$$\alpha_{i,j} = \frac{1}{2\pi\gamma l} \operatorname{Arsh} \left(\frac{l}{R_{i,j}} \right). \quad (5.15)$$

Если обозначить через β матрицу, обратную к матрице α ($\beta = \alpha^{-1}$), то

$$G_j = \sum_{i=1}^n \beta_{i,j}. \quad (5.16)$$

Выражение (5.4) даёт проводимость группового заземлителя G и его сопротивление $R_3 = \frac{1}{G_3}$. Доля общего тока, протекающая через стержень j , равна

$$\frac{I_j}{I} = \frac{G_j}{G}. \quad (5.17)$$

Коэффициент использования проводимости группового заземлителя — это отношение действительной проводимости группового заземлителя к наибольшей его проводимости, т. е. при бесконечно больших расстояниях между его электродами. Для заземлителя из n одинаковых стержней

$$k_{\text{исп}} = \frac{G}{n \cdot G_0}, \quad (5.18)$$

где G_0 — проводимость заземлителя в виде одного стержня (следует из (5.2)):

$$G_0 = \frac{2\pi\gamma l}{\operatorname{Arsh} \left(\frac{l}{r_0} \right)}. \quad (5.19)$$

Практическая часть

На рис. 5.2 приведён листинг расчёта в системе MathCAD проводимостей электродов, сопротивления группового заземлителя и коэффициента использования для четырех стержней, расположенных в ряд. Геометрические параметры и другие исходные данные

понятны из листинга. Общий ток I задаётся в виде единичного тока; он используется в дальнейшем для построения потенциальных кривых и полей плотности тока, которые прямо пропорциональны ему. Вектор проводимостей стержней (G_j) обозначен через G_s (отдельные элементы – G_s_j).

Для заданной геометрии получены значения сопротивления группового заземлителя $R_3 = \frac{1}{G} = 14,4$ Ом и коэффициента использования $k_{исп} = 73,1\%$. Крайние стержни пропускают по 26,5 % общего тока, а средние – по 23,5 %.

На рис. 5.3 приведён листинг расчёта потенциала, а на рис. 5.4 – кривые распределения потенциала на поверхности земли вдоль оси расположения стержней. Даны парциальные кривые для отдельных стержней и суммарная потенциальная кривая. Из рисунка видно, что собственные потенциалы электродов не равны: у крайних стержней потенциал выше, чем у средних. Однако сумма собственного и всех наведённых на электроде потенциалов для всех электродов одинакова и равна φ_3 (см. (5.12)). Потенциальные кривые позволяют найти шаговое напряжение для заданного тока I или предельный ток для заданного шагового напряжения.

На рис. 5.5 приводится поверхностный график распределения потенциала на поверхности земли. То же самое на рис. 5.6 представлено в виде линий уровня. Линии тока направлены ортогонально этой системе эквипотенциальных линий. На рис. 5.7 даны эквипотенциальные линии в вертикальной плоскости xz .

Листинг расчёта составляющих плотности тока приведён на рис. 5.8. Для построения векторного поля плотности электрического тока в вертикальной плоскости xz использован программный блок, показанный на рис. 5.9. Количество стрелок по горизонтали и вертикали задаётся переменными nx и nz соответственно. С помощью переменной mt можно управлять длиной стрелок. Соответствующее векторное поле плотности тока в вертикальной плоскости xz изображено на рис. 5.10. Эквипотенциальные линии на рис. 5.7 и векторное поле на рис. 5.10 взаимно ортогональны.

```

ORIGIN := 1

r0 := 2·10-2      L := 2      γ :=  $\frac{1}{100}$       I := 1      n := 4

x0 :=  $\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$       y0 :=  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 

i := 1..n      j := 1..n

Ri,j :=  $\sqrt{(x0_j - x0_i)^2 + (y0_j - y0_i)^2}$       Ri,i := r0

αi,j :=  $\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot L} \cdot \operatorname{asinh}\left(\frac{L}{R_{i,j}}\right)$       β := α-1

Gsj :=  $\sum_{i=1}^n \beta_{i,j}$       G :=  $\sum_{j=1}^n Gs_j = 0.069$        $\frac{1}{G} = 14.4$        $\frac{Gs}{G} \cdot 100 = \begin{pmatrix} 26.5 \\ 23.5 \\ 23.5 \\ 26.5 \end{pmatrix}$ 

G0 :=  $\frac{2 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot L}{\operatorname{asinh}\left(\frac{L}{r0}\right)} = 0.024$       kisp :=  $\frac{G}{n \cdot G0} \cdot 100 = 73.1$ 

```

Рис. 5.2. Листинг расчёта сопротивления группового заземлителя

```

φs(j, x, y, z) :=  $\begin{cases} R_{xy} \leftarrow \sqrt{(x - x0_j)^2 + (y - y0_j)^2} \\ R_{xy} \leftarrow r0 \text{ if } R_{xy} \leq r0 \\ \frac{I}{4 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot L} \cdot \frac{Gs_j}{G} \cdot \left( \operatorname{asinh}\left(\frac{z + L}{R_{xy}}\right) - \operatorname{asinh}\left(\frac{z - L}{R_{xy}}\right) \right) \end{cases}$ 

φ(x, y, z) :=  $\sum_{j=1}^n \phi s(j, x, y, z)$ 

φ1(x, y) := φ(x, y, 0)      φ2(x, z) := φ(x, 0, z)

```

Рис. 5.3. Листинг расчёта потенциала

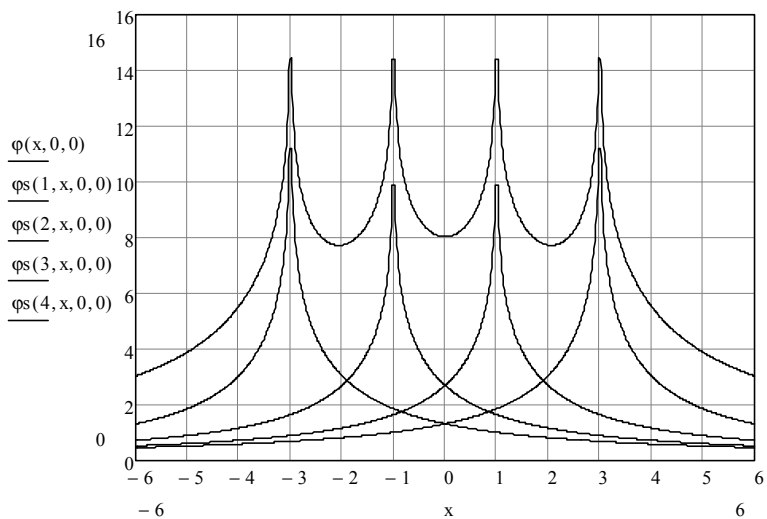
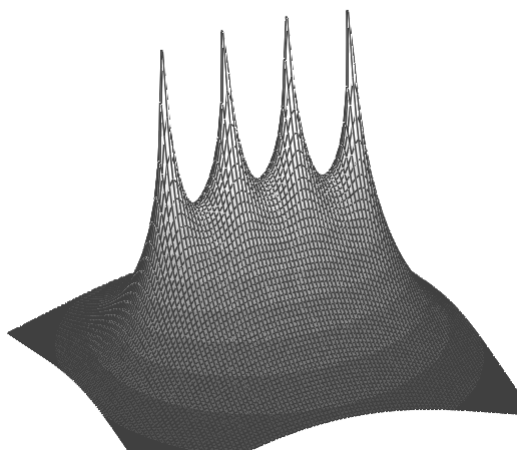
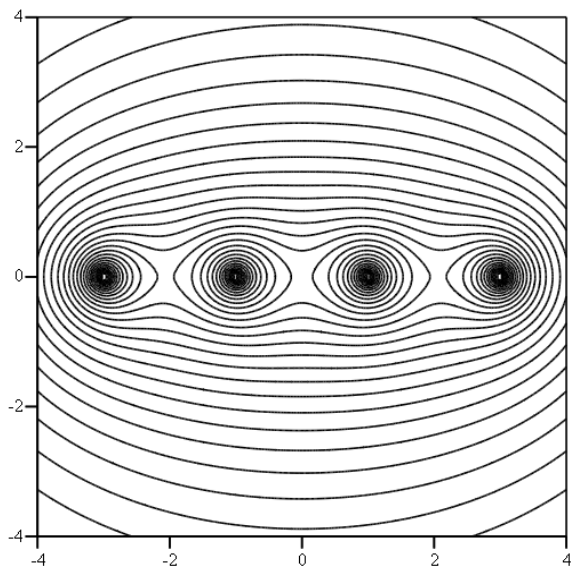


Рис. 5.4. Потенциальные кривые



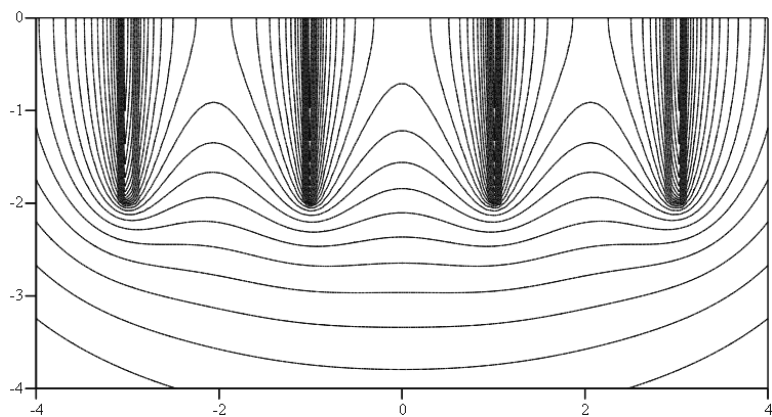
φ_1

Рис. 5.5. Распределение потенциала на поверхности земли



φ_1

Рис. 5.6. Линии уровня потенциала на поверхности земли



φ_2

Рис. 5.7. Линии уровня потенциала в плоскости xz

$$\begin{aligned}
\delta_{xs}(j, x, y, z) &:= \left[\begin{array}{l} R_{xy} \leftarrow \sqrt{(x - x_{0j})^2 + (y - y_{0j})^2} \\ \frac{I}{4\pi \cdot L} \cdot \frac{G_s \cdot j}{G} \cdot \left[\frac{z + L}{\sqrt{R_{xy}^2 + (z + L)^2}} - \frac{z - L}{\sqrt{R_{xy}^2 + (z - L)^2}} \right] \cdot \frac{(x - x_{0j})}{R_{xy}^2} \end{array} \right] \\
\delta_{ys}(j, x, y, z) &:= \left[\begin{array}{l} R_{xy} \leftarrow \sqrt{(x - x_{0j})^2 + (y - y_{0j})^2} \\ \frac{I}{4\pi \cdot L} \cdot \frac{G_s \cdot j}{G} \cdot \left[\frac{z + L}{\sqrt{R_{xy}^2 + (z + L)^2}} - \frac{z - L}{\sqrt{R_{xy}^2 + (z - L)^2}} \right] \cdot \frac{(y - y_{0j})}{R_{xy}^2} \end{array} \right] \\
\delta_{zs}(j, x, y, z) &:= \left[\begin{array}{l} R_{xy} \leftarrow \sqrt{(x - x_{0j})^2 + (y - y_{0j})^2} \\ -\frac{I}{4\pi \cdot L} \cdot \frac{G_s \cdot j}{G} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{R_{xy}^2 + (z + L)^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_{xy}^2 + (z - L)^2}} \right] \end{array} \right] \\
\delta_x(x, y, z) &:= \sum_{j=1}^n \delta_{xs}(j, x, y, z) & \delta_y(x, y, z) &:= \sum_{j=1}^n \delta_{ys}(j, x, y, z) \\
\delta_z(x, y, z) &:= \sum_{j=1}^n \delta_{zs}(j, x, y, z)
\end{aligned}$$

Рис. 5.8. Листинг расчёта составляющих плотности тока

```

ORIGIN:= 0
xn := -5      xk := 5      zn := -5      zk := 0      nx := 52      nz :=  $\frac{nx}{2}$ 
h :=  $\frac{xk - xn}{nx} = 0.192$       i := 0.. nx      j := 0.. nz

      x1 := xn + i·h      zj := zn + j·h

      MXi,j := δx(x1, 0, zj)      MZi,j := δz(x1, 0, zj)

MABSi,j :=  $\sqrt{(MX_{i,j})^2 + (MZ_{i,j})^2}$       mm := 0.02

MXi,j := if [ MABSi,j < mm, MXi,j,  $\left( \frac{MX_{i,j}}{MABS_{i,j}} \right) \cdot mm$  ]

MZi,j := if [ MABSi,j < mm, MZi,j,  $\left( \frac{MZ_{i,j}}{MABS_{i,j}} \right) \cdot mm$  ]

```

Рис. 5.9. Листинг подготовки массивов для построения векторного поля плотности тока

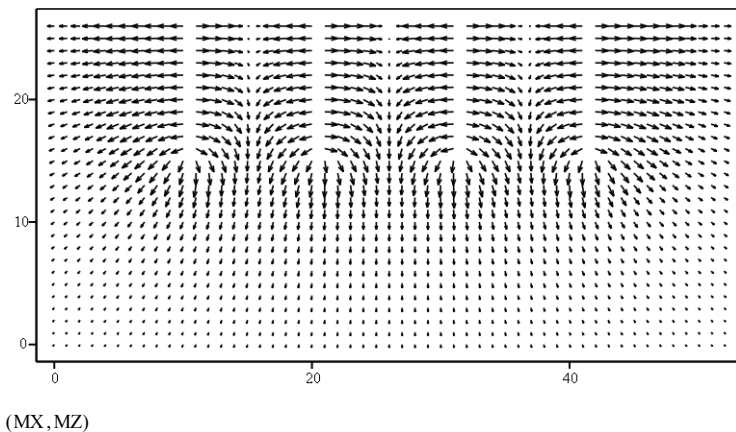


Рис. 5.10. Векторное поле плотности тока в плоскости xz

Задание

1. Вывести все необходимые формулы модуля, в частности, (5.1), (5.2), (5.10), (5.14). При выводе (5.1) использовать метод зеркальных изображений, представляя стержень в виде совокупности бесконечно малых участков длиной dz' каждый и уподобляя их элементарным шаровым заземлителям диаметром dz' . Окончательный результат получить интегрированием элементарных потенциалов. Формулы (5.10) получить дифференцированием сложной функции (5.5).

2. Согласовать с преподавателем исходные данные для группового заземлителя в виде n стержней, расположенных в ряд. Используя приведённый пример в практической части, рассчитать проводимости электродов, общую проводимость и сопротивление группового заземлителя, коэффициент использования и парциальный вклад стержней в пропускание тока (в процентах).

3. Построить парциальные потенциальные кривые для отдельных стержней и суммарную потенциальную кривую группового заземлителя. Найти наибольшее шаговое напряжение для заданного тока I и предельный ток для заданного шагового напряжения.

4. Получить трёхмерный график распределения потенциала на поверхности земли и соответствующую систему эквипотенциальных линий. Построить карандашом на графике эквипотенциальных линий ортогональную им систему линий тока.

5. Прodelать то же самое для графика эквипотенциальных линий в вертикальной плоскости, проходящей через все стержни.

6. Подготовить программный блок для расчёта составляющих плотности электрического тока и построения векторного поля плотности тока в вертикальной плоскости. Сравнить векторное поле с картиной линий тока, нарисованной в п. 5.

7. Согласовать с преподавателем исходные данные для группового заземлителя в виде n стержней, расположенных по периметру прямоугольника. Выполнить пункты 2–6 задания для данного заземлителя. В пунктах 3, 5, 6 построение провести для нескольких вертикальных сечений (3–4 сечения). Сравнить результаты для разных сечений. Потенциальные кривые для разных сечений совместить на одном графике.

8. По каждому пункту сделать выводы.

Модуль 6. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ЛИНИИ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ СВЕРХВЫСОКОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Расчёт электрического поля трёхфазной линии проводят при проектировании линий электропередачи, а также при рассмотрении вопросов электромагнитной совместимости. Обычно ограничиваются нахождением вертикальной компоненты поля на поверхности земли или на небольшом расстоянии от неё (порядка 2 м). На этих расстояниях горизонтальная составляющая сравнительно мала и поле можно считать линейно поляризованным в вертикальной плоскости. Однако в общем случае поле трёхфазной линии имеет эллиптическую поляризацию, что обусловлено векторным сложением полей отдельных проводников, сдвинутых друг относительно друга по фазе.

В настоящее время при проектировании воздушных линий сверхвысокого напряжения следует учитывать также факторы, связанные с биологическим и физиологическим влиянием. Важным показателем, определяющим степень влияния на биологические объекты, является напряжённость электрического поля на уровне земли. Ограничение напряжённости электрического поля связано, в частности, с требованиями, относящимися к санитарно-защитной зоне. Санитарно-защитная зона определена как территория вдоль трассы линии, на которой напряжённость превышает 1 кВ/м.

На рис. 6.1 приводится схема трёхфазной линии электропередачи. Смысл геометрических параметров $h_1, h_2, h_3, d_{12}, d_{23}$ ясен из рисунка. Три фазы имеют один и тот же эквивалентный радиус r_3 . Введение эквивалентного радиуса связано с применением расщепленных проводов фаз для линий сверхвысокого напряжения. Эквивалентный радиус находится по формуле

$$r_3 = r_0 \cdot n \sqrt{\frac{n \cdot r}{r_0}}, \quad (6.1)$$

где r_0 – радиус окружности, проходящей через центры сечений проводников расщеплённой фазы, расположенных в вершинах правильного n -угольника; r – радиус сечения отдельных проводников. Радиус окружности r_0 можно найти, зная расстояние d между проводами фазы, которое в отечественной практике обычно составляет $d = 0,4$ м.

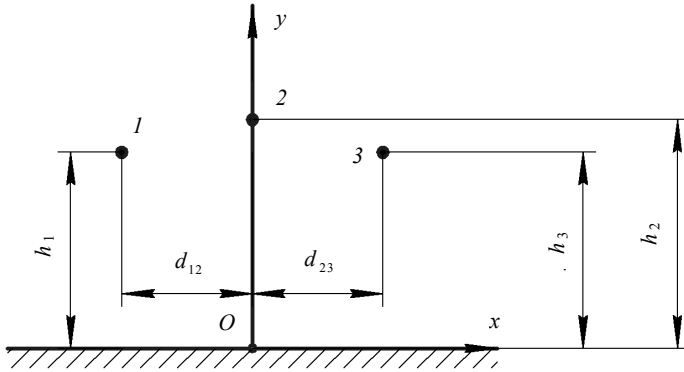


Рис. 6.1. Схема трёхфазной линии электропередачи

Обычным образом записываем первую группу уравнений Максвелла для комплексных действующих значений с учётом зеркально отражённых относительно земли проводов:

$$\dot{\phi}_{ni} = \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij} \cdot \dot{\tau}_j, \quad i = 1, 2, 3, \quad (6.2)$$

где $\dot{\tau}_j$ – комплексное действующее значение линейной плотности заряда на j -м фазном проводе; $\dot{\phi}_{ni}$ – комплексное действующее значение электрического потенциала на поверхности i -го эквивалентного фазного провода.

Потенциальные коэффициенты α_{ij} находим по формуле

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ji} = 2k \cdot \ln \frac{b_{ij}}{a_{ij}}, \quad (6.3)$$

где $k = (4\pi\epsilon)^{-1} = 9 \cdot 10^9$ (м/Ф), а расстояния между действительными и зеркальными проводами равны:

$$\left. \begin{aligned} a_{i,j} &= \sqrt{(x_{0i} - x_{0j})^2 + (y_{0i} - y_{0j})^2}, \quad i \neq j; & a_{i,i} &= r_s; \\ b_{i,j} &= \sqrt{(x_{0i} - x_{0j})^2 + (y_{0i} + y_{0j})^2}; \end{aligned} \right\} \quad (6.4)$$

где $(x_{0i}, y_{0i}), (x_{0j}, y_{0j})$ – координаты центров фазных проводов (рис. 6.1).

Считая известными

$$\dot{\phi}_{n1} = U_\phi, \quad \dot{\phi}_{n2} = U_\phi \exp\left(-i\frac{2\pi}{3}\right), \quad \dot{\phi}_{n3} = U_\phi \exp\left(+i\frac{2\pi}{3}\right),$$

решаем систему линейных алгебраических уравнений (6.2) и находим $\dot{\tau}_j$.

Комплексные действующие значения электрического потенциала и напряжённости электрического поля вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \phi(x, y) &= \\ &= \sum_{i=1}^3 k \cdot \dot{\tau}_i \left(-\ln \left((x-x_{0i})^2 + (y-y_{0i})^2 \right) + \ln \left((x-x_{0i})^2 + (y+y_{0i})^2 \right) \right), \\ \dot{E}_x(x, y) &= \sum_{i=1}^3 2k \cdot \dot{\tau}_i \left(\frac{x-x_{0i}}{(x-x_{0i})^2 + (y-y_{0i})^2} - \frac{x-x_{0i}}{(x-x_{0i})^2 + (y+y_{0i})^2} \right), \\ \dot{E}_y(x, y) &= \sum_{i=1}^3 2k \cdot \dot{\tau}_i \left(\frac{y-y_{0i}}{(x-x_{0i})^2 + (y-y_{0i})^2} - \frac{y+y_{0i}}{(x-x_{0i})^2 + (y+y_{0i})^2} \right). \end{aligned} \right\} (6.5)$$

Вблизи поверхности земли электрическое поле имеет только вертикальную y -составляющую. Действующее значение этой составляющей в зависимости от горизонтальной координаты x может быть найдено как функция $f(x) = |\dot{E}_y(x, 0)|$.

Мгновенные значения линейных плотностей заряда, потенциала и напряжённости электрического поля равны:

$$\tau_i(t) = \sqrt{2} \cdot \text{Im}(\dot{\tau}_i \cdot \exp(i \omega t)); \quad (6.6)$$

$$\varphi(x, y, t) = \sqrt{2} \cdot \text{Im}(\phi(x, y) \cdot \exp(i \omega t)); \quad (6.7)$$

$$\left. \begin{aligned} E_x(x, y, t) &= \sqrt{2} \cdot \text{Im}(\dot{E}_x(x, y) \cdot \exp(i \omega t)), \\ E_y(x, y, t) &= \sqrt{2} \cdot \text{Im}(\dot{E}_y(x, y) \cdot \exp(i \omega t)). \end{aligned} \right\} (6.8)$$

Практическая часть

На рис. 6.2 приведён листинг расчёта в системе MathCAD комплексных действующих значений линейной плотности заряда $\dot{\tau}_j$. Из листинга понятно, каким идентификаторам соответствуют геометрические параметры и иные исходные данные из теоретической части. Другие обозначения: U – линейное напряжение; S – площадь поперечного сечения отдельного проводника расщеплённой фазы; r_r – эквивалентный радиус r_3 . Комплексные действующие значения линейной плотности заряда $\dot{\tau}_j$ и электрического потенциала на поверхности эквивалентного фазного провода $\dot{\phi}_{ni}$ представлены в виде векторов τ и φ . Линейное напряжение задано в киловольтах,

поэтому все получаемые электрические величины (линейные плотности зарядов, потенциалы и напряжённости электрического поля) следует снабжать приставкой «кило» (умножать на 10^3).

```

ORIGIN:=1          U:=500          n:=3          S:=400·10-6          d:=0.4
h1:=11            h2:=12            h3:=h1          d12:=12          d23:=d12          k:=9·109

Uf:=U/√3=288.675

x0:=(-d12)        y0:=(h1)
      0            h2
      d23          h3

φf:=⎛ Uf
      -i·2π
      Uf·e-i·2π/3
      i·2π
      Uf·ei·2π/3
⎞ = ⎛ 288.675
      -144.338-250i
      -144.338+250i
⎞

Эквивалентный радиус

r:=√(S/π)=0.011    r0:=d/(2·sin(π/n))=0.231    r:=r0·√(n·r/r0)=0.122

Находим расстояния:
i:=1..3            j:=1..3

ai,j:=√((x0i-x0j)2+(y0i-y0j)2)    ai,i:=r    a=⎛ 0.122 12.042 24
      12.042 0.122 12.042
      24 12.042 0.122
⎞

bi,j:=√((x0i-x0j)2+(y0i+y0j)2)    b=⎛ 22 25.942 32.558
      25.942 24 25.942
      32.558 25.942 22
⎞

Находим потенциальные коэффициенты:

αi,j:=2·k·ln(bi,j/ai,j)    α=⎛ 9.354×1010 1.382×1010 5.489×109
      1.382×1010 9.511×1010 1.382×1010
      5.489×109 1.382×1010 9.354×1010
⎞

Находим линейные плотности зарядов:    τ:=α-1·φf

τ=⎛ 3.439×10-9+2.781i×10-10
      -1.802×10-9-3.122i×10-9
      -1.479×10-9+3.117i×10-9
⎞    |τ|·109=⎛ 3.45
      3.605
      3.45
⎞    → arg(τ)·180/π=⎛ 4.624
      -120
      115.376
⎞

```

Рис. 6.2. Листинг расчёта значений линейной плотности заряда

При заданных значениях исходных величин получено, что действующие значения линейной плотности заряда составляют на крайних проводах 3,45 и на среднем проводе 3,61 мКл/км. Взаимное влияние проводов приводит к следующим значениям аргументов комплексных линейных плотностей заряда на проводах: $4,6^\circ$; -120° ; $115,4^\circ$.

На рис. 6.3 приводится листинг расчёта комплексных действующих значений электрического потенциала и напряжённости электрического поля по формулам (6.5). Для величин $\dot{\phi}(x, y)$, $\dot{E}_x(x, y)$, $\dot{E}_y(x, y)$ использованы соответствующие обозначения без точек сверху.

Находим поле по известным плотностям зарядов:

$$\dot{\phi}(x, y) := \sum_{i=1}^3 \left[k \cdot \tau_i \cdot \left[-\ln \left[(x - x0_i)^2 + (y - y0_i)^2 \right] + \ln \left[(x - x0_i)^2 + (y + y0_i)^2 \right] \right] \right]$$

$$E_x(x, y) := \sum_{i=1}^3 \left[2 \cdot k \cdot \tau_i \cdot \left[\frac{x - x0_i}{(x - x0_i)^2 + (y - y0_i)^2} - \frac{x - x0_i}{(x - x0_i)^2 + (y + y0_i)^2} \right] \right]$$

$$E_y(x, y) := \sum_{i=1}^3 \left[2 \cdot k \cdot \tau_i \cdot \left[\frac{y - y0_i}{(x - x0_i)^2 + (y - y0_i)^2} - \frac{y + y0_i}{(x - x0_i)^2 + (y + y0_i)^2} \right] \right]$$

Рис. 6.3. Листинг расчёта комплексных действующих значений электрического потенциала и напряжённости электрического поля

На рис. 6.4 дана зависимость действующего значения вертикальной составляющей электрического поля вблизи поверхности земли от горизонтальной координаты x . Зависимость имеет характерный вид с двумя большими максимумами, расположенными вблизи проекций крайних проводов на поверхность земли, и значительно меньшим максимумом в точке проекции среднего провода на поверхность земли. Координаты максимумов: $-13,1$; 0 и $13,1$ м. Значения напряжённости электрического поля в максимумах: $8,08$; $4,96$

и 8,08 кВ/м. Листинг по определению максимумов приводится на рис. 6.5. На этом же листинге содержится расчёт точек пересечения зависимости, данной на рис. 6.4, с уровнями напряжённости электрического поля 1 и 5 кВ/м. Точки пересечения с прямой 1 кВ/м равны $\pm 38,3$ м, а с прямой 5 кВ/м – ($\pm 21,0$ м). Эти точки находятся от проекций крайних проводов на поверхность земли на расстояниях 26,3 и 9,0 м соответственно (рис. 6.5). Первое расстояние определяет границу санитарно-защитной зоны, второе – показывает границу, в пределах которой нахождение обслуживающего персонала возможно только с ограничением времени пребывания или с применением защитных средств.

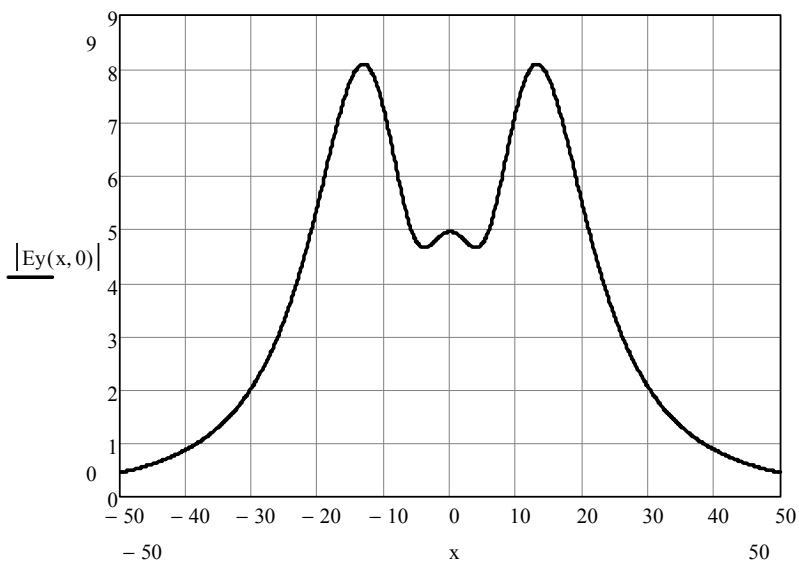


Рис. 6.4. Зависимость действующего значения вертикальной составляющей электрического поля вблизи поверхности земли от горизонтальной координаты x

```

f(x) := |Ey(x, 0)|

x1 := -15          x2 := 0          x3 := 15
xm1 := Maximiz(f, x1)  xm2 := Maximiz(f, x2)  xm3 := Maximiz(f, x3)

xm1 = -13.134      xm2 = 0          xm3 = 13.134
f(xm1) = 8.084      f(xm2) = 4.955      f(xm3) = 8.084

x4 := 40          Given          f(x4) = 1          xs1 := Find(x4)          xs1 - x0_3 = 26.297
x5 := 20          Given          f(x5) = 5          xs2 := Find(x5)          xs2 - x0_3 = 8.963

```

Рис. 6.5. Листинг определения характерных точек электрического поля вблизи поверхности земли

```

ω := 2 · π · 50          T :=  $\frac{2 \cdot \pi}{\omega} = 0.02$ 

τ(i, t) := √2 · Im(τi · eiωt)          φt(x, y, t) := √2 · Im(φ(x, y) · eiωt)

Ex(x, y, t) := √2 · Im(Ex(x, y) · eiωt)          Eyt(x, y, t) := √2 · Im(Ey(x, y) · eiωt)

t1 :=  $\frac{T}{12}$ 

τ1i := τ(i, t1)          τ1 =  $\begin{pmatrix} 2.772 \times 10^{-9} \\ -5.098 \times 10^{-9} \\ 2.772 \times 10^{-9} \end{pmatrix}$           φt1(x, y) := φt(x, y, t1)

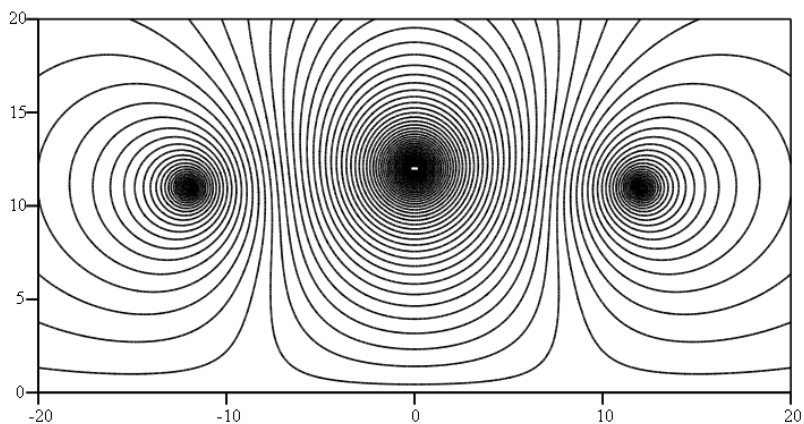
Ex1(x, y) := Ex(x, y, t1)          Eyt1(x, y) := Eyt(x, y, t1)

```

Рис. 6.6. Листинг определения мгновенных значений линейных плотностей заряда, потенциала и напряжённости электрического поля

На рис. 6.6 даётся листинг определения мгновенных значений линейных плотностей заряда, потенциала и напряжённости электрического поля в соответствии с формулами (6.6), (6.7), (6.8). Для мгновенных значений в обозначениях листинга используется дополнительный символ «t». Далее на рис. 6.6 рассматривается определённый момент времени $t_1 = T/12$, где T – период колебаний частоты 50 Гц. Значения линейной плотности заряда в этот момент времени составляют на крайних проводах 2,77 мКл/км, а на среднем проводе – (-5,10) мКл/км.

Функция $\varphi t_1(x, y)$ с рис. 6.6 использована для построения системы эквипотенциальных линий для линии электропередачи в момент времени $t_1 = T/12$ (рис. 6.7). На рисунке видно, что в данный момент времени линейная плотность заряда на среднем проводе значительно больше (в 1,84 раза), чем плотность заряда на крайних проводах.



φt_1

Рис. 6.7. Система эквипотенциальных линий для линии электропередачи в момент времени $t_1 = T/12$

Функции $Ext_1(x, y)$ и $Eyt_1(x, y)$ с рис. 6.6 используются для построения векторного графика напряжённости электрического поля в момент времени $t_1 = T/12$. Программный блок по подготовке необходимых массивов показан на рис. 6.8. Он аналогичен программному

блоку на рис. 5.9 из модуля 5. Там же приведены необходимые пояснения. Соответствующее векторное поле изображено на рис. 6.9. Эквипотенциальные линии на рис. 6.7 и векторное поле на рис. 6.9 взаимно ортогональны. Векторное поле на рис. 6.9 даёт представление о силовых линиях напряжённости электрического поля. В данный момент времени на крайних проводах находятся заряды положительного знака, а на среднем проводе – отрицательного, поэтому силовые линии направлены от крайних проводов к среднему. Поверхность земли является эквипотенциалью, поэтому силовые линии подходят к ней ортогонально. На поверхности земли индуцируются электрические заряды соответствующего знака. Из рисунка видно, что в данный момент времени под средним проводом наводятся положительные заряды, а под крайними – отрицательные.

```

xn := -20      xk := 20      yn := 0      yk := 20

nx := 40      h := (xk - xn) / nx      ny := round((yk - yn) / h) = 20

i := 1..nx      j := 1..ny      xi := xn + i · h      yj := yn + j · h

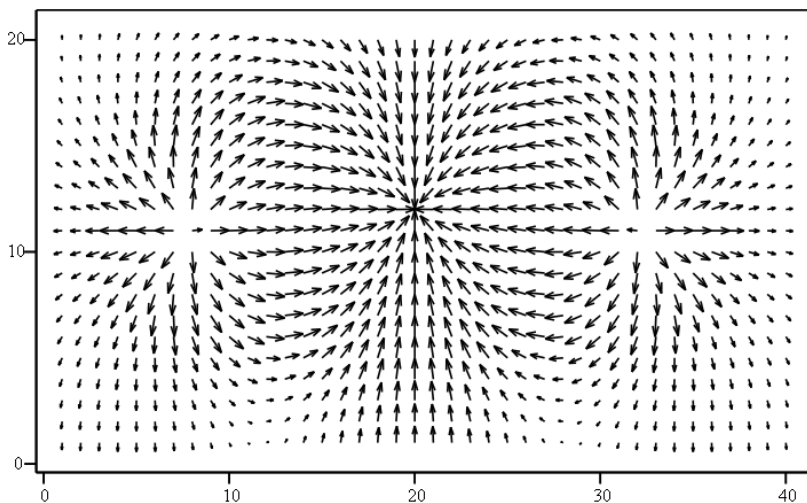
mxi,j := ExtI(xi, yj)      myi,j := EytI(xi, yj)

mabsi,j := sqrt((mxi,j)2 + (myi,j)2)      mm := 9

mxi,j := if (mabsi,j < mm, mxi,j, (mxi,j / mabsi,j) · mm)
myi,j := if (mabsi,j < mm, myi,j, (myi,j / mabsi,j) · mm)

```

Рис. 6.8. Листинг подготовки массивов для построения векторного графика напряжённости электрического поля



(mx, my)

Рис. 6.9. Векторное поле линии электропередачи в момент времени $t_1 = T/12$

Задание

1. Получить выражения для радиуса сечения проводников r и радиуса расщепления r_0 , входящих в формулу (6.1) для эквивалентного радиуса r_3 . За основу взять площадь поперечного сечения отдельного проводника расщеплённой фазы S и расстояние d между проводами фазы. Вывести формулы (6.2), (6.3), (6.4), (6.5) модуля. Перед выводом формул построить на схеме трёхфазной линии электропередачи (рис. 6.1) зеркальные изображения проводов и указать все необходимые расстояния a_y и b_y . Выражения для $\dot{E}_x(x, y)$, $\dot{E}_y(x, y)$ (формула (6.5) получить дифференцированием $\dot{\phi}(x, y)$.

2. Согласовать с преподавателем исходные данные для трёхфазной линии электропередачи. Используя приведённый пример в практической части, рассчитать эквивалентный радиус, потенциальные коэффициенты, комплексные действующие значения линейной плотности заряда, их модули и аргументы. Построить векторную диаграмму потенциалов $\dot{\phi}_{ni}$ на поверхности эквивалентных фазных проводов и линейных плотностей заряда \dot{t}_j .

3. Записать в системе MathCAD выражения для расчёта комплексных действующих значений электрического потенциала и напряжённости электрического поля (рис. 6.3). Построить зависимость действующего значения вертикальной составляющей электрического поля вблизи поверхности земли от горизонтальной координаты x . Найти максимумы зависимости. По наибольшему значению напряжённости определить предельное время пребывания персонала под линией без защитных средств. Найти точки пересечения зависимости с прямыми 1 и 5 кВ/м. Определить границу санитарно-защитной зоны и границу, в пределах которой нахождение обслуживающего персонала возможно только с ограничением времени пребывания или с применением защитных средств.

4. На основе примера в практической части для ряда моментов времени: $0, \frac{T}{12}, \frac{2T}{12}, \frac{3T}{12}, \frac{4T}{12}, \frac{5T}{12}$ – найти значения линейной плотности заряда на проводах и получить графики эквипотенциальных линий. Построить карандашом на графиках эквипотенциальных линий ортогональную им систему силовых линий. Показать на поверхности земли индуцированные электрические заряды.

5. Подготовить программный блок для построения векторного графика напряжённости электрического поля в определённый момент времени (рис. 6.8). Построить векторные поля напряжённости для тех же моментов времени: $0, \frac{T}{12}, \frac{2T}{12}, \frac{3T}{12}, \frac{4T}{12}, \frac{5T}{12}$. Показать на поверхности земли индуцированные электрические заряды. Сравнить векторные поля с картинками силовых линий, нарисованных по предыдущему заданию (п. 4).

6. По каждому пункту сделать выводы.

Библиографический список

1. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник / Л.А. Бессонов. — 11-е изд., перераб. и доп. — М. : Гардарики, 2006. — 701 с.
2. Базуткин, В.В. Техника высоких напряжений: изоляция и перенапряжения в электрических системах : учебник для вузов / В.В. Базуткин, В.П. Ларионов, Ю.С. Пинталь ; под общ. ред. В.П. Ларионова. — 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Энергоатомиздат, 1986. — 464 с.
3. Цицикян, Г.Н. Электромагнитная совместимость в электроэнергетике : учеб. пособие / Г.Н. Цицикян. — СПб. : Изд-во Сев.-Зап. гос. заочного технического ун-та, 2006. — 59 с.
4. Харлов, Н.Н. Электромагнитная совместимость в электроэнергетике : учеб. пособие / Н.Н. Харлов. — Томск : Изд-во ТПУ, 2007. — 207 с.
5. Кравченко, В.И. Грозозащита радиоэлектронных средств : справочник / В.И. Кравченко. — М. : Радио и связь, 1991. — 264 с.
6. Долин, П.А. Основы техники безопасности в электроустановках : учеб. пособие для вузов / П.А. Долин. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Энергоатомиздат, 1984. — 448 с.