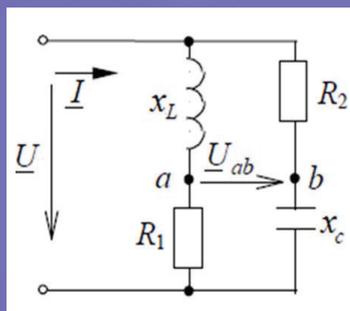


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Тольяттинский государственный университет

Н.В. Шаврина, С.В. Шлыков

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Рабочая тетрадь



© Шаврина Н.В., Шлыков С.В., 2024
© ФГБОУ ВО «Тольяттинский
государственный университет», 2024

ISBN 978-5-8259-1673-6

УДК 621.3.01(075.8)
ББК 31.211.512я73

Рецензенты:

д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической и общей электротехники Самарского государственного технического университета *В.Н. Козловский*;

д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Электроснабжение и электротехника» Тольяттинского государственного университета *В.В. Вахнина*.

Шаврина, Н.В. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи однофазного синусоидального тока : рабочая тетрадь / Н.В. Шаврина, С.В. Шлыков. – Тольятти : Издательство ТГУ, 2024. – 1 оптический диск. – ISBN 978-5-8259-1673-6.

Рабочая тетрадь содержит задания для само- и взаимоконтроля знаний обучающихся по теме «Линейные цепи синусоидального тока». Она поможет закрепить знание основных законов однофазного синусоидального тока, облегчит усвоение комплексного метода расчета электрических цепей с последовательным и параллельным соединением элементов цепи, правил построения векторных диаграмм.

Предназначена для студентов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника», очной и заочной форм обучения.

Текстовое электронное издание.

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом Тольяттинского государственного университета.

Минимальные системные требования: IBM PC-совместимый компьютер: Windows XP/Vista/7/8/10; PIII 500 МГц или эквивалент; 128 Мб ОЗУ; SVGA; CD-ROM; Adobe Acrobat Reader; интернет-браузер.

© Шаврина Н.В., Шлыков С.В., 2024

© ФГБОУ ВО «Тольяттинский

государственный университет», 2024

Учебное издание

**Шаврина Наталья Вячеславовна,
Шлыков Сергей Викторович**

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ.
ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО
СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Редактор *Е.В. Пилясова*
Технический редактор *Н.П. Крюкова*
Компьютерная верстка: *Л.В. Сызганцева*
Художественное оформление,
компьютерное проектирование: *И.И. Шишкина*

В оформлении пособия использовано изображение
от freerik на сайте ru.freerik.com

Дата подписания к использованию 20.12.2024.
Объем издания 2,8 Мб.
Комплектация издания: компакт-диск, первичная упаковка.
Тираж 50 экз. Заказ № 1-24-23.

Издательство Тольяттинского государственного университета
445020, г. Тольятти, ул. Белорусская, 14,
тел. 8 (8482) 44-91-47, www.tltsu.ru

Содержание

Введение	5
Методические рекомендации по организации самостоятельной работы на практических занятиях	6
Практическое занятие 1	7
Практическое занятие 2	15
Практическое занятие 3	24
Краткий теоретический материал	31
Примеры решения задач	38
Рекомендуемая литература	51

ВВЕДЕНИЕ

Рабочая тетрадь предназначена для организации практических занятий студентов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника», изучающих дисциплину «Теоретические основы электротехники», и составлена в соответствии с требованиями, предусмотренными рабочей программой данной дисциплины.

В рабочей программе изложены основные цели и задачи дисциплины:

- изучить электромагнитные явления в цепях, представленных идеализированными элементами схем замещения, при различных воздействиях и режимах;

- ознакомиться с терминологией и символикой теории линейных электрических цепей постоянного и переменного тока в установившемся режиме;

- приобрести навыки расчета, анализа и моделирования линейных электрических цепей с использованием схем замещения;

- освоить способы записи уравнений состояния элементов и участков цепей в установившемся режиме.

Целью применения рабочей тетради является оказание методической и организационной помощи обучающимся в усвоении знаний по дисциплине «Теоретические основы электротехники» и приобретении практических умений и навыков решения типовых задач.

Рабочая тетрадь рассчитана на три практических занятия. Каждое практическое занятие содержит теоретические вопросы, вопросы, где нужно закончить предложение, и вопросы с выбором ответа, а также типовые задачи и задания для самостоятельной работы. С целью упростить поиск ответов и способов решения, необходимых для выполнения заданий, приведен краткий теоретический материал и примеры решения задач.

Каждое практическое занятие рассчитано на два академических часа.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ НА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ

Рабочая тетрадь содержит чистые поля, которые позволяют студентам работать непосредственно в рабочей тетради. При выполнении заданий студент записывает ответы прямо в рабочую тетрадь (вписывает, подчеркивает, чертит, заполняет таблицы).

Студенты решают одинаковые типовые задачи, но с различными числовыми значениями. Варианты этих числовых значений приведены к каждой задаче. Номер варианта выдается студенту преподавателем.

При выполнении практических заданий для получения численного результата рекомендуется использовать программное обеспечение Mathcad.

Для закрепления изученного материала рекомендуется решить задачи для самостоятельной работы.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 1

Цель занятия: усвоить основные понятия и величины, характеризующие переменный синусоидальный ток, овладеть методами представления его векторами и комплексными числами.

1. Дайте ответы на вопросы.

1. Какой ток называется синусоидальным?

Ответ:

2. Назовите известные вам способы выражения синусоидальных величин.

Ответ:

3. Чему равна стандартная частота переменного тока в России?

Ответ:

4. Какие формы записи комплексного числа существуют?

Ответ:

2. Закончите предложение.

1. Значение тока, напряжения и ЭДС в любой момент времени t называется...

2. Величина $(\omega t + \psi)$, определяющая стадию изменения синусоидальной функции, называется...

3. Максимальное значение синусоидальной функции называется...

4. Если частота синусоидального тока $f = 50$ Гц, то период T равен... с.

5. Если частота синусоидального тока $f = 50$ Гц, то угловая частота ω равна... с⁻¹.

6. Начальная фаза синусоидального напряжения

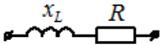
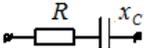
$$u(t) = 56,4\sin(314t - 22^\circ) \text{ В}$$

равна...

7. Если амплитудное значение напряжения $U_m = 100$ В, то действующее значение напряжения U равно... В.

3. Выберите правильный ответ.

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	Ответ
1	Если комплексное амплитудное значение тока $\underline{I}_m = 15 \cdot e^{j10^\circ}$ А, то мгновенное значение тока равно...	а) $i(t) = \frac{15}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + 10^\circ)$ А б) $i(t) = 15 \sin(\omega t + 10^\circ)$ А в) $i(t) = 15\sqrt{2} \sin(\omega t + 10^\circ)$ А	
2	Если мгновенное значение напряжения $u = 100 \sin(\omega t - 45^\circ)$ В, то комплексное действующее значение напряжения равно...	а) $\underline{U} = 100\sqrt{2} \cdot e^{-j45^\circ}$ В б) $\underline{U} = 100 \cdot e^{-j45^\circ}$ В в) $\underline{U} = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j45^\circ}$ В	
3	Если комплексное действующее значение тока $\underline{I} = 3 \cdot e^{-j60^\circ}$ А, то мгновенное значение тока равно...	а) $i(t) = 3,5 \sin(\omega t - 60^\circ)$ А б) $i(t) = 3 \sin(\omega t - 60^\circ)$ А в) $i(t) = 4,24 \sin(\omega t - 60^\circ)$ А	
4	Если мгновенное значение напряжения $u = 7\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ)$ В, то комплексное амплитудное значение напряжения равно...	а) $\underline{U}_m = 14 \cdot e^{j90^\circ}$ В б) $\underline{U}_m = 7\sqrt{2} \cdot e^{j90^\circ}$ В в) $\underline{U}_m = 7 \cdot e^{j90^\circ}$ В	
5	Какие из зависимостей $u_1(t)$ и $u_2(t)$, соответствующих приведенным ниже функциям напряжений, совпадают по фазе? (Два ответа)	а) $u_1(t) = 1 \sin \omega t$ и $u_2(t) = 1 \sin(\omega t + \pi)$ б) $u_1(t) = 10 \sin(\omega t + 30^\circ)$ и $u_2(t) = 10 \sin(\omega t + 60^\circ)$ в) $u_1(t) = 127\sqrt{2} \sin(\omega t - 5^\circ)$ и $u_2(t) = 127 \sin(\omega t + 355^\circ)$ г) $u_1(t) = 220 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$ и $u_1(t) = 100 \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$	

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	Ответ
6	Комплексное сопротивление цепи равно $\underline{Z} = 4 - j3$ Ом, ее полное сопротивление равно...	а) 7 Ом	
		б) 1 Ом	
		в) 5 Ом	
7	Комплексное действующее значение синусоидального тока равно $\underline{I} = -10 + j10$ А. Начальная фаза тока составляет...	а) 45°	
		б) -45°	
		в) 135°	
		г) -135°	
8	Комплексное сопротивление \underline{Z} при $R = 80$ Ом и $x_L = 60$ Ом в алгебраической форме запишется как...	а) $\underline{Z} = -80 + j60$ Ом	
		б) $\underline{Z} = 80 + j60$ Ом	
		в) $\underline{Z} = 80 - j60$ Ом	
			
9	Комплексное сопротивление \underline{Z} при $x_C = 20$ Ом и $R = 100$ Ом в алгебраической форме запишется как...	а) $\underline{Z} = -20 + j100$ Ом	
		б) $\underline{Z} = 100 - j20$ Ом	
		в) $\underline{Z} = 20 - j100$ Ом	
		г) $\underline{Z} = 20 + j100$ Ом	
			

4. Решите задачи.

Задача 1. Задано изображение синусоидальной функции комплексным напряжением \underline{U} и током \underline{I} . Запишите выражения их мгновенных значений, используя данные табл. 1. Номер варианта выдается преподавателем.

Исходные данные

Вариант	Параметры	Вариант	Параметры
1	$\underline{I} = -j5 \text{ A}$	5	$\underline{I} = -j8 \text{ A}$
	$\underline{U} = -8 + j6 \text{ B}$		$\underline{U} = 5 + j12 \text{ B}$
2	$\underline{I} = 5 \text{ A}$	6	$\underline{I} = 8 \text{ A}$
	$\underline{U} = 8 + j6 \text{ B}$		$\underline{U} = -5 - j12 \text{ B}$
3	$\underline{I} = j5 \text{ A}$	7	$\underline{I} = j8 \text{ A}$
	$\underline{U} = 8 - j6 \text{ B}$		$\underline{U} = -5 + j12 \text{ B}$
4	$\underline{I} = -5 \text{ A}$	8	$\underline{I} = -8 \text{ A}$
	$\underline{U} = -8 - j6 \text{ B}$		$\underline{U} = 5 - j12 \text{ B}$

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Ответ: _____

Задача 2. Комплексная амплитуда синусоидального тока конденсатора емкостью $C = 10 \text{ мкФ}$ при частоте $f = 1000 \text{ Гц}$ равна \underline{I}_m . Определите комплексную амплитуду напряжения на конденсаторе [8]. Решите задачу, используя данные табл. 2. Номер варианта выдается преподавателем.

Таблица 2

Исходные данные

Параметр	Вариант			
	1	2	3	4
$\underline{I}_m, \text{ A}$	$12 + j5$	$5 - j12$	$6 - j8$	$-6 + j8$
Параметр	Вариант			
	5	6	7	8
$\underline{I}_m, \text{ A}$	$-8 + j6$	$5 + j12$	$-5 + j12$	$8 - j6$

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Ответ: _____

Задача 3. Запишите в алгебраической и показательной формах выражение для полного комплексного сопротивления индуктивной катушки с параметрами R_k и L , используя данные табл. 3. Постройте на комплексной плоскости треугольник сопротивлений [9]. Номер варианта выдается преподавателем.

Таблица 3

Исходные данные

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
R_k , Ом	4	6	3	8	12	16	24	18
L , мГн	4,78	25,5	3,18	2,39	51	19,1	14,3	9,55
f , Гц	100	50	200	400	50	100	200	400

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Треугольник сопротивлений:



Ответ: _____

Задача 4. На рис. 1 изображена реальная катушка индуктивности. По показаниям приборов определите параметры катушки R и L , используя данные табл. 4. Постройте векторную диаграмму тока и напряжений. Номер варианта выдается преподавателем.

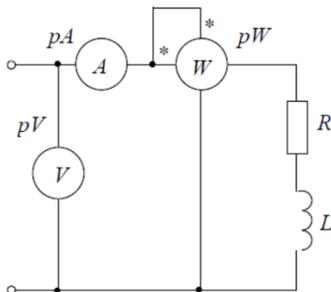


Рис. 1. Расчетная схема реальной катушки

Таблица 4

Исходные данные

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
I, A	0,4	2	3	0,8	1,2	1,6	2,4	1,8
$U, \text{В}$	20	48	60	16	36	90	120	360
$P, \text{Вт}$	6	60	45	10	12	72	180	450
$f, \text{Гц}$	100	50	200	400	50	100	200	400

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Задача 3. Для заданной цепи на рис. 2 при известном активном сопротивлении $R_1 = 50$ Ом с помощью трех вольтметров измерены напряжения: $U = 150$ В, $U_1 = 50$ В, $U_2 = 120$ В. Частота синусоидального напряжения $f = 50$ Гц. Вычислите параметры катушки r_K, L_K .

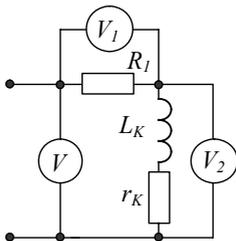


Рис. 2. Электрическая цепь

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Ответ: _____

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 2

Цель занятия: освоить методику расчета цепей синусоидального тока с последовательным соединением приемников в комплексных значениях.

1. Дайте ответы на вопросы.

1. Можно ли на одной векторной диаграмме изображать токи (напряжения) разных частот?

Ответ:

2. Как расположены на комплексной плоскости векторы тока и напряжения в активном сопротивлении?

Ответ:

3. Как изменится активное сопротивление проводника при увеличении частоты тока?

Ответ:

4. В каких единицах измеряется активная мощность?

Ответ:

5. В каких единицах измеряется реактивная мощность?

Ответ:

6. В каких единицах измеряется полная мощность?

Ответ:

2. Закончите предложение.

1. Совокупность векторов, изображающих синусоидальные величины (ток, напряжение, ЭДС) одной и той же частоты, называют...

2. При символическом методе расчета мгновенные значения токов и напряжений заменяют их...

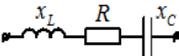
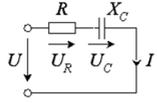
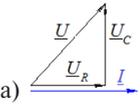
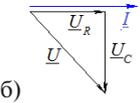
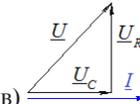
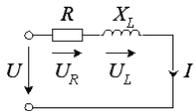
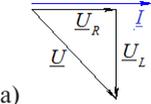
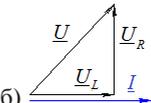
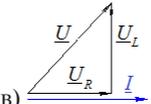
3. Активную мощность в цепи переменного тока измеряют...

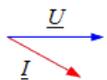
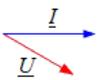
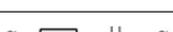
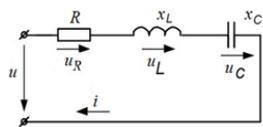
3. Вставьте пропущенные слова.

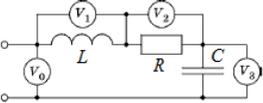
1. Напряжение на индуктивности... ток по фазе на угол...

2. Ток в емкости... напряжение по фазе на угол...

4. Выберите правильный ответ.

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	Ответ
1	Комплексное входное сопротивление пассивной цепи, состоящей из резисторов, катушек индуктивности и конденсаторов, может быть равно... (Два ответа)	а) $\underline{Z} = -8 + j6 \text{ Ом}$ б) $\underline{Z} = 8 - j6 \text{ Ом}$ в) $\underline{Z} = -10 - j6 \text{ Ом}$ г) $\underline{Z} = 10 + j15 \text{ Ом}$	
2	Комплексное сопротивление \underline{Z} при $x_L = 20 \text{ Ом}$, $R = 40 \text{ Ом}$ и $x_C = 70 \text{ Ом}$ в алгебраической форме запишется как... 	а) $\underline{Z} = 40 - j90 \text{ Ом}$ б) $\underline{Z} = 40 + j90 \text{ Ом}$ в) $\underline{Z} = 40 - j50 \text{ Ом}$ г) $\underline{Z} = 40 + j50 \text{ Ом}$	
3	Указанной электрической цепи переменного тока соответствует векторная диаграмма... 	а)  б)  в) 	
4	Указанной электрической цепи переменного тока соответствует векторная диаграмма... 	а)  б)  в) 	

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	Ответ
5	Указанной векторной диаграмме соответствует электрическая цепь переменного тока... 	а) 	
		б) 	
		в) 	
		г) 	
6	Указанной векторной диаграмме соответствует электрическая цепь переменного тока... 	а) 	
		б) 	
		в) 	
		г) 	
7	Укажите правильную формулу для определения реактивной мощности.	а) $Q = ZI^2$	
		б) $Q = UI$	
		в) $Q = UI \sin \varphi$	
		г) $Q = UI \cos \varphi$	
8	Укажите правильную формулу для определения активной мощности.	а) $P = ZI^2$	
		б) $P = UI$	
		в) $P = UI \sin \varphi$	
		г) $P = UI \cos \varphi$	
9	Для цепи с последовательно соединенными резистором, катушкой и конденсатором невозможно выполнение соотношения... [8] 	а) $U < U_L$	
		б) $U_R = U_C$	
		в) $U < U_C$	
		г) $U < U_R$	
10	В цепи с последовательно соединенными резистором, катушкой индуктивности и конденсатором, подключенной к источнику синусоидального напряжения, показания	а) 170 В	
		б) 70 В	

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	Ответ
	<p>вольтметров V_1, V_2 и V_3 равны: $U_1 = 80 \text{ В}, U_2 = 40 \text{ В},$ $U_3 = 50 \text{ В}.$ Вольтметр V_0 покажет напряжение... [8]</p> 	<p>в) 50 В</p> <p>г) 10 В</p>	
11	<p>Комплексное действующее напряжение на входе цепи $\underline{U} = 100 \text{ В},$ ток $\underline{I} = 10e^{j60^\circ} \text{ А}.$ Активная мощность, потре- бляемая цепью...</p>	<p>а) 1000 Вт</p> <p>б) 50 Вт</p> <p>в) 500 Вт</p> <p>г) 0 Вт</p>	

5. Решите задачи.

Задача 1. Известны мгновенные значения тока и напряжения на входе приемника $i(t)$ и $u(t)$. Определите полное сопротивление и угол сдвига фаз, используя данные табл. 5. Постройте схему замещения цепи, определите характер и величину сопротивления приемника. Номер варианта выдается преподавателем.

Таблица 5

Исходные данные

Вариант	Параметры	Вариант	Параметры
1	$u(t) = 141 \sin(314t - 45^\circ) \text{ В}$ $i(t) = 5,64 \sin(314t + 45^\circ) \text{ А}$	5	$u(t) = 14,1 \sin(314t + 30^\circ) \text{ В}$ $i(t) = 0,846 \sin(314t + 90^\circ) \text{ А}$
2	$u(t) = 282 \sin(314t + 90^\circ) \text{ В}$ $i(t) = 42,3 \sin(314t + 30^\circ) \text{ А}$	6	$u(t) = 28,2 \sin(314t + 18^\circ) \text{ В}$ $i(t) = 1,41 \sin(314t - 42^\circ) \text{ А}$
3	$u(t) = 42,3 \sin(314t - 20^\circ) \text{ В}$ $i(t) = 0,564 \sin(314t + 40^\circ) \text{ А}$	7	$u(t) = 56,4 \sin(314t - 22^\circ) \text{ В}$ $i(t) = 0,987 \sin(314t - 52^\circ) \text{ А}$
4	$u(t) = 98,7 \sin(314t + 15^\circ) \text{ В}$ $i(t) = 4,23 \sin(314t + 45^\circ) \text{ А}$	8	$u(t) = 84,6 \sin(314t - 45^\circ) \text{ В}$ $i(t) = 5,64 \sin(314t + 15^\circ) \text{ А}$

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Схема замещения цепи:



Ответ: _____

Задача 2. В электрической цепи переменного тока напряжение и ток изменяются во времени $u(t)$ и $i(t)$. Определите активную P , реактивную Q , полную S мощности и коэффициент мощности цепи [10]. Решите задачу, используя данные табл. 5. Номер варианта выдается преподавателем.

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Ответ: _____

Задача 3. Для электрической цепи, изображенной на рис. 3, заданы параметры элементов R_1 , x_L , x_C , R_2 и входное напряжение U . Определите напряжение \underline{U}_{ab} , активную и полную мощности. Постройте векторную диаграмму тока и напряжений.

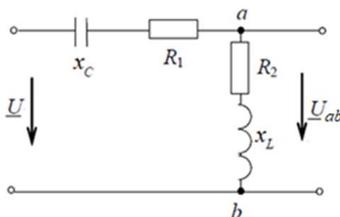


Рис. 3. Электрическая цепь

Решите задачу, используя данные табл. 6. Номер варианта выдается преподавателем.

Таблица 6

Исходные данные

Параметры	Варианты							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$U, \text{В}$	60	100	80	40	120	200	220	380
$x_C, \text{Ом}$	60	120	60	4	120	240	240	120
$x_L, \text{Ом}$	30	60	120	12	40	80	120	240
$R_1, \text{Ом}$	30	40	30	2	30	20	60	100
$R_2, \text{Ом}$	10	40	50	4	30	100	100	60

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Векторная диаграмма тока и напряжений:



Ответ: _____

Задания для самостоятельной работы

Задача 1. На рис. 4 приведена электрическая цепь. Определите полное сопротивление цепи, если $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$, $L = 31,85 \text{ мГн}$, $C = 796 \text{ мкФ}$, $f = 50 \text{ Гц}$. Постройте векторную диаграмму напряжений и тока.

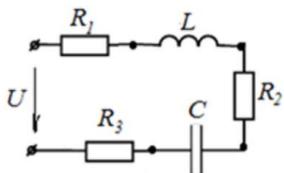


Рис. 4. Электрическая цепь

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Векторная диаграмма тока и напряжений:



Ответ: _____

Задача 2. Для электрической цепи, представленной на рис. 5, определите полную, активную и реактивную мощности, если $u(t) = 282\sin(\omega t + 20^\circ)$ В, $R = 8$ Ом, $x_L = 6$ Ом.

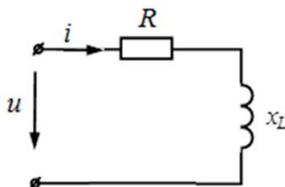


Рис. 5. Электрическая цепь

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Ответ: _____

Задача 3. Заданы значения параметров электрической цепи, изображенной на рис. 6: $R = 8$ Ом, $x_L = 6$ Ом, $x_C = 12$ Ом. Входное напряжение изменяется по закону: $u(t) = 14,1\sin(314t + 30^\circ)$ В. Определите мгновенные значения тока и напряжений на каждом элементе электрической цепи. Постройте векторную диаграмму тока и напряжений.

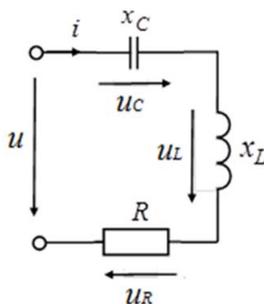


Рис. 6. Электрическая цепь

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Векторная диаграмма тока и напряжений:



Ответ: _____

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 3

Цель занятия: освоить методику расчета цепей синусоидального тока со смешанным соединением приемников в комплексных значениях.

1. Дайте ответы на вопросы.

1. Запишите первый закон Кирхгофа для мгновенных значений и для комплексных значений.

Ответ:

2. Запишите второй закон Кирхгофа для мгновенных значений и для комплексных значений.

Ответ:

3. Что можно сказать о характере цепи, если ваттметр показывает нулевую мощность при токе и напряжении, отличных от нуля?

Ответ:

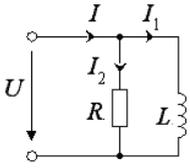
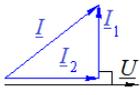
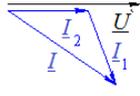
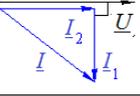
2. Закончите предложение.

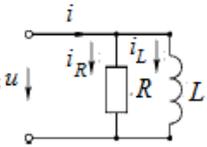
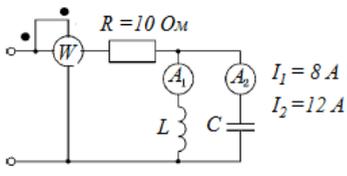
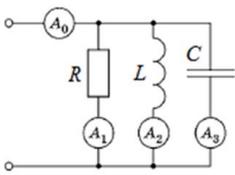
1. Величина, обратная комплексному сопротивлению, называется...

2. Реактивная мощность, потребляемая двухполюсником, состоящим из пассивных элементов, всегда положительна ($Q > 0$), если двухполюсник содержит...

3. Реактивная мощность, потребляемая двухполюсником, состоящим из пассивных элементов, всегда отрицательна ($Q < 0$), если двухполюсник содержит...

3. Выберите правильный ответ.

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	Ответ
1	<p>Указанной электрической цепи переменного тока соответствует векторная диаграмма...</p> 	<p>а) </p> <p>б) </p> <p>в) </p>	

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	Ответ
2	<p>При суммировании токов i_R и i_L в параллельно включенных резисторе R и катушке L действующее значение их общего тока равно... [8]</p> 	<p>а) $I = I_L + I_R$</p> <p>б) $I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$</p> <p>в) $I = I_L + I_R$</p> <p>г) $I = I_L - I_R$</p>	
3	<p>Определите показание ваттметра в изображенной на рисунке цепи.</p> 	<p>а) 160 Вт</p> <p>б) 4000 Вт</p> <p>в) 640 Вт</p>	
4	<p>В цепи с параллельно соединенными резистором, катушкой индуктивности и конденсатором, подключенной к источнику синусоидального напряжения, показания амперметров A_1, A_2 и A_3 соответственно равны: $I_1 = 6$ А, $I_2 = 12$ А, $I_3 = 4$ А. Амперметр A_0 покажет ток... [8]</p> 	<p>а) 22 А</p> <p>б) 10 А</p> <p>в) 14 А</p> <p>г) 4 А</p>	

4. Решите задачи.

Задача 1. Для электрической цепи, изображенной на рис. 7, заданы значения параметров электрической цепи R, x_C, x_L . Определите комплексное значение входного напряжения, если комплексное значение тока электрической цепи $\underline{I} = j2$ А.

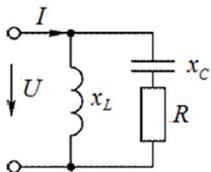


Рис. 7. Электрическая цепь

Решите задачу, используя данные табл. 7. Номер варианта выдается преподавателем.

Таблица 7

Исходные данные

Параметры	Варианты							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$R, \text{ Ом}$	2	3	4	5	6	7	8	9
$x_C, \text{ Ом}$	4	6	2	5	3	7	4	6
$x_L, \text{ Ом}$	4	6	2	5	3	7	4	6

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Ответ: _____

Задача 2. Известны параметры элементов электрической цепи, изображенной на рис. 8: R_1 , x_L , x_C , R_2 . Определите потребляемый цепью ток I и напряжение U_{ab} , если известно входное напряжение U . Постройте векторную диаграмму токов и напряжений.

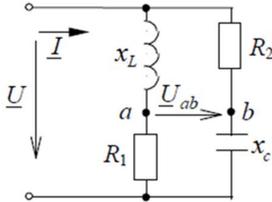


Рис. 8. Электрическая цепь

Решите задачу, используя данные табл. 8. Номер варианта выдается преподавателем.

Таблица 8

Исходные данные

Параметры	Варианты							
	1	2	3	4	5	6	7	8
U , В	60	100	80	40	120	200	220	380
x_C , Ом	60	120	60	4	120	240	240	120
x_L , Ом	30	60	120	12	40	80	120	240
R_1 , Ом	30	40	30	2	30	20	60	100
R_2 , Ом	10	40	50	4	30	100	100	60

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Векторная диаграмма токов и напряжений:



Ответ: _____

Задания для самостоятельной работы

Задача 1. Определите комплексное сопротивление цепи, изображенной на рис. 9, если заданы параметры цепи: $R = 2$ Ом, $x_C = 2$ Ом, $x_L = 4$ Ом.

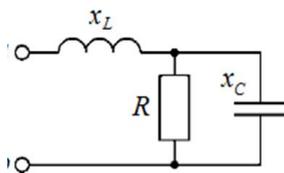


Рис. 9. Электрическая цепь

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Ответ: _____

Задача 2. Определите мгновенное значение входного напряжения, если известны: угловая частота $\omega = 1000$ рад/с, емкость конденсатора $C = 20$ мкФ и сопротивление $R = 5$ Ом, электрическая цепь на рис. 10 подключена к переменному току $i(t) = 4\sin(\omega t + 135^\circ)$ А.

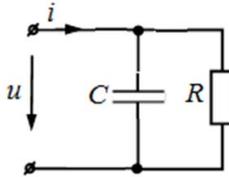


Рис. 10. Электрическая цепь

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Ответ: _____

Задача 3. В цепи на рис. 11 $R = 10$ Ом, $L = 5,97$ мГн, $C = 33,2$ мкФ. На входе цепи приложено напряжение $U = 100$ В, частота $f = 400$ Гц. Считая начальную фазу напряжения на входе равной нулю, определите комплексные токи ветвей.

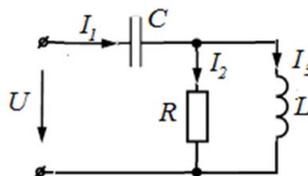


Рис. 11. Электрическая цепь

Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

Ответ: _____

КРАТКИЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

Существует несколько способов представления синусоидальных величин.

1. Графическое изображение – синусоида.

Значение переменной величины в данный момент времени называю мгновенным. Мгновенные значения обозначаются строчными буквами i (ток), u (напряжение), e (ЭДС).

Наименьший промежуток времени, через который мгновенные значения повторяются, называют периодом T . Период – время одного колебания.

Величину, обратную периоду, называют частотой $f = 1/T$, Гц. Частота – число полных колебаний в единицу времени.

Промышленная частота в России – 50 Гц, в США и Японии – 60 Гц.

2. Изображение тригонометрическими функциями.

Мгновенные значения электрических величин являются синусоидальными функциями времени:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i);$$

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u);$$

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e),$$

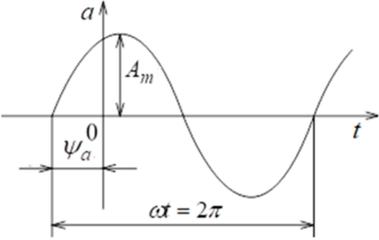
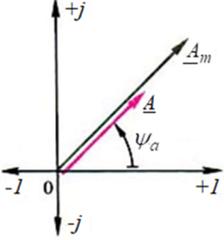
где i , u , e – мгновенные значения; I_m , U_m , E_m – максимальные (амплитудные) значения; $(\omega t + \psi)$ – фаза, рад; $\omega = 2\pi f$ – угловая частота, с^{-1} , определяющая скорость изменения фазы; ψ – начальная фаза, рад – это угол, определяющий значение функции в начальный момент времени.

Начальная фаза может быть положительная, отрицательная или равная нулю. Разность начальных фаз двух синусоид, имеющих одинаковую частоту, называется фазовым сдвигом или углом сдвига фаз между напряжением и током $\varphi = \psi_u - \psi_i$. Если угол $\varphi = 0$, напряжение и ток совпадают по фазе.

3. Изображение вращающимися векторами.

Любую синусоиду можно изобразить вектором, вращающимся против часовой стрелки со скоростью ω (табл. 9).

Синусоидальные величины и их символическое изображение

Мгновенные значения синусоидальной величины	Комплексное число
 $a = A_m \sin(\omega t + \psi_a) = A\sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_a)$	 $\underline{A}_m = A_m e^{j\psi_a}, \quad \underline{A} = \frac{A_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_a}$

Векторы изображают в начальный момент времени ($t = 0$), тогда фаза колебания $(\omega t + \psi) = \psi$. Длина вектора в масштабе выражает амплитудное значение величины. Вращающиеся векторы обозначают заглавной буквой с подчеркиванием. В электротехнике бывают: $\underline{I}_m, \underline{U}_m, \underline{E}_m$ – комплексные амплитудные значения тока, напряжения, ЭДС и $\underline{I}, \underline{U}, \underline{E}$ – комплексные действующие значения тока, напряжения, ЭДС.

При вращении с одинаковой скоростью все векторы взаимно неподвижны.

Совокупность векторов, изображающих синусоидальные величины (ток, напряжение, ЭДС) одной и той же частоты, называют векторной диаграммой.

«Применение вращающихся векторов позволяет заменить тригонометрические и графические действия над мгновенными значениями действиями над вращающимися векторами. Векторные диаграммы дают только графическое решение задачи» [11].

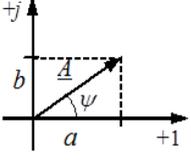
4. Изображение комплексными числами.

Комплексное число имеет действительную (вещественную) и мнимую части. В электротехнических дисциплинах мнимую единицу обозначают буквой j ; $j = \sqrt{-1}$.

«Вектору на комплексной плоскости соответствует комплексное число: $\underline{A}_m = A_m e^{j\psi_a}$. Величину характеризуют модулем комплекса A_m , положение на комплексной плоскости – аргументом комплекса ψ_a . Такую форму записи комплексного числа в математике называют показательной. Ее можно использовать для умножения и деления комплексных чисел. Складывать и вычитать в такой форме записи нельзя, переходят к так называемой алгебраической форме. Переход от одной формы записи к другой делают по формулам, полученным из решения треугольника» [11] (табл. 10).

Таблица 10

Формы записи комплексного числа

	$\underline{A} = \underbrace{Ae^{j\psi}}_{\text{показательная форма}} = \begin{cases} a = A \cos \psi_a \\ b = A \sin \psi_a \end{cases} = \underbrace{a + jb}_{\text{алгебраическая форма}}$
<p>$\text{Re}(\underline{A}) = a$ – действительная (вещественная) часть $I_m(\underline{A}) = b$ – мнимая часть</p>	$\underline{A} = \underbrace{a + jb}_{\text{алгебраическая форма}} = \begin{cases} A = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \psi = \begin{cases} \arctg \frac{b}{a}, a > 0 \\ \pi + \arctg \frac{b}{a}, a < 0 \end{cases} \end{cases} = \underbrace{Ae^{j\psi}}_{\text{показательная форма}}$

О величине тока судят обычно по действующему значению за период. Действующим значением тока считают такой постоянный ток, который производит тот же тепловой эффект, что и реальный переменный ток.

Действующее значение тока, напряжения, ЭДС обозначается заглавной латинской буквой без индекса:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

Действующие значения токов и напряжений показывают амперметры и вольтметры электромагнитной и электродинамической систем.

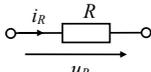
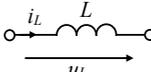
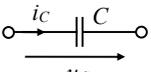
В электрической цепи синусоидального тока приемниками электрической энергии выступают сопротивление, индуктивность

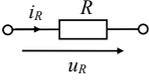
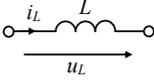
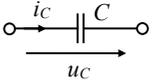
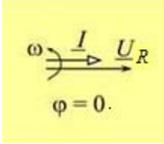
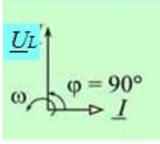
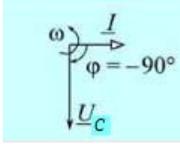
и емкость. Индуктивное и емкостное сопротивления обобщенно называют реактивными сопротивлениями, и они проявляют зависимость от частоты протекающего синусоидального тока.

Сопротивление электрической цепи, которое учитывает и активное, и реактивное сопротивление, называют полным комплексным сопротивлением цепи и обозначают \underline{Z} . Вся необходимая информация по трем приемникам электрической цепи сведена в табл. 11 [10].

Таблица 11

Закон Ома для элементов цепи синусоидального тока

Название элемента	Резистор R , Ом 	Индуктивность L , Гн 	Емкость C , Ф 
Тип сопротивления, Ом	Активное сопротивление R	Индуктивное сопротивление $x_L = \omega \cdot L$	Емкостное сопротивление $x_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$
Комплексное сопротивление, Ом	$Z_R = R$	$Z_L = jx_L$	$Z_C = -jx_C$
Тип проводимости, См	Активная проводимость $g = \frac{1}{R}$	Индуктивная проводимость $b_L = \frac{1}{\omega L}$	Емкостная проводимость $b_C = \omega C$
Комплексная проводимость, См	$Y_R = g$	$Y_L = -jb_L$	$Y_C = jb_C$
Связь между мгновенными значениями напряжения и тока	$u_R = R \cdot i$	$u_L = L \frac{di}{dt}$	$u_C = u(t_1) + \frac{1}{C} \int_{t_1}^t i dt$
Закон Ома в комплексной форме	$\underline{U}_R = R \cdot \underline{I}$	$\underline{U}_L = jx_L \cdot \underline{I}$	$\underline{U}_C = -jx_C \cdot \underline{I}$

Название элемента	Резистор R , Ом	Индуктивность L , Гн	Емкость C , Ф
			
Фазовое состояние	Векторы \underline{I} и \underline{U}_R совпадают по фазе	Вектор \underline{I} отстает от вектора \underline{U}_L на 90°	Вектор \underline{I} опережает вектор \underline{U}_C на 90°
Векторные диаграммы			

Расчет полного сопротивления в электрической цепи синусоидального тока осуществляется по тем же правилам, что и в цепях постоянного тока. Сопротивления могут быть подключены последовательно, параллельно или смешанно. Единственное отличие в том, что необходимо находить комплексное сопротивление цепи, которое имеет вещественную и мнимую части. Следует запомнить, что мнимая часть может иметь различные знаки: знак «+» ставится перед записью индуктивного сопротивления и знак «-» — перед емкостным.

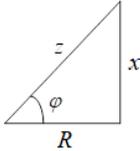
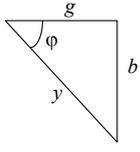
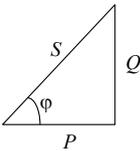
В электротехнике часто используют треугольники сопротивлений, проводимостей и мощностей, которые помогают наглядно представить эти величины в электрической цепи и сделать необходимые расчеты (табл. 12).

Метод расчета цепей синусоидального тока при помощи комплексных чисел называют символическим. При символическом методе расчета мгновенные значения токов и напряжений заменяют их комплексными изображениями или символами.

В цепях переменного тока закон Ома выполняется для всех значений, законы Кирхгофа — только для мгновенных и комплексных, которые учитывают фазные соотношения.

Таблица 12

Треугольники сопротивлений, проводимостей и мощностей

<p>Треугольник сопротивлений</p> 	<p>Модуль комплексного сопротивления</p> $z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{R^2 + x^2}$ $\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{R}$	<p>Активное сопротивление $R = z \cos \varphi$</p> <p>Реактивное сопротивление $x = z \sin \varphi$</p>
<p>Треугольник проводимостей</p> 	<p>Модуль комплексной проводимости</p> $y = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} = \sqrt{g^2 + b^2}$ $\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{g}$	<p>Активная проводимость $g = y \cos \varphi$</p> <p>Реактивная проводимость $b = y \sin \varphi$</p>
<p>Треугольник мощностей</p> 	<p>Модуль полной мощности</p> $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ $\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P}$	<p>Активная мощность $P = S \cos \varphi$</p> <p>Реактивная мощность $Q = S \sin \varphi$</p>

Первый закон Кирхгофа. Алгебраическая сумма мгновенных значений токов в узле равна нулю: $\sum_{k=1}^n i_k = 0$, либо алгебраическая сумма комплексных значений токов в узле равна нулю: $\sum_{k=1}^n \underline{I}_k = 0$.

Второй закон Кирхгофа. Алгебраическая сумма мгновенных значений напряжений на приемниках в контуре равна алгебраической сумме мгновенных значений ЭДС, действующих в этом же контуре: $\sum_{k=1}^n u_k = \sum_{k=1}^n e_k$, либо алгебраическая сумма комплексных значений напряжений на приемниках в контуре равна алгебраической сумме комплексных значений ЭДС в этом же контуре: $\sum_{k=1}^n \underline{I}_k \underline{Z}_k = \sum_{k=1}^n \underline{E}_k$.

Мощность и ее составляющие вычисляются по формулам, представленным в табл. 13.

Таблица 13

Активная, реактивная и полная мощности [10]

Активная мощность	Реактивная мощность	Полная мощность
Представляет собой энергию, которая выделяется в единицу времени в виде теплоты на участке цепи в сопротивлении R	Является энергией, которой обмениваются генератор и приемник	Определяет эксплуатационные возможности электротехнических устройств, для которых она указывается в качестве номинальной
$P = UI \cos \varphi$ Вт; $P = I^2 R$. Всегда положительна и не зависит от знака угла φ . Измеряется ваттметром	$Q = UI \sin \varphi$ вар; $Q = I^2 X$. При индуктивной нагрузке ($\varphi > 0$) положительная ($Q > 0$), при емкостной нагрузке ($\varphi < 0$) отрицательная ($Q < 0$). Измеряется варметром	$S = UI$ В · А; $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$. Комплексная мощность или комплекс полной мощности: $\underline{S} = \underline{UI} = P + jQ$, где \underline{I} — комплексное сопряженное значение тока \underline{I}

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Запишите выражения для комплексного амплитудного и действующего значений, если дано синусоидальное напряжение $u = 100\sin(\omega t + 30^\circ)$ В.

Решение. Запишем комплексное амплитудное значение напряжения в показательной и алгебраической формах:

$$\underline{U}_m = 100e^{j30^\circ} = 100\cos 30^\circ + j100\sin 30^\circ = 50\sqrt{3} + j50 = 86,6 + j50 \text{ В.}$$

Комплексное действующее значение напряжения в показательной и алгебраической формах:

$$\underline{U} = \frac{100}{\sqrt{2}}e^{j30^\circ} = \frac{100}{\sqrt{2}}\cos 30^\circ + j\frac{100}{\sqrt{2}}\sin 30^\circ = 61,2 + j35,5 \text{ В.}$$

Задача 2. Запишите выражение для мгновенных значений тока, если комплексное действующее значение тока $\underline{I} = 5 - j5$ А.

Решение. Представим комплексное действующее значение тока в показательной форме:

$$\underline{I} = 5 - j5 = 5\sqrt{2}e^{-j45^\circ} \text{ А,}$$

где $\sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$, $\arctg \frac{-5}{5} = -45^\circ$.

Отсюда мгновенное значение запишется как

$$i = 5\sqrt{2}\sqrt{2}\sin(\omega t - 45^\circ) = 10\sin(\omega t - 45^\circ) \text{ А.}$$

Задача 3. Задано изображение синусоидальной функции комплексным напряжением: $\underline{U} = -10 + j10$ В. Запишите выражение мгновенного значения напряжения.

Решение. Представим комплексное напряжение в показательной форме:

$$\underline{U} = Ue^{j\psi_u} = 10\sqrt{2}e^{j135^\circ} \text{ В,}$$

$$U = \sqrt{(-10)^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ В,}$$

$$\psi_u = \pi + \arctg \frac{b}{a} = \pi + \arctg(-1) = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} = 135^\circ.$$

Мгновенное значение напряжения определится следующим образом:

$$\begin{aligned} u(t) &= U_m \sin(\omega t + \psi_u) = U \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_u) = \\ &= 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 135^\circ) = 20\sin(\omega t + 135^\circ) \text{ В.} \end{aligned}$$

Задача 4. Мгновенные значения напряжения и тока на входе приемника определяются выражениями:

$$u(t) = 141 \sin(314t - 30^\circ) \text{ В}, \quad i(t) = 2,82 \sin(314t + 45^\circ) \text{ А}.$$

Определите полное сопротивление и угол сдвига фаз. Постройте схему замещения цепи, определите характер и величину сопротивления приемника.

Решение. Запишем действующие значения напряжения и тока:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{141}{\sqrt{2}} = 100 \text{ В}, \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2,82}{\sqrt{2}} = 2 \text{ А}.$$

Представим $u(t)$ и $i(t)$ в комплексной форме для действующего значения:

$$\underline{U} = U e^{j\psi_u} = 100 e^{-j30^\circ} \text{ В}, \quad \underline{I} = I e^{j\psi_i} = 2 e^{j45^\circ} \text{ А}.$$

Определим комплексное сопротивление цепи:

$$\underline{Z} = z e^{j\varphi} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{100 e^{-j30^\circ}}{2 e^{j45^\circ}} = 50 e^{-j75^\circ} \text{ Ом}.$$

Полное сопротивление цепи $z = 50$ Ом, угол сдвига фаз между векторами тока и напряжения (фазовый сдвиг) $\varphi = -75^\circ$.

В алгебраической форме записи комплексное сопротивление цепи имеет вид:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= z e^{j\varphi} = z \cos \varphi + jz \sin \varphi = R + jx \\ &= 50 \cos(-75^\circ) + j50 \sin(-75^\circ) = 12,94 - j48,3 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Здесь $\text{Re}(\underline{Z}) = R = 12,94$ Ом – это действительная часть (активное сопротивление), $\text{Im}(\underline{Z}) = x = -48,3$ Ом – мнимая часть (реактивное сопротивление) комплексного сопротивления цепи \underline{Z} .

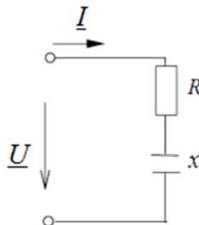


Рис. 12. Схема замещения расчетной цепи

Схема замещения цепи на рис. 12 представляется последовательным соединением активного и емкостного сопротивлений, так как мнимая часть комплексного сопротивления цепи имеет отри-

пательный знак. Цепь носит активно-емкостный характер. Об этом также свидетельствует отрицательный знак угла сдвига фаз. Вектор тока опережает вектор напряжения по фазе.

Задача 5. Комплексная амплитуда синусоидального тока конденсатора емкостью $C = 10 \text{ мкФ}$ при частоте $f = 1000 \text{ Гц}$ равна $\underline{I}_m = 10 + j10 \text{ А}$. Определите комплексную амплитуду напряжения на конденсаторе.

Решение. Комплексная амплитуда напряжения на конденсаторе

$$\underline{U}_{mC} = \underline{I}_m Z_C = \underline{I}_m \left(-j \frac{1}{\omega C} \right).$$

Подставим значения и получим:

$$\underline{U}_{mC} = (10 + j10) \left(-j \frac{1}{2\pi \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} \right) = (10 + j10) \left(-j \frac{50}{\pi} \right) = \frac{(500 - j500)}{\pi} \text{ В}.$$

Задача 6. Запишите в алгебраической и показательной формах выражение для полного комплексного сопротивления индуктивной катушки с параметрами $R_K = 3 \text{ Ом}$, $L = 12,7 \text{ мГн}$, $f = 50 \text{ Гц}$. Постройте на комплексной плоскости треугольник сопротивлений.

Решение. Схема замещения реальной индуктивной катушки в соответствии с рис. 13 содержит соединенные последовательно элементы R_K и L .

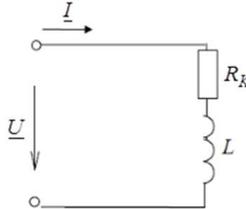


Рис. 13. Схема замещения реальной индуктивной катушки

Комплексное сопротивление цепи индуктивной катушки в алгебраической форме записи:

$$\underline{Z}_K = R_K + jx_K = 3 + j4 \text{ Ом},$$

где $x_K = x_L = \omega L = 2\pi fL$ – индуктивное сопротивление, Ом;

$$x_K = 2\pi \cdot 50 \cdot 12,7 \cdot 10^{-3} = 4 \text{ Ом}.$$

На рис. 14 представлен треугольник сопротивлений.

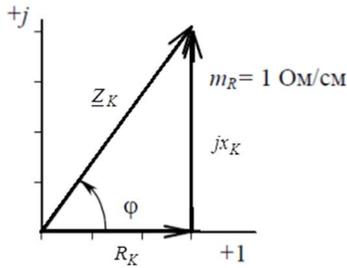


Рис. 14. Треугольник сопротивлений

В показательной форме комплексное сопротивление цепи индуктивной катушки запишется как $Z_K = z_K \cdot e^{j\varphi}$ Ом.

Из простых геометрических соображений очевидно:

$$z_K = \sqrt{R_K^2 + X_K^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ Ом}; \quad \varphi = \arctg \frac{X_K}{R_K} = \arctg \frac{4}{3} = 53^\circ,$$

где z_K — полное сопротивление цепи; φ — угол сдвига фаз между током и напряжением, следовательно, $Z_K = 5 \cdot e^{j53^\circ}$ Ом.

Так как $\varphi > 0 (+53^\circ)$, то как и все положительные углы, он откладывается от оси вещественных чисел против часовой стрелки (рис. 14).

Вычисление комплексного сопротивления цепи индуктивной катушки в Mathcad:

$R_k := 3$	$L := 12.7 \cdot 10^{-3}$	$f := 50$	$X_L := 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$
$Z_k := R_k + i \cdot X_L$	$Z_k = 3 + 3.99i$		
$ Z_k = 4.992$	$\varphi := \arg(Z_k)$	$\varphi = 53.06 \text{ deg}$	

Задача 7. На рис. 15 изображена реальная катушка индуктивности. По показаниям приборов определите параметры R , L катушки, если $I = 0,2$ А, $U = 3$ В, $P = 0,36$ Вт, $f = 300$ Гц. Постройте векторную диаграмму тока и напряжений.

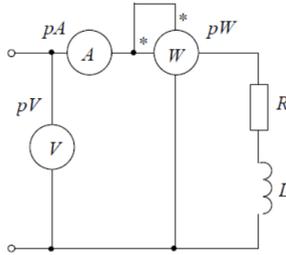


Рис. 15. Электрическая цепь реальной катушки индуктивности

Решение. Электроизмерительные приборы показывают действующие значения тока и напряжения.

Ваттметр измеряет активную мощность, которая выделяется в виде тепла в резистивном элементе и рассеивается в окружающую среду:

$$P_W = P = U_R I = R I^2 = U I \cos \varphi.$$

Следовательно,

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{0,36}{(0,2)^2} = 9 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление цепи можно определить как

$$z = \frac{U}{I} = \frac{3}{0,2} = 15 \text{ Ом.}$$

В то же время

$$z = \sqrt{R^2 + x_L^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{x_L}{R} = \arccos \frac{R}{z},$$

где $x_L = \omega L = 2\pi f L$ – индуктивное сопротивление L элемента, Ом.

Тогда x_L и φ можно определить как

$$x_L = \sqrt{z^2 - R^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \text{ Ом,} \quad \varphi = \arctg \frac{x_L}{R} = \arctg \frac{12}{9} = 53^\circ.$$

Индуктивность L определяется следующим образом:

$$L = \frac{x_L}{\omega} = \frac{x_L}{2\pi f} = \frac{12}{2\pi 300} = 6,37 \text{ мГн.}$$

Для построения векторной диаграммы тока и напряжений цепи изобразим схему замещения на рис. 16.

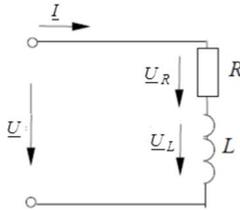


Рис. 16. Схема замещения расчетной цепи

В соответствии со вторым законом Кирхгофа в комплексной форме

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L.$$

Примем начальную фазу синусоидального тока равной нулю. Тогда комплексный ток цепи можно определить как $\underline{I} = Ie^{j\psi_i} = 0,2e^{j0^\circ}$ А.

Комплексные напряжения на элементах цепи в соответствии с законом Ома в комплексной форме:

$$\underline{U}_R = RI = 9 \cdot 0,2e^{j0^\circ} = 1,8e^{j0^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_L = jx_L I = j12 \cdot 0,2e^{j0^\circ} = j2,4 = 2,4e^{j90^\circ} \text{ В}.$$

Построение векторной диаграммы начнем с изображения в выбранном масштабе вектора (комплекса) тока \underline{I} . Располагаем его вдоль оси вещественных чисел (+1), так как $\psi_i = 0$ (рис. 17).

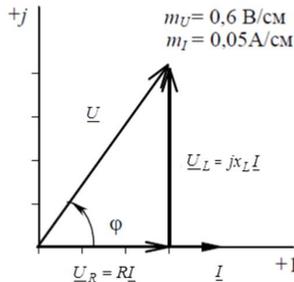


Рис. 17. Векторная диаграмма тока и напряжений

Вектор комплексного напряжения на резистивном элементе \underline{U}_R (изображается в своем масштабе) располагается также вдоль оси вещественных чисел, так как ток и напряжение резистивного элемента совпадают по фазе. Вектор комплексного напряжения на индуктивном элементе \underline{U}_L располагается вдоль оси мнимых чисел (+j), так как напряжение на индуктивном элементе по фазе опережает ток на 90° .

Построение ведем в соответствии со вторым законом Кирхгофа. К концу вектора \underline{U}_R прибавляем вектор \underline{U}_L и, соединив его конец с началом координат, получаем вектор напряжения \underline{U} на входе цепи.

Задача 8. В электрической цепи переменного тока напряжение и ток изменяются во времени в соответствии с выражениями

$$u(t) = 28,2 \sin\left(628t + \frac{4\pi}{9}\right) \text{ В} \quad \text{и} \quad i(t) = 2,82 \sin\left(628t + \frac{5\pi}{18}\right) \text{ А.}$$

Определите активную P , реактивную Q , полную S мощности и коэффициент мощности цепи.

Решение. Найдем угол сдвига фаз между напряжением и током:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \frac{4\pi}{9} - \frac{5\pi}{18} = \frac{\pi}{6}.$$

Активная мощность цепи:

$$P = UI \cos \varphi = \frac{28,2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2,82}{\sqrt{2}} \cos \frac{\pi}{6} = 34,4 \text{ Вт.}$$

Реактивную мощность найдем как

$$Q = UI \sin \varphi = \frac{28,2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2,82}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{6} = 19,9 \text{ вар.}$$

Полная мощность:

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = \frac{28,2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2,82}{\sqrt{2}} = 39,7 \text{ ВА.}$$

Коэффициент мощности:

$$\cos \varphi = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866 \quad \text{или} \quad \cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{34,4}{39,7} = 0,866.$$

Вычисление полной, активной и реактивной мощностей в Mathcad:

$U := \frac{28.2}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \frac{4 \cdot \pi}{9}}$	$I := \frac{2.82}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \frac{5 \cdot \pi}{18}}$	$Ic := \frac{2.82}{\sqrt{2}} \cdot e^{-i \cdot \frac{5 \cdot \pi}{18}}$
$S := U \cdot Ic$	$S = 34.435 + 19.881i$	$ S = 39.762$
$P := \text{Re}(S)$	$P = 34.435$	
$Q := \text{Im}(S)$	$Q = 19.881$	
$\varphi := \text{arg}(S)$	$\varphi = 30 \text{ deg}$	$\cos(\varphi) = 0.866$

Задача 9. Заданы параметры элементов электрической цепи, изображенной на рис. 18: $R_1 = 10$ Ом, $x_L = 40$ Ом, $x_C = 70$ Ом, $R_2 = 30$ Ом и входное напряжение $U = 50$ В. Определите напряжение \underline{U}_{ab} , активную и полную мощности. Постройте векторную диаграмму тока и напряжений [9].

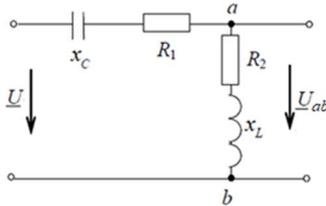


Рис. 18. Электрическая цепь [9]

Решение [9]. Расчет цепи ведем комплексным методом. Алгоритм расчета имеет следующий вид: представляем все электрические величины в комплексной форме и определяем комплексный ток цепи \underline{I} , далее определяем комплексное напряжение \underline{U}_{ab} на участке цепи ($a - b$) в соответствии с рис. 18:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}, \quad \underline{U}_{ab} = \underline{I} \underline{Z}_{ab}.$$

Так как задано действующее значение входного напряжения, то, принимая его начальную фазу ψ_U равной нулю, запишем:

$$\underline{U} = U e^{j\psi_U} = 50 e^{j0^\circ} \text{ В.}$$

Полное комплексное сопротивление цепи с последовательным соединением элементов \underline{Z} равно сумме комплексных сопротивлений этих элементов:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \underline{Z}_C + \underline{Z}_{R_1} + \underline{Z}_{R_2} + \underline{Z}_L = -jx_C + R_1 + R_2 + jx_L = \\ &= R_1 + R_2 + j(x_L - x_C) = 10 + 30 + j(40 - 70) = 40 - j30 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

В показательной форме записи $\underline{Z} = z e^{j\varphi}$

$$z = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ Ом, } \varphi = \arctg \frac{-30}{40} \approx 37^\circ,$$

$$\underline{Z} = z e^{j\varphi} = 50 e^{-j37^\circ} \text{ Ом.}$$

Определяем комплексный ток цепи:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{50e^{j0^\circ}}{50e^{-j37^\circ}} = 1e^{j37^\circ} \text{ А.}$$

Комплексное сопротивление на участке цепи ($a - b$):

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{R_2} + \underline{Z}_L = R_2 + jx_L = 30 + j40 = 50e^{j53^\circ} \text{ Ом,}$$
$$z_{ab} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ Ом, } \varphi_{ab} = \arctg \frac{40}{30} \approx 53^\circ.$$

Находим комплексное напряжение на участке цепи ($a - b$):

$$\underline{U}_{ab} = \underline{I}\underline{Z}_{ab} = 1e^{j37^\circ} \cdot 50e^{j53^\circ} = 1 \cdot 50e^{j(37+53)} = 50e^{j90^\circ} \text{ В.}$$

Определим активную мощность цепи:

$$P = UI \cos \varphi = 50 \cdot 1 \cos(-37) = 40 \text{ Вт.}$$

Активную мощность цепи можно определить и как

$$P = I^2(R_1 + R_2) = 1^2 \cdot (10 + 30) = 40 \text{ Вт.}$$

Полная мощность цепи равна

$$S = UI = 50 \cdot 1 = 50 \text{ ВА.}$$

Построим векторную диаграмму напряжений и тока цепи в соответствии с уравнением, составленным по второму закону Кирхгофа и с учетом фазовых сдвигов напряжений на элементах цепи и тока во времени:

$$\underline{U} = \underline{U}_C + \underline{U}_{R_1} + \underline{U}_{R_2} + \underline{U}_L.$$

Комплексные напряжения на элементах:

$$\underline{U}_{R_1} = R_1 \underline{I} = 10 \cdot 1e^{j37^\circ} = 10e^{j37^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{R_2} = R_2 \underline{I} = 40 \cdot 1e^{j37^\circ} = 40e^{j37^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_C = \underline{Z}_C \underline{I} = -jx_C \underline{I} = (-j70) \cdot 1e^{j37^\circ} = 70e^{-j90^\circ} \cdot 1e^{j37^\circ} = 70e^{-j53^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_L = \underline{Z}_L \underline{I} = jx_L \underline{I} = j40 \cdot 1e^{j37^\circ} = 40e^{j90^\circ} \cdot 1e^{j37^\circ} = 40e^{j127^\circ} \text{ В.}$$

Располагаем вектор тока \underline{I} в выбранном масштабе под углом $\psi_I = 37^\circ$ к оси действительных чисел (рис. 19).

Построение на векторной диаграмме векторов напряжений производим последовательно – к концу одного вектора прикладываем начало следующего вектора в соответствии с уравнением

$$\underline{U} = \underline{U}_C + \underline{U}_{R_1} + \underline{U}_{R_2} + \underline{U}_L.$$

Геометрическая сумма всех векторов равна вектору напряжения \underline{U} , который располагается вдоль оси вещественных чисел (начальная фаза равна нулю).

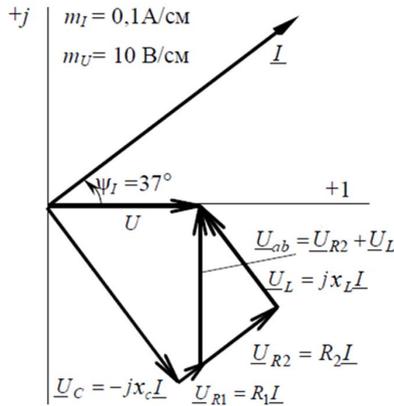


Рис. 19. Векторная диаграмма напряжений и тока [9]

Векторы напряжений на резистивных элементах \underline{U}_{R_1} и \underline{U}_{R_2} совпадают по фазе с током и располагаются параллельно вектору тока. Вектор напряжения на емкости \underline{U}_C отстает по фазе от вектора \underline{I} на 90° , а вектор напряжения на индуктивном элементе \underline{U}_L опережает по фазе вектор тока \underline{I} на 90° . Вектор напряжения \underline{U}_{ab} определяется также в соответствии со вторым законом Кирхгофа как $\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{R_2} + \underline{U}_L$ и располагается перпендикулярно оси вещественных чисел ($\psi_{U_{ab}} = 90^\circ$).

Задача 10. Комплексное значение тока электрической цепи (рис. 20) $\underline{I} = j2$ А. Определите комплексное значение входного напряжения, если заданы значения параметров электрической цепи $R = 2$ Ом, $x_C = 2$ Ом, $x_L = 2$ Ом.

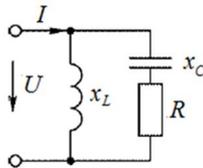


Рис. 20. Электрическая цепь

Решение. Комплексные сопротивления элементов равны:

– катушки индуктивности: $\underline{Z}_L = jx_L = j2 \text{ Ом}$;

– резистора: $\underline{Z}_R = R = 2 \text{ Ом}$;

– конденсатора: $\underline{Z}_C = -jx_C = -j2 \text{ Ом}$ [8].

Конденсатор включен последовательно с резистором, их общее комплексное сопротивление равно

$$\underline{Z}_{RC} = \underline{Z}_R + \underline{Z}_C = 2 - j2 \text{ Ом [8].}$$

Ветвь с конденсатором и резистором включена параллельно с катушкой индуктивности, их сопротивление

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\underline{Z}_{RC}\underline{Z}_L}{\underline{Z}_{RC} + \underline{Z}_L} = \frac{(2 - j2)j2}{2 - j2 + j2} = 2 + j2 \text{ Ом}$$

является входным сопротивлением цепи [8].

Найдем комплексное входное напряжение:

$$\underline{U} = \underline{I}\underline{Z}_{\text{вх}} = (2 + j2)j2 = -4 + j4 \text{ В.}$$

Задача 11. Для электрической цепи, изображенной на рис. 21, определите потребляемый цепью ток \underline{I} и напряжение \underline{U}_{ab} , если известны параметры элементов цепи $R_1 = 10\sqrt{3} \text{ Ом}$, $x_L = 10 \text{ Ом}$, $x_C = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 20\sqrt{3} \text{ Ом}$ и входное напряжение $U = 12 \text{ В}$. Постройте векторную диаграмму токов и напряжений.

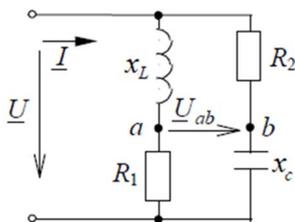


Рис. 21. Электрическая цепь

Решение. Из рис. 22 видно, что цепь содержит две параллельные ветви, на каждой из которых действует одно и то же напряжение U .

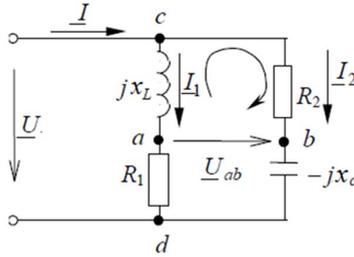


Рис. 22. Расчетная электрическая цепь

Представим в комплексной форме сопротивления элементов и входное напряжение \underline{U} (приняв его начальную фазу ψ_U равной нулю) и определим по закону Ома комплексные токи в ветвях \underline{I}_1 и \underline{I}_2 :

$$\underline{U} = 12e^{j0^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jx_L = 10\sqrt{3} + j10 = 20e^{j30^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jx_C = 20\sqrt{3} - j20 = 40e^{-j30^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{12e^{j0^\circ}}{20e^{j30^\circ}} = 0,6e^{-j30^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{12e^{j0^\circ}}{40e^{-j30^\circ}} = 0,3e^{j30^\circ} \text{ А},$$

или в алгебраической форме записи:

$$\underline{I}_1 = 0,6\cos(-30^\circ) + j0,6\sin(-30^\circ) = 0,52 - j0,3 \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = 0,3\cos(30^\circ) + j0,3\sin(30^\circ) = 0,26 + j0,15 \text{ А}.$$

Ток в неразветвленной части цепи найдем в соответствии с первым законом Кирхгофа:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 0,52 - j0,3 + 0,26 + j0,15 = 0,78 - j0,15 = 0,8e^{-j10,89^\circ} \text{ А}.$$

Для определения комплексного напряжения составим уравнение по второму закону Кирхгофа в комплексной форме для контура acb (рис. 22, обход контура по часовой стрелке):

$$R_2 \underline{I}_2 - \underline{U}_{ab} - (jx_L) \underline{I}_1 = 0.$$

Откуда

$$\underline{U}_{ab} = R_2 \underline{I}_2 - (jx_L) \underline{I}_1 = 20\sqrt{3}(0,26 + j0,15) - j10(0,52 - j0,3) = 6e^{j0^\circ} \text{ В}.$$

Построим векторную диаграмму токов и напряжений. Для этого найдем напряжения на каждом элементе цепи:

$$\underline{U}_L = jx_L I_1 = (j10) \cdot 0,6e^{-j30^\circ} = 10e^{j90^\circ} \cdot 0,6e^{-j30^\circ} = 6e^{j60^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{R_1} = R_1 I_1 = 10\sqrt{3} \cdot 0,6e^{-j30^\circ} = 10,38e^{-j30^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{R_2} = R_2 I_2 = 20\sqrt{3} \cdot 0,3e^{j30^\circ} = 10,38e^{j30^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_C = -jx_C I_2 = (-j20) \cdot 0,3e^{j30^\circ} = 20e^{-j90^\circ} \cdot 0,3e^{j30^\circ} = 6e^{-j60^\circ} \text{ В}.$$

Построение векторов напряжений на элементах каждой ветви на рис. 23 проведено в соответствии с уравнениями, составленными по второму закону Кирхгофа:

$$\underline{U}_L + \underline{U}_{R_1} = \underline{U};$$

$$\underline{U}_{R_2} + \underline{U}_C = \underline{U}.$$

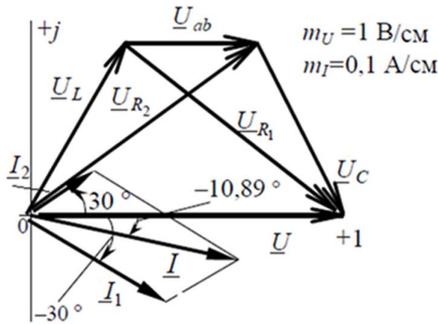


Рис. 23. Векторная диаграмма

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Аполлонский, С. М. Теоретические основы электротехники : учеб. пособие вузов / С. М. Аполлонский, А. Л. Виноградов. — Москва : Кнорус, 2016. — 249 с. — ISBN 978-5-406-03879-6.
2. Введение в теоретическую электротехнику : курс подготовки бакалавров : учеб. пособие / Ю. А. Бычков, В. М. Золотницкий, Е. Б. Соловьева, Э. П. Чернышев. — Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2016. — 288 с. — URL: e.lanbook.com/book/212480 (дата обращения: 15.12.2022). — Режим доступа: по подписке. — ISBN 978-5-8114-2406-1.
3. Атабеков, Г. И. Основы теории цепей / Г. И. Атабеков. — 7-е изд., стер. — Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2022. — 424 с. — URL: e.lanbook.com/book/256100 (дата обращения: 02.08.2023). — Режим доступа: по подписке. — ISBN 978-5-507-45036-7.
4. Белецкий, А. Ф. Теория линейных электрических цепей : учебник / А. Ф. Белецкий. — Изд. 3-е, стер. — Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2022. — 542, [1] с. — URL: e.lanbook.com/book/209825 (дата обращения: 15.02.2023). — Режим доступа: по подписке. — ISBN 978-5-8114-0905-1.
5. Воскобойников, Ю. Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME : учеб. пособие / Ю. Е. Воскобойников, А. Ф. Задорожный. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2018. — 223 с. — ISBN 978-5-8114-2052-0.
6. Серебряков, А. С. Электротехника и электроника : лабораторный практикум на Electronics Workbench и Multisim : учеб. пособие / А. С. Серебряков. — Москва : Высшая школа, 2009. — 334, [1] с. — ISBN 978-5-06-005899-4.
7. Сергеева, А. С. Базовые навыки работы с программным обеспечением в техническом вузе. Пакет MS Office (Word, Excel, PowerPoint, Visio), Electronic Workbench, MATLAB : учеб. пособие / А. С. Сергеева, А. С. Синявская. — Новосибирск : Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2016. — 263 с. — URL: www.iprbookshop.ru/69537.html (дата обращения: 10.07.2023). — Режим доступа: по подписке.

8. Теоретические основы электротехники : Интернет-тестирование базовых знаний : учеб. пособие / Г. Н. Герасимова, Н. В. Коровкин, М. А. Кац [и др.] ; под ред. П. А. Бутырина, Н. В. Коровкина. – Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2022. – 329, [2] с. – URL: e.lanbook.com/book/210857 (дата обращения: 10.07.2023). – Режим доступа: по подписке. – ISBN 978-5-8114-1205-1.
9. Электрические и магнитные цепи : Практикум по дисциплине «Электротехника и электроника» / Р. В. Ахмадеев, И. В. Вавилова, П. А. Грахов, Т. М. Крымская. – Уфа : Уфимский государственный авиационный технический университет, 2007. – 81 с. – URL: www.studmed.ru/view/ahmadeev-rv-vavilova-iv-grahov-pa-i-dr-elektricheskie-i-magnitnye-cepj_98f02527616.html (дата обращения: 10.07.2023). – ISBN 5-86911-543-4.
10. Шаврина, Н. В. Электротехника и электроника : практикум / Н. В. Шаврина, С. В. Шлыков ; Тольяттинский государственный университет. – Тольятти : Изд-во ТГУ, 2023. – 103 с. – URL: dspace.tltsu.ru/bitstream/123456789/26493/1/Shavrina%20Shlikov%201-35-21_Praktikum_Z.pdf (дата обращения: 10.07.2023). – ISBN 978-5-8259-1310-0.
11. Иванова, С. Г. Теоретические основы электротехники : конспект лекций / С. Г. Иванова, В. В. Новиков. – Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2008. – 230 с. – URL: www.studmed.ru/ivanova-s-g-teoreticheskie-osnovy-elektrotehniki-konspekt-lekciy_7f784ab280f.html (дата обращения: 11.07.2023).