

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Кафедра «Прикладная математика и информатика»
(наименование)

01.03.02 Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления подготовки)

Компьютерные технологии и математическое моделирование
(направленность (профиль))

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА (БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА)

на тему Исследование баллистических возможностей охотничьей системы МР-153

Обучающийся

А.С. Волков

(Инициалы Фамилия)

(личная подпись)

Руководитель

д.ф.-м.н., профессор, А.И. Сафронов

(ученая степень (при наличии), ученое звание (при наличии), Инициалы Фамилия)

Консультант

к.п.н., доцент, С.А. Гудкова

(ученая степень (при наличии), ученое звание (при наличии), Инициалы Фамилия)

Аннотация

Тема выпускной квалификационной работы: «Исследование баллистических возможностей охотничьей системы МР-153».

Ключевые слова: баллистическая система, основная задача внутренней баллистики (ОЗВБ), газодинамика, гетерогенная среда, эстафетная схема метания, математическое моделирование, совместный Эйлера-Лагранжев метод (СЭЛ).

Объект исследования: внутрибаллистические газодинамические процессы, протекающие во время работы эстафетной схемы метания снаряда.

Предмет исследования: эстафетная схема метания снаряда на базе гетерогенной модели.

Основная цель работы: разработка программной реализации математической модели эстафетной схемы метания снаряда, учитывающей энергетические и газодинамические процессы, происходящие во время выстрела, получение результатов расчёта по модели для сравнения с ранее используемыми методами.

Выпускная работа состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы, включающим зарубежные источники.

Объём выпускной квалификационной работы составляет 44 страницы. В работе представлены 9 рисунков и 2 таблицы. Список литературы содержит 25 источников.

Результатом работы являются программная реализация математической модели эстафетной схемы метания на базе подхода гетерогенных сред.

ABSTRACT

The title of the graduation work is «Research of the ballistic capabilities of MP-153 hunting system».

Keywords: ballistic system, main problem of internal ballistics (MPIB), gasdynamics, heterogeneous environment, relay projectile throwing scheme, mathematical modeling, joint Eulerian-Lagrangian method (JEL).

The graduation work consists of an explanatory note on 44 pages, including 9 figures and 2 tables, introduction, a conclusion, the list of 25 references including 7 foreign sources.

The object of the graduation work is intraballistic gas-dynamic processes occurring during the operation of the relay projectile throwing scheme.

The subject of the graduation work is relay projectile throwing scheme based on heterogeneous model.

The aim of the work is to develop a software implementation of a mathematical model of the relay projectile throwing scheme, taking into account the energy and gas dynamic processes occurring during the shot and to calculate the characteristics of the system for comparison with previously used methods.

The graduation work describes in details the system modeling process and the calculation of the resulting parameters.

We then analyze the results and compare them with the results of previously used methods.

The results show clearly that the use of the relay projectile throwing scheme can increase the velocity of the projectile by 15% compared to the classical projectile throwing scheme.

Оглавление

| | |
|--|----|
| Введение..... | 5 |
| Глава 1 Моделировании баллистических систем с использованием эстафетной схемы..... | 7 |
| 1.1 Описание классической схемы метания снаряда..... | 7 |
| 1.2 Исследование различных схем | 9 |
| 1.3 Газодинамический подход для решения ОЗВБ..... | 10 |
| 1.4 Описание эстафетной схемы метания снаряда | 14 |
| 1.5 Модель газопороховой смеси | 16 |
| 1.6 Модель гетерогенных сред..... | 21 |
| Глава 2 Разработка алгоритма и программная реализация математической модели эстафетной схемы | 27 |
| 2.1 Выбор разностного метода решения задачи | 27 |
| 2.2 Запись основной системы уравнений в разностном виде..... | 28 |
| 2.3 Разработка алгоритма для исследования эстафетной схемы..... | 31 |
| 2.4 Проектирование программы, реализующей алгоритм..... | 33 |
| Глава 3 Исследование баллистических возможностей охотничьей системы МР-153 | 36 |
| 3.1 Проведение эксперимента..... | 36 |
| 3.2 Анализ результатов..... | 39 |
| Заключение | 41 |
| Список используемой литературы | 42 |

Введение

В современных реалиях особую значимость получил вопрос о совершенствовании баллистических систем в целом и охотничьих систем в частности. Для достижения наилучших результатов при использовании охотничьих систем, необходимо провести исследование их баллистических возможностей. Главным параметром при исследовании выступает показатель дальности полёта снаряда, зависящий от скорости на срезе ствола. Для проведения исследования необходимо исследовать математические модели процесса выстрела и провести расчёты на основании выбранной модели.

Использование термодинамической модели для рассматриваемого типа систем сильно ограничивает их возможности. Моделирование на основе газодинамического подхода позволяет рассматривать нестандартные схемы метания снаряда. Использование этих схем способствует улучшению параметров выстрела за счёт изменения в конструкции снаряда и в области порохового заряда.

Одной из таких схем является схема с разделением заряда (эстафетная схема). Она позволяет обеспечить большой прирост начальной скорости метаемого элемента, что способствует увеличению дальности стрельбы, и для её реализации подходят стандартные виды пороха.

Таким образом, актуальность исследования обусловлена необходимостью модернизации современных баллистических систем с целью улучшения их баллистических возможностей.

Новизна исследования заключается в использовании эстафетной схемы метания снаряда и применении модели гетерогенных сред для повышения начальной скорости метаемого элемента.

Целью работы является разработка программной реализации математической модели эстафетной схемы метания снаряда, учитывающей энергетические и газодинамические процессы, происходящие во время

выстрела, получение результатов расчёта по модели для сравнения с ранее используемыми методами.

Объектом исследования являются внутрибаллистические газодинамические процессы, протекающие во время работы эстафетной схемы метания снаряда.

Предметом исследования является эстафетная схема метания снаряда на базе гетерогенной модели.

Задачи исследования включают:

- изучение эстафетной схемы метания снаряда;
- исследование математической модели эстафетной схемы, описывающей основные энергетические и газодинамические процессы, протекающие во время работы схемы;
- программная реализация исследуемой математической модели;
- проведение вычислений на базе разработанной программы и сравнение полученных результатов с параметрами классической схемы метания снаряда.

В первой главе описываются теоретические основы рассматриваемого вопроса и проводится построение математической модели эстафетной схемы метания.

Во второй главе осуществляется разработка алгоритма и программная реализация математической модели.

В третьей главе осуществляется исследование баллистических возможностей системы на основе разработанной программы и анализ результатов.

Глава 1 Моделировании баллистических систем с использованием эстафетной схемы

1.1 Описание классической схемы метания снаряда

Внутренняя баллистика изучает процессы, протекающие в канале ствола оружия в момент выстрела: движение снаряда, изменение его скорости, влияние давления на канал и другие [4], [16], [17], [19]-[25]. Одним из ключевых аспектов выстрела является процесс образования пороховых газов, приводящих в движение снаряд. Внутренняя баллистика описывает всё происходящее в канале ствола от момента воспламенения пороха, до момента вылета снаряда из ствола оружия. Процессы, происходящие после этого, описываются внешней баллистикой.

«Основная задача внутренней баллистики (ОЗВБ) состоит в определении давления пороховых газов и скорости движения пули, необходимых для расчета параметров оружия и снаряда, с целью получения требуемых результатов при выстреле» [17].

Для решения основной задачи внутренней баллистики в её обычной постановке чаще всего применяют классическую схему метания снаряда. Опишем все характерные для данной схемы процессы, исследуемые внутренней баллистикой.

«От удара бойка по капсюлю боевого патрона взрывается ударный состав капсюля и образуется пламя, которое через затравочные отверстия в дне гильзы воспламеняет пороховой заряд. При сгорании, которого образуется большое количество сильно нагретых газов, создающих в канале ствола высокое давление на дно пули, дно и стенки гильзы, а также на ствол. В результате давления газов на дно пули она сдвигается с места и врезается в нарезы; вращаясь по ним, продвигается по каналу ствола с непрерывно возрастающей скоростью и выбрасывается наружу по направлению оси канала ствола» [7].

Все процессы, протекающих при выстреле из оружия, можно разделить на четыре периода: предварительный, первый (основной), второй (термодинамический) и период последствий газов [5, 7]. Рассмотрим каждый из периодов более конкретно.

«Предварительный период длится от начала горения порохового заряда до полного врезания оболочки пули в нарезы ствола. В течение этого периода в канале ствола создается давление газов, необходимое для того, чтобы сдвинуть пулю с места и преодолеть сопротивление ее оболочки врезанию в нарезы ствола. Это давление называется давлением» [7].

«Первый, или основной, период длится от начала движения пули до момента полного сгорания порохового заряда. В этот период горение порохового заряда происходит в быстро изменяющемся объеме. В начале периода, количество газов растет быстрее, чем объем заснарядного пространства, давление газов быстро повышается и достигает наибольшей величины. Затем объем заснарядного пространства увеличивается быстрее притока новых газов, и давление начинает падать» [7].

«Второй период длится от момента полного сгорания порохового заряда до момента вылета пули из канала ствола. С началом этого периода приток пороховых газов прекращается, однако сильно сжатые и нагретые газы расширяются и, оказывая давление на пулю, увеличивают скорость ее движения» [7].

«Третий период, или период после действия газов длится от момента вылета пули из канала ствола до момента прекращения действия пороховых газов на пулю» [7]. Поскольку данный период не является частью внутренней баллистики, он не рассматривается в рамках данной работы.

1.2 Исследование различных схем

Классическая схема метания исчерпала свои возможности в области повышения начальной скорости метания на баллистических системах, в частности, в охотничьих ружьях. Имеются различные схемы, позволяющие улучшать индикаторную диаграмму давления на метаемом элементе.

«Сложное явление выстрела из баллистической системы сопровождается горением пороха в переменном объеме канала ствола и преобразованием тепловой энергии пороховых газов в механическую работу, расходуемую на сообщение снаряду и заряду кинетической энергии и преодоление вредных сопровождений. Часть тепла поглощается стенками канала ствола. Оставшаяся часть вместе с газами выбрасывается в атмосферу» [10]. В результате данных процессов ствол оружия подвергается постоянной нагрузке, вызванной воздействием давления пороховых газов на канал ствола, что способно привести к деформации стенок канала.

Так как давление в системе не должно превышать критически допустимого, улучшить параметры выстрела за счёт изменения характеристик порохового заряда не представляется возможным. Для получения реальных результатов требуется внести изменения как в конструкцию снаряда, так и в конструкцию области порохового заряда. В связи с этим необходимо рассмотреть альтернативные схемы метания снаряда.

Эти схемы подразумевают несколько различных направлений модернизации баллистических систем: разработка и усовершенствование легкогазовых систем, разработка систем на жидких метательных веществах, разработка и усовершенствование систем с выкатом ствола, добавление дополнительных зарядов к снаряду, использование комбинированных методов метания снаряда.

1.3 Газодинамический подход для решения ОЗВБ

Основные обозначения для описываемых уравнений:

t – время;

t_3 – время задержки зажигания;

t_R – время разделения;

x – координата;

$x_{сн}$ – координата снаряда;

x_D – координата диафрагмы;

$x'_{сн}$ – координата снаряда в неинерциальной системе координат;

x'_D – координата диафрагмы в неинерциальной системе координат;

z – продольная координата, связанная с пороховым элементом, или относительная толщина сгоревшего свода;

u – скорость газопороховой смеси;

u_1 – скорость горения при атмосферном давлении (единичная скорость горения);

$u_{сн}$ – скорость снаряда;

u_D – скорость диафрагмы;

$u'_{сн}$ – скорость снаряда в неинерциальной системе координат;

u'_D – скорость диафрагмы в неинерциальной системе координат;

ρ – плотность газа;

p – давление;

$p_{ф}$ – давление форсирования;

p_a – атмосферное давление;

S – переменная площадь сечения камеры и ствола;

Π – периметр;

μ – коэффициент динамической вязкости продуктов горения;

λ – коэффициент теплопроводности продуктов горения;

φ – коэффициент второстепенных работ;

I_k – конечный импульс горения;

n – характеристика формы зерна;
 ψ – относительная доля сгоревшего пороха;
 ε – внутренняя энергия единицы массы пороховых газов;
 δ – плотность материала пороха;
 α – коволюм;
 a – счетная концентрация зеренных пороховых элементов;
 c_v – теплоемкость газа при постоянном объеме;
 c_p – теплоемкость газа при постоянном давлении;
 $\theta = \left(\frac{c_p}{c_v} - 1\right)$ – показатель адиабаты;
 $L_{\text{км}}$ – длина камеры;
 Δ – плотность заряжания;
 v – скорость движения газа в канале ствола;
 w – скорость движения твердой фазы в канале ствола;
 R_0 – удельная газовая постоянная;
 R – газовая постоянная;
 T – температура;
 T_v – температура горения при постоянном объеме;
 T_p – температура горения при постоянном давлении;
 $f = RT_v$ – сила пороха;
 Q – теплотворная способность (потенциал) пороха;
 $q_{\text{сн}}$ – масса снаряда;
 q_D – масса диафрагмы;
 ω – масса заряда;
 L_0 – начальный объем порохового зерна;
 $Q_{\text{г}}$ – вес гильзы;
 $S_{\text{км}}$ – площадь камеры;
 λ_1, a_1 – характеристики формы для дополнительного заряда;
 e_b – толщина свода;
 Sn – концентрация элементов;

S_{02} – начальная площадь порохового элемента;

d_{op}^2 – квадрат эквивалентного диаметра частицы;

N – признак системы координат;

m – пористость смеси;

m_{AS} – масса всей сборки;

m_D – масса диафрагмы.

Использование классического подхода для решения основной задачи внутренней баллистики в термодинамической постановке не даёт возможности моделирования процессов в баллистических системах с альтернативными схемами метания. В связи с этим ограничением, было принято решение рассмотреть использование газодинамического подхода для решения основной задачи внутренней баллистики.

В основе газодинамического подхода лежит анализ движения газопороховой смеси внутри заснарядной области [8, 10]. В рамках этого подхода все основные процессы, происходящие внутри ствола оружия, описываются при помощи системы дифференциальных уравнений, в которой учитывается неравномерное распределение давления, плотности и температуры вдоль всей заснарядной области. Ещё одной чертой газодинамического подхода является хорошее описание волновых явлений, протекающих во время движения пороховых газов. Всё это обеспечивает более точные вычисления, а также большее соответствие реальным процессам, протекающим во время выстрела, в сравнении с термодинамическим подходом.

Так, при использовании газодинамического подхода необходимо учитывать следующие допущения:

- «движение пороховых газов и неполностью сгоревших пороховых элементов индивидуально не рассматривается» [1];
- «скорость движения пороховых элементов и окружающих газов совпадает» [1];
- «движение всей газопороховой смеси происходит одновременно» [1];

- «воспламенение всех пороховых элементов одновременно и мгновенно» [1];
- «все пороховые элементы идентичны по размерам, форме и физико-химическим свойствам» [1];
- «горение всех слоёв пороха происходит параллельно с одинаковой скоростью» [1];
- «уравнение состояния пороховых газов отличается от уравнения состояния идеального газа введением коволюма, постоянного в течении всего процесса выстрела» [1];
- «воздействие сил трения и теплоотдачи к стенкам орудия во внимание не берётся» [1];
- «возможность утечки газов через зазоры не учитывается» [1];
- «деформация канала ствола и гильзы не рассматриваются» [1];
- «характеристики пороховых газов, силы пороха, удельной газовой постоянной и коэффициентов адиабаты считаются постоянными» [1];
- «уравнения состояния пороховых газов и уравнения состояния идеального газа различаются наличием коволюма, который остаётся постоянным на протяжении всего процесса выстрела» [1].

В соответствии с принятыми допущениями, можно записать систему уравнений, описывающую процессы, протекающие внутри камеры ствола (1):

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho S}{\partial t} + \frac{\partial \rho u S}{\partial x} &= 0; \\
 \frac{\partial \rho u S}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2 S}{\partial x} + S \frac{\partial p}{\partial x} &= 0; \\
 \frac{\partial \rho \varepsilon S}{\partial t} + \frac{\partial \rho \varepsilon u S}{\partial x} + p \frac{\partial S u}{\partial x} &= \Pi \rho S \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} \right); \\
 \frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} &= \sqrt{\kappa^2 + 4\kappa\lambda\psi} \frac{p}{I_k}; \\
 \psi &= \kappa z(1 + \lambda z); \\
 \varepsilon &= \frac{p}{k-1} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1-\psi}{\delta} - \alpha\psi \right).
 \end{aligned} \tag{1}$$

Приведём начальные и граничные условия для представленных уравнений (2-4):

$$1. \text{ При } \begin{cases} t = 0 \\ 0 \leq x \leq L_{\text{км}} \end{cases} :$$

$$u = 0, \quad p = p_{\text{н}}, \quad \tilde{\rho} = \Delta, \quad \psi = \psi_{\text{н}} = \frac{\frac{\delta}{\Delta} - 1}{\frac{f\delta}{p_{\text{н}}} + \alpha\delta - 1}. \quad (2)$$

$$2. \text{ При } \begin{cases} t \geq 0 \\ x = 0 \end{cases} :$$

$$v = 0. \quad (3)$$

$$3. \text{ При } \begin{cases} t \geq 0 \\ x = x_{\text{сн}} \end{cases} :$$

$$q \frac{du_{\text{сн}}}{dt} = Sp_{\text{сн}}, \quad u = u_{\text{сн}}. \quad (4)$$

Для увеличения начальной скорости полёта метаемого элемента и, следовательно, дальности его полёта было предложено использовать эстафетную схему метания.

1.4 Описание эстафетной схемы метания снаряда

В основе эстафетной схемы лежит эстафетный принцип метания снаряда [2], [11], [14]. Он состоит в ускорении метаемого элемента путём последовательного воздействия пороховых газов, выделяющихся при сгорании отдельных частей заряда, сначала на диафрагму, разделяющую заряд на две части, а затем и на сам снаряд. Изобразим эстафетную схему метания в общем виде на рисунке 1.

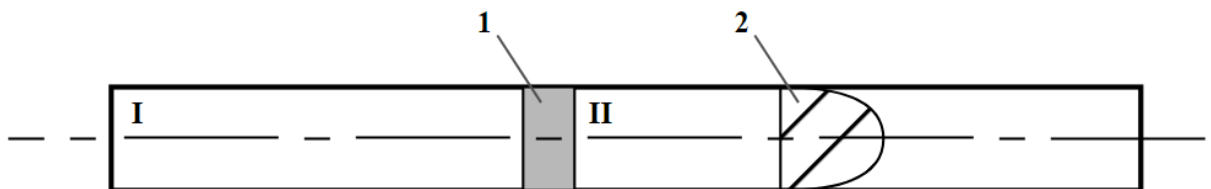


Рисунок 1 – Эстафетная схема метания снаряда: I – область основной части заряда; II – область дополнительной части заряда; 1 – диафрагма; 2 – метаемый элемент

На первом этапе работы системы происходит воспламенение основной части заряда. На втором этапе давление пороховых газов, образуемых в процессе горения, приводит в движение диафрагму, дополнительный заряд и метаемый элемент. Воспламенение дополнительной части заряда происходит под воздействием горячих пороховых газов основного заряда, перетекающих через достаточно малое отверстие в диафрагме с некоторой задержкой. Задержка зажигания дополнительного заряда регулируется диаметром отверстия в диафрагме. Снаряд, пришедший в движение, отделяется от основной области и начинает двигаться по каналу ствола, ускоряясь по мере увеличения давления от горения дополнительного заряда [12], [13].

Из-за того, что сопротивление газов перед диафрагмой достаточно велико, энергия, выделяемая пороховыми газами дополнительного заряда и используемая для перемещения диафрагмы достаточно мала. Это приводит к тому, что энергия дополнительного заряда передаётся преимущественно метаемому элементу [15].

Рассматривая эстафетную схему, необходимо учесть следующие допущения:

- «сопротивления воздуха в канале ствола, теплоотдача и трение, возникающее при перемещении элементов, не рассматриваются» [12];
- «после разделения диафрагмы, дополнительного заряда и метаемого элемента, перемещение газов между областями основного и дополнительного заряда не учитывается» [12].

При анализе внутрибаллистических параметров применяются разнообразные модели механики сплошной среды. В особенности необходимо выделить модель газопороховой смеси и модель гетерогенных сред.

1.5 Модель газопороховой смеси

Для решения ОЗВБ на основе модели газопороховой смеси к уже существующим допущениям добавляются следующие:

- «диафрагма, дополнительный заряд и метаемый элемент приходят в движение после достижения давления форсирования» [15];
- «заряды состоят из частиц мелкого иницирующего состава, которые перемещаются со скоростью, сопоставимой скорости окружающих их газов» [15];
- «для пороховых частиц заряда применяется обычный геометрический закон горения» [15];
- «при наступлении момента зажигания основного и дополнительного зарядов, воспламенение их поверхностей происходит мгновенно» [15];
- «теплоотдача и трение газа о стенки канала во внимание не принимаются» [15];
- «отход газа в область сборки не учитывается» [15].

Для осуществления эффективного моделирование работы системы на базе эстафетной схемы необходимо провести моделирование ключевых процессов, протекающих в областях основного и дополнительного заряда. Здесь и далее будем называть их область I и область II соответственно. Систему уравнений, описывающую процессы в областях I и II будем записывать в инерциальной и неинерциальной системах координат соответственно. Эстафетная схема метания с учётом различия систем координат и математическими обозначениями представлена на рисунке 2.

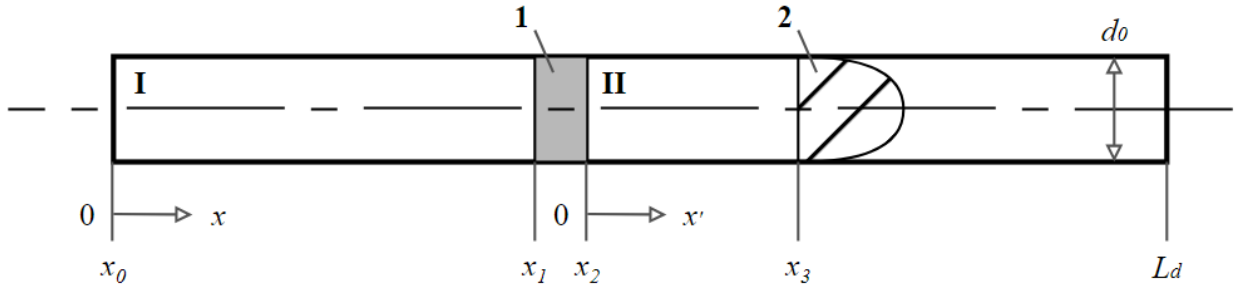


Рисунок 2 – Расчётная эстафетная схема метания с использованием комбинированной системы координат: I – область основной части заряда; II – область дополнительной части заряда; 1 – диафрагма; 2 – метаемый элемент; d_0 – диаметр цилиндрического канала; L_D – длина ствола

Для неинерциальной системы координат введём новые параметры и переменные (5):

$$x' = x - \int_0^t v d\tau - x_0, \quad u' = u - v, \quad t' = t. \quad (5)$$

Тогда дифференциальные операторы можно представить в виде (6):

$$\frac{\partial}{\partial x'} = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t} - v \frac{\partial}{\partial x}. \quad (6)$$

Следовательно, система уравнений в неинерциальной системе координат в общем виде будет выглядеть следующим образом (7):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho S}{\partial t} + \frac{\partial \rho u S}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial \rho u S}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2 S}{\partial x} + S \frac{\partial p}{\partial x} &= -\rho S \frac{\partial v}{\partial t}; \\ \frac{\partial \rho \varepsilon S}{\partial t} + \frac{\partial \rho \varepsilon u S}{\partial x} + p v \frac{\partial S}{\partial x} + p \frac{\partial u S}{\partial x} &= \Pi \rho S \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} \right); \\ \frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} &= \sqrt{\kappa^2 + 4\kappa\lambda\psi} \frac{p}{I_k}; \\ \psi &= \kappa z (1 + \lambda z); \\ \varepsilon &= \frac{p}{\theta} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1 - \psi}{\delta} - \alpha \psi \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Данную систему следует применять при проведении расчётов как для области I, так и для области II.

При определении начальных условий в области I необходимо учитывать условие достижения давления форсирования для диафрагмы, дополнительного заряда и метаемого элемента в начальный момент времени. При определении начальных условий в области II необходимо учитывать условие достижения времени задержки зажигания дополнительного заряда, предполагая, что в области II будет достигнуто требуемое начальное давление. При этом скорости в области II считаются равными нулю до тех пор, пока не произойдет разделение диафрагмы, дополнительного заряда и метаемого элемента [14].

Граничные условия для системы уравнений (7) можно представить в виде (8-11):

$$1. \text{ При } \begin{cases} t \geq 0 \\ x = 0 \end{cases} : \quad u = 0. \quad (8)$$

$$2. \text{ При } \begin{cases} t \geq 0 \\ x = x_1 \end{cases} : \quad \frac{du_1}{dt} = \begin{cases} \frac{S}{Q} \left(p_1 - \frac{f_{CB}}{S} \right), & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} \geq \frac{p_3}{q} \\ \frac{S(p_1 - p_2)}{Q}, & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} < \frac{p_3}{q} \end{cases},$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{du_1}{dt}. \quad (9)$$

$$3. \text{ При } \begin{cases} t \geq 0 \\ x = x_2 \end{cases} : \quad u_2 = 0. \quad (10)$$

$$4. \text{ При } \begin{cases} t \geq 0 \\ x = x_3 \end{cases} : \quad \frac{du_3}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} \geq \frac{p_3}{q} \\ \frac{S \left(p_3 - \frac{f_{CB}}{S} \right)}{q} - \frac{dv}{dt}, & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} < \frac{p_3}{q} \end{cases}, \quad (11)$$

$$\text{где } f_{CB} = \left(p_{BH} + \frac{k+1}{2} \rho_{BH} u^2 \right) S;$$

$$k = \frac{c_p}{c_v}.$$

Для решения система (7) должна быть приведена к безразмерному виду.
Возьмём следующие величины в качестве масштабных (12):

$$L_{\text{км}} = x_1, \quad t_0 = \frac{L_{\text{км}}}{c_0}. \quad (12)$$

где $L_{\text{км}}$ – масштаб длины;

x_1 – начальная координата положения поршня;

t_0 – масштаб времени;

c_0 – масштаб скорости.

Получим новые переменные (13):

$$\begin{cases} p_0 = \frac{f_I \Delta_I}{1 - \alpha_I \Delta}, & c_0^2 = \frac{p_0}{\Delta}, & \Delta = \frac{\omega_I}{w_I}, & \text{если } \frac{\omega_I}{w_I} \geq \frac{\omega_{II}}{w_{II}}, \\ p_0 = \frac{f_{II} \Delta_{II}}{1 - \alpha_{II} \Delta}, & c_0^2 = \frac{p_0}{\Delta}, & \Delta = \frac{\omega_{II}}{w_{II}}, & \text{если } \frac{\omega_I}{w_I} < \frac{\omega_{II}}{w_{II}}, \end{cases} \quad (13)$$

где p_0 – масштаб давления;

ω_I – масса состава в области I;

w_I – объём области I;

ω_{II} – масса состава в области II;

w_{II} – объём области II.

Тогда относительные переменные примут вид (14):

$$\tau = \frac{t}{t_0}, \quad \bar{u} = \frac{u}{c_0}, \quad \bar{x} = \frac{x}{L_{\text{км}}}, \quad \bar{p} = \frac{p}{p_0}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\Delta}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{c_0^2}. \quad (14)$$

В последствии знак черты опускается. На безразмерный характер уравнений будет указывать τ .

Запишем систему (7) в относительных переменных (15):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho S}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u S}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial \rho u S}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u^2 S}{\partial x} + S \frac{\partial p}{\partial x} &= -\rho S \frac{\partial v}{\partial \tau}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho \varepsilon S}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho \varepsilon u S}{\partial x} + p \frac{\partial u S}{\partial x} &= \Pi \rho S \left(\frac{\partial \psi}{\partial \tau} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - p v \frac{\partial S}{\partial x}; \\
\frac{\partial \psi}{\partial \tau} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} &= \sqrt{\kappa^2 + 4\kappa\lambda\psi A}; \\
\psi &= \kappa z(1 + \lambda z); \\
\varepsilon &= \frac{p}{\theta} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1 - \psi}{\delta} - \alpha \psi \right),
\end{aligned} \tag{15}$$

где $A = \frac{\Delta L_{\text{KM}} c_0}{I_k}$.

Тогда начальные и граничные условия можно представить в виде (16-22):

1. При $\begin{cases} \tau = 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$:

$$u_I = 0, \quad \rho_I = \Delta_I S, \quad p_I = p_\Phi, \quad \psi_I = \frac{\frac{1}{\Delta_I} - \frac{1}{\delta_I}}{\frac{f_I}{p_I} + \alpha_I - \frac{1}{\delta_I}}. \tag{16}$$

2. При $\begin{cases} \tau = 0 \\ x_2 \leq x \leq x_3 \end{cases}$:

$$u_{II} = 0, \quad \rho_{II} = \Delta_{II} S, \quad p_{II} = p_a, \quad \psi_{II} = 0. \tag{17}$$

3. При $\begin{cases} \tau = \tau_3 \\ x_2 \leq x \leq x_3 \end{cases}$:

$$u_{II} = 0, \quad \rho_{II} = \Delta_{II} S, \quad M = \rho_{II} u_{II}, \quad p_{II} = p_a,$$

$$\psi_{II} = \frac{\frac{1}{\Delta_{II}} - \frac{1}{\delta_{II}}}{\frac{f_{II}}{p_{II}} + \alpha_{II} - \frac{1}{\delta_{II}}}. \tag{18}$$

4. При $\begin{cases} \tau \geq 0 \\ x = 0 \end{cases}$:

$$u = 0. \tag{19}$$

5. При $\begin{cases} \tau \geq 0 \\ x = x_1 \end{cases}$:

$$\frac{du_1}{d\tau} = \begin{cases} \frac{B}{Q} \left(S p_1 - \frac{f_{\text{CB}}}{S_{\text{KM}}} \right), & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} \geq \frac{p_3}{q} \\ \frac{B}{Q} (S(p_1 - p_2)), & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} < \frac{p_3}{q} \end{cases},$$

$$\frac{dv}{d\tau} = \frac{du_1}{d\tau}. \tag{20}$$

6. При $\begin{cases} \tau \geq 0 \\ x = x_1 \end{cases}$:

$$u_2 = 0. \tag{21}$$

$$7. \text{ При } \begin{cases} \tau \geq 0 \\ x = x_3 \end{cases} : \quad \frac{du_3}{d\tau} = \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} \geq \frac{p_3}{q} \\ \frac{B}{q} \left(p_3 - \frac{f_{CB}}{S_{KM}} \right) - \frac{dv}{d\tau}, & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} < \frac{p_3}{q} \end{cases}, \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \text{где } B &= S_{KM} \Delta L_{KM}; \\ f_{CB} &= \left(p_{BH} + \frac{k+1}{2} \rho_{BH} u^2 \right) S; \\ k &= \frac{c_p}{c_v}. \end{aligned}$$

Так как модель газопороховой смеси имеет свои особенности в описании физики процесса выстрела, то для согласования с реальными результатами более близким будет использование гетерогенной модели.

1.6 Модель гетерогенных сред

В основе модели гетерогенных сред лежит понятие гетерогенных смесей. К гетерогенным смесям можно отнести аэрозоли, суспензии, эмульсии, композитные материалы, жидкости, в которых присутствуют пузырьки газа и другие. Эти смеси характеризуются присутствием в своём составе определённых неоднородностей или включений. Отдельно нужно выделить класс дисперсных смесей. «Дисперсные смеси – это смеси, которые состоят из двух фаз, одна из которых есть капли, пузыри или твёрдые частицы» [6].

В основе подхода гетерогенных сред лежат следующие допущения:

- «размеры включений или неоднородностей в смеси (диаметры дисперсных частиц, капель, пузырьков в газовзвесах, аэрозолях, эмульсиях и суспензиях, диаметры волокон и зёрен в композиционных и поликристаллических материалах, диаметры пор в пористых средах и грунтах, толщины плёнок в газожидкостных смесях) во много раз больше молекулярно-кинетических (расстояний между молекулами, размеров кристаллической решётки, средних длин свободного пробега молекул)» [6];

- «размеры указанных неоднородностей во много раз меньше расстояний, на которых осреднённые или макроскопические параметры смеси или фаз меняются существенно (вне некоторых отдельных зон, которые будут рассматриваться как поверхности разрыва)» [6].

«Первое допущение позволяет использовать классические представления и уравнения механики сплошных однофазных сред (уравнения идеальной и вязкой жидкостей, уравнения упругого и упругопластического тела и т.д.) для описания процессов в масштабах самих неоднородностей, т.е. процессов внутри или около отдельных включений или неоднородностей (для смеси в целом это – микропроцессы). При этом для описания физических свойств фаз (вязкости, теплопроводности, упругости и т.д.) можно использовать уравнения и параметры, полученные из опытов с соответствующими веществами в однофазном состоянии» [6].

«Второе допущение позволяет описывать макроскопические процессы в гетерогенной смеси (распространение в них волн, течение смесей в каналах, обтекание смесями тел, деформацию пористого тела, поликристаллического или композитного образца) методами механики сплошной среды с помощью осредненных или макроскопических параметров» [6].

Для построения модели необходимо внести ряд дополнительных допущений:

- «диафрагма, дополнительный заряд и метаемый элемент приходят в движение после достижения давления форсирования» [11];
- «до наступления момента разделения диафрагмы, дополнительного заряда и метаемого элемента, частицы дополнительного заряда остаются в неподвижном состоянии» [11];
- «для пороховых частиц заряда применяется обычный геометрический закон горения» [11];

- «при наступлении момента зажигания основного и дополнительного зарядов, воспламенение их поверхностей происходит мгновенно» [11];
- «теплоотдача к горячей поверхности пороховых зерен, сопротивление воздуха в стволе и трение, возникающее при перемещении элементов по его каналу, во внимание не принимаются» [11];
- «характеристики газа внутри и за пределами пороховых зарядов в одинаковы» [11];
- «переход газа между областью I и областью II не рассматривается» [11];
- «движение фаз одномерно» [11];
- «материал частиц несжимаем» [11].

Система уравнений для модели гетерогенных сред будет выглядеть следующим образом (23):

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \rho_1 S \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u S \varphi}{\partial x} = M; \\
& \frac{\partial \rho_1 u S \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u^2 S \varphi + p S \varphi}{\partial x} = M w - \tau_{\text{тр}} + p \frac{\partial S \varphi}{\partial x} - N \rho_1 S \varphi \frac{du_D}{\partial t}; \\
& \frac{\partial \rho_1 E S \varphi}{\partial t} + \frac{\partial u S \varphi (\rho_1 E + p)}{\partial x} = -p \frac{\partial w S (1 - \varphi)}{\partial x} - \tau_{\text{тр}} w - M \left(Q + \frac{w^2}{2} \right) - N \rho_1 u S \varphi \frac{du_D}{\partial t}; \\
& \frac{\partial \rho_2 S (1 - \varphi)}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 w S (1 - \varphi)}{\partial x} = -M; \\
& \frac{\partial \rho_2 w S (1 - \varphi)}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 w^2 S (1 - \varphi)}{\partial x} + S (1 - \varphi) \frac{\partial p}{\partial x} = \tau_{\text{тр}} - M w - N \rho_2 S (1 - \varphi) \frac{du_D}{\partial t}; \\
& \frac{\partial z}{\partial t} + w \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{a_1 p}{e_b}; \\
& p \left(\frac{1}{\rho} - \alpha \right) = RT; \\
& E = \varepsilon + \frac{u^2}{2}; \\
& \varphi = 1 - n \Lambda_0 (1 - \psi(z)); \\
& \psi(z) = \kappa_1 z (1 + \lambda_1 z); \\
& M = S n S_{O_2} \rho_2 \sigma(z) a_1 p; \\
& \sigma(z) = 1 + 2 \lambda_1 z;
\end{aligned}$$

$$\tau_{\text{тр}} = \frac{1}{2} C_x \rho_1 (u - w) |u - w| \text{Sn} \frac{\pi d_{\text{оп}}^2}{4} (1 - \psi(z))^{\frac{2}{3}};$$

$$C_x = \begin{cases} \frac{24}{Re} + 0.48, & \text{если } 0 < Re < 3 \cdot 10^5; \\ 0.1, & \text{если } Re \geq 3 \cdot 10^5 \end{cases};$$

$$Re = \frac{\rho_1 |u - w| \varphi \sqrt{S_{02}}}{\mu}. \quad (23)$$

Рассмотрим начальные и граничные условия для данной системы.

Начальные условия для области I (24):

$$T(x, 0) = T_G, \quad p(x, 0) = p_{\Phi}, \quad \varphi(x, 0) = \varphi_H,$$

$$u(x, 0) = w(x, 0) = 0, \quad \psi_H = \frac{\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\rho_2}}{\frac{f}{p_{\Phi}} + \alpha - \frac{1}{\rho_2}},$$

$$z_H = \frac{2\psi_H}{\kappa_1(1 + \sigma_H)}, \quad \sigma_H = \sqrt{1 + 4 \frac{\lambda_1}{\kappa_1} \psi_H}. \quad (24)$$

Начальные условия для области II (25):

$$\begin{aligned} T'(x', t_3) &= T'(x'), & p'(x', t_3) &= p'(x'), \\ \varphi'(x', t_3) &= \varphi'(x'), & z'(x', t_3) &= z'(x'), \\ u'(x', t_3) &= u'(x'), & w'(x', t_3) &= 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Граничные условия для области I (26):

$$u(0, t) = w(0, t) = 0, \quad u(x_D, t) = w(x_D, t) = u_D. \quad (26)$$

Граничные условия для области II (27):

$$u'(0, t) = w'(0, t) = 0, \quad u'(x_S', t) = w'(x_S', t) = u_S'. \quad (27)$$

Граничные условия на правых границах (28):

$$\begin{cases} m_{AS} \frac{du_D}{dt} = (p_1 - p_2)S, & q_{\text{сн}} \frac{du_{\text{сн}}'}{dt} = 0, & \text{если } t \leq t_R \\ m_D \frac{du_D}{dt} = p_3 S - q_{\text{сн}} \frac{du_D}{dt}, & q_{\text{сн}} \frac{du_{\text{сн}}'}{dt} = 0, & \text{если } t > t_R \end{cases}. \quad (28)$$

Диафрагма, дополнительный заряд и метаемый элемент разделяются, когда ускорение диафрагмы при воздействии давления станет меньше ускорения снаряда при воздействии давления (29):

$$p_3 > \frac{q_{\text{CH}}}{q_D} (p_1 - p_2). \quad (29)$$

Запишем систему (23) в относительных переменных (30):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1 S \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho_1 u S \varphi}{\partial x} &= M; \\ \frac{\partial \rho_1 u S \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho_1 u^2 S \varphi + p S \varphi}{\partial x} &= M w - \tau_{\text{тр}} + p \frac{\partial S \varphi}{\partial x} - N \rho_1 S \varphi \frac{du_D}{\partial \tau}; \\ \frac{\partial \rho_1 E S \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial u S \varphi (\rho_1 E + p)}{\partial x} &= -p \frac{\partial w S (1 - \varphi)}{\partial x} - \tau_{\text{тр}} w - M \left(Q + \frac{w^2}{2} \right) - N \rho_1 u S \varphi \frac{du_D}{\partial \tau}; \\ \frac{\partial \rho_2 S (1 - \varphi)}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho_2 w S (1 - \varphi)}{\partial x} &= -M; \\ \frac{\partial \rho_2 w S (1 - \varphi)}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho_2 w^2 S (1 - \varphi)}{\partial x} + S (1 - \varphi) \frac{\partial p}{\partial x} &= \tau_{\text{тр}} - M w - N \rho_2 S (1 - \varphi) \frac{du_D}{\partial \tau}; \\ \frac{\partial z}{\partial \tau} + w \frac{\partial z}{\partial x} &= \frac{a_1 p}{e_b}; \\ p \left(\frac{1}{\rho} - \alpha \right) &= RT; \\ E &= \varepsilon + \frac{u^2}{2}; \\ \varphi &= 1 - n \Lambda_0 (1 - \psi(z)); \\ \psi(z) &= \kappa_1 z (1 + \lambda_1 z); \\ M &= \text{Sn} S_{02} \rho_2 \sigma(z) a_1 p; \\ \sigma(z) &= 1 + 2 \lambda_1 z; \\ \tau_{\text{тр}} &= \frac{1}{2} C_x \rho_1 (u - w) |u - w| \text{Sn} \frac{\pi d_{op}^2}{4} (1 - \psi(z))^{\frac{2}{3}}; \\ C_x &= \begin{cases} \frac{24}{Re} + 0.48, & \text{если } 0 < Re < 3 \cdot 10^5; \\ 0.1, & \text{если } Re \geq 3 \cdot 10^5 \end{cases}; \\ Re &= \frac{\rho_1 |u - w| \varphi \sqrt{S_{02}}}{\mu}. \end{aligned} \quad (30)$$

Начальные условия для области I останутся неизменны.

Начальные условия для области II примут вид (31):

$$\begin{aligned}
T'(x', \tau_3) &= T'(x'), & p'(x', \tau_3) &= p'(x'), \\
\varphi'(x', \tau_3) &= \varphi'(x'), & z'(x', \tau_3) &= z'(x'), \\
u'(x', \tau_3) &= u'(x'), & w'(x', \tau_3) &= 0.
\end{aligned} \tag{31}$$

Граничные условия для области I примут вид (32):

$$u(0, \tau) = w(0, \tau) = 0, \quad u(x_D, \tau) = w(x_D, \tau) = u_D. \tag{32}$$

Граничные условия для области II примут вид (33):

$$u'(0, \tau) = w'(0, \tau) = 0, \quad u'(x_S', \tau) = w'(x_S', \tau) = u_S'. \tag{33}$$

Граничные условия на правых границах примут вид (34):

$$\begin{cases} m_{AS} \frac{du_D}{d\tau} = (p_1 - p_2)S, & q_{CH} \frac{du_{CH}'}{d\tau} = 0, & \text{если } \tau \leq \tau_R \\ m_D \frac{du_D}{d\tau} = p_3S - q_{CH} \frac{du_D}{d\tau}, & q_{CH} \frac{du_{CH}'}{d\tau} = 0, & \text{если } \tau > \tau_R \end{cases}. \tag{34}$$

Условия разделения диафрагмы, дополнительного заряда и метаемого элемента остаются неизменными.

Выводы по первой главе:

В данной главе была описана основная теоретическая информация по рассматриваемому вопросу, необходимая для реализации поставленной задачи. Были приведены основные допущения, необходимые для построения математической модели. Также в данной главе была представлена математическая модель эстафетной схемы метания снаряда с начальными и граничными условиями, по которой будет осуществляться дальнейшая разработка программы.

Глава 2 Разработка алгоритма и программная реализация математической модели эстафетной схемы

2.1 Выбор разностного метода решения задачи

Решение полученной в предыдущей главе системы уравнений необходимо осуществлять в численном виде при помощи разностных методов [3]. Для поставленной задачи был выбран модифицированный совместный эйлерово-лагранжев метод [18].

«Совместный эйлерово-лагранжев метод (СЭЛ) представляет собой численный метод решения дифференциальных уравнений, совмещающий подходы, основанные на системах координат Эйлера и Лагранжа, для моделирования движения вещества» [9].

Среди основных преимуществ СЭЛ по сравнению с другими методами численного решения уравнений можно выделить следующие:

- «высокая точность решений, получаемая благодаря совместному использованию эйлеровых и лагранжевых подходов: для расчёта потоков на границах ячеек используются эйлеровы уравнения, а для решения уравнения движения внутри ячейки используется лагранжев метод» [9];
- «высокая устойчивость, позволяющая эффективно решать сложные газодинамические задачи» [9];
- «простота реализации, позволяющая использовать СЭЛ во многих задачах газодинамики» [9];
- «возможность модификации, позволяющая изменять СЭЛ для решения задач при разных граничных условиях» [9].

В основе решения уравнений по методу СЭЛ лежат явные схемы, позволяющие высчитывать значения сеточной функции за счёт соседних точек. Это даёт возможность получать результаты на следующем временном слое на основании результатов текущего временного слоя.

Рассмотрим разностные схемы метода СЭЛ более подробно.

Необходимо определить значения плотности, скорости и давления в каждой ячейке на начало и конец временного интервала. Затем, используя эйлеровы уравнения, необходимо рассчитать потоки на границах ячейки. Поскольку значения величин в ячейках могут различаться, потоки на границах соседних ячеек также могут иметь различные значения. Для решения уравнений движения внутри каждой ячейки необходимо применять лагранжев метод, который учитывает возможность деформации ячеек с течением времени, возникающую вследствие совместного перемещения материальных точек и газа внутри ячейки.

Таким образом, решения уравнений в каждой отдельной ячейке позволяют получить решение для всей рассматриваемой области.

2.2 Запись основной системы уравнений в разностном виде

Введём обозначения (35):

$$\begin{aligned} f(x_{k+\frac{1}{2}}, \tau_n) &= f_{k+\frac{1}{2}}^n, \\ g(x_k, \tau_{n+\frac{1}{2}}) &= g_k^{n+\frac{1}{2}}, \\ q(x_{k+\frac{1}{2}}, \tau_{n+\frac{1}{2}}) &= q_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}. \end{aligned} \tag{35}$$

и соответствующие определения (36):

$$(fu)_k^{n+\frac{1}{2}} = \begin{cases} f_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} u_k^{n+\frac{1}{2}}, & \text{если } u_k^{n+\frac{1}{2}} \geq 0 \\ f_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} u_k^{n+\frac{1}{2}}, & \text{если } u_k^{n+\frac{1}{2}} < 0 \end{cases},$$

$$[\nabla fu]_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{(fu)_{k+1}^{n+\frac{1}{2}} - (fu)_k^{n+\frac{1}{2}}}{h}. \quad (36)$$

Для системы уравнений (30) обозначим через H_i функции правых частей, характеризующие межфазовое взаимодействие, а через R_i обозначим взаимодействие с поверхностью канала ствола (i – порядковый номер уравнения) [10]. Тогда при учёте введённых определений конечно-разностных уравнений система (30) примет вид (37):

$$\begin{aligned} & (\rho_1 u S \varphi)_k^{n+\frac{1}{2}} = (\rho_1 u S \varphi)_k^{n-\frac{1}{2}} - \tau \{ [\nabla \rho_1 u^2 S \varphi]_k^{n-\frac{1}{2}} + \\ & + \left(\frac{S_{k+\frac{1}{2}} \varphi_{k+\frac{1}{2}}^n + S_{k-\frac{1}{2}} \varphi_{k-\frac{1}{2}}^n}{2} \right) \left(\frac{\bar{p}_{k+\frac{1}{2}}^n - \bar{p}_{k-\frac{1}{2}}^n}{h} \right) - (H_1)_k^n - (R_1)_k^n \}; \\ & u_k^{n+\frac{1}{2}} = \frac{2(\rho_1 u S \varphi)_k^{n+\frac{1}{2}}}{(\rho_1 S \varphi)_{k-\frac{1}{2}}^n + (\rho_1 S \varphi)_{k+\frac{1}{2}}^n}; \\ & (\rho_2 w S (1 - \varphi))_k^{n+\frac{1}{2}} = (\rho_2 w S (1 - \varphi))_k^{n-\frac{1}{2}} - \tau \{ [\nabla \rho_2 w^2 S (1 - \varphi)]_k^{n-\frac{1}{2}} + \\ & + \left(\frac{S_{k+\frac{1}{2}} (1 - \varphi_{k+\frac{1}{2}}^n) + S_{k-\frac{1}{2}} (1 - \varphi_{k-\frac{1}{2}}^n)}{2} \right) \left(\frac{\bar{p}_{k+\frac{1}{2}}^n - \bar{p}_{k-\frac{1}{2}}^n}{h} \right) - (H_2)_k^n \}; \\ & w_k^{n+\frac{1}{2}} = \frac{2(\rho_2 w S (1 - \varphi))_k^{n+\frac{1}{2}}}{(\rho_2 S (1 - \varphi))_{k-\frac{1}{2}}^n + (\rho_2 S (1 - \varphi))_{k+\frac{1}{2}}^n}; \\ & (\rho_j S \varphi)_{k-\frac{1}{2}}^{n+1} = (\rho_j S \varphi)_{k-\frac{1}{2}}^{n-1} - \tau \left\{ [\nabla \rho_j u S \varphi]_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - (H_{3j})_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right\}; \\ & (\rho_1 \varepsilon S \varphi)_{k-\frac{1}{2}}^{n+1} = (\rho_1 \varepsilon S \varphi)_{k-\frac{1}{2}}^{n-1} - \tau \{ [\nabla \rho_1 \varepsilon u S \varphi]_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \left(p_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + q_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) ([\nabla u S \varphi]_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \\ & + [\nabla w S (1 - \varphi)]_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) - (H_4)_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - (R_4)_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \}; \\ & \psi_{k-\frac{1}{2}}^{n+1} = \psi_{k-\frac{1}{2}}^{n-1} - \tau \left\{ [\nabla \psi w]_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \psi_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} [\nabla w]_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - (H_5)_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right\}; \\ & a_{k-\frac{1}{2}}^{n+1} = a_{k-\frac{1}{2}}^{n-1} - \tau \frac{[\nabla a w S]_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{S_{k-\frac{1}{2}}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{p}_{k-\frac{1}{2}}^n &= p_{k-\frac{1}{2}}^n + q_{k-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}; \\
p_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{\theta_{k-\frac{1}{2}}^{n+1} (\rho \varepsilon S \varphi)_{k-\frac{1}{2}}^{n+1}}{\left(\varphi_{k-\frac{1}{2}}^{n+1} S_{k-\frac{1}{2}} - \alpha_{k-\frac{1}{2}}^{n+1} (\rho_1 S \varphi + \rho_2 S \varphi)_{k-\frac{1}{2}}^{n+1} \right)}; \\
q_{k-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} &= h^2 \rho_{k-\frac{1}{2}}^n \begin{cases} ([\nabla u]_{k-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}})^2, & \text{если } [\nabla u]_{k-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} < 0 \\ 0, & \text{если } [\nabla u]_{k-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \geq 0 \end{cases}, \quad (37)
\end{aligned}$$

где h – длина ячейки, в которой вычисляется q .

Расчёт на левой границе не отличается от расчёта внутренних точек. Для расчёта на правой границе необходимо учитывать, что движение правой границы газа и снаряда совпадает [10]. Тогда уравнения движения твёрдой фазы можно представить в разностном виде (38):

$$\begin{aligned}
\tau \{ (\rho_2 w S (1 - \varphi))_{\text{T}}^{n-\frac{1}{2}} \left(\frac{w_{\text{T}}^{n-\frac{1}{2}} - w_{\text{L}}^{n-\frac{1}{2}}}{x_{\text{T}}^{n-\frac{1}{2}} - x_{\text{L}}^{n-\frac{1}{2}}} \right) + S_{\text{T}}^n (1 - \varphi_{\text{T}}^n) \left(\frac{\bar{p}_{\text{T}+\frac{1}{2}}^n - \bar{p}_{\text{T}-\frac{1}{2}}^n}{h} \right) - (H_2)_{\text{T}}^n \}; \\
w_{\text{T}}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{(\rho_2 w S (1 - \varphi))_{\text{T}}^{n+\frac{1}{2}}}{\rho_2 S_{\text{T}}^n (1 - \varphi_{\text{T}}^n)}; \\
x_{\text{T}}^{n+1} &= x_{\text{T}}^{n-\frac{1}{2}} + w_{\text{T}}^{n+\frac{1}{2}} \tau; \\
\psi_{\text{T}}^{n+1} &= \psi_{\text{T}}^n - \tau (H_5)_{\text{T}}^{n+\frac{1}{2}}; \\
a_{\text{T}}^{n+1} S_{\text{T}}^{n+1} &= a_{\text{T}}^n S_{\text{T}}^n - \tau a_{\text{T}}^{n+\frac{1}{2}} \left(\frac{w_{\text{T}}^{n+\frac{1}{2}} - w_{\text{L}}^{n+\frac{1}{2}}}{x_{\text{T}}^{n+\frac{1}{2}} - x_{\text{L}}^{n+\frac{1}{2}}} \right); \\
\varphi_{\text{T}}^{n+1} &= 1 - a_{\text{T}}^{n+1} \Lambda_0 (1 - \psi_{\text{T}}^{n+1}). \quad (38)
\end{aligned}$$

Запишем в общем виде порядок вычислений для описанных систем.

На первом шаге сеточные функции $u_k^{n+1/2}$ и $(\rho u S \varphi)_k^{n+1/2}$ рассчитываются для внутренних точек газовой фазы.

На втором шаге осуществляется вычисление параметров $u_{\text{сн}}^{n+1/2}$ и $(\rho_1 u S \varphi)_{\text{сн}}^{n+1/2}$ для правой границы с последующей интерполяцией для получения значений в соседних точках.

На третьем шаге сеточные функции $u_k^{n+1/2}$ и $(\rho_2 w S (1 - \varphi))_k^{n+1/2}$ рассчитываются для внутренних точек твёрдой фазы.

На четвёртом шаге осуществляется вычисление параметров $w_{\text{т}}^{n+1/2}$ и $\rho_2 w S (1 - \varphi)_{\text{т}}^{n+1/2}$ для границы твёрдой фазы с последующей интерполяцией для получения значений в соседних точках.

На пятом шаге находятся сеточные функции $(\rho_1 S \varphi)_{k-1/2}^{n+1}$, $(\rho_2 S \varphi)_{k-1/2}^{n+1}$, $(\rho_1 \varepsilon S \varphi)_{k-1/2}^{n+1}$, $p_{k-1/2}^{n+1}$ для внутренних точек газовой фазы и значения $a_{k-1/2}^{n+1}$, $\psi_{k-1/2}^{n+1}$, $\varphi_{k-1/2}^{n+1}$ для внутренних точек твёрдой фазы.

На шестом шаге определяются параметры $(\rho_1 S \varphi)_{\text{сн}}^{n+1}$, $(\rho_2 S \varphi)_{\text{сн}}^{n+1}$, $(\rho_1 \varepsilon S \varphi)_{\text{сн}}^{n+1}$, $p_{\text{сн}}^{n+1}$, $a_{\text{сн}}^{n+1}$, $\psi_{\text{сн}}^{n+1}$, $\varphi_{\text{сн}}^{n+1}$ с последующей интерполяцией для получения значений в соседних точках для газовой и твёрдой фазы соответственно.

Затем вычисления повторяются с первого шага.

2.3 Разработка алгоритма для исследования эстафетной схемы

Для решения основной задачи внутренней баллистики на основе эстафетной схемы метания снаряда необходимо смоделировать компьютерную программу, вычисляющую ключевые параметры задачи (начальную скорость снаряда, давление и другие) и реализующую детальное отображение изменения параметров на протяжении всего процесса выстрела.

Алгоритм работы программы разбивается на несколько ключевых этапов. Некоторые из этапов могут выполняться в основной части программы, а другие должны быть вынесены в отдельные функции. Схема алгоритма в общем виде с обозначением всех этапов представлена на рисунке 3.

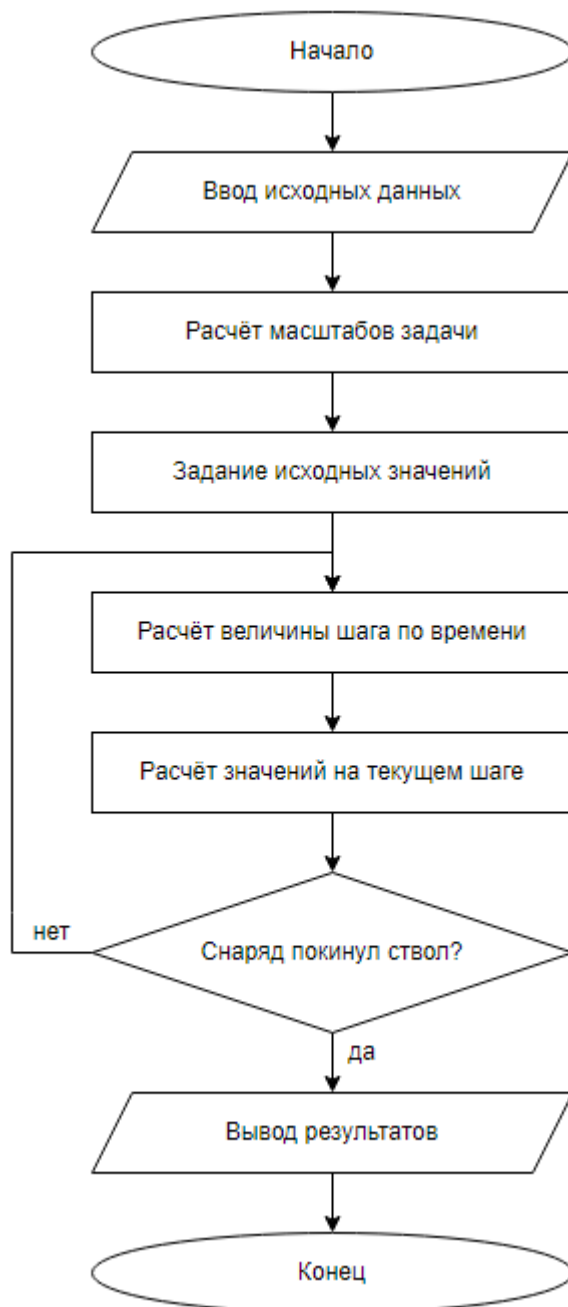


Рисунок 3 – Блок схема алгоритма программы в общем виде

Разберём выделенные этапы подробнее.

Этап ввода исходных данных, этап расчёта масштабов задачи, этап задания исходных данных и этап вывода результатов будут осуществляться в основной части программы. Все входные параметры будут получены из подготовленного файла. Выходные параметры будут выводиться с использованием вспомогательной функции.

Этап расчёта величины шага и этап расчёта значений на этом шаге из-за своей сложности должны быть вынесены в отдельную функцию. На этих этапах необходимо произвести расчёт потоков, параметров газа и параметров течения реагирующих частиц. Расчёт параметров будет вынесен в две отдельные функции.

2.4 Проектирование программы, реализующей алгоритм

Программа состоит из основной части, функции для вывода результатов, функции для расчёта шага, двух функций расчёта параметров и ряда дополнительных вспомогательных функций.

Программа получает на вход файл с исходными данными для расчёта и считывает их, присваивая соответствующим переменным. Среди этих переменных можно выделить:

- N – количество ячеек в расчётной области I;
- NO – количество ячеек в расчётной области II;
- X – координата;
- D – диаметр ствола;
- ALKM – масштаб длины;
- ALD – координата дульного среза;
- EB – толщина свода частицы;
- EBO – толщина свода зерна;
- AKP, ALP, AMP – коэффициенты формы частицы;
- AKPO, ALPO, AMPO – коэффициенты формы зерна;
- AFL – коэффициент в законе скорости массоприхода от химической реакции;
- TPG – температура газа;
- AL – коволюм газа;
- EK – показатель политропы газа;
- RP – плотность конденсированной фазы частицы.

На основе полученных данных программа осуществляет расчёт масштабов задачи и их печать в консоль. Далее происходит вычисление исходных значений основных переменных программы. Перед началом счёта шагов необходимо провести обезразмеривание некоторых переменных, среди которых можно выделить: величину шага по пространству, координату дульного среза, ковалюм газа, координаты диафрагмы и другие. После этого необходимо произвести основные вычисления включая расчёт шага по времени, который будет осуществляться с использованием функции STEP. Для контроля работы программы на каждом шаге при помощи функции OUTPUT будут выводиться ключевые данные. По окончании работы программы будут выведены параметры на последнем шаге и показатели максимального давления в областях и на диафрагме. Вывод масштабов задачи в консоль представлен на рисунке 4.

```
PM => 58667606.190322  
RM => 0.589032  
CM => 9979.979960  
SM => 0.026880  
ALKM => 0.190000  
BPM => 0.000019  
WKM => 0.003226
```

Рисунок 4 – Вывод входных данных и масштабов в консоль

Рассмотрим функции STEP и OUTPUT более детально.

Функция STEP осуществляет расчёт параметров течения среды для внутренних точек и для правой границы, а также производит расчёт движения диафрагмы. Расчёт параметров происходит в соответствии с моделью гетерогенных сред. В ходе работы функции STEP осуществляется вызов функций расчёта параметров RPRS и RPRK.

Функция RPRS используется при расчёте параметров газа, которые образуются после распада произвольного разрыва в параметрах на скачке сечения.

Функция RPRK используется при расчёте параметров течения реагирующих частиц на границах точек после распада разрыва в параметрах соседних точек.

Функция OUTPUT осуществляет преобразование и печать получаемой при расчёте параметров информации в консоль и в результирующий файл. Для печати на экран и в файл подаются следующие данные: время, скорость диафрагмы и снаряда, координата левой границы диафрагмы и снаряда, давление на дно канала, перед диафрагмой в области II и на правой границе обеих областей, массивы давления для обеих областей и процесс сгорания зарядов. Пример вывода получаемой в ходе расчётов информации в консоль представлен на рисунке 5.

```
TIME = 0.000656446
U = 140.842 217.742
X = 0.566345 0.708356
P1 = 48.8732 48.9479
PN= 47.8662 48.7019
P => 48.8732 47.458 47.4422 47.6727
PO => 48.9479 48.7019
FI => 0.790949 0.975889 0.999235 1
FIO => 0.787615 0.966644
```

Рисунок 5 – Вывод получаемой в ходе расчётов информации в консоль

Программа создана так, чтобы проводить расчёт различных баллистических систем, но в рамках данной работы будет проводиться исследование возможностей охотничьей системы МР-153.

Выводы по второй главе:

В данной главе был описан разностный подход к решению задачи. Была приведена математическая модель эстафетной схемы метания в разностном виде. Также в данной главе были описаны алгоритм работы программной реализации и её ключевые вспомогательные функции. Были перечислены входные данные программы и показаны результаты её работы.

Глава 3 Исследование баллистических возможностей охотничьей системы МР-153

3.1 Проведение эксперимента

Для проведения эксперимента с целью исследования баллистических возможностей охотничьей системы МР-153 с разделением заряда необходимо привести расчётные характеристики данной системы:

$$x_1 = 0.12 \text{ дм,}$$

$$x_2 = 0.135 \text{ дм,}$$

$$x_3 = 0.19 \text{ дм,}$$

$$d_0 = 0.185 \text{ дм,}$$

$$d_1 = 0.185 \text{ дм,}$$

$$L_D = 7.3 \text{ дм,}$$

$$q_{\text{сн}} = 33 \text{ г,}$$

$$q_D = 0.7 \text{ г,}$$

$$\omega_1 = 1.9 \text{ г,}$$

$$\omega_2 = 0.8 \text{ г.}$$

Характеристики пороха, используемые при расчётах, соответствуют характеристикам пороха «Сокол».

Используя приведённые характеристики осуществим расчёт выходных параметров по шагам с использованием реализованной программы. По ходу работы программы основные параметры будут существенно изменяться, отобразим эти изменения на графиках. Процесс изменения давления в области I представлен на рисунке 6. Процесс изменения давления в области II представлен на рисунке 7. Процесс изменения давления для обеих областей представлен на рисунке 8. Процесс изменения скорости диафрагмы и скорости снаряда представлен на рисунке 9.

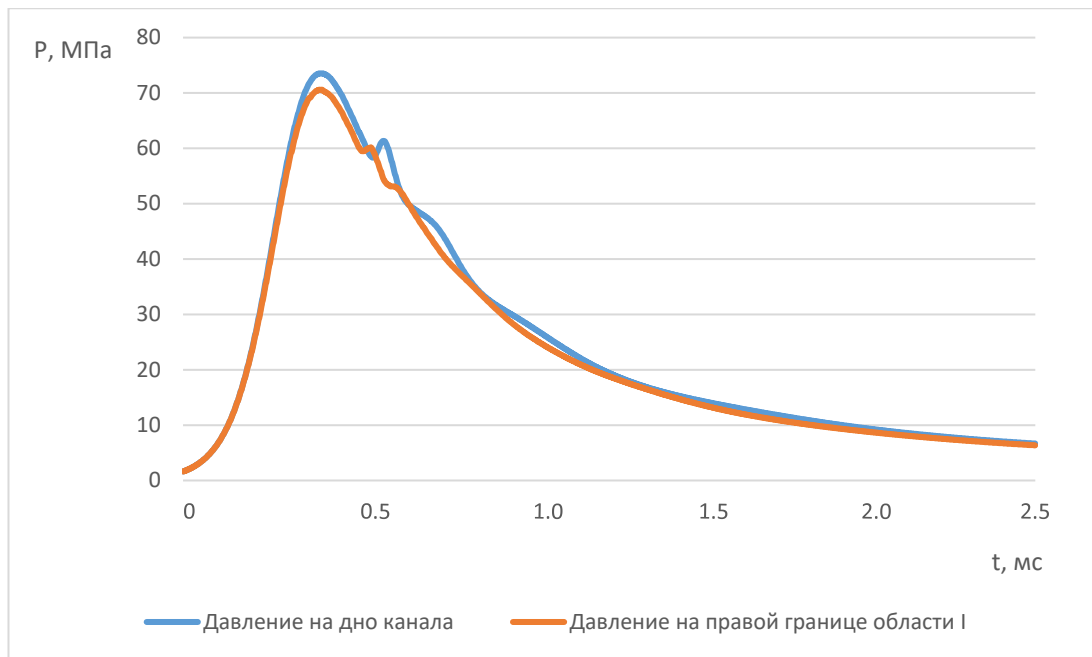


Рисунок 6 – График изменения давления с шагом по времени для области I

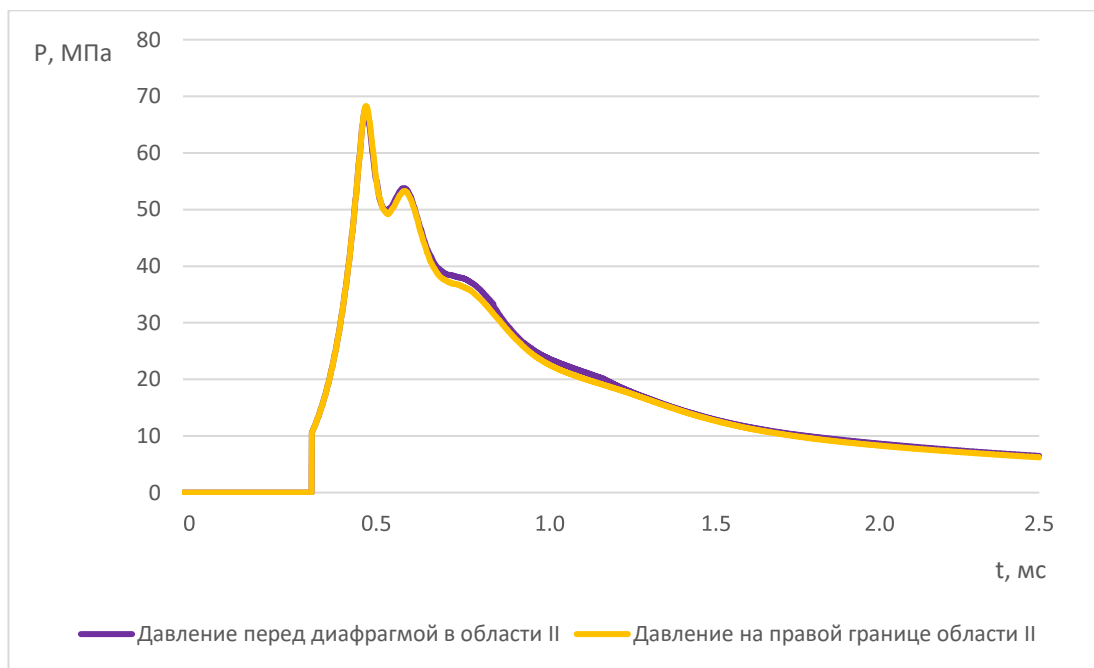


Рисунок 7 – График изменения давления с шагом по времени для области II

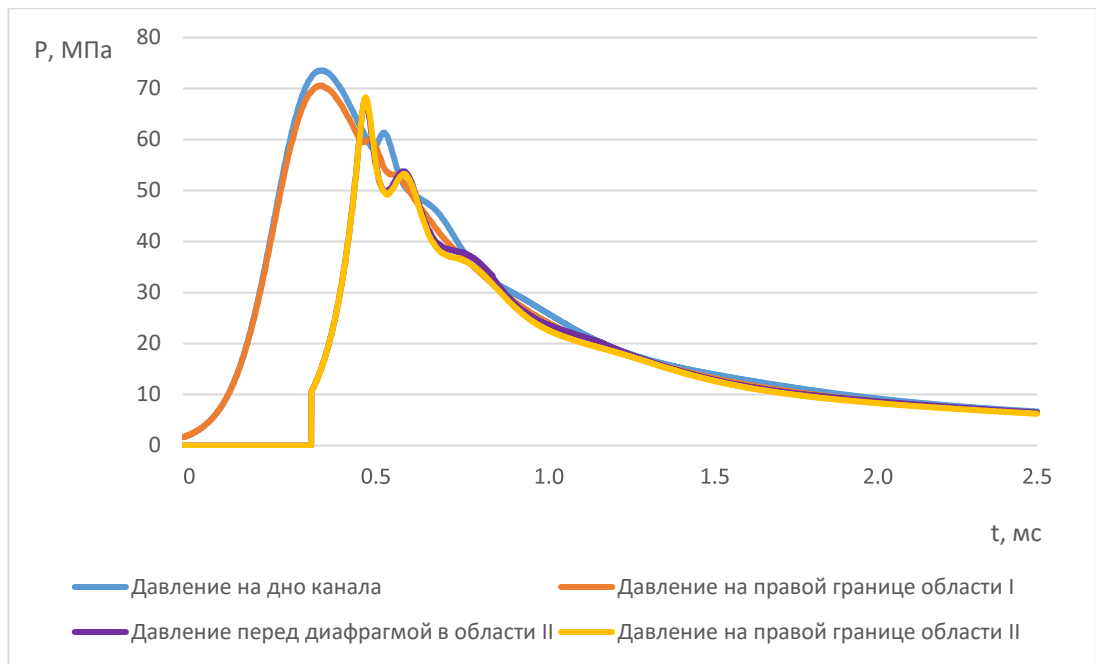


Рисунок 8 – График изменения давления с шагом по времени

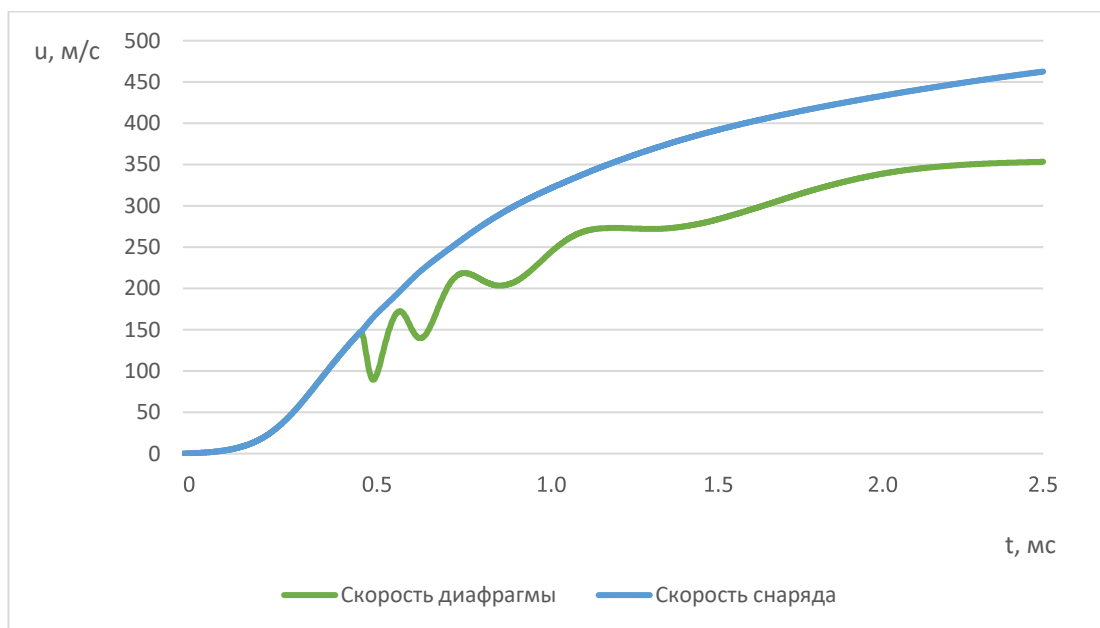


Рисунок 9 – График изменения скорости с шагом по времени

По окончании работы программы, получим файл с расчётными параметрами для каждого шага и максимальными значениями давления. Полученные данные позволяют оценить работу системы и провести сравнение результатов эстафетной схемы с результатами классического подхода.

3.2 Анализ результатов

Запишем полученные расчётные параметры с шагом с шагом по времени $t = 0.1$ мс в таблице 1.

Таблица 1 – Значения расчётных параметров по временному шагу

| Временной шаг (мс) | Скорость диафрагмы (м/с) | Скорость снаряда (м/с) | Координата левой границы диафрагмы (дм) | Координата снаряда (дм) | Давление на дно канала (МПа) | Давление на правой границе области I (МПа) | Давление перед диафрагмой в области II (МПа) | Давление на правой границе области II (МПа) |
|--------------------|--------------------------|------------------------|---|-------------------------|------------------------------|--|--|---|
| 0,0 | 0,012 | 0,012 | 0,120 | 0,190 | 1,624 | 1,624 | 9,800 | 9,800 |
| 0,1 | 2,820 | 2,820 | 0,121 | 0,191 | 6,835 | 6,823 | 9,800 | 9,800 |
| 0,2 | 13,796 | 13,796 | 0,128 | 0,198 | 24,970 | 24,677 | 9,800 | 9,800 |
| 0,3 | 45,856 | 45,856 | 0,156 | 0,226 | 59,239 | 57,554 | 9,800 | 9,800 |
| 0,4 | 97,549 | 97,549 | 0,227 | 0,297 | 73,436 | 70,267 | 17,019 | 16,986 |
| 0,5 | 145,825 | 148,897 | 0,351 | 0,421 | 62,489 | 59,783 | 62,571 | 62,438 |
| 0,6 | 171,477 | 194,004 | 0,477 | 0,593 | 54,787 | 52,980 | 52,308 | 51,547 |
| 0,7 | 161,709 | 233,406 | 0,631 | 0,807 | 46,906 | 43,760 | 41,243 | 40,231 |
| 0,8 | 218,226 | 263,834 | 0,831 | 1,056 | 37,521 | 36,517 | 37,653 | 36,127 |
| 0,9 | 203,495 | 291,124 | 1,041 | 1,334 | 31,384 | 30,490 | 31,156 | 30,217 |
| 1,0 | 227,371 | 313,069 | 1,254 | 1,637 | 27,590 | 25,696 | 25,069 | 24,188 |
| 1,1 | 261,253 | 331,374 | 1,500 | 1,960 | 23,649 | 22,198 | 22,307 | 21,107 |
| 1,2 | 272,845 | 347,706 | 1,768 | 2,299 | 20,282 | 19,500 | 20,275 | 19,175 |
| 1,3 | 272,465 | 362,519 | 2,041 | 2,654 | 17,726 | 17,330 | 17,562 | 17,257 |
| 1,4 | 273,010 | 375,682 | 2,312 | 3,022 | 15,891 | 15,447 | 15,389 | 15,222 |
| 1,5 | 279,354 | 387,345 | 2,590 | 3,406 | 14,491 | 13,801 | 13,580 | 13,374 |
| 1,6 | 290,117 | 397,580 | 2,873 | 3,798 | 13,316 | 12,435 | 12,133 | 11,904 |
| 1,7 | 302,447 | 406,769 | 3,169 | 4,200 | 12,243 | 11,324 | 11,030 | 10,758 |
| 1,8 | 315,245 | 415,175 | 3,479 | 4,612 | 11,242 | 10,395 | 10,171 | 9,870 |
| 1,9 | 326,311 | 422,886 | 3,800 | 5,030 | 10,343 | 9,615 | 9,499 | 9,143 |
| 2,0 | 335,462 | 430,122 | 4,133 | 5,459 | 9,539 | 8,934 | 8,900 | 8,549 |
| 2,1 | 342,204 | 436,802 | 4,468 | 5,889 | 8,850 | 8,340 | 8,377 | 8,033 |
| 2,2 | 346,726 | 443,189 | 4,815 | 6,332 | 8,240 | 7,805 | 7,885 | 7,571 |
| 2,3 | 349,715 | 449,174 | 5,163 | 6,777 | 7,709 | 7,332 | 7,432 | 7,157 |
| 2,4 | 351,668 | 454,811 | 5,512 | 7,227 | 7,247 | 6,909 | 7,025 | 6,767 |
| 2,5 | 353,392 | 462,591 | 6,031 | 7,902 | 6,663 | 6,361 | 6,476 | 6,238 |

Для проверки эффективности работы эстафетной схемы, оценим расчётное значение скорости снаряда. Значение скорости снаряда на срезе ствола рассматриваемой охотничьей системы с применением эстафетной схемы $u_э = 462$ м/с. Значение скорости снаряда на срезе ствола с применением классического подхода $u_{кл} = 400$ м/с. Таким образом, применение эстафетной схемы метания снаряда для решения ОЗВБ на базе охотничьей системы МР-153 даёт 15% прирост по сравнению с классической схемой.

Для проверки удовлетворения требований к давлению необходимо сравнить максимальное достигаемое в системе давление с допустимым критическим давлением. Максимальные значения давления, достигаемые при работе программы представим в таблице 2.

Таблица 2 – Максимальные достигаемые значения давления

| Максимальное давление на дно канала (МПа) | Максимальное давление на правой границе области II (МПа) | Максимальное давление в области II (МПа) |
|---|--|--|
| 73,548 | 68,386 | 68,290 |

Максимальное допустимое значение давления для охотничьей системы МР-153 $P_{max} = 100$ МПа. Как видно из таблицы 2, полученное при расчёте давления не превышает максимального, следовательно, требования к давлению удовлетворены.

Выводы по третьей главе:

В данной главе был проведён эксперимент на основании указанных расчётных характеристик. Были приведены графики изменения ключевых параметров системы и проведён анализ полученных результатов. На основании результирующих значений был сделан вывод о баллистических возможностях рассматриваемой системы.

Заключение

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы было проведено исследование баллистических возможностей охотничьей системы МР-153 на базе схемы метания с разделением заряда.

Были изучены классическая схема метания в термодинамической постановке и нетрадиционные схемы метания в газодинамической постановке. Была рассмотрена эстафетная схема метания на основе подхода газопороховой смеси и подхода гетерогенных сред.

Для эстафетной схемы на основе подхода гетерогенных сред была приведена математическая модель. Для решения основной задачи внутренней баллистики с использованием построенной модели был выбран разностный метод решения задачи.

Также, была реализована и описана программа, осуществляющая расчёт ключевых параметров охотничьей системы. В результате работы программы были получены расчётные данные, на основании которых были построены графики и проведён сравнительный анализ возможностей рассматриваемой системы для эстафетной и классической схем метания.

На основе проведённого анализа был сделан вывод о повышении эффективности системы, вследствие возрастания начальной скорости метания снаряда за счёт использования эстафетной схемы на 15% по сравнению с классической схемой.

Список используемой литературы

1. Бетехин С.А., Веницкий А.М., Горохов М.С., Станюкович К.П. Газодинамические основы внутренней баллистики. – Москва: Оборонгиз, 1957. – 384 с.
2. Вандакуров А.Н. Экспериментальное и теоретическое исследование внутренней баллистики выстрелов с разделением порохового заряда [Текст] / А.Н. Вандакуров, А.В. Гуськов, М.А. Кислин, К.Е. Милевский, А.И. Сафронов, В.А. Шальнев // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: сб. тр. 9, 2016. – с. 161-162.
3. Годунов С.К. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – Москва: Наука, 1976. – 400 с.
4. Горохов М.С. Внутренняя баллистика ствольных систем. – Москва: ЦНИИ Информации, 1985. – 160 с.
5. Губин С.Г. Основы стрельбы. – Новосибирск: СГГА, 2012. – 275 с.
6. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред [Текст]: учебник / Р.И. Нигматулин. – Москва: Наука, 1987. – Часть I. – 464 с.
7. Никульченков О.А., Козьменко А.А., Асеев А.И. Огневая подготовка из стрелкового оружия [Текст]: электронный учебник / О.А. Никульченков, А.А. Козьменко, А.И. Асеев. – Санкт-Петербург: ФГКВОУ ВПО, 2016. – 171 с.
8. Рахматуллин Х.А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред [Текст] // ПММ. 1956. – Т.20, В.1. – с. 184-195.
9. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. – Москва: Мир, 1972. – 415 с.
10. Русяк И.Г., Ушаков В.М. Внутрикамерные гетерогенные процессы в ствольных системах. – Екатеринбург: УрО РАН, 2001. – 259 с.
11. Сафронов А.И. Использование нетрадиционной схемы метания в баллистических схемах [Текст] / А.И. Сафронов, Л.В. Комаровский // Международная конференция по математике и механике: Избранные доклады / Под общей редакцией Н.Р. Щербакова. – Томск, 2003. – с.182-187.

12. Сафронов А.И. Внутренняя баллистика ствольной системы с присоединенной камерой подгона [Текст] / А.И. Сафронов, А.Ю. Крайнов // Вестник ТГПУ, 2004. – В.6 (43). – с. 67-70.

13. Сафронов А.И. Анализ и баллистическое проектирование системы с присоединенной камерой подгона [Текст] / А.И. Сафронов, В.В. Потапенко // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета, 2009. – №.3 (19). – с. 212-216.

14. Сафронов А.И. Анализ и баллистическое проектирование системы малого калибра с присоединенным зарядом [Текст] / А.И. Сафронов, А.А. Морозов, В.М. Азовский // ИННОВАЦИИ. НАУКА. ОБРАЗОВАНИЕ, 2016. – с. 266-270.

15. Сафронов А.И. Внутрибаллистическое проектирование метательных систем [Текст] / А.И. Сафронов // Сборник научных статей II Всероссийской научной конференции с международным участием. Тольятти: 2019 – с. 42-52.

16. Серебряков М.Е., Гретен К.К., Оппоков Г.В. Внутренняя баллистика. – Москва: Оборонгиз, 1939. – 594 с.

17. Серебряков М.Е. Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. – Москва: Оборонгиз, 1962. – 703 с.

18. Шестаковская Е.С., Стариков Я.Е., Макеева И.Р. ОБ ОДНОМ ЛАГРАНЖЕВО-ЭЙЛЕРОВОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ СЖИМАЕМЫХ СРЕД [Текст] // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование, 2023. – №2. – с. 78-90.

19. Carlucci D.E., Jacobson S.S. Ballistics: Theory and Design of Guns and Ammunition, Third Edition. – CRC Press, 2018 – 654 p.

20. Corner J. Theory of the Interior Ballistics of Guns. – London: New York, 1950 – 462 p.

21. Ingalls J.M. Interior Ballistics. – Nabu Press. – Primary Source Edition, 2014. – 258 p.

22. Kapur J.N., Jain B.S. An exact analytical solution of the equations of internal ballistics for the pressure-index law of burning. – Scientific papers. Defense Science Journal, Vo.10, No 2, 2014 – pp. 84-92.

23. Kneubuehl B.P. Ballistics: Theory and Practice. – Springer Berlin Heidelberg, 2024 – 424 p.

24. Mann F.W. The Bullet's Flight from Powder to Target: The Internal and External Ballistics of Small Arms; a Study of Rifle Shooting with the Personal Element Excluded, Disclosing the Cause of the Error at Target. – Ray Riling Arms Books Company, 1965 – 384 p.

25. Rotariu A., Cirmaci M.V., Vasile N., Istode L., Tiganescu T.V. A new model of projectile ballistic acceleration process based on closed vessel experimental data. — Cairo, Egypt: 12th WSEAS Conf. on Applied Mathematics, 2007.