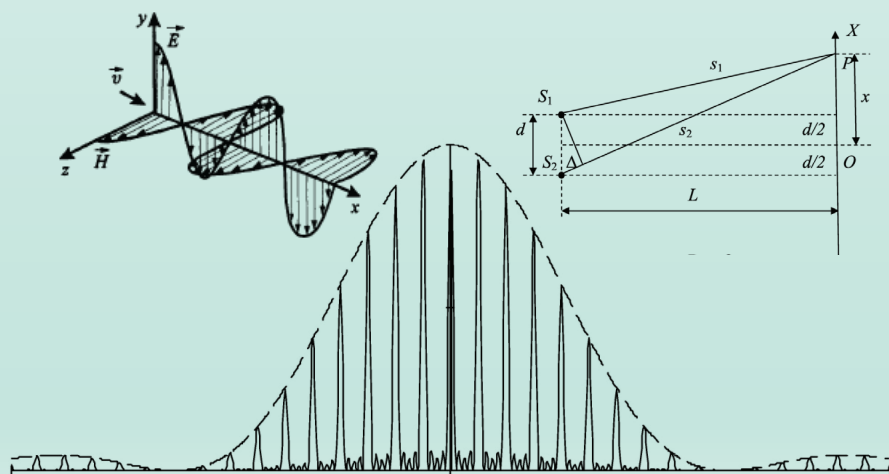


Министерство образования и науки Российской Федерации
Тольяттинский государственный университет
Институт математики, физики и информационных технологий
Кафедра «Общая и теоретическая физика»

И.В. Мелешко, В.А. Решетов

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Электронное учебно-методическое пособие



УДК 53(075.8)

ББК 22.33 я73

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, профессор Самарского государственного университета *Е.К. Башкиров*;

д-р физ.-мат. наук, доцент Тольяттинского государственного университета *А.П. Воленко*.

Мелешко, И.В. Колебания и волны. Волновая оптика : электрон. учеб.-метод. пособие / И.В. Мелешко, В.А. Решетов. – Тольятти : Изд-во ТГУ, 2015. – 1 оптический диск.

Пособие подготовлено в соответствии с ФГОС и включает дидактические единицы курса общей физики, являющиеся частью естественно-научной подготовки студентов технических специальностей. Содержит конспект лекций и сборник задач с примерами решений.

Предназначено для студентов технических специальностей и направлений подготовки ВПО.

Текстовое электронное издание.

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом Тольяттинского государственного университета.

Минимальные системные требования: IBM PC-совместимый компьютер: Windows XP/Vista/7/8; PIII 500 МГц или эквивалент; 128 Мб ОЗУ; SVGA; Adobe Acrobat Reader.

© ФГБОУ ВПО «Тольяттинский
государственный университет», 2015

Редактор *О.И. Елисеева*
Технический редактор *З.М. Малявина*
Компьютерная верстка: *Л.В. Сызганцева*
Художественное оформление,
компьютерное проектирование: *Г.В. Карасева*

Дата подписания к использованию 30.04.2015.
Объем издания 2,5 Мб.
Комплектация издания: компакт-диск, первичная упаковка.
Заказ № 1-19-14.

Издательство Тольяттинского государственного университета
445667, г. Тольятти, ул. Белорусская, 14,
тел. 8(8482) 53-91-47, www.tltsu.ru

Содержание

Предисловие	5
1. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ	7
1.1. Гармонические колебания и их характеристики. Сложение колебаний	7
1.2. Затухающие колебания	13
1.3. Вынужденные колебания. Резонанс	16
1.4. Волны. Электромагнитные волны	21
1.5. Примеры решения задач	24
1.6. Задачи для самостоятельного решения	30
2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ДИФРАКЦИЯ СВЕТА	43
2.1. Интерференция света. Интерференционная картина от двух источников	43
2.2. Интерференция в тонких пленках. Кольца Ньютона. Интерферометры	50
2.3. Дифракция света. Дифракция Френеля	54
2.4. Дифракция Фраунгофера от щели. Дифракционная решетка	59
2.5. Примеры решения задач	65
2.6. Задачи для самостоятельного решения	69
3. ПОЛЯРИЗАЦИЯ И ДИСПЕРСИЯ СВЕТА	86
3.1. Поляризация света	86
3.2. Дисперсия света	90
3.3. Примеры решения задач	93
3.4. Задачи для самостоятельного решения	95
Список рекомендуемой литературы	106
Приложение	107

Предисловие

Настоящее учебно-методическое пособие подготовлено в рамках процесса унификации учебных программ курса общей физики для студентов технических специальностей, осуществляемого в соответствии с ФГОС на кафедре «Общая и теоретическая физика» Тольяттинского государственного университета, и включает следующие дидактические единицы.

1. Механические и электромагнитные колебания и волны.
 - 1.1. Свободные и вынужденные колебания.
 - 1.2. Сложение гармонических колебаний.
 - 1.3. Волны. Уравнение волны.
 - 1.4. Энергия волны. Перенос энергии волной.
2. Волновая оптика.
 - 2.1. Интерференция и дифракция света.
 - 2.2. Поляризация и дисперсия света.

Рассматриваемые в пособии разделы являются частью необходимой естественно-научной подготовки, позволяющей студентам успешно осваивать общепрофессиональные и специальные дисциплины по профилю выбранной специальности, а также ориентироваться в потоке научной и технической информации. Целью данного пособия является помощь студентам в усвоении рассматриваемых дидактических единиц курса физики, критерием их усвоения является успешное прохождение тестов, разработанных Министерством образования и науки РФ.

Каждый раздел пособия содержит теоретическую и практическую части. В отличие от традиционных пособий для проведения практических занятий по физике, включающих лишь сводку основных формул, в данном пособии теоретическая часть представлена в виде краткого конспекта лекций, содержащих минимальный, но в то же время достаточный объем понятий, определений, формул и примеров, необходимых для формирования у студентов четкого представления об изучаемых физических явлениях. При изложении материала авторы стремились подчеркнуть иерархию физических понятий и законов. Базовые понятия и законы формулируются аксиоматически, а при рассмотрении приложений этих законов к час-

тным явлениям либо приводится вывод основных формул, характеризующих данные явления, в рамках математического аппарата, доступного студентам начальных курсов, либо указываются основные этапы такого вывода.

Практическая часть представлена большим количеством задач различной степени сложности, включая задачи, просто иллюстрирующие основные формулы раздела («задачи в одно действие»), а также задачи, для решения которых требуется знание ранее изученных разделов физики («задачи в два действия»), и задачи повышенной сложности, для решения которых требуется уверенное владение математическим аппаратом. Преподаватель, использующий данное пособие при проведении практических занятий и при формировании домашних заданий, имеет полную возможность сделать выборку задач, адекватную уровню подготовленности студенческой группы. Практическая часть также включает подробные примеры решения задач по каждой теме с иллюстрациями, выводом общей формулы, проверкой размерности и методическими рекомендациями.

В конце пособия приведен минимальный объем справочных сведений, необходимых для решения представленных в пособии задач.

Сочетание достаточно подробного теоретического материала с большим количеством разнообразных задач в пособии предполагает его использование не только на практических занятиях под руководством преподавателя, но и при самостоятельном изучении студентами соответствующих разделов курса физики, для выполнения домашних заданий, для подготовки к сдаче промежуточных и итоговых тестов, зачетов и экзаменов.

1. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

1.1. Гармонические колебания и их характеристики. Сложение колебаний

Гармоническими называются колебания, при которых физическая величина x , характеризующая систему, изменяется по закону синуса (или косинуса):

$$x = A \sin(\omega \cdot t + \varphi),$$

где A – амплитуда колебания – максимальное значение колеблющейся величины; ω – круговая (циклическая) частота; φ – начальная фаза колебания в момент времени $t = 0$, $(\omega t + \varphi)$ – фаза колебания в момент времени t .

Периодом колебаний T называется наименьший промежуток времени, по истечении которого повторяются состояния колеблющейся системы и фаза колебания получает приращение 2π :

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Частотой колебаний ν называется число полных колебаний, совершаемых в единицу времени:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Единица частоты – герц (Гц) – частота периодического процесса, при котором за одну секунду совершается одно колебание.

Различные периодические процессы могут быть представлены в виде суммы гармонических колебаний.

Первая и вторая производные по времени от гармонически колеблющейся величины x также совершают гармонические колебания с той же циклической частотой:

$$\dot{x} = \omega A \cos(\omega \cdot t + \varphi);$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 A \sin(\omega \cdot t + \varphi).$$

Из последнего уравнения видно, что x удовлетворяет уравнению

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0.$$

Это уравнение называется дифференциальным уравнением гармонических колебаний. Его общее решение

$$x = A \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

содержит две произвольные постоянные — амплитуду A и начальную фазу φ , которые определяются начальными значениями x_0 и \dot{x}_0 величины x и ее первой производной по времени:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{\dot{x}_0^2}{\omega^2}}, \quad \tan(\varphi) = \frac{\omega x_0}{\dot{x}_0}.$$

Система, движение которой описывается дифференциальным уравнением гармонических колебаний, называется гармоническим осциллятором. Примерами гармонического осциллятора являются пружинный, математический и физический маятники и электрический колебательный контур.

Пружинный маятник — это груз массой m , подвешенный на абсолютно упругой пружине жесткостью k . При малом смещении x груза из положения равновесия на него действует упругая сила

$$F = -kx.$$

Движение груза описывается вторым законом Ньютона:

$$m\ddot{x} = -kx,$$

который в данном случае представляет собой дифференциальное уравнение гармонических колебаний с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Следовательно, при малых отклонениях от положения равновесия пружинный маятник будет совершать гармонические колебания с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

При этом кинетическая E_k и потенциальная E_p энергии груза также совершают гармонические колебания:

$$E_k = \frac{m\dot{x}^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi), \quad E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi),$$

но полная энергия колебаний E не меняется со временем:

$$E = E_k + E_p = \frac{mA^2\omega^2}{2}.$$

Физическим маятником называется твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг горизонтальной оси, не проходящей через центр инерции тела (рис. 1).

Движение маятника характеризуется углом α отклонения от положения равновесия. При отклонении маятника от положения равновесия на него действует момент силы тяжести

$$M = -mgl = -mgL \sin \alpha,$$

где L – расстояние от оси вращения O до центра инерции тела C ; m – масса тела.

Движение маятника описывается уравнением вращательной динамики

$$I\varepsilon = M,$$

где I – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса O ; $\varepsilon = \ddot{\alpha}$ – угловое ускорение тела.

Следовательно, дифференциальное уравнение движение маятника имеет вид:

$$\ddot{\alpha} + \frac{mgL}{I} \sin \alpha = 0.$$

При малых углах $\alpha \ll 1$, $\sin \alpha \approx \alpha$, и уравнение движения маятника представляет собой дифференциальное уравнение гармонических колебаний с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}.$$

Таким образом, при малых углах отклонения физический маятник совершает гармонические колебания

$$\alpha = \alpha_m \sin(\omega t + \varphi)$$

с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL}}.$$

Математическим маятником называется материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити в поле силы тяжести

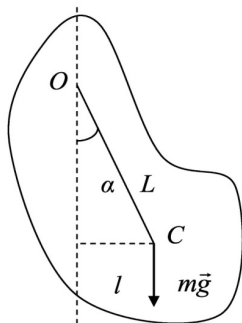


Рис. 1

ти. Математический маятник представляет собой частный случай физического маятника, у которого

$$L = l, \quad I = ml^2,$$

где l – длина нити; m – масса точки.

Следовательно, при малых углах отклонения математический маятник совершает гармонические колебания с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

который зависит только от длины нити и не зависит от массы точки.

Кинетическая E_k и потенциальная E_p энергии физического маятника также совершают гармонические колебания:

$$E_k = \frac{I\dot{\alpha}^2}{2} = \frac{I\alpha_m^2\omega^2}{2}\cos^2(\omega t + \varphi);$$

$$E_p = mgL(1 - \cos \alpha) \approx \frac{mgL\alpha^2}{2} = \frac{I\alpha_m^2\omega^2}{2}\sin^2(\omega t + \varphi),$$

при этом полная энергия колебаний E не меняется со временем:

$$E = E_k + E_p = \frac{I\alpha_m^2\omega^2}{2}.$$

Электрическим колебательным контуром называется электрическая цепь, состоящая из катушки индуктивностью L и конденсатора емкостью C (рис. 2).

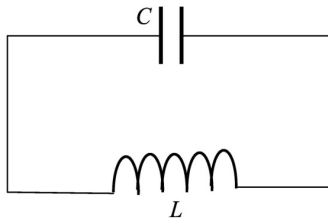


Рис. 2

По закону Ома

$$U_C = E_s,$$

где $U_C = \frac{q}{C}$ – напряжение на конденсаторе; q – заряд конденсатора; $E_s = -L\dot{I}$ – ЭДС самоиндукции в катушке; $I = \dot{q}$ – сила тока в контуре.

Следовательно, изменение заряда конденсатора описывается дифференциальным уравнением гармонических колебаний

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0.$$

Таким образом, заряд конденсатора совершает гармонические колебания

$$q = q_m \sin(\omega t + \varphi)$$

с циклической частотой

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

и периодом

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Напряжение U на конденсаторе и сила тока I в контуре также меняются по гармоническому закону:

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \sin(\omega t + \varphi), \quad I = \dot{q} = q_m \omega \cos(\omega t + \varphi).$$

Амплитуды колебаний напряжения и силы тока

$$U_m = \frac{q_m}{C} \quad \text{и} \quad I_m = q_m \omega$$

связаны соотношением

$$\frac{U_m}{I_m} = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Энергия конденсатора E_e и энергия катушки E_m совершают гармонические колебания по закону

$$E_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_m^2}{2C} \sin^2(\omega t + \varphi);$$

$$E_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{q_m^2}{2C} \cos^2(\omega t + \varphi).$$

При этом полная энергия колебаний в контуре

$$E = E_e + E_m = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}$$

не меняется со временем.

Рассмотрим сумму $x = x_1 + x_2$ двух гармонических колебаний:

$$x_1 = x_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1) \quad \text{и} \quad x_2 = x_{2m} \sin(\omega t + \varphi_2),$$

совершаемых в одном направлении с одинаковой циклической частотой ω , но с разными амплитудами x_{m1} и x_{m2} и начальными фазами φ_1 и φ_2 .

Представляя колебания в комплексной форме

$$x_1 = \text{Im}\{x_{m1}e^{i(\omega t + \varphi_1)}\}, \quad x_2 = \text{Im}\{x_{m2}e^{i(\omega t + \varphi_2)}\}, \quad x = \text{Im}\{x_m e^{i(\omega t + \varphi)}\},$$

с помощью формулы Эйлера

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

получим

$$x_m e^{i\varphi} = x_{m1} e^{i\varphi_1} + x_{m2} e^{i\varphi_2}.$$

После выделения действительных и мнимых частей в этом выражении имеем:

$$x_m \sin \varphi = x_{m1} \sin \varphi_1 + x_{m2} \sin \varphi_2, \quad x_m \cos \varphi = x_{m1} \cos \varphi_1 + x_{m2} \cos \varphi_2,$$

откуда находим

$$x_m^2 = x_{m1}^2 + x_{m2}^2 + 2x_{m1}x_{m2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1);$$

$$\tan \varphi = \frac{x_{m1} \sin \varphi_1 + x_{m2} \sin \varphi_2}{x_{m1} \cos \varphi_1 + x_{m2} \cos \varphi_2}.$$

Таким образом, сумма двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковой частотой также представляет собой гармоническое колебание с той же частотой

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi),$$

при этом амплитуда x_m и начальная фаза φ результирующего колебания зависят от разности фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ складываемых колебаний. Амплитуда результирующего колебания будет максимальной

$$(x_m)_{\max} = x_{m1} + x_{m2},$$

если разность фаз складываемых колебаний равна четному числу π :

$$\Delta\varphi = 2\pi m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2$$

и минимальной

$$(x_m)_{\min} = |x_{m1} - x_{m2}|,$$

если разность фаз равна нечетному числу π :

$$\Delta\varphi = (2m + 1)\pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

1.2. Затухающие колебания

В реальных физических системах имеет место диссипация энергии, которая приводит к уменьшению амплитуды колебаний со временем. В механических системах энергия колебаний уменьшается за счет работы сил трения. Рассмотрим колебания пружинного маятника с учетом силы сопротивления. При малых скоростях эта сила пропорциональна скорости

$$F_c = -r\dot{x}.$$

В этом случае второй закон Ньютона

$$m\ddot{x} = F_y + F_c = -kx - r\dot{x}$$

после обозначений

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \beta = \frac{r}{2m}$$

имеет вид дифференциального уравнения второго порядка

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

которое называется дифференциальным уравнением затухающих колебаний, где ω_0 — циклическая частота незатухающих колебаний, β — коэффициент затухания.

Общее решение этого уравнения при $\beta < \omega_0$ имеет вид:

$$x = x_{m0} e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi),$$

где x_{m0} и φ — действительные постоянные, которые определяются из начальных условий.

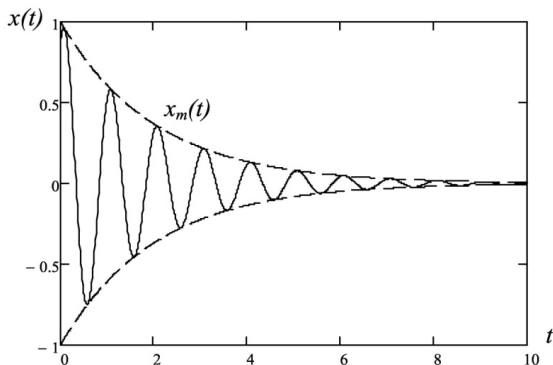


Рис. 3

Величину $x_m(t) = x_{m0}e^{-\beta t}$ называют амплитудой затухающих колебаний, величину

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

называют циклической частотой затухающих колебаний, а величину

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

называют периодом затухающих колебаний. Названия частоты и периода затухающих колебаний условны, так как эти колебания непериодические. На рис. 3 представлен график затухающих колебаний $x(t)$.

Логарифмическим декрементом δ затухания называется натуральный логарифм отношения амплитуд колебаний, следующих друг за другом через период T :

$$\delta = \ln \left(\frac{x_m(t)}{x_m(t+T)} \right).$$

Как следует из определения амплитуды затухающих колебаний,

$$\delta = \beta T = \frac{2\pi\beta}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{1}{N_e},$$

где N_e – число полных колебаний, после которых амплитуда уменьшается в e раз.

Величину $Q = \frac{\pi}{\delta}$ называют добротностью колебательной системы.

При $\beta \ll \omega_0$, когда амплитуда колебаний мало меняется за один период, полная энергия E колебаний убывает со временем по экспоненциальному закону:

$$E(t) = \frac{m\omega^2 x_m^2(t)}{2} = \frac{m\omega^2 x_{m0}^2}{2} e^{-2\beta t} = E_0 e^{-2\beta t},$$

где E_0 – энергия колебаний в начальный момент времени. Относительная убыль энергии за один период колебаний:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{E(t) - E(t+T)}{E(t)} = 1 - e^{-2\delta} \approx 2\delta = \frac{2\pi}{Q},$$

следовательно, добротность

$$Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E}$$

характеризует запас энергии колебательной системы.

В случае когда затухание в системе велико, так что $\beta > \omega_0$, система колебаний не совершает, она стремится к положению равнове-

сия аperiodически. Значения параметров затухания, при которых колебательный процесс переходит в аperiodический, называются критическими. Условие для определения критических параметров имеет вид $\beta = \omega_0$.

Рассмотрим затухающие колебания в электрическом контуре, состоящем из конденсатора емкостью C , катушки индуктивностью L и активного сопротивления R (рис. 4).

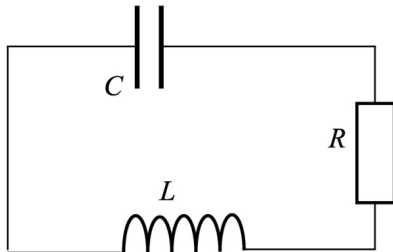


Рис. 4

Правило Кирхгофа для такого контура

$$U_C + U_R = E_s,$$

где $U_C = \frac{q}{C}$ — напряжение на конденсаторе; $U_R = IR = \dot{q}R$ — напряжение на сопротивлении; $E_s = -L\dot{i} = -L\ddot{q}$ — ЭДС самоиндукции в катушке; q — заряд конденсатора, имеет вид дифференциального уравнения затухающих колебаний

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0$$

с частотой свободных незатухающих колебаний

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

и коэффициентом затухания

$$\beta = \frac{R}{2L}.$$

Следовательно, величина заряда совершает затухающие колебания

$$q = q_{m0} e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi)$$

с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Величина критического сопротивления

$$R_k = 2\sqrt{\frac{L}{C}},$$

при котором колебательный режим сменяется аperiodическим, определяется условием $\beta = \omega_0$.

При $\beta \ll \omega_0$, т. е. при $R \ll R_k$, логарифмический декремент затухания и добротность контура имеют вид:

$$\delta = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}, \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

1.3. Вынужденные колебания. Резонанс

Колебания, которые совершаются под действием периодически меняющегося внешнего воздействия, называются вынужденными.

Рассмотрим пружинный маятник, на который действует периодически меняющаяся внешняя сила

$$F = F_0 \cos \omega t.$$

Запишем для маятника второй закон Ньютона:

$$m\ddot{x} = F_y + F_c + F = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t,$$

который имеет вид дифференциального уравнения

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t,$$

называемого дифференциальным уравнением вынужденных колебаний, где $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ — циклическая частота незатухающих колебаний; $\beta = r/2m$ — коэффициент затухания; $f_0 = F_0/m$. Общее решение этого уравнения содержит два слагаемых, одно из которых описывает свободные затухающие колебания, а второе — вынужденные колебания. При $t \gg 1/\beta$ свободные колебания затухнут, и останутся только вынужденные колебания, совершаемые с частотой ω вынуждающей силы. Будем искать решение дифференциального уравнения вынужденных колебаний в комплексной форме в виде

$$x = X_m e^{i\omega t}, \quad X_m = x_m e^{i\varphi},$$

где X_m — постоянная комплексная амплитуда; x_m — действительная амплитуда; φ — фаза колебаний. После подстановки в уравнение получим

$$X_m = \frac{f_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\beta\omega}.$$

Выделяя в этом выражении действительную и мнимую части, получим для действительной амплитуды и фазы колебаний следующие выражения:

$$x_m = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}, \quad \tan \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega^2 - \omega_0^2}.$$

Таким образом, маятник совершает гармонические колебания

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

с частотой ω вынуждающей силы, при этом амплитуда x_m и фаза φ колебаний зависят от этой частоты ω . Амплитуда достигает максимума, когда знаменатель минимален. Из условия

$$\frac{d}{d\omega} [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2] = 0,$$

находим частоту

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2},$$

при которой амплитуда вынужденных колебаний достигает максимума. Эту частоту называют резонансной частотой, а явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты ω вынуждающей силы к собственной частоте ω_0 свободных колебаний называется резонансом. Максимальное значение амплитуды вынужденных колебаний

$$(x_m)_{\max} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

зависит от коэффициента затухания β . С увеличением затухания β амплитуда вынужденных колебаний уменьшается, резонанс становится все менее выраженным, и при

$$\beta \geq \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$$

резонанс исчезает.

На рис. 5 представлен график зависимости амплитуды вынужденных колебаний x_m от относительной частоты ω/ω_0 вынуждающей силы при различных значениях коэффициента затухания β . Сплошная линия соответствует $\beta = 0,1 \omega_0$, пунктирная линия — $\beta = 0,3 \omega_0$, точечная линия — $\beta = \omega_0/\sqrt{2}$.

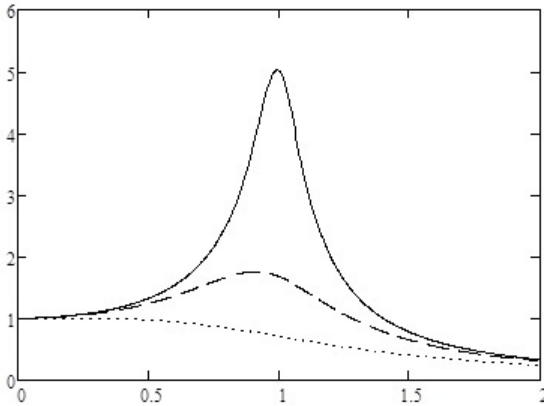


Рис. 5

Рассмотрим вынужденные колебания в электрическом контуре, состоящем из последовательно соединенных конденсатора емкостью C , катушки индуктивностью L , активного сопротивления R и генератора переменного напряжения (рис. 6).

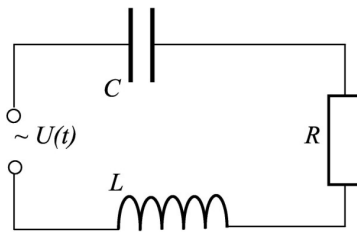


Рис. 6

Правило Кирхгофа для такого контура:

$$U_C + U_R = E_s + U,$$

где $U_C = \frac{q}{C}$ – напряжение на конденсаторе; $U_R = IR = \dot{q}R$ – напряжение на сопротивлении; $E_s = -L\dot{i} = -L\ddot{q}$ – ЭДС самоиндукции в катушке; $U = U_m \cos \omega t$ – напряжение на зажимах генератора; q – заряд конденсатора, имеет вид дифференциального уравнения вынужденных колебаний

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = f_0 \cos \omega t,$$

где

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \beta = \frac{R}{2L}, \quad \text{---}.$$

Следовательно, величина заряда конденсатора совершает вынужденные колебания

$$q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$$

с циклической частотой ω напряжения генератора, а амплитуда q_m и фаза φ колебаний зависят от частоты ω генератора:

$$q_m = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad \tan \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega^2 - \omega_0^2}.$$

Колебания силы тока в контуре

$$I = \dot{q} = -q_m \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

можно записать в виде

$$I = I_m \cos(\omega t - \psi),$$

где

$$I_m = q_m \omega, \quad \psi = -\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right).$$

После подстановки получим связь между амплитудами тока I_m и напряжения U_m в контуре и сдвиг фаз ψ между колебаниями тока и напряжения:

$$I_m = \frac{U_m}{Z}, \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad \tan \psi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Здесь величина Z называется полным сопротивлением цепи переменному току, или импедансом цепи.

Найдем далее напряжения на отдельных участках контура. Напряжение на резисторе

$$U_R = RI = U_{Rm} \cos(\omega t - \psi).$$

Амплитуда U_{Rm} напряжения на резисторе связана с амплитудой тока I_m соотношением

$$U_{Rm} = RI_m,$$

а фазы колебаний напряжения и тока совпадают.

Напряжение на конденсаторе

$$U_C = \frac{q}{C} = U_{Cm} \cos\left(\omega t - \psi - \frac{\pi}{2}\right).$$

Амплитуда U_{Cm} напряжения на резисторе связана с амплитудой тока I_m соотношением

$$U_{Cm} = X_C I_m, \quad X_C = \frac{1}{\omega C},$$

где величина X_C называется емкостным сопротивлением, а колебания напряжения на конденсаторе отстают по фазе от колебаний тока на $\pi/2$.

Напряжение на катушке

$$U_L = -E_s = LI\dot{=} = U_{Lm} \cos\left(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right).$$

Амплитуда U_{Lm} напряжения на катушке связана с амплитудой тока I_m соотношением:

$$U_{Lm} = X_L I_m, \quad X_L = \omega L,$$

где величина X_L называется индуктивным сопротивлением, а колебания напряжения на катушке опережают по фазе колебания тока на $\pi/2$.

Амплитуда силы тока в контуре достигает своего максимального значения

$$(I_m)_{\max} = \frac{U_m}{R}$$

при резонансной частоте генератора

$$\omega_p = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

В этом случае колебания и напряжения, и тока в контуре имеют одинаковые фазы $\psi = 0$, напряжение на резисторе равно напряжению генератора

$$U_R = U = U_m \cos(\omega t),$$

а напряжения на конденсаторе и катушке равны по величине и противоположны по фазе:

$$U_C = -U_L = \frac{U_m}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \sin(\omega t),$$

при этом амплитудные значения напряжения на конденсаторе и катушке

$$U_{Cm} = U_{Lm} = \frac{U_m}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

могут значительно превышать амплитуду напряжения генератора U_m .

Установившиеся вынужденные колебания в контуре можно рассматривать как протекание в этом контуре переменного тока.

Найдем мощность, выделяемую в цепи переменного тока. Мгновенная мощность

$$P(t) = U(t)I(t),$$

где $U(t) = U_m \cos(\omega t)$ и $I(t) = I_m \cos(\omega t - \psi)$ мгновенные значения тока напряжения и силы тока. Средняя за период мощность тока

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \psi.$$

Действующие значения U_d и I_d напряжения и тока выражаются через их амплитудные значения U_m и I_m соотношениями

$$U_d = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m, \quad I_d = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m,$$

так что

$$\langle P \rangle = U_d I_d \cos \psi,$$

где ψ — сдвиг фаз между колебаниями напряжения и тока.

1.4. Волны. Электромагнитные волны

Процесс распространения колебаний в пространстве называется волной. Волна называется гармонической, если физическая величина, характеризующая волну, совершает во всех точках пространства гармонические колебания с одинаковой частотой. Фронтом волны называется геометрическое место точек, колебания в которых совершаются с одинаковой фазой. Волна называется плоской, если ее фронты во все моменты времени представляют собой параллельные плоскости. Волна называется сферической, если ее фронты во все моменты времени представляют собой концентрические сферы. Фазовой скоростью волны c называется скорость распространения в пространстве ее фронта. Длиной волны λ называется расстояние, на которое фронт волны распространяется за один период T колебаний:

$$\lambda = cT = \frac{c}{\nu},$$

где ν — частота волны.

Уравнением волны называется выражение, которое определяет значение физической величины ξ , характеризующей волну как функцию координат и времени:

$$\xi = \xi(x, y, z, t).$$

Рассмотрим плоскую волну, распространяющуюся вдоль оси X со скоростью c . Фронты такой волны представляют собой плоскости, перпендикулярные оси X . Пусть величина ξ , характеризующая волну, в точке $x = 0$ совершает гармонические колебания по закону:

$$\xi(0, t) = A \sin(\omega t + \varphi).$$

Колебания $\xi(x, t)$ в точке x запаздывают относительно колебаний в точке $x = 0$ на время $\tau = x/c$, следовательно:

$$\xi(x, t) = A \sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right).$$

Величина

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

называется волновым числом. Таким образом, уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси X , имеет вид:

$$\xi(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi).$$

Интенсивностью I волны называется средняя плотность потока энергии в волне, т. е. средняя энергия, переносимая волной за единицу времени через площадку единичной площади, перпендикулярную к направлению распространения волны. Интенсивность волны связана со средней объемной плотностью энергии $\langle w \rangle$ в волне и скоростью распространения волны c соотношением

$$I = \langle w \rangle c.$$

Интенсивность волны прямо пропорциональна квадрату ее амплитуды $I \sim A^2$.

Электромагнитной волной называется процесс распространения в пространстве колебаний векторов напряженностей электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей. Свойства электромагнитных волн следуют из уравнений Максвелла:

1) скорость электромагнитных волн в вакууме равна скорости света в вакууме, м/с:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8,$$

а скорость v электромагнитных волн в веществе

$$v = c/n, \quad n = \sqrt{\epsilon \mu},$$

где ϵ_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные; ϵ и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды. Безразмерная величина $n > 1$ называется абсолютным показателем преломления среды;

2) колебания векторов напряженностей электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей в волне совершаются с одинаковой фазой;

3) векторы напряженностей электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей в волне перпендикулярны друг другу и перпендикулярны к направлению распространения фронта волны (рис. 7);

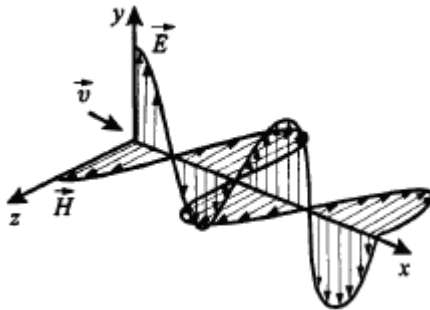


Рис. 7

4) амплитуды E_m и H_m напряженностей электрического и магнитного полей в волне связаны соотношением

$$\sqrt{\epsilon \epsilon_0} E_m = \sqrt{\mu \mu_0} H_m.$$

Из последнего равенства следует, что объемные плотности энергии электрического w_e и магнитного w_m полей в волне равны:

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 = w_m = \frac{1}{2} \mu \mu_0 H^2 = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E_m^2 \cos^2(\omega t - kx + \varphi),$$

так что полная объемная плотность энергии электромагнитного поля в волне:

$$w = w_e + w_m = \epsilon \epsilon_0 E_m^2 \cos^2(\omega t - kx + \varphi),$$

а ее среднее значение:

$$\langle w \rangle = \varepsilon \varepsilon_0 E_m^2 \langle \cos^2(\omega t - kx + \varphi) \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E_m^2.$$

Из указанного равенства также следует, что вектор плотности потока энергии в электромагнитной волне $\vec{\sigma} = w\vec{v}$, где \vec{v} – вектор скорости волны ($v = c/n$) можно записать в виде векторного произведения напряженностей электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей:

$$\vec{\sigma} = [\vec{E}\vec{H}].$$

Данное выражение для вектора плотности потока энергии справедливо не только для плоской волны, но и для произвольного электромагнитного поля и называется вектором Умова – Пойнтинга. Интенсивность I электромагнитной волны определяется формулой

$$I = \langle |\vec{\sigma}| \rangle = \langle w \rangle v = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E_m^2 v.$$

1.5. Примеры решения задач

Задача 1. Определить период T , частоту ν и начальную фазу φ колебаний, заданных уравнением: $x = A \sin \omega (t + \tau)$, где $\omega = 2,5 \pi \text{ c}^{-1}$, $\tau = 0,4 \text{ с}$.

Дано:	Решение:
$x = A \sin \omega (t + \tau)$	
$\omega = 2,5 \pi \text{ c}^{-1}$	
$\tau = 0,4 \text{ с}$	
<hr/>	
$T - ?$	
$\nu - ?$	
$\varphi - ?$	

Определим период колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (1)$$

Определим частоту колебаний, используя следующее соотношение:

$$\omega = 2\pi\nu; \quad (2)$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (3)$$

Начальную фазу определим из уравнения колебаний:

$$x = A \sin(\omega t + \tau) = A \sin(\omega t + \omega \tau). \quad (4)$$

Выражение, стоящее под знаком синуса, – фаза колебаний.

Тогда начальная фаза колебаний

$$\varphi = \omega \cdot \tau. \quad (5)$$

Проверка размерности

Период колебаний: $\frac{1}{[\omega]} = \frac{1}{1/c} = c$.

Частота колебаний: $\frac{[\omega]}{1} = \frac{1/c}{1} = \frac{1}{c} = c^{-1}$.

Начальная фаза: $[\omega] \cdot [\tau] = \frac{1}{c} \cdot c = 1$.

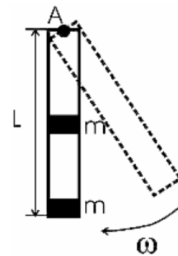
Подставим численные значения:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{2,5 \cdot \pi} = 0,8 \text{ с}; \quad \nu = \frac{2,5 \cdot \pi}{2 \cdot \pi} = 1,25 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega = 2,5\pi \cdot 0,4 = \pi.$$

Ответ: $T = 0,8 \text{ с}; \nu = 1,25 \text{ с}^{-1}; \varphi = \pi$.

Задача 2. На стержне длиной 30 см укреплены два одинаковых грузика: один – в середине стержня, другой – на одном из его концов. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину и период колебаний такой системы. Массой стержня пренебречь.



Дано:	Решение:
$L = 0,3 \text{ м}$	
$L_0 - ?$	
$T - ?$	

Период колебаний физического маятника равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{MgR}}. \quad (1)$$

Момент инерции первого груза равен

$$J_1 = mL^2, \quad (2)$$

где m – масса груза.

Момент инерции второго груза

$$J_2 = m \left(\frac{L}{2} \right)^2 = \frac{mL^2}{4}. \quad (3)$$

Тогда

$$J = J_1 + J_2 = mL^2 + \frac{mL^2}{4} = \frac{5mL^2}{4}. \quad (4)$$

Расстояние от точки подвеса до центра тяжести равно

$$R = \frac{m \frac{L}{2} + mL}{2m} = \frac{3L}{4}. \quad (5)$$

Общая масса маятника равна

$$M = 2m. \quad (6)$$

Тогда

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{20mL^2}{24mgL}} = 2\pi \sqrt{\frac{5L}{6g}}. \quad (7)$$

Приведенная длина — это длина математического маятника, колеблющегося с тем же периодом.

Имеем

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L_0}{g}}.$$

Тогда

$$2\pi \sqrt{\frac{5L}{6g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L_0}{g}} \Rightarrow L_0 = \frac{5L}{6}. \quad (8)$$

Проверка размерности

Приведенная длина: $[L_0] = \frac{[L]}{1} = \frac{\text{м}}{1} = \text{м}$.

Период колебаний: $[T] = \sqrt{\frac{[L]}{[g]}} = \sqrt{\frac{\text{м}}{\text{м}/\text{с}^2}} = \sqrt{\frac{\text{с}^2}{1}} = \text{с}$.

Подставим численные значения.

Получаем $L_0 = \frac{5 \cdot 0,3}{6} = 0,25$, $T = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{5 \cdot 0,3}{6 \cdot 9,8}} = 1$.

Ответ. $L_0 = 0,25$ м, $T = 1$ с.

Задача 3. Точка одновременно участвует в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями $x = A \sin \omega t$ и $y = B \cos \omega t$, где A и B — положительные постоянные. Определите уравнение траектории точки и направление её движения.

Дано:

$$x = A \sin \omega t$$

$$y = B \cos \omega t$$

$$A = \text{const}, B = \text{const}$$

$$A > 0, B > 0$$

$$y(x) - ?$$

Решение:

Запишем уравнения колебаний в следующем виде:

$$\frac{x}{A} = \sin \omega t; \quad (1)$$

$$\frac{y}{B} = \cos \omega t. \quad (2)$$

Возведем обе части равенств в квадрат и сложим оба уравнения.

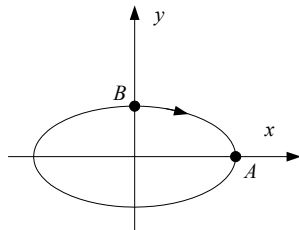
Получим:

$$\frac{x^2}{A^2} = \sin^2 \omega t; \quad (3)$$

$$\frac{y^2}{B^2} = \cos^2 \omega t; \quad (4)$$

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1. \quad (5)$$

В начальный момент времени точка находилась в точке B . С течением времени, при подстановке в исходные уравнения значения $t > 0$, заметим, что точка двигалась по часовой стрелке.



Ответ: $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1.$

Задача 4. При наблюдении затухающих колебаний выяснилось, что для двух последовательных колебаний амплитуда второго меньше амплитуды первого на 60 %. Период затухающих колебаний 0,5 с. Определите коэффициент затухания и собственную частоту для тех же условий.

Дано:

$$T = 0,5 \text{ с}$$

$$A_2 = A_1 - 0,6A_1 = 0,4A_1$$

$$\delta - ?$$

$$v_0 - ?$$

Решение:

По определению декремента затухания

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta \cdot T}; \quad (1)$$

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{\delta \cdot T}. \quad (2)$$

Выразим коэффициент затухания из уравнения (2), получим:

$$\ln \frac{A_1}{A_2} = \ln e^{\delta \cdot T} = \delta \cdot T;$$

$$\delta = \frac{1}{T} \ln \frac{A_1}{A_2}. \quad (3)$$

Выведем формулу для нахождения собственной частоты из выражения

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}; \quad (4)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \delta^2} = 2\pi v_0; \quad (5)$$

$$v_0 = \frac{\sqrt{\omega^2 + \delta^2}}{2\pi}. \quad (6)$$

Известно, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Поэтому окончательная формула частоты запишется в виде

$$v_0 = \frac{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 + \delta^2}}{2\pi}. \quad (7)$$

Проверка размерности

$$[\delta] = \frac{1}{[T]} \ln \frac{[A_1]}{[A_2]} = \frac{1}{\text{с}} \ln \frac{\text{м}}{\text{м}} = \frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1};$$

$$[v_0] = \frac{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{[T]}\right)^2 + [\delta]^2}}{2\pi} = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{\text{с}}\right)^2 + [\text{с}^{-1}]^2}}{1} = \sqrt{\left(\frac{1}{\text{с}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\text{с}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\text{с}}\right)^2} = \frac{1}{\text{с}} = \text{Гц}.$$

Подставим численные значения:

$$\delta = \frac{1}{0,5} \ln \frac{1}{0,4} = 1,83 \text{ (с}^{-1}\text{)};$$

$$v_0 = \frac{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{0,5}\right)^2 + 1,83^2}}{2\pi} = 2,02 \text{ (Гц)}.$$

Ответ: $\delta = 1,83 \text{ с}^{-1}$, $v_0 = 2,02 \text{ Гц}$.

Задача 5. В колебательном контуре емкостью C и индуктивностью L совершаются затухающие колебания, при которых ток меняется по закону $I(t) = I_m e^{-\delta t} \sin \omega \cdot t$. Найти напряжение на конденсаторе в зависимости от времени.

Дано:

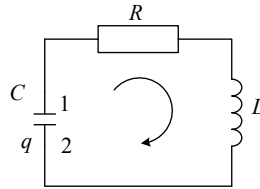
$$C$$

$$L$$

$$I(t) = I_m e^{-\delta t} \sin \omega \cdot t$$

$$U_C(t) - ?$$

Решение:



Выберем положительное направление обхода контура по часовой стрелке (см. рис.). Согласно закону Ома для участка контура 1RL2 имеем

$$RI = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_s. \quad (1)$$

В нашем случае $\varepsilon_s = -L\dot{I}$ и $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{q}{C} = U_C$, где q – заряд на обкладке 2, поэтому формулу (1) можно представить в виде

$$U_C = -R - L\dot{I}. \quad (2)$$

Подставив выражение для $I(t)$ и его производной, получим:

$$U_C = \frac{RI_m e^{-\delta t}}{2\delta} (-\delta \sin \omega t - \omega \cos \omega t). \quad (3)$$

Преобразуем выражение в скобках к синусу. Для этого умножим и разделим его на $\sqrt{\omega^2 + \delta^2} = \omega_0$, а затем введем угол α по формулам

$$-\frac{\delta}{\omega_0} = \cos \alpha; \quad \frac{\omega}{\omega_0} = \sin \alpha. \quad (4)$$

Тогда

$$U_C = \frac{RI_m \omega_0}{2\delta} e^{-\delta t} \sin(\omega t - \alpha) = I_m \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot e^{-\delta t} \sin(\omega t - \alpha);$$

$$U_C = I_m \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot e^{-\delta t} \sin(\omega t - \alpha), \quad (5)$$

где угол α , согласно (4), находится во второй четверти, т. е. принимает значения $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Таким образом, напряжение на конденсаторе отстает по фазе от тока.

Ответ: $U_C = I_m \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot e^{-\delta t} \sin(\omega t - \alpha)$.

1.6. Задачи для самостоятельного решения

1. Уравнение колебаний точки имеет вид $x = A \cos \omega(t + \tau)$, где $\omega = 3\pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = 0,4 \text{ с}$. Определить период T и начальную фазу φ колебаний.

2. Определить период T , частоту ν и начальную фазу φ колебаний, заданных уравнением $x = A \sin \omega(t + \tau)$, где $\omega = 1,5\pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = 0,3 \text{ с}$.

3. Точка совершает колебания по закону $x = A \cos \omega(t + \tau)$, где $A = 4 \text{ см}$. Определить начальную фазу φ , если: 1) $x(0) = 2 \text{ см}$ и $\dot{x}(0) < 0$; 2) $x(0) = -2\sqrt{2} \text{ см}$ и $\dot{x}(0) < 0$; 3) $x(0) = 2 \text{ см}$ и $\dot{x}(0) > 0$; 4) $x(0) = -2\sqrt{3} \text{ см}$ и $\dot{x}(0) > 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.

4. Точка совершает колебания по закону $x = A \sin(\omega t + \varphi)$, где $A = 4 \text{ см}$. Определить начальную фазу φ , если: 1) $x(0) = 2 \text{ см}$ и $\dot{x}(0) > 0$; 2) $x(0) = 2\sqrt{3} \text{ см}$ и $\dot{x}(0) > 0$; 3) $x(0) = -2\sqrt{2} \text{ см}$ и $\dot{x}(0) < 0$; 4) $x(0) = -2\sqrt{3} \text{ см}$ и $\dot{x}(0) < 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.

5. Точка совершает колебания по закону $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, где $A = 4 \text{ см}$; $\omega = 6\pi \text{ с}^{-1}$; $\varphi = \pi/4$. Построить графики зависимости от времени: 1) смещения $x(t)$; 2) скорости $\dot{x}(t)$; 3) ускорения $\ddot{x}(t)$.

6. Точка совершает колебания с амплитудой $A = 4 \text{ см}$ и периодом $T = 2 \text{ с}$. Написать уравнение этих колебаний, считая, что в момент $t = 0$ смещения $x(0) = 0$ и $\dot{x}(0) < 0$. Определить фазу $(\omega t + \varphi)$ для моментов времени: 1) когда смещение $x = 2 \text{ см}$ и $\dot{x} > 0$; 2) когда скорость $\dot{x} = -3 \text{ см/с}$ и $x < 0$.

7. Точка равномерно движется по окружности против часовой стрелки с периодом $T = 4 \text{ с}$. Диаметр d окружности равен 10 см . Написать уравнение движения проекции точки на ось x , проходящую через центр окружности, если в момент времени, принятый за на-

чальный, проекция на ось x равна нулю. Найти смещение x , скорость \dot{x} и ускорение \ddot{x} проекции точки в момент $t = 2$ с.

8. Определить максимальные значения скорости \dot{x}_{\max} и ускорения \ddot{x}_{\max} точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой $A = 5$ см и угловой частотой $\omega = \pi/4$ с⁻¹.

9. Точка совершает колебания по закону $x = A \cos \omega t$, где $A = 6$ см; $\omega = 3$ с⁻¹. Определить модуль ускорения $|\ddot{x}|$ точки в момент времени, когда ее скорость $\dot{x} = 6$ см/с.

10. Точка совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение x_{\max} точки равно 20 см, наибольшая скорость $\dot{x}_{\max} = 15$ см/с. Найти угловую частоту ω колебаний и максимальное ускорение \ddot{x}_{\max} точки.

11. Максимальная скорость \dot{x}_{\max} точки, совершающей гармонические колебания, равна 30 см/с, максимальное ускорение $\ddot{x}_{\max} = 150$ см/с². Найти угловую частоту ω колебаний, их период T и амплитуду A . Написать уравнение колебаний, приняв начальную фазу равной нулю.

12. Точка совершает колебания по закону $x = A \sin \omega t$. В некоторый момент времени смещение x_1 точки оказалось равным 4 см. Когда фаза колебаний увеличилась вдвое, смещение x стало равным 6 см. Найти амплитуду A колебаний.

13. Колебания точки происходят по закону $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. В некоторый момент времени смещение x точки равно 6 см, ее скорость $\dot{x} = 15$ см/с и ускорение $\ddot{x} = -60$ см/с². Найти амплитуду A , угловую частоту ω , период T колебаний и фазу $(\omega t + \varphi)$ в рассматриваемый момент времени.

14. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами $A_1 = 8$ см и $A_2 = 6$ см складываются в одно колебание с амплитудой $A = 12$ см. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ складываемых колебаний.

15. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой и имеющих одинаковые амплитуды и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ складываемых колебаний.

16. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания, которое возникает при сложении двух колебаний, имеющих одинаковые направления и периоды: $x_1 = A_1 \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \sin \omega(t + \tau)$, где $A_1 = A_2 = 2$ см; $\omega = 2\pi \text{ с}^{-1}$; $\tau = 0,5$ с. Найти уравнение результирующего колебания.

17. Точка участвует в двух одинаково направленных колебаниях: $x_1 = A_1 \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \cos \omega t$, где $A_1 = 2$ см; $A_2 = 3$ см; $\omega = 2 \text{ с}^{-1}$. Определить амплитуду A результирующего колебания, его частоту ν и начальную фазу φ . Найти уравнение этого движения.

18. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = 1$ с и амплитудами $A_1 = A_2 = 1$ см. Начальные фазы колебаний $\varphi_1 = \pi/2$ и $\varphi_2 = \pi/3$. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Найти его уравнение.

19. Складываются три гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = T_3 = 1$ с и амплитудами $A_1 = A_2 = A_3 = 2$ см. Начальные фазы колебаний $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi/3$, $\varphi_3 = 2\pi/3$. Построить векторную диаграмму сложения амплитуд. Определить из чертежа амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Найти его уравнение.

20. Складываются два гармонических колебания одинаковой частоты и одинакового направления: $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ и $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$, $A_1 = 1$ см, $\varphi_1 = \pi/3$; $A_2 = 2$ см, $\varphi_2 = 5\pi/6$. Начертить векторную диаграмму для момента времени $t = 0$. Определить аналитически амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Отложить A и φ на векторной диаграмме. Найти уравнение результирующего колебания.

21. Два камертона звучат одновременно. Частоты ν_1 и ν_2 их колебаний соответственно равны 460 и 459,5 Гц. Определить период T биений.

22. Складываются два взаимно перпендикулярных колебания, выражаемых уравнениями $x = A_1 \sin \omega t$ и $y = A_2 \cos \omega(t + \tau)$, где $A_1 = 1$ см, $A_2 = 2$ см, $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = 1$ с. Найти уравнение траектории и построить ее, показав направление движения точки.

23. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = A_2 \cos \omega(t + \tau)$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 4$ см, $\omega = \pi$ с⁻¹, $\tau = 0,5$ с. Найти уравнение траектории точки и построить график ее движения.

24. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = A_2 \sin \omega t$, где $A_1 = 1$ см, $A_2 = 2$ см. Найти уравнение траектории и точки и построить ее, указав направление движения.

25. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = A_2 \cos \omega t$, где $A_1 = 1$ см; $A_2 = 2$ см. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

26. Движение точки задано уравнениями $x = A_1 \sin \omega t$ и $y = A_2 \sin \omega(t + \tau)$, где $A_1 = 8$ см, $A_2 = 4$ см, $\omega = 2$ с⁻¹, $\tau = 0,5$ с. Найти уравнение траектории и скорости точки в момент времени $t = 1$ с.

27. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = -A_2 \cos(2\omega t)$, где $A_1 = 1$ см, $A_2 = 2$ см. Найти уравнение траектории и построить ее.

28. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = A_2 \sin 0,5\omega t$, где $A_1 = 5$ см, $A_2 = 8$ см. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

29. Материальная точка массой $m = 100$ г совершает колебания, уравнение которых имеет вид $x = A \cos \omega t$, где $A = 5$ см, $\omega = 4$ с⁻¹. Найти силу F , действующую на точку, в двух случаях: 1) в момент, когда фаза $\omega t = \pi/6$; 2) в положении наибольшего смещения точки.

30. Колебания материальной точки массой $m = 5$ г происходят согласно уравнению $x = A \cos \omega t$, где $A = 10$ см; $\omega = 15$ с⁻¹. Определить максимальные значения возвращающей силы F_{\max} и кинетической энергии T_{\max} .

31. Найти возвращающую силу F в момент $t = 2$ с и полную энергию E материальной точки, совершающей колебания по закону $x = A \cos \omega t$, где $A = 10$ см; $\omega = 2\pi/3$ с⁻¹. Масса m материальной точки равна 20 г.

32. Колебания материальной точки происходят согласно уравнению $x = A \cos \omega t$, где $A = 6$ см, $\omega = \pi/3$ с⁻¹. В момент, когда возвращающая сила F в первый раз достигла значения 4 мН, потенциальная энергия Π точки стала равной 80 мкДж. Найти этот момент времени t и соответствующую ему фазу ωt .

33. Грузик массой $m = 200$ г, подвешенный к пружине, колеблется по вертикали с периодом $T = 3$ с. Определить жесткость k пружины.

34. К спиральной пружине подвесили грузик, в результате чего пружина растянулась на $x = 5$ см. Каков будет период T колебаний грузика, если его немного оттянуть вниз и затем отпустить?

35. Гири, подвешенная к пружине, колеблется по вертикали с амплитудой $A = 5$ см. Определить полную энергию E колебаний гири, если жесткость k пружины равна 2 кН/м.

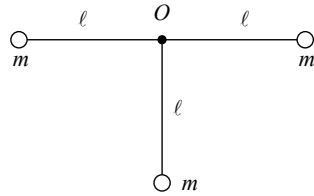
36. Найти отношение длин двух математических маятников, если отношение периодов их колебаний равно 2,5.

37. Математический маятник длиной $l = 1$ м установлен в лифте. Лифт поднимается с ускорением $a = 3$ м/с². Определить период T колебаний маятника.

38. На концах тонкого стержня длиной $l = 60$ см укреплены одинаковые грузики по одному на каждом конце. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через точку, удаленную на $d = 20$ см от одного из концов стержня. Определить приведенную длину L и период T колебаний такого физического маятника. Массой стержня пренебречь.

39. На стержне длиной $l = 20$ см укреплены два одинаковых грузика: один – в середине стержня, другой – на одном из его концов. Стержень с грузиком колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период T колебаний такой системы. Массой стержня пренебречь.

40. Система из трех грузов, соединенных стержнями длиной $l = 30$ см, колеблется относительно горизонтальной оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости чертежа.

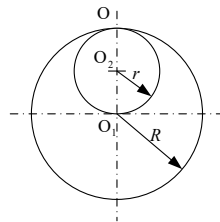


Найти период T колебаний системы. Массами стержней пренебречь, грузы рассматривать как материальные точки.

41. Тонкий обруч, повешенный на гвоздь, вбитый горизонтально в стену, колеблется в плоскости, параллельной стене. Радиус R обруча равен 20 см. Вычислить период T колебаний обруча.

42. Однородный диск радиусом $R = 10$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через одну из образующих цилиндрической поверхности диска. Каков период T его колебаний?

43. Диск радиусом $R = 36$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска. Определить приведенную длину L и период T колебаний такого маятника.



44. Из тонкого однородного диска радиусом $R = 20$ см вырезана часть, имеющая вид круга радиусом $r = 10$ см, так, как это показано на рисунке. Оставшаяся часть диска колеблется относительно горизонтальной оси O , совпадающей с одной из образующих цилиндрической поверхности диска. Найти период T колебаний такого маятника.

45. Математический маятник длиной $l_1 = 50$ см и физический маятник в виде тонкого прямого стержня длиной $l_2 = 75$ см синхронно колеблются около одной и той же горизонтальной оси. Определить расстояние a центра масс стержня от оси колебаний.

46. Физический маятник в виде тонкого прямого стержня длиной $l = 80$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через точку, удаленную на некоторое расстояние a от центра масс стержня. При каком значении a период T колебаний имеет наименьшее значение?

47. Тело массой $m = 5$ кг, закрепленное на горизонтальной оси, совершало колебания с периодом $T_1 = 0,6$ с. Когда на эту ось был насажен диск так, что его ось совпала с осью колебаний тела, период T_2 колебаний стал равным $1,4$ с. Радиус R диска равен 25 см, масса его равна массе тела. Найти момент инерции J тела относительно оси колебаний.

48. Ареометр массой $m = 100$ г, имеющий трубку диаметром $d = 2$ см, плавает в воде. Ареометр немного погрузили в воду и затем предоставили самому себе, в результате чего он стал совершать гармонические колебания. Найти период T этих колебаний.

49. В открытую с обоих концов U -образную трубку с площадью поперечного сечения $S = 0,6$ см² быстро вливают ртуть массой $m = 300$ г. Определить период T колебаний ртути в трубке.

50. Набухшее бревно, сечение которого постоянно по всей длине, погрузилось вертикально в воду так, что над водой находится лишь малая (по сравнению с длиной) его часть. Период T колебаний бревна равен 4 с. Определить длину l бревна.

51. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 600$ пФ и катушки с индуктивностью $L = 3 \cdot 10^{-3}$ Гн. На какую длину волны настроен контур? Сопротивление контура ничтожно мало.

52. На какой диапазон частот можно настроить колебательный контур, если его индуктивность $L = 4 \cdot 10^{-3}$ Гн, а емкость может меняться от 80 до 430 пФ? Сопротивлением контура можно пренебречь.

53. Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости $C = 4$ мкФ получить звуковую частоту $\nu = 2000$ Гц?

54. Напряжение на обкладках конденсатора в колебательном контуре меняется в зависимости от времени по закону $U = 20 \cos(10^4 \pi t)$ (В). Емкость конденсатора $C = 4 \cdot 10^5$ пФ. Найдите: а) период колебаний; б) индуктивность контура; в) закон изменения тока в контуре.

55. Ток в колебательном контуре меняется по закону $I = 0,2 \sin(100 \pi t)$ (А). Индуктивность контура $L = 2$ Гн. Найдите: а) период колебаний; б) емкость контура; в) максимальную разность

потенциалов на обкладках конденсатора; *е*) максимальную энергию магнитного поля; *д*) максимальную энергию электрического поля.

56. Катушка индуктивностью $L = 2$ мГн и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин диаметром $D = 15$ см каждая, соединены параллельно. Расстояние d между пластинами равно 1 см. Определить период T колебаний.

57. Конденсатор электроемкостью $C = 800$ пФ соединен параллельно с катушкой длиной $l = 30$ см и площадью S сечения, равной 5 см². Катушка содержит $N = 1000$ витков. Найти период T колебаний.

58. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 40$ мкГн и конденсатора электроемкостью $C = 120$ нФ. Величина емкости может отклоняться от указанного значения на 3 %. Вычислить, в каких пределах может изменяться длина волны, на которую резонирует контур.

59. Колебательный контур имеет индуктивность $L = 1,8$ мГн, электроемкость $C = 0,03$ мкФ и максимальное напряжение U_{\max} на зажимах, равное 220 В. Определить максимальную силу тока I_{\max} в контуре. Сопротивление контура ничтожно мал.

60. Колебательный контур содержит конденсатор электроемкостью $C = 10$ пФ и катушку индуктивностью $L = 0,4$ мГн. Каково максимальное напряжение U_{\max} на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока $I_{\max} = 50$ мА?

61. Катушка (без сердечника) длиной $l = 50$ см и площадью S_1 сечения, равной 4 см², имеет $N = 1000$ витков и соединена параллельно с конденсатором. Конденсатор состоит из двух пластин площадью $S_2 = 60$ см² каждая. Расстояние d между пластинами равно 5 мм. Диэлектрик – воздух. Определить период T колебаний контура.

62. Колебательный контур состоит из параллельно соединенных конденсатора электроемкостью $C = 5$ мкФ и катушки индуктивностью $L = 1$ мГн. Сопротивление контура ничтожно мало. Найти частоту ν колебаний.

63. Индуктивность L колебательного контура равна $0,6$ мГн. Какова должна быть электроемкость C контура, чтобы он резонировал на длину волны $\lambda = 300$ м?

64. На какую длину волны λ будет резонировать контур, состоящий из катушки индуктивностью $L = 6$ мкГн и конденсатора емкостью $C = 1$ нФ?

65. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время $t_1 = 4$ мин уменьшилась в три раза. За какое время t_2 , считая от начального момента, амплитуда уменьшится в девять раз?

66. За время $t = 5$ мин амплитуда затухающих колебаний маятника уменьшилась в два раза. Определить коэффициент затухания δ .

67. Амплитуда колебаний маятника длиной $l = 2$ м за время $t = 15$ мин уменьшилась в два раза. Определить логарифмический декремент колебаний Θ .

68. Логарифмический декремент колебаний Θ маятника равен 0,002. Определить число N полных колебаний, которые должен сделать маятник, чтобы амплитуда уменьшилась в три раза.

69. Гиря массой $m = 400$ г подвешена к спиральной пружине жесткостью $k = 15$ Н/м и совершает упругие колебания в некоторой среде. Логарифмический декремент колебаний $\Theta = 0,003$. Определить число N полных колебаний, которые должна совершить гиря, чтобы амплитуда колебаний уменьшилась в $n = 2$ раза. За какое время t произойдет это уменьшение?

70. Тело массой $m = 10$ г совершает затухающие колебания. В течение времени $t = 70$ с тело потеряло 60 % своей энергии. Определить коэффициент сопротивления b .

71. Определить период T затухающих колебаний, если период T_0 собственных колебаний системы равен 2 с и логарифмический декремент колебаний $\Theta = 0,314$.

72. Найти число N полных колебаний системы, в течение которых энергия системы уменьшилась в $n = 4$ раза. Логарифмический декремент колебаний $\Theta = 0,02$.

73. Контур состоит из катушки с индуктивностью $L = 2 \cdot 10^{-5}$ Гн и сопротивлением $R = 14$ Ом и конденсатора емкостью $C = 0,02$ мкФ. Найдите: а) логарифмический декремент затухания колебаний

в контуре; б) отношение энергии магнитного поля в катушке к энергии электрического поля в конденсаторе.

74. Изменится ли логарифмический декремент затухания, если, не меняя длины катушки в контуре, увеличить число витков в ней в 100 раз (диаметр витков остается без изменения)?

75. Колебательный контур состоит из конденсатора с емкостью $C = 5$ мкФ и катушки, индуктивность которой $L = 0,2$ Гн и сопротивление $R = 45$ Ом. Конденсатору сообщают заряд $q = 10^{-5}$ Кл. Найдите: а) период колебаний, возникающих в контуре; б) логарифмический декремент затухания колебаний; в) закон изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора от времени.

76. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 4$ мкФ и катушки с индуктивностью $L = 4 \cdot 10^{-3}$ Гн. При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора через 10^{-3} с уменьшится в 4 раза? Чему при этом равно сопротивление контура?

77. Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за один период колебаний в контуре, если $L = 7 \cdot 10^{-3}$ Гн, $C = 0,4$ мкФ и $R = 4$ Ом?

78. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 2 \cdot 10^{-9}$ Ф и однослойной катушки (без сердечника), намотанной из медной проволоки диаметром $d = 0,5$ мм. Длина катушки $l = 20$ см, диаметр катушки $D = 10$ см. Найдите логарифмический декремент затухания колебаний.

79. Максимальное напряжение в колебательном контуре, состоящем из катушки с индуктивностью $L = 4 \cdot 10^{-4}$ Гн и конденсатора с емкостью $C = 18 \cdot 10^{-9}$ Ф, равно $U_m = 1,4$ В. Активное сопротивление контура мало. Определите: а) действующее значение тока в контуре; б) максимальное значение магнитного потока в катушке, если число витков $N = 40$.

80. Какую мощность потребляет контур с активным сопротивлением $0,2$ Ом при поддержании в нем незатухающих колебаний с амплитудой тока $I_m = 0,08$ А?

81. Батарея, состоящая из двух конденсаторов с емкостью по 2 мкФ каждый, разряжается через катушку ($L = 10^{-3} \text{ Гн}$, $R = 50 \text{ Ом}$). Возникнут ли при этом колебания, если конденсаторы соединены: а) параллельно; б) последовательно?

82. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью $L = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Гн}$, конденсатора емкостью $C = 6 \text{ мкФ}$ и активного сопротивления $R = 1 \text{ Ом}$. Для создания в нем незатухающих колебаний на конденсаторе нужно поддерживать напряжение $U = 15 \text{ В}$. Какую мощность следует подводить при этом к контуру?

83. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 5 \text{ мкФ}$, катушки с индуктивностью $L = 0,2 \text{ мГн}$ и активным сопротивлением $R = 3 \text{ Ом}$. Какова добротность контура?

84. Определите логарифмический декремент затухания контура с емкостью $C = 2000 \text{ пФ}$ и индуктивностью $L = 0,15 \text{ мГн}$, если на поддержание в этом контуре незатухающих колебаний с максимальным напряжением $U_m = 0,9 \text{ В}$ требуется мощность $P = 10^{-6} \text{ Вт}$.

85. В контуре, состоящем из катушки и конденсатора переменной емкости, создаются вынужденные колебания. Если емкость увеличить на 4% по сравнению с емкостью, соответствующей максимальному току, то ток в контуре убывает в 2 раза. Определите логарифмический декремент затухания.

86. Под действием силы тяжести электродвигателя консольная балка, на которой он установлен, прогнулась на $h = 2 \text{ мм}$. При какой частоте вращения n якоря электродвигателя может возникнуть опасность резонанса?

87. Вагон массой $m = 60 \text{ т}$ имеет четыре рессоры. Жесткость k пружин каждой рессоры равна 400 кН/м . При какой скорости v вагон начнет сильно раскачиваться вследствие толчков на стыках рельс, если длина l рельса равна 13 м ?

88. Колебательная система совершает затухающие колебания с частотой $\nu = 500 \text{ Гц}$. Определить частоту ν_0 собственных колебаний, если резонансная частота $\nu_{\text{рез}} = 498 \text{ Гц}$.

89. Определить, на сколько резонансная частота отличается от частоты $\nu_0 = 2000$ Гц собственных колебаний системы, характеризуемой коэффициентом затухания $\delta = 450$ с⁻¹.

90. Определить логарифмический декремент колебаний Θ колебательной системы, для которой резонанс наблюдается при частоте, меньшей собственной частоты $\nu_0 = 8$ кГц на $\Delta\nu = 4$ Гц.

91. Пружинный маятник (жесткость k пружины равна 15 Н/м, масса m груза равна 200 г) совершает вынужденные колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления $r = 3 \cdot 10^{-2}$ кг/с. Определить коэффициент затухания δ и резонансную амплитуду $A_{\text{рез}}$, если амплитудное значение вынуждающей силы $F_0 = 20$ мН.

92. Тело совершает вынужденные колебания в среде с коэффициентом сопротивления $r = 2$ г/с. Считая затухание малым, определить амплитудное значение вынуждающей силы, если резонансная амплитуда $A_{\text{рез}} = 0,4$ см и частота ν_0 собственных колебаний равна 15 Гц.

93. Амплитуды вынужденных гармонических колебаний при частоте $\nu_1 = 500$ Гц и $\nu_2 = 600$ Гц равны между собой. Определить резонансную частоту $\nu_{\text{рез}}$. Затуханием пренебречь.

94. Во сколько раз амплитуда вынужденных колебаний будет меньше резонансной амплитуды, если частота изменения вынуждающей силы будет больше резонансной частоты в два раза? Коэффициент затухания $\delta = 0,1 \omega_0$ (ω_0 – угловая частота собственных колебаний).

95. Задано уравнение плоской волны $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$, где $A = 1$ см, $\omega = 314$ с⁻¹, $k = 2$ м⁻¹. Определить: а) частоту колебаний ν и длину волны λ ; б) фазовую скорость \mathcal{V} ; в) максимальные значения скорости $\dot{\xi}_{\text{max}}$ и ускорения $\ddot{\xi}_{\text{max}}$ колебаний частиц среды.

96. Показать, что выражение $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$ удовлетворяет волновому уравнению $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{g^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ при условии, что $\omega = k\mathcal{V}$.

97. Имеются два источника, совершающие колебания в одинаковой фазе и возбуждающие в окружающей среде плоские волны одинаковой частоты и амплитуды ($A_1 = A_2 = 2$ мм). Найти амплитуду A колебаний точки среды, отстоящей от одного источника колебаний

на расстоянии $x_1 = 3,6$ м и от другого – на $x_2 = 5,2$ м. Направления колебаний в рассматриваемой точке совпадают. Длина волны $\lambda = 0,5$ м.

98. Стоячая волна образуется при наложении бегущей волны и волны, отраженной от границы раздела сред, перпендикулярной направлению распространения волны. Найти положения (расстояния от границы раздела сред) узлов и пучностей стоячей волны, если отражение происходит: 1) от среды менее плотной; 2) от среды более плотной. Скорость ϑ распространения звуковых колебаний равна 340 м/с и частота $\nu = 3,6$ кГц.

99. Широкая трубка, закрытая снизу и расположенная вертикально, наполнена до краев водой. Над верхним отверстием трубки помещен звучащий камертон, частота ν колебаний которого равна 440 Гц. Через кран, находящийся внизу, воду медленно выпускают. Когда уровень воды в трубке понижается на $\Delta H = 19,5$ см, звук камертона усиливается. Определить скорость ϑ звука в условиях опыта.

100. Поезд проходит мимо станции со скоростью $u = 45$ м/с. Частота ν_0 тона гудка электровоза равна 300 Гц. Определить кажущуюся частоту ν тона для человека, стоящего на платформе, в двух случаях: 1) поезд приближается; 2) поезд удаляется.

101. Мимо железнодорожной платформы проходит электропоезд. Наблюдатель, стоящий на платформе, слышит звук сирены поезда. Когда поезд приближается, кажущаяся частота звука $\nu_1 = 1000$ Гц; когда удаляется, кажущаяся частота $\nu_2 = 800$ Гц. Найти скорость u электровоза и частоту ν_0 звука, издаваемого сиреной.

102. Узкий пучок ультразвуковых волн частотой $\nu_0 = 50$ кГц направлен от неподвижного локатора к приближающейся подводной лодке. Определить скорость u подводной лодки, если частота ν_1 биеений (разность частот колебаний источника и сигнала, отраженного от лодки) равна 250 Гц. Скорость ϑ ультразвука в морской воде принять равной 1,5 км/с.

2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

2.1. Интерференция света. Интерференционная картина от двух источников

Видимый свет представляет собой электромагнитные волны, частота которых лежит в диапазоне

$$\nu = (0,39 \div 0,75) \times 10^{15} \text{ Гц},$$

а длина волны в вакууме, соответственно, лежит в диапазоне

$$\lambda = (0,40 \div 0,76) \text{ мкм}.$$

Физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое действия света вызываются колебаниями вектора \vec{E} напряженности электрического поля. Поэтому вектор \vec{E} называют световым вектором. Действительно, на электроны атомов и молекул вещества в поле световой волны действуют магнитная \vec{F}_m и электрическая \vec{F}_e силы, отношение модулей которых составляет малую величину порядка

$$\frac{F_m}{F_e} = \frac{evB}{eE} = \frac{vB}{E} = \frac{v}{c} \ll 1,$$

где v – скорость атомных электронов; c – скорость света в вакууме, поскольку в электромагнитной волне модули напряженности E электрического поля и индукции B магнитного поля связаны соотношением $E = cB$. Следовательно, действием магнитного поля световой волны можно пренебречь.

Если колебания светового вектора \vec{E} происходят в одной плоскости, то такой свет называют плоско-, или линейно-поляризованным. Колебания светового вектора в такой волне можно записать в скалярной форме:

$$E = A \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

где E – проекция светового вектора на направление колебаний.

Пусть в некоторой точке пространства x складываются две световые волны, одинаково поляризованные и с одинаковой частотой ω :

$$E = E_1 + E_2,$$

$$E_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad E_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Результирующее колебание в этой точке имеет вид:

$$E = A \cos(\omega t + \varphi),$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Так как интенсивность волны прямо пропорциональна квадрату ее амплитуды $I \sim A^2$, то

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos(\Delta\varphi), \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1.$$

Две волны называются *когерентными*, если разность фаз колебаний, возбуждаемых этими волнами во всех точках пространства, остается постоянной во времени:

$$\Delta\varphi = \text{const.}$$

Интерференцией волн называется явление, осуществляющееся при наложении когерентных волн и состоящее в их взаимном усилении в одних точках пространства и ослаблении в других, в зависимости от их разности фаз. Максимальное усиление волн происходит в тех точках, где

$$\Delta\varphi = 2\pi m, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

при этом

$$I_{\max} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2,$$

а максимальное ослабление – в тех точках, где

$$\Delta\varphi = (2m + 1)\pi, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

при этом

$$I_{\min} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2.$$

Если $I_1 = I_2 = I$, то $I_{\min} = 0$, $I_{\max} = 4I$. Интерференционная картина имеет вид чередующихся светлых и темных полос.

Однако фаза волны меняется со временем случайным образом. Время $t_{\text{кор}}$, за которое случайное изменение фазы волны $\varphi(t)$ достигает π , называется временем когерентности волны. Расстояние $l_{\text{кор}}$, на которое волна распространяется за время когерентности $t_{\text{кор}}$, называется длиной когерентности. В естественных источниках света отдельный атом высвечивается за время порядка 10^{-8} с, затем световая волна излучается другим атомом с другой начальной фазой. Следовательно, время когерентности $t_{\text{кор}}$ для естественных источников света составляет величину порядка 10^{-8} с.

Всякий прибор регистрирует интенсивность световой волны, усредненную по некоторому промежутку времени Δt , называемому временем инерционности прибора. Для глаза $\Delta t \approx 0,1$ с. Если $t_{\text{ког}} \ll \Delta t$, то прибор не будет регистрировать интерференционную картину. За время Δt разность фаз $\Delta\varphi$ много раз поменяет свое значение от нуля до π , так что среднее

$$\langle \cos(\Delta\varphi) \rangle = 0 \quad \text{и} \quad I = I_1 + I_2,$$

то есть интенсивность результирующей волны в этом случае просто равна сумме интенсивностей складываемых волн. Если $t_{\text{ког}} \gg \Delta t$, то за время регистрации Δt разность фаз $\Delta\varphi$ не меняется, и прибор будет регистрировать интерференционную картину.

Всякая реальная волна содержит колебания не с одной фиксированной частотой ν , а в некотором интервале частот ($\nu - \Delta\nu/2$, $\nu + \Delta\nu/2$). При сложении таких волн разность фаз $\Delta\varphi$ в результирующей волне будет меняться со временем:

$$\Delta\varphi = \Delta\omega t/2 = \pi\Delta\nu t.$$

За время когерентности $t_{\text{ког}}$ разность фаз $\Delta\varphi$ меняется на π , следовательно,

$$t_{\text{ког}} = 1/\Delta\nu.$$

Время когерентности, связанное с некогерентностью волн, составляет величину порядка обратного интервала частот. Ширине интервала частот $\Delta\nu$ соответствует ширина интервала длин волн $\Delta\lambda$:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad \Delta\nu = \left| \frac{d}{d\lambda} \right| \Delta\lambda = \frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda.$$

Длина когерентности, связанная с некогерентностью:

$$l_{\text{ког}} = ct_{\text{ког}} = \lambda^2/2\Delta\lambda.$$

Когерентные световые волны можно получить, разделив (с помощью отражений, преломлений и т. д.) волну от одного некогерентного источника на две части.

Пусть в точке O происходит такое разделение (рис. 8). Первая волна движется в среде с показателем преломления n_1 и проходит путь s_1 до точки P , а вторая волна движется в среде с показателем преломления n_2 и проходит путь s_2 до точки P . В точке P колебания двух волн складываются. Световые векторы волн в точке P имеют вид:

$$E_1 = A_1 \cos(\omega(t - s_1/v_1) + \varphi) \quad \text{и} \quad E_2 = A_2 \cos(\omega(t - s_2/v_2) + \varphi),$$

где $v_1 = c/n_1$ и $v_2 = c/n_2$ – фазовые скорости волн; φ – случайная фаза колебаний обеих волн в точке O , которую можно считать постоянной, если расстояния, проходимые обеими волнами до встречи, не превышают длину когерентности.

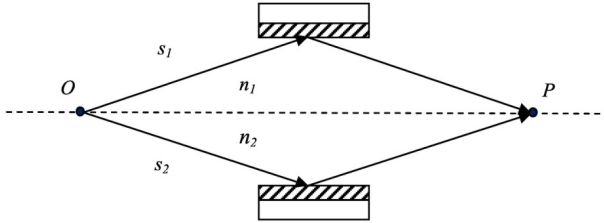


Рис. 8

Разность фаз двух волн в точке P

$$\Delta\varphi = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_2 s_2 - n_1 s_1),$$

где λ_0 – длина световой волны в вакууме.

Оптической длиной пути l световой волны в среде называется произведение геометрической длины пути волны s на абсолютный показатель преломления среды n :

$$l = ns,$$

а *оптической разностью хода Δ* называется разность оптических длин путей, проходимых волнами:

$$\Delta = l_2 - l_1 = n_2 s_2 - n_1 s_1.$$

Условия максимумов и минимумов интерференции можно тогда записать следующим образом: две когерентные волны усиливают друг друга в тех точках, где их оптическая разность хода равна целому числу длин волн света в вакууме:

$$\Delta = m\lambda_0, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

и ослабляют друг друга в тех точках, где их оптическая разность хода равна полуцелому числу длин волн света в вакууме:

$$\Delta = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Две волны можно считать когерентными, если их оптическая разность хода не превышает их длину когерентности:

$$\Delta < l_{\text{кор}}$$

Целое число m нумерует интерференционные максимумы (или минимумы), которые соответствуют светлым (или темным) полосам на экране наблюдения. Максимальное число интерференционных максимумов, которые можно наблюдать, определяется длиной когерентности световой волны:

$$m_{\text{max}} \approx \frac{l_{\text{кор}}}{\lambda_0}$$

Рассмотрим интерференционную картину от двух источников S_1 и S_2 , имеющих вид параллельных тонких светящихся нитей (рис. 9). Расстояние между источниками – d . Расстояние от источников до экрана – l . Источники испускают когерентные световые волны.

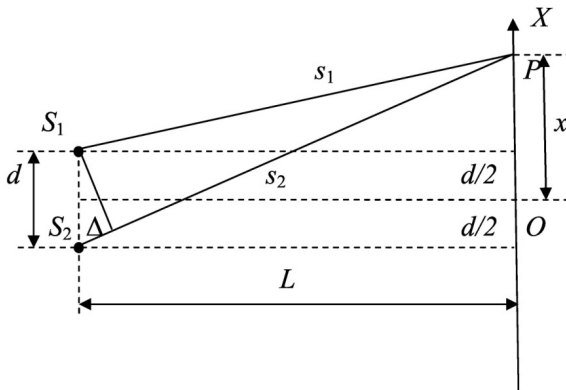


Рис. 9

Направим ось X вдоль экрана параллельно линии источников. Выберем начало координат посередине между источниками. Рассмотрим произвольную точку с координатой x на экране. Оптическая разность хода двух волн в этой точке:

$$\Delta = n(s_2 - s_1),$$

где n – показатель преломления среды;

$$s_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2, \quad s_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2.$$

Будем считать, что $d \ll l$ и $x \ll l$. Тогда

$$s_2^2 - s_1^2 = (s_2 + s_1)(s_2 - s_1) \approx 2l(s_2 - s_1).$$

Но

$$s_2^2 - s_1^2 = \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 = 2xd,$$

откуда для оптической разности хода получим:

$$\Delta = \frac{nx d}{l}.$$

Следовательно, координаты максимумов и минимумов интерференции на экране определяются формулами

$$(x_k)_{\max} = \pm k \frac{\lambda_0 l}{nd} = \pm k \frac{\lambda l}{d}, k = 0, 1, 2, \dots;$$

$$(x_k)_{\min} = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_0 l}{nd} = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda l}{d}, k = 0, 1, 2, \dots,$$

где λ_0 — длина световой волны в вакууме, $\lambda = \lambda_0/n$ — длина световой волны в среде.

Расстояние между двумя соседними максимумами интенсивности называется расстоянием между интерференционными полосами, а расстояние между двумя соседними минимумами интенсивности называется шириной интерференционной полосы. В данном случае ширина полос равна расстоянию между полосами:

$$\Delta x = \frac{\lambda_0 l}{nd} = \frac{\lambda l}{d}.$$

Если интенсивности световых волн от обоих источников одинаковы $I_1 = I_2 = I_0$, то результирующая интенсивность на экране

$$I = I_0 + I_0 + 2I_0 \cos(\Delta\varphi) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right),$$

где

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = \frac{2\pi x d}{\lambda l}.$$

В опыте Юнга (рис. 10) источником когерентных волн являются две узкие щели S_1 и S_2 в непрозрачном экране Э. Первичным источником служит ярко освещенная щель S .

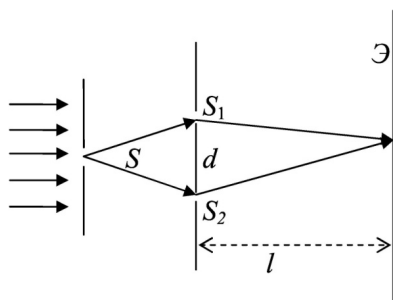


Рис. 10

Вследствие интерференции на экране видна система чередующихся темных и светлых полос. Расстояние между соседними светлыми (или темными) полосами равно

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d}.$$

Интерференцию от двух источников можно также наблюдать с помощью зеркал Френеля (рис. 11, а) и с помощью бипризмы Френеля (рис. 11, б).

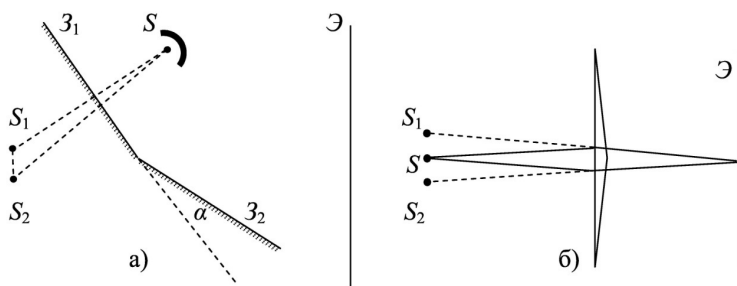


Рис. 11

Зеркала Френеля – два плоских зеркала Z_1 и Z_2 , угол α между которыми очень мал. Свет от действительного источника S отражается от зеркал в виде двух когерентных волн. Действительный источник S можно заменить его изображениями в зеркалах – двумя когерентными мнимыми источниками S_1 и S_2 . На экране \mathcal{E} возникает интерференционная картина.

Бипризма Френеля – треугольная стеклянная призма с тупым углом при вершине, близким к 180° . Свет от действительного источника S преломляется на двух гранях призмы и в виде двух когерентных волн падает на экран. Действительный источник S можно заменить его двумя мнимыми изображениями S_1 и S_2 .

2.2. Интерференция в тонких пленках. Кольца Ньютона. Интерферометры

Пусть из воздуха на плоскопараллельную прозрачную пластинку с показателем преломления n и толщиной d под углом i падает плоская монохроматическая волна (рис. 12). В точке A луч I частично отразится, а частично преломится и после отражения на нижней поверхности пластины в точке C выйдет из пластины в точке B , а луч II в точке B частично отразится. Далее из точки B оба луча распространяются параллельно. В точках A и E на поверхности волнового фронта колебания происходят с одинаковой фазой. При отражении света от оптически более плотной среды (с большим абсолютным показателем преломления) фаза изменяется на π . Изменение фазы на π равносильно потере полуволны при отражении.

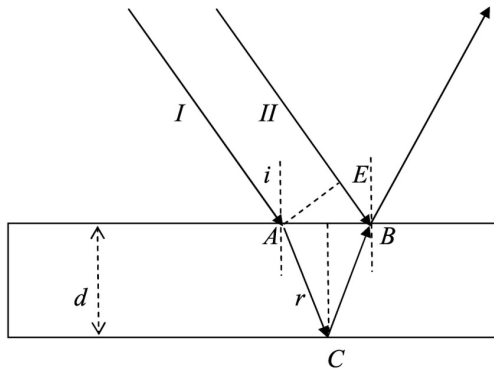


Рис. 12

С учетом этого оптическая разность хода

$$\Delta = n(AC + CB) - (EB - \lambda_0/2).$$

Используя закон преломления $\sin i = n \sin r$, $AC = CB = d \cos r$ и $EB = AB \sin i = 2d \operatorname{tg} r \sin i$, получим

$$\Delta = 2dn \cos r - \lambda_0/2.$$

В отраженном свете наблюдаются *интерференционные максимумы*, если

$$2dn \cos(r) = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda_0, k = 0, 1, 2, \dots$$

и наблюдаются *интерференционные минимумы*, если

$$2dn \cos(r) = k\lambda_0, k = 1, 2, \dots$$

Для наблюдения интерференции необходимо, чтобы оптическая разность хода Δ была меньше длины когерентности l_{coh} . Так как

$$\Delta \approx 2d, l_{coh} \approx \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_0}, \text{ то}$$

$$d < \frac{\lambda_0^2}{2\Delta\lambda_0}.$$

Интервал $\Delta\lambda_0$ определяется светофильтром. Для $\lambda_0 = 500$ нм и $\Delta\lambda_0 = 2$ нм $d < 0,06$ мм. Для наблюдения интерференции пластинки должны быть тонкими.

Частным случаем интерференции света в тонких пленках являются кольца Ньютона. Они наблюдаются при отражении света от соприкасающихся друг с другом плоскопараллельной толстой стеклянной пластинки и плосковыпуклой линзы с большим радиусом кривизны R (рис. 13).

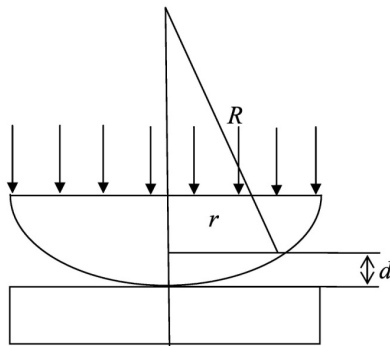


Рис. 13

Роль тонкой пленки играет воздушный зазор между пластинкой и линзой. При нормальном падении света интерференционная картина имеет вид концентрических окружностей, называемых кольцами Ньютона. Найдем радиус колец Ньютона. Разность хода лучей, отраженных от поверхностей пластинки и линзы,

$$\Delta = 2d + \lambda_0/2,$$

так как вблизи точки соприкосновения линзы с пластинкой угол падения лучей можно считать равным нулю, а при отражении от пластинки происходит потеря полуволны. С другой стороны,

$$r^2 = R^2 - (R - d)^2 = 2Rd - d^2 \approx 2Rd,$$

откуда

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}.$$

Из условия максимумов и минимумов интерференции получим радиусы колец Ньютона в отраженном свете.

Радиусы темных колец:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda_0}, k = 1, 2, \dots$$

Радиусы светлых колец:

$$r_k = \sqrt{\frac{(2k-1)}{2} R\lambda_0}, k = 1, 2, \dots$$

В центре картины наблюдается темное пятно.

Интерферометры – точные измерительные приборы, действие которых основано на явлении интерференции света. Интерферометр Жамена (рис. 14) применяется для точных измерений показателей преломления газов.

Две одинаковые толстые плоскопараллельные стеклянные пластины *A* и *B* установлены параллельно друг другу. Луч света от монохроматического источника *S* разделяется на два когерентных луча, отраженных от двух граней пластины *A*. На пути этих лучей ставятся две одинаковые кюветы с газом. Затем эти лучи, отраженные от граней второй пластины *B*, собираются линзой в фокальной плоскости, где образуют интерференционную картину в виде чередующихся темных и светлых полос. Если одну из кювет заполнить газом с известным показателем преломления n_1 , а вторую – газом с неизвестным показателем преломления n_2 , то дополнительная оптическая разность хода лучей составит

$$\Delta = (n_2 - n_1)l,$$

где l — длина кювет, что приведет к смещению интерференционной картины на k полос, причем

$$\Delta = k\lambda_0,$$

λ_0 — длина световой волны в вакууме, так что

$$n_2 = n_1 + \frac{k\lambda_0}{l}.$$

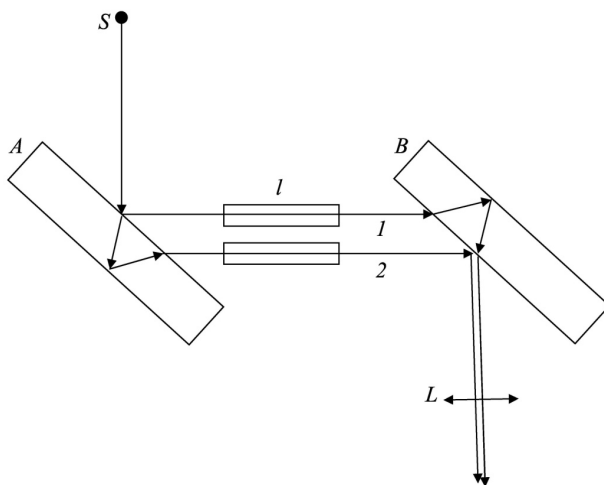


Рис. 14

Например, при $l = 5$ см и $\lambda_0 = 500$ нм смещению полос на 0,1 их ширины, которое еще можно достаточно надежно зарегистрировать, соответствует ничтожно малая разность $n_2 - n_1 = 10^{-6}$.

Интерферометр Майкельсона (рис. 15) можно использовать для точных измерений перемещений. A — стеклянная пластинка, покрытая тонким полупрозрачным слоем серебра. Луч монохроматического света от источника S разделяется пластинкой A на два когерентных луча 1 и 2. Луч 1 отражается от пластинки A , а луч 2 проходит через нее. Затем лучи 1 и 2 отражаются от зеркал Z_1 и Z_2 и возвращаются к пластинке A . Луч 2 отражается, а луч 1 проходит через нее. Далее лучи 1 и 2 собираются линзой в фокальной плоскости, образуя интерференционную картину. При смещении одного

из зеркал на расстояние L появляется дополнительная оптическая разность хода лучей

$$\Delta = 2L,$$

что приводит к смещению интерференционной картины на k полос, так что

$$\Delta = k\lambda_0, L = k\lambda_0/2.$$

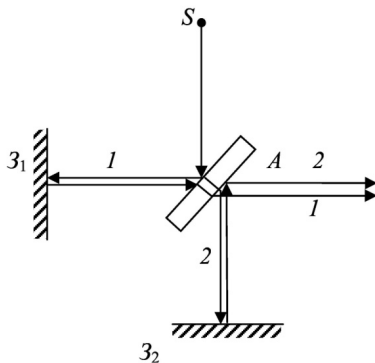


Рис. 15

Погрешности при измерении длины с помощью интерферометра Майкельсона весьма малы (порядка 10^{-7} м).

2.3. Дифракция света. Дифракция Френеля

Дифракцией называется совокупность явлений, возникающих при распространении света в среде с резко выраженными неоднородностями и связанных с отклонением от законов геометрической оптики. В частности, дифракция приводит к огибанию препятствий светом и попаданию его в область геометрической тени. Явления дифракции проявляются тем сильнее, чем больше длина волны света.

Явления дифракции можно объяснить на основе принципа Гюйгенса – Френеля. Этот принцип является следствием волнового уравнения. Согласно этому принципу каждый элемент волновой поверхности является источником вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна площади dS этого элемента. Все вторичные волны являются когерентными. Световой вектор dE волны, пришедшей в точку P от участка dS ,

$$dE = k \frac{a_0 dS}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha),$$

где $(\omega t + \alpha)$ – фаза колебаний на участке dS ; r – расстояние от участка dS до точки P ; a_0 – амплитуда колебаний на участке dS ; k – коэффициент, зависящий от угла φ между нормалью к поверхности и направлением на точку P .

Коэффициент k имеет максимальное значение при $\varphi = 0$ и минимальное значение при $\varphi = 90^\circ$. Результирующее колебание светового вектора в точке P выразится интегралом по всей волновой поверхности S :

$$E = \int_S k \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha) dS.$$

Рассчитать дифракцию Френеля можно, пользуясь методом зон Френеля.

Точечный источник света S (рис. 16) заменим вторичными источниками, расположенными на волновой поверхности, которая представляет собой сферу радиуса a . Точка наблюдения P находится на расстоянии b от волновой поверхности. Разобьем волновую поверхность на кольцевые зоны так, что расстояния от краев двух соседних зон до точки P отличаются на $\lambda/2$, где λ – длина волны света. Тогда расстояние от края m -й зоны до точки P :

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2}.$$

Найдем радиус r_m m -й зоны и высоту h_m m -го сферического сегмента.

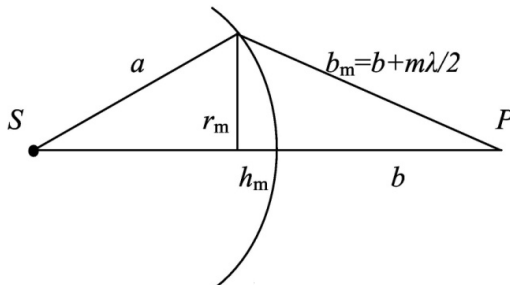


Рис. 16

Как следует из рис. 16:

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2.$$

Если число зон невелико, так что $h_m \ll a$, $h_m \ll b$, $m \lambda \ll b$, тогда

$$r_m^2 = 2ah_m = bm\lambda = 2bh_m,$$

откуда

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)} \quad \text{и} \quad r_m = \sqrt{\frac{mab\lambda}{a+b}}.$$

Площадь m -й зоны Френеля

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1},$$

где S_m — площадь m -го сферического сегмента:

$$S_m = 2\pi ah_m = \frac{\pi abm\lambda}{(a+b)}.$$

Следовательно, площади

$$\Delta S_m = \frac{\pi ab\lambda}{(a+b)}$$

всех зон Френеля для небольших m одинаковы. Но расстояния b_m до точки P и углы φ увеличиваются, а следовательно, амплитуды колебаний в точке P вторичных волн медленно уменьшаются с увеличением номера зоны m . Пусть A_m — амплитуда колебания светового вектора в точке P , возбуждаемого вторичной волной от m -й зоны Френеля. Амплитуды A_m образуют медленно убывающую монотонную последовательность:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_m > A_{m+1} > \dots$$

Поскольку фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами в точке P , отличаются на π , то амплитуда результирующего колебания в точке P определится выражением

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots,$$

которое можно переписать в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \dots$$

Амплитуды A_m убывают монотонно с номером m , так что последовательность A_m можно приближенно считать арифметической прогрессией. Тогда

$$A_m \approx \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2} \quad \text{и} \quad A \approx \frac{A_1}{2}.$$

Амплитуда A колебаний, возбуждаемых всей волновой поверхностью, равна половине амплитуды A_1 колебаний, возбуждаемых одной только первой зоной Френеля. При $a = b = 1$ м, $\lambda = 500$ нм, $r_1 = 0,5$ мм.

Дифракция от круглого отверстия

Пусть на пути сферической волны от точечного источника S расположен непрозрачный экран с круглым отверстием радиуса r_0 . Источник S можно заменить участком волновой поверхности. Отверстие оставляет открытым m зон Френеля, где

$$m = \frac{r_0^2 (a + b)}{ab\lambda}.$$

Амплитуда результирующего колебания в точке P

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m,$$

где m — число открытых зон Френеля.

Используя приближение арифметической прогрессии, получим

$$A = \frac{A_1 \pm A_m}{2},$$

где '+' — для четных m ; '−' — для нечетных m .

Если число открытых зон Френеля невелико, то A_m мало отличается от A_1 . Следовательно при четных m амплитуда A близка к нулю, в центре экрана напротив отверстия наблюдается темное пятно. Если m — нечетное, то $A = A_1$, в центре экрана напротив отверстия наблюдается светлое пятно. Его интенсивность в 4 раза больше, чем без отверстия.

Если диаметр отверстия большой, число открытых зон Френеля велико, тогда $A_m \ll A_1$,

$$A = \frac{A_1}{2},$$

т. е. интенсивность в центре экрана будет такой же, как если бы никакого отверстия не было.

Дифракционная картина на экране имеет вид концентрических чередующихся светлых и темных колец, причем в центре наблюдается светлое пятно, если число m открытых зон Френеля нечетное, и темное пятно, если m — четное.

Амплитуду A в центре экрана можно еще больше увеличить, если открыть все нечетные зоны Френеля и закрыть все четные.

Зонная пластинка (рис. 17) – прозрачная пластинка, на которую нанесено непрозрачное покрытие, закрывающее все четные кольца с радиусами $r_m = r_1 \sqrt{m}$, $m = 1, 2, 3, \dots$



Рис. 17

Пусть a – расстояние от точечного источника света до пластинки, b – расстояние от пластинки до экрана. В центре экрана будет наблюдаться яркое светлое пятно, если радиус m -й зоны Френеля будет равен радиусу m -го кольца пластинки:

$$r_1 \sqrt{m} = \sqrt{\frac{mab\lambda}{a+b}},$$

т. е. яркое пятно на экране наблюдается, если расстояния a и b удовлетворяют условию:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}, \quad F = \frac{r_1^2}{\lambda}.$$

Следовательно, зонная пластинка действует подобно собирающей линзе с фокусным расстоянием

$$F = \frac{r_1^2}{\lambda}.$$

Интенсивность света в фокусе $I \sim A^2$,

$$A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots + A_{2k-1},$$

где k – число закрасненных колец на пластинке.

Если число зон невелико, то $A_1 \approx A_3 \approx \dots \approx A_{2k-1}$, $A = kA_1$,

$$I = 4k^2 I_0,$$

где $I_0 \sim (A_1/2)^2$ – интенсивность в отсутствие пластинки.

Дифракция от круглого отверстия

Пусть непрозрачный диск радиусом r_0 закрывает m первых зон Френеля. Амплитуда колебаний в центре экрана

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots \approx \frac{A_{m+1}}{2}.$$

Если число закрытых зон невелико, то $A_{m+1} \approx A_1$, $A = A_1/2$, т. е. интенсивность света в центре экрана будет такой же, как если бы

препятствия не было. Дифракционная картина имеет вид чередующихся светлых и темных колец, в центре экрана наблюдается светлое пятно. Если число закрытых зон велико, то $A_{m+1} \approx 0$, $A \approx 0$, и освещенность в области тени везде равна нулю. Если размер диска меньше, чем радиус первой зоны Френеля, то он вообще не отбрасывает тени.

2.4. Дифракция Фраунгофера от щели. Дифракционная решетка

Пусть на бесконечно длинную узкую щель шириной b падает нормально плоская монохроматическая волна с длиной волны λ (рис. 18).

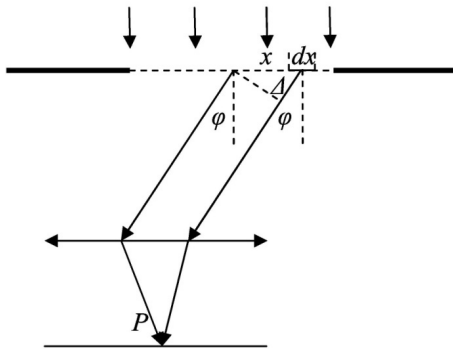


Рис. 18

Разобьем щель на элементарные полоски шириной dx . Эти полоски испускают вторичные световые волны во всех направлениях. Все волны, испускаемые под углом φ к оптической оси линзы, собираются в одной точке P в фокальной плоскости линзы. Колебания светового вектора dE в точке P , возбуждаемые полоской шириной dx , имеющей координату x ,

$$dE = A_0 \frac{dx}{b} \cos(\omega t - k\Delta) = A_0 \frac{dx}{b} \operatorname{Re}\{e^{i(\omega t - k\Delta)}\},$$

где A_0 – постоянная амплитуда на поверхности щели (фаза колебаний на поверхности щели равна 0); $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; $\Delta = x \sin \varphi$ – оптическая разность хода волн, испускаемых полоска-

ми в центре щели $x = 0$ и на расстоянии x от центра. Результирующее колебание светового вектора в точке P

$$E = \frac{A_0}{b} \operatorname{Re} \left\{ \int_{-b/2}^{b/2} e^{i(\omega t - kx \sin \varphi)} dx \right\} = A_0 \frac{\sin \left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)} \cos(\omega t),$$

соответственно, результирующая интенсивность в точке P

$$I = I_0 \left[\frac{\sin \left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)} \right]^2,$$

где I_0 – интенсивность в центре экрана (в главном фокусе линзы).

Минимумы интенсивности наблюдаются при условии

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Дифракционная картина имеет вид чередующихся светлых и темных полос. Распределение интенсивности света на экране характеризуется графиком, приведенным на рис. 19.

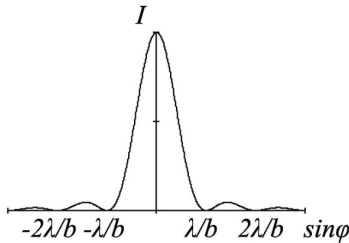


Рис. 19

Дифракционная решетка

Дифракционной решеткой называется совокупность большого числа одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние щелей (рис. 20).

Расстояние d между серединами соседних щелей называется постоянной (или периодом) решетки. Пусть на решетку нормально падает плоская монохроматическая волна с длиной волны λ . За решеткой располагается собирающая линза, в фокальной плоско-

сти линзы – экран. Все лучи, идущие за решеткой под углом φ к нормали, собираются в одной точке P в фокальной плоскости линзы. В дифракционной решетке щели расположены близко друг к другу, так что идущие от них волны будут когерентны. Пусть A_1 – амплитуда волны в точке P от одной щели, разность хода волн от соседних двух щелей $\Delta = d \sin \varphi$. Колебания светового вектора в точке P , возбуждаемые волной от n -й щели имеют вид

$$E_n = A_1 \cos(\omega t - k\Delta(n - 1)).$$

Результирующее колебание в точке P равно сумме:

$$E = \sum_{n=0}^{N-1} E_n = A_1 \operatorname{Re} \left\{ e^{i\omega t} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-ikn\Delta} \right\} = A_1 \frac{\sin\left(\frac{k\Delta N}{2}\right)}{\sin\left(\frac{k\Delta}{2}\right)} \cos\left(\omega t - \frac{k\Delta(N-1)}{2}\right),$$

где N – число щелей в решетке.

Распределение интенсивности света на экране, следовательно, описывается формулой

$$I = I_1 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi d N \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda}\right)} \right]^2,$$

где

$$I_1 \sim |A_1|^2 = I_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)} \right]^2$$

представляет собой интенсивность света от одной щели шириной b , а I_0 – интенсивность в центре экрана при $\varphi = 0$.

Интенсивность обращается в ноль $I = 0$ при $b \sin \varphi = \pm m\lambda$, $m = 0, 2, 3, \dots$

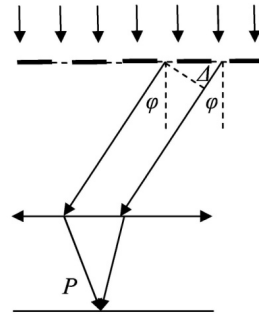


Рис. 20

При $d \sin \varphi = \pm k\lambda$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ интенсивность имеет максимум

$$I_{\max} = I_1 \frac{\sin^2(\pi k N)}{\sin^2(\pi k)} = I_1 N^2,$$

величина которого в N^2 раз превышает интенсивность от одной щели.

Условие $d \sin \varphi = \pm k\lambda$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ называется условием главных максимумов дифракционной решетки, k – порядок главного максимума. В промежутке между двумя главными максимумами имеется $N - 1$ добавочный минимум, определяемый условием

$$d \sin \varphi = \pm \frac{k'}{N} \lambda,$$

где k' – любое целое число, кроме $N, 2N, 3N, \dots$ и т. д.

Между двумя добавочными минимумами имеются вторичные максимумы, но их интенсивность много меньше, чем интенсивность главных максимумов. График распределения интенсивности света представлен на рис. 21.

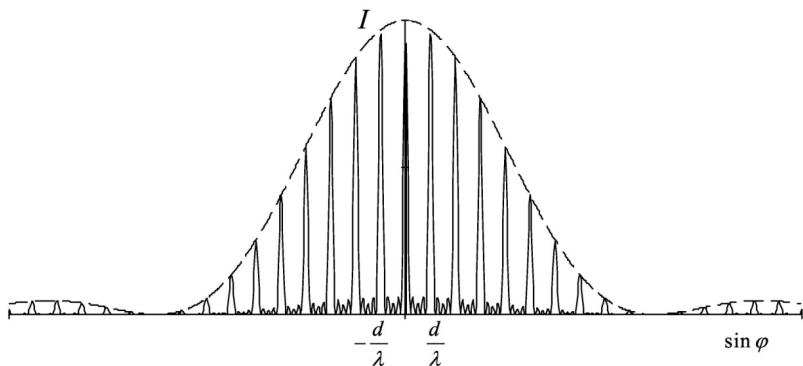


Рис. 21

Положение главных максимумов зависит от длины волны света. При пропускании через дифракционную решетку белого света все главные максимумы, кроме нулевого, будут разлагаться в спектр, т. е. дифракционная решетка представляет собой спектральный прибор. Основные характеристики спектрального прибора – дисперсия и разрешающая сила.

Угловой дисперсией называется величина

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda},$$

в которой $\delta\varphi$ – угловое расстояние между спектральными линиями, различающимися по длине волны на $\delta\lambda$.

Линейной дисперсией называется величина

$$D_{\text{лин}} = \frac{\delta l}{\delta\lambda},$$

δl – линейное расстояние между спектральными линиями, различающимися по длине волны на $\delta\lambda$.

Найдем угловую и линейную дисперсии дифракционной решетки. Из условия главных максимумов имеем:

$$d \sin \varphi = k\lambda, \quad d \cos \varphi \delta\varphi = k\delta\lambda,$$

откуда

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi}.$$

При небольших углах $\varphi \cos \varphi \approx 1$, и угловая дисперсия дифракционной решетки для главного максимума порядка k имеет вид

$$D = \frac{k}{d}.$$

При малых углах φ также $\delta l = F\delta\varphi$, где F – фокусное расстояние линзы, и тогда линейная дисперсия дифракционной решетки определяется формулой

$$D_{\text{лин}} = \frac{k}{d} F.$$

Разрешающей силой спектрального прибора называется величина

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda},$$

где $\delta\lambda$ – минимальная разность длин волн двух спектральных линий λ и $\lambda + \delta\lambda$, при которой эти линии воспринимаются отдельно.

Две спектральные линии воспринимаются еще отдельно, если середина максимума одной линии совпадает с краем другой. Найдем разрешающую силу дифракционной решетки:

– условие главного k -го максимума для линии $\lambda + \delta\lambda$

$$d \sin \varphi = k(\lambda + \delta\lambda);$$

– условие первого побочного минимума для линии λ в k -м порядке

$$d \sin \varphi = \left(k + \frac{1}{N} \right) \lambda .$$

Из этих условий следует, что

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = kN .$$

Разрешающая сила дифракционной решетки прямо пропорциональна порядку спектра k и числу щелей N .

Дифракция на пространственной решетке

Дифракция света наблюдается *на одномерных решетках* (система параллельных штрихов), *на двумерных решетках* (штрихи нанесены во взаимно перпендикулярных направлениях в одной и той же плоскости) и *на пространственных (трехмерных) решетках* – пространственных образованиях, в которых элементы структуры подобны по форме, имеют геометрически правильное и периодически повторяющееся расположение, а также постоянные (периоды) решеток, соизмеримые с длиной волны электромагнитного излучения. Кристаллы, являясь трехмерными пространственными образованиями с постоянной решетки порядка 10^{-10} м, могут быть использованы для наблюдения дифракции рентгеновского излучения ($\lambda \approx 10^{-12} \div 10^{-8}$ м).

Представим кристалл в виде параллельных кристаллографических плоскостей, отстоящих друг от друга на расстоянии d (рис. 22). Пусть на кристалл падает плоская монохроматическая волна длиной λ с углом скольжения θ (угол между направлением падающих лучей и кристаллографической плоскостью).

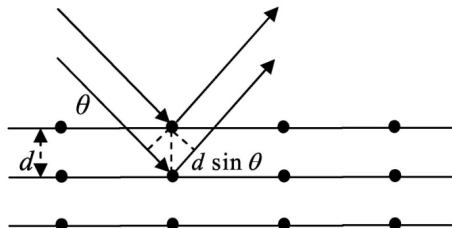


Рис. 22

Вторичные волны, отраженные от соседних кристаллографических плоскостей, можно считать когерентными. Оптическая разность хода таких волн

$$\Delta = 2d \sin \theta.$$

Дифракционные максимумы будут наблюдаться, если выполнено условие Вульфа – Брэггов:

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Это условие используется:

1) в *рентгеноструктурном анализе* – если известна длина волны λ рентгеновского излучения, то, наблюдая дифракцию на кристаллической структуре неизвестного строения и измеряя θ и m , можно найти d , т. е. определить структуру вещества;

2) *рентгеновской спектроскопии* – если известна d , то измеряя θ и m , можно найти длину волны λ падающего рентгеновского излучения.

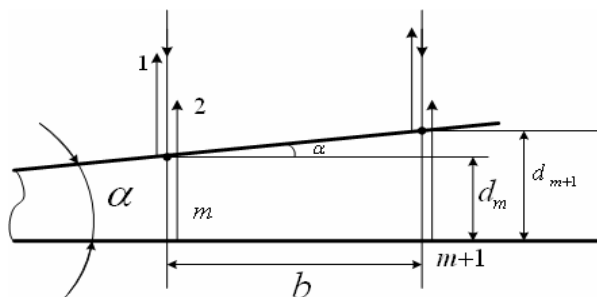
2.5. Примеры решения задач

Задача 1. На тонкий стеклянный клин падает нормально параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 500$ нм. Расстояние между соседними темными интерференционными полосами в отраженном свете $b = 0,5$ мм. Определить угол α между поверхностями клина. Показатель преломления стекла, из которого изготовлен клин, $n = 1,6$.

Дано:	СИ:	Решение:
$\lambda = 500$ нм	$500 \cdot 10^{-9}$ м	
$b = 0,5$ мм	$0,5 \cdot 10^{-3}$ м	
$n = 1,6$		
$\alpha - ?$		

Параллельный пучок света, падая нормально на грань клина, отражается от его верхней и нижней граней.

Так как угол клина мал, то отраженные лучи 1 и 2 практически параллельны. Отраженные лучи когерентны, и на поверхности клина будут наблюдаться интерференционные полосы.



Условие минимума для клина в общем случае:

$$2d \cdot n + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, m = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где d – толщина клина в месте темной полосы; $\frac{\lambda}{2}$ – дополнительная разность хода, обусловленная отражением световой волны от оптически более плотной среды;

$$2d \cdot n + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2};$$

$$2d \cdot n = 2m \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2} = m\lambda;$$

$$d = \frac{m\lambda}{2n}; \quad (2)$$

– толщина клина в месте темной полосы, соответствующей номеру m

$$d_m = \frac{m\lambda}{2n}; \quad (3)$$

– толщина клина в месте темной полосы, соответствующей номеру $m + 1$

$$d_{m+1} = \frac{(m+1)\lambda}{2n}. \quad (4)$$

Из рисунка видно, что

$$\sin \alpha = \frac{d_{m+1} - d_m}{b}. \quad (5)$$

Так как угол α очень мал, то $\sin \alpha \approx \alpha$

$$\alpha = \frac{d_{m+1} - d_m}{b}. \quad (6)$$

Подставим (3) и (4) в (6), получим:

$$\alpha = \frac{d_{m+1} - d_m}{b} = \frac{\frac{(m+1)\lambda}{2n} - \frac{m\lambda}{2n}}{b} = \frac{(m+1)\lambda - m\lambda}{2bn} = \frac{m\lambda + \lambda - m\lambda}{2bn} = \frac{\lambda}{2bn};$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{2bn}. \quad (7)$$

Подставим численные значения:

$$\alpha = \frac{\lambda}{2bn} = \frac{500 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 1,6} = 0,0003125 \text{ рад} = 3,125 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

Угол α в градусах:

$$\alpha^\circ = \frac{180^\circ \cdot \alpha \text{ рад}}{\pi} = \frac{180^\circ \cdot 3,125 \cdot 10^{-4} \text{ рад}}{3,14 \text{ рад}} \approx 0,0179^\circ = 0,018^\circ.$$

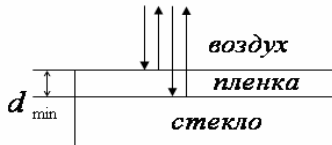
Угол α в минутах: $\alpha' = 0,018 \cdot 60 = 1,08'$.

Угол α в секундах: $\alpha'' = 1,08 \cdot 60 = 64,8''$.

Ответ: $\alpha = 0,0003125 \text{ рад} = 3,125 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 0,018^\circ = 1,08' = 64,8''$.

Задача 2. На поверхность стеклянного объектива нанесена тонкая пленка, показатель преломления которой $n_2 = 1,2$ («просветляющая» пленка). Какова наименьшая толщина этой пленки, при которой произойдет максимальное ослабление отраженного света в средней части видимого спектра?

Дано:	СИ:	Решение:
$n_2 = 1,2$	$550 \cdot 10^{-9} \text{ м}$	
$\lambda = 550 \text{ нм}$		
$d_{\min} \text{ — ?}$		



Разность хода световых лучей, отраженных от верхней и нижней поверхности пленки, равна

$$\Delta = L_2 - L_1 = 2d \cdot n_2;$$

$$\Delta = 2d \cdot n, \quad (1)$$

где n — показатель преломления пленки.

При отражении от границы *воздух-пленка* разность хода изменяется на полволны ($n_{\text{возд}} < n_{\text{пленки}}$), но и при отражении от границы *пленка-стекло* разность хода также изменяется на полволны ($n_{\text{пленки}} < n_{\text{стекла}}$), поэтому в итоге выражение (1) остается без изменений.

Отраженный пучок будет иметь наименьшую яркость, если оптическая разность хода будет соответствовать условию интерференционных минимумов:

$$\Delta = \pm(2m + 1)\frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

Приравняем правые части выражений (1) и (2):

$$2d \cdot n_2 = \pm(2m + 1)\frac{\lambda}{2}.$$

Отсюда толщина пленки

$$d = \frac{(2m + 1)\frac{\lambda}{2}}{2n_2} = \frac{(2m + 1)\lambda}{4n_2};$$

$$d = \frac{(2m + 1)\lambda}{4n_2}. \quad (3)$$

Выражение (3) будет иметь минимальное значение, если $m = 0$:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2}. \quad (4)$$

Так как в условии задачи задана средняя часть видимого спектра, то длину волны возьмем равной длине волны зеленого цвета $\lambda = 550 \text{ нм}$.

Проверка размерности

$$[d_{\min}] = \frac{[\lambda]}{[n]} = \frac{\text{м}}{1} = \text{м}.$$

Подставляя численные данные, получим:

$$d_{\min} = \frac{550 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{4 \cdot 1,2} \approx 0,114 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 0,114 \text{ мкм} = 114 \text{ нм}.$$

Ответ: $d_{\min} = 0,114 \text{ мкм} = 114 \text{ нм}$.

Задача 3. Радиус четвертой зоны Френеля для плоского волнового фронта $r_4 = 3 \text{ мм}$. Определите радиус двенадцатой зоны из той же точки наблюдения.

Дано:	СИ:	Решение:
$r_4 = 3 \text{ мм}$	$3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	
$m = 4$		
$r_{12} = ?$		

Радиус внешней границы m -й зоны Френеля для сферической волны

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}, \quad (1)$$

где m – номер зоны Френеля; λ – длина волны; a и b – расстояния дифракмы с круглым отверстием соответственно от точечного источника и от экрана, на котором наблюдается дифракционная картина.

Так как наблюдение происходит из той же точки, то при отношении радиусов соответствующих зон неизвестные нам расстояния сокращаются, также сокращается значение длины волны:

$$r_4 = \sqrt{\frac{ab}{a+b} 4\lambda}; \quad (2)$$

$$r_{12} = \sqrt{\frac{ab}{a+b} 12\lambda}; \quad (3)$$

$$\frac{r_4}{r_{12}} = \sqrt{\frac{ab}{a+b} 4\lambda} : \sqrt{\frac{ab}{a+b} 12\lambda} = \sqrt{\frac{4}{12}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Отсюда

$$r_{12} = \sqrt{3} \cdot r_4. \quad (4)$$

Проверка размерности

$$[r_{12}] = [r_4] = \text{м}.$$

Численный расчет:

$$r_{12} = \sqrt{3} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \approx 0,0052 \text{ м} = 5,2 \text{ мм}.$$

Ответ: $r_{12} = \sqrt{3} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \approx 0,0052 \text{ м} = 5,2 \text{ мм}.$

2.6. Задачи для самостоятельного решения

103. Сколько длин волн монохроматического света с частотой колебаний $\nu = 6 \cdot 10^{14}$ Гц уложится на пути длиной $l = 1,8$ мм в вакууме?

104. На пути световой волны, идущей в воздухе, поставили стеклянную пластинку толщиной $d = 1$ мм. На сколько изменится оптическая длина пути, если волна падает на пластинку нормально?

105. Оптическая длина пути L световой волны, прошедшей через двухслойную пластинку толщиной $d = 3,0$ мм, равна 4,6 мм. Толщина первого слоя, показатель преломления которого равен $n_1 = 1,6$,

составляет $d_1 = 2,0$ мм. Рассчитать показатель преломления n_2 второго слоя пластинки.

106. В некоторую точку пространства приходят две когерентные волны с разностью хода $\Delta = 1,2$ мкм. Какой может быть длина волны видимой части спектра, чтобы в данной точке наблюдался интерференционный максимум?

107. В некоторую точку пространства приходят две когерентные волны с разностью хода $\Delta = 1,4$ мкм. Какой может быть длина волны оптического диапазона спектра, чтобы в данной точке наблюдался интерференционный минимум?

108. Экран освещен двумя точечными источниками когерентного света с длиной волны $\lambda = 600$ нм. В некоторой точке экрана наблюдается интерференционный минимум. Какой может быть разность хода Δ двух световых волн?

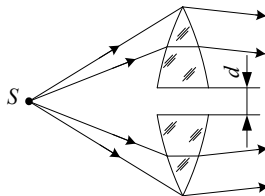
109. В состав газового интерферометра входят две параллельные трубки одинаковой длины. В одной из них находится эталонный газ, в другую помещается исследуемый газ. На сколько отличается показатель преломления исследуемого газа от эталонного ($\Delta n = n - n_0$), если при помещении его во вторую трубку интерференционная картина сместилась на 4 интерференционных полосы? Длина трубок $l = 10$ см, длина световой волны $\lambda = 500$ нм.

110. На пленку, показатель преломления которой $n = 1,5$, находящуюся в воздухе, падает белый свет под углом $\alpha = 30^\circ$. Какова должна быть минимальная толщина этой пленки, чтобы в отраженном свете она была окрашена в зеленый ($\lambda = 560$ нм) цвет?

111. Какой минимальной толщины должна быть нанесена на пластинку пленка, чтобы в отраженном свете погасить зеленый ($\lambda = 520$ нм) свет? Лучи падают на пластинку нормально. Показатель преломления пленки $n_{\text{пленки}} = 1,3$, $n_{\text{пластинки}} > n_{\text{пленки}}$.

112. Тонкая собирающая линза разрезана пополам, половины раздвинуты на расстояние $d = 1$ мм. По одну сторону от линзы находится источник монохроматического света (накаленная нить с фильтром), а по другую — экран, на котором получают интер-

ференционные полосы (рис.). Объясните происхождение полос.



Определите ширину интерференционных полос, если источник света находится на расстоянии $a = 30$ см от разрезанной линзы, а экран — на расстоянии $b = 490$ см. Фокусное расстояние линзы $F = 10$ см.

Длина световой волны, пропускаемой фильтром, $\lambda = 500$ нм. Каким должен быть диаметр нити, чтобы наблюдалась интерференционная картина? Сколько интерференционных полос видно на экране?

113. Мыльная пленка, расположенная вертикально, освещается зеленым светом с длиной волны $\lambda = 546$ нм. При наблюдении в отраженном свете на поверхности пленки видны темные и светлые полосы, причем на протяжении $l = 2$ см насчитывается пять темных полос. Считая, что свет падает на поверхность пленки нормально, определите угол между поверхностями пленки. Показатель преломления мыльной воды $n = 1,33$.

114. Найдите длину волны монохроматического излучения, если в опыте Юнга расстояние первого интерференционного максимума от центральной полосы $x_1 = 0,05$ см, расстояние между отверстиями $2l = 0,5$ см, экран расположен на расстоянии $b = 5$ м от отверстий.

115. На пути одного луча в опыте Юнга поставлена трубка с плоскопараллельными стеклянными основаниями длиной $l = 2$ см. При заполнении трубки хлором вся интерференционная картина на экране смещается на $N = 20$ полос. Вычислите показатель преломления хлора, считая, что показатель преломления воздуха $n_{\text{в}} = 1,000\,276$, длина волны света, даваемого источником, $\lambda = 589$ нм.

116. В опыте Юнга зеленый светофильтр заменили красным. Как при этом изменилась ширина интерференционных полос на экране ($\lambda_3 = 5 \cdot 10^{-7}$ м, $\lambda_{\text{кр}} = 6,5 \cdot 10^{-7}$ м)?

117. При освещении зеркал Френеля монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 486$ нм на экране, отстоящем на расстоянии $b = 1$ м от линии пересечения зеркал, наблюдают интерференционные полосы, ширина которых $\Delta x = 1$ мм. Источник света находится

на расстоянии $r = 10$ см от линии пересечения зеркал. Определите угол между зеркалами.

118. Определите расстояние между центральной и пятой светлой полосой, если угол между зеркалами Френеля $\alpha = 20'$. Источник, дающий свет с длиной волны $\lambda = 589$ нм, находится от линии пересечения зеркал на расстоянии $r = 10$ см, а экран – на расстоянии $b = 1$ м.

119. Из линзы с фокусным расстоянием $F = 50$ см вырезали центральную часть шириной d и оставшиеся части сдвинули до соприкосновения. Линзу поместили между точечным источником монохроматического света ($\lambda = 6,5 \cdot 10^{-7}$ м) и экраном, на котором наблюдают интерференционные полосы шириной $\Delta x = 0,5$ мм. Постройте изображения источника и определите ширину вырезанной части линзы. Расстояние от источника до линзы $a = 100$ см, от линзы до экрана $b = 30$ см.

120. Двояковыпуклая тонкая линза с оптической силой $D = 5$ дптр разрезана пополам, и половинки линзы раздвинуты на расстояние $d = 1$ мм. Источник монохроматического света ($\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м) расположен на расстоянии $a = 40$ см от линзы. Определите размеры интерференционной картины и ширину интерференционных полос на экране, отстоящем от линзы на расстоянии $b = 450$ см.

121. Определите тупой угол бипризмы θ , если расстояние от источника до бипризмы $d = 50$ см и при расстоянии от бипризмы до экрана $L = 150$ см интерференционные полосы на экране имеют ширину $\Delta x = 0,2$ мм. Показатель преломления данного сорта стекла для света, даваемого источником ($\lambda = 500$ нм), равен $n = 1,52$.

122. На мыльную пленку падает белый свет под углом 45° . При какой наименьшей толщине пленка будет казаться желтой ($\lambda_{\text{жс}} = 6 \cdot 10^{-7}$ м), если наблюдение ведется в отраженном свете? Показатель преломления мыльной воды $n = 1,33$.

123. Мыльную пленку, расположенную вертикально, наблюдают в отраженном свете через красное стекло ($\lambda_{\text{кр}} = 6,4 \cdot 10^{-7}$ м). Расстояние между соседними темными полосами получилось равным $2,8$ мм. Затем эту же пленку наблюдают через синее стекло ($\lambda_{\text{с}} = 4,4 \cdot 10^{-7}$ м).

Найдите новое расстояние между соседними темными полосами. (Считать, что за время измерений форма пленки не изменилась.)

124. На стеклянный клин падает нормально пучок света ($\lambda = 5,62 \cdot 10^{-7}$ м). Угол клина $\alpha = 20''$. Какое число темных интерференционных полос приходится на единицу длины клина? Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

125. Какова наименьшая толщина мыльной пленки, если при наблюдении ее в отраженном свете она представляется зеленой, когда угол между нормалью и лучом зрения равен $\alpha = 35^\circ$? Показатель преломления мыльной воды $n = 1,33$, $\lambda_3 = 500$ нм.

126. На изображении натриевого пламени ($\lambda = 589$ нм), наблюдаемом на вертикальной мыльной пленке, видны темные горизонтальные полосы. Расстояние между серединами темных полос равно $\Delta x = 5$ мм. Коэффициент преломления мыльной воды $n = 1,33$. Определите угол между поверхностями мыльной пленки.

127. В очень тонкой клиновидной пластинке в отраженном свете при нормальном падении лучей наблюдаются интерференционные полосы. Расстояние между соседними темными полосами $\Delta x = 5$ мм. Зная, что длина световой волны $\lambda = 580$ нм, а показатель преломления пластинки $n = 1,5$, найдите угол α между гранями пластинки.

128. Определите расстояние Δx_2 между двадцатым и двадцать первым светлыми кольцами Ньютона, если расстояние между вторым и третьим светлыми кольцами $\Delta x_1 = 1$ мм, а кольца наблюдаются в отраженном свете.

129. Найдите фокусное расстояние F плоско-выпуклой линзы, примененной для получения колец Ньютона, если радиус третьего темного кольца $r_3 = 1,1$ мм, $n = 1,6$, $\lambda = 589$ нм. Кольца наблюдаются в отраженном свете.

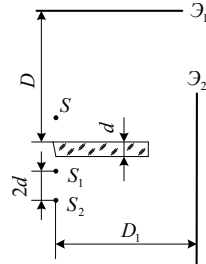
130. Найдите радиус r_1 первого темного кольца Ньютона, если между линзой и пластиной налит бензол ($n = 1,6$). Радиус кривизны линзы $R = 1$ м. Показатели преломления материала линзы и пластинки одинаковы. Наблюдение ведется в отраженном натриевом свете ($\lambda = 589$ нм).

131. Кольца Ньютона получаются между двумя плосковыпуклыми линзами, прижатыми друг к другу своими выпуклыми поверхностями. Выразите радиус r_m темного кольца номера m , если длина световой волны λ , а радиусы кривизны выпуклых поверхностей линз соответственно равны R_1 и R_2 . Наблюдение ведется в отраженном свете.

132. Наблюдатель отсчитывает ширину 10 колец Ньютона вдали от их центра. Она оказывается равной 0,7 мм. Ширина следующих 10 колец оказывается равной 0,4 мм. Наблюдение проводится в отраженном свете с длиной волны 589 нм. Определите радиус кривизны поверхности линзы.

133. Коэффициент отражения света от сухого стекла почти в 1,7 раза больше, чем от влажного. Почему?

134. При освещении плоскопараллельной слюдяной пластинки монохроматическим светом от источника S (рис.) на экране получены чередующиеся темные и светлые полосы. Объясните происхождение полос. Какова их форма?



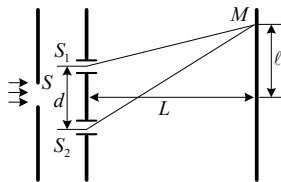
135. Определите ширину полос, если толщина пластинки $d = 0,2$ мм, расстояние от экрана \mathcal{E}_1 до пластинки $D = 4$ м, источник дает свет с длиной волны $\lambda = 500$ нм и расположен вблизи пластинки.

136. С помощью установки, описанной в предыдущей задаче, на экране \mathcal{E}_1 получены полосы, ширина которых $\Delta x = 15$ см при расстоянии от экрана $D = 3$ м. Определите: а) толщину пластины d , если источник дает свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм; б) форму и ширину интерференционных полос, если они получены от двух когерентных источников, расстояние между которыми равно удвоенной толщине пластины, а экран \mathcal{E}_2 расположен параллельно прямой, соединяющей источники. ($D_1 = D$; $\Delta x = \Delta x_1 = 40$.)

137. В интерферометре Жамена две одинаковые трубки длиной 15 см наполнены воздухом. При замене одной из них такой же трубкой, наполненной кислородом, интерференционная картина сместилась на 6 полос при длине волны падающего света $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м.

Определите показатель преломления кислорода, если показатель преломления воздуха $n = 1,000\ 292$.

138. Интерферометр Майкельсона был применен для определения длины световой волны. Для этой цели измерялось расстояние, на которое необходимо передвинуть одно из зеркал, для того чтобы сместить интерференционную картину на 100 полос. Это расстояние оказалось равным $l = 2,94 \cdot 10^{-2}$ мм. Определите длину световой волны.



139. В установке Юнга, находящейся в воздухе, расстояние L от щелей S_1 и S_2 до экрана равно 2 м. Щель S освещается монохроматическим светом с длиной волны 500 нм. Определите расстояние d между щелями S_1 и S_2 , если на экране вблизи центра интерференционной картины расстояние между двумя соседними минимумами 2 мм.

140. Между краями двух хорошо отшлифованных тонких плоских стеклянных пластинок помещена тонкая проволочка. Противоположные концы пластинок плотно прижаты друг к другу. На верхнюю пластинку нормально к ее поверхности падает монохроматический пучок света с длиной волны 600 нм. Определите угол α , который образуют пластинки, если расстояние между наблюдаемыми интерференционными полосами равно 0,6 мм.

141. Плосковыпуклая линза с оптической силой $D = 2$ дптр выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Радиус r_4 четвертого темного кольца Ньютона в проходящем свете равен 0,7 мм. Определите длину световой волны.

142. В опыте Юнга экран был удален от отверстий на расстояние 5 м. Расстояние между отверстиями 0,6 см, расстояние от третьего интерференционного максимума до центральной полосы 0,15 см. Определите: а) длину волны монохроматического света; б) расстояние между соседними светлыми интерференционными полосами; в) какова будет картина на экране, если его освещать белым светом.

143. Расстояние между двумя мнимыми изображениями источника света в зеркалах Френеля $d = 0,7$ мм, расстояние от изображений до

экрана $l = 2,3$ м, ширина темной полосы интерференции $x = 1,9$ мм, расстояние от источника до линии пересечения зеркал $r = 10$ см. Определите длину волны монохроматического света, падающего на зеркала, острый угол между ними и число полос на экране.

144. Тупой угол стеклянной бипризмы Френеля ($n = 1,5$) равен 178° , длина волны источника света $0,60$ мкм, расстояние от источника света до бипризмы 9 см, до экрана — 5 м. Определите расстояние между соседними интерференционными полосами и число полос интерференции.

145. Источник света в виде узкой щели, дающий монохроматический свет с длиной волны 5200 \AA , находится на оси собирающей линзы на расстоянии 6 см от линзы. Фокусное расстояние линзы 10 см. Из линзы вырезали центральную часть шириной $0,5$ мм и оставшиеся части сдвинули. На каком расстоянии от линзы нужно поместить экран, чтобы на нем можно было наблюдать три интерференционные полосы? Чему равно максимально возможное число полос, которое можно наблюдать в данной установке? Где нужно поместить источник, чтобы расстояние между соседними полосами не зависело от положения экрана? При какой максимальной ширине щели осветителя интерференционные полосы наблюдаются достаточно отчетливо?

146. На тонкую пленку воды под углом $\alpha = 52^\circ$ падает параллельный пучок белого света. При какой толщине пленки зеркально отраженный свет окрашен в желтый цвет ($\lambda = 0,6$ мкм) наиболее сильно? В каких пределах может меняться толщина пленки, чтобы можно было наблюдать максимум 6-го порядка желтого света?

147. Рассеянный монохроматический свет с длиной волны $0,60$ мкм падает на пленку толщиной 15 мкм с показателем преломления $1,5$. Определите угловое расстояние между соседними максимумами, наблюдаемыми в отраженном свете под углами с нормалью, близкими к 45° .

148. Интерференция при отражении света наблюдается в тонком стеклянном клине. Расстояние между соседними темными полосами 5 мм, показатель преломления стекла $1,5$, длина световой волны $0,64$ мкм. Определите угол между гранями клина.

149. Две плоскопараллельные стеклянные пластинки приложены одна к другой так, что между ними образовался воздушный клин с острым углом $25''$. На одну из пластинок падает нормально монохроматический свет с длиной волны $0,5 \text{ мкм}$. На каком расстоянии от линии соприкосновения пластинок наблюдаются первая и вторая светлые полосы в отраженном свете? Как изменится это расстояние, если пространство между пластинками заполнить водой?

150. Полосы равной толщины наблюдаются в воздушном пространстве между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками, образующими малый угол. Клин освещается рассеянным монохроматическим светом. Пластинки рассматривают с расстояния наилучшего зрения (25 см) в направлении, перпендикулярном к поверхности клина, причем глаз может смещаться перпендикулярно к ребру клина. Оцените максимальное число интерференционных полос, которые можно видеть при диаметре зрачка глаза 5 мм .

151. Плосковыпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны сферической поверхности $12,4 \text{ см}$ сильно прижата к стеклянной пластинке. Диаметры десятого и пятнадцатого темных колец Ньютона в отраженном свете равны соответственно $1,0$ и $1,5 \text{ мм}$. Определите длину волны света.

152. Ширина 10 колец Ньютона, отсчитываемых вдали от их центра, равна $0,7 \text{ мм}$, ширина следующих 10 колец $0,4 \text{ мм}$. Определите радиус кривизны линзы, если наблюдение производится в отраженном свете при длине волны $0,58 \text{ мкм}$.

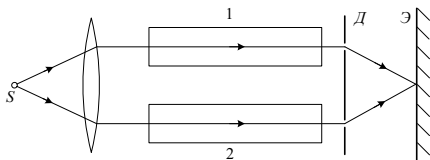
153. Две одинаковые плосковыпуклые линзы ($n = 1,51$) соприкасаются своими сферическими поверхностями. Определите оптическую силу такой системы, если в отраженном свете с длиной волны $0,60 \text{ мкм}$ диаметр пятого светлого кольца Ньютона равен $1,4 \text{ мм}$. Каков диаметр пятого кольца, если пространство между линзами заполнено сероуглеродом ($n_c = 1,63$)?

154. Плосковыпуклую линзу с радиусом кривизны R_1 положили выпуклой поверхностью на двояковогнутую линзу с радиусами кривизны поверхностей $R_2 > R_1$. На плоскую поверхность собирающей линзы нормально падает монохроматический свет с длиной

волны λ . Чему равны радиусы колец Ньютона, возникающих вокруг точки соприкосновения линз?

155. Чему должны быть равны показатель преломления пленки и ее наименьшая толщина, чтобы ею можно было просветлить поверхность стекла для зеленого света с длиной волны $0,64 \text{ мкм}$? Показатель преломления стекла для этой длины волны $n = 1,52$.

156. На рис. показана схема интерферометра, служащего для измерения показателей преломления прозрачных веществ. Здесь S – узкая щель, освещаемая монохроматическим светом $\lambda = 589 \text{ нм}$, 1 и 2 – две одинаковые трубки с воздухом, длина каждой из которых $L = 10,0 \text{ см}$, D – диафрагма с двумя щелями. Когда воздух в трубке 1 заменили аммиаком, то интерференционная картина на экране \mathcal{E} сместилась вверх на $N = 17$ полос. Показатель преломления воздуха $n = 1,000\ 277$. Определить показатель преломления аммиака.



157. Дифракционная решетка содержит 100 штрихов на 1 мм . Расстояние от решетки до экрана равно $s = 5 \text{ м}$. Решетку освещают белым светом (длины волн от 400 до 780 нм). Какова ширина спектра первого порядка?

158. Расстояние от дифракционной решетки до экрана $b = 1 \text{ м}$. При освещении решетки монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 500 \text{ нм}$ расстояние между центральным и первым максимумами на экране равно $l = 1 \text{ см}$. Сколько штрихов на миллиметр в этой решетке?

159. Дифракционная решетка, у которой 100 штрихов на 1 мм , освещена монохроматическим светом. Расстояние до экрана равно $b = 2 \text{ м}$. Какова длина волны этого света, если расстояние на экране между нулевым максимумом и максимумом второго порядка равно $l = 23,6 \text{ см}$?

160. На дифракционную решетку с постоянной, равной $d = 2,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}$, нормально падает монохроматический свет с длиной

волны $\lambda = 600$ нм. Рассчитать максимальный порядок главных максимумов, которые будут наблюдаться в дифракционной картине. Каково общее число наблюдаемых линий?

161. Какое число штрихов на единицу длины имеет дифракционная решетка, если зеленая линия ртути ($\lambda = 546,1$ нм) в спектре первого порядка наблюдается под углом $\varphi = 19^\circ 8'$?

162. Какова должна быть постоянная дифракционной решетки, чтобы в первом порядке были разрешены линии спектра калия $\lambda_1 = 404,4$ нм и $\lambda_2 = 404,7$ нм? Ширина решетки $a = 3$ см.

163. Найти наибольший порядок спектра для желтой линии натрия ($\lambda = 589$ нм), если постоянная дифракционной решетки $d = 2$ мкм. Сколько максимумов позволяет наблюдать данная решетка?

164. Чему равна постоянная дифракционной решетки, если, для того чтобы наблюдать красную линию ($\lambda = 700$ нм) в спектре второго порядка, ее надо рассматривать под углом $\varphi = 30^\circ$ от нормали к решетке?

165. Дифракционная решетка, освещенная нормально падающим монохроматическим светом, отклоняет спектр третьего порядка на угол $\varphi_1 = 30^\circ$. На какой угол φ_2 отклоняет она спектр четвертого порядка?

166. Расстояние от экрана с отверстием до точки наблюдения 1 м. Экран освещают монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м. Вычислите радиус пятой зоны Френеля, если: а) источник света точечный и расстояние между ним и экраном $a = 0,5$ м; б) волновой фронт, падающий на экран, плоский, падение света нормальное.

167. Экран находится на расстоянии $l = 40$ м от точечного монохроматического источника света ($\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м). На расстоянии $a = 20$ м от источника света помещен экран с ирисовой диафрагмой. При каком радиусе отверстия диафрагмы центр дифракционного изображения отверстия будет: а) наиболее темным; б) наиболее светлым?

168. Точечный источник света ($\lambda = 550$ нм) находится на расстоянии $l = 11$ м от экрана. Между источником света и экраном на рас-

стоянии $a = 5$ м от экрана помещена ширма с круглым отверстием, диаметр которого $d = 4,2$ мм. Как изменится освещенность в точке, находящейся в центре дифракционной картины, если ширму убрать?

169. На щель нормально падает параллельный пучок монохроматического света. Длина волны падающего света укладывается в ширине щели 8 раз. Какова ширина нулевого максимума в дифракционной картине, проецируемой линзой на экран, отстоящий от линзы на расстоянии $b = 1$ м?

170. На непрозрачную пластинку с узкой щелью нормально падает монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующий второй светлой дифракционной полосе, равен 1° . Скольким длинам волн падающего света равна ширина щели?

171. На расстоянии 2 м от точечного монохроматического источника света ($\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м) находится экран. Посредине между источником и экраном расположена непрозрачная ширма с отверстием радиусом 1 мм. Ширму перемещают к экрану на расстояние 0,75 м. Сколько раз при ее перемещении будет наблюдаться темное пятно в центре дифракционной картины на экране?

172. Каково наибольшее значение числа k (номер дифракционного максимума) для желтой линии натрия ($\lambda = 589$ нм) при нормальном падении лучей на щель шириной 2 мкм? Сколько всего наблюдается максимумов?

173. На решетку с периодом $6 \cdot 10^{-7}$ м нормально падает монохроматический свет. Разность углов дифрагирования для максимумов второго и первого порядков равна $4^\circ 32'$. Определите длину световой волны.

174. Длина волны монохроматического света $\lambda = 590$ нм. Определите наибольший порядок максимума, который можно получить с помощью решетки, имеющей 500 штрихов на миллиметр, если: а) свет падает на решетку нормально; б) свет падает на решетку под углом 30° .

175. На дифракционную решетку, имеющую 500 штрихов на 1 мм, нормально падает белый свет. Непосредственно за решеткой помещена линза с фокусным расстоянием 2 м, проецирующая спек-

тры на экран. Диапазон длин волн видимого спектра $\lambda_{\phi} = 400$ нм, $\lambda_{кр} = 700$ нм. Могут ли перекрываться спектры первого и второго порядка? Во сколько раз спектр второго порядка на экране длиннее спектра первого порядка? Какова разность углов отклонения конца первого и начала второго спектров?

176. На дифракционную решетку, имеющую 200 штрихов на 1 мм, нормально падает свет от разрядной трубки с водородом. Под каким наименьшим углом дифракции максимумы линий $\lambda_1 = 410,2$ и $\lambda_2 = 656,3$ нм совпадают?

177. Ширина решетки $L = 15$ мм, период решетки $d = 5$ мкм. В спектре какого наименьшего порядка получают отдельные изображения двух спектральных линий с разностью длин волн $\Delta\lambda = 2 \cdot 10^{-10}$ м, если линии принадлежат диапазону крайней красной части видимого спектра (780÷700 нм)?

178. На щель шириной 10 мкм нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м. Определите значения интенсивностей первого, второго и третьего максимумов, приняв интенсивность нулевого максимума за единицу.

179. Дифракционная решетка, имеющая 4000 штрихов на 1 см, используется в спектрографе. Вычислите линейную дисперсию спектрографа при объективе с фокусным расстоянием 1 м в спектре третьего порядка для длины волны $5 \cdot 10^{-7}$ м.

180. Диаметр зеркала телескопа равен $D = 2,6$ м. Какой должна быть минимальная длина l отрезка на Луне, чтобы его изображение можно было бы отличить от изображения точки?

181. Радиус Марса $R = 3400$ км. Минимальное расстояние между Землей и Марсом $L = 78$ млн км. Может ли человек с нормальным зрением видеть Марс в виде диска? Каким должно быть минимальное угловое увеличение телескопа, чтобы изображение Марса можно было отличить от изображения звезды?

182. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков отчасти перекрывают друг друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница ($\lambda = 0,4$ мкм) спектра третьего порядка?

183. На дифракционную решетку, содержащую $n = 100$ штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум третьего порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол $\Delta\varphi = 20^\circ$. Определите длину волны λ света.

184. Точечный источник монохроматического света с длиной волны 0,55 мкм помещен на расстоянии 5 м от круглой диафрагмы. По другую сторону диафрагмы на расстоянии 1 м от нее находится экран. Чему равен радиус n -й зоны Френеля? При каком радиусе диафрагмы освещенность экрана наибольшая, если на диафрагму падает плоская волна?

185. На пути плоской монохроматической световой волны с интенсивностью I_0 поставлен экран, а перед экраном диафрагма с круглым отверстием. Чему равна интенсивность света в центре экрана напротив отверстия, если отверстие сделать равным первой зоне Френеля; половине первой зоны? Какова будет интенсивность, если диафрагму с отверстием заменить круглым диском, который закроет только первую зону Френеля?

186. На тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием 0,5 м падает плоская световая волна длиной 0,48 мкм. Непосредственно за линзой находится диафрагма с круглым отверстием, и на расстоянии 0,65 м от диафрагмы — экран. При каких радиусах отверстия диафрагмы центр дифракционной картины на экране будет иметь максимальную и при каких — минимальную освещенность?

187. Найдите угловое положение первых минимумов, которые находятся по обе стороны от центрального максимума, при дифракции Фраунгофера от щели шириной 10 мкм, если угол падения света 30° и длина волны 0,5 мкм.

188. Монохроматический свет падает на щель шириной 24 мкм и после прохождения щели фокусируется линзой на экран, отстоящий от нее на расстоянии 10 см. На экране наблюдаются дифракционные полосы, среднее расстояние между которыми 0,2 см. Определите длину световой волны, падающей на щель.

189. На дифракционную решетку по нормали к ее поверхности падает параллельный пучок лучей с длиной волны $0,58 \text{ мкм}$. Посредством линзы с фокусным расстоянием 1 м , установленной вблизи решетки, дифракционный спектр проецируется на экран, расположенный параллельно решетке. Расстояние между максимумами в спектре первого порядка оказалось равным $11,6 \text{ см}$. Определите постоянную решетки, число штрихов на 1 мм , число максимумов, даваемых решеткой, и максимальный угол отклонения лучей, соответствующих последнему дифракционному максимуму.

190. Свет длиной волны $0,6 \text{ мкм}$ падает нормально на дифракционную решетку. Два смежных главных максимума имеют место при $\sin \varphi_1 = 0,2$ и $\sin \varphi_2 = 0,3$, причем спектр четвертого порядка отсутствует. Определите: *a)* расстояние между смежными щелями; *б)* наименьшую возможную ширину отдельной щели; *в)* линии каких порядков наблюдаются на экране при ширине щелей, найденных в пунктах *a* и *б*.

191. Определите длину волны монохроматического света, падающего нормально на решетку с периодом $2,2 \text{ мкм}$, если угол между максимумами первого и второго порядков 16° . Чему равно угловое расстояние между главным максимумом и ближайшим к нему минимумом, если решетка имеет 200 штрихов?

192. Монохроматический свет с длиной волны $0,5 \text{ мкм}$ падает под углом $\alpha = 60^\circ$ на дифракционную решетку с периодом $1,5 \text{ мкм}$. Под каким углом с нормалью к решетке образуется максимум наибольшего порядка? Каков будет ответ, если пространство между решеткой и экраном заполнить сероуглеродом ($n = 1,63$)?

193. На спектрограмме, полученной посредством дифракционной решетки и фотокамеры с оптической силой объектива 2 дптр , расстояние между двумя спектральными линиями с длинами волн 6939 и 6912 \AA в спектре третьего порядка оказалось равным 2 мм . Определите постоянную решетки и угол дифракции лучей в этом порядке спектра.

194. Определите ширину спектральной линии водорода $\lambda = 0,656 \text{ мкм}$ в спектре первого порядка, даваемого решеткой

длиной 3 см. Фокусное расстояние линзы, проецирующей спектр на экран, равно 18 см. (Шириной спектральной линии называется половина расстояния между двумя минимумами, лежащими рядом с этой линией.)

195. Определите дисперсию D и разрешающую способность r дифракционной решетки в спектре 5-го порядка, если ее период d и число щелей N . Покажите, что разрешающая способность решетки независимо от ее периода никогда не превышает значения отношения l/λ , где l — длина решетки. Найдите угловую ширину дифракционного максимума при нормальном падении лучей на решетку.

196. Какова должна быть длина дифракционной решетки, имеющей 60 штрихов на 1 мм, чтобы в спектре второго порядка разрешить две линии натрия с длинами волн $\lambda_1 = 0,5800$ и $\lambda_2 = 0,5896$ мкм? При какой наименьшей разности длин волн двух спектральных линий одинаковой интенсивности их можно будет разрешить этой решеткой вблизи в максимальном порядке спектра?

197. Коллиматорная щель спектрографа, освещаемая монохроматическим светом с длиной волны, лежащей вблизи значения 0,50 мкм, находится в фокальной плоскости линзы с оптической силой 4 дптр. Пройдя через линзу, свет падает на стеклянную призму с основанием $a = 10$ см и преломляющим углом 60° , установленную на угол наименьшего отклонения. Показатель преломления стекла призмы 1,72. Какова должна быть ширина коллиматорной щели, чтобы можно было практически полностью использовать теоретическую разрешающую способность призмы, равную $a \frac{dn}{d\lambda}$.

198. Лазерный пучок света диаметром 10^{-2} м, расходимость которого определяется только дифракцией, направлен на Луну. Длина волны лазерного излучения 0,6 мкм. Чему равен диаметр освещаемой на Луне поверхности?

199. При естественном освещении наибольшая чувствительность человеческого глаза приходится на длину волны зеленого цвета, равную примерно 0,550 мкм. Чему равно в этом случае минимальное разрешаемое угловое расстояние для глаза при адаптации на небольшие яркости? Диаметр зрачка принять равным 4 мм.

На каком максимальном расстоянии наблюдатель может различать по отдельности две зеленые фары автомобиля, установленные на расстоянии 1,2 м друг от друга? Каково наименьшее разрешаемое нормальным глазом расстояние между штрихами, начерченными на листе бумаги, находящемся на расстоянии наилучшего зрения?

200. Телескоп 100-кратного увеличения имеет окуляр с фокусным расстоянием 2 см. Принимая диаметр зрачка глаза равным 4 мм, определите разрешающую способность $\delta\varphi$ телескопа для длины волны 550 нм, размеры зерен эмульсии пленки, установленной в фокальной плоскости объектива, чтобы при данном значении изображения звезд на фотографии получились раздельными.

201. Диаметр объектива зрительной трубы 50,0 мм. Светящиеся точки излучают волны длиной 0,55 мкм. Чему равны разрешающая способность объектива и минимальное расстояние между двумя светящимися точками, удаленными от трубы на расстояние 3000 км, которое может разрешить эта труба? При каком минимальном увеличении трубы ее разрешающая способность используется полностью, если диаметр зрачка глаза считать равным 4,0 мм?

202. Числовая апертура объектива микроскопа $n \sin\varphi = 0,24$. Чему равно минимальное расстояние, которое может разрешить микроскоп при оптимальном освещении предмета светом с длиной волны 0,55 мкм? При каком минимальном увеличении микроскопа полностью используется разрешающая способность его объектива при диаметре зрачка 4,0 мм?

203. Объектив микроскопа имеет диаметр 2 мм и фокусное расстояние 7,0 мм. Определите фокусное расстояние окуляра, если размеры наименее разрешаемых деталей предмета представляются наблюдателю порядка 0,2 мм. Расстояние между фокусами объектива и окуляра 120 мм. Предмет освещается монохроматическим светом с длиной волны 0,6 мкм, падающим параллельно оси микроскопа.

3. ПОЛЯРИЗАЦИЯ И ДИСПЕРСИЯ СВЕТА

3.1. Поляризация света

Свет называется плоско (линейно) поляризованным, если колебания светового вектора совершаются в одной фиксированной плоскости, проходящей через направление распространения волны. Плоскость, в которой совершает колебания световой вектор, называется плоскостью колебаний.

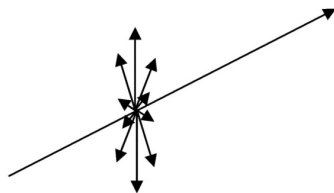


Рис. 23

Естественный свет не является поляризованным. Плоскость колебаний в нем непрерывно меняется хаотическим образом (рис. 23), так как атом излучает волну за время $t \sim 10^{-8}$ с, а процессы излучения волн отдельными атомами независимы друг от друга.

Поляризатор – прибор, который пропускает колебания, параллельные некоторой фиксированной плоскости, называемой плоскостью поляризатора, и полностью (или частично) задерживает колебания, перпендикулярные к этой плоскости.

Частично поляризованным называется свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений. Степенью поляризации P света называется величина

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где I_{\max} и I_{\min} – максимальная и минимальная интенсивности света, прошедшего через поляризатор, при вращении его плоскости поляризации на угол от 0 до 90° .

Для линейно поляризованного света $P = 1$, для естественного света $P = 0$.

Пусть на поляризатор падает линейно поляризованный свет интенсивности I_0 (рис. 24).

Плоскость колебаний светового вектора составляет угол

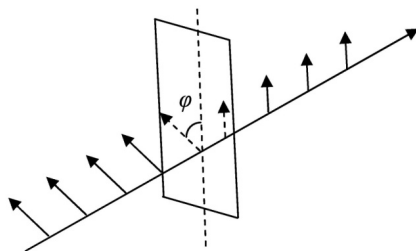


Рис. 24

φ с плоскостью поляризатора. Разложим световой вектор A_0 падающей волны на две составляющие – параллельную плоскости поляризатора $A_{\parallel} = A_0 \cos \varphi$ и перпендикулярную ей $A_{\perp} = A_0 \sin \varphi$.

Световой вектор прошедшей волны $A = A_{\parallel} = A_0 \cos \varphi$, следовательно, интенсивность прошедшей волны $I = I_0 \cos^2 \varphi$.

Закон Малюса

Интенсивность I плоско поляризованного света, прошедшего через поляризатор, равна произведению интенсивности I_0 падающего света на квадрат косинуса угла φ между плоскостью колебаний падающего света и плоскостью поляризатора:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi.$$

Прошедший свет является плоско поляризованным, плоскость его колебаний совпадает с плоскостью поляризатора.

В естественном свете все значения угла φ равновероятны, поэтому интенсивность света, прошедшего через поляризатор, будет равна среднему значению

$$I = I_{0\text{ ест}} \langle \cos^2 \varphi \rangle = \frac{1}{2} I_{0\text{ ест}},$$

то есть при падении на поляризатор естественного света интенсивность света прошедшего равна половине интенсивности падающего.

Поляризация света при отражении и преломлении

Если естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков, то отраженный и преломленный лучи являются частично поляризованными (рис. 25).

В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения, а в преломленном – колебания, лежащие в плоскости падения. Если угол падения равен *углу Брюстера*, который определяется соотношением

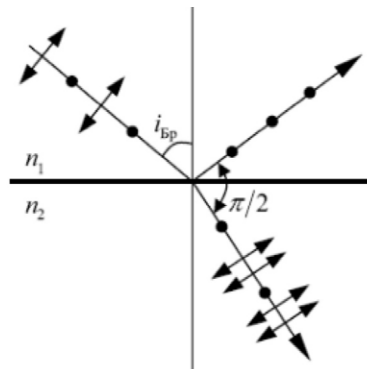


Рис. 25

$$\tan i_{\text{Бр}} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1},$$

где n_1 и n_2 — абсолютные показатели преломления двух сред, то отраженный луч является полностью поляризованным. Преломленный луч в этом случае поляризуется максимально, но не полностью. При этом отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.

Степень поляризации отраженного и преломленного света при различных углах падения можно рассчитать из уравнений Максвелла, если учесть граничные условия для электромагнитного поля на границе раздела двух диэлектриков. Из этих условий следует, что при падении естественного света интенсивности I_0 в отраженной волне интенсивности колебаний, совершаемых в плоскости падения $I_{\parallel}^{\text{отр}}$ и в перпендикулярной ей плоскости $I_{\perp}^{\text{отр}}$, определяются следующими формулами *Френеля*:

$$I_{\parallel}^{\text{отр}} = \frac{1}{2} I_0 \left[\frac{\tan(i - \beta)}{\tan(i + \beta)} \right]^2, \quad I_{\perp}^{\text{отр}} = \frac{1}{2} I_0 \left[\frac{\sin(i - \beta)}{\sin(i + \beta)} \right]^2,$$

где i и β — соответственно углы падения и преломления световой волны.

Поляризация при двойном лучепреломлении

Явление двойного лучепреломления заключается в том, что упавший на кристалл луч света разделяется в нем на два луча, распространяющиеся с разными скоростями и в разных направлениях. Явление двойного лучепреломления объясняется оптической анизотропией кристалла, т. е. зависимостью показателя преломления от направления в кристалле. У одноосных кристаллов один из преломленных лучей подчиняется обычному закону преломления. Этот луч называется обыкновенным и обозначается индексом o . Для второго луча показатель преломления зависит от направления распространения. Для него обычный закон преломления не выполняется. Этот луч называется необыкновенным и обозначается индексом e . У одноосных кристаллов существует направление, вдоль которого обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются с одной скоростью не разделяясь. Это направление называется оптической осью кристалла. Плоскость, проходящая через световой луч и оптическую ось кристалла, называется главной плоскостью, или главным

сечением. Обыкновенный и необыкновенный лучи поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Плоскость колебаний обыкновенного луча перпендикулярна к плоскости главного сечения кристалла, а плоскость колебаний необыкновенного луча совпадает с плоскостью главного сечения (рис. 26).

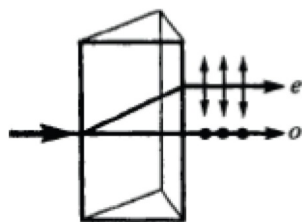


Рис. 26

Одноосный кристалл характеризуется показателем преломления n_o обыкновенного луча и показателем преломления n_e необыкновенного луча, распространяющегося перпендикулярно к оптической оси.

В некоторых кристаллах один из лучей поглощается значительно сильнее другого. Это явление называется дихроизмом и используется для изготовления поляризаторов.

В прозрачных аморфных телах и симметричных кристаллах явление двойного лучепреломления не возникает: $n_o = n_e$. Однако при механической деформации таких тел возникает оптическая анизотропия, приводящая к двойному лучепреломлению. При этом разность показателей преломления обыкновенного n_o и необыкновенного n_e лучей пропорциональна напряжению σ (силе, приходящейся на единицу площади) в данной точке:

$$n_o - n_e = k\sigma,$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств вещества.

Это явление используется для исследования распределения напряжений в прозрачных твердых телах, возникающих под действием различных механических нагрузок.

Возникновение двойного лучепреломления в аморфных твердых телах, жидкостях и газах под действием внешнего электрического поля называется эффектом Керра. Разность показателей преломления обыкновенного n_o и необыкновенного n_e лучей пропорциональна квадрату напряженности электрического поля E :

$$n_e - n_o = B\lambda_0 E^2,$$

где λ_0 – длина волны света в вакууме; B – постоянная Керра.

Эффект сильно проявляется в нитробензоле.

Вращение плоскости поляризации

Некоторые вещества (например, кварц, сахар, скипидар), называемые оптически активными, обладают способностью вращать плоскость поляризации проходящего через них света. Угол поворота плоскости поляризации

$$\varphi = \alpha cd,$$

где α — постоянная, называемая удельным вращением; c — концентрация молекул активного вещества; d — толщина слоя вещества.

Это явление используется для определения концентрации оптически активного вещества (например, сахара) в растворе. В зависимости от направления вращения оптически активные вещества разделяются на право- и левовращающие.

В первом случае плоскость поляризации, если смотреть навстречу лучу, смещается по часовой стрелке, во втором — против. Оптическая активность обуславливается, во-первых, строением молекул вещества (их асимметрией), во-вторых, особенностями расположения частиц в кристаллической решетке. Оптически неактивные вещества становятся оптически активными под действием внешнего магнитного поля. Это явление называется эффектом Фарадея. Этот эффект наблюдается при распространении света в направлении вектора напряженности магнитного поля. Угол φ поворота плоскости поляризации прямо пропорционален длине пути d света в веществе и напряженности H внешнего магнитного поля:

$$\varphi = V Hd.$$

Коэффициент пропорциональности V называется постоянной Верде и зависит от природы вещества и длины волны света.

3.2. Дисперсия света

Дисперсией света называются явления, обусловленные зависимостью показателя преломления вещества n от длины волны λ_0 света в вакууме:

$$n = f(\lambda_0).$$

Величина

$$D = \frac{dn}{d\lambda_0}$$

называется дисперсией вещества. Для всех бесцветных прозрачных веществ показатель преломления уменьшается с увеличением длины волны, так что $D < 0$. Такие участки спектра называются областями нормальной дисперсии. На некоторых участках спектра, в области поглощения, дисперсия становится положительной $D > 0$. Такие участки спектра называются областями аномальной дисперсии.

Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму (рис. 27). Угол отклонения лучей призмой тем больше, чем больше показатель преломления, т. е. чем меньше длина световой волны. На явлении нормальной дисперсии основано действие призмных спектрографов.

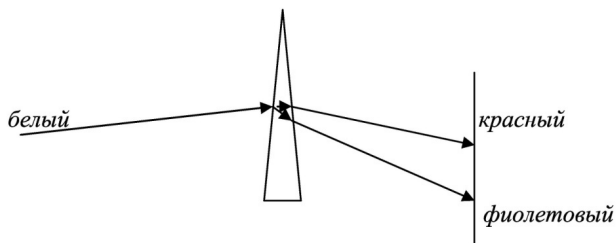


Рис. 27

Электронная теория дисперсии

Электронная теория дисперсии рассматривает дисперсию света как результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами, входящими в состав вещества и совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны. Абсолютный показатель преломления среды $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$, где ε – диэлектрическая проницаемость среды, μ – магнитная проницаемость.

В оптической области спектра для всех веществ $\mu \approx 1$, поэтому $n = \sqrt{\varepsilon}$. По определению

$$\varepsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E},$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость среды; ϵ_0 – электрическая постоянная; P и E – мгновенные значения поляризованности и напряженности внешнего электрического поля, при этом поляризованность определяется вынужденными колебаниями электронов под действием электрической составляющей поля световой волны.

Пусть вынужденные колебания совершает только один внешний, слабо связанный с ядром атома электрон – оптический электрон. Его наведенный дипольный момент $p = ex$, где e – заряд электрона, x – смещение электрона под действием электрического поля световой волны. Мгновенное значение поляризованности $P = n_0 p = n_0 ex$, где n_0 – концентрация атомов в диэлектрике.

Следовательно,

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 ex}{\epsilon_0 E}.$$

Пусть внешнее поле E изменяется по гармоническому закону $E = E_0 \cos \omega t$. Тогда уравнение вынужденных колебаний электрона (без учета силы сопротивления)

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t = \frac{eE_0}{m} \cos \omega t,$$

где $F_0 = eE_0$ – амплитудное значение силы, действующей на электрон со стороны поля волны; ω_0 – собственная частота колебаний электрона; m – масса электрона.

Решение этого уравнения

$$x = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega t.$$

Поэтому

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Полученная зависимость выражает явление дисперсии: $n = n(\omega)$. Разрыв n вблизи ω_0 обусловлен тем, что не учтены силы сопротивления среды (поглощение электромагнитных волн средой). График зависимости $n(\omega)$ с учетом поглощения приведен на рис. 28. AB – это область аномальной дисперсии (n убывает с ростом ω). Остальные участки описывают нормальную дисперсию (n растет с ростом ω). В общем случае, если в веществе имеются различные заряды e_i с массами m_i , совершающие вынужденные колебания с различными собственными частотами ω_{0i} , то

$$n^2 = 1 + \frac{n_0}{\varepsilon_0} \sum_i \frac{e_i^2}{m_i(\omega_{0i}^2 - \omega^2)},$$

и кривая $n(\omega)$ имеет особенности вблизи каждой собственной частоты ω_{0i} .

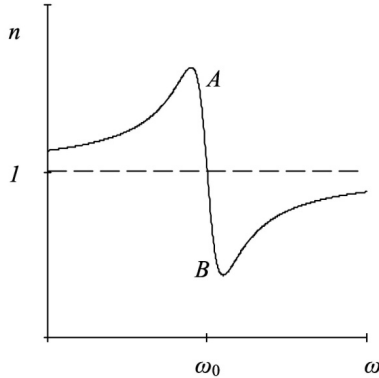
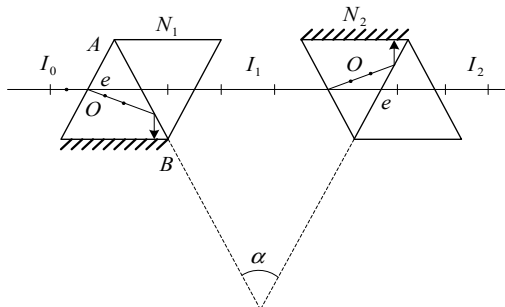


Рис. 28

3.3. Примеры решения задач

Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол α между их главными плоскостями равен 45° . Определить: 1) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через один николю N_1 ; 2) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через оба николя. Потери на отражение и поглощение в каждом николе составляют 5 %.



Решение

Естественный свет, падая на грань николя, вследствие двойного лучепреломления разделяется на два луча: обыкновенный и необыкновенный. Оба луча одинаковы по интенсивности ($I_e = 0,5I_0$ и $I_n = 0,5I_0$) и полностью поляризованы.

Необыкновенный луч поляризован в плоскости чертежа, обыкновенный – в плоскости, перпендикулярной плоскости чертежа. Обыкновенный луч O вследствие полного отражения от границы AB отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный луч проходит через николь. При этом интенсивность света уменьшается вследствие поглощения в веществе. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через николь N_1 ,

$$I_1 = \frac{1}{2}I_0(1 - k),$$

где $k = 0,05$ – относительная потеря интенсивности света в николе; I_0 – интенсивность естественного света, падающего на николь N_1 .

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_1 поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{\frac{1}{2}I_0(1 - k)} = \frac{2}{(1 - k)}.$$

Таким образом, интенсивность света при прохождении через николь уменьшается в 2,1 раза:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{(1 - k)} = 2,1.$$

На николь N_2 падает пучок уже плоско поляризованного света интенсивностью I_1 и тоже разделяется на обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный луч поглощается в николе, а интенсивность необыкновенного луча, вышедшего из николя, определяется законом Малюса (с учетом поглощения):

$$I_2 = I_1(1 - k) \cos^2\alpha,$$

где α – угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания николя N_2 . В результате

$$I_2 = 0,5I_0(1 - k)^2 \cos^2\alpha.$$

Найдем отношение:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2 \alpha}$$

Подставив числа, получим

$$\frac{I_0}{I_2} = 4,43.$$

Ответ: $\frac{I_0}{I_2} = 4,43$.

3.4. Задачи для самостоятельного решения

204. На плоскопараллельную диэлектрическую пластинку, погруженную в воду, падает солнечный луч под углом $i = 30^\circ$. Чему равен показатель преломления этой пластины, если отраженный луч при этих условиях полностью поляризован? Показатель преломления воды $n = 1,33$.

205. Луч света падает из воды на границу раздела вода – стекло. При каком угле падения отраженный луч будет полностью поляризован?

206. Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества $\alpha = 45^\circ$. Найти для этого вещества угол полной поляризации.

207. Под каким углом α к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были наиболее полно поляризованы?

208. Световой луч падает на границу раздела вода – стекло. При каком угле падения отраженный луч будет перпендикулярен преломленному?

209. Каким должен быть угол φ между главными плоскостями двух поляризационных приборов, чтобы интенсивность естественного света, прошедшего через них, уменьшилась в $k = 8$ раз? Поглощением света пренебречь.

210. Анализатор в $k = 3$ раза уменьшает интенсивность света, проходящего к нему от поляризатора. Определить угол φ между

плоскостями пропускания поляризатора и анализатора. Потерями интенсивности света в анализаторе пренебречь.

211. Во сколько раз ослабляется интенсивность света, проходящего через два николя, плоскости пропускания которых образуют угол $\varphi = 30^\circ$, если в каждом из николей в отдельности теряется 10 % интенсивности падающего на него света?

212. Степень поляризации частично поляризованного света равна $P = 0,5$. Во сколько раз отличается максимальная интенсивность света, пропускаемого через анализатор, от минимальной?

213. При вращении анализатора интенсивность проходящего через него света меняется от I_{\max} до $I_{\min} = 0,35I_{\max}$. Какова степень поляризации света, падающего на анализатор?

214. Раствор глюкозы с массовой концентрацией $C_1 = 280 \text{ кг/м}^3$, содержащийся в стеклянной трубке, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света, проходящего через этот раствор, на угол $\varphi_1 = 32^\circ$. Определить массовую концентрацию C_2 глюкозы в другом растворе, налитом в трубку такой же длины, если он поворачивает плоскость поляризации на угол $\varphi_2 = 24^\circ$.

215. Найти скорость распространения света в стекле, если при отражении от него отраженный луч будет полностью поляризован при угле падения $\alpha = 56^\circ$.

216. Определите угол полной поляризации при отражении света:
а) от стекла; б) от границы лед-вода.

217. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были бы наиболее полно поляризованы?

218. Определите коэффициент преломления: а) непрозрачной эмали, для которой угол полной поляризации при отражении оказался равным 58° ; б) прозрачного вещества, для которого предельный угол полного отражения равен углу полной поляризации.

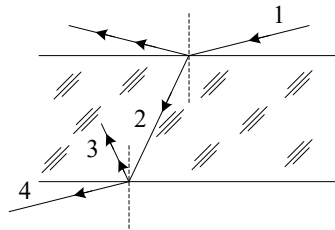
219. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный сосуд, и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризо-

ван при падении его на дно сосуда под углом $42^{\circ}37'$. Определите: а) показатель преломления жидкости; б) угол, под которым должен падать на дно сосуда луч света, идущий в этой жидкости, чтобы наступило полное отражение.

220. Определите угол полной поляризации для луча, отраженного от поверхности черного стекла ($n = 1,65$). Под каким углом к отраженному лучу нужно поставить второе такое же стекло (диэлектрическое зеркало), чтобы уменьшить интенсивность луча еще в 2 раза?

221. Каким должен быть преломляющий угол у стеклянной призмы, чтобы углы входа и выхода луча из призмы были углами полной поляризации? Чему равен при таком преломляющем угле угол наименьшего отклонения?

222. Естественный луч 1 света падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку. Угол падения равен углу полной поляризации. При таком угле падения на стекло интенсивность отраженного луча составляет около 0,1 от интенсивности падающего естественного света. Определите интенсивность естественного и поляризованного света в лучах 1, 2, 3, 4 (рис.), приняв интенсивность падающего луча за единицу. Поглощением света в пластинке можно пренебречь.



223. Естественный свет падает на стекло ($n = 1,54$) под углом полной поляризации. Пренебрегая потерями света, определите: а) коэффициент отражения; б) степень поляризации отраженных лучей и лучей, прошедших в стекло.

224. Пользуясь формулами Френеля, определите коэффициент отражения света при нормальном падении света на границу раздела вакуум—диэлектрик. Выразите этот коэффициент через показатель преломления диэлектрика.

225. Естественный свет проходит сквозь плоскопараллельную стеклянную пластинку ($n = 1,5$), падая на нее под очень малым уг-

лом. Пренебрегая потерями света, определите интенсивность света, вышедшего из пластинки.

226. В некотором оптическом приборе естественный свет проходит последовательно через две линзы, сделанные из стекла с показателем преломления $n_1 = 1,6$. Считая углы падения света на линзы малыми, определите долю света, прошедшего через прибор. Во сколько раз изменятся потери энергии из-за отражения при нанесении на поверхность линз прозрачного слоя из материала, имеющего показатель преломления $n_2 = 1,3$?

227. При падении света на границу воздух–стекло ($n = 1,6$) под углом 58° отражается 8,3 % падающей энергии. Какова степень поляризации отраженного и прошедшего в стекло света?

228. Главные плоскости двух призм Николя образуют между собой угол в 30° . Как изменится интенсивность прошедшего света, если главные плоскости поставить под углом 45° ? Чему равен угол между главными плоскостями двух николей, если после прохождения через них света его интенсивность уменьшилась в 4 раза?

229. Поглощение света в николе таково, что наибольшая интенсивность поляризованного света, прошедшего сквозь николю, составляет 90 % интенсивности поляризованного света, падающего на него. Во сколько раз уменьшится интенсивность, если свет пройдет последовательно через три николя, расположенные так, что плоскости поляризации первого и третьего совпадают, а плоскость поляризации второго образует с этими плоскостями угол 63° ?

230. Поляроид пропускает частично поляризованный свет. Какова степень поляризации, если известно, что отношение минимальной и максимальной амплитуд колебаний в двух взаимно перпендикулярных направлениях равно 0,2?

231. На пути светового пучка стоят два поляроида с параллельными плоскостями поляризации. Во сколько раз изменится интенсивность света, прошедшего через поляроиды, при повороте одного из них на 90° , если каждый поляроид пропускает свет со степенью поляризации 0,9?

232. Частично поляризованный пучок света проходит через николю. Интенсивность пучка увеличивается вчетверо, если повернуть николю на угол 60° от положения, соответствующего минимальной интенсивности. Какова степень поляризации пучка?

233. Пучок естественного света, длина волны которого в пустоте 589 нм, падает нормально на пластинку исландского шпата, вырезанную параллельно оптической оси. Толщина пластинки $h = 0,03$ мм; $n_o = 1,658$; $n_e = 1,486$. Определите длину волны в кристалле обыкновенного и необыкновенного лучей, разность хода лучей, прошедших через пластинку. Какой наименьшей толщины нужно сделать пластинку, чтобы для этого света она была «четвертьволновой»?

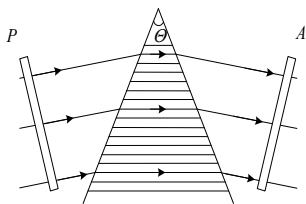
234. Постройте, пользуясь принципом Гюйгенса, направление преломленных волн в одноосном положительном кристалле для следующих случаев: а) оптическая ось перпендикулярна к плоскости падения и параллельна поверхности кристалла; б) оптическая ось лежит в плоскости падения параллельно поверхности кристалла; в) оптическая ось лежит в плоскости падения под углом 45° к поверхности кристалла.

235. Пластинка кварца толщиной $h = 1$ мм, вырезанная перпендикулярно к оптической оси и помещенная между двумя параллельными николями, поворачивает плоскость поляризации на угол $\alpha = 20^\circ$. При какой толщине кварцевой пластинки свет этой же длины волны не будет выходить из второго николя?

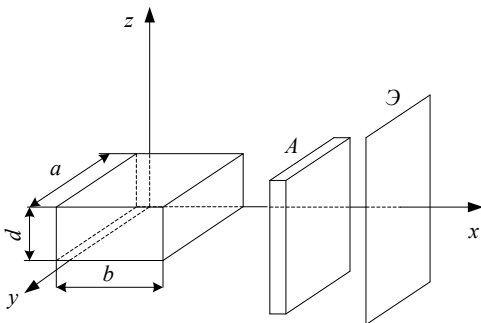
236. Какой толщины пластинку кварца нужно поместить между скрещенными николями, чтобы поле зрения стало максимально светлым? Как в этой пластинке должна проходить оптическая ось? Опыт производится в монохроматическом свете ($\lambda = 500$ нм). Удельное вращение кварца для этой длины волны 29° на 1 мм.

237. Какова концентрация сахара в растворе, если угол поворота плоскости поляризации желтого света при прохождении его через трубку с раствором сахара равен 20° ? Длина трубки 15 см. Удельное вращение сахара равно 66° дм⁻¹ при концентрации 1 г/см³.

238. Монохроматический свет ($\lambda = 404,7$ нм) проходит сквозь поляризатор P (рис.) и падает на кварцевую пластинку K , имеющую форму клина, угол между гранями которого равен $\theta = 7^\circ 48'$. Направление оптической оси в кварце показано штриховкой. Свет проходит в кварце путь порядка нескольких миллиметров. Постоянная вращения для указанной длины волны равна $\alpha = 48^\circ 9'$ мм $^{-1}$. Почему наблюдатель, смотрящий через поляризатор A , видит полосы? Каково расстояние между ними?



239. Параллелепипед, вырезанный из плексигласа с линейными размерами $a = 2b = 3d = 0,5$ см, сжимается силой F в направлении оси z (рис.) и освещается плоскополяризованным монохроматическим светом ($\lambda = 500$ нм) в направлении оси x . Плоскость колебаний падающего света составляет с осью анизотропии угол 45° . Коэффициент фотоупругости плексигласа $C = 2 \cdot 10^{-11}$ м 2 /Н. При какой силе давления F свет выйдет из плексигласа поляризованным по кругу? Как в этом случае при поворотах анализатора A относительно луча меняется освещенность экрана? Как будет меняться освещенность экрана при поворотах анализатора, если перед анализатором поставить «четвертьволновую» пластинку?



240. Между скрещенными николями помещена пластинка кварца, вырезанная параллельно оптической оси. Оптическая ось пластинки составляет угол 45° с главными направлениями николей. Рассчитайте минимальную толщину пластинки, при которой одна линия водорода ($\lambda_1 = 656,3$ нм) будет сильно ослаблена, а другая ($\lambda_2 = 410,2$ нм) будет обладать максимальной интенсивностью. Раз-

ность показателей преломления для обыкновенного и необыкновенного лучей этих длин волн в кварце $\Delta n = 0,009$.

241. В установке для наблюдения эффекта Керра плоский конденсатор с длиной пластин $l = 10$ см заполнен нитробензолом и помещен между поляроидами. Через систему проходит монохроматический свет. Вектор напряженности электрического поля составляет с главным направлением поляризатора угол $\alpha = 45^\circ$. Определите постоянную Керра для нитробензола, если наименьшее значение напряженности электрического поля, при котором положение анализатора не влияет на поле зрения, равно $E_1 = 10^6$ В/м. Какова наименьшая напряженность поля конденсатора, если при скрещенных поляризаторе и анализаторе поле зрения имеет наименьшую освещенность? Изменится ли освещенность поля зрения, если, не изменяя напряженности, заменить светофильтр?

242. Ячейка Керра с расстоянием между электродами $d = 1$ мм заполнена нитробензолом и помещена между двумя скрещенными николями. Направление электрического поля в конденсаторе образует с главными направлениями николей угол $\alpha = 45^\circ$. Через систему проходит монохроматический свет с длиной волны, для которой постоянная Керра $K = 2,2 \cdot 10^{-12}$ м/В². Определите длину пути света в конденсаторе, если минимальное напряжение U между пластинками конденсатора, при котором интенсивность света, прошедшего через ячейку, при вращении николя-анализатора не меняется, равно 1 кВ.

243. Некоторое вещество помещено в продольное магнитное поле соленоида, расположенного между двумя поляроидами. Длина трубки с веществом $l = 30$ см. При противоположных направлениях магнитного поля напряженностью $H = 53,5 \cdot 10^3$ А/м углы поворота плоскости поляризации составляют $\varphi_1 = +5^\circ 10'$ и $\varphi_2 = -3^\circ 20'$. Определите постоянную Верде для вещества в трубке. При каком угле между поляроидами свет может проходить только в одном направлении, т. е. система служит оптическим вентилем? Какова при этом минимальная напряженность магнитного поля?

244. Предельный угол полного внутреннего отражения на границе жидкости с воздухом 40° . Определите: а) под каким углом

должен падать естественный свет из воздуха на поверхность жидкости, чтобы отраженный свет был максимально поляризован; б) чему равен коэффициент отражения жидкости; в) степень поляризации света при преломлении.

245. При каком значении преломляющего угла стеклянной призмы ($n = 1,5$) углы входа и выхода луча из призмы являются углами полной поляризации? Решите задачу при условии, что призма погружена в воду.

246. Естественный свет с интенсивностью I_0 падает на вход устройства, состоящего из двух скрещенных поляроидов. Какова интенсивность света, прошедшего через систему, если между поляроидами поместить третий поляроид, ось которого составляет с осью первого угол α ?

247. Поляризатор освещен параллельным пучком естественного света, падающим перпендикулярно к его поверхности. Освещенность поляризатора 84 лк. Какова освещенность экрана, поставленного за анализатором, если плоскости поляризации поляризатора и анализатора будут сдвинуты на 60° и каждый поляризатор поглотит 4 % проходящего через него света?

248. Частично линейно-поляризованный свет рассматривается через николю. При повороте николя на угол 60° от положения, соответствующего максимальной яркости, яркость пучка уменьшается в 4 раза. Найдите отношение интенсивностей естественного и линейно-поляризованного света, а также степень поляризации пучка.

249. На стеклянную пластинку ($n = 1,5$) под углом 20° падает пучок света, прошедшего через николю, главное сечение которого составляет с плоскостью падения угол 30° . Определите: а) во сколько раз яркость света, падающего на николю, меньше яркости света, отраженного от стекла; б) степень поляризации отраженных лучей; в) коэффициент отражения стекла.

250. Какова может быть максимальная толщина кварцевой пластинки, вырезанной параллельно оптической оси, чтобы линейно-поляризованный свет с длиной волны 0,59 мкм после прохождения через нее испытывал только поворот плоскости поляризации; ока-

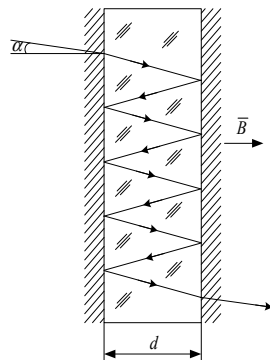
зался поляризованным по кругу? Толщина пластинки в обоих случаях не должна превышать 0,50 мм. Показатели преломления кварца для обыкновенного и необыкновенного лучей равны соответственно 1,5442 и 1,5533. При какой минимальной толщине пластинки плоско поляризованный свет выходит из нее поляризованным по кругу?

251. Для каких волн видимой части спектра кристаллическая пластинка толщиной 1 мм, вырезанная параллельно оптической оси, служит пластинкой в четверть волны? Разность показателей преломления обыкновенных и необыкновенных лучей в диапазоне видимого излучения $9,0 \cdot 10^{-3}$.

252. Между двумя скрещенными поляроидами помещена пластинка в полволны; четверть волны. Оптическая ось пластинки параллельна оси одного из поляроидов. На систему падает пучок естественного света интенсивностью I_0 . Чему равна интенсивность света, прошедшего через систему? Решите задачу при условии, что оптические оси пластинок составляют угол 45° с осями поляроидов.

253. Между двумя скрещенными поляроидами находится кварцевый клин с преломляющим углом $3,2^\circ$. Оптическая ось клина параллельна его острому углу и составляет с главными направлениями поляроидов угол 45° . При прохождении через эту систему света с длиной волны 0,55 мкм наблюдается система интерференционных полос, каждая из которых имеет ширину 1,0 мм. Определите разность показателей преломления кварца для необыкновенного и обыкновенного лучей с указанными длинами волн.

254. Между двумя параллельными николями помещают кварцевую пластинку толщиной 1 мм, вырезанную параллельно оптической оси. При этом плоскость поляризации монохроматического света, падающего на поляризатор, повернулась на угол 20° . При какой минимальной толщине пластинки свет не пройдет через анализатор?

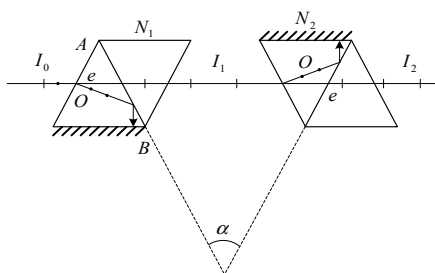


255. Монохроматический свет, прошедший через поляризатор, падает параллельным пучком на поверхность немного замутненного водного раствора сахара. Раствор находится в прозрачном сосуде, и при наблюдении сбоку в нем видна темная винтообразная полоса с шагом 0,80 м. Плотность раствора $1,32 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, постоянная вращения $0,87 \text{ град}\cdot\text{м}^2/\text{кг}$. Объясните возникновение полос и определите, сколько сахара находится в 1 л воды.

256. Монохроматический пучок света проходит через ячейку Керра со скрещенными николями. Конденсатор заполнен сероуглеродом, длина пластин конденсатора 10 мм, расстояние между ними 2,2 мм. Если на конденсатор подать напряжение 7 кВ, яркость света, выходящего из анализатора, оказывается максимальной. Определите константу Керра для света данной частоты.

257. Монохроматический свет падает под углом $\alpha = 10^\circ$ на стеклянную пластинку шириной $d = 10 \text{ мм}$. Противоположные грани пластинки посеребрены, по краям ее оставлены узкие непосеребренные полосы. Показатель преломления пластинки 1,7, постоянная вращения для света – постоянная Верде – равна $1,34 \cdot 10^3 \text{ град}/(\text{м}\cdot\text{Тл})$. На какой угол повернется плоскость поляризации при наложении на пластинку магнитного поля с индукцией 0,5 Тл?

258. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол α между их главными плоскостями равен 60° (рис.). Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении: 1) через один николю; 2) через оба николя. Потери на отражение и поглощение в каждом николе составляют 5%. Ответ округлить до десятых.



259. Пучок частично поляризованного света рассматривается через николю. Первоначально николю установлен так, что его плоскость пропускания параллельна плоскости колебаний линейно поляризованного света. При повороте николя на угол $\alpha = 60^\circ$

интенсивность пропускаемого им света уменьшилась в $k = 2$ раза. Определить отношение I_e / I_n интенсивностей естественного и линейно поляризованного света, составляющих данный частично поляризованный свет, а также степень поляризации P пучка света.

260. Пластинка кварца толщиной $d_1 = 1$ мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол $\varphi_1 = 20^\circ$. Определить: какова должна быть толщина d_2 кварцевой пластинки, помещенной между двумя «параллельными» николями, чтобы свет был полностью поглощен? Результат указать в мм (удельное вращение $[\alpha]$ раствора сахара равно $0,665$ град·м²/кг).

261. Определить степень поляризации P света, который представляет собой смесь естественного света с плоскополяризованным, если интенсивность I_n поляризованного света в 5 раз больше интенсивности естественного I_e . Ответ округлить до сотых.

262. Интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, уменьшилась в 8 раз. Пренебрегая поглощением света, определить угол между главными плоскостями николей.

263. Определить, во сколько раз ослабится интенсивность света, прошедшего через два николя, расположенные так, что угол между их главными плоскостями $\alpha = 60^\circ$, а в каждом из николей теряется 8 % интенсивности падающего на него света. Ответ округлить до сотых.

Список рекомендуемой литературы

1. Сивухин, Д.В. Общий курс физики : учеб. пособие : в 5 т. Т. 4. Оптика / Д.В. Сивухин. — 3-е изд., стер. — М. : Физматлит, 2005. — 791 с.
2. Иродов, И.Е. Волновые процессы: Основные законы : учеб. пособие для вузов / И.Е. Иродов. — 2-е изд., доп. — М. : БИНОМ. Лаборатория базовых знаний : ЮНИМЕДИАСТАЙЛ, 2002. — 263 с.
3. Савельев, И.В. Курс общей физики : учеб. пособие для втузов : в 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика / И.В. Савельев. — М. : Астрель : АСТ, 2004. — 256 с.
4. Матвеев, А.Н. Оптика : учеб. пособие для вузов / А.Н. Матвеев. — М. : Высш. шк., 1985. — 351 с.
5. Трофимова, Т.И. Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т.И. Трофимова. — 14-е изд. стер. — М. : Академия, 2007. — 558 с.
6. Иродов, И.Е. Задачи по общей физике : учеб. пособие для вузов / И.Е. Иродов. — 3-е изд., испр. — СПб. : Лань, 2001. — 416 с.
7. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики с решениями : учеб. пособие для вузов / Т.И. Трофимова, З.Г. Павлова. — 4-е изд., стер. — М. : Высш. шк., 2003. — 591 с.
8. Чертов, А.Г. Задачник по физике : учеб. пособие для втузов / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. — 6-е изд., испр. — М. : Интеграл-Пресс, 1997. — 544 с.

Десятичные приставки

Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
гига	Г	10^9	санти	с	10^{-2}
мега	М	10^6	милли	м	10^{-3}
кило	к	10^3	микро	мк	10^{-6}
гекто	г	10^2	нано	н	10^{-9}
деци	д	10^{-1}	пико	п	10^{-12}
			фемто	ф	10^{-15}

Константы

Число π	$\pi = 3,14$
Ускорение свободного падения на Земле	$g = 10 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$
Газовая постоянная	$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Постоянная Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Скорость света в вакууме	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Коэффициент пропорциональности в законе Кулона	$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2$
Элементарный заряд (модуль заряда электрона)	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Масса Земли	$6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Масса Солнца	$2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Радиус Земли	$R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$
Астрономическая единица	$1 \text{ а. е.} \approx 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Примерное число секунд в году	$3 \cdot 10^7 \text{ с}$

Соотношение между различными единицами

Температура	$0 \text{ К} = -273,15 \text{ }^\circ\text{С}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а. е. м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
1 атомная единица массы эквивалентна	931,5 МэВ
1 электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$

Масса частиц

Электрон	$9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \approx 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ а. е. м.}$
Протон	$1,673 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 1,0073 \text{ а. е. м.}$
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 1,0087 \text{ а. е. м.}$