

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тольяттинский государственный университет»

Институт химии и энергетики

*(наименование института полностью)*

13.04.02 Электроэнергетика и электротехника

*(код и наименование направления подготовки, специальности)*

Электроэнергетика и электротехника

*(Наименование учебного структурного подразделения)*

## **ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА (МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ)**

на тему Моделирование системы индукционного нагрева при производстве  
пластмассы

Обучающийся

А.Ф. Галиханов

*(И.О. Фамилия)*

*(личная подпись)*

Научный  
руководитель

А.Г. Сорокин

*(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)*

Тольятти 2023

## Содержание

|   |    |
|---|----|
| Введение .....  | 3  |
| 1 Задачи моделирования индукционной нагревательной системы для изготовления изделий из пластика .....                     | 6  |
| 1.1 Технология изготовления пластмассы методом литья .....  | 6  |
| 1.2 Особенности технологии нагрева полимерных материалов .....  | 13 |
| 1.3 Как избежать появления дефектов при литье пластмасс под давлением.....  | 14 |
| 2 Математическая модель стадии индукционного нагрева .....  | 20 |
| 2.1 Математическая структура объекта нагрева.....   | 20 |
| 2.2 Математическое описание электромагнитных процессов при индукционном нагреве.....                                      | 25 |
| 2.3 Математическая модель тепловых процессов при индукционном нагреве .....   | 33 |
| 2.4 Конечно-элементная модель процессов индукционного нагрева при производстве пластмассы методом литья.....              | 46 |
| 2.5 Алгоритм расчета электротеплового поля .....  | 50 |
| 3 Анализ электромагнитных и тепловых полей и синтез параметров индукционного нагревателя при производстве пластмассы..... | 57 |
| 3.1 Создание алгоритма нахождения характеристик системы индукционного нагрева.....  | 57 |
| 3.2 Расчет и анализ электромагнитных полей полимерного материала .....  | 59 |
| 3.3 Выбор оптимальной частоты источника питания .....   | 65 |
| Заключение .....  | 74 |
| Список используемой литературы .....  | 76 |

## Введение

В настоящее время применение изделий, произведенных методом литья под давлением, ограничивается в основном производством пластмассовых изделий. Это относится к различным сферам промышленности, включая аэрокосмическую и автомобильную, морскую, техническую, сельскохозяйственную, строительную и изготовление потребительских групп товаров. Поскольку требования к качеству конечной продукции всё более увеличиваются, поэтому разработка надежных и максимально эффективных систем нагрева современных полимеров становится крайне важной задачей. Для улучшения качества процесса литья пластмассы под давлением можно применять технологию индукционного нагрева. Однако перед успешным внедрением передовой технологии такого типа нужно провести исследование рабочего процесса с использованием моделирования (как физического, так и математического).

Для максимального повышения качества проводящихся технологических процессов важно разработать математические и физические модели, соединяющие в себе тепловые и электромагнитные процессы, где присутствуют неоднородные в физическом плане среды.

Темы проводимого исследования, тесно связанные с тепловыми и электромагнитными процессами, проходящими в системе «индуктор — металл — нагреваемый объект», имеют друг к другу прямое отношение. Основным направлением данного исследования стала разработка комплексных методов проектирования обладающих высокой эффективностью нагревательных систем, основанных на принципах индукции — это позволяет решать в этой сфере важные задачи.

Главная задача этой работы — разработка эффективной конструкции системы нагрева с использованием индуктивного нагрева, способной существенно увеличить производительность процесса изготовления деталей из пластмассы методом литья, проводимого под давлением.

Научные цели проводимого исследования. Чтобы достичь научно-исследовательских целей, данная работа будет активно решать приведенные ниже задачи:

- глубокое исследование имеющихся технологий термообработки, используемых в процессе изготовления деталей из пластика литьём под высоким давлением;
- создание научных моделей тепловых и ЭМ процессов, позволяющих детально изучить процессы обмена теплоносителя в системе «индуктор — металл — материал, подвергающийся нагреву»;
- разработка типовых методик для вычисления тепловых и электромагнитных полей в нетривиальных структурах из нескольких слоёв различных материалов, контактирующих один с другим;
- создание новой технологии индукционного нагрева, обеспечивающей правильные температурные режимы.

Для выполнения поставленных задач необходимо использовать различные методы исследования. Вот некоторые из них.

Математический анализ: В ходе работы будем организовывать анализ и оценку разных аспектов и параметров процессов с помощью методов математического исследования. Это позволит нам получить количественные оценки и понять влияние разных переменных на исследуемые в работе системы.

Теория ЭМП. Будем изучать в работе взаимодействие ЭМП полей в исследуемой системе. Это поможет нам понять соответствующие процессы и их влияние на системы, подвергающиеся исследованию.

Теория теплопроводности. Будем использовать эту теорию для анализа переносов и распределения уровня тепла в материалах. Это важно для понимания процессов охлаждения и повышения тепла, для оптимизации тепловых систем.

Аппарат преобразований по Лапласу. Применим этот метод для анализа динамических характеристик системы. Преобразование Лапласа позволяет перейти от дифференциальных уравнений к алгебраическим, что облегчает анализ и понимание динамических процессов.

Теория оптимальности дизайна: будем применять эту теорию для разработки оптимальных конструкций и систем нагрева. Она позволяет учитывать различные ограничения и требования, чтобы достичь наилучших результатов при проектировании систем. Корректность проведённой работы проверяется сравнением итогов проведённых научных экспериментов численного типа, и, частично, коррелирует с данными, полученными другими исследователями в работах по смежной тематике.

# **1 Задачи моделирования индукционной нагревательной системы для изготовления изделий из пластика**

## **1.1 Технология изготовления пластмассы методом литья**

Пластиковые компоненты широко применяются в различных отраслях промышленности. Пластмассы также применяются в гуманитарной сфере — от изготовления стройматериалов и инструментов до одноразовой и многоразовой посуды. Максимально применяемым методом производства широкого ассортимента продукции является технология литья пластмассовых деталей, производимая под давлением (рисунок 1). Современное оборудование позволяет автоматизировать процесс производства, в результате чего в короткие сроки и с минимальными инвестициями получают изделия с превосходными техническими свойствами. Пластиковые изделия обязательно подлежат повторной переработке и поэтому относятся к категории экологически чистых[26].

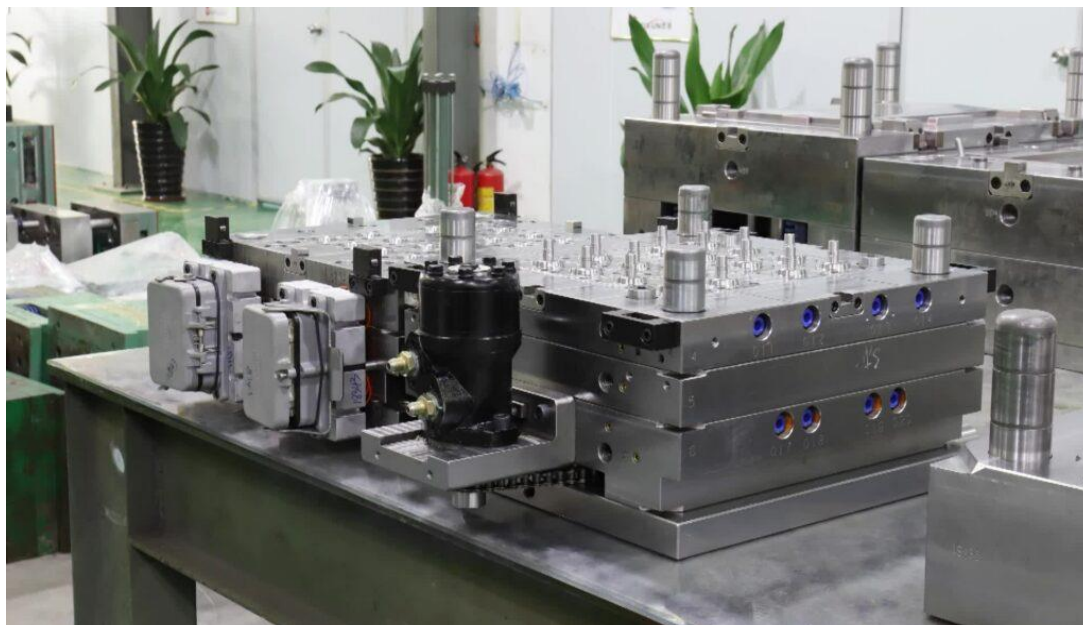


Рисунок 1 – Производство пластмассы методом литья под давлением

Перед началом этого процесса предварительно подготовленные полимеры подаются в бункер машины, использующейся для производства[13]. Внутри бункера компоненты расплавляются и смешиваются до достижения однородной консистенции. Затем расплавленная полученная масса на высокой скорости под давлением впрыскивается сквозь специальные щели в заранее подготовленную форму. При этом полости заполняются мгновенно[27]. После затвердевания и полного остывания полимерной массы изделие приобретает свою конечную форму. Качество изделия из пластмассы в значительной степени зависит от скорости проводимого впрыска, которая определяет равномерность заполнения формы.

Чаще всего для снижения температуры текучести и вязкости полимеров используют червячные пластификаторы, позволяющие изготавливать большее количество деталей в единицу времени и получать высокую степень однородности рабочей среды[28].

Агрегаты поршневого типа не так популярны. Они в высоком темпе подают расплавленный пластик в форму и позволяют получить эффект мраморности при производстве цветных пластмасс. Чуть реже для изготовления полимеров используют отдельную подачу. По этой технологии расплав создаётся в шнековом преформере, далее материал поступает в форму за счёт работы инжекционного поршневого механизма.

К преимуществам литья пластмасс под давлением относят:

- возможность переработки различных видов пластика;
- высокое качество продукции;
- изготовление изделий различной формы;
- производство тонкостенных предметов;
- изделия не требуют дополнительной обработки;
- полная автоматизация.

К минусам этого метода можно отнести высокую стоимость литьевых машин, сложное обслуживание термопластавтоматов, необходимость

квалифицированных наладчиков. При этом для выпуска каждого нового пластмассового изделия необходимо делать анализ затрат, выполнять индивидуальную настройку оборудования, изготавливать пресс-формы.

Рассматриваемая технология предоставляет широкие возможности для современного производства, позволяя быстро изготавливать крупные партии пластмассовых деталей в соответствии с требуемыми стандартами качества, как то:

- всевозможные варианты тары, упаковки;
- автомобильные запчасти;
- строительные материалы;
- комплектующие оборудования;
- детали интерьера и прочее.

Процесс литья под давлением представляет собой эффективный метод для изготовления пластиковых деталей разной сложности в плане геометрии, включая тонкостенные компоненты. Конструкция таких деталей напрямую зависит от их геометрии, включающей все контуры формы и предполагаемые отверстия.

Важно отметить, что геометрия изделия играет ключевую роль в определении сложности его конструкции. Чем более сложная геометрия, тем больше требуется внимания к деталям процесса совершаемого литья[29].

При литье такого типа расплавленный полимер впрыскивается под давлением в каверну формы. Это позволяет получить детали с высокой точностью и повторяемостью, обеспечивая хорошую заполненность даже сложных геометрий.

Процесс литья, проводимого под давлением, позволяет избежать необходимости проведения тонкой механической обработки полученной детали. Даже для максимально сложных деталей может потребоваться минимальный уровень механической обработки.

Преимущество литья такого типа заключается в возможности изготовления деталей из пластика в неограниченных количествах.



Металлические специальные формы, применяемые в процессе литья, имеют длительный срок службы в несколько десятилетий, что позволяет производить пластмассовые детали в больших объемах.

При массовом производстве пластиковых деталей быстро окупаются инвестиции. Более того, с увеличением объема производства снижается стоимость изделий без ущерба для их качества. Это объясняется тем, что на этапе подготовки делаются единовременные инвестиции, а затем повышается эффективность производства определенного вида продукции.

Технология такого литья не является экономически эффективной для изготовления одиночных изделий или небольших партий из-за высоких затрат на этапе подготовки.

«Для реализации технологии производства изделий из расплавленных полимеров применяются термопластавтоматы (ТПА), представляющие собой специальные литьевые агрегаты, отличающиеся расположением инжекционных узлов» [10].

Метод инжекционный.

Это наиболее популярный метод. Дозированный нагретый пластик подаётся из накопителя в форму под давлением порядка 200 МПа, которое должно создаваться оборудованием. Весь цикл от подачи рабочей среды до готовности изделий сложной формы с переменной толщиной стенок занимает несколько секунд. Исходными материалами для литья в формы, в том числе многогнездные, под давлением служат термопласты и терморезистивные пластикаты. При этом объем расплавленного сырья должен с высокой степенью точности соответствовать полостям литников [1].

Метод интрузионный.

Используется для изготовления толстостенных деталей из пластика. Этот способ производства отличается применением особого вращающегося червячного устройства для нагнетания жидкой пластмассы в пресс-форму. Использование червяка позволяет восполнять недостающий объем пластика, потребность в котором возникает при усадке после снижения температуры

материала. Дополнительный объём подаётся осевым движением червячного механизма. Из-за невозможности значительно повышать давление, т. к. объём используемой пластмассы больше объёма получаемого изделия, метод годится для производства деталей несложной формы с малой гнёздностью [1].

#### Инжекционно-прессовый.

Данная вариация литья под давлением даёт возможность изготавливать детали значительной прессовочной площади (рисунок 2). Уменьшение давления в ходе поступления пластика в форму становится причиной разницы в прочности в крайних зонах и в центре изделий. Этот метод позволяет увеличить создаваемое впрыском давление за счёт использования особого перемещающегося прессового узла. Соответственно, используются формы, позволяющие передвижение частей после их соединения [1].

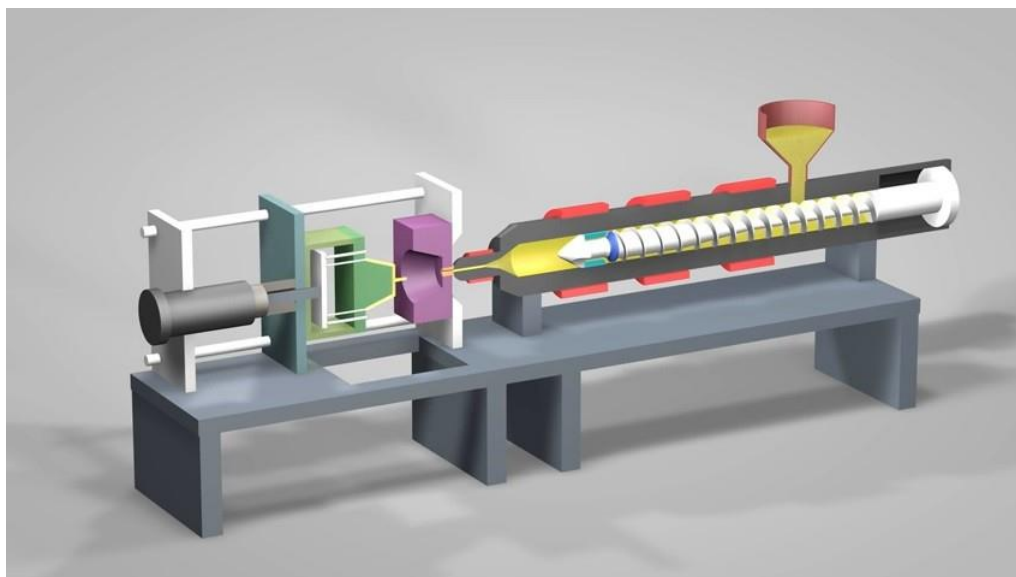


Рисунок 2 - Инжекционно-прессовый метод

#### Инжекционно-газовое литье.

Это самый современный способ литья пластмасс под давлением. Сначала, как в других методах, расплавленный пластик подаётся в форму, но заполняет её не полностью, а на 80–95%. Далее компрессор нагнетает под давлением порядка 80 МПа через ниппель газ, как правило, углекислый. Газовая смесь позволяет заполнить материалу весь предоставленный объём,

после чего она вытесняется в особый газоприёмник, а форма заполняется недостающим пластиком для завершения цикла производства детали (рисунок 3) [1].

Рассмотренный метод позволяет применять менее дорогостоящие оснастки и экономить до 50% исходной пластмассы с одновременным снижением брака и уменьшением продолжительности цикла изготовления детали. Это самый современный способ литья пластмасс под давлением. Сначала, как в других методах, расплавленный пластик подаётся в форму, но заполняет её не полностью, а на 80–95%. Далее компрессор нагнетает под давлением порядка 80 МПа через ниппель газ, как правило, углекислый. В то же время, он нуждается в более квалифицированных специалистах для управления сложной системой, а также отличается усложненной конфигурацией сопел и высокими требованиями к самому литьевому оборудованию [2].

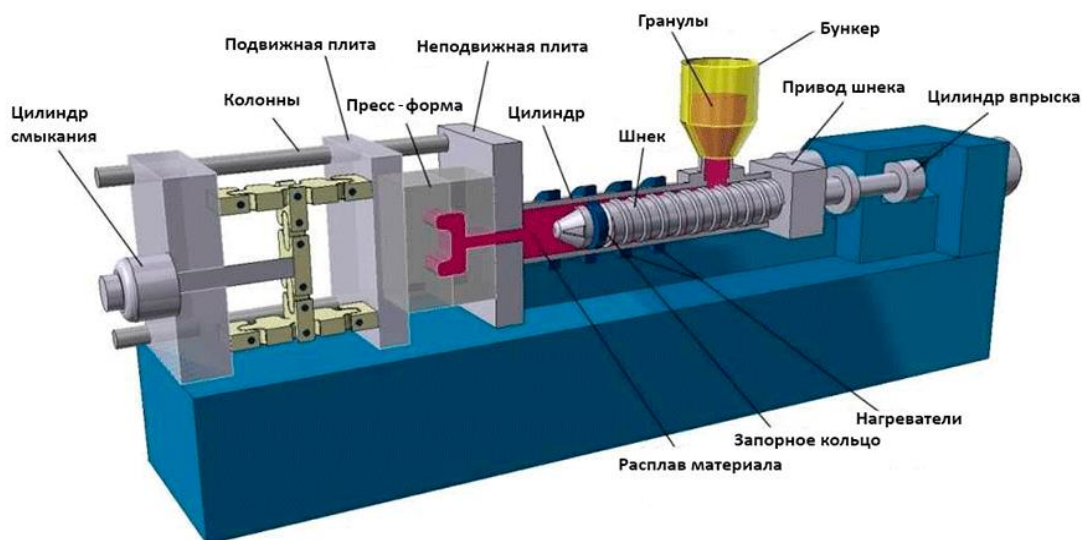


Рисунок 3 – Инжекционно-газовый метод

Многослойный.

Способ даёт возможность позволяет впрыскивать попеременно в пресс-форму рабочий состав из разных полимеров. При этом 2-3 инжекционных устройства соединяются с формой через специальное устройство

переключения с применением игольчатого клапана, посредством которого инжекторы присоединяются одновременно или в заданной очередности. Это позволяет формировать внешнюю поверхность изделия пластиком из одного полимера, внутреннюю – материалом из других полимеров. На заключительном этапе цикла происходит дополнение внешнего материала до нужного объема.

Таким образом, за счет применения нескольких инжекторов удаётся получить изделия из пластмассы с заданными характеристиками. В итоге создается изделие в нескольких цветах с содержанием разного типа пластика. Метод многослойного литья полимерных материалов под давлением применяют для изготовления гибридных конструкций, где неактивные участки создаются из продуктов переработки вторсырья [1].

Совместное впрыскивание.

В данном методе применяют созданное по особой технологии сопло в форме делительной головки. Способ нашел применение в изготовлении продукции с несколькими слоями, отличающимися по цвету [1].

Многокомпонентное литье.

Процесс позволяет производить изделия всевозможных цветов с разным дизайном. Центральная часть и края деталей создаются из разных пластиков. Впрыскивание работает обычным способом, а компоненты изготавливаются в формах особой конструкции.

Метод ротационный.

Данный метод литья пластмасс под давлением отличается применением съемных вставок. Когда центральный объем заготовки залит (готовность первого узла), вкладыш убирается, после чего материал из второго модуля впрыскивается в оставшееся пространство. Таким образом, процесс изготовления включает фазу извлечения вставки и удаления формы для ее монтажа, поэтому способ имеет сравнительно более низкую производительность по сравнению с другими [2].

## 1.2 Особенности технологии нагрева полимерных материалов

Процесс нагревания исходного пластика – неотъемлемая фаза производственного цикла. Для получения нужной текучести и вязкости пластмассы, чтобы она могла правильно заполнить объем пресс-формы, требуется получить заданную температуру, дающую возможность материалу быть пластичным. Главную роль при этом играет надежный качественный нагреватель [3].

Данная деталь может быть представлена модификациями разных типов, отличающихся предназначением для тех или иных процессов [1]. Так, для получения нужной температуры пленочных материалов в основном применяют инфракрасные нагреватели, а для пластикового сырья – конвекционный.

При обработке полимерных материалов важно контролировать температуру и поддерживать ее на нужном уровне. Это предотвращает перегрев материала и обеспечивает равномерное распределение тепла по всей поверхности [15]. Одним из принципов нагрева полимеров является учет их теплопроводности и теплоемкости. Полимеры обладают низкой теплопроводностью, что затрудняет их равномерный нагрев. Кроме того, теплоемкость полимеров выше, чем у многих других материалов, поэтому для нагрева полимеров требуется больше тепла. Кроме того, при нагревании полимеров необходимо учитывать конвекцию.

В случае, когда нагрев внешних участков пластика происходит намного сильнее, чем внутренних него, возможна деформация заготовки.

Температура плавления полимеров может значительно отличаться в зависимости от их химического состава. Нагревание полимера до температуры плавления вызывает его фазовый переход из твердого тела в жидкость.

Длительность нагрева.

Эффективное управление временем нагрева является ключевым фактором при обработке полимерных материалов. Недостаточное или чрезмерно быстрое нагревание может привести к нежелательным последствиям, таким как неравномерное распределение температуры внутри материала и потенциальная деформация.

Диапазон температур.

При нагревании полимеров важно поддерживать постоянный температурный диапазон. Следует также учитывать такие свойства материала, как термическая стабильность и температура размягчения материала.

Использование нагревателей.

Для равномерного нагрева полимеров можно использовать различные типы нагревателей, включая инфракрасные, конвекционные и контактные нагреватели. Выбор нагревателя зависит от свойств материала, геометрии заготовки и требований к качеству процесса.

Охлаждение.

После нагрева полимера его необходимо охлаждать с постоянной скоростью. Если охлаждение происходит слишком быстро, в материале могут возникнуть напряжения, приводящие к деформации и разрушению. В этом разделе описаны методы, используемые для изготовления пластиковых деталей методом литья под давлением, включая литье под давлением, интрузионное литье, литье под давлением и газовое литье. Объясняются свойства нагрева полимеров и основные принципы нагрева.

### **1.3 Как избежать появления дефектов при литье пластмасс под давлением**

Несоблюдение технологических режимов в процессе литья под давлением приводит к возникновению всевозможных дефектов в готовых изделиях. Далее рассмотрены основные из них.

### Ожоги.

Данный дефект имеет вид темно-красных или чёрных пятен на заготовке вследствие горения её в пресс-форме из-за:

- повышенной температуры воздуха внутри;
- превышения скорости подачи материала;
- повышенной температуры расплава.

При возникновении признаков ожогов можно выполнить ряд мероприятий:

- уменьшить цикл по времени;
- снизить температуру, скорость подачи.

Попадание воздуха пресекается, соблюдением габаритов ворот и вентиляционных отверстий.

### Обесцвечивание.

Данный вид брака характеризуется наличием прожилок, снижением интенсивности цвета в полученной детали. Как правило, такое наблюдается в одном из двух случаев:

- нарушение технологии смешивания добавок и красителей материала;
- неконтролируемое попадание примесей в процессе формования.

Если смешивание материала происходит неравномерно, конечная деталь получается с полосами посторонних оттенков. Если перед производством не были должным образом очищены бункер, область подачи материала или пластины формы машины, то в форму могут попасть примеси. Чтобы этого не происходило, нужно тщательно чистить литьевую машину в перерывах между циклами производства.

### Подтеки.

Данный дефект характеризуется наличием полос, линий или узоров, появляющихся на изделии в процессе формования. Объясняется это переменным темпом прохождения рабочего материала своего пути в пресс-форме. Возможно появление поточных узоров при малой скорости впрыска и

при прохождении пластмассы через секции с переменной толщиной стенки, что ведёт к неоднородному затвердеванию материала.

Для исключения этого дефекта рекомендуется:

- поднять скорости впрыска и увеличить давление;
- проработать все участки, где толщина стенки меняется, скруглить углы, чтобы убрать резкую смену скорости и вектора потока.

Линии сварки.

Возникновение линий сварки возможно в местах встречи расплавленных потоков из-за низкой адгезии разных материалов при их частичной кристаллизации.

Способы минимизации брака:

- увеличение температуры формы и пластмасс;
- выбор пластмасс с более низкой температурой плавления;
- повышение скорости впрыска;
- корректирование конструкции для схемы потока.

Далее рассмотрены дополнительные меры по предотвращению дефектов.

Качественный исходный материал.

Выбор хорошего материала увеличивает не только стоимость, но и функциональность производимой продукции. Для увеличения срока эксплуатации изделий и оптимизации технологии рекомендуется привлечение опытных инженера-конструктора и формовщика. Выбор материала обычно определяется сферой применения детали. Например, требования к пластику для космического оборудования значительно различаются с применяемыми к используемым в автомобильной промышленности. Важными параметрами являются биологическое и химическое взаимодействие, давление и температура, контакт с биологической материей.

Дизайн.



Этап дизайна является самой первой и самой важной возможностью обойти будущие ошибки и сложности. Проработка этой стадии поможет также значительно сберечь время и деньги.

Качественный дизайн учитывает множество параметров, включая функционал изделия, особенности сборки, эстетичность и технологичность. На данном этапе также необходимо привлечение опытных конструктора и формовщика. Для увеличения срока эксплуатации изделий и оптимизации технологии рекомендуется привлечение опытных инженера-конструктора и формовщика. Выбор материала обычно определяется сферой применения детали. Например, требования к пластику для космического оборудования значительно различаются с применяемыми к используемым в автомобильной промышленности.

Есть много значимых факторов дизайна и элементов конструкции, которые важно грамотно прорабатывать, чтобы потери от брака были минимальными.

Толщина стенки.

При выборе толщины стенки ставится задача определить минимальную толщину стенок, соответствующую требованиям к дизайну. Необходимо учесть, что:

- более тонкие стены требуют более текучий пластик;
- большая длина потока (путь от сопла до дальнего угла заготовки) требует более толстых стенок.

Радиус.

Очевидно, острые углы ухудшают поток материала. Последствием резкой смены направления является то, что полость не полностью заполняется рабочим материалом. Расплавленный пластик, проходящий через угол, создает напряжение, которое может способствовать нарушению размеров и деформации.

В отличие от острых углов сглаженные переходы нужны и важны для качественного литья под давлением. Радиус скругления создается одинаковым внутри и снаружи стенки для получения равномерной толщины.

Расположение ворот.

Что касается места, где расплавленный пластик поступает в полость пресс-формы, у каждой заготовки таких может быть несколько, во всяком случае, не менее одного. Грамотное расположение ворот наравне с постоянной толщиной стенок обеспечивает качественное заполнение полостей и равномерное охлаждение заготовки. Рекомендуется, чтобы ворота предусматривались там, где расплав входит в самый объемный участок, чтобы затем перемещаться в более узкие полости.

Проект.

На свойства детали значительно влияет осадка формы при извлечении из формы. Если изделие спроектировано без соответствующей осадки, детали из формы становится практически невозможным. Текстура поверхности также влияют на требования к проекту в плане углов осадки.

Отверстие любой полости шире, чем ее основание, разница величин формирует так называемый угол осадки. Примером является пластиковый стаканчик для питья: он меньше у основания, чем у верхнего края, вот почему он без проблем выходит из формы. Угол осадки важно учитывать для снижения брака. Инженеры рекомендуют величину в 1,5 градуса. Конструкция с достаточной осадкой всегда считается хорошей. Углы должны включать радиусы, а высота – осадку (от 0.5 до 1,5 градуса).

Ребра.

Ребра применяются для увеличения прочности изделий и сохранения размеров в пределах допусков. Ребра должны составлять не более 2/3 толщины стенки в зависимости от материала. Также они не должны быть слишком высокими или слишком тонкими. Высота не должна превышать 3х толщин стенки. Большая ширина может вызвать проблемы с конструкцией.

Чтобы уменьшить все эти сложности, инженеры экспериментируют с материалами.

#### Компьютерный анализ пресс-формы.

Анализ потока должен быть проведен до начала производства оснастки. Сегодня для оценки конструкции, моделирования потока и выбора оптимальных параметров применяется функциональное программное обеспечение, в котором создается виртуальная модель формы. Для увеличения срока эксплуатации изделий и оптимизации технологии рекомендуется привлечение опытных инженера-конструктора и формовщика. Выбор материала обычно определяется сферой применения детали. Например, требования к пластику для космического оборудования значительно различаются с применяемыми к используемым в автомобильной промышленности. Различные этапы производства могут быть просчитаны с учётом давления, времени заполнения и температуры. Так современные компьютерные технологии позволяют оптимизировать процесс еще до начала производства.

## **2 Математическая модель стадии индукционного нагрева**

### **2.1 Математическая структура объекта нагрева**

Одной из ключевых стадий процесса является нагрев объекта. Если режим нагрева нарушен из-за ошибочно выставленной температуры и неправильно выбранного времени воздействия нагревателей, либо из-за банальных сквозняков в производственном помещении, могут возникнуть последствия в виде различных деформаций деталей. Допускать такое нельзя, потому что изменение формы ведет к нарушению физико-механических свойств продукции. Когда температура детали повышается скачкообразно, то это практически неизбежно ведет к выходам за допуски по размерам, к возникновению полостей, неровностей, искажению цвета, зачастую даже к трещинам в заготовках. В то же время, снижение степени разогрева сырья повлечет возникновение белых пятен в сечении детали из-за вытягивания [1].

Различные температурные диапазоны, используемые при формовании изделий, могут привести к неравномерной усадке в разных областях, что в дальнейшем может вызвать деформацию изделия. Поэтому важно обеспечить равномерное распределение температуры по всей поверхности и толщине материала во время нагрева. В настоящее время на производстве отсутствует автоматический контроль температуры материала, и оператор, опираясь на свой опыт, субъективно и визуально определяет необходимую температуру и время нагрева, чтобы материал был готов для последующего высокоэластичного растяжения. Это может привести к дефектам в изделии или к тому, что материал будет нагрет выше предела текучести и внезапно окажется неспособным деформироваться под действием силы тяжести. Поэтому основной научной задачей является разработка рациональных с точки зрения физики и обоснованных математическими методами вариантов процесса нагрева, которые позволят лучше понять данное явление (через расчет изменения температурного режима по структуре пластика во времени)

и сократить изменение температурного профиля до допустимых уровней для определения оптимальных параметров процесса.

Для получения нужного нагрева используются два основных метода: излучение, при котором применяются инфракрасные излучатели открытого типа, и контактный способ, предполагающий плотное соприкосновение металлического листа с нагреваемой соответствующим нагревателем пластиной. В отличие от конвекции, данные способы требуют меньшей продолжительности увеличения температуры. Для полимеров с градусом размягчения, близким к точке разрушения (полиметилметакрилат и др.) используется принудительный обдув разогретым воздухом. Одной из ключевых стадий процесса является нагрев объекта. Если режим нагрева нарушен из-за ошибочно выставленной температуры и неправильно выбранного времени воздействия нагревателей, либо из-за банальных сквозняков производственном помещении, могут возникнуть последствия в виде различных деформаций деталей. Допускать такое нельзя, потому что изменение формы ведет к нарушению физико-механических свойств продукции. Когда температура детали повышается скачкообразно, то это практически неизбежно ведет к выходам за допуски по размерам, к возникновению полостей, неровностей, искажению цвета, зачастую даже к трещинам в заготовках. В то же время, снижение степени разогрева сырья повлечет возникновение белых пятен в сечении детали из-за вытягивания [1].

При увеличении температуры тепло перемещается от поверхности нагрева во внутренние зоны пластика за счёт естественной теплопроводности [1].

Процесса роста температуры материала показан на рисунке 4.



Рисунок 4 – Процесс роста температуры слоистого материала

«На рисунке 4 применяются обозначения:  $X$ ,  $U$ ,  $Y$  – векторы входных параметров, управляющих воздействий и выходных параметров;  $M$  – тип материала;  $T_0$  – начальная температура материала, °C;  $\varepsilon_h$  – степень черноты радиационного нагревателя;  $T_{air}$  – температура воздуха в цехе, °C;  $M_l$ ,  $\delta_{0l}$  – тип и толщина (м) материала  $l$ -го слоя;  $L$  – число слоев;  $T_h$  – температура излучающей поверхности нагревателя (при радиационном нагреве) или греющей плиты (при контактном нагреве), °C;  $\tau_h$  – время нагрева, с;  $z$  – координата по толщине материала, м;  $\rho_l$ ,  $c_l$ ,  $\lambda_l$  – плотность (кг/м<sup>3</sup>), средняя удельная теплоемкость (Дж/(кг·°C)) и теплопроводность (Вт/(м·°C)) материала слоя;  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_L$  – степени черноты наружных слоев материала;  $\alpha_{air}$  – коэффициент теплоотдачи к воздуху, Вт/(м<sup>2</sup>·°C);  $T_l$  – температура слоя, °C;  $t$  – время, с;  $q_{air}$  – удельный конвективный тепловой поток от материала к воздуху, Вт/м<sup>2</sup>;  $q_{heater}$  – удельный лучистый тепловой поток от нагревателя к материалу, Вт/м<sup>2</sup>;  $T$  – температура материала в конце нагрева, °C» [3].

«Теплообмен нейтральной поверхности материала с воздухом происходит при одностороннем радиационном и контактном нагреве» [2].

«Значительные перепады температуры в толщине материала, что может привести к нежелательным деформациям, предотвращают с помощью двусторонних лучистых нагревателей. При этом к формальному определению (для вектора  $U$ ) прибавляется нагрев верхнего нагревателя.

Задача управления фазой нагрева в процессе термоформования, которую решает модель, состоит в следующем: для слоистого материала типа М с начальной температурой  $T_0$  и выбранным методом нагрева (радиационным или контактным), значение управляющего воздействия  $U$  определяется таким образом, чтобы в конце фазы нагрева было достигнуто требуемое равномерное распределение температуры  $\Delta T$  по всей толщине слоя.

$$\Delta T = \max\{T \downarrow (z, \tau \downarrow h)\} - \min\{T \downarrow (z, \tau \downarrow h)\} \leq T \downarrow \max - T \downarrow \min, \quad (1)$$

где  $T_{\max}$ — предельный нагрев материала слоя, обращенного к нагревателю, °С;

$T_{\min}$ — наименьшая температура формования нейтрального слоя при одностороннем или среднего слоя при двухстороннем нагреве, °С.» [5].

Изучая полученные из литературы и экспериментов результаты и учитывая характеристики материала и процесса, можно сделать следующие предположения:

Объект нагрева представляет собой систему, состоящую из близко расположенных взаимодействующих слоев, в которой осуществляется нагрев в определённом направлении.

Увеличение температуры осуществляется благодаря теплопроводности пластика передачей тепла от источника нагрева посредством излучения (в случае лучистого нагрева) или проводимости (в случае контактного нагрева). В ходе процесса тепло выделяется в окружающее пространство через конвекцию и излучение, за счёт чего происходит снижение температуры.

Тепловые качества листовых материалов в процессе нагревания остаются неизменными. «Чтобы определить плотность ( $\rho$ ), теплоемкость ( $c$ ) и теплопроводность ( $\lambda$ ) пенопласта, используется соответствующее уравнение.

$$\rho = (1 - \varphi_g) * \rho_p + \varphi_g * \rho_g, \quad (2)$$

$$c = [(1 - \varphi_g) * \rho_p * c_p + \varphi_g * \rho_g * c_g] / \rho, \quad (3)$$

$$\lambda = [2 * \lambda_p + \lambda_g - 2 * \varphi_g * (\lambda_p - \lambda_g)] / g, \quad (4)$$

где  $\varphi_g$  - объемная доля газовой фазы (воздуха) в пеноматериале;

индекс «р» относится к полимерной матрице,

индекс «g» - к газу» [5].

«Величина потока тепла от нагревателя радиационного типа к единице поверхности материала вычисляется по формуле Стефана-Больцмана при условии, что излучающие тепло поверхности нагревателя и материала равны и параллельны:

$$g_{heater} = C_{h-m} * \{(T_h + 273)^4 - (T_1(0, t) + 273)^4\}, \quad (5)$$

где  $C_{h-m}$  - коэффициент взаимного теплового излучения, равный

$$C_{h-m} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_h^{-1} + \varepsilon_1^{-1} - 1}, \quad (6)$$

$$\sigma_{\downarrow 0} = 5,67 * (10)^{-8} \text{Вт/м}^2 * \text{К}^4 \quad (7)$$

При контактном нагреве прижатие материала к греющей плите является идеальным, микрозазоры отсутствуют, поэтому локальное тепловое сопротивление в месте контакта пренебрежимо мало;

При одностороннем радиационном нагреве тепловой поток от единицы поверхности материала к воздуху с учетом того, что площадь поверхности излучения материала значительно меньше площади формовочного цеха, вычисляется по формуле:» [6]

$$g_{air} = a_{air} * [T_L(\delta_0, t) - T_{air}] + \sigma_0 * \varepsilon_L * \{[T_L(\delta_0, t) + 273]^4 - (T_{air} + 273)^4\} \quad (8)$$



«При контактном нагреве в формулу подставляется температура нижней поверхности  $T_1(0, t)$  [5]. При двухстороннем радиационном нагреве тепловые потоки  $q_{\text{heater}}^{(i)}$ ,  $i = 1, 2$  определяются по формулам, с учетом характеристик нагревателей ( $T_h^{(i)}, \varepsilon_h$ )» [4].

## **2.2 Математическое описание электромагнитных процессов при индукционном нагреве**

Большинство исследований в области индукционного нагрева и управления температурным полем сосредоточено на изучении тепловых процессов проводящих изделий, где происходит диссипация джоулева тепла за счет вихревых токов, вызванных первичным магнитным полем индуктора. Это относится к оборудованию, производящему тепло непосредственно в предмете нагрева, таким как индукционные нагреватели для пластической деформации, приборы поверхностной закалки, ВЧ-сварка и плавильные печи индукционного типа.

«При описании процессов нагрева в исследуемой установке наиболее адекватной является электротепловая модель, основанная на численном решении уравнений электромагнетизма и теплопроводности.»[5] «Эти модели учитывают взаимное влияние электромагнитного и температурного полей в процессе индукционного нагрева и дают полную характеристику индукционного устройства с точки зрения потребления энергии от внешнего источника и излучения при нагрузке. Взаимосвязь между электромагнитным и температурным полями в устройстве обусловлена температурной зависимостью удельного сопротивления и проницаемости, что определяет характер распределения внутреннего источника тепла» [6].

Эти допущения упрощают решение задачи. Граница раздела магнитных сред описывается системой соотношений:

$$\begin{cases} B_{1n} = B_{2n}; \\ \mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}; \\ H_{1\tau} - H_{2\tau} = \frac{dl}{dl} \end{cases} \quad (9)$$

Последнее выражение учитывает скачкообразное изменение вектора напряженности  $\{\overline{H}\}$  на границе раздела сред» [9].

При  $\frac{dl}{dl} = 0$  тангенциальные составляющие напряженности  $\{\overline{H}\}$  на границе раздела непрерывны

$$\begin{aligned} H_{1\tau} &= H_{2\tau}; \\ \frac{B_{1\tau}}{\mu_1} &= \frac{B_{2\tau}}{\mu_2}. \end{aligned} \quad (10)$$

«Проницаемость матрицы может быть введена как функция температуры или магнитного поля.

В частности, если  $\mu$  является функцией только температуры, то

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_{rx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{ry} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{rz} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума;

$\mu_{rx}, \mu_{ry}, \mu_{rz}$  – относительная магнитная проницаемость вдоль осей  $x, y, z$  соответственно.

Если  $[\mu]$  является только функцией магнитного поля, то

$$[\mu] = \mu_h \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где  $\mu_h$  является магнитной проницаемостью, определяемой по кривой намагничивания  $B = f(H)$ , представляемой в виде графиков или таблиц.

Возможно использование матричной магнитной проницаемости как функции двух параметров: температуры среды и напряженности магнитного поля

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_h & 0 & 0 \\ 0 & \mu_0 \mu_{ry} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_h \end{bmatrix}. \quad (13)$$

При среднечастотном индукционном нагреве воздействием электрической индукции можно пренебречь. Исходя из того, что в данном комплексе нет движущихся постоянных магнитов, нельзя исключить возможность наличия дополнительных источников в проводящем материале. Формула, отражающая взаимосвязь напряженности поля и плотности тока следующая:

$$\{\bar{J}\} = [\sigma]\{\bar{E}\}, \quad (14)$$

где  $[\sigma]$  – матрица электропроводности для материалов:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где  $\sigma_{xx}$  – электропроводность вдоль оси  $x$ » [8].

«Решение задачи электромагнитного поля достигается использованием векторного магнитного потенциала  $\{A\}$  и скалярного электрического потенциала  $V$  которые выражаются следующим образом:

$$\{\bar{B}\} = \text{rot}\{\bar{A}\}, \quad (16)$$

$$\{\bar{E}\} = -\left\{\frac{\partial \bar{A}}{\partial t}\right\} - \text{div}V. \quad (17)$$

Чтобы функция  $\{\bar{A}\}$  была определена, нужно определить значение ее дивергенции. Для этого добавляется условие, которое называется калибровкой Кулона

$$\operatorname{div}\{\bar{A}\} = 0. \quad (18)$$

В результате получим следующую систему уравнений

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{[\mu]}\operatorname{rot}\{\bar{A}\}\right) + [\sigma]\frac{\partial\{\bar{A}\}}{\partial t} = \{\bar{J}\}; \quad (19)$$

$$\operatorname{rot}\{\bar{A}\} = \{\bar{B}\}; \quad (20)$$

$$\operatorname{div}\{\bar{A}\} = 0. \quad (21)$$

Используя соотношение

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\{\bar{A}\}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div}\{\bar{A}\}) - \nabla^2\{\bar{A}\}, \quad (22)$$

при  $\mu = \text{const}$  получим уравнение

$$\nabla^2\{\bar{A}\} - j\omega\sigma\{\bar{A}\} - \{\bar{J}\} = 0. \quad (23)$$

Уравнение Пуассона дополняется граничными условиями Дирихле и Неймана на различных участках границы:

$$\{\bar{A}\} = 0 \text{ на } S_1, \quad (24)$$

$$\frac{\partial\{\bar{A}\}}{\partial n} = 0 \text{ на } S_2. \quad (25)$$

Такое упрощение условий задачи объясняется тем, что переход к методу конечных элементов проще для линейных задач. Сама нелинейная

задача решается с помощью итерационного алгоритма, основанного на линейной модели. Этот метод является оптимальным» [4].

«Решение краевой задачи для расчета магнитного поля в изотропной среде эквивалентно минимизации функции энергии:

$$F = \int_V \left[ \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\mu} \frac{\partial \{ \bar{A} \}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{\mu} \frac{\partial \{ \bar{A} \}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\mu} \frac{\partial \{ \bar{A} \}}{\partial z} \right] dx dy dz + \int_V j \omega \sigma |\bar{A}|^2 dx dy dz + \int_V \{ \bar{J} \} \{ \bar{A} \} dx dy dz. \quad (26)$$

$$N_i(x, y) = (a_i + b_i x + c_i y + d_i z) \frac{1}{6V^{KЭ}}, \quad (27)$$

где  $S^{KЭ}$  – граница элемента.

Векторный потенциал в  $m$ -м элементе треугольника определяется значениями потенциалов вершин треугольника, т.е. является линейной функцией координат  $x$  и  $y$ .

$$\bar{A}^{(m)}(x, y) = \frac{1}{6V^{(e)}} \sum_i^K (a_i + b_i x + c_i y + d_i z) \bar{A}_i, \quad (28)$$

где коэффициенты  $a_i, b_i, c_i, d_i$  - постоянные коэффициенты функций формы  $N_i$ , вычисляемые в зависимости от пространственных координат узлов элемента  $m$ ;

$\bar{A}_i$  - комплексные амплитуды вектора в узлах конечного элемента:

$$[a_i + b_i x + c_i y + d_i z] = [1 \quad x \quad y \quad z] \begin{bmatrix} 1 & X_i & Y_i & Z_i \\ 1 & X_j & Y_j & Z_j \\ 1 & X_k & Y_k & Z_k \\ 1 & X_l & Y_l & Z_l \end{bmatrix}^{-1} \dots [4] \quad (29)$$

Далее на рисунке 5 показана геометрическая модель индукционной системы с сеткой конечных элементов.

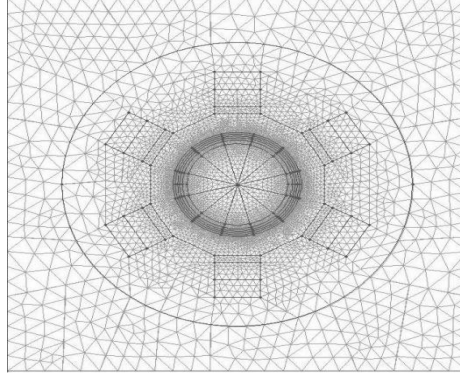


Рисунок 5 — Геометрическая модель индукционной системы с сеткой конечных элементов

В дискретной модели функционал определяется суммой вкладов всех КЭ, входящих в ансамбль

$$F(\bar{A}) = \sum_{i=1}^{Ne} F_i(\bar{A}), \quad (30)$$

а условие его минимума приобретает вид

$$\frac{\partial F}{\partial \bar{A}_i} = \sum_{i=1}^{Ne} \frac{\partial F_i(\bar{A})}{\partial \bar{A}_i} = 0, \quad (31)$$

где  $Ne$  – полное число всех элементов.

«Дифференцирование по  $\bar{A}_i$  дает результат, отличный от нуля только в том случае, если  $i$  является одной из вершин текущего элемента. Следовательно, для каждого элемента можно построить свой блок элементных матриц, отражающих вклад данного КЭ в энергетический функционал» [6].

Матрица жесткости определяется следующим выражением:

$$k_{ij}^{(e)} = \int_V \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \{\bar{A}\}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \{\bar{A}\}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \{\bar{A}\}}{\partial z} \right) dV^{(e)}. \quad (32)$$

Матрица вихревых токов рассчитывается следующим образом

$$q_{ij}^{(e)} = \int_V j\omega\sigma N_i N_j dV^{(e)}. \quad (33)$$

Матрица внешних источников тока вычисляется согласно выражению

$$R_i^{(e)} = - \int_V \bar{J} N_i dV^{(e)}. \quad (34)$$

«В последнем выражении плотность внешних источников тока внутри элемента принимается постоянной.

Согласно выражению, элементные матрицы должны объединяться в глобальные матрицы, характеризующие поведение дискретной системы в целом» [6].

$$[K] = \sum_{i=1}^{Ne} [k]^{(e)}; [Q] = \sum_{i=1}^{Ne} [q]^{(e)}; [R] = \sum_{i=1}^{Ne} [R]^{(e)}. \quad (35)$$

В результате ансамблирования получаем систему алгебраических уравнений:

$$\{[K] + j[Q]\} \cdot \{\bar{A}\} + \{\bar{R}\} = 0. \quad (36)$$

«Решение данной задачи осуществляется итерационным методом. Краевые условия вида Дирихле учитываются путем принудительного исключения столбцов и строк глобальных матриц, относящихся к узлам дискретной системы, лежащих на удаленных границах  $S$  области  $V$ . Условия симметрии удовлетворяются при ансамблировании элементов автоматически» [6].

«Распределенные параметры магнитного поля вычисляются по выражению:

$$\bar{B}_y = -\frac{\partial \bar{A}}{\partial y} = -\frac{1}{2S^e} \sum_{i=1}^k c_i \bar{A}_i; \quad (37)$$

$$\bar{B}_x = -\frac{\partial \bar{A}}{\partial x} = -\frac{1}{2S^e} \sum_{i=1}^k b_i \bar{A}_i \quad (38)$$

$$\bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu_a}. \quad (39)$$

Напряженность электрического поля

$$\bar{E} = j\omega \bar{A}. \quad (40)$$

Мощность внутренних источников тепла, характеризующих нагрев проводящих тел индукционной системы, вычисляется для каждого элемента по закону Джоуля-Ленца:

$$P^{(e)} = \frac{1}{2} \int_{V^e} \sigma (\bar{E} \cdot \bar{E}^*) dV, \quad (41)$$

где  $\bar{E}^*$  - величина, сопряженная к  $\bar{E}$ » [9].

«Для учета нелинейной зависимости  $\mu_a(H)$  в ферромагнитных областях используется итерационный алгоритм многократного решения результирующей системы уравнений. В начальной стадии расчета задается значение  $\mu = \text{const}$  по всей области ферромагнитных макроэлементов, затем вычисляются распределенные параметры поля, что позволяет на следующей стадии расчета корректировать  $\mu$  внутри каждого конечного элемента в зависимости от значения напряженности магнитного поля в данной области. Итерации повторяются до полной сходимости процесса. Определение магнитной проницаемости производится с помощью введения в программу расчета кривой намагничивания» [8].



### 2.3 Математическая модель тепловых процессов при индукционном нагреве

В индуктивных системах, содержащих магнитные катушки, катушки индуктивности, вкладыши и цилиндрические грузы, возникают сложные эффекты теплопередачи внутри твердого тела, теплопередачи через стенки, конвективной и радиационной теплопередачи между вкладышем и грузом и между грузом и внешней средой с обоих концов. Некоторые параметры, такие как термическое сопротивление в местах контакта различных элементов, трудно определить. В этом случае используются средние эмпирические значения.

Учитывая периодичность структуры, обусловленную чередованием появления магнитных канавок и зубцов, исходная математическая модель неустойчивой теплопроводности композитной структуры может быть выражена системой частных дифференциальных уравнений следующего вида

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1(r, \theta, x, \tau)}{\partial \tau} = a(T_1) \left[ \frac{\partial^2 T_1(r, \theta, x, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1(r, \theta, x, \tau)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_1(r, \theta, x, \tau)}{\partial x^2} \right] + \\ + a(T_1) \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_1(r, \theta, x, \tau)}{\partial \theta^2} + \frac{1}{c(T_1)\gamma(T_1)} W(r, \theta, x, \tau) \end{aligned} \quad (42)$$

$$r \in (0, R_1), \quad x \in (0, L),$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_2(r, x, \tau)}{\partial \tau} = a_2(T_2) \left[ \frac{\partial^2 T_2(r, x, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2(r, x, \tau)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2(r, x, \tau)}{\partial x^2} \right], \end{aligned} \quad (43)$$

$$r \in [R_2, R_3],$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_3(r, x, \theta, \tau)}{\partial \tau} = a_3(T_3) \left[ \frac{\partial^2 T_3(r, x, \theta, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_3(r, x, \theta, \tau)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_3(r, x, \theta, \tau)}{\partial x^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_3(r, x, \theta, \tau)}{\partial \theta^2} \right] + \frac{1}{c_2(T)\gamma_2} Q_1(\theta, \tau), \end{aligned} \quad (44)$$

$$r \in [R_3, R_4].$$

Цилиндрические заготовки, вкладыши и системы магнитных индукторов описаны соответственно.

Ниже на рисунке 6 представлен индуктор.

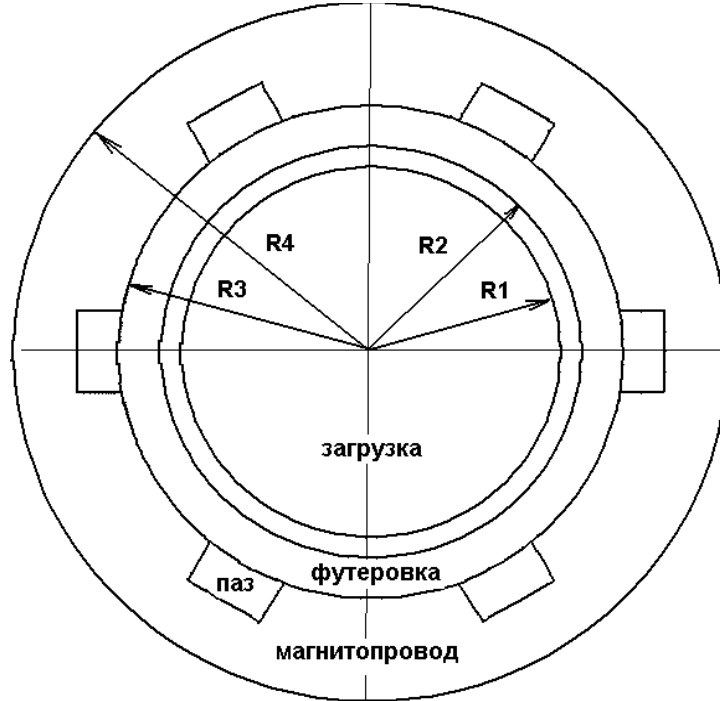


Рисунок 6 — Индуктор

«Тогда окончательная формула для граничного условия на боковой поверхности заготовки цилиндрической формы приводится к виду:

$$\begin{aligned}
 -\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1(r, x, \theta, \tau)}{\partial r} \Big|_{r=R_1} &= \alpha_1(T_1) [T_1(R_1, x, \theta, \tau) - T_2(R_2, x, \theta, \tau)] + \\
 &+ \varepsilon_1 \frac{F_1}{F_2} \left[ \left( \frac{T_1(R_1, x, \theta, \tau)}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2(R_2, x, \theta, \tau)}{100} \right)^4 \right], \quad (45)
 \end{aligned}$$

на торцевых поверхностях заготовки

$$-\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1(r, x, \theta, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1(r, x, \theta, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=L} =$$

$$= \alpha_1 [T_1(r, 0, \theta, \tau) - T_c] + \varepsilon_1 \left[ \left( \frac{T_1(r, 0, \theta, \tau)}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 \right], \quad (46)$$

на торцевых поверхностях футеровки

$$\begin{aligned} -\lambda_2 \frac{\partial T_2(r, x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=0} &= -\lambda_2 \frac{\partial T_2(r, x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=L} = \\ &= \alpha_2 [T_2(r, 0, \tau) - T_c] + \varepsilon_2 \left[ \left( \frac{T_2(r, 0, \theta, \tau)}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 \right]. \end{aligned} \quad (47)$$

Теплообмен между внешней поверхностью футеровки и индуктором тут условно считается непосредственным, как при наличии безупречного теплового контакта. Граничные условия четвертого рода представляют комбинацию двух уравнений

$$-\lambda_2(T) \frac{\partial T_2(r, x, \theta, \tau)}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = -\lambda_2(T) \frac{\partial T_3(r, x, \theta, \tau)}{\partial r} \Big|_{r=R_1}; \quad (48)$$

$$T_2(R_1, x, \theta, \tau) = T_3(R_1, x, \theta, \tau). \quad (49)$$

Граничные условия на внешней поверхности магнитопровода

$$-\lambda_3 \frac{\partial T_3(r, x, \tau)}{\partial r} \Big|_{r=R_4} = \alpha_3 [T_3(R_4, x, \tau) - T_c] \quad (50)$$

и на торцевых поверхностях

$$-\lambda_3 \frac{\partial T_3(r, x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \lambda_3 \frac{\partial T_3(r, x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=L} = \alpha_3 [T_3(r, 0, \tau) - T_c], \quad (51)$$

где  $T_1(r, x, \theta, \tau)$ ,  $T_2(r, x, \theta, \tau)$ ,  $T_3(r, x, \theta, \tau)$  – температурные распределения соответственно в цилиндрической заготовке, футеровке и магнитопроводе индуктора,

$T_c$  – температура воздуха,

$r, x, \theta$  – радиальная, аксиальная и угловая координаты системы,

$\tau$  – время процесса,

$a_1(T)$ ,  $a_2(T)$ ,  $a_3$ ,  $\lambda_1(T)$ ,  $\lambda_2(T)$ ,  $\lambda_3$  – коэффициенты температуропроводности и теплопроводности материалов заготовки, футеровки и магнитопровода соответственно,

$\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  – степень черноты материала загрузки,

$\alpha$  – коэффициент теплообмена внешней поверхности магнитопровода с окружающей средой,

$R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  – соответствующие радиусы поверхности заготовки, внутренней поверхности футеровки, поверхности сопряжения футеровки и индуктора и внешней поверхности магнитопровода индуктора,

$W(r, \theta, x, \tau) = F(r) \cdot Q(\theta) \cdot G(x) \cdot U(\tau)$  – источники внутреннего тепловыделения в нагреваемой заготовке,

$Q_1(\theta, \tau)$  – функция распределения источников тепловыделения в индукторе.

В индуктивных системах, содержащих магнитные катушки, катушки индуктивности, вкладыши и цилиндрические грузы, возникают сложные эффекты теплопередачи внутри твердого тела, теплопередачи через стенки, конвективной и радиационной теплопередачи между вкладышем и грузом и между грузом и внешней средой с обоих концов. Некоторые параметры, такие как термическое сопротивление в местах контакта различных элементов, трудно определить. В этом случае используются средние эмпирические значения.

В ходе изучения температурного поля выдвигается несколько гипотез.

Первое предположение состоит в том, что футеровка представляет собой пустой цилиндр, сделанный из материала с низкой теплопроводностью. Исходя из этого, можно сделать вывод, что стационарное распределение температуры на стенках лайнера не зависит от угловых координат» [6].

Второе предположение заключается в том, что индуктор может быть представлен в виде полого цилиндра с двумя источниками тепла. Первый источник тепла связан с тепловыми потерями в индуктивных проводниках, которые находятся в магнитном контуре. Второй источник тепла обусловлен тепловым потоком от поверхности заготовки.

Проводники во впадине магнитной цепи можно рассматривать как термически тонкие тела.

В индуктивных системах, содержащих магнитные катушки, катушки индуктивности, вкладыши и цилиндрические грузы, возникают сложные эффекты теплопередачи внутри твердого тела, теплопередачи через стенки, конвективной и радиационной теплопередачи между вкладышем и грузом и между грузом и внешней средой с обоих концов. Некоторые параметры, такие как термическое сопротивление в местах контакта различных элементов, трудно определить. В этом случае используются средние эмпирические значения.

Случай переноса тепла (конвекция или излучение) между воздушной средой и разделяемым объектом является более сложным. Во многих случаях необходимо упростить формулировку задачи. Поэтому в сложных случаях теплопередача между объектами заменяется теплопередачей к среде, а коэффициенты теплопередачи рассчитываются соответствующим образом.

Для определения температурного поля нагреваемого объекта нужно решить уравнение теплопередачи Фурье с использованием функции распределения внутреннего источника тепла, полученной при решении задачи электромагнетизма.

Здесь рассматривается более общая формулировка тепловой задачи в трехмерном случае и на ее основе строится конечно-элементная формулировка. Переход к двумерной модели осуществляется упрощением.

Согласно I закону термодинамики для массивных тел,

$$\gamma c \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) + \{L\}^T \{q\} = \ddot{q}, \quad (52)$$

где  $\gamma$  – плотность;

$c$  - удельная теплоёмкость;

$T$  - температура;

$\{L\} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right\}^T$  - векторный оператор;

$\{q\}$  - вектор теплового потока;

$\ddot{q}$  – скорость образования тепла в конечном объёме.

«Закон Фурье устанавливает связь между вектором теплового потока и температурным градиентом:

$$\{q\} = -[D]\{L\}T, \quad (53)$$

$$\text{где } [D] = \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} \end{bmatrix} \text{ — матрица теплопроводности;}$$

$K_{xx}, K_{yy}, K_{zz}$  – коэффициенты теплопроводности в элементе по направлениям  $x, y, z$  соответственно.

Объединение уравнений даст уравнение вида:

$$\rho c \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) = \{L\}^T ([D]\{L\}T) + \ddot{q}. \quad (54)$$

Представим уравнение в наиболее знакомой форме:

$$\gamma c \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) = \ddot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (55)$$

Полученные уравнения будут использоваться для решения задач в декартовой системе координат.

Запишем три вида граничных условий.

Задана температура, действующая по поверхности:

$$T = T'. \quad (56)$$

Определяется тепловой поток  $q^*$ , действующий по поверхности S2.

$$\{q\}^T \{\eta\} = -q^*, (57)$$

где  $\{\eta\}$  - единичный вектор, направленный от поверхности по нормали» [6].

«Определяется конвективный теплообмен между поверхностями (закон охлаждения Ньютона):

$$\{q\}^T \{\eta\} = -h_f(T_B - T_s); (58)$$

где  $h_f$  – коэффициент указанный для элементов

$T_B$  – внешняя температура;

$T_s$  – температура на поверхности тела.

Объединяя уравнения получим:

$$\{\eta\}^T [D] \{L\} T = q^*; \quad (59)$$

$$\{\eta\}^T [D] \{L\} T = h_f(T_B - T). \gg [8] \quad (60)$$

Двумя другими методами выполнения преобразований являются метод Галеркина и интегрирование вариационного типа. Различные методы конечных элементов, используемые для расчета доменных задач, применяют эти 2 метода для получения равных результатов. Здесь вариационное исчисление применяется для преобразования основных дифференциальных уравнений и граничных условий в функции энергии; минимизация этих функций гарантирует, что температурное распределение в нагреваемом объеме соответствует внутреннему и внешнему тепловому потоку в динамической области.

$$F = \int_V \left( \rho c \delta T \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \{v\}^T \{L\} T \right) + \{L\}^T \delta T ([D] \{L\} T) \right) dV - \\ - \int_{S_2} \delta T q^* d(S_2) + \int_{S_3} \delta T h_f (T_B - T) dS_3 + \int_V \delta T \ddot{q} dV, \quad (61)$$

где  $V$ - объём элемента;

$\delta T = \delta T(x, y, z)$  – вариация температур.

Запишем без явного выражения функционала

$$\int_V \left( \rho c \delta T \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \{v\}^T \{L\} T \right) + \{L\}^T \delta T ([D] \{L\} T) \right) dV = \\ = \int_{S_2} \delta T q^* d(S_2) + \int_{S_3} \delta T h_f (T_B - T) dS_3 + \int_V \delta T \ddot{q} dV. \quad (62)$$

В индуктивных системах, содержащих магнитные катушки, катушки индуктивности, вкладыши и цилиндрические грузы, возникают сложные эффекты теплопередачи внутри твердого тела, теплопередачи через стенки, конвективной и радиационной теплопередачи между вкладышем и грузом и между грузом и внешней средой с обоих концов. Некоторые параметры, такие как термическое сопротивление в местах контакта различных элементов, трудно определить. В этом случае используются средние эмпирические значения.

Кроме того, для каждого элемента выполняется преобразование путем создания уравнения для этого компонента. В результате уравнения сводятся к системе дифференциальных уравнений, решения которых выводят значения температуры в узлах треугольника в расчетной области. Связь между температурой в узле и любой точке треугольника определяется следующим образом:

$$T = \{N\}^T \{T_e\}, \quad (63)$$

где  $T = T(x, y, z)$  – температура;



$\{N\} = \{N(x, y, z)\}$  – матрица базисных функций;

$\{T_e\} = \{T_e(t)\}$  – вектор температуры в узлах элемента.

Для производной температуры по времени запишем выражение

$$\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t} = \{N\}^T \{\dot{T}_e\}. \quad (64)$$

Вариация температуры  $\delta T$  имеет ту же форму, что и  $T$

$$\delta T = \{\delta T_e\}^T \{N\}. \quad (65)$$

«Для записи  $\{L\}T$  используется матричная форма, содержащая продифференцированные выражения от матрицы базисных функций, что исключает необходимость записи в виде производных по координате» [6]:

$$\{L\}T = [B]\{T_e\}, \quad (66)$$

где

$$[B] = \{L\}\{N\}^T. \quad (67)$$

Теперь измененное состояние уравнения можно объединить с выражениями:

$$\begin{aligned} & \int_{vol} \rho c \{\delta T_e\}^T \{N\} \{N\}^T \{\dot{T}_e\} d(vol) + \int_{vol} \rho c \{\delta T_e\}^T \{N\} \{v\}^T [B] \{T_e\} d(vol) + \\ & + \int_{vol} \rho c \{\delta T_e\}^T [B]^T [D] [B] \{T_e\} d(vol) = \int_{S_2} \{\delta T_e\}^T \{N\} q^* d(S_2) + \\ & + \int_{S_3} \{\delta T_e\}^T \{N\} h_f (T_B - \{N\}^T \{T_e\}) d(S_3) + \int_{vol} \{\delta T_e\}^T \{N\} \ddot{q} d(vol). \quad (68) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \rho \int_{vol} C\{N\}\{N\}^T d(vol)\{\dot{T}_e\} + \rho \int_{vol} C\{N\}\{v\}^T [B] d(vol)\{T_e\} + \\ & \quad + \rho \int_{vol} [B]^T [D][B] d(vol)\{T_e\} = \int_{S_2} \{N\}q dS + \\ & + \int_{S_3} T_B h_f \{N\} d(S_3) - \int_{S_3} h_f \{N\}\{N\}^T \{T_e\} d(S_3) + \int_{vol} q\{\ddot{N}\} d(vol). \end{aligned} \quad (69)$$

Выражение может быть записано иначе

$$[C_e^t]\{\dot{T}_e\} + ([K_e^{tm}] + [K_e^{tb}] + [K_e^{tc}])\{T_e\} = \{Q_e\} + \{Q_e^c\} + \{Q_e^g\}, \quad (70)$$

«где  $[C_e^t] = \rho \int_{vol} c\{N\}\{N\}^T d(vol)$  — элементная матрица теплоемкости или матрица демпфирования;

$[K_e^{tm}] = \rho \int_{vol} c\{N\}\{v\}^T [B] d(vol)$  — составляющая элементной матрицы жесткости, обусловленная передачей тепла за счет перемещения нагреваемого тела;

$[K_e^{tb}] = \int_{vol} [B]^T [D][B] d(vol)$  — составляющая элементной матрицы теплопроводности или матрицы жесткости,

$[K_e^{tc}] = \int_{S_3} h_f \{N\}\{N\}^T d(S_3)$  — составляющая элементной матрицы теплопроводности, учитывающая теплообмен элементов, находящихся на границе области;

$\{Q_e^f\} = \int_{S_2} \{N\}q^* d(S_2)$  — элементный вектор поверхностных источников тепла в виде потока;

$\{Q_e^c\} = \int_{S_3} T_B h_f \{N\} d(S_3)$  — элементный вектор теплового потока с поверхности элемента в окружающее пространство путем конвекции;

$\{Q_e^g\} = \int_{vol} q\{N\} d(vol)$  — элементный вектор внутренних источников тепла» [8].

Для удобства построения матрицы коэффициентов компоненты матрицы теплоемкости объединены с компонентами матрицы жесткости, возникающей при движении тела. Они связаны друг с другом до первой

производной от температуры (по временной и продольной осям). Поэтому один и тот же метод расчета может быть изменен и модифицирован путем интегрирования после дифференциального аналога» [19].

В индуктивных системах, содержащих магнитные катушки, катушки индуктивности, вкладыши и цилиндрические грузы, возникают сложные эффекты теплопередачи внутри твердого тела, теплопередачи через стенки, конвективной и радиационной теплопередачи между вкладышем и грузом и между грузом и внешней средой с обоих концов. Некоторые параметры, такие как термическое сопротивление в местах контакта различных элементов, трудно определить. В этом случае используются средние эмпирические значения.

Полученные матрицы  $[K]$ ,  $[C]$  и  $\{Q\}$  с учетом замены временной производной  $\frac{\partial T}{\partial t}$  конечно-разностным аналогом, объединяются в систему уравнений.

$$\left(\frac{[C]}{\Delta t} + \gamma[K]\right)\{T\}_{n+1} = \left(\frac{[C]}{\Delta t} - (1 - \gamma)[K]\right)\{T\}_n + \{Q\}_n, \quad (71)$$

где  $\Delta t$  – временной шаг,

$n$  – номер шага,

$\gamma$  - коэффициент, принимающий значения от 0 до 1.

Последнее выражение переписывается в виде:

$$[\hat{K}]\{T\}_{n+1} = \{Q\}. \quad (72)$$

В индуктивных системах, содержащих магнитные катушки, катушки индуктивности, вкладыши и цилиндрические грузы, возникают сложные эффекты теплопередачи внутри твердого тела, теплопередачи через стенки, конвективной и радиационной теплопередачи между вкладышем и грузом и между грузом и внешней средой с обоих концов. Некоторые параметры,

такие как термическое сопротивление, в местах контакта различных элементов, трудно определить. В этом случае используются средние эмпирические значения.

Общее уравнение первого порядка с нулевой правой частью  $f$  может быть решено численно с помощью двухслойной схемы, записываемой в виде

$$\left(\frac{1}{\Delta t_n} + \gamma[C]^{-1}[K]\right) a^{n+1} = \left(\frac{1}{\Delta t_n} - (1 - \gamma)[C]^{-1}[K]\right) a^n \quad (73)$$

Если  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  - собственные значения, а  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M$  соответствующие векторы задачи на собственные значения

$$[K]\alpha + \lambda[C]\alpha = 0, \quad (74)$$

то в общем случае имеем

$$a^m = \sum_{m=1}^M y_m^n \alpha_m, \quad a^{n+1} = \sum_{m=1}^M y_m^{n+1} \alpha_m. \quad (75)$$

Подставив эти выражения в, получим

$$y_m^{n+1} = \frac{1/\Delta t_m + (1-\gamma)\lambda_m}{1/\Delta t_n - \gamma\lambda_m} y_m^n. \quad (76)$$

«В случае положительно определенных матриц  $K$  и  $C$  все собственные значения  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  вещественны и неотрицательны. Следовательно, точное решение затухает со временем и, соответственно, то же самое поведение будет характерно для численного решения, если

$$|y_m^{n+1}| < |y_m^n|, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (77)$$

т.е., если

$$-1 < \frac{1/\Delta t_m + (1-\gamma)\lambda_m}{1/\Delta t_n - \gamma\lambda_m} < 1, m = 1, 2, \dots, M. \quad (78)$$

Это условие должно быть выполнено для устойчивости схем интегрирования по времени. Кроме того, схема будет свободна от колебаний, если каждая входящая в виде множителя в  $y_m^n$  мода имеет один и тот же знак на всех временных слоях  $n$ . В силу равенства это будет выполняться, если

$$\frac{y_m^{n+1}}{y_m^n} = \frac{1/\Delta t_m + (1-\gamma)\lambda_m}{1/\Delta t_n - \gamma\lambda_m} > 0, m = 1, 2, \dots, M. \quad (79)$$

Следовательно, двухслойная по времени схема будет устойчива и свободна от колебаний, если

$$0 <= \frac{1/\Delta t_m + (1-\gamma)\lambda_m}{1/\Delta t_n - \gamma\lambda_m} < 1, m = 1, 2, \dots, M. \quad (80)$$

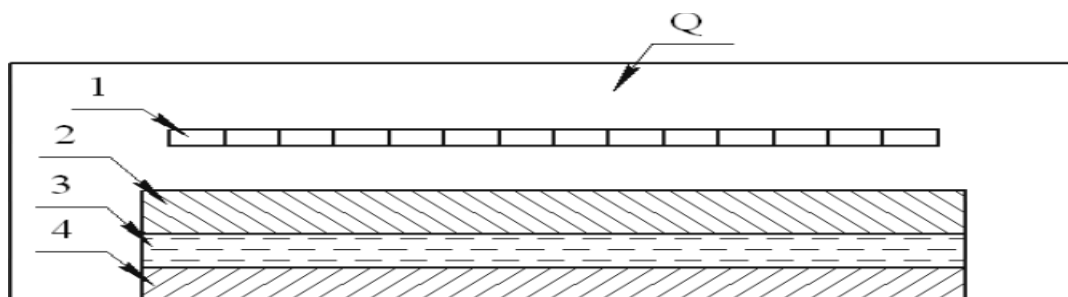
В индуктивных системах, содержащих магнитные катушки, катушки индуктивности, вкладыши и цилиндрические грузы, возникают сложные эффекты теплопередачи внутри твердого тела, теплопередачи через стенки, конвективной и радиационной теплопередачи между вкладышем и грузом и между грузом и внешней средой с обоих концов. Некоторые параметры, такие как термическое сопротивление в местах контакта различных элементов, трудно определить. В этом случае используются средние эмпирические значения.

В данном случае использована двумерная геометрическая модель нагрузки для полного соответствия геометрии электромагнитной задачи с использованием полученных из неё значений, для увеличения точности которых выполнено разбиение на блоки. Размер кольца выбран по глубине проникновения тока, а радиальное деление было сделано с

предположением различных значений тепловых потерь под канавками и под зубцами индуктора. Теплопередатчик внутри каждого блока был согласован с объемным источником тепла методом корректировки объемной плотности теплопередачи каждого блока. На поверхности заготовки было задано граничное условие излучения с соответствующими коэффициентами.

#### 2.4 Конечно-элементная модель процессов индукционного нагрева при производстве пластмассы методом литья

В основе метода конечных элементов лежит идея изучения векторного потенциала, важной функции процесса, в заданной области анализа  $Q$ , которая разбивается «на конечное число дискретных подобластей. Это позволяет перевести проблему с бесконечным числом степеней свободы в задачу с конечным числом параметров. В таком случае функции, необходимые в каждой подобласти, аппроксимируются силовыми полиномами, которые перпендикулярны друг другу на контактных поверхностях элементов, при условии, что геометрические размеры элементов малы» [8]. Это предоставляет решение для дифференциального уравнения. Генерация сеток «конечных элементов выполняется автоматически с помощью специальных пакетов. При этом учитывается специфика задачи, и отдельные сегменты предварительно группируются в геометрические области, которые глобально отражают конфигурацию исследуемой системы» [9] (рисунок 7).



1 - индуктор; 2- цилиндр пластификации; 3 - полимерный материал; 4 – шнек

Рисунок 7 – Схематическое изображение системы индукционного нагрева

Каждому сегменту присваивается номер или название, определяющее его связь с соответствующей структурной частью индукционной системы и вводимыми данными.

Этот способ применяется для расчета индукционного оборудования, служащего источником тепла для систем нагрева вязкой жидкости в теплообменниках непрерывного действия.

Малое поперечное сечение делится на элементы, определяется радиус окружности в точке и плотность сетки.

В результате деления площадь  $Q$  покрывается сеткой конечных элементов. В этом случае плотность сетки выше там, где ожидаются более высокие градиенты ЭМ.

В рамках CG используется полином линейной интерполяции в виде линейной функции следующего вида[30]:

$$N_i(r, x) = (a_i + b_i r + c_i x) * \frac{1}{2S^e} \quad (81)$$

В результате получаем векторный потенциал внутри треугольника. В вершинах треугольника определяем  $p$  значениями:

$$A^e(r, x) = \frac{1}{2S^e} \sum_i^k (a_i + b_i r + c_i x) A_i, \quad (82)$$

где  $a_i = r_i x_i - x_j r_k$ ,  $b = x_j - x_k$ ,  $c_i = r_k - r_j$  – постоянные коэффициенты функций формы  $N_i$ , которые вычисляются в зависимости от пространственных координат узлов элемента  $p$ ;

$i$  – комплексные амплитуды вектора в узлах КЭ.

В будущем идеология расчета основана на вариационных принципах, т.е. решение системы (выполняется путем уменьшения нелинейного функционала:

$$F(A) = \frac{1}{2} \iint \left[ \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\mu_a} * \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{\mu_a r} \right) \frac{\partial r A}{\partial r} \right] dr dx + \frac{1}{2} \iint j\omega\gamma |A| dr dx + \frac{1}{2} \iint J_0 A dr dx \quad (83)$$

Функционал в дискретной модели определяется сложением вкладов всех СЕ, которые входят в ансамбль[31]:

$$\frac{\partial F}{\partial A_i} = \sum_{i=1}^{ne} \frac{\partial F_i(A)}{\partial A_i} = 0 \quad (84)$$

Соответственно, условие его минимума определяется по формуле

$$F(A) = \sum_{i=1}^{ne} F_i(A) \quad (85)$$

Если  $i$  - одна из вершин данного треугольника, то только дифференцирование по  $A_i$  не равен нулю [32].

Следовательно, что для каждого элемента можно построить блок элементарных матриц, отражающий вклад этого СЕ в энергетический функционал.

Матрица жесткости представляется в следующем виде:

$$k_{ij}^{(e)} = \iint \frac{1}{\mu_a} \left( \frac{\partial N_i}{\partial r} * \frac{\partial N_j}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial x} * \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) * 2\pi r dr Q^{(e)} \quad (86)$$

Радиус центра тяжести конечного элемента:

$$r^e = (r_i + r_j + r_k)/3 \quad (87)$$

Матрица вихревых токов:

$$q_{ij}^e = \iint j\omega\gamma N_i N_j 2\pi r dr Q^e \quad (88)$$



Матрица внешних источников тока:

$$R_i^e = - \iint J_0 N_i 2\pi r dQ^e$$

$$R_i^e = -\frac{1}{6}\pi J_0 S^e (2r_i + r_j + r_k) \quad (89)$$

«Плотность внешних источников тока внутри элемента постоянна (в последнем выражении).

Ансамбль элементов – это процесс при котором элементные матрицы, согласно выражению, объединяются в глобальные матрицы, которые характеризуют поведение всей дискретной системы:

$$[K] = \sum_1^{ne} [k]^e [Q] = \sum_1^{ne} [q]^e [R] = \sum_1^{ne} [r]^e \quad (90)$$

Вычисление коэффициентов элементарных матриц в реальной ситуации и их объединение выполняется одновременно. Тогда начальное уравнение в частных производных заменяем системой алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами. Соответственно, оно выражается так:

$$\langle [K] + j[Q] \rangle * [A] + [R] = 0 \quad (91)$$

Последнее решение осуществляется с помощью стандартной процедуры  $LDL^T$ -факторизации и полностью определяет искомую функцию  $\dot{A}(r, x)$  в узлах расчетной сетки конечных элементов.

Граничные условия (типа  $A = 0$ ) учитываются, принудительно исключая столбцы и строки глобальных матриц, которые принадлежат узлам дискретной системы и расположены на удаленных границах  $S$

области Q. Условия симметрии автоматически выполняются.

Параметры магнитного поля (распределенные) вычисляются вторым выражением:» [8]

$$B_r = -\frac{dA}{dx} = -\frac{1}{2S^e} \sum_i^k c_i A_i \quad (92)$$

$$x^e = \frac{1}{3} * (x_i + x_j + x_k) \quad (93)$$

Сила электрического поля определяется как:

«Векторный потенциал A и напряженность электрического поля E линейно изменяются, тогда как благодаря принятой линейной интерполяции компоненты магнитной индукции внутри отдельных элементов являются постоянными.

Согласно закону Джоуля-Ленца, внутренние источники тепла рассчитываются для каждого конечного элемента, который характеризует, нагрев проводящих тел индукционной системы» [8]:

$$P_W^e = \frac{1}{2} \iiint \gamma [E * E^*] dV^e \quad (94)$$

«Интегрирование проводится по объему тела, образованного вращением элемента вокруг оси x» [8].

«При принудительном исключении столбцов и строк глобальной матрицы учитываются граничные условия формы Дирихле. Параметры магнитного поля (распределение) рассчитываются из полученных значений векторного потенциала» [22].

## 2.5 Алгоритм расчета электротеплового поля

ELCUT 5.6 Professional представляет собой набор инструментов, предназначенных «для моделирования тепловых полей в системах с сложной

геометрией. Этот пакет используется для решения двумерных краевых задач математической физики, которые описываются эллиптическими дифференциальными уравнениями для скалярных или однокомпонентных векторных функций. ELCUT включает в себя инструменты для численного моделирования нестационарных физических полей, которые определяются дифференциальными уравнениями второго порядка. Команды и графический интерфейс этого пакета могут быть использованы для математического моделирования физических полей в двумерных вычислительных областях, которые применимы в различных инженерных и научных задачах, таких как задачи прочности материалов, расчеты электромагнитных устройств, проблемы тепломассопереноса и диффузии. Метод, используемый в ELCUT, основан на применении конечных элементов» [21].

Выполнение вычислений методом МКЭ включает составляющие:

- разработка нужной геометрии модели для МКЭ;
- декомпозиция модели на совокупность конечных элементов;
- добавление граничных условий;
- составление блоков модели и описание их характеристик;
- решение одновременных уравнений в числах;
- анализ результатов[33].

Этапы 1 – 4 это шаги предварительной обработки, пятый этап – стадия непосредственно обработки, шестой – процесс постобработки (рисунок 8).

«Геометрическая модель, созданная на этапе 1, разбивается на конечные элементы с достаточно простой геометрией (в ELCUT используется модель, разбитая на треугольные конечные элементы). Этот этап является одним из самых трудоемких, сложных и критических, поскольку время решения предопределено, а некоторые ошибки обнаруживаются уже на первом этапе.

На втором и третьем этапах процесса решения необходимо ввести исходные данные, такие как физические свойства используемого материала,

а также определить граничные условия на основе реального материала. В ELCUT возможно использование нелинейных материалов с зависимостью проницаемости от напряженности магнитного поля. В этом подходе применяются кривые намагничивания, которые характерны для ферромагнитных материалов. Кривая намагничивания  $B(H)$  автоматически пересчитывается таким образом, чтобы средняя энергия поля за период сохранялась. В редакторе кривых намагничивания отображаются одновременно исходная кривая и пересчитанная кривая, что позволяет визуально оценить изменения» [19].

Пятый этап (численное решение одновременных уравнений) выполняется автоматически и в принципе не вызывает затруднений.

Шестой этап (анализ результатов) очень прост в исполнении благодаря мощным инструментам визуализации.

«Решение поставленной задачи расчета электромагнитных и тепловых полей осуществляется поэтапно» [19].

«На первом этапе производится расчет геометрических и электрических параметров индуктора. Расчет геометрических параметров проводится исходя из требований минимального расхода материала, электрических – по условию ограничения допустимой плотности тока» [19].

«Процесс решения электромагнитных задач включает стандартные процедуры:

- создание геометрической модели;
- разработка геометрической модели; присвоение меток блокам (задание физических свойств и граней) (таблица 3.2)
- назначение меток блокам (задание физических свойств) и ребрам (граничных условий);
- создание сетки конечных элементов (этап автоматической выборки);
- решение проблем;
- получение и анализ результатов» [21].



Рисунок 8 - Алгоритм решения задач в среде ELCUT 5.6 Professional

«В результате решения электромагнитной задачи было получено количественное распределение объемной теплотворной способности по бревну. Чтобы реализовать зависимость, полученную в электромагнитной

задаче, объемная излучаемая мощность переносится в тепловую задачу в качестве источника тепла» [21].

Вторым этапом проводится расчет электромагнитной задачи.

«Процесс решения тепловой задачи также включает стандартные процедуры:

- создание геометрической модели (геометрия рассматриваемой области заготовки в тепловой задаче идентична геометрии модели электромагнитной задачи для обеспечения удобства и точности в назначении источников тепла) (рисунок 9);
- назначение меток блоков (задание физических свойств) и граней (граничные условия);
- создание сетки конечных элементов;
- решение задачи;
- получение и анализ результатов.

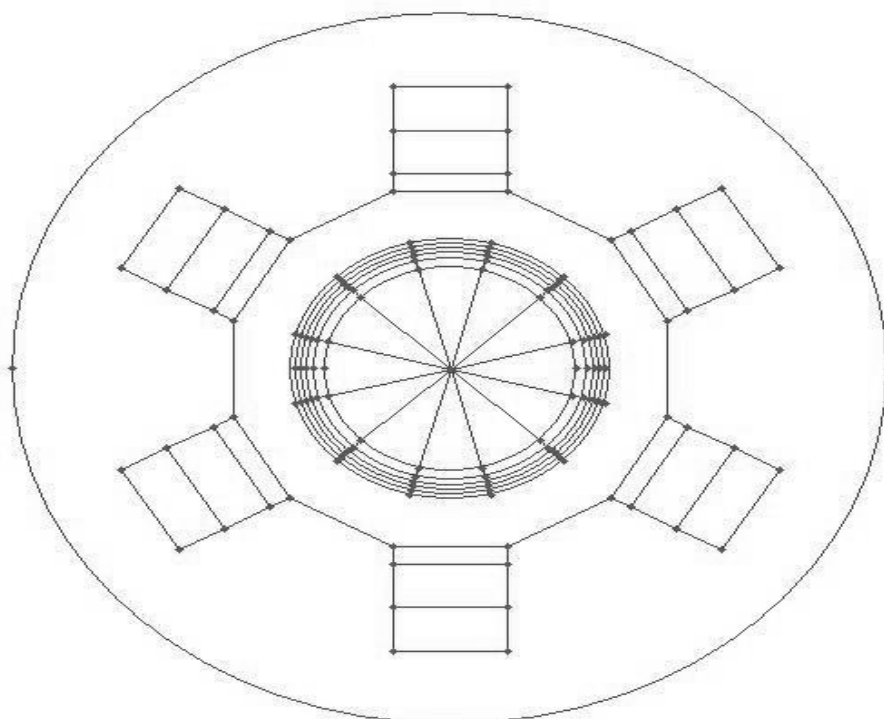


Рисунок 9 - Геометрическая модель для решения электромагнитной задачи

Решение тепловой задачи для заготовки дает распределение температуры, градиент распределения температуры и температурное поле в поперечном сечении.

При решении задач, связанных с электромагнетизмом и теплопередачей, важно учитывать зависимость проницаемости материала заготовки от температуры. Поскольку пакет ELCUT не автоматически учитывает эту зависимость, решение тепловых задач для заготовки выполняется итерационно путем пересчета распределения теплового излучения внутри слоев заготовки при их нагреве выше точки магнитного преобразования. Затем полученное распределение тепла рассматривается как источник для решения тепловой задачи.

Таким образом, электромагнитные и тепловые поля рассчитываются последовательно, а информация об обмене передается в виде приближенных уравнений для распределения температуры и внутренних источников тепла. Итерации проводятся до получения заданной технологией температуры поверхности заготовки  $|T_{нов} - T_{зад}| \leq \varepsilon_{доп}$  [16].

«Решение процесса аналогично предыдущему описанию: включает создание геометрической модели, разбиение на конечные элементы, выполнение расчетов, получение и анализ результатов. При этом осуществляется проверка полученных результатов с учетом двух условий: максимально допустимой температуры покрытия и максимально допустимой разницы температур внутри покрытия. Если данные условия не нарушены, считается, что результаты являются корректными» [24].

На рисунке 10 показана геометрическая модель системы «магнитопровод – обмотка - футеровка» для решения тепловой задачи.

Технические ограничения здесь заключаются в том, чтобы не превышалась допустимая температура вне магнитопровода и чтобы проводники, прилегающие к пазу и покрытию, а также края магнитопровода не нагревались выше допустимой температуры.

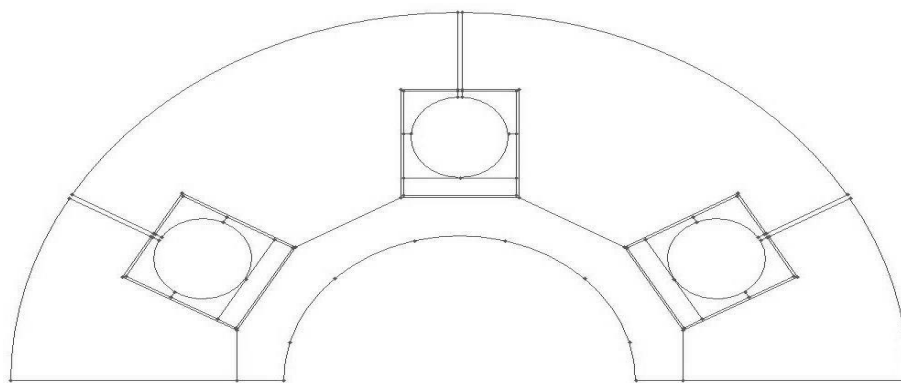


Рисунок 10 - Геометрическая модель системы «магнитопровод – обмотка - футеровка» для решения тепловой задачи

В индуктивных системах, содержащих магнитные катушки, катушки индуктивности, вкладыши и цилиндрические грузы, возникают сложные эффекты теплопередачи внутри твердого тела, теплопередачи через стенки, конвективной и радиационной теплопередачи между вкладышем и грузом и между грузом и внешней средой с обоих концов. Некоторые параметры, такие как термическое сопротивление в местах контакта различных элементов, трудно определить. В этом случае используются средние эмпирические значения.

Если все наложенные ограничения выполнены и все требования к процессу соблюдены, то полученные результаты являются удовлетворительными и расчет завершен.

В данной главе описана задача идентификации и предложена численная математическая модель нестационарной теплопроводности в системе из цилиндрического индуктора с замкнутым магнитопроводом и цилиндрической заготовкой во внутренней полости контура.

Создана конечно-элементная модель, в которой электромагнитное и тепловое поля взаимосвязаны, позволяющая вычислять и анализировать рассеиваемую мощность и температурное поле электромагнитного источника тепла в цилиндрической заготовке и элементе индуктора.



### **3 Анализ электромагнитных и тепловых полей и синтез параметров индукционного нагревателя при производстве пластмассы**

#### **3.1 Создание алгоритма нахождения характеристик системы индукционного нагрева**

Рассмотрим решение задачи тепломассопереноса, включающее алгоритм расчета и программу из двух блоков, электрические и тепловые расчеты.

«Электрический и тепловой расчеты.

Исходные данные.

Характеристики нагревателя: измерения цилиндра и винта, длина, электрические и тепловые размеры; электрические и тепловые характеристики цилиндра, толщина изоляции, материал цилиндра.

Параметры нагреваемого полимерного материала.

Температурная зависимость коэффициента теплопроводности, теплоемкости и вязкости.

Теплофизические свойства.

Силовые параметры: частота тока, напряжение питания» [25].

Решение подобных задач требует вычисления силы тока, напряженности магнитного поля и значения магнитной индукции. Затем происходит расчет функции распределения источников тепла [14].

В индуктивных системах, содержащих магнитные катушки, катушки индуктивности, вкладыши и цилиндрические грузы, возникают сложные эффекты теплопередачи внутри твердого тела, теплопередачи через стенки, конвективной и радиационной теплопередачи между вкладышем и грузом и между грузом и внешней средой с обоих концов. Некоторые параметры, такие как термическое сопротивление в местах контакта различных

элементов, трудно определить. В этом случае используются средние эмпирические значения.

«В термическом блоке определяются температуры винта и стенок цилиндра, а также распределение температуры по поперечному сечению и длине потока. На основании результатов термических расчетов вычисляются теплофизические параметры. Первоначально происходит производство электроэнергии, а затем приступают к термическим расчетам. Данный цикл повторяется до достижения заданной точности расчета.

С целью оптимизации применяют предложенный алгоритм одновременного решения тепловой и электромагнитной задач (рисунок 11).

Рассмотренная последовательность решения тепловой и электромагнитной задач применяется в задачах оптимизации.

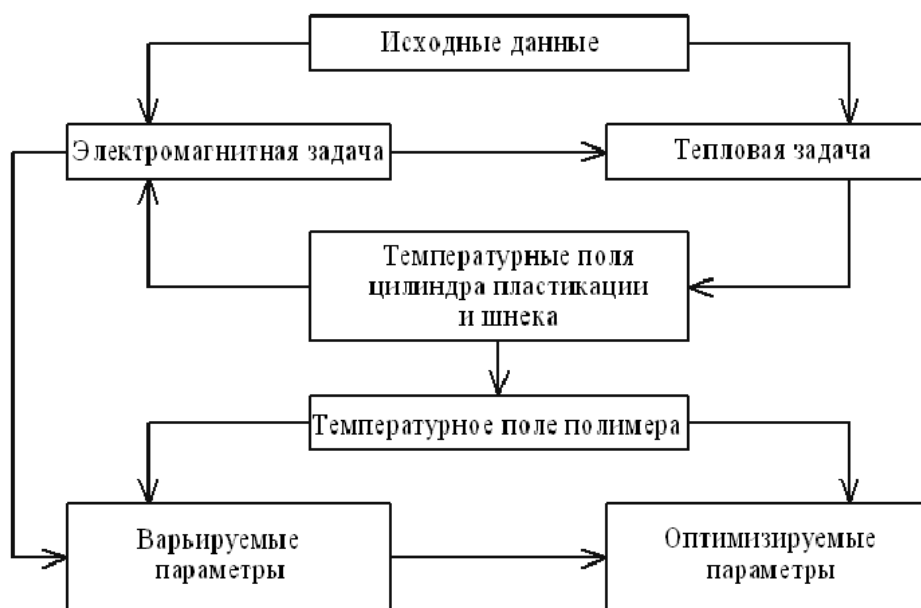


Рисунок 11 – Параметры применения индукционных нагревателей. Алгоритм расчета электротермического поля

Расчет индукционного нагревателя для производства пластиковых изделий основан на предлагаемых моделях» [24].

Минимальная мощность нагревателя, при которой возможен качественный процесс литья, равна 20 кВт.

### **3.2 Расчет и анализ электромагнитных полей полимерного материала**

Параметры индуктивной системы рассчитываются тепловыми, электромагнитными, электродинамическими и термомеханическими процессами[18].

«Некоторые из этих процессов могут быть недоступны для некоторых типов технологических установок. Взаимное влияние

Необходимо учитывать взаимное влияние различных процессов и различных ограничений.

(например, максимально допустимые температуры и максимальные тепловые напряжения проводящих изоляторов и гнущегося железа в магнитных цепях).

Процедура усложняется необходимостью учитывать нахождение параметров конструкции и режимов нагрева. При использовании программного управления алгоритм ориентирован на применение именно этого метода управления, так как качество процесса нагрева в рассматриваемой задаче является достаточным» [25].

Управление. Таким образом, процесс проектирования заключается в решении проблемы управления «и проектирования управления, качественного решения проблемы при различных ограничениях. В некоторых случаях набор процессов набор достаточно велик, чтобы все задачи можно было связать в один многоступенчатый.

Он может быть многоступенчатым» [8].

Проблема заключается в том, что размер вычислительной системы

Размер вычислительной системы растет непропорционально сумме систем уравнений отдельных процессов.

Однако, когда вся система складывается вместе, она растет быстрее из-за большого количества незаполненных элементов.

Это происходит потому, что группировка различных блоков создает большое количество незаполненных элементов в системе в целом.

В то же время для решения больших задач используются косвенные методы решения.

Это противоположно прямому методу, хотя и не сокращает время вычислений и объем памяти.

Прямой метод - это экономичный способ описания многомерных разреженных массивов как одномерных.

В отличие от прямого метода, который является экономичным способом описания многомерного массива как одномерного массива с вычисленными индексами, он не сокращает время вычислений или использование памяти. По этой причине.

Поэтому вместо использования метода совместного решения принято определять основные параметры до рассмотрения некоторых процессов.

Потому что после определения основных параметров принято рассматривать именно их.

В результате предлагаемый алгоритм включает в себя процедуру изменения параметров проекта и итерационный поиск процедуры и переключения времени для их изменения.

Предлагаемый алгоритм нахождения исходных и интегральных характеристик индуктивной системы.

Алгоритм нахождения характеристик индуктивной системы и времени переключения.

Включает блок, определяющий поиск интервалов переключения[12].

Есть блоки, определяющие интервалы переключения и прерывания. Эти блоки расположены в блоках более высокого уровня.

Иерархически представленные процедуры поиска параметров.

Расположены в индукторе. Параметры выбираются путем сравнения функций, которые включают в себя

Параметры выбираются путем сравнения функций с достаточно высоким энергопотреблением. В данной задаче увеличение числа критериев.

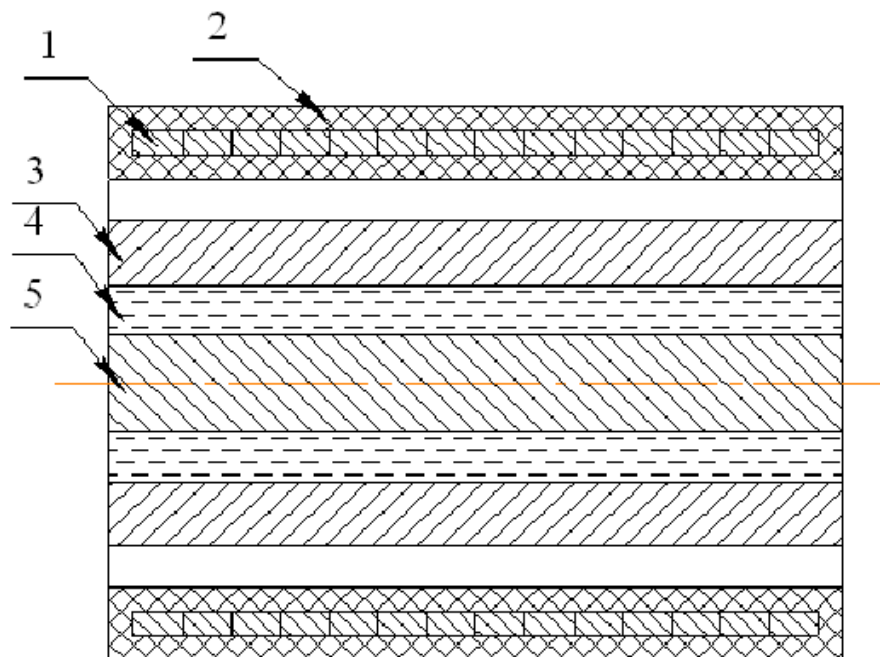
В индуктивных системах, содержащих магнитные катушки, катушки индуктивности, вкладыши и цилиндрические грузы, возникают сложные эффекты теплопередачи внутри твердого тела, теплопередачи через стенки, конвективной и радиационной теплопередачи между вкладышем и грузом и между грузом и внешней средой с обоих концов. Некоторые параметры, такие как термическое сопротивление в местах контакта различных элементов, трудно определить. В этом случае используются средние эмпирические значения.

В данной задаче увеличение числа критериев может оказаться затруднительным, поскольку дополнительные критерии и дополнительные расчеты [11]:

$$J = \int_0^{t_f} P dt \quad (95)$$

«Из-за ограниченного числа вариантов проектирования системы мы рассматриваем только приближенно оптимальную систему индукции. Поэтому процедура оптимизации учитывает только определенные процессы, исключая другие возможности.

В нашей исходной конструкции используется однослойная цилиндрическая катушка индуктивности. Она изготовлена из медной проволоки размером  $6,3 \times 2$  мм, с никелированной медной жилкой, а также двумя слоями стекловолокна, пропитанными органосиликатной композицией. Рабочая температура данной системы составляет до  $600$  °С, общая мощность индуктора - 20 кВт, напряжение - 220 В, и количество витков индуктивности равно 110» [21]. Начальная конструкция представлена на рисунке 12.



1 - обороты катушки индуктивности; 2 - изоляция катушек индуктивности;  
3 - цилиндр пластификации; 4 - полимерный материал; 5 - шнек.

Рисунок 12 - Проектная схема установки индукционного нагрева

Система состоит из нескольких тел с различными физическими свойствами: индуктор - изоляция - цилиндр - полимерный материал - винт, которые являются компонентами системы индукционного нагрева.

Параметры исследуемой системы.

- внутренний диаметр цилиндра составляет 0,046 м;
- внешний диаметр цилиндра - 0,088 м;
- толщина стенки цилиндра - 0,021 м;
- диаметр шнека - 0,036 м;
- толщина полимерного слоя - 0,005 м;
- мощность индукционной системы - 20 кВт;
- количество витков катушки индуктивности - 110;
- количество витков катушки индуктора - 110;
- напряжение индуктора - 220 В.

Отправной точкой в разработке системы отопления является создание заданного распределения температуры.

Программа.

Для разработки геометрической модели применяют алгоритм, на базе конечных элементов.

Создание системы. Сюда входят объекты, находящиеся в тепловом контакте. Далее задайте условия для теплопередачи. Сетка конечных элементов показана на рисунке 13.

«Данная модель характеризуется количеством элементов 44551, узлов— 22419 и граничных элементов – 4652. Объем оперативной памяти, требуемый для выполнения вычислений, составляет 4 ГБ.

Вихревые токи распределяются в соответствии с факторами, обусловленными электрическими и тепловыми свойствами нагреваемого объекта: температурой нагрева, частотой источника энергии и т. д.

Нагрев немагнитных материалов

Нагрев немагнитных материалов может сопровождаться большими изменениями сопротивления» [22].

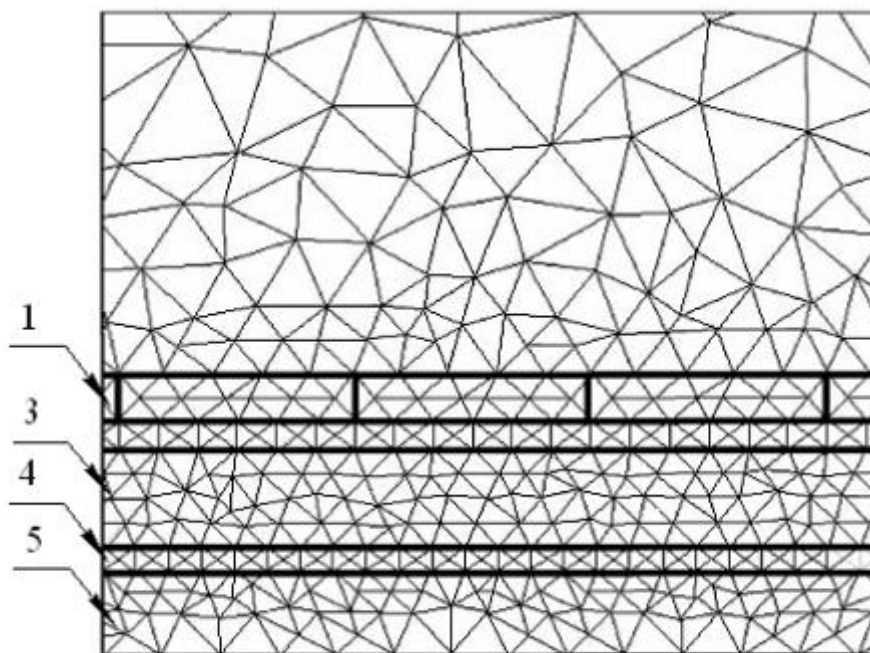


Рисунок 13 – Сетка конечных элементов для расчета электромагнитных полей в системе «индуктор - полый цилиндр»

На рисунке 14, а приведен график распределения удельной объемной мощности по длине шнека (кривая 2) и цилиндра (кривая 1). На рисунке 14, б показано распределение плотности тока по длине шнека (кривая 2) и цилиндра (кривая 1).

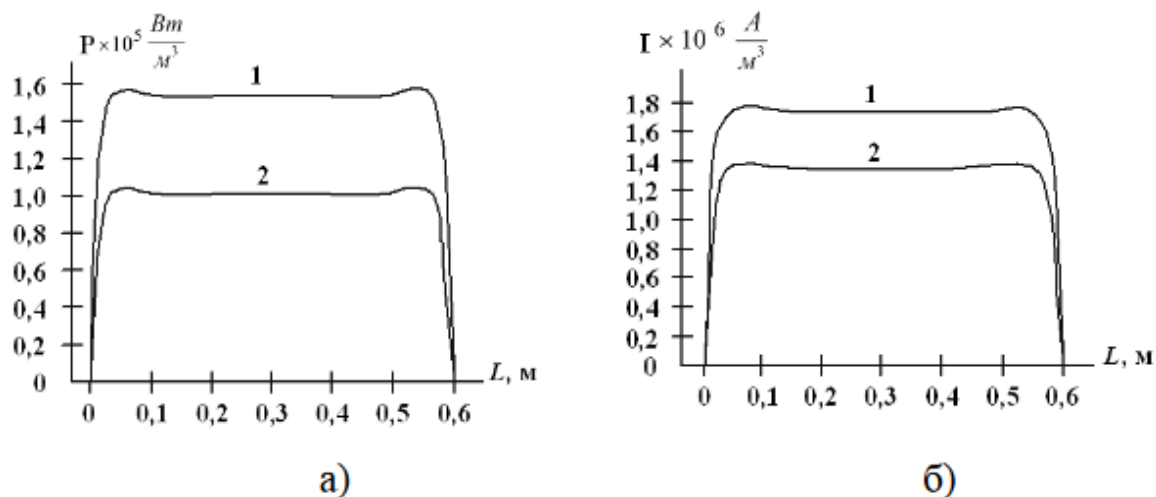


Рисунок 14 - График распределения вдоль цилиндра (кривая 1) и шнека (кривая 2)

На рисунке 15 показано распределение удельной объемной мощности и тока по поперечному сечению нагревательного объекта.

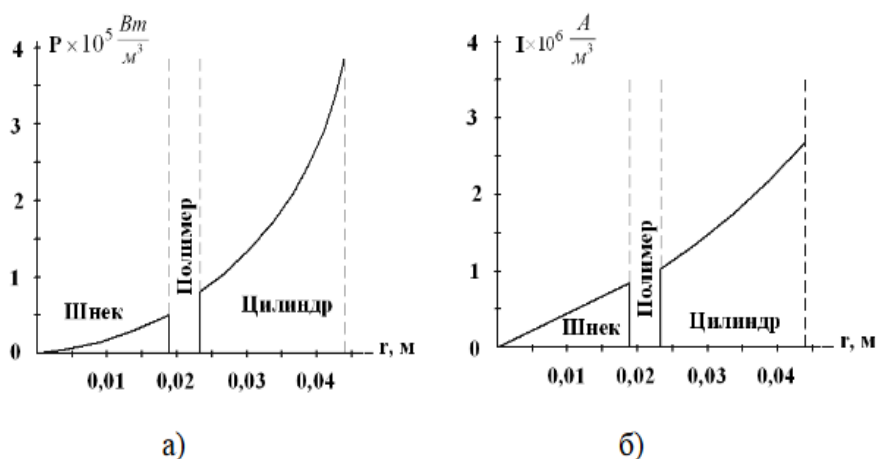


Рисунок 15 - Радиальное распределение нагревательного объекта



На полученных распределениях продемонстрировано, что нагрев полимерного материала происходит от цилиндра пластикации и шнека. Вывод заключается в том, что удельная объемная мощность по сечению является наибольшей на поверхности цилиндра и шнека и снижается по мере приближения к центральной части объема.

### **3.3 Выбор оптимальной частоты источника питания**

«Для решения проблемы создания оптимальной конструкции индукционного нагревателя, отвечающего требованиям технологии, требуется задействовать математический аппарат теории оптимального проектирования» [22].

Рассмотрим факторы, которые могут быть представлены как объективные функции, ограничения, критерии оптимизации при выборе конкретной конструкции индукционного нагревателя.

В первую очередь важна точность распределения температуры. В данном случае это важный параметр для функции минимизации. При возникновении сложностей с плавным увеличением температуры как правило хотят уменьшить её дельту или среднеквадратичную ошибку. Функция определяется в зависимости от поставленной задачи. «Оптимизационные задачи, в которых используется абсолютное отклонение температуры в качестве функциональной формы, считаются наиболее точными, позволяющими получить наиболее постоянные значения скорости и интенсивности нагрева.

В качестве параметров фигурируют электрический и тепловой КПД, коэффициент мощности  $\cos\varphi$ , кажущаяся мощность.

Экономическая эффективность системы обычно оценивается с помощью метода полных затрат.

Метод полных затрат.

Учитываются:

- расходы на оснащение (конденсаторы, распределительные устройства, трансформаторы, регуляторы и т. д.);
- необходимость выполнения требований безопасности, охраны труда и окружающей среды (электробезопасность, высоко- и низкочастотные опасности)» [25];
- «возможность монтажа и применения гибкого и автоматизированного производственного оборудования;
- возможность автоматизации;
- исключение ручного труда;
- возможность стабильной и нерутинной работы;
- сокращение времени простоя;
- надежность оборудования;
- минимизация затрат на техническое обслуживание
- ремонтпригодность.

Применение передовых технологий, включая прогрессивный и непрерывный модульный подход, является важным. В каждом конкретном случае необходимо определить основные факторы, которые являются наиболее значимыми для достижения поставленных целей. В зависимости от выбранных целей рекомендуется подбирать оптимальные параметры индуктора, которые соответствуют соответствующим характеристикам технологической модели.

Основные параметры для проектирования систем индукционного нагрева следующие

Основными параметрами, определяющими эффективность нагрева, являются.

Характер распределения мощности и частота тока, уровень и геометрия индуктора.

Выбор размера индуктора осуществляется с учетом ограничений, связанных с техническими требованиями. Важно также учесть, что частота определяет выбор источника питания и другого оборудования для

индукционной системы нагрева, а это влияет на общую стоимость установки» [25]. Поэтому при оптимизации параметров, особое внимание уделяется выбору частоты как основного фактора.

Задача состоит в определении оптимальной частоты источника питания, учитывая электрические характеристики и геометрические параметры пластифицирующего цилиндра и шнека. Цель состоит в том, чтобы обеспечить нагрев шнека с минимальной разницей в температуре, не превышающей 3°C.

Основной метод оптимизации параметров индукционного нагревателя включает процедуру определения пространства параметров для проектируемой системы. С использованием устройства Парето анализируются альтернативные проектные решения, и выбирается наилучшее решение, учитывая заданные критерии.

С практической точки зрения, диапазон частот задается в виде серии дискретных интервалов.

«В реальной жизни диапазон частот задается в виде серии дискретных интервалов или дискретного набора значений частоты. Это связано с ограниченными возможностями преобразователя частоты.

Это связано с ограниченными возможностями преобразователя частоты» [21].

Если в процессе используется постоянный источник питания.

Выбор оптимального значения является важным фактором оптимальной конструкции оборудования для индукционного нагрева.

Критериями оптимизации считаются электрическая эффективность и глубина проникновения индуктора. Частота может быть установлена в диапазоне «от 50 Гц до 10 000 Гц. Анализируется влияние частоты на электрические параметры индуктора, а для выбора оптимального значения используются аналитические зависимости, приведенные в монографии» [23].

При назначении частоты учитываются габариты цилиндра и электрофизические особенности сырья.

«Наименьшая допустимая толщина стенки определяется требованиями к механической прочности конструкции. Чем тоньше, тем меньше максимально допустимое давление. Увеличение толщины стенки приводит к соответственному росту массы и габаритов. Вот почему варьировать толщину стенки нецелесообразно» [23].

Использование мощности индуктора.

«Обеспечить максимальную эффективность (EFFICIENCY) можно путем соответствующего выбора частоты тока катушки индуктора.

Зависимость тока от частоты очень сложна и зависит от природы компонента и определяется природой и условиями эксплуатации компонента.

Для объектов с круглым поперечным сечением КПД обычно увеличивается с частотой и имеет тенденцию к достижению предельного значения. Для полых цилиндров существует оптимальная частота, при которой коэффициент полезного действия достигает максимума. Допустимый диапазон изменения переменной (в данном случае частоты) определяется диапазоном рабочих частот для сквозного нагрева стенок с данной электрофизической характеристикой материала» [23].

«Зависимость электрического КПД (EFFICIENCY) от частоты определяется следующим образом:

$$\eta_{\text{э}} = \frac{1}{1 + \frac{\Pi_1 \rho_1 \Delta_2}{\Pi_2 \rho_2 \Delta_1}}, \quad (96)$$

где  $\Pi_1, \Pi_2$  - периметры индуктора и цилиндра соответственно.

Частота связана с мощностью  $P(t)$  источников внутреннего тепло выведения, как

$$P(t) = n(c)U_f(t) \quad (97)$$

где  $U(t)$  – напряжение на индукторе;

$n(\omega)$  – известная нелинейная зависимость электрического КПД индуктора от параметра  $\zeta = 1 - \frac{1,46\Delta_2}{R}$ , характеризующая влияние частоты на степень проявления поверхностного эффекта.

Используем аналитическую зависимость для того, чтобы выявить оптимальную частоту. Данный метод состоит в определении следующих основных параметров:

$$m_2 = \frac{D_2}{\sqrt{2\Delta_2}}, \quad (98)$$

где  $m_2$  – дополнительный параметр расчета индуктора;

$D_2$  – диаметр изделия нагрева» [23].

Определим коэффициенты А и В для таблицы 1 по найденному значению.

Таблица 1 – Расчетные данные

| $m_2$ | А     | В     | $m_2$ | А     | В     |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.1   | 0.010 | 1.000 | 5.000 | 0.240 | 0.280 |
| 0.5   | 0.030 | 0.990 | 6.000 | 0.210 | 0.240 |
| 1.0   | 0.120 | 0.980 | 8.000 | 0.160 | 0.180 |
| 1.5   | 0.250 | 0.910 | 10    | 0.130 | 0.140 |
| 2.0   | 0.340 | 0.770 | 15    | 0.090 | 0.090 |
| 2.5   | 0.380 | 0.620 | 20    | 0.071 | 0.071 |
| 3.0   | 0.360 | 0.500 | 25    | 0.057 | 0.057 |
| 3.5   | 0.330 | 0.410 | 30    | 0.047 | 0.047 |
| 4.0   | 0.290 | 0.360 | 40    | 0.035 | 0.035 |

Активные и внутреннее реактивные сопротивления цилиндрической заготовки:

$$r_2 = \pi\rho_2 m_2^2 \frac{A}{L_2}; x_2 = \pi\rho_2 m_2^3 \frac{B}{L_2} \quad (99)$$

Реактивность рассеивания индуктора:

$$x_2 = \frac{2\pi^3 f * 10^{-7} (D_1^2 - D_2^2)}{L_2} \quad (100)$$

Индуктивное сопротивление пустующего индуктора:

$$x_0 = \frac{x_{10} k_1 L_1}{(L_1 - k_1 L_2)} \quad (101)$$

$$k_1 = \frac{2,3}{2,3 + \frac{D_1}{L_1}} \quad (102)$$

$$x_{10} = 2\pi^3 f * 10^{-7} \frac{D_1^2}{L_1} \quad (103)$$

Коэффициент активного сопротивления предмета исследования:

$$C = \frac{1}{\left(\frac{r_2}{x_0}\right)^2 + \left(1 + \frac{x_2 + x_{2m}}{x_0}\right)^2} \quad (104)$$

Активное сопротивление предмета исследования:

$$r_2' = C r_2 \quad (105)$$

Приведенное реактивное сопротивление системы «индуктор изделие»:

$$x_2' = C \left[ x_2 + x_{2m} + \frac{(x_s + x_{2m})^2 + r_2^2}{x_0} \right] \quad (106)$$

Активное  $r_1$  и внутреннее реактивное  $x_1$  сопротивления индуктирующего провода

$$r_1 \approx x_1 = \frac{\pi D_1 \rho_1}{k_1 \Delta_1 L_1} \quad (107)$$

Эквивалентное сопротивление:

$$r_3 = r_1 + r_2' \quad (108)$$

КПД индуктора

$$n_3 = \frac{r_2'}{r_3} \quad (109)$$

Коэффициент мощности индуктора во время окончания нагрева:

$$\cos \varphi = \frac{r_3}{z_3} \quad (110)$$

На рисунке 16 мы можем увидеть глубину проникновения тока в стенки цилиндра в зависимости от различных частот, а также распределение тока по всей длине нагреваемого объекта в зависимости от различных частот.

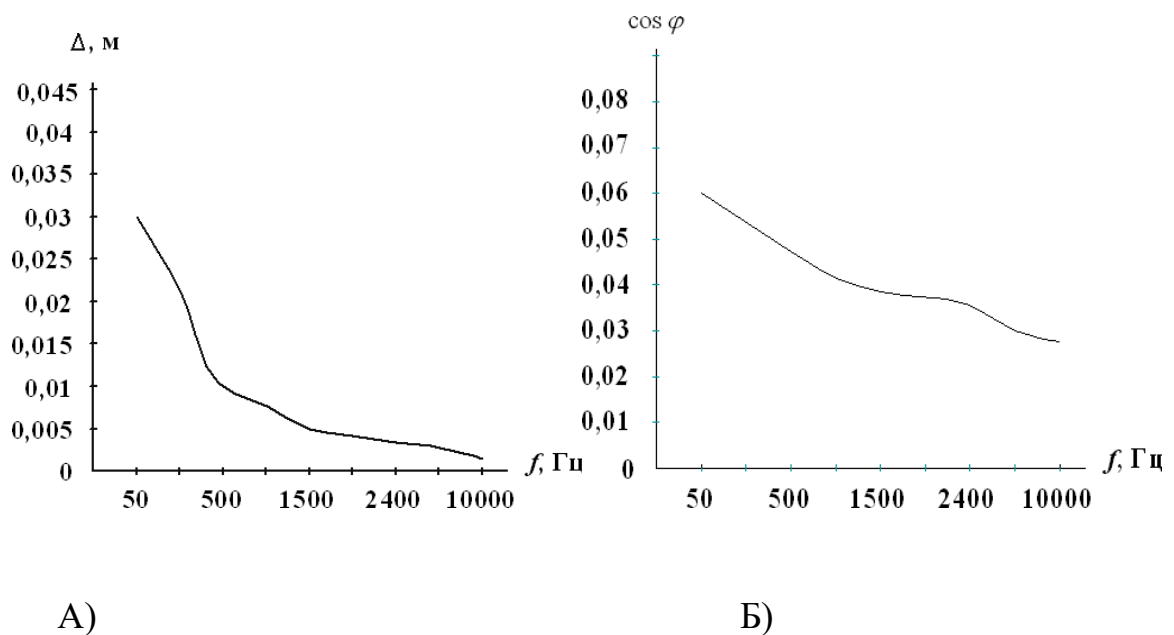


Рисунок 16 – Зависимость частот

Из данных зависимостей мы можем сделать следующий вывод, что

«при частоте 50 Гц проникновение тока намного больше, чем стенки цилиндра.

Данное означает, что какая-то часть энергии остается в шнеке» [17]. В таблице 2. мы можем увидеть зависимость КПД и  $\cos \varphi$  для различных частот.

Таблица 2 – Зависимость КПД и  $\cos \varphi$  для различных частот

| $f, \text{Гц}$ | 50    | 500   | 1000  | 1500  | 2000  | 2400  | 3000  | 5000  | 10000 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                | 0,602 | 0,653 | 0,650 | 0,669 | 0,662 | 0,672 | 0,667 | 0,666 | 0,701 |
| $\cos \varphi$ | 0,549 | 0,471 | 0,419 | 0,392 | 0,361 | 0,349 | 0,325 | 0,276 | 0,203 |

«Для рабочей частоты мы выбираем 50 Гц., учитывая ряд необходимых конструктивных требований к индукционной системе, а конкретно, минимизирование размеров индуктора и условия его соединения параметров индуктора с источником питания. При помощи более высокой частоты мы понижаем  $\cos \varphi$ » [20].

Алгоритм работы системы состоит из следующих шагов:

- заполнение балласта и его нагрев в течение следующих 1800 секунд;
- заполнение балласта и его нагрев в течение следующих 1800 секунд;
- удаление балласта и нагрев шнека до заданной температуры в течение 600 секунд;
- загрузка трех партий сырья и нагрев каждой партии в течение примерно 600 секунд;
- нагревают до постоянной температуры.

Важно выбрать оптимальное время нагрева для одной партии сырья.



Анализ результатов расчета показывает, что оптимальное время нагрева составляет 600 секунд. Любое увеличение времени неизбежно приведет к увеличению затрат на электроэнергию.

Исследования по выбору оптимальной частоты нагрева полимерного сырья через пластифицирующий цилиндр и шнек показали, что нужно брать частоту ниже 50 Гц.

Использование нестандартной частоты приведет к применению неподходящего оборудования, что повлечет за собой неоправданные затраты.

Поэтому в качестве используемой частоты была выбрана частота 50 Гц с учетом условий проектирования системы нагрева, в частности, минимизации размеров индуктора и согласования условий с источником питания.

## Заключение

Исследование процесса нагрева при производстве пластмассовых изделий показало, что текущие методы недостаточно точны и медленны. Однако существуют альтернативные конструкции индукционных нагревателей, которые могут быть интегрированы в процесс производства пластмассовых изделий. Рассмотрены особенности нестандартного индукционного нагрева и выделены его отличия от традиционных индукционных нагревателей. Разработка эффективной конструкции индуктора, соответствующей требованиям данной технологии, должна быть основана на методах оптимального проектирования и математического моделирования.

В индуктивных системах, содержащих магнитные катушки, катушки индуктивности, вкладыши и цилиндрические грузы, возникают сложные эффекты теплопередачи внутри твердого тела, теплопередачи через стенки, конвективной и радиационной теплопередачи между вкладышем и грузом и между грузом и внешней средой с обоих концов. Некоторые параметры, такие как термическое сопротивление в местах контакта различных элементов, трудно определить. В этом случае используются средние эмпирические значения.

Для достижения высокой эффективности индукционного нагревателя необходимо применить комплексный подход, включающий оптимальное управление процессом нагрева и оптимальное проектирование. Проведено подробное изучение алгоритмов расчета, моделей на основе конечных элементов и распределения температуры в многослойной цилиндрической системе «пластифицированный цилиндр — полимерный материал — шнек».

Задача состоит в определении оптимальной частоты источника питания, учитывая электрические характеристики и геометрические параметры пластифицирующего цилиндра и шнека.

Предлагаемый алгоритм нахождения исходных и интегральных характеристик индуктивной системы. Алгоритм нахождения характеристик индуктивной системы и времени переключения. Включает блок, определяющий поиск интервалов переключения. Есть блоки, определяющие интервалы переключения и прерывания. Эти блоки расположены в блоках более высокого уровня. Иерархически представленные процедуры поиска параметров. Параметры выбираются путем сравнения функций, которые включают в себя. Параметры выбираются путем сравнения функций с достаточно высоким энергопотреблением. В данной задаче увеличение числа критериев.

Также представлен алгоритм для определения требуемой конструкции системы индукционного нагрева. Проведенные эксперименты позволили определить энергетические характеристики системы индукционного нагрева. С использованием предложенного метода были определены параметры и разработана конструкция системы индукционного нагрева.

## Список используемой литературы

1. Базаров А. А. Моделирование и интегрированное проектирование систем индукционного нагрева сопряженных физически неоднородных объектов : дис. докт. техн. наук : 05.09.10 : защищена 25.05.10 ; утв. 19.11.10. / Самара, 2010. 321 с. Библиогр. С. 297-321.
2. Бальян Р. Х., Обрусник В. П. Аналитический метод геометрической оптимизации ферромагнитных устройств // Электричество. М., 1979. №9. С. 40-46.
3. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М.: Стройиздат, 1982. 448 с.
4. Батищев Д. И. Поисковые методы оптимального проектирования. М.: Сов. радио, 1975. 216 с.
5. Безручко, И. И. Индукционный нагрев для объемной штамповки. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1987. 127 с.
6. Беляев Н. М., Рядно А. А. Методы нестационарной теплопроводности. М.: Высшая школа, 1978. 328 с.
7. Бернхардт Э. Переработка термопластичных материалов. М., Госхимиздат, 1962. 747 с.
8. Богданов В. Н., Рыскин С. Е. Применение сквозного индукционного нагрева в промышленности. М.-Л.: Машиностроение, 1965. 96 с.
9. Бородин И. Ф., Судник Ю. А. Автоматизация технологических процессов : учеб. для вузов. М. :КолосС, 2004. 344 с. 6.
10. Бутковский А. Г. Структурная теория распределенных систем. М.: Наука, 1977. 320 с.
11. Головин Г. Ф., Зимин Н. В. Технология термической обработки металлов с применением индукционного нагрева; под ред. А. Н. Шамова. 5-е изд., перераб. и доп. Ленинград : Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1990. 87 с.

12. Горбачевский Н. И., Сорокин А. Г., Антонов Н. В. Моделирование электромагнитных и тепловых полей системы индукционного нагрева для производства пластмассы методом литья // Вестник Казанского технологического университета. 2013. №12. С. 117-119.

13. ГОСТ 32144-2013. Электрическая энергия. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. Москва, Стандартинформ, 2014.

14. ГОСТ 8.177-85. Государственная система обеспечения единства измерений. Государственный специальный эталон и государственная поверочная схема для средств измерений теплопроводности твердых тел в диапазоне температур 90- 300 К : Взамен ГОСТ 8.177-76. Изд. офиц. ; Введ. 01.01.87. Москва : Изд-во стандартов, 1985. 4 с.

15. Зимин Л. С., Сорокин А. Г. Индукционный нагрев при производстве пластических масс // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». 2016. Т. 24. №4. С. 71-76.

16. Иванов А. А. Автоматизация технологических процессов и производств : учеб. пособие для студентов вузов. 2-е изд., испр. и доп. ; Гриф УМО. Москва : ФОРУМ : [ИНФРА-М], 2016. 223 с.

17. Киреева Э. А. Электроснабжение и электрооборудование цехов промышленных предприятий : учеб. пособие для студентов вузов, обуч. По направлению подготовки 140600 «Электротехника, электромеханика и электротехнологии» / Гриф УМО. М. :Кнорус, 2011. 368 с.

18. Кирпанев А. В., Лавров В. Я. Электромагнитное поле : Теория идентификации и ее применение : учеб. пособие для вузов. Москва : Вузовская книга, 2002. 278 с.

19. Кудрин Б. И. Электроснабжение промышленных предприятий : учеб. Для вузов / Гриф УМО. Москва :Интернет Инжиниринг, 2007. 670 с.

20. Мазур Л. С. Техническая термодинамика и теплотехника : учеб. пособие для вузов / Гриф УМО. М. : ГЭОТАР МЕД, 2003. 350 с.

21. Медведев В. А. Расчет автономных резонансных инверторов для индукционного нагрева : учеб.-метод. пособие / ТГУ ; Электротехн. фак. ; каф. «Пром. электроника». ТГУ. Тольятти : ТГУ, 2010. 46 с.
22. Раувендааль К., Малкина А. Я. Экструзия полимеров / при участии П. Дж. Грэмманна [и др.] ; пер. с англ. яз. 4-го изд. под ред. Санкт Петербург : Профессия, 2008. 762 с.
23. Салтыков В. М., Салтыкова О. А., Салтыков А. В. Влияние характеристик дуговых сталеплавильных печей на качество напряжения в системах электроснабжения : [монография] / Москва : Энергоатомиздат, 2006. 245 с.
24. Слухоцкий А. Е., Немков В. С. Установки индукционного нагрева Л.: Энергоиздат, 1981. 328 с.
25. Слухоцкий А. Е., Шамова А. Н. Индукторы / под ред. 5-е изд., перераб. и доп. Ленинград : Машиностроение, 1989. 69 с.
26. Сорокин А. Г. Специфика индукционного нагрева при производстве пластических масс методом литья // Современные тенденции развития науки и технологий. 2017. № 3-4. С. 120-123.
27. Суворова И. А. Электротехнологические промышленные установки и освещение : учеб. пособие для вузов; Вятский гос. ун-т. ВУЗ/изд. Киров : ВятГУ, 2007. 97 с.
28. Федина В. В., Тимофеева А. С., Никитченко Т. В. Техническая термодинамика : учеб. пособие для студентов вузов, обуч. по направлению подготовки «Теплоэнергетика и теплотехника». Гриф УМО. Старый Оскол : ТНТ, 2015. 161 с.
29. Gheorghe S., Tanasa C., Ene S., & Mihaescu M. Power quality, Energy efficiency and the performance in electricity distribution and supply companies. In 18th International Conference and Exhibition on Electricity Distribution. Turin : IET. 2005.

30. Lance Irwin. Asset management benefits from a wide area power quality monitoring system. In 23rd International Conference on Electricity Distribution. Lyon: AIM. 2010.
31. Ramos, MC Giacco and Tahan, CM Vieira. An Assessment of the Electric Power Quality and Electrical Installation Impacts on Medical Electrical Equipment Operations at Health Care Facilities - American Journal of Applied Sciences 6 (4), 2009, pp. 638-645.
32. RusdyHartungi, Liben Jiang. Investigation of Power Quality In Health Care Facility. In International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ' 10), Granada (Spain). 2010.
33. Santarius P., Krejci P., Brunclik Z., Prochazka K., Kysnar F. Evaluation of power quality in regional distribution networks. In 23rd International Conference on Electricity Distribution. Lyon: AIM. 2015.