ТОЛЬЯТТИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Н.А. Калинина

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Сборник задач

Тольятти
ТГУ
2011

Министерство образования и науки Российской Федерации
Тольяттинский государственный университет
Электротехнический факультет
Кафедра«Электрооборудование автомобилей
и электромеханика»

Н.А. Калинина

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Сборник задач

Тольятти
ТГУ
2011

УДК 681.5.011
ББК 32.965
К172

Рецензенты:
заслуженный работник высшей школы России,
д.п.н., к.т.н., профессор Поволжского государственного
университета сервиса *Н.П. Бахарев*;
к.т.н., доцент Тольяттинского государственного университета
Ю.П. Петунин.

К172 Калинина, Н.А. Теория автоматического управления : сборник задач / Н.А. Калинина. – Тольятти : ТГУ, 2011. – 39 с.

В сборнике представлены задачи для развития навыков и умений студентов в области расчёта, проектирования и синтеза линейных элементов и систем автоматического управления, для расширения, углубления и закрепления знаний теории автоматического управления.

Предназначен для практических занятий по дисциплине «Теория автоматического управления», а также рекомендуется для самостоятельной работы, проведения рейтингового контроля знаний студентов, обучающихся по направлению подготовки 140200 «Электротехника».

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом Тольяттинского государственного университета.

ВВЕДЕНИЕ

Сборник задач по дисциплине «Теория автоматического управления» (ТАУ) предназначен для студентов, обучающихся по направлению «Электроэнергетика».

В соответствии с учебным планом курс лекций подкрепляется лабораторными работами и практическими занятиями в виде упражнений и задач, для проведения которых и разработан данный сборник.

На протяжении ряда лет автором используется модульное представление дисциплины ТАУ в лекционном курсе. Главы, обозначенные в сборнике задач, соответствуют этим модулям и содержат задачи и упражнения, разработанные специально для развития и закрепления практических навыков использования теоретического лекционного материала. Уникальность задач состоит в том, что, будучи технически довольно простыми, они решаются при наличии у студентов глубоких знаний и понимания специфических элементов теории автоматического управления.

Задачи, аналогичные представленным, используются для тестового контроля знаний по дисциплине «Теория автоматического управления».

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ЭЛЕМЕНТОВ САУ

К элементам САУ относятся: двигатели, преобразователи, датчики обратной связи, системы управления, контурные регуляторы, корректирующие устройства.

Для определения передаточной функции составляются уравнения динамики на входе и выходе рассматриваемого элемента в операторной форме, по которым определяется передаточная функция как отношение изображений выходного сигнала к входному.

$$W(p) = \frac{X_{вых}(P)}{X_{вх}(P)}.$$

Пример 1. Определить передаточную функцию корректирующего устройства (рис. 1.1).

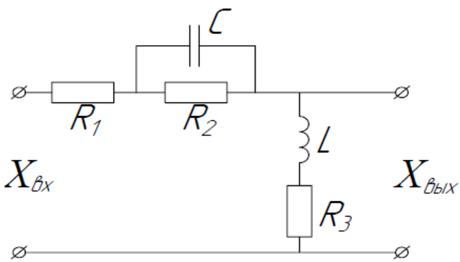


Рис. 1.1. Схема корректирующего устройства

Для Г-образной электрической схемы передаточная функция определяется отношением изображений полных комплексных сопротивлений Z(P) выходного ко входному

$$W(p) = \frac{X_{вых}(P)}{X_{вх}(P)} = \frac{Z_{вых}(P)}{Z_{вх}(P)};$$

$T = \dfrac{L}{R}$, с; $T = RC$, с; $T = \sqrt{LC}$, с – постоянные времени электрических цепей.

Полные комплексные сопротивления элементов в операторной форме:

$$X_R = R, \quad X_C = \frac{1}{Cp}, \quad X_L = Lp.$$

Уравнения полного входного и выходного сопротивлений в операторной форме.

$$Z_{вых}(P) = Lp + R_3 = R_3(\frac{L}{R_3} \cdot p + 1);$$

$$Z_{вх}(P) = R_1 + \frac{\frac{1}{Cp} \cdot R_2}{\frac{1}{Cp} + R_2} + Lp + R_3 = R_1 + \frac{R_2}{1 + R_2Cp} + Lp + R_3 =$$

$$= \frac{R_1 + R_1R_2Cp + R_2 + Lp + R_2LCp^2 + R_3 + R_3R_2Cp}{1 + R_2Cp} =$$

$$= \frac{(R_1 + R_2 + R_3) \cdot \left[\frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot LCp^2 + \left(\frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot R_2C + \frac{L}{R_1 + R_2 + R_3} \right) \cdot p + 1 \right]}{1 + R_2Cp}.$$

Постоянные времени

$$T_1^2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot LC; \quad T_3 = R_2C;$$

$$T_2 = \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot R_2C + \frac{L}{R_1 + R_2 + R_3}; \; T_4 = \frac{L}{R_3}.$$

Передаточная функция

$$W(p) = \frac{R_3(T_4p + 1)(T_3p + 1)}{(R_1 + R_2 + R_3)(T_1^2p^2 + T_2p + 1)} = \frac{k(T_4p + 1)(T_3p + 1)}{(T_1^2p + T_2p + 1)},$$

где $k = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$ – статический коэффициент передачи схемы.

Пример 2. Определить передаточную функцию контурного регулятора на базе операционного усилителя (рис. 1.2).

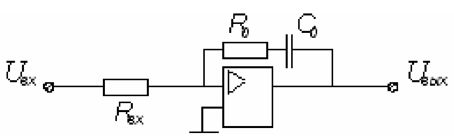


Рис. 1.2. Схема контурного регулятора

Для контурных регуляторов значение передаточной функции определяется отношением изображений полного сопротивления цепи о.с. $Z_0(p)$ к сопротивлению входа $Z_{вх}(p)$.

$$W(p)=\frac{Z_0(p)}{Z_{вх}(p)},$$

где $Z_{вх}(p)$ – сопротивление входной цепи; $Z_0(p)$ – сопротивление цепи обратной связи.

Уравнения сопротивлений в операторной форме.

$$Z_{вх}(P)=R_{вх};\qquad Z_0(P)=R_0+\frac{1}{C_0 p}=\frac{R_0 C_0 p+1}{C_0 p}.$$

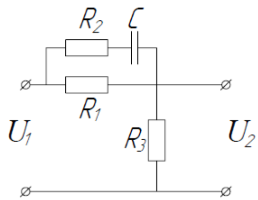
Передаточная функция контурного регулятора

$$W(p)=\frac{R_0 Cp+1}{R_{вх}Cp}=\frac{T_1 p+1}{T_и p},$$

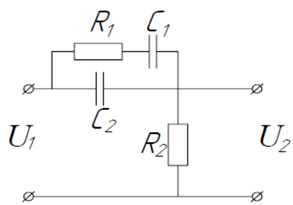
где $T_и$ – постоянная интегрирования.

Задачи для самостоятельного решения

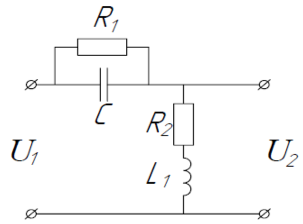
1.1. Определить передаточную функцию схемы корректирующего устройства



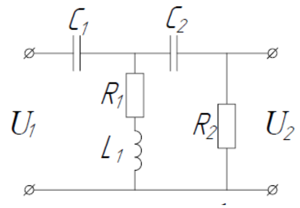
1.2. Определить передаточную функцию схемы корректирующего устройства



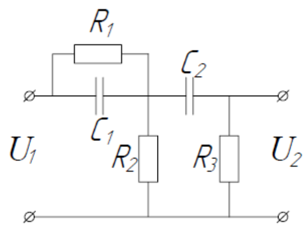
1.3. Определить передаточную функцию схемы корректирующего устройства



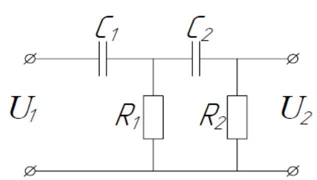
1.4. Определить передаточную функцию схемы корректирующего устройства



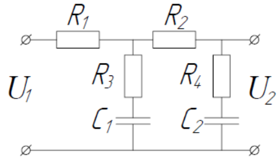
1.5. Определить передаточную функцию схемы корректирующего устройства



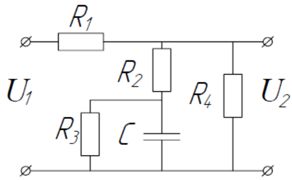
1.6. Определить передаточную функцию схемы корректирующего устройства



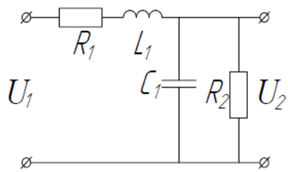
1.7. Определить передаточную функцию схемы корректирующего устройства



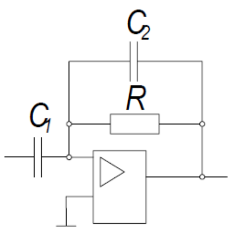
1.8. Определить передаточную функцию схемы корректирующего устройства



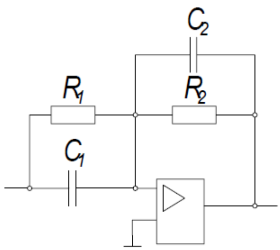
1.9. Определить передаточную функцию схемы корректирующего устройства



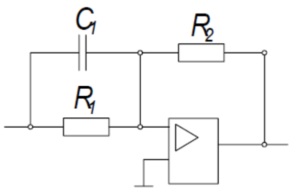
1.10. Определить передаточную функцию контурного регулятора



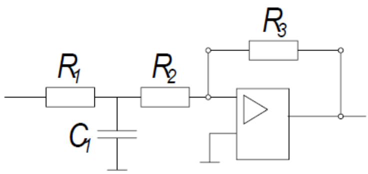
1.11. Определить передаточную функцию контурного регулятора



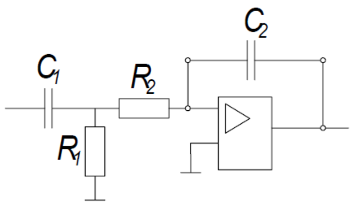
1.12. Определить передаточную функцию контурного регулятора



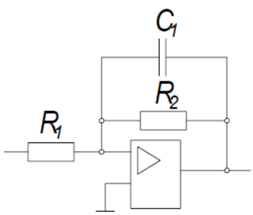
1.13. Определить передаточную функцию контурного регулятора



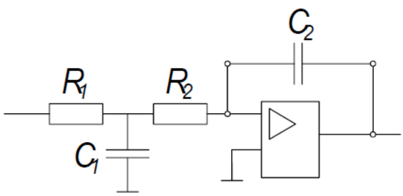
1.14. Определить передаточную функцию контурного регулятора



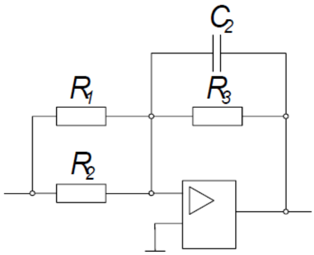
1.15. Определить передаточную функцию контурного регулятора



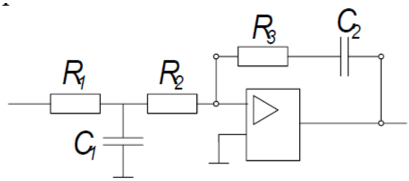
1.16. Определить передаточную функцию контурного регулятора



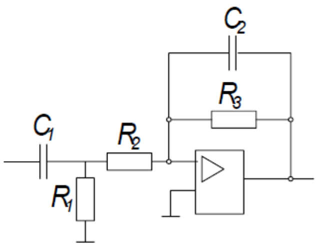
1.17. Определить передаточную функцию контурного регулятора



1.18. Определить передаточную функцию контурного регулятора



1.19. Определить передаточную функцию контурного регулятора



2. ПРАВИЛА СТРУКТУРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ СХЕМ, ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ И ВЫЧИСЛЕНИЕ СТАТИЧЕСКИХ ОШИБОК САУ

Для исследования динамики систем автоматического управления необходимо получить передаточную функцию системы в разомкнутом состоянии $W_{PC}(p)$ и после замыкания обратной связи, т.е. для замкнутой системы $\Phi(p)$. С этой целью выполняются структурные преобразования схем, позволяющие описать одной передаточной функцией различные виды соединений элементов.

Ниже представлены основные правила структурных преобразований схем.

2.1. Последовательное соединение звеньев

Передаточная функция разомкнутой цепи последовательно соединённых звеньев (рис. 2.1) равна произведению передаточных функций всех звеньев

$$W_I(p) = \prod_{i=1}^{n} W_i(p).$$

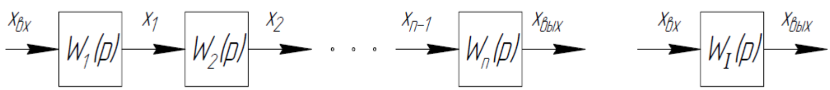


Рис. 2.1. Цепь из последовательно соединённых звеньев

2.2. Параллельное соединение звеньев

Передаточная функция разомкнутой цепи из параллельно соединённых звеньев (рис. 2.2) равна сумме передаточных функций всех звеньев

$$W_{II}(p) = \frac{X_{вых}}{X_{вх}} = \sum_{i=1}^{n} W_i(p).$$

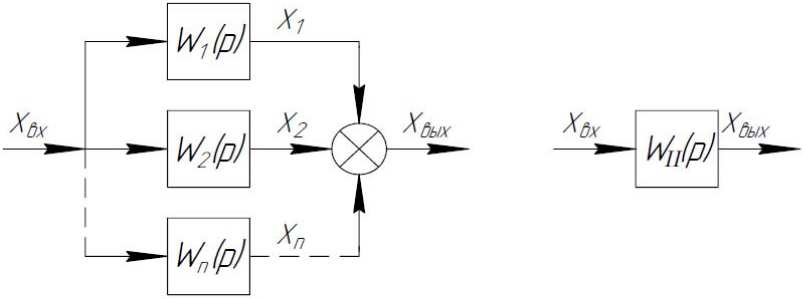


Рис. 2.2. Цепь из параллельно соединённых звеньев

2.3. Цепь с жёсткой обратной связью

Передаточная функция разомкнутой цепи с местной отрицательной обратной связью (рис. 2.3) равна произведению передаточных функций всех звеньев прямой цепи, делённому на единицу плюс произведение передаточной функции обратной связи на передаточную функцию охватываемого звена

$$W(p) = \frac{W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p)}{1 + W_2(p) \cdot W_{oc}(p)}.$$

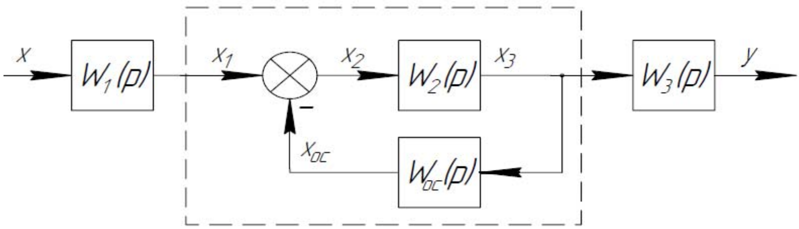


Рис. 2.3. Цепь с местной обратной связью

В общем случае сложная разомкнутая цепь звеньев может включать в себя комбинации всех трёх рассмотренных случаев. Пользуясь полученными здесь формулами, можно составлять общую передаточную функцию и для более сложных цепей.

2.4. Передаточные функции замкнутых систем

На основании свойства инвариантности САУ, реакция системы на каждое внешнее воздействие определяется независимо от остальных, которые в этом случае приравниваются нулю (рис. 2.4).

В расчётах автоматических систем применяют три основных вида передаточных функций замкнутой системы.

1. Главная передаточная функция замкнутой системы (при $f(t) = 0$).

$$\Phi(p) = \frac{X}{G}; \quad \Phi(p) = \frac{W_{pc}(p)}{1 + W_{pc}(p)} = \frac{k \cdot N(p)}{L(p) + k \cdot N(p)},$$

где $W_{pc}(p) = \dfrac{k \cdot N(p)}{L(p)}$.

2. Передаточная функция замкнутой системы для ошибки (при $f(\boldsymbol{t}) = 0$).

$$\Phi_{\varepsilon}(p) = \frac{E(p)}{G(p)}; \quad \Phi_{\varepsilon}(p) = \frac{1}{1 + W_{pc}(p)} = \frac{L(p)}{L(p) + k \cdot N(p)}.$$

3. Передаточная функция замкнутой системы по возмущающему воздействию (при $g(t) = 0$).

$$\Phi_f(p) = \frac{X(p)}{F(p)}; \quad \Phi_f(p) = \frac{M(p)}{1 + W_p(p)} = \frac{R(p)}{L(p) + k \cdot N(p)},$$

где $R(p) = L(p) \cdot M(p)$, причём многочлен $R(p)$ зависит от места приложения возмущающего воздействия.

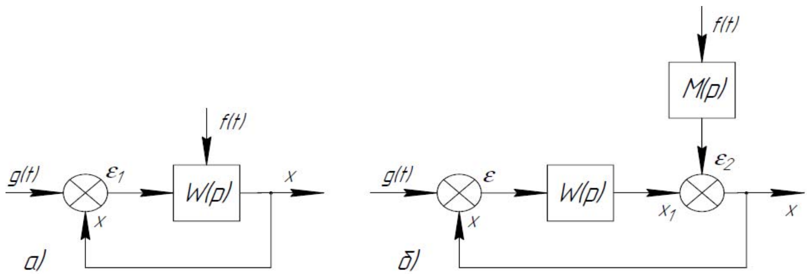


Рис. 2.4. Структурная схема замкнутой системы: а) в общем виде; б) для возмущающего воздействия

2.5. Определение статических ошибок САУ

Точность работы системы автоматического управления в статическом режиме определяется величиной относительной статической ошибки $\varepsilon_{УСТ}$, которая складывается из ошибки по задающему воздействию ε_1 и ошибки по возмущающему воздействию ε_2:

$$\varepsilon_{УСТ} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2.$$

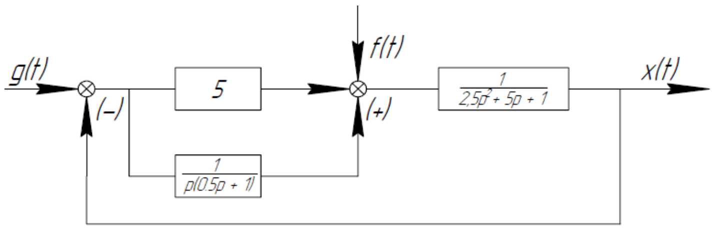
На основании теоремы «О конечном значении функции», указанные ошибки могут быть вычислены по соответствующим передаточным функциям замкнутой системы

$$\varepsilon_1 = \lim_{p \to 0} \Phi_\varepsilon(p); \quad \varepsilon_2 = \lim_{p \to 0} \Phi_f(p).$$

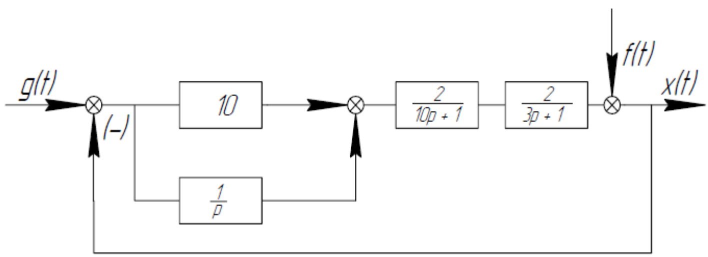
Задачи для самостоятельного решения

Для нижеприведенных схем определить передаточные функции систем по задающему и возмущающему воздействиям и определить установившиеся ошибки.

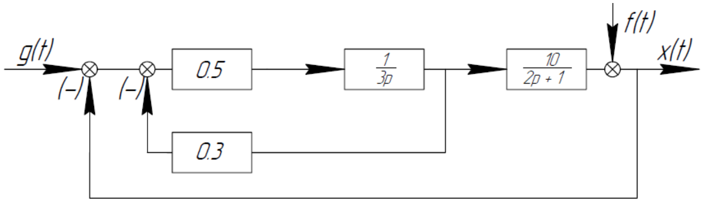
2.1.



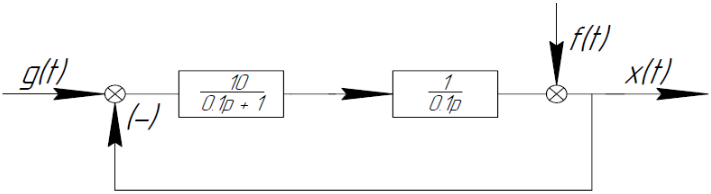
2.2.



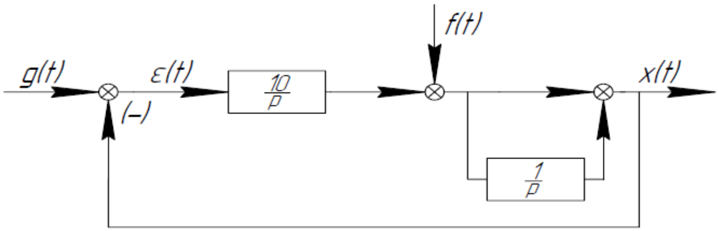
2.3.


g(t)
(–)
(–)
0.5
1/3p
10/(2p + 1)
f(t)
x(t)
0.3

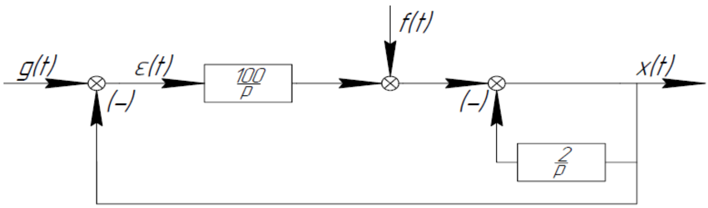
2.4.


g(t)
(–)
10/(0.1p + 1)
1/0.1p
f(t)
x(t)

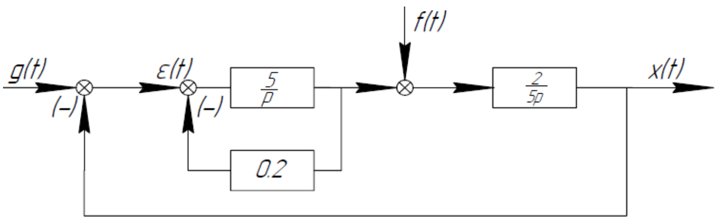
2.5.


g(t)
ε(t)
(–)
10/p
f(t)
x(t)
1/p

2.6.


g(t)
ε(t)
(–)
100/p
f(t)
(–)
x(t)
2/p

2.7.


g(t)
(–)
ε(t)
(–)
5/p
f(t)
2/5p
x(t)
0.2

3. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВЫЕ ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ САУ (ЛЧХ)

Логарифмические частотные характеристики широко используются для определения устойчивости САУ, косвенной оценки качества переходного процесса и синтеза корректирующих устройств.

Построение ЛЧХ может быть выполнено непосредственно по передаточной функции разомкнутой системы по предлагаемому алгоритму.

1. По передаточной функции САУ в разомкнутом состоянии

$$W_{pc}(p) = \frac{k_{pc}(T_1 p + 1)}{p^r (T_2 p + 1)(T_3 p + 1)},$$

записывается выражение амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) путем замены $p = j \cdot \omega$

$$W_{pc}(j\omega) = \frac{k_{pc}(j\omega T_1 + 1)}{(j\omega)^r (j\omega T_2 + 1)(j\omega T_3 + 1)}.$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАХ) получается путем алгебраического суммирования логарифмов модулей комплексных выражений, стоящих в числителе и знаменателе $W_{pc}(j\omega)$.

$$L(\omega) = 20\lg k_{pc} - 20 \cdot r \lg\omega + 20\lg\sqrt{1 + T_1^2\omega^2} - 20\lg\sqrt{1 + T_2^2\omega^2} -$$
$$-20\lg\sqrt{1 + T_3^2\omega^2}.$$

2. Для графического построения ЛАХ определяется значение $20\lg k_{pc}$ и откладывается на оси ординат координатной системы $[\lg\omega;\ L(\omega)]$.

3. Определяются частоты сопряжения асимптот $\omega_{si} = \dfrac{1}{T_i}$ и их логарифмы $\lg\omega_{si}$ и их значения отмечаются на оси абсцисс.

4. Первая низкочастотная асимптота проводится через точку $[0; 20\lg k_{pc}]$ с наклоном -20*r*, где *r* – порядок астатизма системы, определяемый показателем степени свободного множителя *p* в знаменателе передаточной функции. (В рассматриваемом ниже примере $r = 0$).

5. При достижении очередной частоты сопряжения наклон асимптоты меняется на ±20 дБ/дек (+ соответствует постоянной времени, находящейся в числителе передаточной функции, – в знаменателе).

6. Логарифмическая фазовая частотная характеристика (ЛФХ) строится по точкам по формуле

$$\varphi(\omega) = 90r + arctg T_1\omega - arctg T_2\omega - arctg T_3\omega.$$

Пример 1. По заданной передаточной функции построить логарифмические частотные характеристики.

$$W(p) = \frac{k(T_2 p + 1)}{(T_1 p + 1)^2}.$$

Определяем ЛАХ

$$L(\omega) = 20\lg k + 20\lg\sqrt{1 + T_2^2\omega^2} - 40\lg\sqrt{1 + T_1^2\omega^2}.$$

Для построения ЛАХ определяем величины $20\lg k$, $\lg\frac{1}{T_2}$, $\lg\frac{1}{T_1}$ и отмечаем их значения на осях координат (рис. 3.1).

Низкочастотную асимптоту проводим через точку $20\lg k$ без наклона, т. к. $r = 0$. При достижении ею значения $\lg\frac{1}{T_2}$ наклон изменяем на +20 дБ/дек. В точке $20\lg\frac{1}{T_1}$ наклон изменяем на -40 дБ/дек.

ЛФХ строится по выражению

$$\varphi(\omega) = arctgT_2\omega - 2arctgT_1\omega.$$

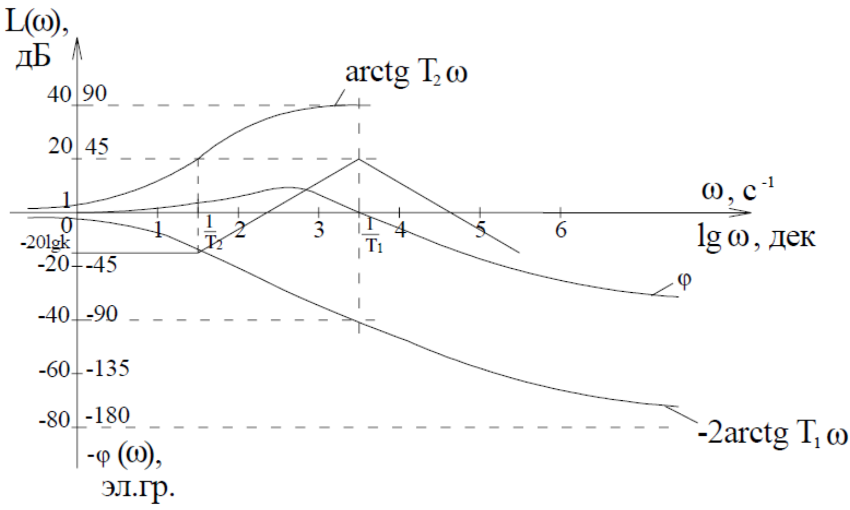


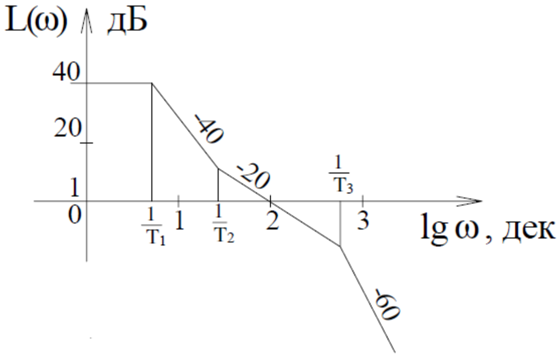
Рис. 3.1. Логарифмические частотные характеристики

Задачи для самостоятельного решения

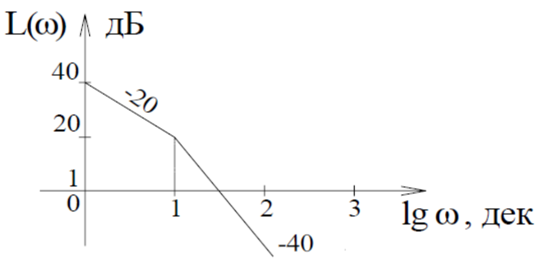
3.1. По передаточной функции построить логарифмические частотные характеристики

$$W_{pc}(p) = \frac{k_{pc}(T_1 p + 1)}{p^r (T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}.$$

3.2. По приведённой логарифмической амплитудно-частотной характеристике записать соответствующую ей передаточную функцию



3.3. По приведённой логарифмической амплитудно-частотной характеристике построить логарифмическую фазово-частотную характеристику



4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Устойчивость – это свойство системы возвращаться в исходное состояние после прекращения действия возмущающего воздействия.

Необходимым и достаточным условием устойчивости линейной системы автоматического управления является отрицательность вещественных частей всех корней её характеристического уравнения.

В теории автоматического управления разработали критерии устойчивости, т.е. признаки, позволяющие оценить отрицательность корней характеристического уравнения системы без вычисления этих корней. Рассмотрим два из них.

Критерий устойчивости Гурвица использует характеристическое уравнение системы. Согласно этому критерию: линейная система устойчива, если в её характеристическом уравнении

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0 = 0$$

a_n и все определители Гурвица Δ_1; Δ_2; ...; Δ_n положительны.

Критерий устойчивости Найквиста позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по виду её амплитудно-фазовой характеристики в разомкнутом состоянии.

Замкнутая система будет устойчивой, если она устойчива при размыкании и график её амплитудно-фазовой характеристики для разомкнутого состояния не охватывает точки действительной оси с координатами (-1; j0).

Критерий устойчивости Найквиста чаще используется применительно к логарифмическим характеристикам. Замкнутая система будет устойчивой, если она устойчива при размыкании и $\omega_{ср}$ на логарифмической амплитудной характеристике разомкнутой системы расположена левее частоты, при которой логарифмическая фазовая характеристика достигает значения -180°.

Пример 1. По передаточной функции разомкнутой системы оценить её устойчивость в замкнутом состоянии, если

$$W_{PC}(p) = \frac{10}{p(0{,}1p+1)^2}.$$

1. Для оценки устойчивости САУ по критерию Гурвица необходимо получить характеристическое уравнение замкнутой системы

$$D_{ЗС}(p) = p(0{,}1p+1)^2 + 10 = 0{,}01p^3 + 0{,}2p^2 + p + 10 = 0\,,$$

где $a_3 = 0{,}01$; $a_2 = 0{,}2$; $a_1 = 1$; $a_0 = 10$.

Главный определитель Гурвица

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix};$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0{,}2 & 10 & 0 \\ 0{,}01 & 1 & 0 \\ 0 & 0{,}2 & 10 \end{vmatrix} = 2 - 1 = 1 > 0\,.$$

Диагональный минор

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0{,}2 & 10 \\ 0{,}01 & 1 \end{vmatrix} = 0{,}2 - 0{,}1 = 0{,}1 > 0\,.$$

Условия устойчивости: $a_3 = 0{,}001 > 0$; $\Delta = 1 > 0$; $\Delta_1 = 0{,}1 > 0$ выполняются, следовательно, система устойчива.

2. Для оценки устойчивости по критерию Найквиста производится построение логарифмических амплитудно-фазовых частотных характеристик

$$L(\omega) = 20\lg 10 - 20\lg\omega - 40\lg\sqrt{1+(0{,}1\omega)^2}\,;$$

$$\varphi(\omega) = -90^0 - 2arctg\,0{,}1\omega\,.$$

Для построения ЛАХ определяются значения 20lg10 = 20дБ и $\omega_S = \frac{1}{T} =$ 10 с$^{-1}$. Наклон низкочастотной асимптоты составляет -20 дБ/дек, поскольку порядок астатизма системы $r = 1$. Изменение наклона производится в точке сопряжения при частоте $\omega_S = \frac{1}{T}$, и составляет -40 дБ/дек.

Таким образом, среднечастотная асимптота имеет наклон -60 дБ/дек.

Поскольку при $\omega = \frac{1}{T}$ $L(\frac{1}{T}) = 20\lg 10 - 20\lg 10 - 40\lg\sqrt{2} = 6{,}02$ дБ.

В точке сопряжения асимптот необходимо произвести точное построение для определения реального значения частоты среза $\omega_{ср}$

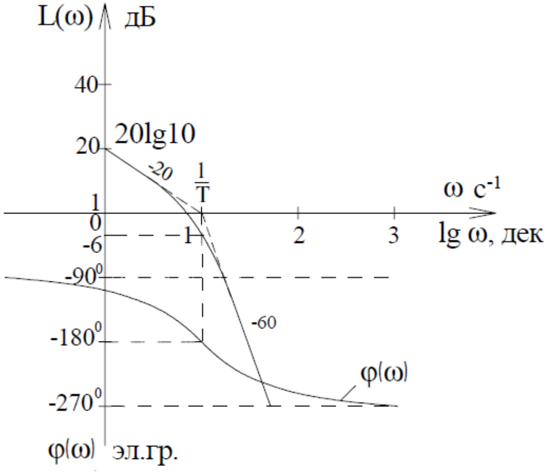


Рис. 4.1. Логарифмические частотные характеристики

По графику характеристик делается вывод о том, что $\omega_{ср}$ находится левее частоты, при которой $\varphi(\omega) = -180^0$, следовательно, система устойчива.

Задачи для самостоятельного решения

4.1. Определить устойчивость замкнутой системы, если дана передаточная функция разомкнутой системы

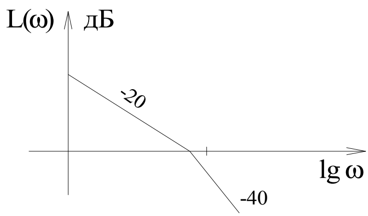
$$W_{PC}(p) = \frac{10\,p}{(0{,}01\,p^2 + 0{,}2\,p + 1)^2}.$$

4.2. Определить устойчивость замкнутой системы, если уравнение динамики имеет вид

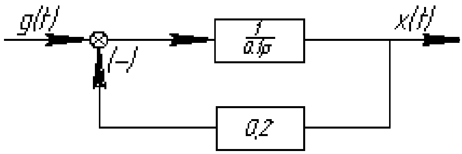
$$\frac{d^3 x_{вых}(t)}{dt^3} + \frac{d^2 x_{вых}(t)}{dt^2} + \frac{dx_{вых}(t)}{dt} + x_{вых}(t) = x_{вх}(t).$$

4.3. Определить устойчивость замкнутой системы, если характеристическое уравнение её в разомкнутом состоянии имеет вид $0{,}1p^3 + 0{,}2p^2 + p + 1 = 0$, а $K_{PC} = 10$.

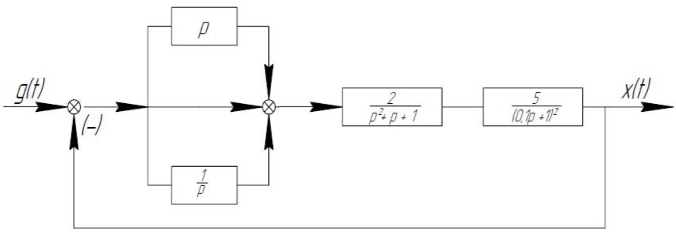
4.4. Определить устойчивость замкнутой системы, если известна логарифмическая амплитудно-частотная характеристика её в разомкнутом состоянии $L_{PC}(\omega)$



4.5. По структурной схеме определить устойчивость замкнутой системы



4.6. По приведённой структурной схеме определить устойчивость замкнутой системы



5. ЧАСТОТНЫЙ СИНТЕЗ КОРРЕКТИРУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА

Для обеспечения устойчивости и требуемого качества переходного процесса в системах автоматического управления используется метод коррекции посредством введения в их структуру специальных корректирующих устройств (КУ).

В зависимости от способа включения КУ коррекция может быть последовательной или параллельной.

При последовательной коррекции корректирующее устройство включается последовательной в прямой контур регулирования обычно после суммирующего усилителя (рис. 5.1).

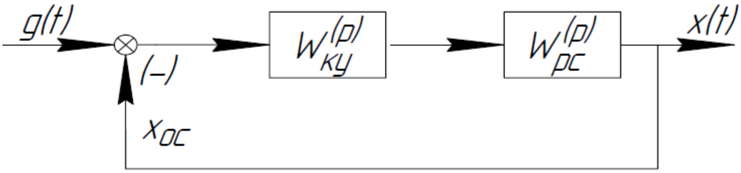


Рис. 5.1. Структурная схема скорректированной САУ с последовательной коррекцией: $W_{ку}(p)$ – передаточная функция разомкнутой системы до коррекции; $W_{ку}(p)$ – передаточная функция последовательного корректирующего устройства

При параллельной коррекции корректирующее устройство включается в цепь обратной связи, охватывающей усилительные звенья прямого контура регулирования разомкнутой системы с передаточной функцией $W_0(p)$ (рис. 5.2).

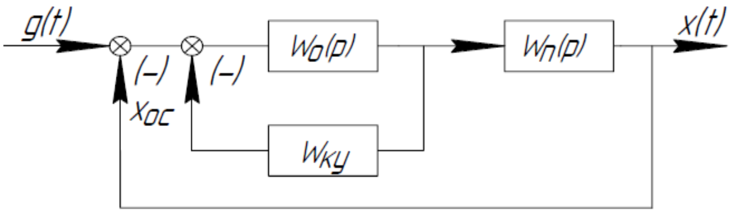


Рис. 5.2. Структурная схема скорректированной САУ с параллельной коррекцией: $W_0(p)$ – передаточная функция звеньев разомкнутой САУ, охваченных коррекцией; $W_n(p)$ – передаточная функция звеньев разомкнутой САУ, не охваченных коррекцией; $W_{ку}(p)$ – передаточная функция параллельного корректирующего устройства

Синтез передаточной функции корректирующего устройства $W_{ку}(p)$ производится с помощью типовой логарифмической амплитудно-частотной характеристики ЛАЧХ, построенной по заданным показателям качества переходного процесса САУ и обеспечивающей регламентированные запасы устойчивости. Эта характеристика называется "желаемой", $L_ж(\omega)$, имеет наклон среднечастотного участка -20 дБ/дек, и сохраняет неизменной точку $20\lg k_{рс}$ (рис. 5.3).

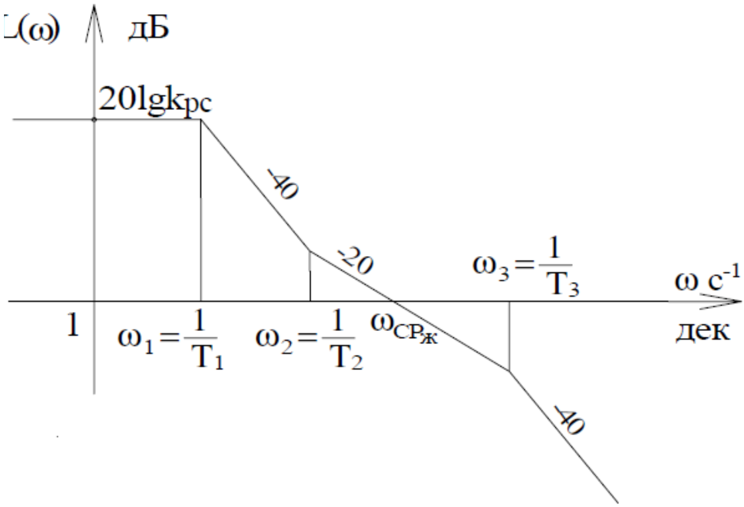


Рис. 5.3. Типовая желаемая ЛАЧХ разомкнутой системы после коррекции

По желаемой ЛАЧХ разомкнутой системы, которая должна быть обеспечена в результате коррекции $L_ж(\omega)$, составляется передаточная функция желаемой САУ – $W_ж(p)$.

При синтезе последовательного корректирующего устройства в соответствии со схемой рис. 5.1 эту же желаемую передаточную функцию можно представить произведением:

$$W_Ж(p) = W_{КУ}(p) \cdot W_{РС}(p).$$

Следовательно,

$$W_{КУ}(p) = \frac{W_Ж(p)}{W_{РС}(p)}.$$

Для проведения параллельной коррекции в САУ выделяются звенья, которые должны быть охвачены обратной связью с корректирующим устройством, и определяется передаточная функция этих “охваченных” звеньев – $W_0(p)$. Остальные, “неохваченные”, звенья разомкнутой системы описываются передаточной функцией $W_n(p)$.

$$W_{PC}(p) = W_O(p) \cdot W_\Pi(p).$$

В соответствии с рис. 5.2, передаточная функция “желаемой” скорректированной системы в разомкнутом состоянии имеет вид

$$W_Ж(p) = \frac{W_O(p)}{1 + W_O(p) \cdot W_{КУ}(p)} \cdot W_\Pi(p) = \frac{W_{PC}(p)}{1 + W_O(p) \cdot W_{КУ}(p)}.$$

Откуда

$$W_{КУ}(p) = \frac{1}{W_O(p)} \left[\frac{W_{PC}(p)}{W_Ж(p)} - 1 \right].$$

Желаемая передаточная функция $W_ж(p)$ определяется, как сказано выше, по желаемой ЛАЧХ разомкнутой системы.

Пример 1. Определить передаточную функцию корректирующего устройства $W_{ку}(p)$ по представленной структурной схеме скорректированной системы (а) и желаемой ЛАЧХ (б).

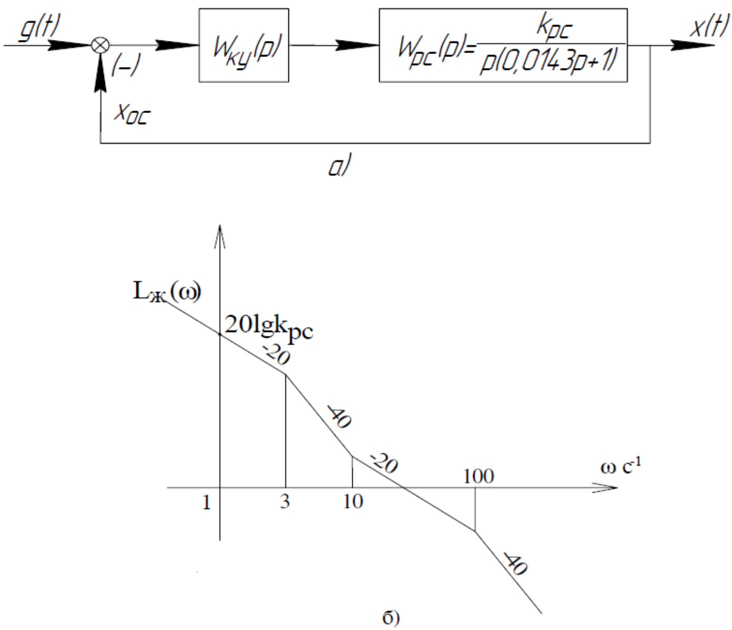


Рис. 5.4. Структурная схема (а) и желаемая ЛАЧХ (б) САУ

По ЛАЧХ «желаемой» скорректированной системы $L_{ж}(\omega)$ определяется её передаточная функция

$$W_{КУ}(p) = \frac{1}{W_O(p)}\left[\frac{W_{PC}(p)}{W_{Ж}(p)} - 1\right].$$

Поскольку при последовательной коррекции

$$W_{Ж}(p) = \frac{k_{PC}(0{,}1p+1)}{p(0{,}33p+1)(0{,}01p+1)},$$

то

$$W_{КУ}(p) = \frac{W_{Ж}(p)}{W_{PC}(p)} = \frac{k_{PC}(0{,}1p+1)\cdot p(0{,}0143p+1)}{p(0{,}33p+1)\cdot(0{,}01p+1)\cdot k_{PC}} =$$

$$= \frac{(0{,}1p+1)(0{,}0143p+1)}{(0{,}33p+1)(0{,}01p+1)}.$$

Пример 2. Определить передаточную функцию корректирующего устройства $W_{ку}(p)$ по представленной структурной схеме скорректированной системы рис. 5.5(а) и желаемой ЛАЧХ рис. 5.5(б).

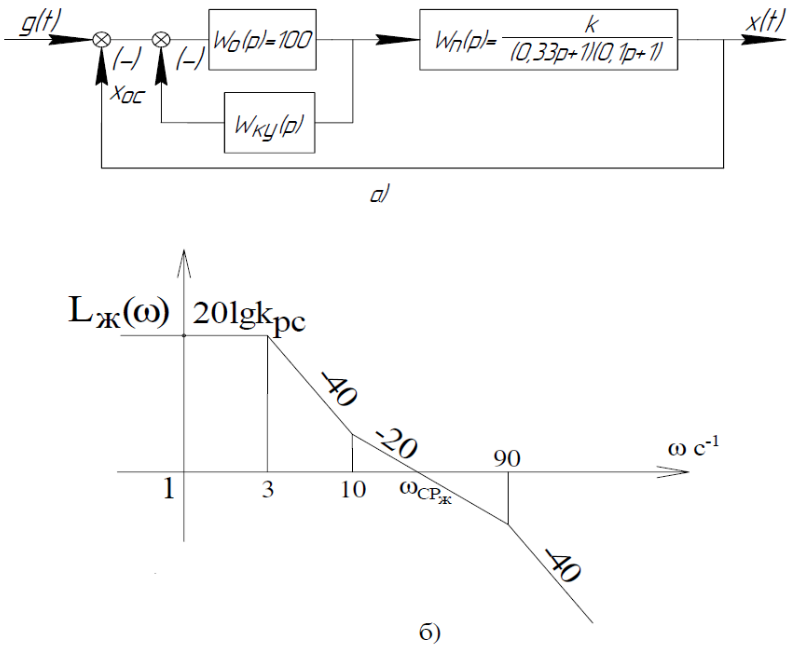


Рис. 5.5. Структурная схема (а) и желаемая ЛАЧХ (б)

По рис. 5.5(б) определяется желаемая передаточная функция

$$W_Ж(p)=\frac{100k(0{,}1p+1)}{(0{,}3\ \ p+1)^2(0{,}011p+1)}.$$

При синтезе передаточной функции корректирующего устройства используется приведенная выше зависимость

$$W_{КУ}(p)=\frac{1}{W_O(p)}\left[\frac{W_{РС}(p)}{W_Ж(p)}-1\right],$$

где по рис. 5.5 а) $W_0(p)$ = 100.

$$W_{РС}(p)=\frac{100k}{(0{,}33p+1)(0{,}1p+1)}.$$

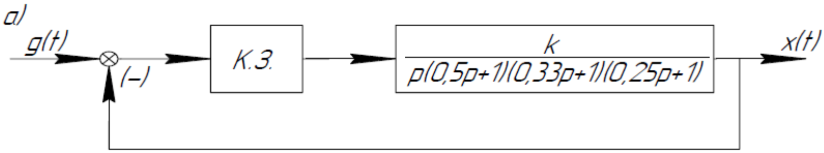
Таким образом

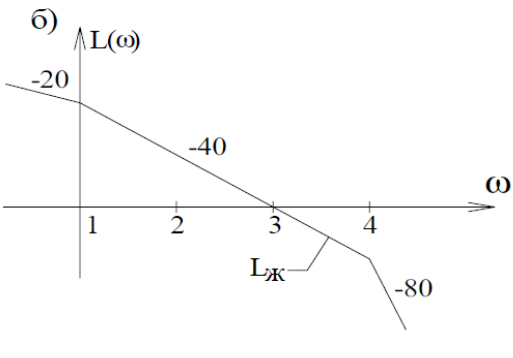
$$W_{КУ}(p)=\frac{1}{100}\left[\frac{100k\cdot(0{,}33p+1)^2(0{,}011p+1)}{(0{,}33p+1)(0{,}1p+1)\cdot 100k(0{,}1p+1)}-1\right]=$$

$$=\frac{0{,}0034p(0{,}0077p+1)}{(0{,}1p+1)^2}.$$

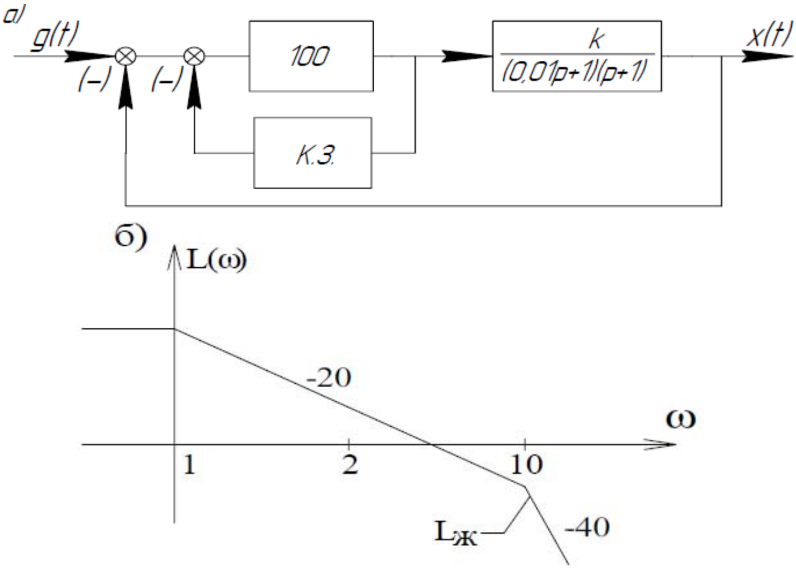
Задачи для самостоятельного решения

5.1. Какую передаточную функцию должно иметь корректирующее звено (к.з.), чтобы ЛАХ разомкнутой системы (а) имела вид (б)

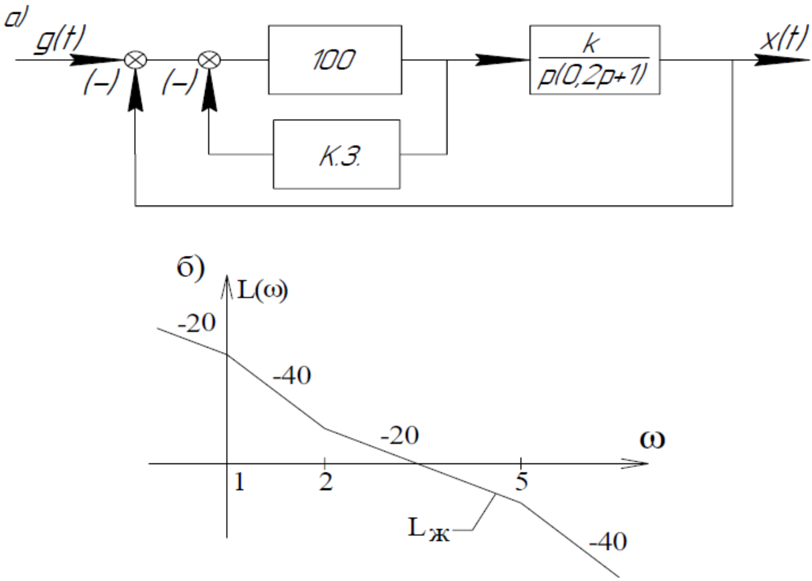




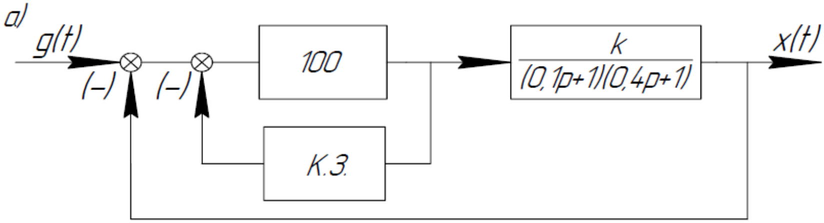
5.2. Какую передаточную функцию должно иметь корректирующее звено (к.з.), чтобы ЛАХ разомкнутой системы (а) имела вид (б)

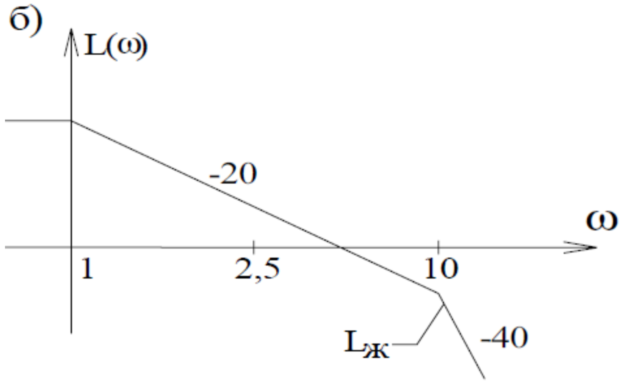


5.3. Какую передаточную функцию должно иметь корректирующее звено (к.з.), чтобы ЛАХ разомкнутой системы (а) имела вид (б)

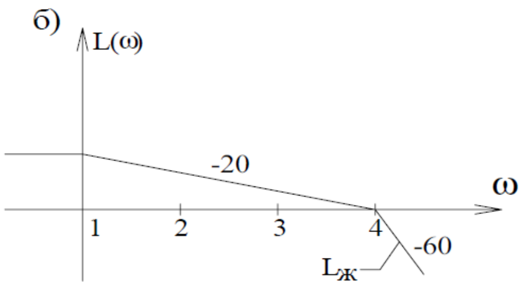


5.4. Какую передаточную функцию должно иметь корректирующее звено (к.з.), чтобы ЛАХ разомкнутой системы (а) имела вид (б)

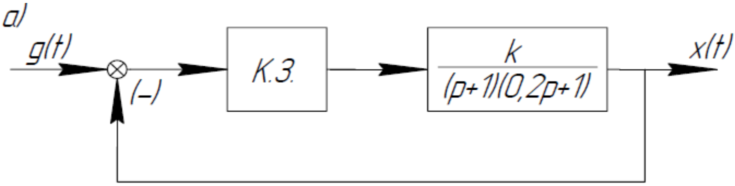


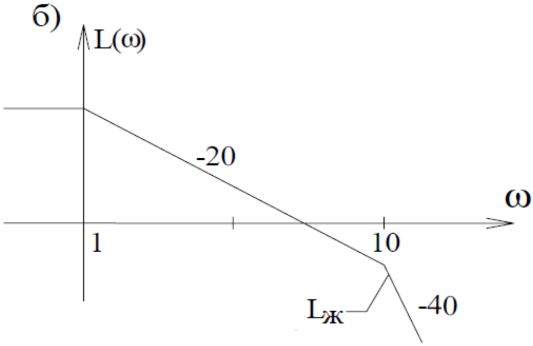


5.5. Какую передаточную функцию должно иметь корректирующее звено (к.з.), чтобы ЛАХ разомкнутой системы (а) имела вид (б)

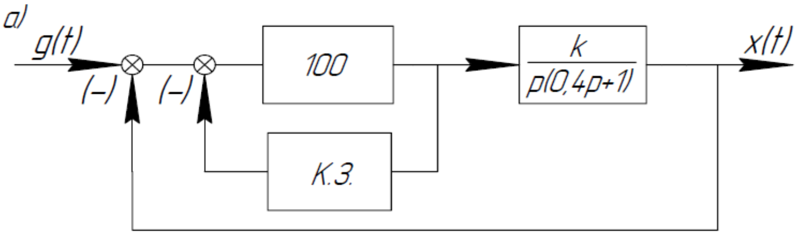


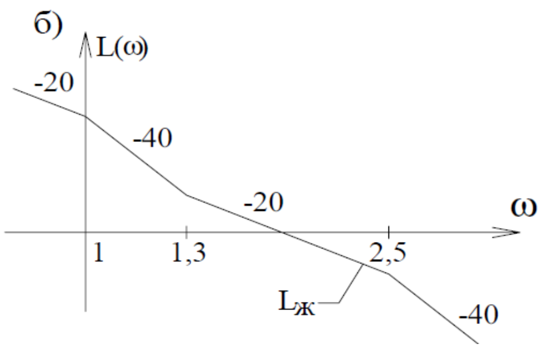
5.6. Какую передаточную функцию должно иметь корректирующее звено (к.з.), чтобы ЛАХ разомкнутой системы (а) имела вид (б)



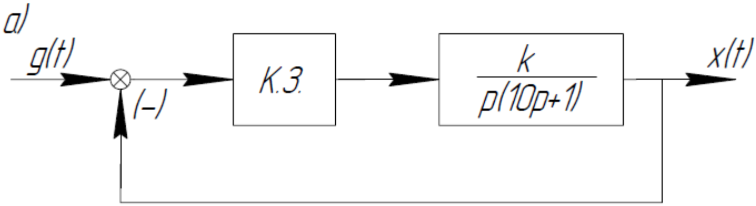


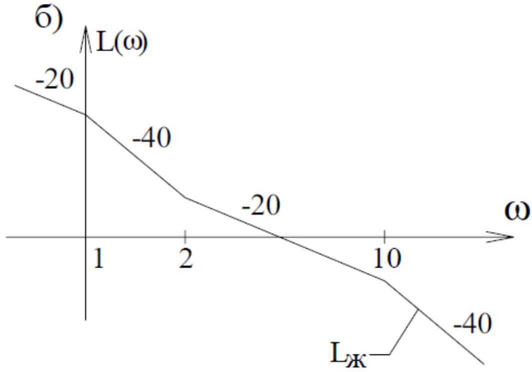
5.7. Какую передаточную функцию должно иметь корректирующее звено (к.з.), чтобы ЛАХ разомкнутой системы (а) имела вид (б)



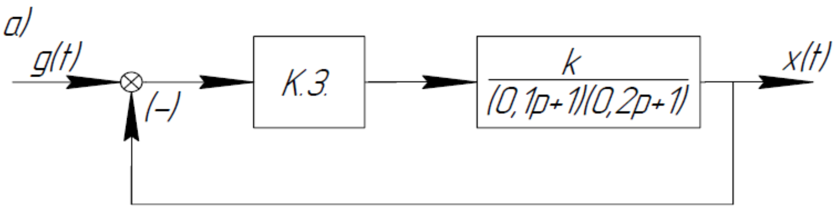


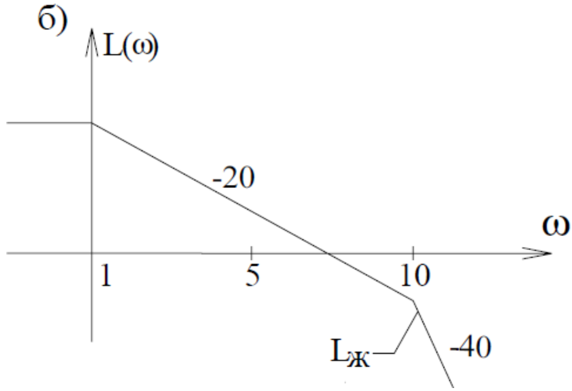
5.8. Какую передаточную функцию должно иметь корректирующее звено (к.з.), чтобы ЛАХ разомкнутой системы (а) имела вид (б)



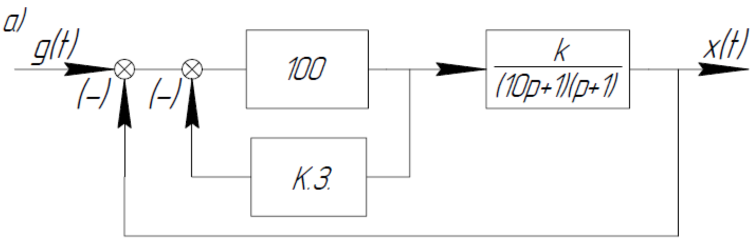


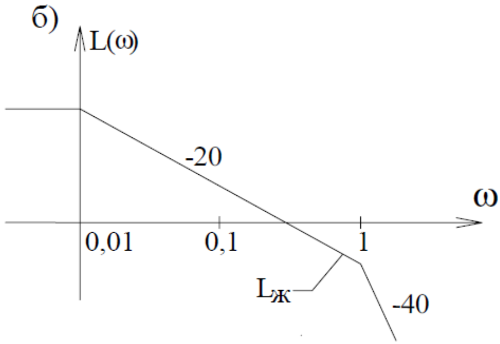
5.9. Какую передаточную функцию должно иметь корректирующее звено (к.з.), чтобы ЛАХ разомкнутой системы (а) имела вид (б)



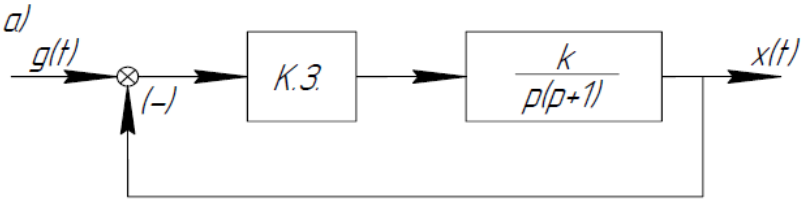


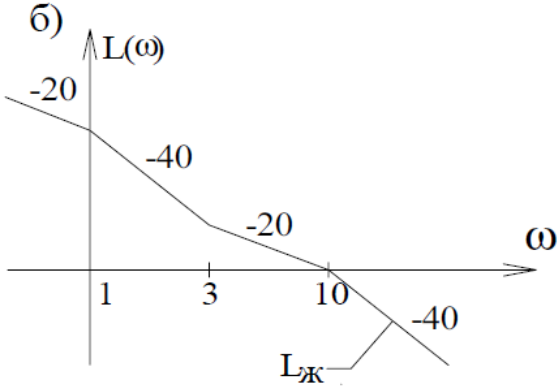
5.10. Какую передаточную функцию должно иметь корректирующее звено (к.з.), чтобы ЛАХ разомкнутой системы (а) имела вид (б)





5.11. Какую передаточную функцию должно иметь корректирующее звено (к.з.), чтобы ЛАХ разомкнутой системы (а) имела вид (б)





Ответы

1. Определение передаточных функций элементов САУ

1.1. $W(p)=\dfrac{k\cdot(T_1p+1)}{(T_2p+1)}$.

1.2. $W(p)=\dfrac{T_1p\cdot(T_2p+1)}{(T_3^2p^2+T_4p+1)}$.

1.3. $W(p)=\dfrac{k\cdot(T_1p+1)\cdot(T_2p+1)}{T_3^2p^2+T_4p+1}$.

1.4. $W(p)=\dfrac{k\cdot(T_1p+1)\cdot p^2}{T_3^3p^3+T_2^2p^2+T_4p+1}$.

1.5. $W(p)=\dfrac{T_1p\cdot(T_2p+1)}{T_3^2p^2+T_4p+1}$.

1.6. $W(p)=\dfrac{k\cdot p^2}{T_1^2p^2+T_2p+1}$.

1.7. $W(p)=\dfrac{T_1p\cdot(T_2p+1)}{T_3^2p^2+T_4p+1}$.

1.8. $W(p)=\dfrac{k\cdot(T_1p+1)}{T_2p+1}$.

1.9. $W(p)=\dfrac{k}{T_2^2p^2+T_1p+1}$.

1.10. $W(p)=\dfrac{T_1p}{T_2p+1}$.

1.11. $W(p)=\dfrac{k\cdot(T_1p+1)}{T_2p+1}$.

1.12. $W(p)=k\cdot(T_1p+1)$.

1.13. $W(p)=\dfrac{k}{T_1p+1}$.

1.14. $W(p)=\dfrac{k}{T_1p+1}$.

1.15. $W(p)=\dfrac{k}{Tp+1}$.

1.16. $W(p)=\dfrac{1}{T_2p(T_1p+1)}$.

1.17. $W(p)=\dfrac{k}{Tp+1}$.

1.18. $W(p)=\dfrac{T_3 p+1}{T_2 p(T_1 p+1)}$.

1.19. $W(p)=\dfrac{T_3 p}{(T_1 p+1)\cdot(T_2 p+1)}$.

2. Определение передаточных функций и вычисление статических ошибок

2.1. $\Phi(\text{p})=\dfrac{1}{0{,}5\text{p}^2+\text{p}+1}$; $\Phi_f(\text{p})=\dfrac{\text{P}(0{,}5\text{p}+1)}{1{,}25\text{p}^4+5\text{p}^3+8\text{p}^2+6\text{p}+1}$;

$\Phi_\varepsilon(\text{p})=\dfrac{\text{P}(0{,}5\text{p}+1)}{0{,}5\text{p}^2+\text{p}+1}$; $\varepsilon_1=0$; $\varepsilon_2=0$.

2.2. $\Phi(\text{p})=\dfrac{4}{3\text{p}^2+\text{p}+4}$; $\Phi_f(\text{p})=\dfrac{\text{P}(3\text{p}+\text{p})}{3\text{p}^2+\text{p}+4}$; $\varepsilon_1=0$; $\varepsilon_2=0$.

2.3. $\Phi(\text{p})=\dfrac{5}{6\text{p}^2+3{,}3\text{p}+0{,}15}$; $\Phi_f(\text{p})=\dfrac{(20\text{p}+1)\cdot(2\text{p}+1)}{40\text{p}^2+22\text{p}+34{,}33}$; $\varepsilon_1=0{,}291$; $\varepsilon_2=0{,}291$.

2.4. $\Phi(\text{p})=\dfrac{100}{0{,}1\text{p}^2+\text{p}+100}$; $\Phi_f(\text{p})=\dfrac{\text{P}(0{,}1\text{p}+1)}{0{,}1\text{p}^2+\text{p}+100}$; $\varepsilon_1=0$; $\varepsilon_2=0$.

2.5. $\Phi(\text{p})=\dfrac{10(\text{p}+1)}{\text{p}^2+10\text{p}+10}$; $\Phi_f(\text{p})=\dfrac{\text{P}(\text{p}+1)}{\text{p}^2+10\text{p}+10}$; $\varepsilon_1=0$; $\varepsilon_2=0$.

2.6. $\Phi(\text{p})=\dfrac{100}{\text{p}+102}$; $\Phi_f(\text{p})=\dfrac{\text{p}}{\text{p}+102}$; $\varepsilon_1=0{,}019$; $\varepsilon_2=0$.

2.7. $\Phi(\text{p})=\dfrac{2}{\text{p}^2+\text{p}+2}$; $\Phi_f(\text{p})=\dfrac{\text{p}+1}{2{,}5\text{p}^2+2{,}5\text{p}+5}$; $\varepsilon_1=0$; $\varepsilon_2=0{,}2$.

3. Логарифмические амплитудно-фазовые частотные характеристики

$$\text{W}_{\text{PC}}(\text{p})=\frac{\text{k}(\text{T}_2\text{p}+1)}{(\text{T}_1\text{p}+1)^2(\text{T}_3\text{p}+1)^2}.$$

4. Определение устойчивости САУ

4.1. Система устойчивая.
4.2. Система на границе устойчивости.
4.3. Система неустойчивая.
4.4. Система устойчивая.
4.5. Система устойчивая.
4.6. Система неустойчивая.

5. Частотный синтез корректирующих устройств

5.1. $\Phi_{кз}(p)=\dfrac{(0{,}5p+1)\cdot(0{,}33p+1)}{(p+1)\cdot(0{,}25p+1)}$.

5.2. $\Phi_{кз}(p)=\dfrac{0{,}0009p}{0{,}01\mathrm{p}+1}$.

5.3. $\Phi_{кз}(p)=\dfrac{0{,}005p}{0{,}5\mathrm{p}+1}$.

5.4. $\Phi_{кз}(p)=\dfrac{0{,}006p}{0{,}4\mathrm{p}+1}$.

5.5. $\Phi_{кз}(p)=\dfrac{(0{,}5p+1)\cdot(0{,}33p+1)}{(p+1)\cdot(0{,}25p+1)}$.

5.6. $\Phi_{кз}(p)=\dfrac{0{,}2p+1}{0{,}1\mathrm{p}+1}$

5.7. $\Phi_{кз}(p)=\dfrac{0{,}0023p}{0{,}77\mathrm{p}+1}$.

5.8. $\Phi_{кз}(p)=\dfrac{(10p+1)\cdot(0{,}5p+1)}{(p+1)\cdot(0{,}1p+1)}$.

5.9. $\Phi_{кз}(p)=\dfrac{0{,}2p+1}{\mathrm{p}+1}$.

5.10. $\Phi_{кз}(p)=\dfrac{0{,}9p}{10\mathrm{p}+1}$.

5.11. $\Phi_{кз}(p)=\dfrac{0{,}33p+1}{0{,}1\mathrm{p}+1}$.

Библиографический список

1. Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – СПб. : Профессия, 2004. – 752 с.
2. Востриков, А.С. Теория автоматического управления / А.С. Востриков, Г.А. Французова. – Новосибирск : НГТУ, 2003. – 364 с.
3. Ким, Д.П. Теория автоматического управления / Д.П. Ким. – М. : Физматлит, 2003. – 288 с.
4. Ерофеев, А.А. Теория автоматического управления / А.А. Ерофеев. – СПб. : Политехника, 1998. – 295 с.
5. Попов, Е.П. Теория линейных систем автоматического управления : учеб. пособие для вузов / Е.П. Попов. – М. : Наука, 1989. – 304 с.
6. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления / под ред. А.А. Бесекерского. – М. : Наука, 1972. – 262 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Калинина Наталья Александровна

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Сборник задач

В авторской редакции

Вёрстка: *Л.В. Сызганцева*
Дизайн обложки: *Г.В. Карасева*

Подписано в печать 23.03.2011. Формат 60×84/16.
Печать оперативная. Усл. п. л. 2,3.
Тираж 100 экз. Заказ № 2-75-10.

Тольяттинский государственный университет
445667, г. Тольятти, ул. Белорусская, 14