

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тольяттинский государственный университет»

Институт Математики, физики и информационных технологий  
(наименование института полностью)

Кафедра «Прикладная математика и информатика»  
(наименование)

01.03.02 Прикладная математика и информатика  
(код и наименование направления подготовки, специальности)

Компьютерные технологии и математическое моделирование  
(направленность (профиль)/специализация)

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА  
(БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА)**

на тему Моделирование хода сжатия рабочей смеси в ДВС на основе модели  
гетерогенных сред

Обучающийся

Д. А. Рудь

(Инициалы, Фамилия)



(личная подпись)

Руководитель

доктор ф.-м. наук, профессор А. И. Сафронов

(ученая степень (при наличии), ученое звание (при наличии), Инициалы Фамилия)

Консультант

К.п.н. доцент О.Н. Брега

(ученая степень (при наличии), ученое звание (при наличии), Инициалы Фамилия)

Тольятти 2023

## Аннотация

Выпускная квалификационная работа на тему: «Моделирование хода сжатия рабочей смеси в ДВС на основе модели гетерогенных сред».

Ключевые слова: ДВС, гетерогенная среда, математическое моделирование, процесс сжатия, газовая смесь.

Дипломная работа состоит из введения, трёх разделов, выводов, списка использованных источников (26 наименований). В работе размещено иллюстраций – 14, таблиц – 3. Общее количество страниц дипломной работы – 57. В данной работе рассмотрен подход к математическому моделированию процесса сжатия в двигателях внутреннего сгорания на основе модели механики гетерогенных сред.

Объект исследования: процессы, протекающие в современных ДВС. Изучение этих процессов необходимо для дальнейшей оптимальной настройки системы ДВС и её совершенствования.

Цель работы: построение и реализация модели сжатия топливной смеси в цилиндре типового ДВС на основе механики гетерогенных сред.

Практическая значимость работы заключается в том, что экспериментальное исследование процессов в реальных ДВС сопряжено с высокими материальными и временными затратами. В связи с этим математическое моделирование является альтернативой, позволяющей получить информацию о протекающих процессах при наименьших издержках.

Структурно работа состоит из трех глав. Первая - анализ самой предметной области, вторая - разработка и реализация проектных решений, третья – их реализация. Полученные результаты согласуются с тестовыми данными и современными представлениями о физике процессов в ДВС.

В заключении приведены выводы по проведенным исследованиям в направлении решения поставленной задачи.

## **Abstract**

Graduate qualification work on the topic: "Modeling the course of compression of the working mixture in an internal combustion engine based on the model of heterogeneous media.

Key words: ICE, heterogeneous medium, mathematical modeling, compression process, gas mixture.

The thesis consists of the introduction, three sections, conclusions, list of references (26 titles). In the work placed illustrations - 14, tables - 3. The total number of pages of the thesis - 57. This paper considers an approach to mathematical modeling of the compression process in internal combustion engines based on the model of mechanics of heterogeneous media.

The object of research: processes occurring in modern internal combustion engines. The study of these processes is necessary for further optimal tuning of internal combustion engine system and its improvement.

Purpose of work: construction and implementation of a model of fuel mixture compression in the cylinder of a typical internal combustion engine based on the mechanics of heterogeneous media.

The practical significance of the work lies in the fact that the experimental study of processes in real internal combustion engines is associated with high material and time costs. In this regard, mathematical modeling is an alternative that allows us to obtain information about the processes taking place at the lowest cost.

Structurally, the work consists of three chapters. The first - the analysis of the subject area itself, the second - the development and implementation of design solutions, the third - their implementation. The results are consistent with the test data and current understanding of the physics of processes in internal combustion engines.

## Оглавление

Введение.....	5
Глава 1 Описание теоретических основ газодинамических процессов .....	8
1.1 Простейшие задачи на одномерное неустановившееся движение газа ...	8
1.2 Аналитическое решение однородных газодинамических уравнений в области неустановившегося движения газа .....	22
1.3 Одномерные ударные волны .....	29
Глава 2 Описание сжатия воздушной смеси на основе модели гетерогенных сред .....	40
2.1 Постановка задачи сжатия воздушной смеси .....	40
Глава 3 Анализ и обсуждение результатов моделирования.....	45
3.1 Исследование процесса сжатия газовой смеси в ДВС .....	45
Заключение .....	47
Список используемой литературы и используемых источников.....	48
Приложение А Блок расчета зависимости $u=u\Pi(\phi)$ .....	51
Приложение Б Блок подготовки начальных данных и занесение параметров .....	52

## Введение

Сегодняшние требования к эффективности, топливной экономичности и экологическим показателям ДВС требуют оптимальной настройки и совершенствования этих двигателей. Это невозможно без более детального понимания процессов, протекающих при их работе, в том числе процесса сжатия.

Экспериментальные исследования сжатия в реальных ДВС сопряжены с большими затратами, сложны и трудоемки. Математическое моделирование позволяет получить ценные сведения о ходе сжатия с меньшими затратами.

Прогресс в области вычислительной техники и математического моделирования позволяет создавать все более сложные и точные модели, учитывающие большее число факторов, влияющих на работу ДВС.

Моделирование процессов в реальных гетерогенных средах, включая течения смеси топлива и воздуха в цилиндре ДВС во время сжатия, позволяет рассматривать протекающие в двигателе процессы с необходимой степенью детализации.

В своей совокупности вышеперечисленное свидетельствует об актуальности и важности темы моделирования процесса сжатия в ДВС на основе модели гетерогенных сред.

При дальнейшем рассмотрении темы планируется более подробно описать модели гетерогенных сред, газодинамические процессы, применяемые к моделированию сжатия в ДВС, а также результаты и выводы, полученные на основе выбранной модели.

Цель исследования: Использование математической модели гетерогенных сред для описания процесса сжатия газовой смеси в поршневых ДВС.

Задачи исследования:

1. Изучить особенности процесса удаления отработанной смеси в поршневых ДВС.
2. Разработать математическую модель процесса удаления отработанной смеси на основе модели гетерогенных сред.
3. Провести верификацию и калибровку разработанной модели на экспериментальных данных.
4. Исследовать влияние различных параметров на процесс удаления отработанной смеси в поршневых ДВС на основе разработанной модели.

Результаты исследования могут быть использованы для дальнейшего совершенствования процесса удаления отработанной смеси в поршневых ДВС и разработки новых методов снижения выбросов вредных веществ.

Объектом исследования является процесс сжатия газовой смеси в ДВС.

Предметом исследования является моделирование процесса сжатия газовой смеси на основе модели гетерогенных сред.

Основными методами исследования в данной работе являются:

- Математическое моделирование, включающее в себя построение математической на основе подхода гетерогенных сред и описание процесса сжатия газовой смеси на основе этого подхода.
- Численное моделирование, которое позволяет получить численные решения математической модели и анализировать их в контексте исследуемого процесса.

Также в исследовании были использованы другие методы, такие как аналитические выкладки, анализ литературных источников и т.д.

Научная новизна данной работы заключается в разработке модели гетерогенных сред, позволяющей более точно и полно описывать процессы сжатия газовой смеси в ДВС. Модель учитывает влияние различных факторов, таких как температура, давление, а также особенности геометрии камеры сгорания.

Практическая значимость исследования заключается в возможности использования разработанной модели для оптимизации параметров работы ДВС. Благодаря более точному описанию процессов сжатия газовой смеси, можно достичь более высокой эффективности работы двигателя. А также модель может быть использована для анализа влияния различных факторов на работу двигателя внутреннего сгорания и для прогнозирования изменений любых показателей двигателя при изменении каких-либо его параметров.

В дальнейшем, результат математического моделирования работы ДВС может быть использован в исследованиях процессов сжатия, протекающих в различных ДВС.

# Глава 1 Описание теоретических основ газодинамических процессов

## 1.1 Простейшие задачи на одномерное неустановившееся движение газа

Движение газа при заданном законе движения поршня.

Пусть имеется цилиндр, который неограниченно продолжен влево; справа цилиндр ограничен поршнем. Предположим, что в цилиндре находится однородный газ, причем в начальный момент газ находится в покое ( $v = 0$ )

Таким образом, всюду в нормальном пространстве давление и плотность одинаковы в каждой точке и равны, следовательно,  $C = C_0$ . В момент  $T = 0$  поршень получает возможность двигаться по заданному закону

$$x = f(T) \quad (1)$$

Выберем начало координат у дна поршня в момент  $T = 0$ , и ось  $x$  направим вправо (рис 1).

Относительно функции  $f(\tau')$  сделаем следующие предположения. Пусть  $f'(t) > 0$  т.е. поршень движется вправо, причем  $f'(0) = 0$ ;  $f''(0) = 0$  т.е. в начальный момент времени поршень начинает двигаться с нулевой скоростью, но с конечным всегда положительным ускорением. В этом случае кривая  $f(\tau')$  будет выпукла. Движение газа, возникающее в результате движения поршня считаем одномерным, влиянием теплоотдачи пренебрегаем. Сформулируем граничное условие у дна поршня. Очевидно, в силу сплошности среды слой газа у поршня будет двигаться со скоростью равной скорости поршня, т.е.  $v|_{x=f(T)} = f'(T)$



Поскольку  $f'(\tau)$  - непрерывная, то скорость слоя газа, а, следовательно, и другие параметры этого слоя будут меняться непрерывным образом во время движения поршня. Расширение бесконечно тонкого слоя газа, примыкающего к поршню, вызывает расширение соседнего слоя, а это, в свою очередь приведет к последовательному расширению все более удаленных слоёв газа. На рисунке 1 изображен случай, когда поршень двигался малыми скачками. В общем случае поршень движется плавно, поэтому кривая давления будет плавной. В этом случае говорят, что по газу "бежит" волна разрежения.

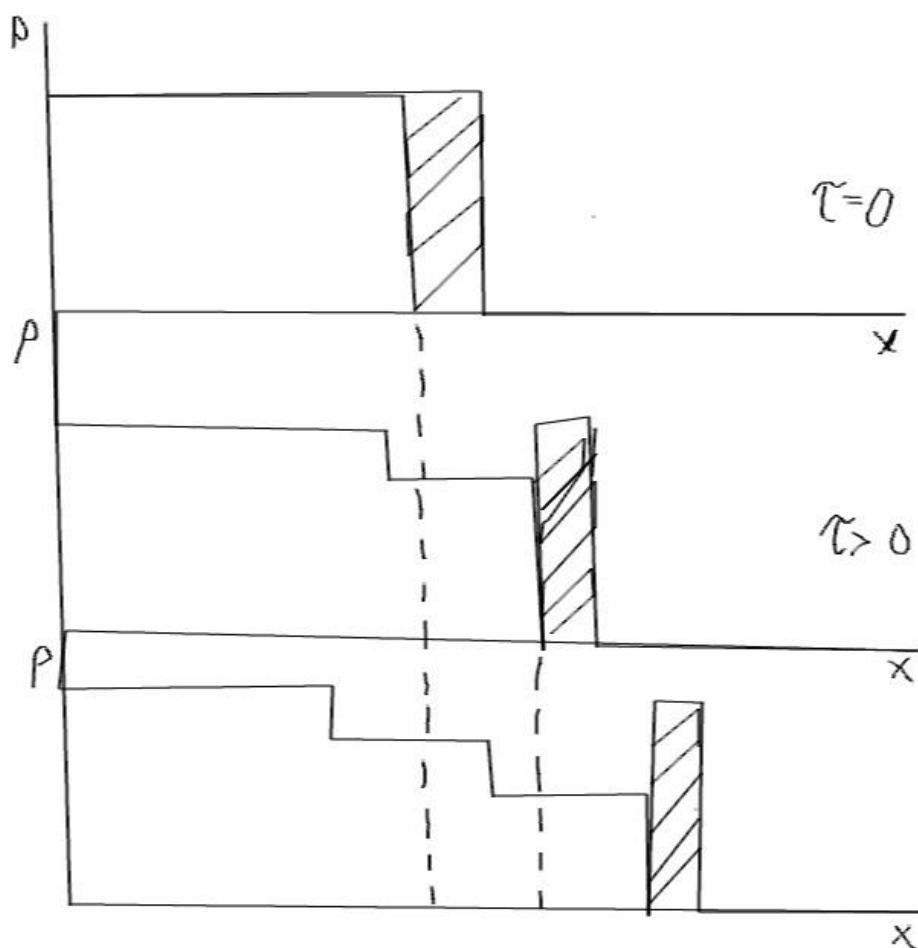


Рисунок 1 – Волна разрежения

Поскольку поршень движется с конечным ускорением, то за бесконечно малый промежуток времени скорость, а следовательно, и другие

параметры газа будут изменяться на бесконечно малую величину. Но, как известно, бесконечно малые изменения параметров газа распространяются по массе газа, т.е. передаются от слоя к слою с вполне определенной скоростью, зависящей от давления и плотности газа и носящей название местной скорости звука в газе. Если при этом сами слои газа движутся со скоростью " $v$ " вправо, то бесконечно малое возмущение газа, или элементарные возмущения будут перемещаться относительно стенок цилиндра со скоростью  $\frac{dx}{dt} = v - C$

Но формула (1) это не что иное, как уравнение характеристики. Таким образом, характеристики в плоскости независимых переменных ( $x, T$ ) описывают законы перемещения элементарных возмущений. В связи с тем, что в рассматриваемой задаче в начальный момент энтропия была одинаковой в каждой точке, то в силу закона сохранения, энтропия остается постоянной в течение всего времени движения, т.е. в уравнении  $d \ln \Phi = 0$

После интегрирования получаем:  $\frac{2}{k-1} C + v = S$  и  $\frac{2}{k-1} C - v = R$ , где  $S$  и  $R$  называются инвариантами Римана. Величина  $S$  - остается постоянной вдоль характеристики первого семейства. Аналогично  $R$  постоянна при перемещении вдоль характеристики второго семейства. В нашем случае, как только поршень начнет двигаться, ближайший к дну поршня слой газов изменит свое состояние. Это изменение состояния будет распространяться по закону  $\frac{dx}{d\tau} = -C_0$

Отсюда  $x = -C_0 \tau$ , т.е. по прямой. Характеристика семейства начинается в точке /0,0/ (рис. 2) Характеристика 1 семейства в этой точке смысла не имеет, так как "уходит в поршень".

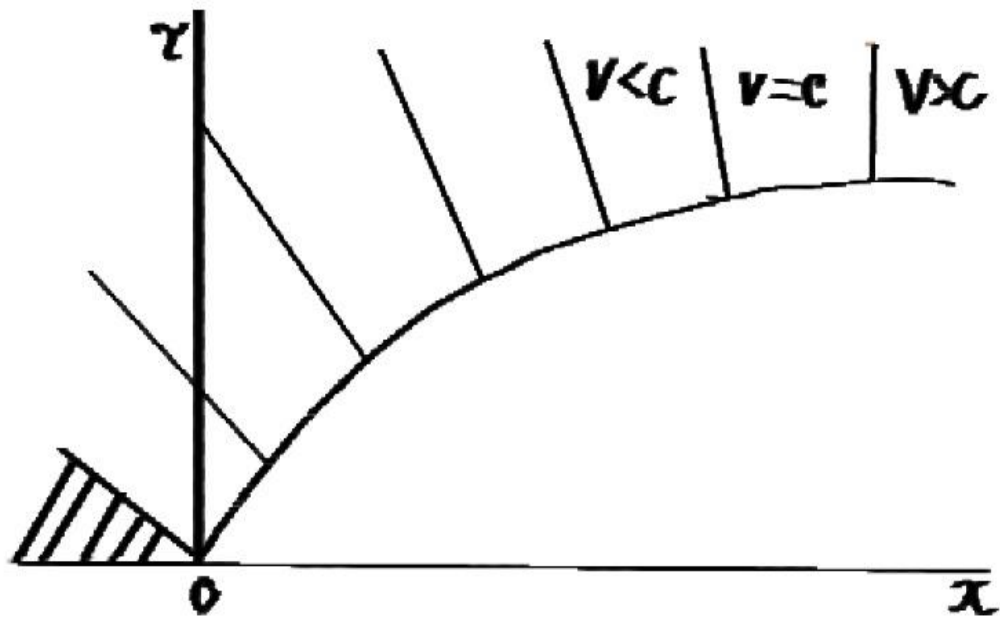


Рисунок 2 – Ход поршня

Характеристика  $x = -C_0\tau$  отделяет область покоя от области движения.

Обратимся теперь к характеристикам 1 семейства. Они начинаются на линии  $\tau = 0$  в области покоя суть прямые линии (т.к.  $C = C_0; v = 0$ ). При переходе же через линию АВ характеристики искривляются, однако, вдоль каждая из них выполняется соотношение  $2/k - 1 = C + v = S$

Причем " S " одно и тоже для всех характеристик 1 семейства. Инвариант Римана - S определяется из того условия, что характеристики 1 семейства начинаются на линии  $\tau = 0$ . Следовательно,  $S = \frac{2}{k-1} C_0$

В любой точке плоскости  $(x, \tau)$  будет выполняться условие

$$\frac{2}{k-1} C + v = \frac{2}{k-1} C_0$$

Зададимся целью определить состояние газа в слое, примыкающем к дну поршня. Поршень движется по заданному закону  $x f = (\tau)$  следовательно, скорость поршня известна и равна  $f'(\tau)$  но тогда известна и скорость слоя газа, примыкающего к поршню, т.е.

$$v \Big|_{f(\tau)} f'(\tau) \quad (3)$$

Таким образом, всюду на линии  $OB$  Выражение  $v = f'(\tau)$  (2) верно в каждой точке плоскости  $(x, \tau)$  следовательно, оно верно и на линии  $BC$  и тогда можно написать  $\frac{2}{k-1}C + f'(\tau) = \frac{2}{k-1}C_0$

Разрешая относительно  $C$ , получим

$$C = C_0 - \frac{k-1}{2} f'(\tau) \quad (4)$$

Следовательно, у дна поршня в любой момент состояние газа оказывается известным. Вернемся теперь к характеристикам 2 семейства и покажем, что в области неустановившегося движения они прямые. Вдоль характеристики 2 семейства  $R = const$ , но меняется при переходе от характеристики к характеристике.

В любой точке  $D(x, y)$  должны выполняться соотношения:

$$\frac{2}{k-1}C + v = \frac{2}{k-1}C_0; \quad \frac{2}{k-1}C - v = R; \quad \text{откуда имеем}$$

$$c = \frac{k-1}{4} \left( \frac{2}{k-1}C_0 + R \right) = \frac{C_0}{2} \frac{k-1}{4} R \quad (5)$$

$$v = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{k-1}C_0 - R \right) = \frac{1}{k-1}C_0 - \frac{R}{2} \quad (6)$$

Допустим теперь, что мы движемся вдоль каком-то характеристики 2 семейства, тогда вдоль нее  $R = const$ . Следовательно, из (5) и (6) формул вытекает, что  $v = const$ ,  $c = const$ . Сделаем выводы. Характеристики в плоскости  $(x, \tau)$  2 семейства, изображающие законы

перемещения элементарных возмущений, будут являться линиями равной скорости звука, больше того они будут являться прямыми линиями.

Характеристики 1 семейства в плоскости  $(x, \tau)$  - криволинейны, поскольку вдоль них  $v$  и  $C$  меняются.

Если постоянная интегрирования одного из семейств, например первого семейства, сохраняет постоянное значение на всех характеристиках этого семейства во всей области движения, а постоянная интегрирована для другого семейства меняется от характеристики к характеристике, то в этом случае скорость течения и скорость звука, в пределах данной области, будут изменяться от точки к точке, но характеристики 2 семейства будут линиями  $v = const, c = const$ .

Вспоминая формулу (2) и разрешая его относительно  $v$  и  $C$ , получим

$$v = \frac{S - R}{2}; \quad c = \frac{k - 1}{2} \frac{S + R}{2} \quad (7)$$

Эти соотношения выполняются в любой точке области, но в пределах данной области  $S = idem$  поэтому различие в значениях  $v$  и  $C$  в равных точках области обусловлено различием в  $R$ , но при движении по характеристике 2 семейства  $R = const$ . Следовательно, при движении по характеристике 2 семейства в плоскости  $(x, \tau)$   $v = const, c = const$  т.е. характеристики суть прямые линии.

Если же в некоторой части плоскости  $(x, \tau)$   $S = idem$  на всех характеристиках 2 семейства, то в таком случае во всех точках данной области  $v = const, c = const$  и поток газа будет установившимся. Если при этом  $S = R$ , то рассматриваемая область будет областью покоя.

Возвратимся к нашей задаче и выясним, как меняется угловой коэффициент  $\frac{dx}{d\tau} = v - C$  при переходе от одной характеристики 2 семейства к другой.

Поскольку характеристики 2 семейства суть прямые линии, то угловой коэффициент на всей характеристике постоянен, поэтому его достаточно вычислить на линии ВС. Мы выделили, что на линии ВС выполняются соотношения (3) - (4). На линии ВС,  $f'(\tau) > 0$ ;  $f''(\tau) > 0$ , т.е.  $f'(\tau)$  возрастает с течением времени.

Отсюда

$$c = c_0 - \frac{1}{|v-c|} f' \quad (8)$$

тогда  $v > c$  при движении по линии ВС убывает тогда возрастает, поскольку  $v$  растет, а  $c$  убывает. В начальный момент, когда  $v = 0$ ;  $\frac{dx}{d\tau} = -c_0$ . Следовательно  $|v - c|$  будет убывать до нуля, а затем возрастать. Таким образом,  $\frac{d\tau}{dx} = \frac{1}{|v-c|}$  - возрастает. При  $v > c$  элементарные возмущения сносятся в сторону поршня. Характеристики семейства при этом идут расходящимся пучком, т.к. угловые коэффициенты возрастают, а характеристики 2 семейства в области неустановившегося течения нигде не пересекаются друг с другом. Такую область неустановившегося течения иногда называют волной одного направления.

Центрированная волна разрежения.

Рассмотрим движение газа в том случае, когда поршень сначала движется ускоренно, а затем с постоянной скоростью.

Ранее мы выяснили, что на отрезке кривой  $OC$ , на рисунке 2, через любую точку проходит единственная характеристика 2 семейства. Будем стягивать отрезок  $OC$  т.е. точку будем безгранично приближать к точке. В этом случае фиксированные характеристики семейства, проходящие через точки отрезка  $OC$ , будут сгущаться. В пределе отрезок  $OC$  можно стянуть в точку т.е. мы получим случай, когда скорость поршня в момент начала движения скачком

меняется от 0 до  $v_n$ . Весь пучок характеристик выходит из одной точки, как показано на рисунке 3.

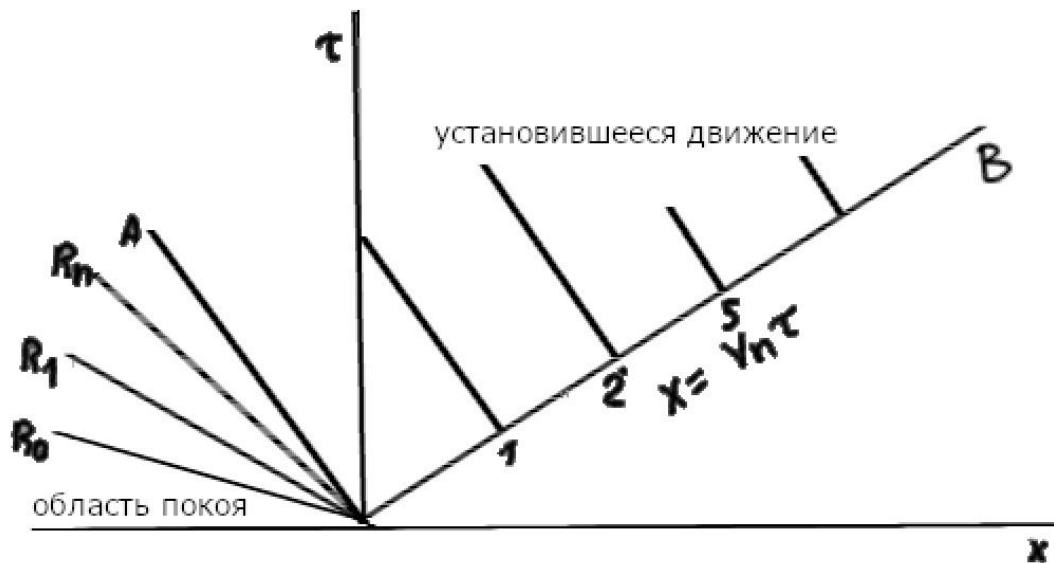


Рисунок 3 – Случай изменения скорости поршня скачком до  $v_n$

Поскольку скорость поршня мгновенно изменилась на величину  $v_n$  (до этого скорость поршня была равна нулю), то и в слое газа примыкающем к поршню скачком изменится  $v$  и местная скорость звука  $C$ , что приведет к скачку разрежения.

Однако согласно теории Цемплена, возникший скачок разрежения не может распространяться как единое целое, а распадается на бесконечно малое число разрежений. Так как с уменьшением  $p$  уменьшается и скорость звука, то каждое последующее разрежение распространяется медленнее предыдущего.

Волна, при которой характеристики выходят из одной точки, называется центрированной волной разрежения. Центрированная волна с течением времени будет занимать все большую область в пространстве (рис. 3).

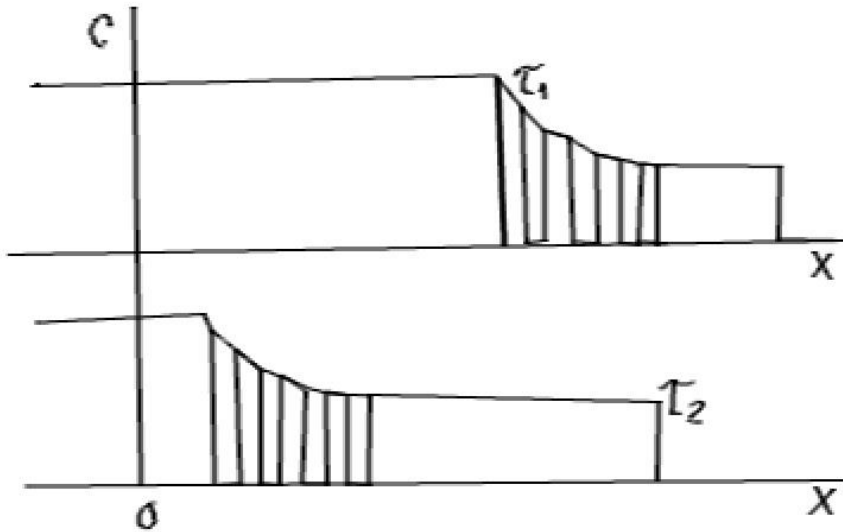


Рисунок 4 – Распространение центрированной волны разрежения

В области покоя имеем

$$S = R = \frac{2}{k-1} C_0; \quad (\text{в области центрированной волны разрежения})$$

$$S = \frac{2}{k-1} C_0, \quad \text{а в области неустановившегося движения}$$

$$\frac{2}{k-1} C + v = \frac{2}{k-1} C_0 \quad (2)$$

на всех остальных характеристиках волны разрежения

$$\frac{2}{k-1} C - v = R_i, R_0 \neq R_1 \dots \neq R_n$$

У дна поршня газ движется со скоростью  $v$ , следовательно,  $R_n = \frac{2}{k-1} C - v_n$  из (2)  $c = c_0 - \frac{2}{k-1} v$ , или для точки  $\sigma$   $c = c_0 - \frac{2}{k-1} v_n$ , и найдем  $R_n$ .

Из последующих точек 1, 2, 3... будут выходить характеристики 2 семейства, для которых  $R = R_n = idem$ . Легко показать, что и  $S = idem$  на всех характеристиках 1 семейства. Следовательно, выше линии OA (рис.3) имеем область установившегося движения. Рассмотрим пример



возникновения центрированной волны разрежения, которые представлен на рисунке 4.

Пусть в центре находится газ, сжатый до давления  $p_0$  и отделенный от области  $p_1 < p_0$  заслонкой. Если мгновенно убрать заслонку, то давление  $p_0$  мгновенно упадет до определенного давления; по газу с давлением  $p_0$  пробежит центрированная волна разрежения.

Рассмотрим случай, когда  $p_0 = 0$ , т. к., когда газ с давлением  $p_0$  получает возможность истекать в пустоту. В момент соприкосновения газов и в бесконечно малом слое давление упадет до нуля, а скорость звука окажется равной  $\frac{2}{k-1}C_1 - v\frac{2}{k-1}C_0$ . Тогда скорость истечения газа в пустоту будет равна

$$v_{max} \frac{2}{k-1} C_0 \quad (9)$$

т.е. будет максимальной скоростью движения для данного газа. До сих пор мы считали, что у дна поршня слой газа имеет скорость, равную скорости поршня, это условие справедливо только до определённого момента времени (до точки А, на рис. 2.8. Пусть в точке А,  $v = \frac{2}{k-1}$ , тогда  $f'(\tau) \frac{2}{k-1} C_0$ ; при  $x > x_1$ ;  $f'(\tau) > \frac{2}{k-1} C_0$ .

Следовательно,  $c = c_0 - \frac{k-1}{2} v < 0$ ; так как  $v = f'(\tau)$ , что, конечно, не может быть. Поэтому, начиная с момента  $f'(\tau) \frac{2}{k-1} C_0$ , мы не имеем основания считать, что скорость у дна поршня равна скорости поршня, т.к. в этот момент давление падает до нуля, т.е.  $v = \frac{2}{k-1} C_0$  при  $p_0 = 0$ . Таким образом, как показано на рисунке 5, при дальнейшем увеличении скорости поршня слои газа уже не будут прилегать к поршню, а будут отставать, образуя вакуум.



Рисунок 5 – Картина при увеличении скорости поршня

Реальные значения  $v_{max} \frac{2}{k-1} C_0$  очень велики, например, для пороховых газов, для которых скорость звука около 1000 м/сек и  $k = 1,2$ , значение  $v_{max}$  составляет 10000 м/сек.

Движение газа при наличии твердой стенки слева

Пусть цилиндр слева ограничен твердой стенкой, а справа-поршнем. В запоршневом пространстве находится газ с параметрами  $C = C_0$  и  $v = 0$ . В момент времени  $\tau = 0$ , поршень начинает двигаться по закону  $x = f(\tau)$ . Относительно функции  $f(\tau)$  сделаем предположения:

$$f'(\tau) > 0; f'(0) = 0; f''(\tau) \geq 0; f''(0) \geq 0.$$

В начальный момент времени наличие стенки не скажется на параметрах газа, по тому характеристики 2 семейства, выходящие с линии АВ, до какой-то линии будут прямыми.

Рассмотрим характеристику 2 семейства бесконечно близкую к характеристике  $x = x_0 - C_0\tau$ , отличающей область покоя от области движения, которая представлена на рисунке 6. Пусть характеристика выходит из точки 1, близкой к точке  $(x_0, 0)$

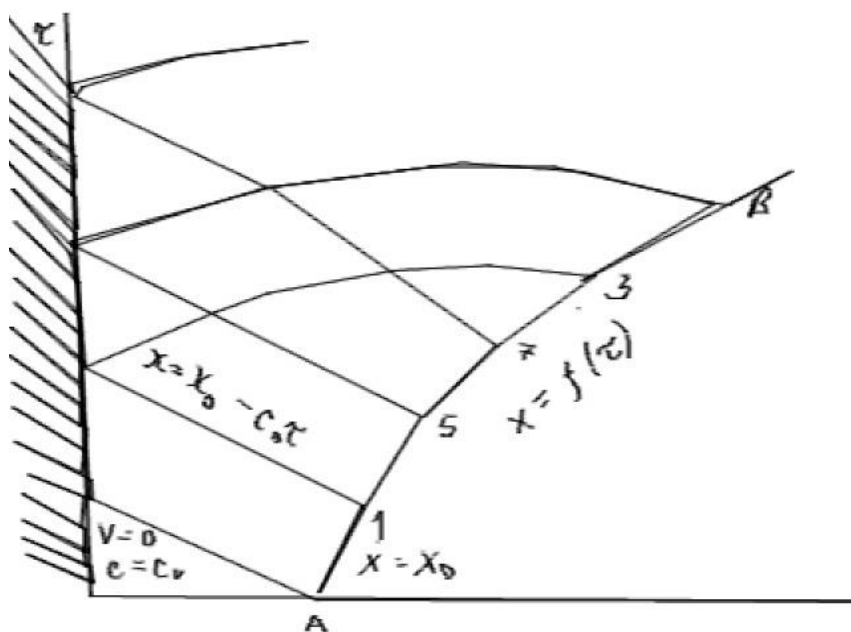


Рисунок 6 – Характеристика 2 семейства

Характеристика 2 семейства бесконечно близкая к характеристике  $x = x_0 - C_0 t$  на границе области покоя и движения вдоль этой характеристики  $C \neq C_0, v \neq 0$ . Пока характеристика не достигнет твердой стенки, закономерности течения газа будут такими же как и в задаче для полу-бесконечного цилиндра (рис.6).

В точке 2 левее стенки газ проникнуть не может, очевидно, газ не может и отстать от стенки. Из этих соображений легко записать граничные условия у твердой стенки, именно, скорость слоя газа, примыкающего к стенке, должна равняться скорости стенки, а т.к. стенка в нашем случае неподвижна, то наличие нового граничного условия порождает новое состояние газа, которое распространяется по характеристикам первого семейства.

Вдоль характеристики 2 семейства (1-2) будем иметь

$$\frac{2}{k-1} C_1 - v_1 = const = R_1 \text{ но точка 2 принадлежит той же характеристике,}$$

$$\text{тогда } \frac{2}{k-1} C_2 - v_2 = const, v_2 = 0$$

Следовательно,

$$\frac{2}{k-1}C_2 = \frac{2}{k-1}C_1 - v_1 \quad (10)$$

Но в свою очередь,  $\frac{2}{k-1}C_1 + v_1 = \frac{2}{k-1}C_0$ . Значит  $C_1 = C_0 - \frac{k-1}{2}v_1$

и из (10) следует, что

$$C_2 = C_1 - \frac{k-1}{2}v_1 \quad (11)$$

Зная  $v_1$  и  $C_1$ , мы определяем  $C_2$  т.е. состояние газа в точке 2. Очевидно, поскольку  $v_1 > 0$ , то  $C_2 < C_1$  и  $v_2 = 0$ . Таким образом, в точке 2 возникает новое состояние газа, которое будет распространяться вдоль характеристики 1, проведенной через точку 2 та характеристика встретит линию АВ в точке 3, как показано на рисунке 6. Далее все характеристики 2 семейства, проходя линию 2 – 3, будут искривляться.

В области ниже характеристики 2 – 3 наличие твердой стенки не сказывается, поэтому для этой области остаются в силе все выводы, сделанные для задачи о полу-бесконечном цилиндре. Какие же изменения произойдут в области выше линии 2 – 3. Рассмотрим несколько точек на линии АВ. В точке 5:  $C=C_5$ ;  $C_5 < C_0$ ;  $v = v_5$ ;  $v_5, > 0$  действительно,

$$\frac{2}{k-1}C_5 - v_5 = constR_5; \quad \frac{2}{k-1}C_5 + v_5 = \frac{2}{k-1}C_0; \quad C_5 = C_0 - \frac{k-1}{2}v_5 \quad (12)$$

Следовательно,  $C_5 < C_0$ , в точке 4  $v_4 = 0$ . Точка 4 принадлежит той же характеристике, что и точка 5. Таким образом, имеем  $C_4 = C_5 - \frac{k-1}{2}v_5$ , откуда в силу (12), получим  $C_4 = C_0 - (k-1)v_5$

Но из этой же точки находит характеристика 1 семейства, вдоль которой

$$\frac{2}{k-1}C_4 + 0 = S_4 \text{ или } S_4 = \frac{2}{k-1}C_0 - 2v_5 < \frac{2}{k-1}C_0 < S_2 \text{ т.е. } S_4 < S_2.$$

Совершенно аналогично вдоль характеристики, выходящей из точки 6

$S_6 = \frac{2}{k-1} C_0 - 2v_7$ , но  $v_7 > v_5$  следовательно,  $v_6 < v_4$  приходим к неравенству  $S_6 < S_4 < S_2$

Область выше линии 2 – 3 отличается тем, что значение постоянной интегрирования вдоль характеристики 2 семейства убывает при переходе от одной характеристики 1 семейства к другой.

Область течения в рассматриваемой задаче разбивается на три области:

1. Область покоя  $S \neq idem; R \neq idem$ .
2. Область волны одного направления (область выше линии 2 – 3), где  $S \neq idem; R \neq idem$ .

3. Область неустановившегося движения (область выше линии 2 – 3), где  $S \neq idem; R \neq idem$ . То обстоятельство, что  $S \neq idem$ , не может не внести качественного изменения на течение газа. Зная  $S$  и  $R$  мы сможем определить их по формулам:

$$v = \frac{S - R}{2} \quad (13)$$

$$c = \frac{k - 1}{2} \frac{S + R}{2} \quad (14)$$

За линией 2 – 3  $S$  - будет убывать, а следовательно,  $u$  и  $C$  будут также убывать, причем скорость потока уменьшается быстрее. Характеристики 2 семейства 2 – 3 искривляются, до линии 2 – 3 они были прямыми и являлись линиями равной скорости звука и скорости потока. Характеристики 1 семейства и прежде были кривыми линиями.

Перечисленные три области течения исчерпывают все возможные случаи изоэнтропического неустановившегося движения газа.

Физический смысл рассмотренных областей течения.

1. Область покоя, эта такая область, на которую еще не распространяются возмущения, вызванные движением поршня.

2. Область волны одного направления (область простой волны) - такая область, на которую сказываются возмущения от движения поршня и не сказываются возмущения от твердой стенки.

3. Область неустановившегося движения - область, на которую сказываются как возмущения от поршня, так и от твердой стенки.

Для области неустановившегося движения возможно точное решение

## 1.2 Аналитическое решение однородных газодинамических уравнений в области неустановившегося движения газа

В области неустановившегося движения газа выполняются следующие соотношения:

$$\frac{2}{k-1}C + v = S; \quad dx = (C + v)d\tau \quad (15)$$

$$\frac{2}{k-1}C - v = R; \quad dx = (v - C)d\tau \quad (16)$$

Причем  $S$  и  $R$  меняются при переходе от одной характеристики к другой характеристике. Поэтому примем их независимые переменные.

При движении вдоль характеристики 1 семейства  $S = const$ ; вдоль характеристики 2 семейства  $R = const$ .

Следовательно,

$$\left. \frac{\partial x}{\partial R} \right|_{S=const} = (v + C) \left. \frac{\partial \tau}{\partial R} \right|_{S=const}; \quad \left. \frac{\partial x}{\partial S} \right|_{R=const} = (v - C) \left. \frac{\partial \tau}{\partial S} \right|_{R=const};$$

$$\text{Или } \frac{\partial x}{\partial R} = (v + C) \frac{\partial \tau}{\partial R}$$

$$\frac{\partial x}{\partial S} = (v - C) \frac{\partial \tau}{\partial S} \quad (17)$$

Используя равенства

$v = \frac{S-R}{2}$ ;  $c = \frac{k-1}{2} \frac{S+R}{2}$ ; приходим к системе линейных уравнений относительно  $x$ ,  $\tau$ , т.е.

$$\frac{\partial x}{\partial R} = \frac{1}{2} \left( \frac{k+1}{2} S + \frac{k-3}{2} R \right) \frac{\partial \tau}{\partial R} \quad (18)$$

$$\frac{\partial x}{\partial S} = \frac{1}{2} \left( \frac{k-3}{2} S + \frac{k+1}{2} R \right) \frac{\partial \tau}{\partial S} \quad (19)$$

Сведем уравнения (18) и (19) к уравнению второго порядка. С этой целью продифференцируем (18) по  $S$  (19) по  $R$ , замечая при этом, что  $\frac{\partial R}{\partial S} = 0$  и так далее.

$$\frac{\partial^2 x}{\partial R \partial S} = \frac{1}{2} \left( \frac{k+1}{2} S + \frac{k-3}{2} R \right) \frac{\partial^2 \tau}{\partial R \partial S} + \frac{1}{2} \frac{k+1}{2} \frac{\partial \tau}{\partial R} \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial S \partial R} = -\frac{1}{2} \left( \frac{k-3}{2} S + \frac{k+1}{2} R \right) \frac{\partial^2 \tau}{\partial S \partial R} - \frac{1}{2} \frac{k-1}{2} \frac{\partial \tau}{\partial S} \quad (21)$$

Вычитая из (20) и (21), имеем

$$\partial^2 \tau \partial S \partial R + 12 \frac{k+1}{k-1} \frac{1}{S+R} \left( \frac{\partial \tau}{\partial S} + \frac{\partial \tau}{\partial R} \right) = 0 \quad (22)$$

Уравнение (22) впервые получил Риман. На основе этого уравнения он разработал метод решения уравнений гиперболического типа. Метод Римана применим для любого  $k = \frac{c_p}{c_\omega}$ . Если коэффициент  $\frac{1}{2} \frac{k+1}{k-1} = N$ - целое число, то решение может быть получено в виде

$$\tau = \frac{\partial^{N-1}}{\partial S^{N-1}} \left[ \frac{F(S)}{(S+R)^N} \right] \frac{\partial^{N-1}}{\partial R^{N-1}} \left[ \frac{G(R)}{(S+R)^N} \right] \quad (23)$$

где  $F(S)$  и  $G(R)$  произвольные функции и определяются из граничных и начальных условий. Рассмотрим решение для различных  $N$   $k = \frac{2N+1}{2N-1}$

1.  $N = 1$ , тогда  $k = 1$  (гипотетический газ Чадмягина С.А.).
2.  $N = 1$ ,  $k = 3$  Исследования Ландау Л.Д. и Стенюговича К.П. показали, что в этом случае значение  $k$  совпадает с показателем политропы в уравнении состояния для продуктов детонации. При  $N = 3$  решение получается наиболее простым.

$$\tau = \frac{F(S)}{S+R} + \frac{G(R)}{S+R}$$

3.  $N = 2$ ,  $k = \frac{5}{3} = 1,666(6)$  - показатель адиабаты для одноатомного газа.

4.  $N = 3$ ,  $k = \frac{7}{5} = 1,4$  - показатель политропы для воздуха.

5.  $N = 5$ ,  $k = \frac{11}{9} = 1,222(2)$  - показатель близок к значению

политропы для пороховых газов.

Как отмечалось при  $N = 1$  решение получается простым и определение произвольных функций  $F(S)$  и  $G(R)$  из граничных и начальных условий большего труда не представляет. Однако при  $N > 2$  определение функции  $F(S)$  и  $G(R)$  представляет большие трудности, т. к. они входят под знак производной. Поэтому при  $N > 2$  задачу проще решать численно.

Одномерные ударные волны.

На рисунке 7 представлено сжатие газа в результате движения поршня, сжимающего газ.

В цилиндре находится покоящийся газ, определенный параметрами  $C = C_0$ ,  $v = 0$ . Допустим, что влево цилиндр неограничен, а справа ограничен. В момент времени  $\tau = 0$  поршень начинает движение по закону  $x = f(\tau)$ , сжимая газ.



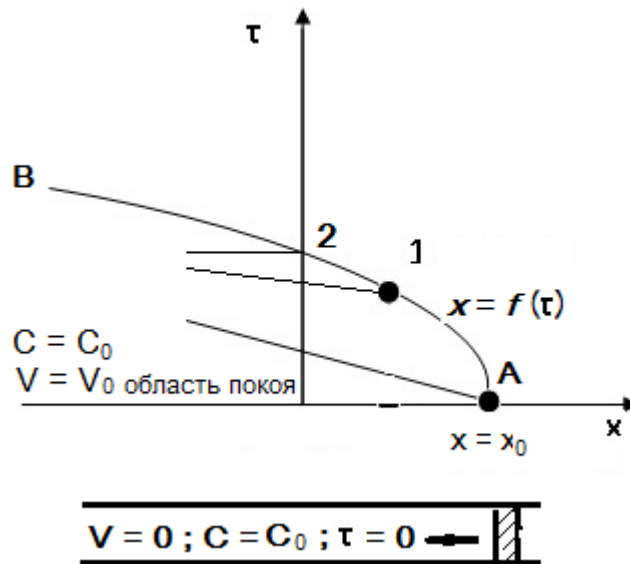


Рисунок 7 – Сжатие газа поршнем

Функция  $f(\tau)$  обладает такими свойствами, что:

$$f'(\tau) < 0; f'(0) = 0; f''(\tau) < 0; f''(0) \neq 0.$$

Для выяснения закономерностей течения газа привлечем метод характеристик.

Изменение давления в слое, прилегающем к дну поршня, будет последовательно передаваться от слоя к слою, Законы перемещения возмущений распространяются по характеристикам 2 семейства. Вследствие того, что  $S$  - вдоль всех характеристик 1 семейства одинаково и

$$\frac{2}{k-1}C + v = \frac{2}{k-1}C_0 \quad (24)$$

то характеристики второго семейства, изображающие законы распространения возмущений, являются прямыми линиями. Выполним как изменяются угловые коэффициенты при переходе от одной характеристики семейства к другой, т.е. исследуем изменение

$$\frac{dx}{d\tau} = v - C \quad (25)$$

В силу (24) имеем  $C = C_0 - \frac{k-1}{2} - v$ , но на линии АВ  $v = f'(\tau) < 0$  и убывает, следовательно  $C$  - возрастает, тогда

$$C_2 > C_1; v_2 > v_1; |v_2| = |v_1|$$

Оценим угловые коэффициенты в (25)

$$\left(\frac{dx}{d\tau}\right)_0 = v - C_0; \left(\frac{dx}{d\tau}\right)_1 = v_1 - C_1 = |v_1 - C_1| > C_0 \quad (26)$$

$$\left(\frac{dx}{d\tau}\right)_2 = (v_2 - C_2) = |v_2 - C_2| > |v_1 - C_1| \quad (27)$$

Видно, что  $\frac{dx}{d\tau}$  по абсолютной величине растет  $\frac{d\tau}{dx} = \frac{1}{|v-C|}$  и убывает.

Следовательно, характеристики идут сходящимся пучком, что приводит к их пересечению.

Итак, если раньше через каждую точку области  $(x, y)$  проходила лишь одна характеристика каждого из семейств, то теперь в некоторой области  $(x, y)$  через точку будут проходить множество характеристик. Вспоминая, что  $v = \frac{S-R}{2}$ ;  $c = \frac{R-1}{2} - \frac{S-R}{2}$ ; можно утверждать, что одной и той же точке мы получим несколько значений  $v$  и  $c$ , отличающийся друг от друга. Физически это означает, что в данной точке мы имеем разрыв конечной величины. Геометрическое место точек, в которых  $v$  и  $c$  определяются неоднозначно, представляет поверхность сильного разрыва.

Итак, мы получим, что в результате заданного движения поршня, характеристики 2 семейства идут сходящимся пучком, что приводит к их пересечению, и, в свою очередь, к многозначности  $v$  и  $c$ , т.е. к разрыву.

Таким образом, при задачном движении поршня обязательно возникает ударная волна.

Физическую сторону нормирования ударной волны можно объяснить следующим образом. Первое элементарное возмущение идет по несжатому газу, второе-по сжатому и, естественно, скорость распространения второго возмущения больше, чем первого и т.д. Таким образом, каждое последующее элементарное возмущение догоняет предыдущее.

Суммируясь, все бесконечно малые возмущения в конечном счете дают конечную величину (конечное изменение состояния газа). Вследствие этого возникает ударная волна.[3]

Найдём первую точку пересечения, начиная с которой образуется сильный разрыв. Рассмотрим характеристику 2 семейства, выходящую из точек  $(x_0, 0)$  и характеристику 2 семейства сидящую из бесконечно близкой точки  $(x_0, 0)$  т.е.  $(x_0 + \Delta x, \Delta \tau)$ . Уравнение характеристик, выходящих из точек с координатами  $(x_0, 0)$  и  $(x_0 + \Delta x, \Delta \tau)$  запишутся так:

$$x = x_0 - C_0 \tau \quad (28)$$

$$x = x_0 + \Delta x + [v_1(x_0 + f\Delta x, \Delta \tau) - C_1(x_0 + \Delta x, \Delta \tau)] \quad (29)$$

Решая (28) и (29), найдем координаты  $x(\tau - \Delta \tau)$  точки пересечения, т.е.

$$\tau_A = \frac{\Delta x + (v_1 - C_1)\Delta \tau}{C_0 + v_1 - C_1} \quad (30)$$

$$x_A = x_0 - C_0 \frac{\Delta x + (v_1 - C_1)\Delta \tau}{C_0 + v_1 - C_1} \quad (31)$$

В области непрерывного движения

$$C_1 = C_0 - \frac{k-1}{2} v_1 \quad (32)$$

Подставляя (32) в (33) и (34), получим

$$\tau_A = \frac{\Delta x + \left(\frac{k+1}{2} v_1 - C_0\right) \Delta \tau}{\frac{k+1}{2} v_1} \quad (33)$$

$$x_A = x_0 - C_0 \frac{\Delta x + \left(\frac{k+1}{2} v_1 - C_0\right) \Delta \tau}{\frac{k+1}{2} v_1} \quad (34)$$

Осуществим предельным переход. С этой целью разложим значения  $x$  и  $v$  в ряд Тейлора.  $x = f(\tau)$ ;  $v = f'(\tau)$ :

$$x = f(\tau) = f(0) + f'(0)\Delta\tau + \frac{1}{2}f''(0)\Delta\tau^2 + \frac{1}{6}f'''(0)\Delta\tau^3 + \dots \quad (35)$$

$$v = f'(\tau) = f'(0) + f''(0)\Delta\tau + \frac{1}{2}f'''(0)\Delta\tau^2 + \frac{1}{6}f^{(4)}(0)\Delta\tau^3 + \dots \quad (36)$$

Из начальных условий:  $f(0) = x_0$ ;  $f'(0) = 0$ ;  $\Delta x = x_0 - x$  Подставляя разложение устремляя, получим

$$\lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \tau_A = \frac{C_0 + \left[\frac{1}{2}f'''(0) + \frac{k+1}{2}f''(0)\right]\Delta\tau}{\frac{k+1}{2}f''(0) + \frac{k+1}{2}\frac{f'''(0)}{2}\Delta\tau} = \frac{2C_0}{(k+1)f''(0)} \quad (37)$$

$$x_A = x_0 + \frac{2C_0^2}{(k+1)f''(0)} \quad (38)$$

Из (38) можно заключить, что координаты точки пересечения, с которой начинается образовываться ударная волна, зависят от скорости звука в газе  $C_0$  и  $f''(0)$ , т.е. от закона движения поршня. Следовательно, чем больше скорость звука в газе, тем позже образуется ударная волна и чем больше начальное ускорение, тем быстрее образуется ударная волна. Если  $f''(0) \rightarrow \infty$ , то  $\tau_A \rightarrow 0$ , т.е. ударная волна возникает сразу. Этот случай часто встречается в практике.[2-4]

### 1.3 Одномерные ударные волны

В случае одномерного течения ударные волны тоже будут одномерными. Для такого течения мы упростим общие условия динамической совместности, а также выведем ряд новых соотношений, полезных для решения прикладных задач:

$$[p\theta] = 0 \quad (39)$$

$$p\theta[\bar{v}] = [p]\bar{n} \quad (40)$$

$$\frac{p_+}{p_-} = \frac{(k+1)\rho_+ + (k-1)\rho_-}{(k+1)\rho_- - (k-1)\rho_+} \quad (41)$$

Условимся за положительное направление оси  $X$  принимать направление перемещения фронта ударной волны, как показано на рисунке 8. Рассмотрим случай, когда ударная волна распространяется по однородному газу, т.е. при установившемся движении. Ударная волна может быть лишь скачком сжатия, ибо скачок разрежения существовать не может. Параметры несжатого газа, т.е. перед фронтом ударной волны обозначим индексом 1, а

за фронтом (параметры сжатого газа) - индексом 2, (рис. 9). Скорость перемещения ударной волны в однородном газе является постоянной.

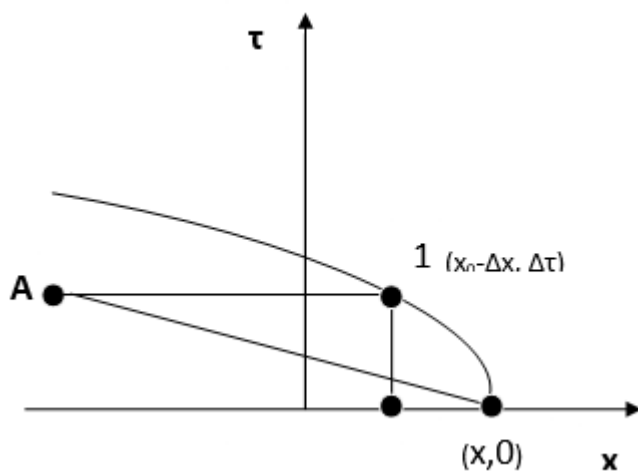


Рисунок 8 – Образование ударной волны

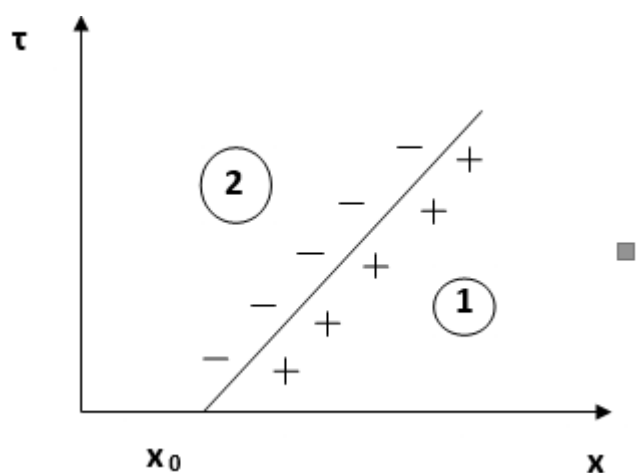


Рисунок 9 – Параметры сжатого газа 2

В некоторый момент времени положение фронта ударной волны можно представить в виде:

$$x = x_0 + N\tau$$

$$\frac{dx}{d\tau} = N \quad (42)$$

где  $x_0$  – положение в момент  $\tau = 0$ ;

$N$  – скорость перемещения поверхности сильного разрыва.  $F(x, t) = x - x_0 - N\tau = 0$ .  $F(x, t)$  – уравнение поверхности сильного разрыва.

Если  $x > x_0 - N\tau$ , то  $F(x, t) > 0$ ;  $x < x_0 - N\tau$ , то  $F(x, t) < 0$ ;

При наших предположениях положительная область расположена впереди ударной волны, а отрицательная сзади. В новых обозначениях (40) запишется в виде:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1(k+1) + \rho_2(k-1)}{\rho_2(k+1) - \rho_1(k-1)} \quad (43)$$

В дальнейшем целесообразно преобразовывать (43) так, чтобы по известному скачку давлений можно было бы определить скачок плотности. Для этого разрешим уравнение относительно плотности.

Введём вместо плотности удельные объёмы, тогда:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{p_1}{p_2} = \sigma. \text{ Обозначим } \frac{k+1}{k-1} = h \text{ и } \frac{p_2}{p_1} = \eta$$

В этих обозначениях формула (42) запишется как:

$$\frac{1}{\eta} = \frac{h\sigma - 1}{h - \sigma} \text{ или, разрешая относительно } \sigma$$

$$\sigma = \frac{h + \eta}{h\eta + 1} \quad (44)$$

Зная отношение давлений по обе стороны ударной волны (44), можно определить отношение плотностей или удельных объёмов. С помощью простых преобразований получим:

$$[\rho\theta] = 0 \quad \rho_1\theta_1 = \rho_2\theta_2; \quad \theta = N - v_n;$$

$$\rho_1(N - v_{n1}) = \rho_2(N - v_{n2}) = A = const;$$

$$N - v_{n1} = \frac{A}{\rho_1} = A\omega_1; \quad (45)$$

$$N - v_{n2} = \frac{A}{\rho_2} = A\omega_2; \quad (46)$$

Вычитая из (45) и (46), будем иметь

$$v_{n2} - v_{n1} = A(\omega_1 - \omega_2) \quad (47)$$

Для определения величины  $A$  обратимся к условию

$$\rho_1(N - v_{n1})v_{n1} - \rho_2(N - v_{n2})v_{n2} = p_1 - p_2, \text{ но}$$

$$\rho_1(N - v_{n1}) = A; \quad \rho_2(N - v_{n2}) = A; \text{ (по определению).}$$

$$A(v_{n1} - v_{n2}) = p_1 - p_2, \text{ таким образом, из (47)}$$

$$A^2(\omega_1 - \omega_2) = p_2 - p_1; \quad A = \pm \sqrt{\frac{p_2 - p_1}{\omega_1 - \omega_2}};$$

$$v_{n2} - v_{n1} = \pm \sqrt{(p_2 - p_1)(\omega_1 - \omega_2)} \quad (48)$$

Знак корня (48) выбирается из условия теоремы Цемплена, а именно:

$$v_{n1} < v_{n2}: \quad ([v_n] < 0; \quad v_{n+} - v_{n-} < 0)$$

Преобразуем формулу для разности скоростей, вводя относительные переменные

$$v_{n2} - v_{n1} = \pm \sqrt{p_1(\eta - 1)\omega_1(1 - \sigma)}$$

$$1 - \sigma = 1 - \frac{h+\eta}{1+h\eta} = \frac{(1-h)(1-\eta)}{1+h\eta}$$



$$v_{n2} - v_{n1} = \pm \sqrt{p_1 \omega_1 (\eta - 1) \frac{h-1}{1+h\eta}} = \pm (\eta - 1) \sqrt{2p_1 \omega_1 \frac{1}{(1-h\eta)(k-1)}}$$

$$(h - 1) = \frac{k+1}{k-1} - 1 = \frac{2}{k-1}$$

Наконец:

$$v_{n2} - v_{n1} = \pm C_1 (\eta - 1) \sqrt{\frac{2}{k(k-1)(1+h\eta)}} \quad (49)$$

(т.к.  $C_1^2 = kp_1 \omega_1$ )

Разность скоростей выражается через скорость звука  $\beta = \sqrt{v_2 - v_1} / c_1$  в несжатом газе и отношение давлений. Выведем формулу для вычисления скорости перемещения поверхности разрыва, учитывая, что:

$$A = \pm \sqrt{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\omega_1 - \omega_2}}; \rho_1 (N - v_{n1}) = A$$

Следовательно,  $N - v_{n1} = \pm \omega_1 \sqrt{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\omega_1 - \omega_2}}$  или

$$N - v_{n1} = C_1 \sqrt{\frac{k-1}{2k} (1 + h\eta)} \quad (50)$$

Приведём выражения для определения изменения скорости звука при прохождении через ударную волну:

$$\begin{aligned} C_2 &= \sqrt{kp_2 \omega_2} = \sqrt{kp_1 \omega_1 \eta \sigma}; \\ C_2 &= C_1 \sqrt{\eta \sigma} \end{aligned} \quad (51)$$

Формула (51) выражает разность скоростей через отношение давлений до и после прохождения ударной волны. Однако часто бывает необходимым по разности скоростей до и после прохождения ударной волны определить

отношение давлений. Для этого, разрешая  $\sigma = \frac{h+\eta}{h\eta+1}$  относительно  $\eta = \frac{p_2}{p_1}$ , получим:

$$\eta^2 - 2\eta \left[ 1 + \frac{k(k+1)}{4} \beta^2 \right] + 1 - \frac{k(k-1)}{2} \beta^2 = 0;$$

$$\eta = \left[ 1 + \frac{k(k+1)}{4} \beta^2 \right] \pm k\beta \sqrt{1 + \frac{(k+1)^2}{16} \beta^2} \quad (52)$$

Это соотношение позволяет по разности скоростей определить отношение давлений. Знак выбирается из условия  $\eta > 1$ , то есть в ударной волне давление всегда возрастает.

Задача о произвольном разрыве в начальных условиях заключается в следующем. Пусть в момент времени  $\tau = 0$  вдоль некоторой плоскости приведены в соприкосновение две массы газа, параметры которых заданы произвольным образом. Требуется определить движение газа при  $\tau > 0$ . Поскольку параметры заданы произвольно, то они, вообще говоря, не связаны никакими соотношениями. Тем не менее, мы знаем, что на поверхностях разрыва, которые могут существовать в газе в качестве устойчивых образований, должны соблюдаться определённые условия – условия динамической совместности. Поэтому, если в произвольном разрыве условие динамической совместности не выполняется, то в дальнейшем он не может существовать. Вместо этого начальный разрыв распадается на несколько разрывов, каждый из которых является каким-нибудь возможным типом разрывов – ударная волна, стационарный сильный разрыв, слабый разрыв.

Рассмотрим физическую сторону движения, возникающего в момент соприкосновения двух масс газа с различными, произвольно заданными параметрами.

В момент соприкосновения в бесконечно тонких слоях газов по обе стороны от поверхности соприкосновения произойдёт выравнивание скоростей и давлений соприкоснувшихся газов. Это выравнивание прекратится, когда сравняются значения давления и скорости газов по обе стороны от поверхности соприкосновения. Значения плотности, скорости звука, энтропии, температуры по обе стороны от нее останутся различными. Значения этих величин могут выравниваться в дальнейшем за счёт диффузии и теплопередачи процессов очень медленных по сравнению с теми процессами, изучением которых занимается газодинамика.

Таким образом, поверхность соприкосновения будет являться поверхностью стационарного /контактного/ разрыва.

Возникшее вдоль поверхности соприкосновения равновесное состояние будет распространяться в обе стороны от этой поверхности, причём распространение его в каждую сторону может осуществляться либо при помощи ударной волны, либо при помощи волны разряжения.

В одну сторону от поверхности соприкосновения может распространяться лишь одна ударная волна или волна разряжения. При рассмотрении задачи о произвольном разрыве можно встретиться с тремя случаями:

1. От поверхности соприкосновения распространяются в разные стороны две ударные волны.
2. Ударная волна и волна разряжения.
3. Две волны разряжения.

Остановимся, в качестве примера на втором случае и выведем критерии его существования (рис. 10, рис.11).

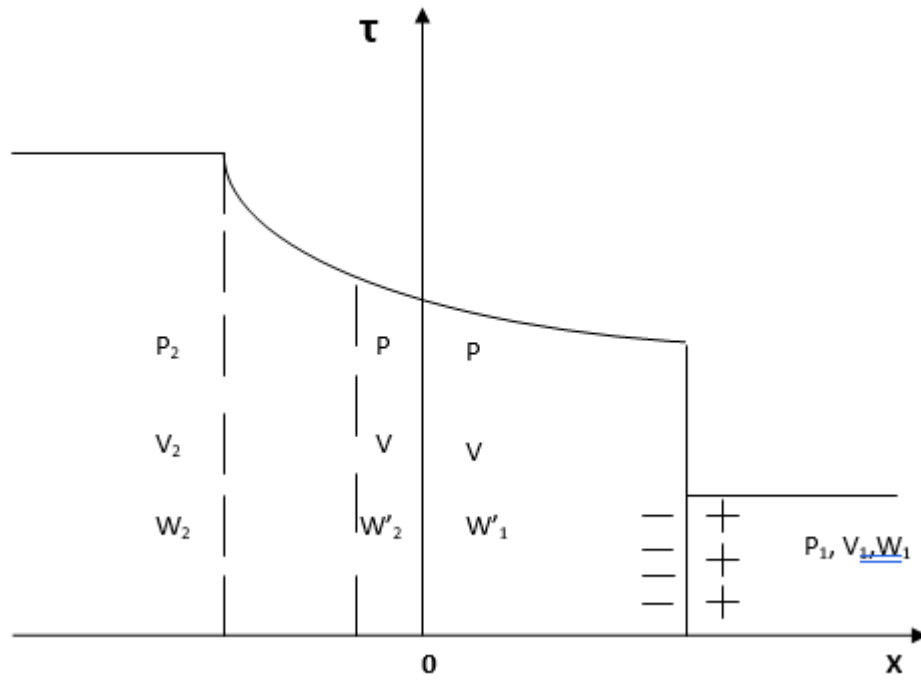


Рисунок 10 – Распад разрыва

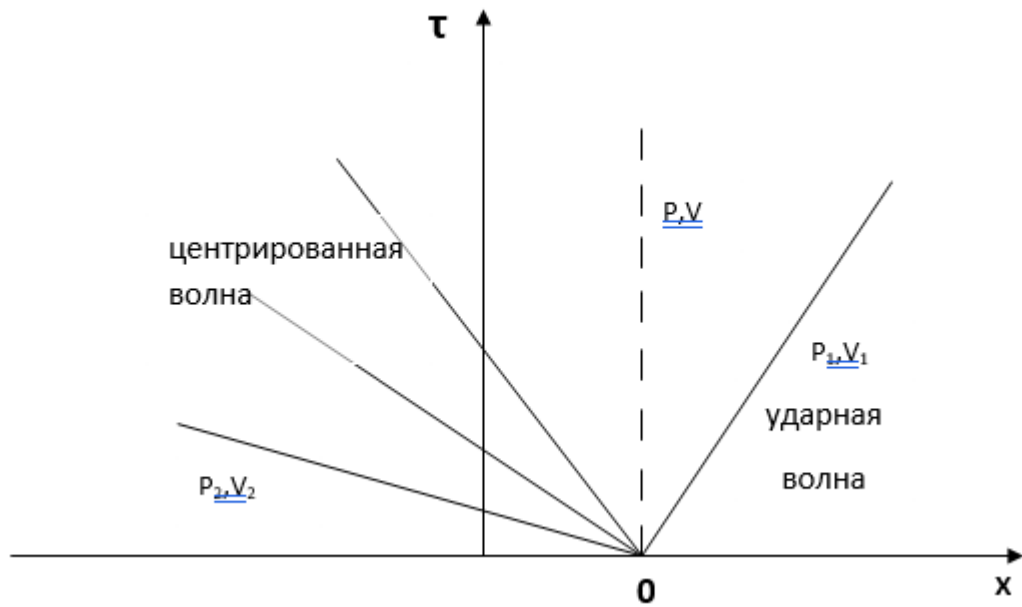


Рисунок 11 – Центрированная и ударная волны

В момент соприкосновения в области /2/ скачком понизится давление, однако в процессе своего распространения этот скачок распадается на бесконечно большое число скачков, т.е. возникает центрированная волна разрежения. Так как по газу идёт волна разрежения, то между  $v$  и  $v_2$  имеем связь:  $\frac{2}{k-1} C_2 + v_2 = \frac{2}{k-1} C_2^| + v$ .

Поскольку постоянная интегрирования ( $S$ ) вдоль характеристики 1 семейства одна и та же во всей области, то

$$v = v_2 + \frac{2}{k+1} C_2 \left(1 - \frac{C_2^|}{C_2}\right) \quad (53)$$

Выразим отношение  $\frac{C_2^|}{C_2}$  через  $\eta$  и  $\eta_0$ , тогда:

$$\frac{C_2^{|^2}}{C_2^2} = \frac{p_2}{\rho_2^|} \cdot \frac{\rho_2}{p_2} \quad (54)$$

Вследствие того, что в области (2) распространяется волна разрежения, то энтропия газа до и после прохождения волны разрежения не изменяется [14]. Поэтому для изоэнтропического течения справедлива зависимость:

$$\frac{p_2}{\rho_2^k} = \frac{p}{\rho_2^k}. \text{ Откуда: } \frac{\rho_2}{\rho_2^|} = \left(\frac{p_2}{p}\right)^{\frac{1}{k}} \text{ или}$$

$$\frac{C_2^{|^2}}{C_2^2} = \left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)^{\frac{k-1}{2k}}; \eta_0 = \frac{p_2}{p_1}; \eta = \frac{p}{p_1} \quad (55)$$

Подставляя (55) в (56) получим:

$$\begin{cases} v = v_2 + \frac{2}{k-1} C_2 \left[1 - \left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)^{\frac{k-1}{2k}}\right] \\ v = v_1 + C_1(\eta - 1) \sqrt{\frac{1}{1+\eta h}} \end{cases} \quad (56,57)$$

Исключая  $v$ , имеем:

$$\frac{\eta - 1}{\sqrt{1 + h\eta}} = \frac{v_2 - v_1}{C_1} \sqrt{\frac{(k-1)k}{2}} - \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \frac{C_2}{C_1} \left[ 1 - \left( \frac{\eta}{\eta_0} \right)^{\frac{k-1}{2k}} \right] \quad (58)$$

Найдя  $\eta$ , мы определим все остальные параметры течения. Уравнение (58) можно решить графически, для чего запишем критерий применимости этого уравнения:

- при  $\eta = \eta_0$ :

$$\frac{v_2 - v_1}{C_1} \sqrt{\frac{k(k-1)}{2}} = \frac{\eta_0 - 1}{\sqrt{1 + h\eta_0}} \quad (59)$$

- при  $\eta < \eta_0$ :

$$\frac{v_2 - v_1}{C_1} \sqrt{\frac{k(k-1)}{2}} < \frac{\eta_0 - 1}{\sqrt{1 + h\eta_0}} \quad (60)$$

Из (59) и (60) следует, что  $p < p_2$ , значит по газу в области (2) пойдёт волна разрежения.

$$\frac{v_2 - v_1}{C_1} \sqrt{\frac{k(k-1)}{2}} = -\sqrt{\frac{2k}{k-1}} \frac{C_2}{C_1} \left[ 1 - \left( \frac{\eta}{\eta_0} \right)^{\frac{k-1}{2k}} \right]. \text{ Если } \eta = 1, \text{ то:}$$

Это вторая граница применимости уравнения. Если

$$\frac{v_2 - v_1}{C_1} < \frac{2}{k-1} \frac{C_2}{C_1} \left[ 1 - \left( \frac{1}{\eta_0} \right)^{\frac{k-1}{2k}} \right],$$

то  $\eta < 1$ , т. е.  $p < p_1$ .

В этом случае уравнение перестаёт быть справедливым, поскольку по второму газу, находящемуся в области 1 пойдёт не ударная волна, а волна разрежения, что не соответствует нашим допущениям.

Примером распада произвольного разрыва в начальных условиях является случай, когда пороховые газы встречаются с воздухом при вылете снаряда из канала ствола. При этом по воздуху пойдёт ударная волна, а по каналу ствола волна разрежения [6].

Такое явление возникает из-за различных свойств среды, через которую распространяются волны. Ударная волна формируется при быстром движении твердого тела, например, при взрыве или движении снаряда. В данном случае, когда пороховые газы встречаются с воздухом, происходит сильное возрастание давления и температуры, что вызывает образование ударной волны в воздухе.

Однако, в канале ствола среда имеет другие свойства и параметры, поэтому по этому каналу будет распространяться волна разрежения. Волна разрежения характеризуется понижением давления и плотности среды, и она возникает, когда среда разделяется или расширяется.

Это явление имеет важное значение при разработке и конструировании огнестрельного оружия. Понимание процессов, происходящих при распространении ударных волн и волн разрежения, позволяет учитывать эти эффекты при проектировании стволов, улучшая их характеристики и безопасность.

В результате, при взаимодействии различных сред с образованием разрывов происходит формирование и распространение ударных волн и волн разрежения. Эти явления играют важную роль в различных областях, таких как аэродинамика, физика взрывов и оружейная техника, и требуют детального исследования для понимания их свойств и влияния на окружающую среду.

## Глава 2 Описание сжатия воздушной смеси на основе модели гетерогенных сред

### 2.1 Постановка задачи сжатия воздушной смеси

Постановка задачи сжатия газа поршнем в цилиндре.

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\rho s) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho us) = 0, \quad (61)$$

(  
2.1)

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\rho su) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho su^2 + ps) = 0, \quad (62)$$

(  
2.2)

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\rho SE) + \frac{\partial}{\partial x}(Su(\rho E + p)) = 0, \quad (63)$$

(  
2.3)

$$p \left( \frac{1}{\rho} \right) = (k - 1)RT \quad (64)$$

(  
2.4)

Начальные условия:

1.  $t = 0$ ;  $u = 0$ ;  $\rho = \rho_B$ ;  $p = 0.1$  МПа.

Граничные условия:

2.  $x=0$ ;  $u = 0$ ;

3.  $x=x_{\Pi}$ ;  $u = u(\varphi)$ ;

Здесь и далее обозначены:

$t$  – время,  $x$  – координата,  $\rho_B$  –  $p$  – давление в цилиндре,  $\rho$  – плотность воздуха,  $E$  – полная энергия,  $x_{\Pi}$  – динамическая координата поршня,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $S$  – площадь цилиндра (8)

Рассматривается задача, когда движущийся поршень сжимает газ в полузамкнутом цилиндре (рис. 12)



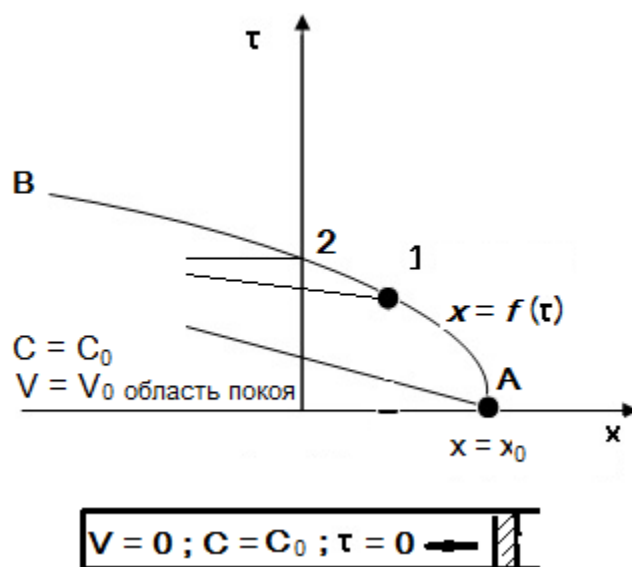


Рисунок 12 – Сжатие газа поршнем

Необходимо определять параметры сжимаемого газа в полужамкнутом цилиндре в течение всего процесса сжатия до прихода поршня в верхнюю мертвую точку. Эта газодинамическая нестационарная задача может быть решена численно. [24]

Методом решения поставленной задача является метод СЭЛ.

## 2.2 Метод СЭЛ для интегрирования системы нестационарных уравнений газовой динамики

Метод СЭЛ (Splitting-Explicit-Local) — это численный метод решения систем нестационарных уравнений газовой динамики, основанный на разделении (splitting) уравнений на несколько подзадач, которые решаются последовательно.

Идея метода заключается в том, что уравнения газовой динамики могут быть разделены на две части - одна относится к конвекции, другая - к диффузии. Конвекция отвечает за перенос массы, импульса и энергии в среде, а диффузия - за перемещение частиц внутри среды. Разделение уравнений на эти две части позволяет использовать различные численные методы для их решения.

СЭЛ предлагает использовать явный метод для конвекционной части уравнений, а неявный метод для диффузионной части. Это позволяет получить численно устойчивую схему, которая не требует слишком маленького шага по времени для обеспечения устойчивости.

Применение метода СЭЛ позволяет достигнуть высокой точности и скорости расчетов при моделировании нестационарных процессов в газовых средах.

Данный метод является одним из наиболее эффективных методов численного моделирования нестационарных процессов в газовых средах. Он широко применяется в различных областях газовой динамики, таких как аэродинамика, гидродинамика, газовая динамика высоких температур и др. [21-26]

Основным преимуществом метода является возможность разделения уравнений на подзадачи, которые могут быть решены с использованием различных численных методов. Это позволяет использовать более эффективные и точные методы для каждой подзадачи, что обеспечивает высокую точность и скорость расчетов.

Метод СЭЛ также обладает хорошей устойчивостью и сходимостью, что позволяет использовать достаточно крупные шаги по времени при расчетах и получать точные результаты.

Однако метод СЭЛ имеет и некоторые ограничения. Например, он не может быть использован для расчета процессов, связанных с химическими реакциями в газовой среде, так как в этом случае необходимо учитывать множество различных взаимодействий между частицами. Также этот метод может быть неэффективен при моделировании процессов, связанных с большими градиентами величин, например, при моделировании ударных волн.

В целом, вышеуказанный метод является мощным и эффективным инструментом для численного моделирования нестационарных процессов в газовых средах, который позволяет получать точные результаты. [11-19]

Численная схема расчета

Конечно-разностные уравнения

Для численного решения поставленной задачи выбран модифицированный метод СЭЛ.

Введём определения:

$$f(x_{k+1/2}, \tau_n) = f_{k+1/2}^n$$

$$g(x, \tau_{n+1/2}) = g_k^{n+1/2}$$

$$q(x_{k+1/2}, \tau_{n+1/2}) = q_{k+1/2}^{n+1/2}$$

$$(fu)_{k+1/2}^{n+1/2} = \begin{cases} f_{k+1/2}^n (u)_{k+1}^{n+1/2}, & \text{если } u_{k+1}^{n+1/2} \geq 0 \\ f_{k+3/2}^n (u)_{k+1}^{n+1/2}, & \text{если } u_{k+1}^{n+1/2} < 0 \end{cases}$$

$$[\nabla fu]_{k+1/2}^{n+1/2} = \frac{f_{k+1}^{n+1/2} - (fu)_k^{n+1/2}}{h}$$

С учетом введенных определений конечно-разностные уравнения, соответствующие уравнениям системы (2.1 – 2.4), принимают вид:

$$M_{kn+1/2} = M_{kn-1/2} - \tau \{ [\nabla Mu]_{kn-1/2} + \rho_{k-1/2} \cdot \left( \frac{\Delta V}{\Delta \tau} \right)_K^{N+1/2} - \frac{S_{K+1/2} + S_{K-1/2}}{2} \left( \frac{\Delta P}{\Delta X} \right)_K^N \},$$

$$u_{kn+1/2} = \frac{2M_K^{n+1/2}}{\rho_{K+1/2}^n + \rho_{K-1/2}^n},$$

$$\rho_{k-1/2}^{n+1} = \rho_{k-1/2}^n - \tau \{ [\nabla \rho u]_{k-1/2}^{n+1/2} \},$$

$$\varepsilon_{K-1/2}^{n+1} = \varepsilon_{K-1/2}^n - \tau \{ [\nabla \varepsilon u]_{k-1/2}^{n+1/2} + P_{k-1/2}^n \cdot [\nabla Su]_{K-1/2}^{N+1/2} + P_{K-1/2}^n V_K^{n-1/2} \cdot \left( \frac{\Delta S}{\Delta X} \right) \},$$

$$P_{k-1/2}^{n+1} = \frac{\varepsilon_{K-1/2}^{n+1} \theta}{\rho_{K-1/2}^{n+1} \left( \frac{S_{K-1/2}}{\rho_{K-1/2}^{n+1}} \right)};$$

Счет на правой границе области

$$\frac{d\rho}{d\tau} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$\frac{dx}{d\tau} = u, M = \rho u, \psi = xz(1 + \lambda z)$$

$$\frac{d\varepsilon}{d\tau} + (\varepsilon + pS) \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$p = \frac{\varepsilon \theta}{\rho \left( \frac{S}{\rho} \right)}$$

В разностном виде:

$$x_{\Gamma}^{n+1/2} = x_{\Gamma}^{n-1/2} + \tau \cdot (u_{\Gamma}^{n+1/2} - u_{\Gamma}^{n-1/2})/2,$$

$$x_{\Gamma}^{n+1} = x_{\Gamma}^n + \tau \cdot u_{\Gamma}^{n+1/2},$$

$$\rho_{\Gamma}^{n+1} = \rho_{\Gamma}^n - \tau \cdot \rho_{\Gamma}^n \cdot \frac{(u_{\Gamma}^{n+1/2} - u_K^{n+1/2})}{(x_{\Gamma}^{n+1/2} - x_K^{n+1/2})},$$

$$M_{\Gamma}^{n+1/2} = u_{\Gamma}^{n+1/2} \cdot \rho_{\Gamma}^{n+1},$$

$$\varepsilon_{\Gamma}^{n+1} = \varepsilon_{\Gamma}^n - \tau \cdot \left\{ (\varepsilon_{\Gamma}^n + s \cdot P_{\Gamma}^n) \frac{(u_{\Gamma}^{n+1/2} - u_K^{n+1/2})}{(x_{\Gamma}^{n+1/2} - x_K^{n+1/2})} - \rho_{\Gamma}^n \cdot \right\},$$

$$P_{\Gamma}^{n+1} = \frac{\varepsilon_{\Gamma}^{n+1} \cdot \vartheta}{\rho_{\Gamma}^{n+1} \left( \frac{S_{\Gamma}}{\rho_{\Gamma}^{n+1}} \right)};$$

Система уравнений (2.5) для расчета на границе, соответствующей индексу  $\Gamma = 1$ .

Уравнения движения выписываются для границы с учетом соответствующих граничных условий в разностном виде. На правой границе области ( $x = x_{\Pi} = x_1$ ). Приведено в работе [6-7]

### Глава 3 Анализ и обсуждение результатов моделирования

Необходимо решать нестационарную задачу сжатия газовой смеси газодинамическими методами. [2,4,5]

Подробнее реализация рассматривается в приложении А и в приложении Б.

#### 3.1 Исследование процесса сжатия газовой смеси в ДВС

Для решения поставленной задачи применяется численная схема расчета методом СЭЛ. При этом решение нестационарной начально-краевой задачи проводится на равномерной пространственно-временной сетке.

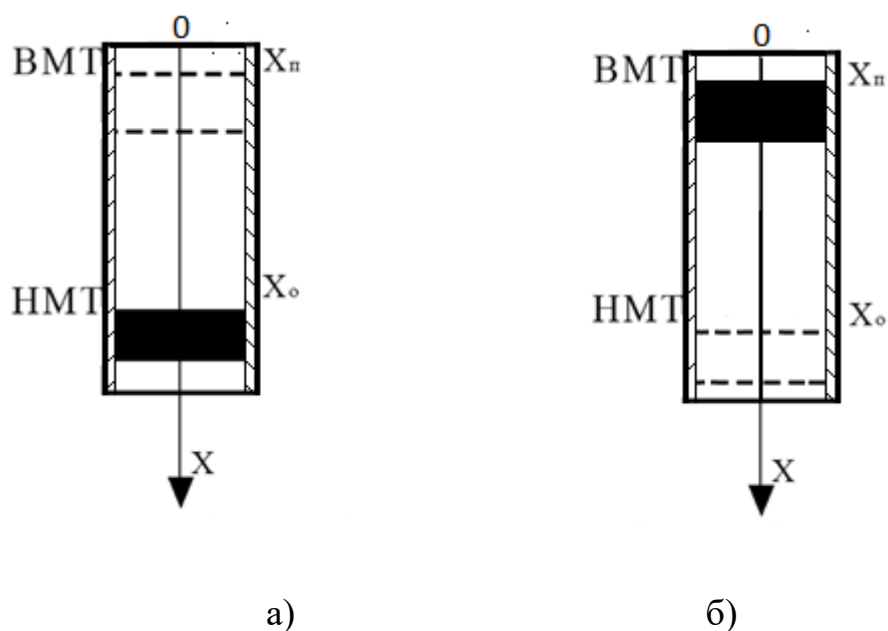


Рисунок 13 а, б – Процесс сжатия газовой смеси

На рисунке 13 а, б представлены положения поршня в цилиндре в НМТ (в начальный момент процесса рис. 13 а) и в момент прихода поршня в ВМТ (завершение процесса сжатия газовой смеси рис. 13 б).

Целью моделирования является определение параметров газа в цилиндре при его сжатии поршнем. [20-23]

При движении поршня вверх давление в цилиндре двигателя повышается адиабатически.

Результаты численного решения задачи представлены на рисунке 14. Из графика, изображенного на рисунке 14 видно, что давление в цилиндре возрастает при сжатии газа поршнем. Давление возрастает от начального  $P = 0.1$  МПа до значения  $P = 0.6$  МПа при достижении поршнем координаты ВМТ. [1,20,23]

Возможна проверка полученного решения при использовании закона Бойля – Мариотта. Так вот проверка показала, что решения найденное численно и аналитическое совпадают, что говорит о высокой точности решения газодинамической задачи численным методом. Необходимо отметить, что численно определяются все значения параметров газа в каждой расчетной точке пространства цилиндра и в любой момент времени в течение всего процесса сжатия газа. [8-11]

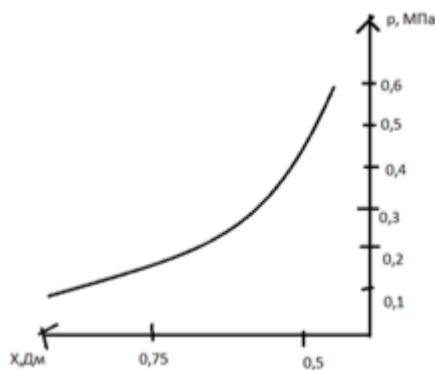


Рисунок 14 – Результаты газодинамического расчета процесса сжатия воздушной смеси в ДВС

Таким образом, решена нестационарная задача сжатия газовой смеси, решение которой может использоваться при проектировании различных двигателей внутреннего сгорания.

## Заключение

В заключение исследования, были изучены и учтены теоретические основы газодинамических процессов, связанных с моделированием хода сжатия рабочей смеси в ДВС на основе модели гетерогенных сред. Были рассмотрены простейшие задачи на одномерное неустановившееся движение газа, аналитическое решение однородных газодинамических уравнений в области неустановившегося движения газа, а также одномерные ударные волны.

В рамках исследования было проведено детальное описание процесса сжатия воздушной смеси, основанное на модели гетерогенных сред. Задача о сжатии газовой смеси поршнем в ДВС была поставлена, и для ее решения был выбран метод СЭЛ, который позволяет решать газодинамическую систему уравнений с соответствующими начальными и граничными условиями.

В результате численно была решена газодинамическая задача, и было обнаружено, что численное решение совпадает с аналитическим. Это говорит о достоверности и эффективности выбранного метода и подтверждает его применимость для моделирования сжатия рабочей смеси в ДВС.

Таким образом, данное исследование успешно решает поставленную задачу сжатия поршнем газовой смеси в ДВС и предоставляет ценную информацию, которая может быть использована при проектировании различных типов двигателей внутреннего сгорания. Полученные результаты способствуют более глубокому пониманию процессов, происходящих внутри двигателя, и могут быть использованы для оптимизации его работы с целью повышения эффективности и снижения вредных выбросов.

## Список используемой литературы и используемых источников

1. Бочков М.В., Захаров А.Ю., Хвисевич С.Н. Образование NOx при горении метановоздушных смесей в условиях совместного протекания процесс- сов химической кинетики и молекулярной диффузии // Математическое моделирование. – 1997. – Т.9, №3. – С. 13-28.
2. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.: Наука, 1972. – 720 с.
3. Вольнов, А.С. О системном подходе к оценке влияния автотранспортных средств в процессе эксплуатации на экологию городов / А.С. Вольнов, Л.Н. Третьяк // Вестник Оренбургского государственного университета. – 2014. - №1. – С. 161-166.
4. Гришин Ю.А., Каримов А.Н., Кулешов А.С. Доводка элементов газоздушного тракта двигателей с помощью математической модели пространственного течения газа // Вестник МГТУ. Машиностроение. – 1991. – № 4. – С. 39-43.
5. Ю.Н. Сырямин, А.П. Ткачук. Двигатели внутреннего сгорания. Методические указания к выполнению расчетно-графического упражнения./ Новосибирск, 1998. 13 с.
6. Дмитриев, М.Г. О газохроматографическом определении СО в атмосферном воздухе / М.Г. Дмитриев, Г.М. Колесников // Гигиена и санитария. – 1980. - №3. – С. 53-54.
7. Другов, Ю.С. Методы анализа загрязнения воздуха / Ю.С. Другов [и др.]. – М.: Химия, 1984. – 384 с
8. Звонов В.А. Токсичность двигателей внутреннего сгорания. – М.: Машиностроение, 1973. – 200 с.
9. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: Наука, 1966. – 686 с.



10. Инструкция по эксплуатации двигателя ЯМЗ-238. Ярославль 2006 г, 232 с.
11. Лобов Н.В. Улучшение характеристик двухтактных двигателей внутреннего сгорания оптимизацией газозоудного тракта. 1977г. – 290 с.
12. Мизернюк Г.Н., Кулешов А.С. Методика расчета рабочего процесса КДВС на ЭВМ // Известия ВУЗов. Машиностроение. – 1986. – № 6. – С. 97 - 101.
13. Мундштуков Д.А. О границе применимости квазистационарных методов расчета параметров газа в системах выпуска // Двигатели внутреннего сгорания (Харьков). – 1972. – Вып. 15. – С. 49-58.
14. Образование оксида азота (NO) при распространении ламинарного пламени по гомогенной метанозоудной смеси / М.В. Бочков [и др.] // Физика горения и взрыва. – 1998. – Т. 34, № 1. – С. 9-19.
15. Павличенко А.М., Жуков В.П. Расчетный анализ теплопередающей функции на параметры рабочего цикла ДВС // Труды НКИ (Николаев). – 1975. – Вып. 100. – С. 103-107.
16. Петриченко Р.М. Полуэмпирический метод расчета лучистого потока в ДВС // Двигателестроение. – 1979. – №3. – С. 24-25.
17. Сергеев В. П. Автотракторный транспорт. М., 1984. 304 с.
18. Симсон А.Э. Исследование импульсных систем газотурбинного наддува // Двигатели внутреннего сгорания (Харьков). – 1972. – Вып. 15. – С. 94- 98.
19. Третьяк, Л.Н. Стандартизация патентного поиска и оценки новизны признаков предполагаемого изобретения на примере нейтрализаторов отработавших газов ДВС / Л.Н. Третьяк, Д.И. Ялалетдинова, Д.Ю. Шипилов // Прогрессивные технологии в транспортных системах: сборник статей десятой международной

научно-практической конференции. – Оренбург: ООО «Руссервис», 2011. – С. 325–330.

20. Фомин Ю.А., Никонов Г.В., Ивановский В.Г. Топливная аппаратура дизелей: Справочник. – М.: Машиностроение, 1982. – 168 с.

21. Gustavsson J., Golovitchev V.I. Spray Combustion Simulation Based on Detailed Chemistry Approach for Diesel Fuel Surrogate Model // SAE Tech. Pap. Ser. – 2003. – N 2003-01-1848. – P. 1-16.

22. Magnussen B.F. Eddy Dissipation Concept // XI Task Leaders Meeting - Energy Conservation in Combustion, IEA. – 1989. – P. 248-268.

23. Muntean G.G. A theoretical model for the correlation of smoke number to dry particulate concentration in diesel exhaust // SAE Tech. Pap. Ser. – 1999. – N 1999-01-0515. – P. 1–9.

24. Reitz R. D. Modeling Atomization Processes in High pressure Vaporizing Sprays // Atomization and Spray Technology. – 1987. – N 3. – P. 309-337.

25. Rosenbrock H.H. An automatic method for finding the greatest or least value of a function // The Computer Journal. – 1960. – Vol. 3. – P. 175-184  
Stephenson Philip W., Rutland Christopher J. Modeling the effects of in- take flow characteristics on diesel engine combustion // SAE Tech. Pap. Ser. – 1995.

26. Wallace W. High-Output Medium-Speed Diesel Engine Air and Ex-haust System Flow Losses // Proceedings of the Institution for Mechanical Engineers. – 1967-68. – Vol. 182. – P. 134-144.

## Приложение А

### Блок расчета зависимости $u=u\Pi(\varphi)$

```
IF(J.EQ.0)W(14)=-RK*SIN(OMO*T+OM1+PI)*OMO-
*(RK**2*COS(OMO*T+OM1+PI
)*OMO)/(2*SQRT(LS**2-RK**2*SIN(OMO*T+OM1+PI)))
OM1=OM1+OMO*T
OM2=OM1*180/3.14159
w(14)=-w(14)
```

## Приложение Б

### Блок подготовки начальных данных и занесение параметров

```
PROGRAM DVS
EXTERNAL SS,FN
INTEGER IB,IU,J,I,N,N1,MV,NET,N2
LOGICAL MM,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,L4,L5,H5,H7,H8,H9,H10
REAL X1,X2,X3,X4,X5,X7,X8,LD,LK,X,D0,D1,D2,Q,QQ,OME1,OME2
REALFCB,PM,PQ,T1,TP,DIK,PMR,TP1,DI,PMG,KYR,G,H,MU,KU,BP,PI,FU
REALRBH,PBH,TB,HP1,DH1,TE1,KA1,LM1,PZ1,DE1,AL1,F1,PF1,IK,TE2,KA
2
REALLM2,PZ2,DE2,AL2,F2,PF2,IK1,PM1,PM2,PM3,PM4,T,DH,HP,DL,AL,F,S
REAL P0,C0,C1,C2,W1,W2,S0,SK1,SK2,DL1,DL2,L2,LZ,BH,BH1,S2,EP2
REALR2,U2,M2,PS2,UCH,XCH,PG,PSG,S1,R1,EP1,U1,M1,PS1,P1,Z1,R3
REAL EP3,U3,M3,PS3,S3,M4,E4,FF,JU,V1,V2,VV,B
REALW3(2),W5(18),W4(14),W41(3),W51(3),W61(5),W71(3),W81(2),w9(4)
REAL PPM(2,2),PPQ(2,2),MX(9),W(38)
REAL P(600),R(600),PS(600),U(600),M(600),EP(600)
LOGICAL H12
REAL AM1,GG,KYR1,KYR0
REALAD,DT1,DT2
real omo,rk,ls,om1,om2,t2
COMMON/BLOCK/S0,SK1,X1,X2,X7,X8
open(1,file='dal2')
open(2,file='exf')
READ(1,1)
(W3(I),I=1,2),(W4(I),I=1,14),(W5(I),I=1,18),T1,(W41(I),I*=1,3),(W51(I),I=1,3),(
W61(I),I=1,5),(W71(I),I=1,3),(W81(I),I=1,2)
1 FORMAT (11D5.3/D6.3,4D5.2/4D10.7/4D10.7/D10.7/4D10.7/4D10.7/D10.7/
*D4.2/3D6.2,3D5.2/5D4.2/3D10.5/2D6.2)
```

Продолжение Приложения Б

```
print 2, W3,W4,W5,T1,W41,W51,W61,W71,W81
  2 FORMAT(1X,2(D9.3,1X)/2(1X,7(D9.3,1X)/),2(1X,9(D12.5,1X)/),1X,
  *3HT1=,D8.2/1X,6(D12.5,2X)/1X,5(D12.5,2X)/1X,5(D12.5,2X))
  open(3,file='dv2')
  read(3,155) (w9(i),i=1,4)
155 format(4D6.3)
  PI=3.14159
  omo=w9(1)
  rk=w9(2)
  ls=w9(3)
  T2=w9(4)
  om1=0
  omo=omo*2*PI
  H10=.FALSE.
  IU=1
  IB=1
  W41(3)=W41(3)/9800.
  W51(3)=W51(3)/9800.
  AD=(W4(10)-W4(11))/(W4(1)-W4(2))
  IF(W4(4)-W4(1))80,80,81
80 W1=PI/4.*W4(10)**2*W4(3)
  W2=PI/4.*((W4(1)-W4(4))*W4(10)**2+(W4(2)-
W4(1))/3.*(W4(10)**2+W4*(10)*W4(11)+W4(11)**2)+(W4(5)-
W4(2))**W4(11)**2)
  GOTO19
81 IF(W4(3)-W4(1))82,82,83
82 DT2=W4(10)+AD*(W4(4)-W4(1))
  W1=PI/4.*W4(10)**2*W4(3)
```

Продолжение Приложения Б

$W2=PI/4.*((W4(2)-$   
 $W4(4))/3.*(DT2**2+DT2*W4(11)+W4(11)**2)+*W4(11)**2*(W4(5)-W4(2)))$   
 GOTO19  
 83 IF(W4(4)-W4(2))84,84,85  
 84 DT1=W4(10)+AD\*(W4(3)-W4(1))  
 $DT2=W4(10)+AD*(W4(4)-W4(1))$   
 $W1=PI/4.*(W4(10)**2*W4(1)+(W4(3)-$   
 $W4(1))/3.*(W4(10)**2+W4(10)*$   
 $*DT1+DT1**2))$   
 $W2=PI/4.*((W4(2)-W4(4))/3.*(W4(11)**2+W4(11)*DT2+DT2**2)+$   
 $*(W4(5)-W4(2))*W4(11)**2)$   
 GOTO19  
 85 IF(W4(3)-W4(2))86,87,87  
 86 DT1=W4(10)+AD\*(W4(3)-W4(1))  
 $W1=PI/4.*(W4(1)*W4(10)**2+(W4(3)-$   
 $W4(1))/3.*(W4(10)**2+W4(10)*DT1$   
 $*+DT1**2))$   
 $W2=PI/4.*(W4(11)**2*(W4(5)-W4(4)))$   
 GOTO19  
 87 IF(W4(3)-W4(6))88,89,89  
 88  $W1=PI/4.*(W4(1)*W4(10)**2+(W4(2)-W4(1))/3.*(W4(10)**2+$   
 $*W4(10)*W4(11)+W4(11)**2)+(W4(3)-W4(2))*W4(11)**2)$   
 $W2=PI/4.*((W4(5)-W4(4))*W4(12)**2)$   
 GOTO19  
 89  $X=W4(10)**2*W4(1)+(W4(2)-$   
 $W4(1))*(W4(10)**2+W4(10)*W4(11)+W4(11)**$   
 $*2)/3.$   
 IF(W4(6)-W4(8))17,17,18

Продолжение Приложения Б

$$18 \quad W1=PI*(X+W4(11)**2*(W4(3)-W4(2)))/4.$$

$$W2=PI*(W4(5)-W4(4))*W4(11)**2/4.$$

GOTO19

$$17 \text{IF}(W4(6).\text{LE}.W4(3).\text{AND}.W4(3).\text{LE}.W4(7))W1=PI*(X+W4(11)**2*(W4(3)-W4(2)))/4.$$

$$\text{IF}(W4(7).\text{LT}.W4(3))W1=PI*(X+W4(11)**2*(W4(6)-W4(2))+(W4(7)-W4(6))* \\ *(W4(11)**2+W4(11)*W4(12)+W4(12)**2)/3.+W4(12)**2*(W4(3)-W4(7)))/4.$$

$$W2=PI*(W4(5)-W4(4))*W4(12)**2/4.$$

19 DO3I=1,8

$$3 \quad W4(I)=W4(I)/W4(9)$$

$$\text{OME1}=W3(1)$$

$$\text{OME2}=W3(2)$$

$$X1=W4(1)$$

$$X2=W4(2)$$

$$X3=W4(3)$$

$$X4=W4(4)$$

$$X5=W4(5)$$

$$X7=W4(6)$$

$$X8=W4(7)$$

$$\text{LD}=W4(8)$$

$$\text{LK}=W4(9)$$

$$\text{D0}=W4(10)$$

$$\text{D1}=W4(11)$$

$$\text{D2}=W4(12)$$

$$\text{QQ}=W4(13)$$

$$Q=W4(14)$$

Продолжение Приложения Б

TE1=W5(1)

KA1=W5(2)

LM1=W5(3)

PZ1=W5(4)

DE1=

\*W5(5)

AL1=W5(6)

F1=W5(7)

PF1=W5(8)

IK=W5(9)

TE2=W5(10)

KA2=W5(11)

LM2=W5(12)

PZ2=W5(13)

DE2=W5(14)

AL2=W5(15)

F2=W5(16)

PF2=W5(17)

IK1=W5(18)

TP=W41(1)

DIK=W41(2)

PMR=W41(3)

TP1=W51(1)

DI=W51(2)

PMG=W51(3)

KYR=W61(1)

G=W61(2)

H=W61(3)



## Продолжение Приложения Б

```
MU=W61(4)
  RBH=
  *W71(1)
  PBH=W71(2)
  TB=W71(3)
  HP1=W81(1)
  DH1=W81(2)
  H=1./H
  GG=W61(5)
  T=KYR*H
  H12=.FALSE.
  IF(KYR.EQ.0)H12=.TRUE.
  FU=AINT(0.75*LD)
  SK2=PI*D2**2/4.
  SK1=PI*D1**2/(4.*SK2)
  S0=PI*D0**2/(4.*SK2)
  DL1=OME1/W1
  DL2=OME2/W2
  IF (DL1-DL2) 5,5,4
4 DL=DL1
  AL=AL1
  F=F1
  GOTO6
5 DL=DL2
  AL=AL2
  F=F2
  print 1000, dl
1000 format(15h, e12.3)
```