

**В.Е. Крутолапов, А.П. Окунев, Л.А. Черепанов**

# **ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ**

---

**Учебное пособие**

**Тольятти  
ТГУ  
2010**

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Тольяттинский государственный университет  
Автомеханический институт  
Кафедра «Автомобили и тракторы»

В.Е. Крутолапов, А.П. Окунев, Л.А. Черепанов

## **ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ**

Учебное пособие

Допущено УМО вузов РФ по образованию  
в области транспортных машин и транспортно-технологических  
комплексов в качестве учебного пособия для студентов,  
обучающихся по специальности «Автомобиле- и тракторостроение»

Тольятти  
ТГУ  
2010

УДК 004.428.2(075.8)

ББК 32.965

К846

Рецензенты:

д.т.н., профессор Ковровской государственной  
технологической академии *Г.К. Рябов*;

д.т.н., профессор Московского государственного  
индустриального университета *Р.П. Кушвид*.

**К846** Крутолапов, В.Е. Теория автоматического управления : учеб. пособие / В.Е. Крутолапов, А.П. Окунев, Л.А. Черепанов. – Тольятти : ТГУ, 2010. – 124 с.

В учебном пособии представлены основы теории автоматического управления, даны основные сведения о классификации автоматических систем, а также о передаточных функциях типовых звеньев систем автоматического регулирования. Приведены необходимые сведения о датчиках и их использовании в системах управления.

Предназначено для самостоятельной подготовки студентов вузов по дисциплине «Теория автоматического управления», обучающихся по специальности 190201 «Автомобиле- и тракторостроение».

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом Тольяттинского государственного университета.

© ГОУ ВПО «Тольяттинский государственный университет», 2010

## ВВЕДЕНИЕ

**Автоматика** – техническая наука, разрабатывающая теорию и принципы построения автоматических систем и необходимые для их реализации технические средства, а также методы анализа и синтеза этих систем. Устройство, агрегат, машина и вообще любая система называются **автоматическими**, если они выполняют свои основные функции без непосредственного участия человека.

Внедрение автоматически действующих устройств в тот или иной процесс (производственный, управление оружием) называется **автоматизацией**. Понятие автоматизации тесно связано с понятием механизации. Сущность механизации – внедрение машин в различные операции, связанные с затратами тяжелого физического, объемного умственного труда человека. Механизация освобождает человека от выполнения работы, сохраняя за ним функции управления работой машин и функции контроля над результатами этой работы. При автоматизации функции управления и контроля также передаются машинам.

История развития автоматике уходит в далекое прошлое, ибо идея создания машин, которые работали бы сами по себе, возникла очень давно.

В истории развития техники можно выделить следующие основные этапы:

1. Инструментализация
2. Механизация
3. Автоматизация

В последние десятилетия наблюдается бурное развитие автоматизации во всех отраслях народного хозяйства. Чем это можно объяснить?

1. С развитием техники требуются более высокие скорости и усилия, значительно превышающие физические возможности человека.
2. При автоматическом управлении машинами, агрегатами, технологическими процессами повышаются их технико-экономические показатели и обеспечиваются оптимальные режимы работы машин и механизмов.

3. Снижается в значительной степени утомляемость операторов и сохраняется здоровье человека, так как можно использовать автоматические системы во вредных производствах.



Таким образом, целями данного курса являются изучение принципов построения автоматических систем, знакомство с классификацией автоматических систем, освоение имеющихся в настоящее время устройств автоматики, изучение принципов их работы.

# 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

## 1.1. Классификация автоматических систем по назначению

В современной технике используется огромное количество разнообразных автоматических устройств и систем, отличающихся друг от друга физической природой, принципом действия, схемными и конструктивными решениями. Однако все эти устройства и системы предназначены для решения лишь нескольких основных задач автоматизации, к которым относятся: сигнализация, контроль, блокировка и защита, пуск и остановка, управление.

**Системы автоматической сигнализации** – предназначены для извещения обслуживающего персонала, водителя о состоянии той или иной технической установки, о протекании какого-либо процесса (пример – датчик-указатель).

**Системы автоматического контроля** осуществляют без участия человека контроль различных параметров и величин, характеризующих работу какого-либо агрегата, установки или протекание какого-либо процесса (пример – термостат).

**Системы автоматической блокировки и защиты** служат для предотвращения возможности возникновения аварийных ситуаций в агрегатах, устройствах. Когда какая-то величина, характеризующая поведение защищаемого объекта, достигает своего критического значения, система автоматической блокировки и защиты оказывает воздействие на защищаемый объект, частично или полностью прекращая его работу (пример – предохранитель).

**Системы автоматического пуска и остановки** обеспечивают включение, остановку различных двигателей, приводов по заранее заданной программе (пример – двигатель вентилятора системы охлаждения двигателя).

**Системы автоматического управления** предназначены для управления работой тех или иных агрегатов или протеканием каких-либо процессов.

Важнейшими и наиболее сложными системами являются системы автоматического управления.

**Управлением** в широком смысле слова называется организация какого-либо процесса, обеспечивающая достижение поставленной цели.

В зависимости от назначения все системы автоматического управления могут быть разбиты на системы автоматического регулирования и кибернетические системы. Кибернетические системы в данной дисциплине не рассматриваются.

**Системы автоматического регулирования (САР)** решают задачи регулирования тех или иных технических агрегатов.

Прикладная инженерная дисциплина, изучающая принципы построения и методы расчета систем автоматического управления, называется **теорией автоматического управления**. Таким образом, системы автоматического регулирования представляют собой частный случай систем автоматического управления, а изучающая их наука — **теория автоматического регулирования** — является одним из разделов теории автоматического управления (ТАУ).

## 1.2. Понятие об автоматическом регулировании

Любой процесс характеризуется физическими величинами, называемыми **показателями процесса**. Чтобы процесс протекал правильно, то есть в заданном режиме, на его показатели накладываются определенные условия, которые должны выполняться. По своему содержанию они могут быть различными. Для одних процессов показатели должны быть **неизменными**, для других допускается изменение показателей в **заданных пределах**, для третьих они должны изменяться по **определенному заданному закону**, для четвертых закон изменения показателей определяется внешними условиями, оказывающими влияние на их значение, характер и т. д.

Физическая величина, подлежащая регулированию, называется **регулируемой величиной**, а технический агрегат, в котором осуществляется автоматическое регулирование, — **регулируемым объектом** (это машина в целом или ее отдельный агрегат). Техническое устройство, предназначенное для автоматического поддержания постоянного значения регулируемой величины или изменения ее по требуемому закону, называют **автоматическим регулятором**. Сочетание объекта регулирования с автоматическим регулятором принято называть **автоматической системой регулирования**.

Любую систему автоматического регулирования можно представить в виде отдельных устройств, называемых **элементами**. В процессе

работы элементы и система в целом испытывают на себе воздействие различных факторов. Под **воздействием** понимают влияние внешней среды на известную часть системы или одной ее части на другую, при котором в этой части происходят изменения. Различают внутренние и внешние воздействия.

**Внутренние** воздействия передаются от одной части автоматической системы на другую, образуя последовательную цепь воздействий, обеспечивающих протекание процесса с заданной регулируемой величиной.

**Внешние** воздействия можно разделить на два вида: **задающие** — необходимые для нормального протекания процесса, их подают на вход системы намеренно, сознательно, в соответствии с законом изменения регулируемой величины; **возмущающие** — поступающие непосредственно на объект, систему из внешней среды и имеющие незапланированный, зачастую случайный характер.

Задающие воздействия в общем виде принято обозначать через  $X$ , а поскольку работа любой системы происходит во времени, то воздействие записывают  $X(t)$ . Под влиянием  $X(t)$  в автоматической системе происходят количественные и качественные изменения, в результате чего регулируемая величина приобретает заданное значение или получает требуемый характер изменения. Обозначим через  $Y(t)$  функцию, описывающую во времени изменение регулируемой величины.

Значение регулируемой величины, предусмотренное законом функционирования (алгоритмом), называется **предписанным**, а измеренное (фактическое) — **действительным**.

Кроме того, в соответствии с принятой терминологией задающие воздействия  $X(t)$  принято называть **входными**, а регулируемые величины  $Y(t)$  — **выходными** (для системы или отдельного элемента).

Возмущающие воздействия обозначают  $F(t)$  и подразделяют на **основные** и **второстепенные**.

**Основные** оказывают наибольшее влияние на регулируемую величину  $Y(t)$ . Если влияние возмущающих воздействий на регулируемую величину  $Y(t)$  незначительно, то их считают **второстепенными**. Для борьбы с возмущениями объект регулирования обычно снабжается **регулирующим органом**, воздействуя на который можно изменять регулируемую величину, компенсируя ее нежелательные изменения, обусловленные влиянием возмущений. Воздействие на регулирующий

орган (внутреннее воздействие) называют **регулирующим воздействием** и обозначают, рассматривая во времени,  $Z(t)$ .

Таким образом, на основании рассмотренных понятий и принятых обозначений можно сделать вывод, что регулировать объект – это значит вырабатывать **регулирующее воздействие**  $Z(t)$  с таким расчетом, чтобы регулируемая величина  $Y(t)$  изменялась по заданному закону и с требуемой точностью независимо от влияния на объект возмущающего воздействия  $F(t)$ .

**Пример 1:** двигатель постоянного тока – объект регулирования (рис. 1.1).

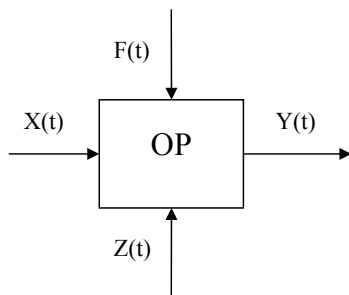


Рис. 1.1. Общая схема объекта регулирования

Для него при неизменном номинальном токе возбуждения **регулируемой** величиной будет скорость вращения, регулирующим воздействием – напряжение на якоре, основным возмущением – нагрузка на валу, а второстепенным – те возмущающие воздействия, которые приводят к незначительным отклонениям скорости вращения (изменение температуры окружающей среды, сопротивление щеточных контактов).

**Пример 2:** двигатель внутреннего сгорания (рис. 1.2).

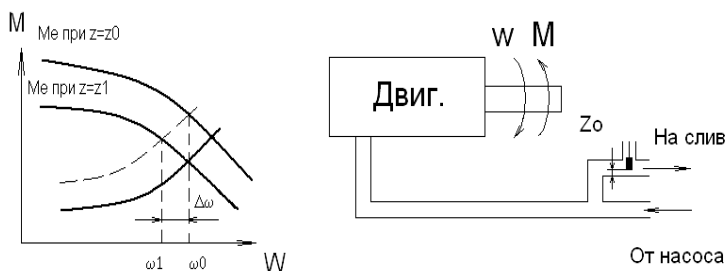


Рис. 1.2. Зависимость момента двигателя от частоты вращения коленчатого вала и схема регулирования теплового двигателя

У двигателя регулируемой величиной является частота вращения коленчатого вала. Основное возмущение – изменение нагрузки  $M$  на валу двигателя и производительности топливного насоса, подающего топливо в камеры сгорания двигателя. К второстепенным возмущениям могут быть отнесены изменения параметров внешней среды, параметров топлива, условий смазки двигателя. Регулирующим органом является заслонка, размещенная в магистрали слива. Перемещение этой заслонки является регулирующим воздействием. При перемещении заслонки вверх частота вращения двигателя уменьшается, при перемещении вниз – увеличивается.

### 1.3. Регулирование по разомкнутому и замкнутому циклам

Поддержание регулируемой величины в определенных пределах или изменение ее по заданному закону в процессе работы системы могут быть выполнены как по разомкнутому, так и по замкнутому циклам управления.

При управлении по **разомкнутому циклу** (рис. 1.3) воздействие  $x(t)$ , поступающее на автоматический регулятор от задатчика (задатчик – устройство, направляющее в систему задающее воздействие  $x(t)$ ), не является функцией результата этого воздействия на объект – оно задается оператором.

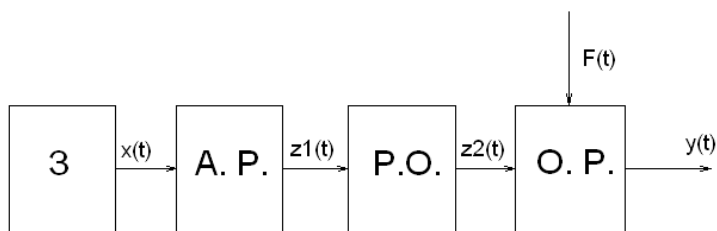


Рис. 1.3. Функциональная схема системы автоматического регулирования, работающей по разомкнутому циклу

Определенному значению задающего воздействия  $x(t)$  будет соответствовать определенное текущее значение регулируемой величины  $y(t)$ , если возмущающее действие  $F(t)$  – постоянно. Если  $F(t)$  не остается постоянным, то каждому новому значению возмущающего воздействия будут соответствовать различные значения регулируемой величины  $y(t)$  при неизменном задающем воздействии  $x(t)$ .



По замкнутому циклу (рис. 1.4) система работает, если соединить ее выход с автоматическим регулятором, так чтобы на него все время поступало два воздействия – с задатчика и с выхода регулируемого объекта. Таким образом, в данной системе существует воздействие не только автоматического регулятора, но и объекта на него.

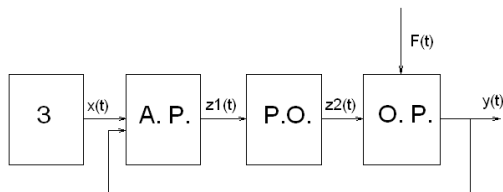


Рис. 1.4. Функциональная схема системы автоматического регулирования, работающей по замкнутому циклу

**Вывод.** Разомкнутая система, на которую действуют изменяющиеся возмущающие воздействия, не может самостоятельно, без вмешательства человека стабилизировать режим своей работы. Замкнутая система автоматически реагирует на любые изменения.

Примеры таких систем будут рассмотрены позднее, а пока повторим: любой регулятор предназначен для создания регулирующего воздействия  $z(t)$  на объект регулирования, обеспечивая с той или иной степенью точности изменение регулируемой величины  $y(t)$  по требуемому закону  $x(t)$ . Несмотря на большое разнообразие используемых в современной технике регуляторов, все они строятся на базе одного из двух основных принципов регулирования (по возмущению – внешнему воздействию и по отклонению – ошибке).

### 1.4. Принцип регулирования по возмущению

Этот принцип был впервые применен русским электротехником В.Н. Чиколевым во второй половине XIX века в разработанных им регуляторах силы света дуговых ламп. Принцип регулирования по возмущающему воздействию часто называется также принципом компенсации возмущений.

Основной причиной, отклоняющей регулируемую величину от требуемого закона ее изменения, являются всякого рода возмущения. В связи с этим возникает идея: для компенсации вредного влияния любого возмущения, измерить это возмущение и в зависимости от резуль-

татов измерения осуществить регулирующее воздействие на объект, обеспечивающее изменение регулируемой величины по требуемому закону. Если, например, возмущающее воздействие вызвало увеличение регулируемой величины, то регулятор должен создать регулирующее воздействие, направленное на уменьшение регулируемой величины, и наоборот.

Рассмотренная идея и составляет содержание принципа регулирования по возмущению. Для его технической реализации в состав автоматического регулятора, очевидно, должны входить устройства, **позволяющие измерить возмущающее воздействие**, и устройства, предназначенные для создания **регулирующего воздействия** на объект регулирования (например, для перемещения регулирующего органа).

Первые будем называть далее **чувствительными элементами (ЧЭ)**, а вторые – **исполнительными элементами (ИЭ)**. Между чувствительными и исполнительными элементами могут быть включены **промежуточные элементы (ПЭ)**, предназначенные для усиления выходного сигнала чувствительного элемента по мощности, осуществления необходимых преобразований этого сигнала. В простейших случаях регулирующее воздействие может создаваться непосредственно чувствительными элементами, то есть исполнительный и промежуточный элементы отсутствуют.

Общая схема САР выглядит следующим образом (рис. 1.5).

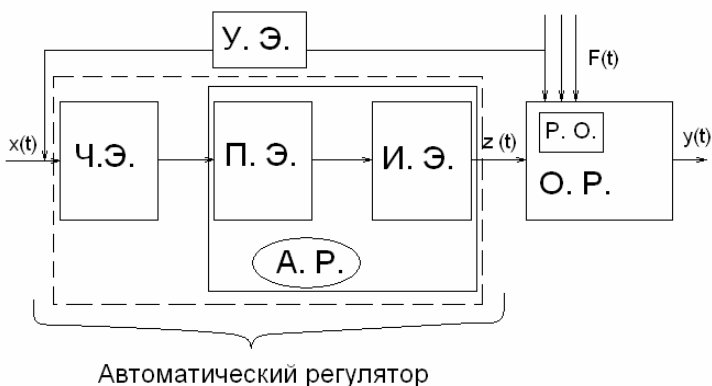


Рис. 1.5. Функциональная схема системы автоматического регулирования, работающей по возмущению

**Функциональная схема** показывает, из каких элементов состоит система и как эти элементы соединены между собой.

На функциональных схемах элементы изображаются прямоугольниками, а их входные и выходные величины – в виде прямых линий со стрелками, указывающими направление передачи воздействий. Функциональные схемы широко используются в теории автоматического регулирования.

Зависимость регулируемой величины  $y$  от возмущения  $F$  в установившемся режиме выглядит так (рис. 1.6), где  $x^\circ$  – требуемое значение регулируемой величины.

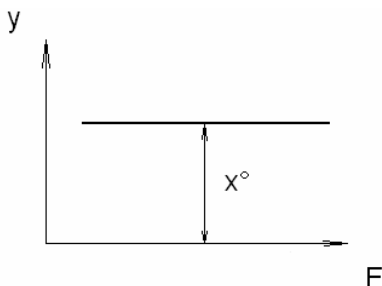


Рис. 1.6. Зависимость регулируемой величины от возмущения в установившемся режиме работы

В этом случае регулятор обеспечивает **инвариантность** (независимость) регулируемой величины  $y$  от возмущающего действия  $F$ .

Рассмотрим простейший регулятор давления, работающий по возмущению.

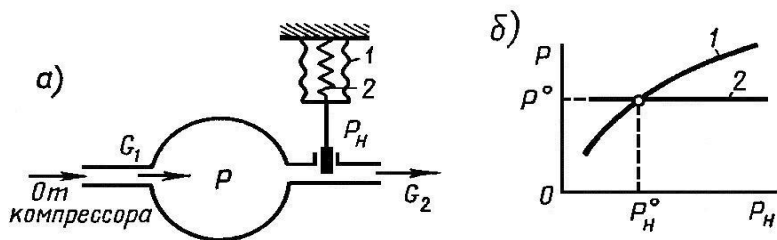


Рис. 1.7. Схема простейшего регулятора, работающего по возмущению

Возьмем, например, герметизированный отсек летательных аппаратов, предназначенный для размещения людей или приборов; ресивер в пневматической тормозной системе автомобиля. Часто возникает необходимость в том, чтобы давление внутри отсека, ресивера поддерживалось на постоянном уровне  $p^\circ$ , то есть давление  $p$  является регулиру-

емой величиной. Требуемый закон изменения регулируемой величины  $x(t) = p^\circ = const$ . Возмущающие воздействия следующие (они приводят к отклонению  $p$  от  $p^\circ$ ): изменение производительности компрессора (например, из-за изменения скорости вращения его приводного двигателя), изменение режима работы других потребителей сжатого воздуха в пневмосистеме, питаемой от компрессора. Оба эти возмущения приводят к изменению весового расхода воздуха на входе в отсек, ресивер  $G_1$ , а следовательно, и давления внутри резервуара. Если отсек размещен в летательном аппарате, при изменении высоты полета изменяется давление окружающей среды  $P_H$ , что ведет к изменению весового расхода воздуха на выпуске  $G_2$  (дросселирование давления в окружающую среду) и, как следствие, — к изменению давления  $p$ . Рассмотренные причины являются основными возмущающими воздействиями. К второстепенным можно отнести изменение температуры окружающей среды (все другие изменения —  $const$ ).

Примем за основное возмущение изменение  $P_H$ . Зависимость давления в отсеке  $p$  от величины  $P_H$  характеризуется следующим графиком (рис. 1.8).

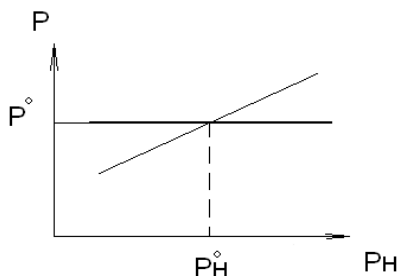


Рис. 1.8. Зависимость давления в отсеке  $P$  от изменения давления окружающей среды

Из графика следует, что в отсеке без регулятора требуемое значение давления  $p^\circ$  имеет место при единственном давлении внешней среды  $P_H^\circ$ . При  $P_H$  не равном  $P_H^\circ$  давление в отсеке будет отличаться от требуемого значения  $p^\circ$ . Для обеспечения независимости регулируемой величины  $p$  от давления  $P_H$  и применен регулятор давления (рис. 1.7,а). Для измерения возмущающего воздействия  $P_H$  в нем использован измеритель давления, состоящий из сильфона 1, внутри которого размещена пружина 2 (воздух из сильфона выкачан до технического вакуу-

ма). Деформация сильфона в осевом направлении пропорциональна величине давления  $P_H$ . Пружина 2 служит для увеличения упругости сильфона. С днищем сильфона связана регулирующая заслонка в выходном трубопроводе (промежуточные и исполнительные элементы отсутствуют). Рассмотрим работу САР. Положение сильфона, изображенное на рис. 1.7,а, соответствует номинальному режиму работы отсека, когда  $p = p^\circ$ . Предположим, что давление  $P_H$  возросло. При отсутствии регулятора это привело бы к уменьшению расхода воздуха на выпуске  $G_2$  и увеличению давления в отсеке. При наличии регулятора увеличение давления  $P_H$  приведет к сжатию сильфона и перемещению регулирующей заслонки вверх. В результате расход воздуха  $G_2$  возрастет и давление в отсеке сохранит прежнее значение  $p^\circ$  (если регулятор рассчитан правильно). При снижении давления  $P_H$  сильфон расширится и регулирующая заслонка перемещается вниз, уменьшая расход воздуха на выпуске  $G_2$ , и независимость  $p$  от  $P_H$  сохраняется (прямая 2 на рис. 1.7,б). Рассмотренный регулятор обеспечивает инвариантность давления  $p$  по отношению к давлению окружающей среды  $P_H$ . На другие возмущающие воздействия этот регулятор не реагирует.

Обратим внимание, что разобран пример системы, работающей по **разомкнутому циклу** (разомкнутый цикл – от возмущения к регулируемой величине). В этой системе регулирующее воздействие  $z$  не зависит от регулируемой величины  $y$ , а регулируемая величина зависит от возмущения.

Можно отметить недостатки САР, работающих по возмущению.

1. В САР, работающих по возмущению, инвариантность регулируемой величины обеспечивается лишь по отношению к тому возмущающему воздействию, которое измеряется чувствительным элементом регулятора. В качестве этого возмущения всегда выбирается одно из основных возмущений, а другие возмущающие воздействия, не контролируемые регулятором, отклоняют регулируемую величину от требуемого закона ее изменения. Если создать отдельные регуляторы по каждому из возмущающих воздействий, то это резко усложнит САР.

2. Инвариантность по отношению к возмущению, измеряемому чувствительным элементом регулятора, обеспечивается в САР только при условии строгого соответствия параметров регулятора и объекта их расчетным значениям. Изменение параметров регулятора и объек-

та (из-за старения, влияния внешних условий) приводит к отклонению регулируемой величины от требуемого значения.

Недостатки в САР, работающих по возмущению, обусловлены тем обстоятельством, что в таких системах истинное значение регулируемой величины у никак не измеряется и не контролируется.

Несомненным достоинством САР, работающих по возмущению, является их простота.

Однако недостатки этих систем довольно серьезны, поэтому САР, работающие по возмущению или по разомкнутому циклу, в настоящее время самостоятельно почти не применяются. Обычно они используются только в качестве составной части более сложных, так называемых **комбинированных** САР (пнеumo- и гидроэлектрoклапаны, которые по получении электрического сигнала открывают или закрывают проход топлива, воздуха, газа).

### **1.5. Принцип регулирования по отклонению (по ошибке)**

Этот принцип построения автоматических регуляторов впервые был предложен и осуществлен на практике в 1765 году русским механиком И.И. Ползуновым в регуляторе уровня воды в котле изобретенной им паровой машины. Несколько позже (и независимо от И.И. Ползунова) этот принцип использовал английский механик Дж. Уатт при разработке центробежного регулятора скорости вращения выходного вала паровой машины. В связи с этим принцип регулирования по отклонению часто называют принципом Ползунова–Уатта.

Основная задача любой САР сводится к обеспечению равенства  $y(t) = x(t)$  во все моменты работы системы с заданной степенью точности. Чем точнее соблюдается равенство, тем лучше САР. Поэтому естественно качество работы САР характеризовать разностью  $\varepsilon(t) = x(t) - y(t)$  между требуемым законом изменения регулируемой величины и действительным законом ее изменения. Функция  $\varepsilon(t)$  определяет ошибку работы системы: чем меньше  $\varepsilon(t)$ , тем лучше система. При идеальной работе САР  $\varepsilon(t) = 0$ . Для реальных систем речь может идти лишь об уменьшении ошибки до допустимых пределов.

В том случае, когда требуемым законом изменения регулируемой величины является постоянное значение  $x(t) = x^{\circ} = const$ , для оценки качес-



тва работы САР используют так называемые отклонения.  $\Delta y(t) = y(t) - x^\circ$ , то есть отклонение и ошибка отличаются только знаком.

Идея, лежащая в основе принципа регулирования по ошибке, весьма проста. Состоит она в том, что тем или иным путем определяется ошибка САР и в зависимости от величины и знака этой ошибки осуществляется регулирующее воздействие на объект регулирования, сводящее ошибку к нулю, то есть обеспечивается изменение регулируемой величины по требуемому закону. При  $\varepsilon > 0$  регулирующее воздействие должно увеличивать регулируемую величину  $y$ , а при  $\varepsilon < 0$  уменьшать. При  $\varepsilon = 0$  регулируемая величина равна требуемому значению и регулирующий орган должен быть неподвижен.

В общем случае для определения сигнала ошибки  $\varepsilon$  используются три элемента: задающий, чувствительный, сравнивающий.

Задающий элемент служит для формирования воздействия  $x(t)$ , характеризующего требуемый закон изменения регулируемой величины.

Чувствительный элемент предназначен для измерения действительных значений регулируемой величины  $y(t)$ .

Сравнивающий элемент – это простейшее вычислительное устройство, определяющее сигнал ошибки. В САР перечисленные элементы часто конструктивно объединены. САР, работающая по ошибке, представлена функциональной схемой (рис. 1.9).

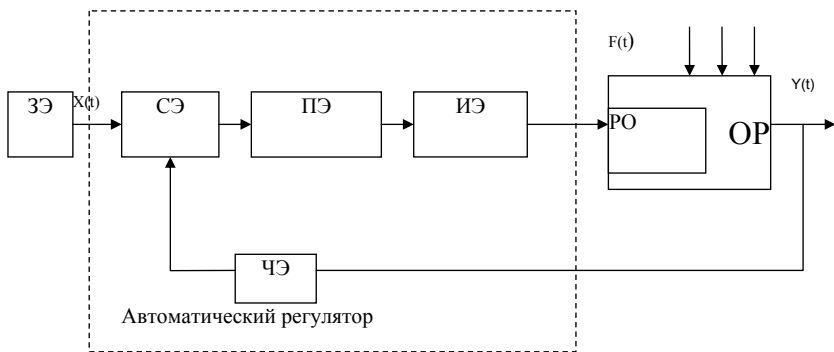


Рис. 1.9. Функциональная схема системы автоматического регулирования, работающей по ошибке

Регулируемая величина  $y(t)$  измеряется чувствительным элементом ЧЭ и подается на вход сравнивающего элемента СЭ. На другой вход сравнивающего элемента поступает задающее воздействие  $x(t)$ , выра-

ботанное в задающем элементе. На входе сравнивающего элемента образуется сигнал ошибки  $\varepsilon$ , характеризующий отличие истинного закона изменения  $y$  от требуемого  $x$ . После преобразования в промежуточных элементах сигнал ошибки поступает на исполнительный элемент, перемещающий регулирующий орган таким образом, чтобы свести сигнал ошибки к нулю или к допустимой величине.

Промежуточные элементы регулятора включают в себя устройства для преобразования физической природы сигнала ошибки (модуляторы, демодуляторы), устройства для усиления сигнала ошибки по мощности (усилители) и так называемые корректирующие устройства, осуществляющие функциональные преобразования сигнала ошибки (дифференцирование, интегрирование) и предназначенные для придания системе регулирования требуемых свойств.

В отличие от регулирования по возмущению при регулировании по ошибке ни одно из возмущающих воздействий не измеряется. Рассмотрим пример САР, работающей по ошибке (рис. 1.10).

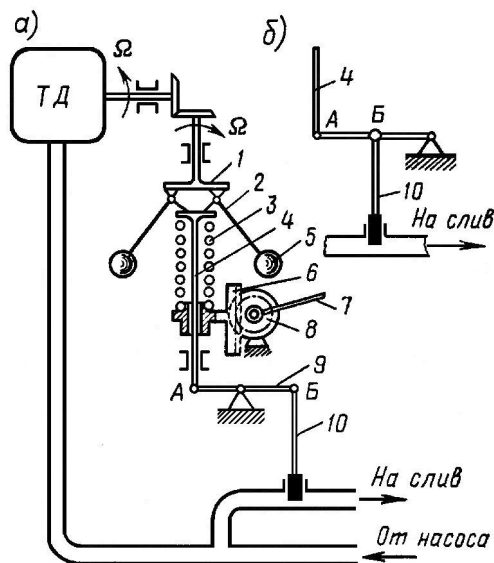


Рис. 1.10. Система автоматического регулирования скорости вращения выходного вала теплового двигателя: а) правильное подсоединение регулятора к объекту; б) неправильное; 1 – платформа; 2 – коромысло; 3 – противодействующая пружина; 4 – выходной шток; 5 – грузики; 6 – рейка; 7 – рукоятка настройки; 8 – шестеренка; 9 – рычаг; 10 – регулирующая заслонка

Чувствительным элементом, измеряющим регулируемую величину  $\omega$  (скорость вращения выходного вала теплового двигателя), является центробежный измеритель скорости вращения, состоящий из платформы 1, грузиков 5, противодействующей пружины 3 и выходного штока 4. Грузики закреплены на Г-образных коромыслах 2, шарнирно подвешенных на платформе 1, скорость вращения которой равна скорости вращения выходного вала двигателя. Центробежная сила грузиков зависит от скорости вращения  $\omega$  и при каждом значении  $\omega$  уравновешивается силой пружины так, что шток занимает вполне определенное положение. Таким образом, по величине перемещения штока можно судить о величине скорости вращения вала двигателя. При помощи рычага 9 шток 4 связан с регулирующей заслонкой 10 в канале перепуска топлива.

Предположим, что изображенное на рис. 1.10 положение подвижных частей САР соответствует номинальному режиму работы системы, когда  $\omega = \omega^\circ$  и все возмущающие воздействия постоянны. В этом режиме центробежная сила грузиков, приведенная к оси штока 4, уравновешена силой пружины 3 и шток 4 неподвижен. Если теперь скорость  $\omega$  по каким-то причинам возрастет, то увеличится центробежная сила грузиков, они разойдутся и коромысла 2, повернувшись на шарнирах, переместят шток 4 вниз, сжимая пружину 3. При этом регулирующая заслонка 10 поднимется вверх, увеличив перепуск топлива на слив. Количество топлива, подаваемое к двигателю, уменьшится, что приведет к снижению скорости вращения  $\omega$ .

При уменьшении скорости вращения  $\omega$  ниже требуемого значения  $\omega^\circ$  регулятор переместит заслонку 10 вниз, увеличив подачу топлива к двигателю. Таким образом, при любых возмущающих воздействиях рассматриваемая САР автоматически поддерживает скорость вращения вблизи требуемого значения.

Если вернуться к функциональной схеме САР (рис. 1.9), то можно видеть, что пример является частным случаем системы, изображенной ранее. Промежуточные и исполнительные элементы отсутствуют. Сравнивающего элемента в явном виде нет. Если обозначить через  $z$  координату регулирующей заслонки, то можно показать следующее. Величина  $z$  зависит от скорости вращения вала  $\omega$ . В номинальном режиме работы САР координата регулирующего органа имеет вполне оп-

ределенное значение  $z^\circ$ . Для произвольного значения оборотов в пределах упругих деформаций пружины в установившемся режиме

$$z = z^\circ - k(\omega - \omega^\circ), \quad (1.1)$$

где  $k$  – некоторый положительный постоянный коэффициент, зависящий от свойств центробежного измерителя скорости.

Обозначив  $\Delta z = z - z^\circ$  и  $\Delta\omega = \omega - \omega^\circ$ , уравнение (1.1) можно переписать

$$\Delta z = k\Delta\omega. \quad (1.2)$$

Если учесть, что  $\Delta\omega = -\varepsilon$ , окончательно получим

$$\Delta z = k\varepsilon, \quad (1.3)$$

то есть сигнал ошибки  $\varepsilon$  пропорционален отклонению регулирующей заслонки от ее положения в номинальном режиме работы. Таким образом, сигналом ошибки  $\varepsilon$  является (с определенным коэффициентом пропорциональности) перемещение штока 4 центробежного регулятора (связь с заслонкой – жесткая). При таком подходе можно центробежный измеритель скорости рассматривать как совокупность конструктивно объединенных чувствительного и сравнивающего элементов.

Зависимость регулирующего воздействия от сигнала ошибки без учета инерционности регулятора в теории автоматического регулирования называется законом регулирования.

Уравнение (1.3) представляет собой пример простейшего закона регулирования, при котором регулирующее воздействие пропорционально сигналу ошибки. Такой закон регулирования называется пропорциональным законом регулирования.

Задающим элементом системы является устройство, состоящее из рейки 6 и шестерни 8, и позволяющее при помощи рукоятки настройки 7 перемещать нижнюю опору пружины 3. Работу задающего устройства нетрудно понять, если вспомнить, что установившийся режим работы САР возможен в случае, когда центробежная сила грузиков 5 (приведенная к оси штока) уравновешивается силой противодействующей пружины 3. При перемещении нижней опоры пружины сила пружины изменяется, в результате чего равновесие системы становится возможным уже при другом значении скорости вращения  $\omega$ . При перемещении нижней опоры пружины вверх величина  $\omega$  возрастает, при перемещении вниз – уменьшается. Благодаря наличию задающего эле-

мента одна и та же САР может поддерживать разные значения скорости вращения выходного вала двигателя.

Основным преимуществом САР, работающих по ошибке, перед САР, реализующими принцип управления по возмущению, является их способность выполнять задачу регулирования при любом числе возмущающих воздействий. Объясняется это тем, что возмущения не измеряются, работа системы не связана ни с каким конкретным возмущением, систему не интересует, какие причины, какие возмущения вызвали отклонения регулируемой величины от требуемого закона изменения. Система фиксирует факт появления ошибки и предпринимает меры к ее ликвидации.

Вторым преимуществом САР, работающих по ошибке, является отсутствие жестких требований к стабильности характеристик элементов регулятора и объекта. Объясняется это тем, что изменение их параметров приводит к появлению ошибки, которая немедленно обнаруживается системой и ликвидируется перемещением регулирующего органа.

К характеристикам элементов, выявляющих ошибку (чувствительному, сравнивающему и задающему), предъявляются самые жесткие требования, так как точность работы САР обуславливается той точностью, с которой измеряется сигнал ошибки.

Таким образом, САР, работающие по ошибке, лишены недостатков САР, работающих по возмущению. Принцип регулирования по ошибке является сейчас основным принципом построения автоматических регуляторов во всех областях техники.

Замкнутые системы по своей природе склонны к колебаниям. Поэтому расчет таких систем сложен и труден по сравнению с расчетом систем, работающих по разомкнутому циклу.

Отмеченные недостатки САР, работающих по ошибке, отсутствуют у систем, работающих по возмущению, и наоборот. Поэтому возникла идея использовать оба принципа регулирования в одной системе. Создать САР, по возможности лишенную недостатков, присущих как тому, так и другому принципам регулирования, взятым по отдельности. Появились комбинированные системы, в которых реализуются оба принципа регулирования.

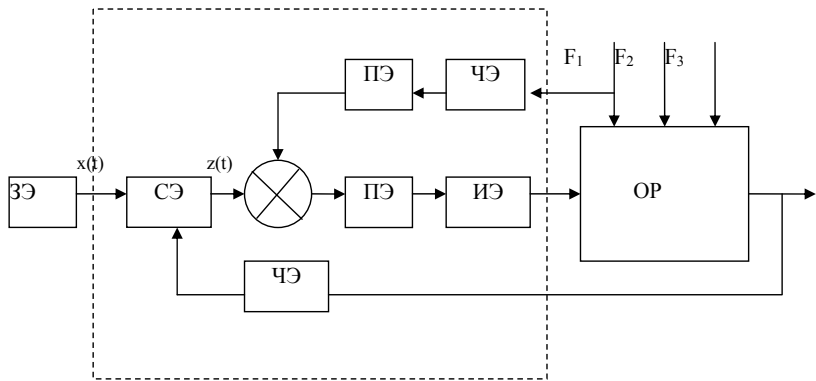


Рис. 1.11. Функциональная схема комбинированной системы автоматического регулирования

Система, работающая по разомкнутому циклу, обеспечивает инвариантность регулируемой величины по отношению к одному из основных возмущений  $F_1$ , наиболее сильно влияющему на регулируемую величину. Система, работающая по замкнутому циклу, ликвидирует вредное влияние всех других возмущающих воздействий.

Система комбинированного регулирования представляет собой один из совершенных типов САР. Такие системы применяются при повышенных требованиях, предъявляемых к точности работы САР.

## 1.6. Обратная связь

Преимущества САР, работающих по ошибке, объясняются тем, что это системы с обратной связью. Обратная связь — это когда информация о состоянии объекта регулирования передается с выхода системы на ее вход. Под обратной связью вообще понимается подача сигнала с выхода какого-либо устройства на его вход. В том случае, когда сигнал обратной связи складывается с входным, обратная связь считается положительной, если вычитается — отрицательной. Обратная связь в САР заключается в том, что регулируемая величина  $Y$  (выходной сигнал) измеряется чувствительным элементом и подается на вход сравнивающего элемента. Так как сигнал  $Y$  вычитается из сигнала  $X$ , то САР, работающие по ошибке, представляют собой системы с отрицательной связью. Особенностью систем с отрицательной обратной связью является то, что они работают от сигнала ошибки: возникновение



ошибки обязательно приводит к появлению факторов, вызывающих ее уменьшение или полную ликвидацию.

Когда передаваемое обратной связью воздействие зависит только от выходной величины и не зависит от времени, связь считают жесткой. Жесткие связи действуют как в установившемся режиме, так и в переходном. Обратная связь, оказывающая влияние на работу системы только в переходном режиме, называется гибкой. Если связь соединяет выход системы с ее входом, то ее называют главной. Остальные обратные связи называются местными. Они служат для улучшения регулировочных свойств в отдельных элементах или их группах, соединяя выход элемента или группы элементов с соответствующими входами. Подобные связи еще называют корректирующими. Следует отметить, что при размыкании главной обратной связи система превращается из замкнутой в разомкнутую, тогда как размыкание местных обратных связей на цикл работы системы не влияет.

В зависимости от конструкции различают следующие виды обратных связей: рычажные, рычажно-пневматические и гидравлические, электромеханические, электронные, электрические.

## **1.7. Классификация автоматических систем**

### **1.7.1. Системы прямого и непрямого регулирования**

Системами прямого регулирования называются такие, в которых регулирующий орган перемещается непосредственно чувствительным элементом. Дополнительные источники энергии в таких системах отсутствуют, вся энергия, необходимая для перемещения регулирующего органа, доставляется чувствительным элементом.

Достоинством систем прямого регулирования является их простота (промежуточные и исполнительные элементы отсутствуют). Однако точность работы таких систем невелика, это объясняется тем, что точность работы чувствительных элементов (как вообще любых измерительных устройств) резко снижается, если с их выхода снимается сколько-нибудь значительная мощность. То есть там, где для перемещения регулирующего органа не требуются значительные усилия, применение систем прямого действия оправданно.

Системами непрямого действия называются такие, в которых есть устройства, позволяющие усилить сигнал ошибки по мощности. Такими устройствами являются либо усилители (пневматические, гидравлические, электрические и т. д.), либо исполнительные элементы, либо те и другие вместе. Наличие усиления по мощности – это основной признак систем непрямого регулирования. Эффект усиления достигается за счет вводимых в САР дополнительных источников энергии, питающих усилительные и исполнительные элементы. В результате сигнал ошибки лишь управляет передачей энергии от дополнительных источников к регулирующему органу. Таким образом, в системах непрямого регулирования можно использовать маломощные чувствительные элементы для управления работой объектов большой мощности. Точность регулирования при этом возрастает, хотя САР усложняется. Выигрыш в точности получается настолько значимым, что большинство современных САР представляют собой системы непрямого регулирования. Для примера снова рассмотрим регулятор вращения вала двигателя (рис. 1.12).

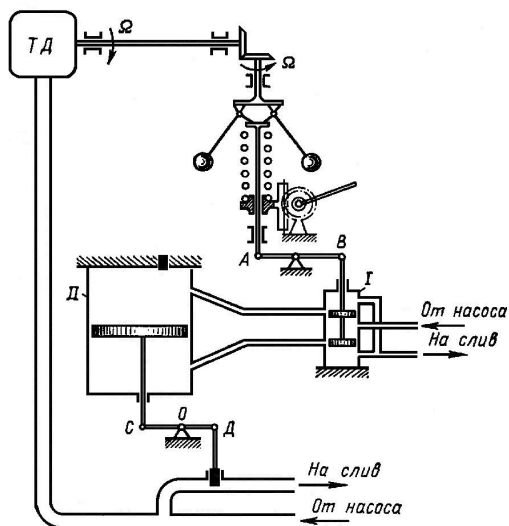


Рис. 1.12. Система непрямого регулирования скорости вращения выходного вала теплового двигателя

Усилителем мощности в этой системе является гидравлический двигатель с золотниковым управлением, состоящий из золотника I и силового гидроцилиндра II. Поршни золотникового устройства при

помощи рычага  $AB$  связаны с выходным штоком центробежного измерителя скорости. Поршень гидроцилиндра при помощи рычага  $CD$  связан с регулирующей заслонкой.

Система настраивается таким образом, чтобы в номинальном режиме работы, когда  $\omega = \omega^0$ , то есть  $\varepsilon = 0$ , поршни золотникового устройства перекрывали отверстия в корпусе золотника (рис. 1.12). В результате рабочая жидкость в гидроцилиндр не поступает, поршень гидроцилиндра и регулирующая заслонка неподвижны.

При  $\varepsilon < 0$  поршни золотника смещаются вверх, жидкость поступает в верхнюю полость гидроцилиндра и регулирующая заслонка поднимается, увеличивая перепуск топлива. При значении ошибки больше нуля поршни золотника смещаются вниз, рабочая жидкость поступает в нижнюю полость гидроцилиндра, в результате чего регулирующая заслонка опускается, увеличивая подачу топлива в двигатель. Так как поршни золотника связаны со штоком центробежного измерителя скорости, то их смещение относительно номинального положения будет, очевидно, пропорционально ошибке  $\varepsilon$ . С другой стороны, скорость (а не величина) перемещения поршня силового гидроцилиндра пропорциональна перемещению поршней золотника. Поэтому вместо уравнения  $\Delta z = k\varepsilon$ , имевшего место в системе прямого регулирования, для рассматриваемой системы координата регулирующего органа  $z$  связана с сигналом ошибки соотношением

$$dz/dt = k\varepsilon, \quad (1.4)$$

в котором коэффициент пропорциональности определяется свойствами измерителя скорости и гидродвигателя. Уравнение (1.4) – это пример интегрального закона регулирования, при котором регулирующее воздействие  $z = k \int \varepsilon(t) dt$  пропорционально интегралу от сигнала ошибки по времени. Благодаря дополнительному источнику энергии (насос, подающий рабочую жидкость к гидроцилиндру) усилие и мощность на выходном штоке гидроцилиндра могут быть весьма значительными. Чувствительный элемент – центробежный измеритель скорости, перемещая поршни золотникового устройства, только управляет поступлением рабочей жидкости в полости гидроцилиндра. Так как мощность, необходимая для перемещения поршней золотника, мала по сравнению с мощностью, необходимой для перемещения регулирующей заслонки, то в системе непрямого регулирования может быть использо-

ван маломощный прецизионный центробежный измеритель скорости, позволяющий увеличить точность измерения сигнала ошибки, а следовательно, и точность работы системы в целом.

### **1.7.2. Системы стабилизации, программного регулирования, следящие и экстремальные**

В зависимости от требуемого закона  $x(t)$  изменения регулируемой величины  $y(t)$  все САР принято делить на системы стабилизации, программного управления, следящие и экстремальные.

**Системы стабилизации** предназначены для поддержания постоянного значения регулируемой величины. Задающее воздействие при этом  $=const$ . Примером является рассмотренная ранее САР скорости вращения вала двигателя. Закон изменения регулируемой величины прост, поэтому несложен и задающий элемент. Задача системы стабилизации – борьба с вредным влиянием возмущений, стремящихся отклонить регулируемую величину от требуемого значения  $x^o$ .

**Системы программного регулирования** предназначены для изменения регулируемой величины по известному закону в функции времени или какой-либо другой величины. Задающее воздействие представляет собой известную функцию времени  $x(t) = x^o(t)$  или другой величины  $z = z^o(z, I)$  и называется программой регулирования. Программы бывают временные и параметрические. Примером временной программы может быть программа изменения скорости вращения мощного двигателя при его пуске. Закон плавного нарастания скорости позволяет избежать перегрузок и значительно увеличить долговечность двигателя. Основное отличие систем программного регулирования от систем стабилизации заключается в том, что у вторых главной задачей является воспроизведение программы регулирования с заданной точностью (кроме того, нужно бороться и с возмущениями). Конструктивно системы программного регулирования отличаются от систем стабилизации сложным задающим элементом, в котором имеется функциональный преобразователь – элемент, предназначенный для реализации заданной функциональной зависимости (кулачок, перфолента, магнитная лента).

**Следящие системы** предназначены для изменения регулируемой величины по закону, который заранее неизвестен.

Различают три типа следящих систем:

- 1) позиционные (линейные или угловые перемещения);
- 2) скоростные (чаще угловая скорость вращения, реже – линейная скорость);
- 3) силовые (усилия или моменты).

**Экстремальные**, или самонастраивающиеся, системы поддерживают экстремальное (min или max) значение регулируемого параметра в условиях, изменяющихся во времени.

В регуляторах таких систем дополнительным является счетно-решающий блок, выполняющий операции автоматического поиска, необходимые для нахождения наивыгоднейшего значения требуемой выходной величины. Примерами таких САР могут служить системы поддержания скорости полета самолетов, обеспечивающие минимальный расход топлива; поддержания максимальной скорости проходки скважины турбобуром при меняющихся свойствах грунта; антиблокировочные и противобуксовочные системы автомобилей.

### 1.7.3. Статические и астатические системы

Автоматические системы регулирования характеризуются зависимостью между регулируемой величиной и внешним воздействием на объект регулирования. По виду таких зависимостей, называемых **регуляровочными характеристиками**, различают статическое и астатическое регулирование. Для пояснения принципов регулирования обратимся к примерам (рис. 1.13 и 1.14).

Поплавок 4 рычагами 3 связан с запорным клапаном 1 (регулирующим органом). Любые изменения уровня жидкости в резервуаре будут передаваться на запорный клапан 1. При увеличении расхода жидкости  $Q$  высота ее уровня  $h$  уменьшается, поплавок 4 опускается и больше открывается запорный клапан. Приток жидкости  $q$  увеличивается, и равновесие наступит при равенстве расхода жидкости ее притоку. Чем больше нагрузка (расход жидкости), тем больше будет открыт регулирующий орган – запорный клапан и тем ниже будет находиться состояние равновесия поплавка.

Поэтому в данной системе с возрастанием нагрузки значение регулирующей величины (уровень жидкости) будет уменьшаться. Такое регулирование, когда установившееся после окончания переходного

процесса значение регулируемой величины при различных постоянных значениях нагрузки будет принимать также различные постоянные значения, называется статическим регулированием.

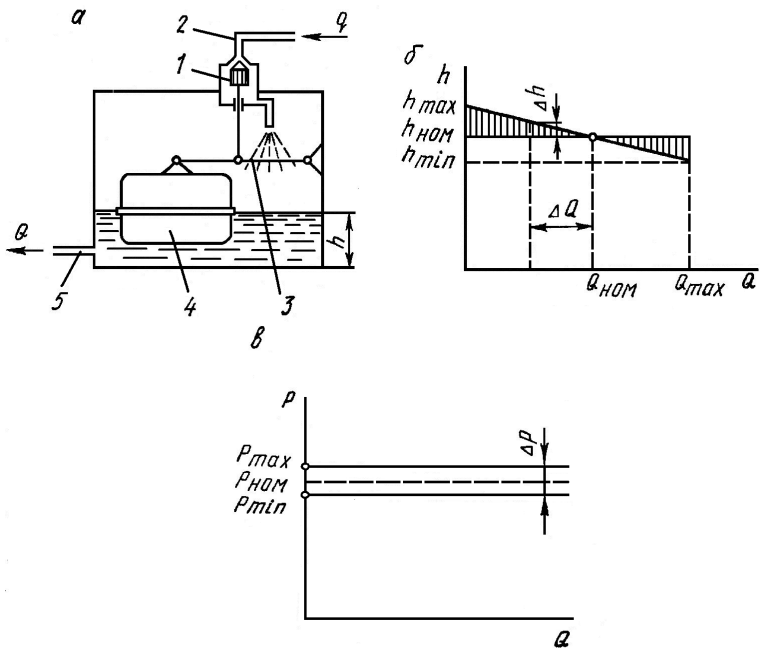


Рис. 1.13. Схема поплавкового регулятора уровня жидкости и его характеристика

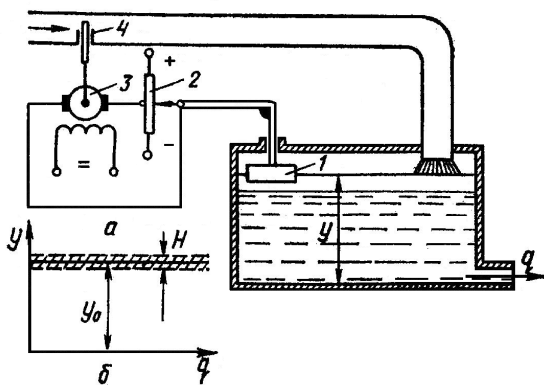


Рис. 1.14. Схема (а) и регулировочная характеристика (б) астатического регулирования



Статические регуляторы поддерживают не строго постоянное значение регулируемой величины, а с некоторыми отклонениями от заданного, то есть с ошибкой, которая называется статической (рис. 1.14, б).

Под статической ошибкой понимают наибольшее отклонение регулируемой величины при изменении нагрузки от нуля до номинальной.

$$Y = y_{max} - y_{min}. \quad (1.5)$$

Каждому новому значению возмущения будет соответствовать свое значение ошибки. Не следует думать, что из-за наличия статической ошибки статические САР непригодны для практического применения. В правильно рассчитанной системе величина ошибки может быть весьма малой.

Рассмотрим схему астатического регулирования уровня воды в баке.

Поплавок 1 через рычаг связан с ползунком реостата 2, при помощи которого двигатель постоянного тока 3 всякий раз, как только ползунок смещается вверх или вниз от среднего положения, начинает вращаться в ту или другую сторону, перемещая задвижку 4 до тех пор, пока восстановится заданный уровень воды, то есть напряжение, подведенное к якорной цепи двигателя, станет равным нулю и наступит равновесное состояние. Этому режиму соответствует определенный заданный уровень воды в баке (рис. 1.14, б).

Следовательно, под астатическим регулированием понимают такое, когда при различных значениях постоянной нагрузки поддерживается постоянное значение регулируемой величины, равное заданному.

Астатические регуляторы сложны, склонны к колебаниям в переходном режиме.

#### **1.7.4. Одноконтурные и многоконтурные системы**

Системы, имеющие только одну главную обратную связь, называются одноконтурными. В таких системах воздействие, приложенное к какому-либо элементу, может обойти систему и вернуться в исходную точку по одному пути обхода. Примеры одноконтурных систем были рассмотрены выше.

САР, содержащие одну или несколько местных обратных связей, называются многоконтурными. В этих системах воздействие, приложенное к тому или иному элементу, может обойти систему и вернуться в исходную точку по нескольким путям обхода.



регулируемая величина (скорость вращения вала) не возвращалась к требуемому значению.

В рассматриваемой системе поршень гидроцилиндра, опускаясь, поворачивает рычаг  $AB$  по часовой стрелке относительно точки  $A$ , что вызывает перемещение поршней золотника вниз, к исходному положению. Поэтому движение поршня гидроцилиндра продолжается лишь до тех пор, пока поршни золотника не перекроют каналы подвода рабочей жидкости в полость гидроцилиндра.

В результате первоначальному смещению золотника будет пропорциональна не скорость, а перемещение регулирующей заслонки, причем коэффициент пропорциональности будет зависеть от соотношения плеч рычага  $AB$ . Система из астатической превратилась в статическую, что является недостатком местной обратной связи рассмотренного типа.

Однако такие связи применяются, так как позволяют улучшить поведение САР в неустановившихся переходных режимах.

Это можно объяснить следующим образом. В системе без обратной связи (рис. 1.12) поршень гидроцилиндра останавливается тогда, когда поршни золотника возвращаются в исходное положение, перекрывая доступ жидкости в полость гидроцилиндра. Последнее имеет место при равенстве скорости вращения вала двигателя номинальному значению.

Следовательно, в САР без дополнительной связи гидравлический двигатель останавливается только при достижении регулируемой величиной требуемого значения. Такое «выключение» гидравлического двигателя является запоздалым, так как из-за инерционности элементов системы регулируемая величина неизбежно «проскочит» требуемое значение, в результате чего в системе могут возникнуть слабозатухающие колебания скорости двигателя. Для ликвидации этих колебаний гидравлический двигатель следует останавливать несколько раньше момента достижения требуемой скорости вращения, что и осуществляется при помощи местной обратной связи. Это пример жесткой обратной связи, работающей в установившихся и переходных режимах.

Рассмотрим вариант местной гибкой обратной связи (рис. 1.16).

В этой системе точка  $O$  подвешена на пружине 1 и соединена со штоком гидроцилиндра при помощи заполненного маслом малого цилиндра 2, в котором находится поршень 3 с калиброванными отверстиями, жестко связанный с поршнем гидроцилиндра.

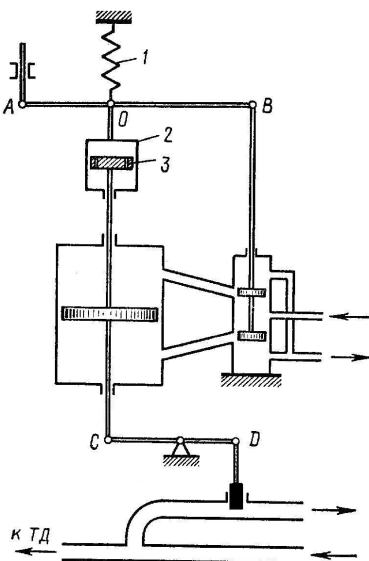


Рис. 1.16. Схема автоматической системы с гибкой обратной связью

Пружина 1, цилиндр 2 с поршнем 3 образуют так называемое изомдромное устройство.

При изменении скорости вращения вала теплового двигателя рычаг  $AB$  поворачивается вокруг точки  $O$ , перемещая поршни золотника вверх или вниз. При перемещении поршня гидроцилиндра вначале цилиндр 2 и поршень 3 двигаются как одно целое, в результате чего рычаг  $AB$  поворачивается вокруг точки  $A$ , осуществляя обратную связь на поршни золотника и одновременно растягивая или сжимая пружину 1. В дальнейшем за счет перетекания жидкости в цилиндре 2 через отверстия в поршне 3 пружина 1 возвращает рычаг  $AB$  в то положение, которое он занимал до начала движения поршня гидроцилиндра. Поэтому такая обратная связь действует только в неустановившихся режимах работы САР и называется гибкой. Применение гибкой обратной связи улучшает динамические качества системы при одновременном сохранении астатизма системы.

Не разбирая и не приводя примеров, отметим, что САР по способу передачи и преобразования регулируемого воздействия делят на непрерывные и дискретные; по математическому описанию (то есть по виду дифференциальных уравнений, отражающих поведение системы в динамике) все САР делятся на линейные и нелинейные.

## 2. ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

В теории автоматического управления рассматривают математическую модель САУ, то есть модель, которая получается в результате математического описания системы. Для получения описания САУ обычно используют описание её отдельных элементов. В частности, для получения уравнений САУ составляют уравнения каждого входящего в него элемента. Совокупность полученных уравнений и дает аналитическое описание САУ.

Математическое описание динамики САУ обычно производится путем составления системы дифференциальных уравнений. Строго говоря, любая реальная динамическая система является нелинейной. Однако большинство непрерывных систем управления могут быть линеаризованы, т. е. заменены приближенно эквивалентными системами, переходные процессы в которых описываются обыкновенными линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Такие системы управления называются линейными.

Линеаризация исходных систем основывается на методе малых отклонений. Сущность метода заключается в том, что динамические свойства системы управления исследуются не во всем возможном диапазоне изменения переменных систем, а вблизи их некоторых значений, соответствующих характерным режимам работы (например, установившимся режимам).

### 2.1. Дифференциальные уравнения звеньев

Дифференциальное уравнение звена записывается в общем виде:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{d y}{dt} + a_0 y = \\ = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где  $y$  – выходная величина звена (в отклонениях от состояния равновесия);  $x$  – входная величина звена (в отклонениях от состояния равновесия);  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0, b_m, b_{m-1}, \dots, b_1, b_0$  – постоянные коэффициенты, определяемые конструктивными параметрами звена.

Так как аналитическое решение дифференциального уравнения в общем случае является трудоемкой задачей, то в современной теории управления широко используются средства описания динамических свойств системы через преобразование Лапласа, что удобнее для практического применения. Основанием для этого служит то обстоятельство, что такое преобразование существенно облегчает исследование сложных динамических систем, заменяя дифференциальные уравнения алгебраическими. В частности, при решении дифференциальных уравнений систем преобразование Лапласа позволяет легко учитывать начальные условия и избегать сложных выкладок, связанных с вычислением постоянных интегрирования. Достаточно просто решаются также неоднородные уравнения, позволяющие учитывать влияние возмущений на динамику процессов.

Если в уравнение (2.1) ввести функции  $x(p)$  и  $y(p)$  комплексного переменного  $p$ , поставив условием, что эти функции связаны зависимостями

$$y(p) = \int_0^{\infty} y(t)e^{-pt} dt; \quad x(p) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-pt} dt, \quad (2.2)$$

то оказывается, что дифференциальное уравнение, содержащее функции  $x(t)$  и  $y(t)$ , равносильно линейному алгебраическому уравнению, содержащему функции  $x(p)$  и  $y(p)$ :

$$\begin{aligned} a_n p^n y(p) + a_{n-1} p^{n-1} y(p) + \dots + a_1 p y(p) + a_0 y(p) = \\ = b_m p^m x(p) + b_{m-1} p^{m-1} x(p) + \dots + b_1 p x(p) + b_0 x(p). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Такой переход от дифференциального уравнения к однозначно определяющему его алгебраическому уравнению называется преобразованием Лапласа, интеграл (2.2) – интегралом Лапласа, комплексное переменное  $p$  – оператором.

Функцию  $y(p)$  называют изображением функции  $y(t)$ , а функцию  $y(t)$  – оригиналом функции  $y(p)$ . Операцию перехода от исходной функции  $y(t)$  к ее изображению  $y(p)$  называют прямым преобразованием Лапласа. Математически прямое преобразование Лапласа записывают условно с помощью символа  $L[y(t)] = y(p)$ . Операцию перехода от изображения  $y(p)$  к искомой функции  $y(t)$  называют обратным преобразованием Лапласа. Математически обратное преобразование Лапласа записывают с помощью символа  $L^{-1}[y(p)] = y(t)$ . Практически переход от дифференциального уравнения к алгебраическому осуществляется без каких-либо вычислений.

## 2.2. Передаточные функции звена

Вынесем в уравнении (2.3)  $y(p)$  и  $x(p)$  за скобки и получим

$$\begin{aligned}(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0) y(p) = \\ = (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0) x(p).\end{aligned}\quad (2.4)$$

Определим из уравнения отношение изображения выходной величины к изображению входной величины

$$\frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} = W(p). \quad (2.5)$$

Отношение  $W(p)$  изображения выходной величины системы к изображению ее входной величины называют **передаточной функцией звена**. Из уравнения (2.5) следует, что передаточная функция системы  $W(p)$  и изображение ее входной величины определяют изображение выходной величины

$$y(p) = W(p)x(p). \quad (2.6)$$

## 2.3. Временные характеристики САУ

Временные характеристики САУ являются ее важными характеристиками. Это переходные и импульсные переходные функции и их графики. В реальных условиях входные сигналы могут иметь произвольный характер. Для исследования динамических свойств элементов и систем следует выбрать такие типовые возмущения, которые по возможности близко отражали бы наиболее существенные особенности реальных возмущений.

В теории САУ для определения динамических свойств звеньев в качестве входного сигнала применяют следующие типовые функции:

- 1) единичный скачок;
- 2) единичный импульс;
- 3) гармоничный сигнал;
- 4) степенные функции времени (линейные, квадратичные).

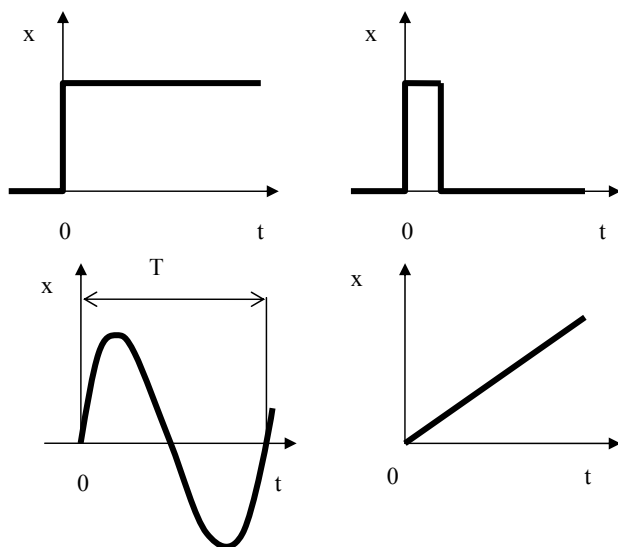


Рис. 2.1. Типовые функции входного сигнала

## 2.4. Частотные характеристики САУ

Важную роль при описании линейных систем играют частотные характеристики, широко используемые при анализе и синтезе САУ.

Если на вход линейной разомкнутой системы или звена подать гармоническое возмущение, то по истечении некоторого времени после подачи такого возмущения, когда затухнут все движения, определяемые переходным процессом, на выходе звена или системы установится также гармоническое изменение выходной величины с той же частотой, которую имеет входная величина, но с иными амплитудой и фазой. Амплитуда и фаза на выходе при прочих равных условиях будут зависеть от частоты возмущающего воздействия. По этим характеристикам можно судить о динамических свойствах не только звеньев, но и сложных замкнутых САУ.

Для линейных систем справедлив принцип суперпозиции: реакция системы на несколько одновременно действующих входных воздействий равна сумме реакций на каждое воздействие в отдельности. Это позволяет ограничиться исследованием систем только с одним входом.



Рассмотрим несколько понятий, связанных с частотными характеристиками. Периодическое гармоническое возмущение в векторной форме может быть записано так  $x(t) = Xe^{i\omega t}$ , где  $e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t$ . Последнее выражение представляет собой единичный вектор, у которого  $\cos \omega t$  – вещественная часть,  $\sin \omega t$  – мнимая часть,  $X$  – амплитуда,  $\omega t$  – фазовое состояние процесса. По истечении переходного процесса на выходе разомкнутой системы установятся вынужденные периодические колебания, определяемые выражением  $y(t) = Ye^{i(\omega t + \varphi)} = Ye^{i\omega t} e^{i\varphi}$ .

По определению комплексный коэффициент усиления  $K(i\omega)$  получают из передаточной функции  $W(p)$  при подстановке в нее вместо  $p \rightarrow i\omega$ :  $K(i\omega) = y(t)/x(t) = Ye^{i(\omega t + \varphi)}/Xe^{i\omega t} = K(\omega)e^{i\varphi}$ ; здесь  $K(\omega) = Y/X$  зависит от частоты, так же как от частоты зависит и величина  $\varphi$ .

Так как  $x(t)$  и  $y(t)$  – векторы, то их можно отобразить на комплексной плоскости. Вектор будет изображен в виде отрезка, длина которого равна амплитуде:  $K(i\omega) = Re + iIm$ ,  $tg\varphi = Im/Re$ , где  $Re$  – действительная часть;  $Im$  – мнимая часть. Таким образом, комплексный коэффициент усиления есть векторная величина, модуль которой  $|K(i\omega)| = \sqrt{Re^2 + Im^2}$ , а фаза  $\varphi = arctg(Im/Re)$  отсчитывается от действительной оси.

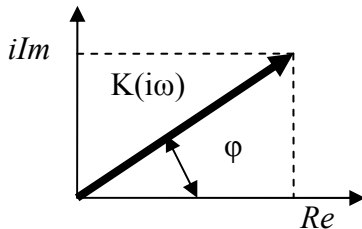


Рис. 2.2. Характеристика комплексного усиления

При непрерывном изменении частоты происходит изменение модуля и фазы вектора. Конец вектора описывает на комплексной плоскости некоторую кривую, называемую годографом. Годограф – геометрическое место точек конца вектора комплексного усиления на комплексной плоскости при изменении частоты от 0 до  $\infty$ . Значения частот откладываются непосредственно на годографе, который, таким образом, является амплитудно-фазочастотной характеристикой. Для определения модуля и фазы комплексного усиления на заданной частоте следует соответствующую точку годографа соединить прямой

с началом координат. Длина полученного отрезка соответствует в определенном масштабе модулю, а фаза определяется углом, образованным этой прямой и положительной полуосью действительных величин.

## 2.5. Типовые динамические звенья и их характеристики

### 2.5.1. Пропорциональное звено

К таким звеньям относятся все устройства, для которых в любой момент времени выходная величина пропорциональна входной. Входная и выходная величины связаны зависимостью  $y(t) = Kx(t)$ .

Алгебраическое уравнение звена получается, если вместо оригиналов функции используются их изображения:  $y(p) = Kx(p)$ . Передаточная функция  $W(p) = y(p)/x(p) = K$ . Комплексный коэффициент усиления  $K(i\omega) = K$ . Так как комплексный коэффициент усиления содержит только действительную часть, равную  $K$ , а мнимая равна 0, то аргумент вектора  $\varphi = 0$ , так как  $\varphi = \text{arctg } \text{Im}/\text{Re} = 0$ .

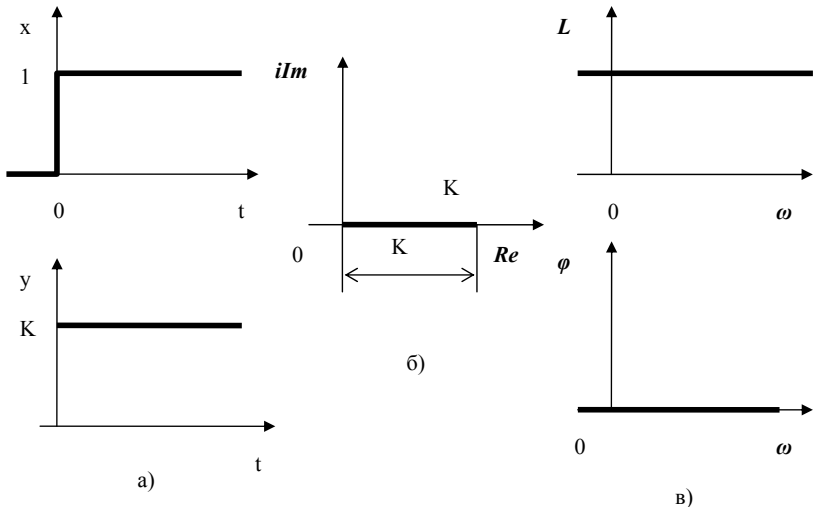


Рис. 2.3. Характеристики пропорционального звена: а) переходная, б) амплитудно-фазовая, в) амплитудно-частотная и фазово-частотная

Модуль комплексного коэффициента усиления:

$$|K(i\omega)| = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} = \sqrt{K^2 + 0^2} = K$$

Годограф представляет собой точку на комплексной плоскости, расположенной на оси действительных величин на расстоянии, равном  $K$ .

Интерпретация годографа – с изменением частоты от 0 до бесконечности модуль вектора комплексного усиления не меняется и остается равным  $K$ ; звено не вносит каких-либо фазовых сдвигов, так как при всех значениях частоты фазовый угол остается равным 0.

### 2.5.2. Инерционное звено

Звено называется инерционным, если связь между выходом и входом звена определяется дифференциальным уравнением вида

$$Tdy/dt + y(t) = Kx(t),$$

где  $T$  – постоянная времени звена;  $K$  – коэффициент усиления звена. Постоянная времени – динамическая характеристика звена, от которой зависят процесс перехода и время установления.

Для определения передаточной функции запишем алгебраизированное уравнение, где вместо функций оригиналов использованы изображения функций, а символ  $d/dt$  заменен на множитель  $p$  – оператор Лапласа. Тогда  $Try(p) + y(p) = Kx(p)$ . Преобразуем  $y(p)(Tp + 1) = Kx(p)$  и найдем выражение для передаточной функции  $W(p) = y(p)/x(p) = K/(1 + pT)$ . Комплексный коэффициент усиления инерционного звена можно определить, если в дифференциальное уравнение движения звена подставить  $x(t) = Xe^{i\alpha t}$  и  $y(t) = Ye^{i(\alpha t + \varphi)}$ , т. е. предположить, что входная и выходная величины – некоторые гармонически изменяющиеся величины, угловая частота  $\omega$  которых может изменяться от 0 до бесконечности.

Продифференцируем  $dy/dt = i\omega TYe^{i(\alpha t + \varphi)}$ , уравнение принимает вид

$$Ye^{i(\alpha t + \varphi)} + i\omega TYe^{i(\alpha t + \varphi)} = KXe^{i\alpha t} \text{ или } Ye^{i(\alpha t + \varphi)}(1 + i\omega T) = KXe^{i\alpha t};$$

$$K(i\omega) = y(t)/x(t) = Ye^{i(\alpha t + \varphi)} / Xe^{i\alpha t} = Ye^{i\varphi} / X = K / (1 + i\omega T).$$

**Построение годографа.** В выражении  $K(i\omega)$  умножим числитель и знаменатель на комплексно сопряженный знаменатель  $(1 - i\omega T)$ , тогда  $K(i\omega) = K/(1 + \omega^2 T^2) - K\omega T/(1 + \omega^2 T^2)$ , где  $Re = K/(1 + \omega^2 T^2)$ ,  $Im = -K\omega T/(1 + \omega^2 T^2)$ , так как  $K(i\omega) = Re + iIm$ .

Амплитудную и фазовую частотные функции определим, воспользовавшись правилом модулей и аргументов

$$|K(i\omega)| = \sqrt{Re^2 + Im^2} = K / \sqrt{1 + \omega^2 T^2},$$

а  $\varphi = \arctg(Im/Re) = -\arctg\omega T$ . Видно, что и модуль, и фаза являются некоторыми функциями от  $\omega$ . При изменении частоты от 0 до бесконечности  $Re$  и  $Im$  принимают различные значения, что позволяет построить годограф звена. При  $\omega = 0$   $Re = K$ ,  $Im = -0$ , при  $\omega = 1/T$   $Re = K/2$ ,  $Im = -K/2$ . При

$\omega = \infty \text{ Re} = 0$ . Для раскрытия неопределенности  $Im$  при  $\omega = \infty$  можно числитель и знаменатель выражения для  $Im$  разделить на  $\omega T$ :

$$Im = K/(1/\omega T) + \omega T = -0.$$

Нет необходимости задавать большое значение  $\omega$  для более точного построения годографа. Можно найти уравнение кривой годографа в канонической форме. Для этого следует рассмотреть выражение  $Re^2 + Im^2$ . После подстановки значений для  $Re$  и  $Im$  и дополнительных преобразований получаем:  $(Re - K/2)^2 + (Im - 0)^2 = (K/2)^2$ . Это уравнение окружности, радиус которой равен  $K/2$ , а центр ее расположен в точке А с координатами  $(K/2, i0)$ , т. е. годограф описывает кривую, представляющую собой полуокружность (рис. 2.4).

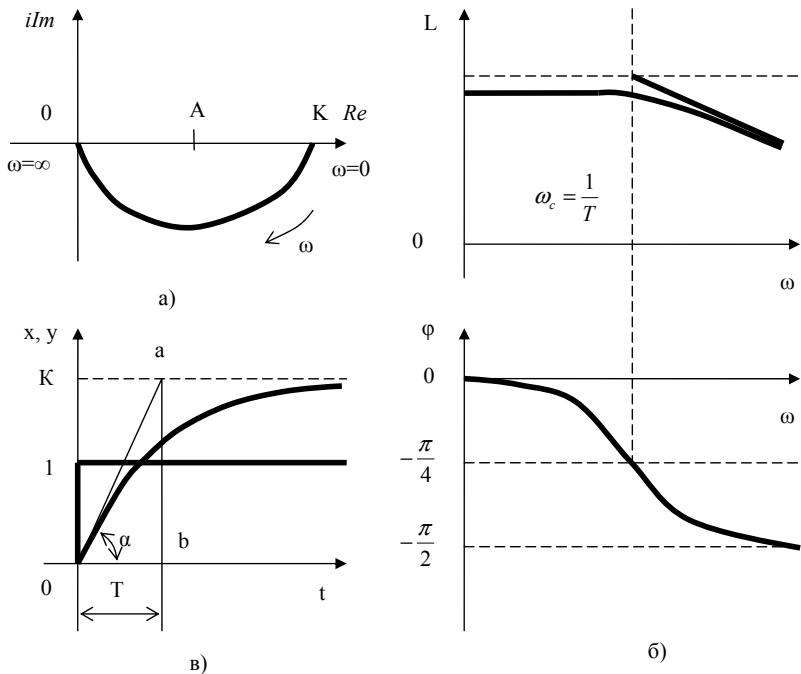


Рис. 2.4. Характеристики инерционного звена: а) амплитудно-фазовая; б) амплитудно-частотная и фазово-частотная; в) переходная

В области низких частот инерционное звено не вносит заметного сдвига фаз, но в области высоких частот это звено вносит отставание по фазе, стремящееся к  $-\pi/2$ . Если входная координата – единичная функция, изображением которой является  $x(p) = 1/p$ , то изображение выходной координаты, являющейся при этом переходной функцией,

является  $y(p) = x(p)W(p) = \frac{1}{p} \frac{K}{(1 + pT)} = K / p + p^2T$ . Если изображение  $y(p) = K/p + p^2T$ , то оригинал  $y(t) = K(1 - e^{-t/T})$ . На рис. 2.4,в представлено графическое изображение этой функции. Кривая – экспонента, асимптотически приближающаяся к прямой с ординатой, равной  $K$ .

Чем больше постоянная времени  $T$ , тем медленнее протекает процесс, тем более пологая экспонента. Если  $T$  является малой величиной или стремится к 0, то экспонента уподобляется скачкообразно меняющейся функции, что присуще пропорциональному звену. Более того, если  $T$  стремится к 0, то в выражении для передаточной функции инерционного звена  $W(p) = K/(1 + pT)$  знаменатель стремится к 1, а передаточная функция в пределе ничем не отличается от передаточной функции пропорционального звена  $W(p) = K$ .

Примерами конструктивного выполнения инерционного звена являются генератор постоянного тока с независимым возбуждением (входная величина – напряжение возбуждения, выходная – напряжение якоря генератора), термopара (входная величина – температура окружающей среды, выходная – термоЭДС).

### 2.5.3. Интегрирующее звено

Для интегрирующего звена связь между входной и выходной величинами выражается соотношением  $y(t) = K \int_0^{\infty} x(t) dt$ . В операторной форме связь между входной и выходной величинами записывается так:  $y(p) = K(1/p)x(p)$ . В операторной форме знак интегрирования заменяется множителем  $1/p$ . Передаточная функция звена определяется:  $W(p) = y(p)/x(p) = K/p$ , если  $K = 1/T$ , то  $W(p) = \frac{1}{pT}$ .

При сравнении передаточных функций для инерционного и интегрирующего звеньев можно установить, что при некоторых условиях инерционное звено уподобляется интегрирующему.

$$W_{ин}(p) = K_{ин}/(1 + pT_{ин}), \quad W_{инт}(p) = \frac{1}{pT_{инт}}$$

Если  $pT_{ин} \gg 1$ , то  $W_{ин}(p) = \frac{K_{ин}}{pT_{ин}}$ , а при  $K_{ин}/pT_{ин} = TW_{инт(p)} = 1/pT$ .

Таким образом, инерционное звено с очень большой постоянной времени на сравнительно высоких частотах подобно интегрирующе-

му звену. Выражение для комплексного коэффициента усиления может быть получено путем формальной замены оператора  $p$  в выражении для передаточной функции на  $i\omega$ . Это следует из того, что при операционном исчислении знак дифференцирования  $d/dt$  заменяется на оператор  $p$  и выражение  $dy/dt$  превращается в  $py(p)$ . Нечто сходное имеет место при дифференцировании гармонических функций: производная от некоторой функции отличается от самой функции лишь на множитель  $i\omega$ . Комплексный коэффициент усиления интегрирующего звена  $K(i\omega) = K/i\omega$  или  $K(i\omega) = -iK/\omega$ . При изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$   $K(i\omega)$  меняется по модулю от  $-\infty$  до 0, но всегда остается мнимой величиной.

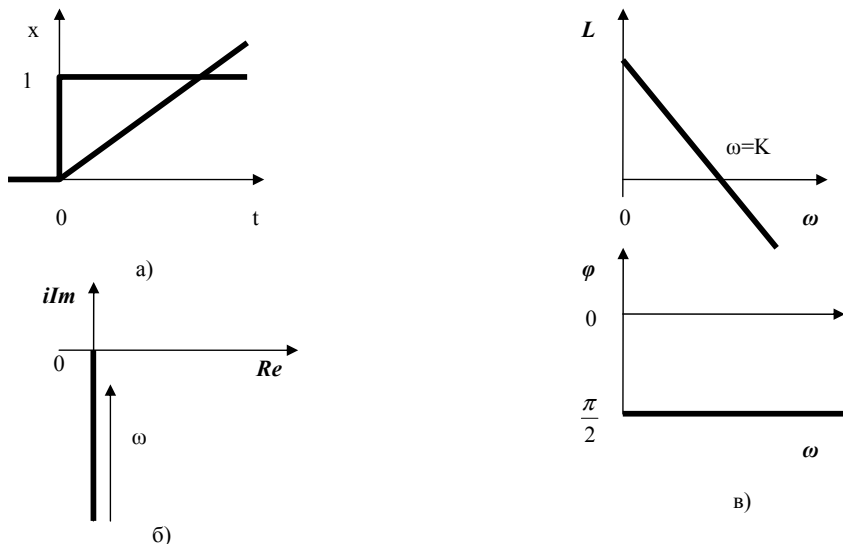


Рис. 2.5. Характеристики интегрирующего звена: а) переходная; б) амплитудно-фазовая; в) амплитудно-частотная и фазово-частотная

Годограф представляет собой прямую, совпадающую с осью отрицательных мнимых величин (рис. 2.5). Модуль комплексного усиления  $|K(i\omega)| = K/\omega$ . Амплитудно-частотная характеристика представляет собой прямую, пересекающуюся с осью  $\omega$  на частоте  $\omega = 1/T = K$ . Так как выражение для комплексного коэффициента не содержит действительной части ( $Re = 0$ ), то фазовый угол на всех частотах остается неизменным и равным  $\varphi = \text{arctg}(-\infty) = -\pi/2$ .

Изображение переходной функции:  $y(p) = (K/p) \times 1/p + K/p^2$ , а оригинал  $y(t) = Kt$ . Переходная характеристика – прямая, проходящая через начала координат с угловым коэффициентом  $K$ .

Примером интегрирующего звена является гидравлический демпфер (рис. 2.6): поршень под действием силы  $P$  перемещается, а жидкость через отверстие в поршне перетекает из правой части в левую. Тогда  $v = dx/dt = Pa$ , где  $a$  – коэффициент сопротивления,  $x = \frac{1}{a} \int_0^{\infty} P dt$ .

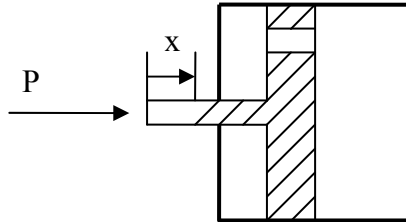


Рис. 2.6. Пример конструктивного исполнения интегрирующего звена

### 2.5.4. Реальное дифференцирующее звено

Если функционирование какой-либо системы независимо от принципа действия описывается дифференциальным уравнением вида  $y(t) + Tdy/dt = Tdx/dt$ , то с точки зрения теории автоматического управления устройство относится к динамическому звену типа реального дифференцирующего, описываемого в операторной форме уравнением  $y(p) + pTy(p) = pTx(p)$  или  $y(p)(1 + pT) = pTx(p)$ , передаточная функция  $W(p) = pT/(1 + pT)$ .

Так как изображение переходной функции

$$y(p) = W(p)x(p) = \frac{pT}{1 + pT} \frac{1}{p} = T/(1 + pT),$$

то ее оригинал  $y(t) = e^{-\frac{t}{T}}$ .

Комплексный коэффициент усиления  $K(i\omega) = i\omega T/(1 + i\omega T)$ . Умножим числитель и знаменатель на комплексно-сопряженное число  $(1 - i\omega T)$ . Выражение для комплексного коэффициента усиления принимает вид

$$K(i\omega) = \omega^2 T^2 / (1 + \omega^2 T^2) + i\omega T / (1 + \omega^2 T^2),$$

где  $Re = \omega^2 T^2 / (1 + \omega^2 T^2)$ ,  $Im = \omega T / (1 + \omega^2 T^2)$ .

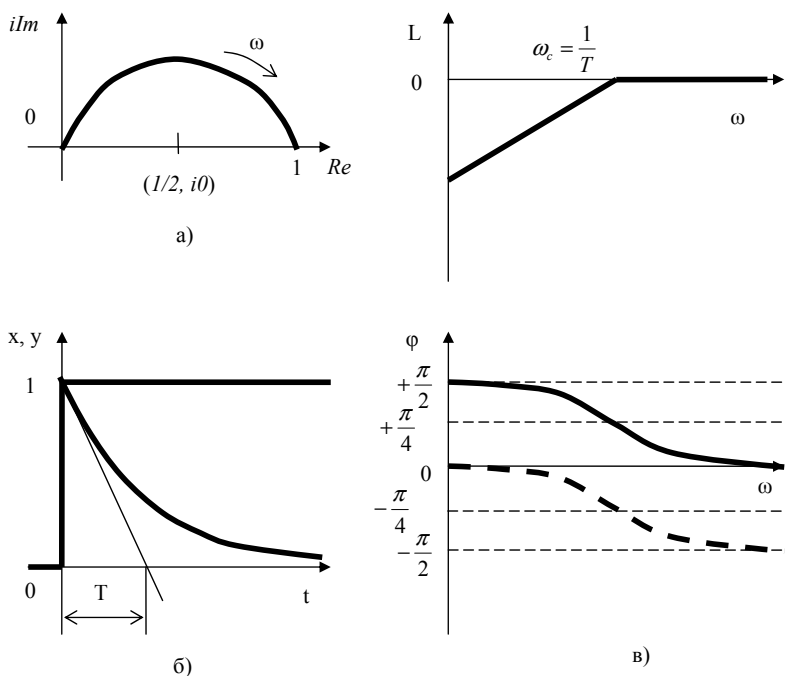


Рис. 2.7. Характеристики реального дифференцирующего звена: а) амплитудно-фазовая; б) переходная; в) амплитудно-частотная и фазово-частотная

Годограф звена располагается в первом квадранте комплексной плоскости, так как при всех значениях  $\omega$   $Re > 0$  и  $Im > 0$ , и представляет собой полуокружность радиусом  $r = 1/2$  с центром в точке  $A$  с координатами  $(1/2, i0)$  (рис. 2.7). Из анализа годографа видно, что при изменении частоты от 0 до бесконечности модуль меняется от 0 до 1, а фаза пробегает все значения от  $+\pi/2$  до 0 (при  $\omega = 1/T$  фазовый угол равен  $45^\circ$ ).

### 2.5.5. Идеальное дифференцирующее звено

Связь между входной и выходной координатами имеет вид  $y(t) = Tdx/dt$ , т. е. выходная координата в некотором масштабе, определяемом величиной  $T$ , равна первой производной от входной координаты. В идеальном дифференцирующем звене выходная величина пропорциональна скорости изменения входной величины.

Уравнение звена в операторной форме  $y(p) = Tpx(p)$  дает возможность получить выражение для передаточной функции  $W(p) = y(p)/x(p) = pT$ .



При действии на входе звена единичной функции переходная функция представляет собой функцию Дирака, аналитическое выражение которой имеет вид  $h(t) = 0$  при  $0 < t < 0$ ;  $h(t) = \infty$  при  $t = 0$ . Это видно из следующих соображений: единичная функция остается неизменной при всех значениях  $0 < t < 0$ , так как при  $t < 0$   $x(t) = 0$ , а при  $t > 0$   $x(t) = 1$ . Это означает, что первая производная при этом равна 0; в момент, когда  $t = 0$ , функция скачком меняется от 0 до 1, а первая производная, определяющая тангенс угла наклона касательной, становится равной бесконечности, так как угол наклона касательной равен  $\pi/2$ . Получение всплеска выходного параметра до значения, равного бесконечности, с помощью пассивных элементов невозможно и теоретически такой всплеск возможен лишь при наличии некоторого «резервуара» неограниченной мощности.

Так как комплексный коэффициент усиления  $K(i\omega) = i\omega T$ , то годограф представляет собой прямую, совпадающую с осью положительных значений мнимых величин и простирающуюся от  $i0$  до  $i\infty$  (рис. 2.8).

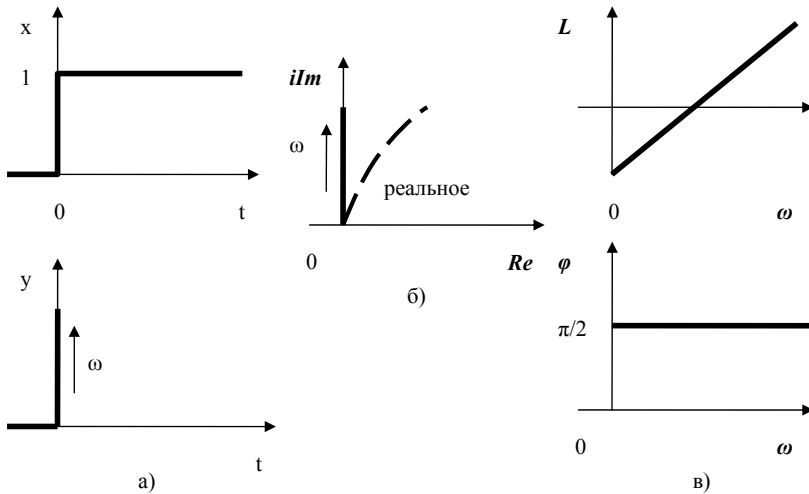


Рис. 2.8. Характеристики идеального дифференцирующего звена:  
 а) переходная характеристика; б) амплитудно-фазовая;  
 в) амплитудно-частотная и фазово-частотная

### 2.5.6. Колебательное звено

Рассмотрим механическую систему, пример которой приведен на рис. 2.9. Если приложить входную величину  $x$ , то пружина сначала

сожмется, затем начнется перемещение массы, которая, двигаясь по инерции, пройдет положение равновесия и растянет пружину. Составим уравнение. Сумма всех сил, действующих на систему  $\sum_{i=1}^n P_i = 0$ , при приложении  $x$  инерционные силы и силы сопротивления вязкой среды будут действовать в обратную сторону:  $P_{\text{упр}} - P_{\text{ин}} - P_{\text{в.с.}} = 0$ ;  $P_{\text{упр}} = C(x - y)$ ;  $P_{\text{ин}} = m\ddot{y}$ ;  $P_{\text{в.с.}} = \delta\dot{y}$ , где  $\dot{y}$  – скорость перемещения.

Подставляя значения  $P_{\text{упр}}$ ,  $P_{\text{ин}}$ ,  $P_{\text{в.с.}}$  в уравнение  $\sum_{i=1}^n P_i = 0$ , получим  $-Cy - m\ddot{y} - \delta\dot{y} = -Cx$ , разделим обе части этого уравнения на  $C$ , тогда  $y + T_1\ddot{y} + T_2\dot{y} = x$ , где  $T_1 = m/C$ ,  $T_2 = \delta/C$ .

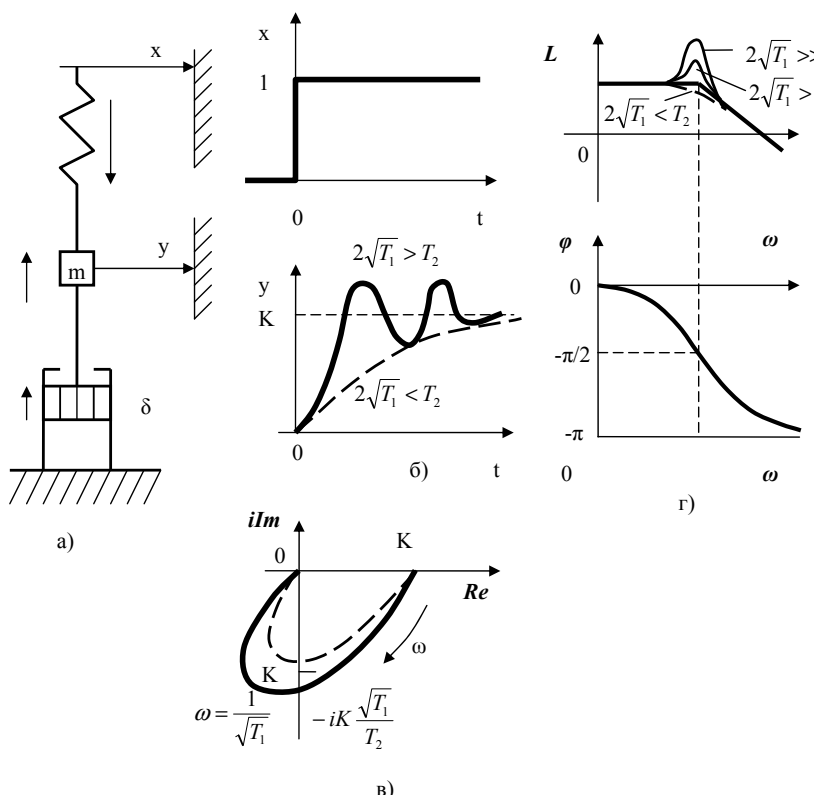


Рис. 2.9. Характеристики колебательного звена: а) механическая модель звена; б) переходная характеристика; в) амплитудно-фазовая; г) амплитудно-частотная и фазово-частотная

Уравнение движения колебательного звена:

$$T_1 d^2 y / dt^2 + T_2 dy / dt + y(t) = Kx(t).$$

Перейдем от оригиналов к изображениям:

$$(T_1 p^2 + T_2 p + 1)y(p) = Kx(p) \text{ или } T_1 p^2 y(p) + T_2 p y(p) + y(p) = Kx(p).$$

Передаточная функция  $W(p) = y(p)/x(p) = K/(T_1 p^2 + T_2 p + 1)$ . При  $2\sqrt{T_1} > T_2$  звено обладает колебательными свойствами. Если это условие не выполняется, звено вырождается в апериодическое. Если  $x(p) = 1/p$  (единичная функция), то переходная функция имеет вид

$$h(t) = K \left[ 1 + e^{-t/T} \left( \cos \omega_0 t + \frac{1}{\omega_0 T} \sin \omega_0 t \right) \right],$$

где  $T = 2T_1/T_2$ ;  $\omega_0 = \sqrt{4T_1 - T_2^2} \frac{1}{2T_1}$ .

Для определения выражения комплексного коэффициента усиления осуществим замену  $p \rightarrow i\omega$ , а  $p^2 \rightarrow (i\omega)^2 = -\omega^2$ , тогда

$$K(i\omega) = K/(1 - \omega^2 T_1 + i\omega T_2).$$

Амплитудно-фазовая характеристика имеет вид, показанный на рис. 2.9.

## 3. УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

### 3.1. Математический признак устойчивости САУ

Система автоматического управления, как любая динамическая система, характеризуется переходным процессом, возникающим в ней при нарушении равновесия каким-либо воздействием. Переходный процесс  $y'(t)$  зависит как от свойств системы, так и от вида возмущения. В переходном процессе всегда следует различать две составляющие:  $y_c(t)$  – свободные движения системы, определяемые начальными условиями и свойствами самой системы;  $y_B(t)$  – вынужденные движения, определяемые возмущающим воздействием и свойствами системы, то есть  $y'(t) = y_c(t) + y_B(t)$ .

Чтобы САУ могла правильно реагировать на сигнал управления, настройки или изменения нагрузки, в переходном процессе свободная составляющая с течением времени должна стремиться к 0, то есть  $\lim_{t \rightarrow \infty} y_c(t) \rightarrow 0$ , так как характер свободного движения системы определяет ее устойчивость или неустойчивость. Возможные виды кривых переходных процессов свободной составляющей показаны на рис. 3.1.

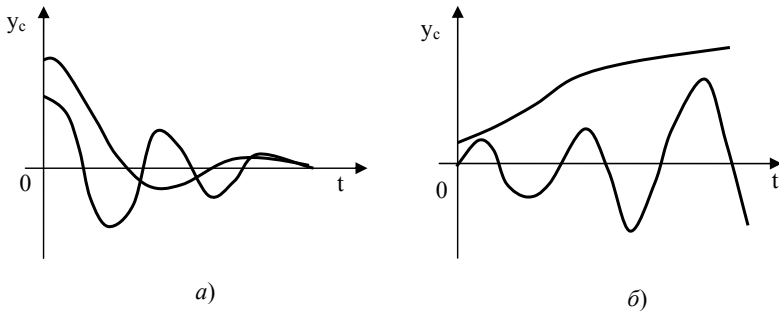


Рис. 3.1. Виды кривых переходных процессов:  
а) устойчивой системы автоматического управления;  
б) неустойчивой системы автоматического управления

При аналитическом исследовании динамических свойств системы необходимо найти ее дифференциальное уравнение и затем проинтегрировать, т. е. найти закон изменения во времени интересующей величины.

Рассмотрим дифференциальное уравнение линейной системы автоматического регулирования. В соответствии с определением ус-

тойчивости системы оно характеризуется свободными движениями системы. Так как свободное движение линейной системы описывается однородным дифференциальным уравнением, т. е. уравнением без правой части, следовательно, для определения устойчивости системы и надлежит исследовать такое однородное уравнение.

Уравнение свободного движения линейной САУ, разрешенное относительно исследуемой величины (обычно относительно отклонения регулируемого параметра от заданного значения), можно записать так:

$$C_0 \frac{d^n y_c}{dt^n} + C_1 \frac{d^{n-1} y_c}{dt^{n-1}} + \dots + C_{n-1} \frac{dy_c}{dt} + C_n y_c(t) = 0,$$

где  $C_0, C_1, \dots, C_n$  – постоянные коэффициенты, определяемые параметрами САУ.

В операторной форме это уравнение имеет вид

$$(C_0 p^n + C_1 p^{n-1} + \dots + C_n) y_c(p) = 0.$$

Отсюда характеристическое уравнение имеет вид

$$C_0 p^n + C_1 p^{n-1} + \dots + C_{n-1} p + C_n = 0.$$

Решение дифференциального уравнения при всех вещественных корнях имеет вид

$$y_c(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\lambda_i t},$$

где  $A_i$  – постоянные интегрирования, определяемые параметрами системы и начальными условиями (всегда больше 0).

Комплексные корни характеристического уравнения всегда бывают попарно сопряженными:  $\lambda_1 = \alpha + i\beta$  и  $\lambda_2 = \alpha - i\beta$ , тогда уравнение  $y_c(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\lambda_i t}$  в соответствии с формулой Эйлера

$e^{+i\beta t} = \cos \beta t + i \sin \beta t$  может быть представлено в следующем виде:

$$A_i e^{(\alpha + i\beta_i)t} + A_{i+1} e^{(\alpha - i\beta_i)t} = A_i^* e^{\alpha t} \sin(\beta_i t + \varphi),$$

где  $A_i^*$  – начальная амплитуда;  $\varphi$  – начальная фаза.

Если  $\alpha > 0$ , то с увеличением  $t$  растет амплитуда. Если  $\alpha < 0$ , то с увеличением  $t$  амплитуда стремится к 0. Если  $\alpha = 0$ , то имеем чисто гармонический процесс. Поэтому вид кривой уравнения  $y_c(t)$  определяется видом корней, которые могут быть комплексно-сопряженными ( $\lambda_i = \pm \alpha_i \pm i\beta_i$ ), чисто вещественными ( $\lambda_m = \pm \alpha_m$ ), чисто мнимыми ( $\lambda_k = \pm i\beta_k$ ), нулевыми ( $\lambda_l = 0$ ), кратные, то есть  $\gamma$  одинаковых корней  $\lambda_l = \gamma$ .

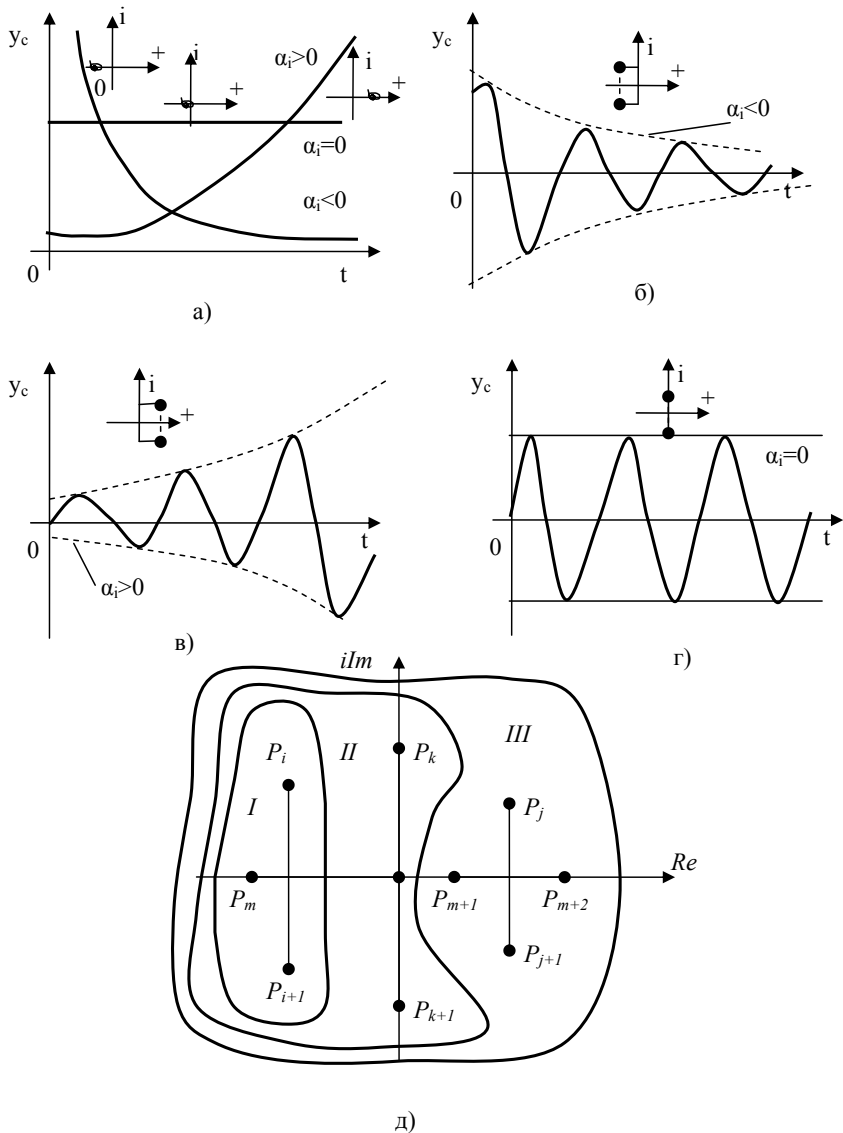


Рис. 3.2. Кривые, характеризующие переходные процессы для различных пар корней: а) корни вещественные, б) корни комплексно-сопряженные с отрицательной вещественной частью, в) корни комплексно-сопряженные с положительной вещественной частью, г) корни мнимые, д) расположение корней характеристического уравнения; I – устойчивая САУ, II – консервативная САУ, III – неустойчивая САУ

Проанализируем кривую  $y_c(t)$  при возможных видах корней характеристического уравнения

$$y_c(t) = \sum_{i=1}^s A_i e^{\pm\alpha_i t} e^{\pm i\beta_i t} + \sum_{i=s+1}^m A_i e^{\pm\alpha_i t} + \sum_{i=m+1}^k A_i e^{\pm i\beta_i t} + \sum_{i=k+1}^l A_i e^{0t} + (A_{q1} + A_{q2} + \dots + A_{ql}) e^{\pm\alpha_q t} e^{\pm i\beta_q t}.$$

Каждая составляющая – некоторая кривая  $e^{\pm\alpha_i t}$ , параметры которой изменяются от -1 до +1; кривая  $A_i e^{\pm\alpha_i t}$  показывает, как во времени изменяется амплитуда (рис. 3.2).

Для оценки устойчивости надо определить  $\lim_{t \rightarrow \infty} y_c(t)$ . Возможны случаи: 1) если все  $\alpha_i < 0$ , то  $\lim_{t \rightarrow \infty} y_c(t) = 0$  и, следовательно, система асимптотически устойчивая; 2) если все  $\alpha_i < 0$ , но среди корней имеются нулевые или чисто мнимые корни, то  $\lim_{t \rightarrow \infty} y_c(t)$  стремится к некоторому установившемуся процессу, определяемому нулевыми или мнимыми корнями (консервативная система); 3) если хотя бы одно значение  $\alpha_i > 0$ , то  $\lim_{t \rightarrow \infty} y_c(t)$  стремится к бесконечности, т. е. система неустойчивая.

Вывод: необходимое и достаточное условие устойчивости линейных систем – среди корней характеристического уравнения отсутствуют нулевые и чисто мнимые корни, вещественные части всех корней характеристического уравнения отрицательные.

### 3.2. Критерии устойчивости систем автоматического управления

Прямой метод анализа устойчивости систем, основанный на вычислении корней характеристического уравнения, связан с необходимостью определения корней (вычисление корней просто лишь для характеристического уравнения первой и второй степеней). Существуют общие выражения для корней уравнений третьей и четвертой степеней, но эти выражения громоздки и практически мало пригодны. Что же касается уравнений более высоких степеней, то для них вообще невозможно написать общие выражения для корней через коэффициенты характеристического уравнения. Поэтому весьма важное значение в инженерной практике приобретают правила, которые позволяют определять устойчивость системы без вычисления корней. Эти правила называют *критериями устойчивости*. С помощью критериев устойчи-

ности можно не только понять, устойчива или нет система, но и выяснить, как влияют на устойчивость те или иные параметры и структурные изменения в системе.

Различают две группы критериев устойчивости: алгебраические (Рауса и Гурвица), основанные на анализе коэффициентов характеристического уравнения, и частотные (Михайлова, Найквиста), основанные на анализе частотных характеристик. (*Примечание:* частотные критерии позволяют оценивать устойчивость системы, даже если имеются в наличии экспериментальные частотные характеристики, а точное уравнение динамики неизвестно.)

**Алгебраический критерий Гурвица.** Этот критерий позволяет, не решая уравнения, сказать, где на комплексной плоскости расположены его корни. Из коэффициентов характеристического уравнения  $C_0\lambda^n + C_1\lambda^{n-1} + \dots + C_{n-1}\lambda + C_n = 0$   $n$ -го порядка строится сначала главный определитель Гурвица по следующему правилу: по главной диагонали определителя слева направо выписываются все коэффициенты характеристического уравнения от  $C_1$  до  $C_n$  в порядке возрастания индексов. Столбцы вверх от главной диагонали дополняются коэффициентами характеристического уравнения с последовательно возрастающими индексами, а столбцы вниз – коэффициентами с последовательно убывающими индексами. На место коэффициентов с индексами больше  $n$  (где  $n$  – порядок характеристического уравнения) и меньше нуля проставляют нули:

$$\Delta = \begin{vmatrix} C_1 & C_3 & C_5 & C_7 & \dots & 0 \\ C_0 & C_2 & C_4 & C_6 & \dots & 0 \\ 0 & C_1 & C_3 & C_5 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & 0 \end{vmatrix}.$$

Выделяя в главном определителе Гурвица диагональные миноры, получаем определитель Гурвица низшего порядка

$$\Delta_1 = |C_1|, \Delta_2 = \begin{vmatrix} C_1 & C_3 \\ C_0 & C_2 \end{vmatrix}, \Delta_3 = \begin{vmatrix} C_1 & C_3 & C_5 \\ C_0 & C_2 & C_4 \\ 0 & C_1 & C_3 \end{vmatrix}.$$

Номер определителя Гурвица зависит от номера коэффициента по диагонали, до которого составляют данный определитель.



*Определение.* Чтобы САУ была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы определитель Гурвица и его диагональные миноры имели знаки, одинаковые со знаком первого коэффициента  $C_0$  характеристического уравнения, т. е. были положительными, так как всегда  $C_0$  можно выбрать положительным. Таким образом, при  $C_0 > 0$  для устойчивости системы необходимо и достаточно выполнение следующих условий:

$$\Delta_1 = |C_1| > 0, \Delta_2 = \begin{vmatrix} C_1 & C_3 \\ C_0 & C_2 \end{vmatrix} > 0, \Delta_3 = \begin{vmatrix} C_1 & C_3 & C_5 \\ C_0 & C_2 & C_4 \\ 0 & C_1 & C_3 \end{vmatrix} > 0, \dots$$

1. Система первого порядка. Характеристическое уравнение первого порядка  $C_0\lambda + C_1 = 0$ . Если  $C_0 > 0, C_1 > 0$ , то  $\lambda$  в левой части комплексной плоскости, следовательно,  $\Delta_1 = |C_1| > 0, C_1 > 0$ .

2. Система второго порядка. Характеристическое уравнение  $C_0\lambda^2 + C_1\lambda + C_2 = 0$ . Корни характеристического уравнения:

$$\lambda_1 = -\frac{C_1}{2C_0} + \frac{\sqrt{C_1^2 - 4C_0C_2}}{2C_0}; \quad \lambda_2 = -\frac{C_1}{2C_0} - \frac{\sqrt{C_1^2 - 4C_0C_2}}{2C_0}.$$

Возможны варианты, если оба корня ( $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ ) вещественные:

а)  $C_1 > 4C_0C_2$  – корни только вещественные, если  $C_0 > 0$  и  $C_1 > 0$ , то  $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0$ ; б)  $C_1^2 < 4C_0C_2$  – корни комплексно-сопряженные, следовательно, можно записать  $\lambda_{1,2} = \alpha \pm j\beta$ . Так как  $\alpha = -C_1/2C_0$ , то

$\alpha < 0$ , если  $C_0 > 0$  и  $C_1 > 0$ . Определитель  $\Delta_2 = \begin{vmatrix} C_1 & 0 \\ C_0 & C_2 \end{vmatrix} > 0$ , если  $C_0 > 0, \Delta_2 = C_1C_2 > 0$  при  $\Delta_1 = C_1 > 0, C_2 > 0$ .

*Вывод:* для устойчивой системы второго порядка все коэффициенты характеристического уравнения должны иметь один и тот же знак.

3. Система третьего порядка. Характеристическое уравнение  $C_0\lambda^3 + C_1\lambda^2 + C_2\lambda + C_3 = 0$ . Главный определитель:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} C_1 & C_3 & 0 \\ C_0 & C_2 & 0 \\ 0 & C_1 & C_3 \end{vmatrix} > 0, \text{ если } C_0 > 0.$$

Так как младший диагональный минор  $\Delta_1 = C_1$ , то, по Гурвицу,  $C_1 > 0$ . Минор второго порядка  $\Delta_2 = \begin{vmatrix} C_1 & C_3 \\ C_0 & C_2 \end{vmatrix} = C_1C_2 - C_0C_3 > 0$ , если система устойчива. Воспользуемся правилом Саррюса и определим:

$$\Delta_3 = \frac{\begin{vmatrix} C_1 & C_3 & 0 \\ C_0 & C_2 & 0 \\ 0 & C_1 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} C_0 & C_2 & 0 \end{vmatrix}} = C_1 C_2 C_3 - C_0 C_3^2 = C_3 (C_1 C_2 - C_0 C_3) = C_3 \Delta_2$$

По Гурвицу, для устойчивой системы  $\Delta_3 > 0$ , но так как  $\Delta_2 > 0$ , то  $C_3 > 0$ . Из минора  $\Delta_2$  следует, что  $C_2 > C_0 C_3 / C_1$ , а так как  $C_0 > 0$ ,  $C_3 > 0$  и  $C_1 > 0$ , то  $C_2 > 0$ .

Таким образом, система третьего порядка устойчива, если: а)  $C_0 > 0$ ,  $C_1 > 0$ ,  $C_2 > 0$ ,  $C_3 > 0$ ; б)  $C_1 C_2 > C_0 C_3$ . Наличие только положительных коэффициентов в уравнении еще не является достаточным условием, хотя это условие и необходимо.

Критерий Гурвица не дает возможности оценить запас устойчивости и быстроту затухания колебательного переходного процесса. Иногда его используют для определения тех значений какого-либо параметра, при которых система остается устойчивой. Коэффициенты характеристического уравнения системы определяют через параметры устройств системы. Если считать тот или иной параметр изменяющимся  $\delta$ , то, естественно, будут меняться определители системы, так как коэффициенты характеристического уравнения приобретают различные значения. При графическом изображении зависимостей  $\Delta_i$  от исследуемого параметра  $\delta$  можно определить области таких значений  $\delta$ , когда все  $\Delta_i$  оказываются положительными при  $C_0 > 0$  (рис. 3.3). При этом должно сохраняться постоянство значений других параметров, входящих в структуру определителей. В результате построения получим кривые для определителей Гурвица, число которых равно порядку характеристического уравнения системы. Расположение этих кривых относительно друг друга показывает допустимые границы изменения исследуемого параметра  $\delta$  без нарушения устойчивости системы. В устойчивой системе при всех значениях от  $\delta_1$  до  $\delta_2$  все определители и  $C_0$  больше нуля.

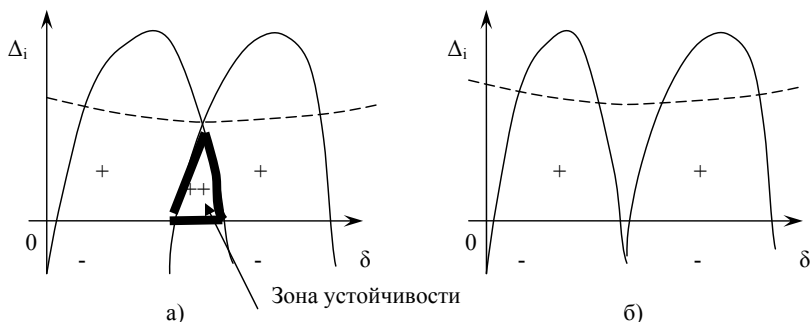


Рис. 3.3. Влияние изменяемого параметра  $\delta$  на значения определителей  $\Delta_i$ :  
 а) система устойчивая; б) система неустойчивая

**Критерий Найквиста.** САУ устойчива в замкнутом состоянии, если годограф разомкнутой системы не охватывает точки с координатами  $(-1, j_0)$  на комплексной плоскости (рис. 3.4).

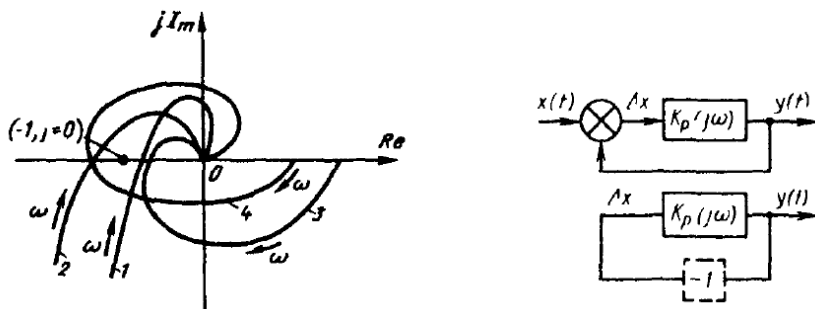


Рис. 3.4. Определение устойчивости по критерию Найквиста:  
 1 – астатическая устойчивая САУ четвертого порядка; 2 – астатическая неустойчивая САУ третьего порядка; 3 – статическая устойчивая САУ третьего порядка; 4 – статическая неустойчивая САУ четвертого порядка

**Физическое толкование критерия Найквиста.** Представим себе некоторую САУ (рис. 3.4) при  $x(t) = 0$  и отрицательной обратной связи  $\Delta x = x(t) - y(t) = -y(t)$ , то есть обратная связь обеспечивает подачу на вход сигнала, фаза которого (речь идет о гармоническом процессе) обратна фазе выходного сигнала. Тогда при условии, что на частоте  $\omega_{cp}$  сигнала  $Kp(j\omega) = -1 = -e^{j\pi}$  входной и выходной сигналы имеют одинаковые амплитуды, но сдвинуты по фазе на  $180^\circ$  (т. е. на  $\pi$  радиан), раз возникшее колебание будет существовать без изменения амплитуды. В самом деле, сигнал как бы лишь дважды смещается по фазе, каждый

раз по  $180^\circ$ ; результирующий сдвиг на входе системы равен нулю, ослабления амплитуды нет.

Очевидно, годограф разомкнутой системы на частоте  $\omega_c$  пересекает ось действительных величин в точке  $(-1, j_0)$ . Когда модуль комплексного коэффициента на частоте, где фазовый сдвиг равен  $180^\circ$ , больше единицы, процесс носит расходящийся характер, т. е. амплитуда выходного колебания непрерывно растет до тех пор, пока из-за присущей системе нелинейности не наступит ограничение, при котором модуль коэффициента усиления станет равным 1. При расходящемся процессе на вход по тракту обратной связи поступает все больший сигнал, так как система всякий раз обеспечивает на выходе сигнал большего уровня, чем на входе. Процесс будет затухающим, если модуль коэффициента усиления  $|K(j\omega)| < 1$ . Это следует из того, что сигнал, поступающий на вход по тракту обратной связи, всегда меньше сигнала того уровня, который на входе вызвал его появление.

Рассмотрим несколько годографов, характер переходного процесса и фрагменты логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАЧХ) и логарифмической фазо-частотной характеристики (ЛФЧХ) (рис. 3.5).

1. Годограф не охватывает точку  $(-1, j_0)$  (рис. 3.5,а), запас по фазе  $\varphi_3 = \varphi + \pi > 0$ , так как  $-\pi < \varphi < 0$ . Система устойчива, колебательный процесс затухающий. На частоте, при которой модуль комплексного коэффициента усиления равен единице, фазовый угол  $\varphi < \pi$ , т. е. имеется некоторый запас по фазе. Там, где ЛФЧХ проходит через значение  $\varphi = -\pi$ , она находится в области отрицательных значений; ординату ЛАЧХ, где  $\varphi = -\pi$ , называют запасом по амплитуде.

2. Годограф проходит через точку  $(-1, j_0)$  (рис. 3.5,б),  $\varphi_3 = \varphi + \pi = 0$ , так как  $\varphi = -\pi$ . Возникший колебательный процесс может существовать сколь угодно долго, амплитуда колебаний сохраняет свое значение, определяемое высотой начального импульса. Такую систему называют консервативной. ЛАЧХ пересекает ось частот там, где  $\varphi = -\pi$ , то есть запас по фазе и амплитуде отсутствует.

3. Годограф охватывает точку  $(-1, j_0)$  (рис. 3.5,в),  $\varphi_3 = \varphi + \pi < 0$ , так как  $-\pi < \varphi < -2\pi$ . Система неустойчива, процесс носит расходящийся характер, теоретически амплитуда колебаний способна расти до бесконечности. На частоте среза, где модуль равен единице и ЛАЧХ пе-

ресекает ось частот ( $L = 0$ ), фазовый угол  $\varphi_3 = -\varphi - \pi$ , т. е. запас по фазе отрицательный. Нет и положительного запаса по амплитуде, так как при  $\varphi = -\pi L_3 > 0$ .

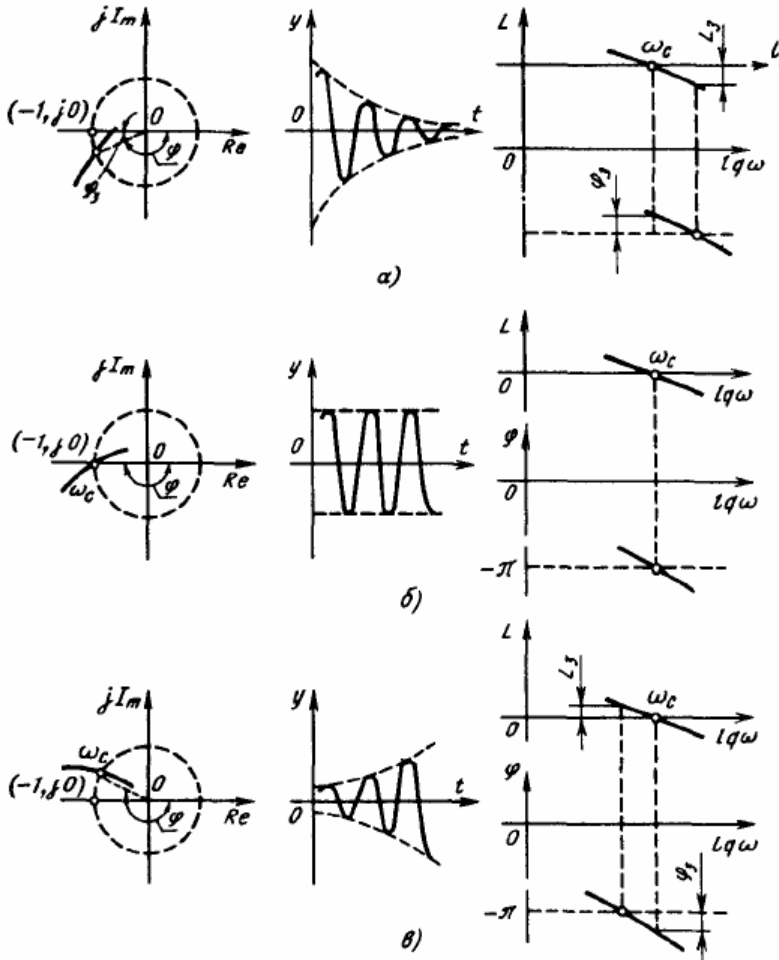


Рис. 3.5. Характеристики амплитудно-фазовые, переходные, ЛАЧХ и ЛФЧХ САУ: а) устойчивая; б) консервативная; в) неустойчивая

Для нахождения частоты среза, на которой модуль равен 1, проводят окружность с центром в начале координат и радиусом, равным 1. Пересечение этой окружности с годографом определяет частоту среза – частоту, где модуль равен единице. Если имеется запас по фазе,

но он мал, то возникшие колебания затухают медленнее, чем в случае, когда запас по фазе достаточен (рис. 3.6). Принято считать, что для удовлетворительно работающих систем автоматического регулирования запас по фазе  $\varphi_3 = 35...45^\circ$ , а запас по амплитуде  $L_3 \geq 10$  дБ. И, как дополнительное условие, ЛАЧХ должна пересекать ось частот с наклоном  $-20$  дБ/дек.

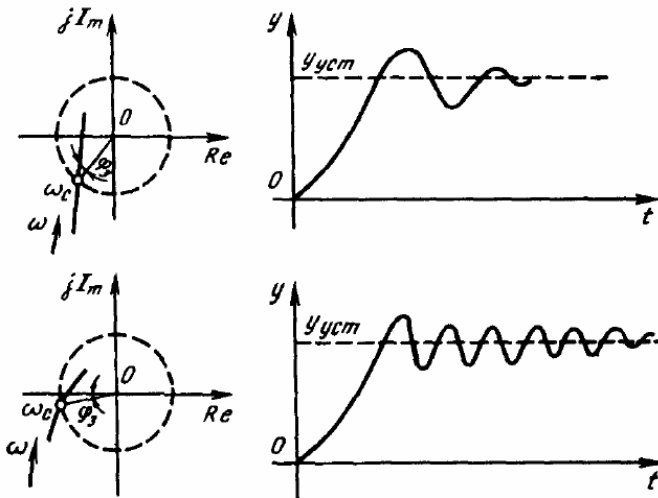


Рис. 3.6. Влияние угла запаса по фазе на переходный процесс

### 3.3. Косвенный метод определения показателей качества переходного процесса по распределению корней характеристического уравнения

Этот метод основан на определении границ области расположения корней характеристического уравнения на комплексной плоскости и установлении связи переходного процесса с показателями указанных границ. Он позволяет наглядно и достаточно просто оценить быстродействие системы и ее колебательность. Рассмотрим характеристическое уравнение  $C_0\lambda^n + C_1\lambda^{n-1} + \dots + C_{n-1}\lambda + C_n = 0$ . Если  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  — корни этого уравнения, а переменная  $y$  характеризует процесс управления, то  $y(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\lambda_i t}$ . Требуется написать условия, при которых величина  $y$  за время регулирования  $t_p$  стала бы равной  $1/m$  установившегося значе-

ния. Таким образом, косвенно задается время стабилизации переходного процесса.

В этом случае все корни  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  характеристического уравнения должны удовлетворять не только условиям устойчивости, но и иметь отрицательную вещественную часть по абсолютному значению не меньше  $\alpha$ . Величину  $\alpha$ , определяемую на комплексной плоскости корней как расстояние от мнимой оси до ближайшего к ней корня, находят из соотношения  $1/m = e^{-\alpha t_p}$ , откуда, логарифмируя, получаем  $\alpha = \ln(m)/t_p$ . Следовательно, чтобы отклонение управляемого параметра уменьшилось за время  $t_p$  в  $m$  раз, необходимо, чтобы все корни характеристического уравнения находились в левой полуплоскости на расстоянии не меньше чем  $\ln(m)/t_p$  от мнимой оси.

Введем в характеристическое уравнение новую переменную  $z = \lambda + \ln(m)/t_p$ . Для переменной  $z$  мнимой является, очевидно, ось, сдвинутая влево на величину  $\ln(m)/t_p$ . Тогда преобразованное характеристическое уравнение будет иметь вид

$$C_0 \left( z - \frac{\ln m}{t_p} \right)^n + C_1 \left( z - \frac{\ln m}{t_p} \right)^{n-1} + \dots + C_{n-1} \left( z - \frac{\ln m}{t_p} \right) + C_n = 0.$$

Каждая степень разности в данном уравнении может быть раскрыта в следующем виде:

$$\begin{aligned} \left( z - \frac{\ln m}{t_p} \right)^n &= z^n - n z^{n-1} \frac{\ln m}{t_p} + \frac{n(n-1)}{2!} z^{n-2} \left( \frac{\ln m}{t_p} \right)^2 - \\ &- \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} z^{n-3} \left( \frac{\ln m}{t_p} \right)^3 + \dots + (-1)^n \left( \frac{\ln m}{t_p} \right)^n. \end{aligned}$$

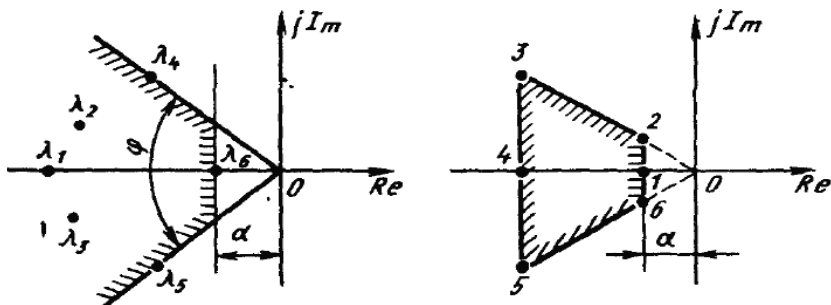


Рис. 3.7. Области расположения корней с заданными значениями  $\alpha$  и  $\beta$

Если для характеристического уравнения с учетом разложения будут соблюдены условия устойчивости, то время переходного процесса будет не менее заданного. Применение любого критерия устойчивости (например, критерия Гурвица) к видоизмененному характеристическому уравнению помогает установить минимальное значение отрицательной вещественной части  $\gamma$  наименее удаленного от мнимой оси корня характеристического уравнения, что дает возможность судить о времени затухания процесса или «степени устойчивости»  $\alpha$ .

Распределение корней на комплексной плоскости можно характеризовать не одной, а несколькими величинами: расстоянием  $\alpha$  ближайшего корня от мнимой оси и углом  $\varphi$ , в который вписываются наиболее удаленные от мнимой оси комплексные корни (рис. 3.7). Величину  $\cos \varphi = \beta$  называют колебательностью системы (коэффициентом затухания колебаний). Угол  $\varphi$  для уменьшения колебательности следует уменьшить. Его значение характеризует время регулирования: чем больше  $\alpha$ , тем меньше время регулирования, а значение  $\beta$  — колебательность системы: чем меньше  $\beta$ , тем более система склонна к колебаниям. Следовательно, для одновременного обеспечения заданного времени затухания процесса регулирования и заданной колебательности нужно, чтобы все корни характеристического уравнения лежали внутри заштрихованной области.

### 3.4. Качество переходных процессов в САУ

К процессам управления предъявляются следующие три основных требования: по точности установившихся процессов, по устойчивости и по качеству переходных процессов. Перейдем к рассмотрению качества переходных процессов в САУ.

Устойчивость САУ, т. е. затухание переходных процессов в ней, является необходимым, но далеко не достаточным условием практической пригодности системы. Существенно еще качество переходных процессов, т. е. сам характер их протекания и прежде всего длительность и колебательность. На рис. 3.8 приведены примеры переходных характеристик САУ, представляющих собой переходные процессы на выходе системы, вызванные воздействием в виде единичного скачка. Характеристики на рис. 3.8,*а* соответствуют внешнему воздействию в виде возмущения, а на рис. 3.8,*б* — в виде изменения задающего воздействия,



в соответствии с которым выходная величина  $y$  системы по окончании переходного процесса управления получает приращение  $y_{ст}$ .

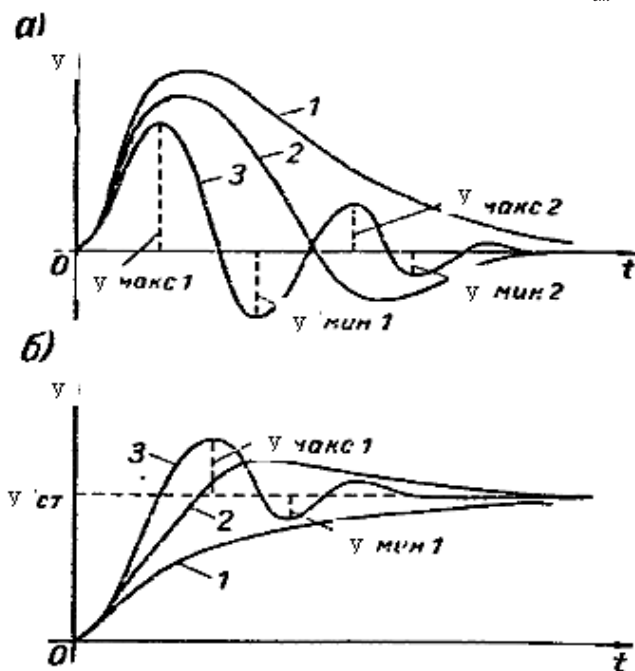


Рис. 3.8. Переходные характеристики САУ

Качество переходных процессов численно характеризуется: а) временем переходного процесса; б) максимальным отклонением в переходный период; в) колебательностью переходного процесса.

**Время переходного процесса** характеризует быстродействие системы и определяется как интервал времени от начала переходного процесса до момента, когда отклонение выходной величины от ее нового установившегося значения становится меньше определенной достаточно малой величины. Обычно в качестве последней берут 5% максимального отклонения в переходный период.

**Максимальное отклонение в переходный период.** В случае переходных процессов, вызванных возмущением (рис. 3.8,а), максимальное отклонение определяется величиной  $y_{макс1}$ , приходящейся на единицу возмущения  $f = 1(t)$ . В случае переходных процессов, вызванных изменением задающего воздействия (рис. 3.8,б), максимальное отклоне-

ние определяется относительно нового установившегося значения  $y_{cm}$  в процентах:

$$\delta = \frac{y_{\max} - y_{cm}}{y_{cm}} 100.$$

Заметим, что эта величина аналогична предыдущей, поскольку здесь  $y_{cm}$  пропорциональна задающему воздействию. Величина  $\delta$  часто называется перерегулированием.

**Колебательность переходного процесса.** Эта характеристика переходного процесса обычно определяется числом колебаний, равным числу минимумов кривой переходного процесса в интервале времени  $t_n$ , или в случае кривых, представленных на рис. 3.8,б, — **числом перерегулирований** за этот же интервал.

Иногда колебательность переходного процесса оценивают отношением соседних максимумов  $y_{\max 2}/y_{\max 1}$ . Эта величина так и называется **колебательностью** и выражается в процентах. Незатухающие колебания при этом соответствуют колебательности 100%. Колебательность стремится к 0 при уменьшении до 0 второго максимума переходной характеристики, когда получается неколебательный процесс.

Обычно приемлемым числом колебаний в САУ считается 1–2. Однако бывают системы, в которых колебательность не допускается совсем, с другой стороны, в ряде систем иногда допускаются три и более колебаний.

При выборе структурной схемы и значений параметров САУ в процессе ее синтеза выполнение требований в отношении перечисленных показателей качества переходного процесса заставляет искать компромисс в связи с противоречивостью этих требований.

Так, если в САУ, состоящей из трех звеньев первого порядка, установить достаточно малый коэффициент передачи, то переходная характеристика системы будет неколебательной и плавной — кривая 1 на рис. 3.8,а,б. При увеличении коэффициента передачи переходные характеристики сначала примут вид характеристик 2, а затем характеристик 3, т. е. при этом будет увеличиваться быстродействие системы (уменьшится  $t_n$ ), но одновременно с этим появится и будет нарастать колебательность. При дальнейшем увеличении коэффициента передачи, вплоть до его критического по устойчивости значения, соответствующего границе устойчивости, колебательность постепенно возрастает

до 100%. Вследствие этого одновременно и длительность переходного процесса  $t_n$ , которая вначале уменьшалась, начнет вновь возрастать до бесконечности. Максимальное отклонение  $y$  в переходном процессе, вызванном возмущением, уменьшается с ростом коэффициента передачи. Зато при этом по мере роста колебательности возникает и увеличивается перерегулирование переходного процесса, вызванного изменением задающего воздействия (рис. 3.8,б).

В общем случае произвольного внешнего воздействия переходный процесс  $y(t)$  в системе, обусловленный этим воздействием, представляет собой решение уравнения  $y'(t) = y_{ycm}(t) + y_n(t)$

$$y_n(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\lambda_i t}.$$

При этом качество переходного процесса, очевидно, будет зависеть не только от собственных свойств системы, но и от самого внешнего воздействия (места его приложения, величины, характера изменения во времени), что определяет правую часть уравнения. Кроме того, качество переходного процесса будет зависеть также от начальных условий, т. е. от состояния системы в момент приложения воздействия. Это сказывается на постоянных интегрирования  $A_i$  в решении уравнения.

В одной и той же системе переходный процесс при одном воздействии может быть колебательным, а при другом – иметь недопустимо большую колебательность. Более того, переходный процесс, вызванный одним и тем же воздействием, может в широких пределах изменять свои показатели при изменении начальных условий. Например, может оказаться, что при нулевых начальных условиях единственная колебательная составляющая переходного процесса, входящая в  $\sum_{i=1}^n A_i e^{\lambda_i t}$  решения для  $y_n(t)$ , имеет очень малую постоянную интегрирования  $A_i$  и поэтому практически не сказывается на кривой переходного процесса, который получается монотонным. Вместе с тем при некоторых других начальных условиях эта составляющая может возрасти и оказаться доминирующей в общей сумме составляющих, делая весь процесс существенно колебательным.

Таким образом, при оценке качества переходных процессов в САУ необходимо оговаривать воздействие и начальные условия, при которых имеет место данное качество. При общей характеристике качества переходных процессов в системе его обычно оценивают для единично-

го воздействия при нулевых начальных условиях, т. е. для переходной характеристики, причем это делается для основного внешнего воздействия (или нескольких основных воздействий, например, для одного основного возмущения и для задающего воздействия).

Исчерпывающее представление о качестве переходных процессов дает, естественно, сама кривая процесса  $y(t)$ . Однако при синтезе систем необходимо иметь возможность судить об основных показателях качества переходных процессов в системе без построения процессов, по каким-либо косвенным признакам, которые определяются более просто, чем кривая  $y(t)$ , и, кроме того, позволяют связать показатели качества непосредственно со значениями параметров системы. Такие косвенные признаки разработаны и называются *критериями качества переходных процессов*. При исследовании качества переходных процессов они играют ту же роль, что и критерии устойчивости при исследовании САУ. Существуют три группы критериев качества — частотные, корневые и интегральные.

### 3.5. Частотные критерии качества переходных процессов

Эти критерии позволяют судить о качестве переходных процессов по частотным характеристикам системы. При этом могут использоваться разные частотные характеристики замкнутой системы.

Для минимально фазовых систем качество переходных процессов может быть оценено по амплитудной характеристике замкнутой системы  $A_3(\omega)$  (рис. 3.9). У таких систем амплитудно-частотная и фазово-частотная характеристики однозначно связаны, следовательно, по одной амплитудно-частотной характеристике можно полностью определить все свойства системы, в том числе и качество переходных процессов.

По амплитудно-частотной характеристике можно оценить колебательность и длительность переходной характеристики системы.

Колебательность определяется по величине относительного максимума характеристики, который поэтому называется показателем колебательности:

$$M = \frac{A_{3,\text{макс}}}{A_3(0)} = \frac{A_3(\omega_p)}{A_3(0)}.$$

При  $M < 1$  переходная характеристика системы неколебательная. Чем больше  $M$ , тем больше колебательность. При  $M \rightarrow \infty$  колебатель-

ность возрастает до получения незатухающих колебаний, соответствующих нахождению системы на границе устойчивости.

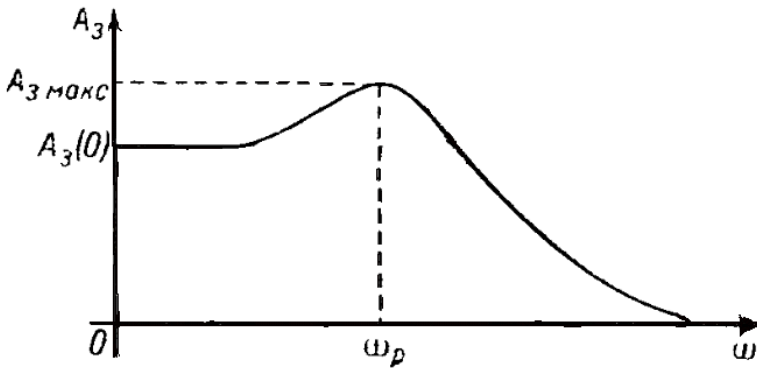


Рис. 3.9. Частотные критерии качества переходных процессов

Поскольку  $A_3(\omega)$  представляет собой модуль  $W_3(j\omega)$ , тот факт, что  $A_3(\omega) \rightarrow \infty$ , означает, что передаточная функция замкнутой системы имеет пару сопряженных мнимых корней  $\pm j\omega_p$ , следовательно, в системе существуют незатухающие колебания с частотой  $\omega_p$ .

Оптимальным обычно считается  $M = 1,1-1,5$ , при этом переходная характеристика имеет слабую колебательность с частотой, близкой к  $\omega_p$  резонансного пика амплитудно-частотной характеристики.

Для более точной численной оценки колебательности надо учитывать помимо величины  $M$  еще и другие свойства характеристики  $A_3(\omega)$ .

Длительность  $t_n$  переходной характеристики определяется шириной частотной характеристики  $A_3(\omega)$ . При этом зависимость такая: чем шире частотная характеристика системы, тем короче ее переходная (временная) характеристика, т. е. тем меньше  $t_n$ .

С такой обратной зависимостью мы уже знакомы по типовым звеньям. Так, в случае статического звена первого порядка с передаточной функцией  $\frac{k}{T_p p + 1}$  ширина амплитудно-частотной характеристики обратно пропорциональна постоянной времени  $T$  звена. В то же время длительность переходной характеристики  $t_n \approx 3T$ , т. е. прямо пропорциональна  $T$ .

У колебательного звена второго порядка с передаточной функцией  $\frac{k}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1}$  длительность частотной характеристики и  $t_n$  аналогич-

но связаны через постоянную времени  $T_j$ , определяющую инерционность звена.

В первом приближении длительность переходной характеристики может быть оценена по величине резонансной частоты  $\omega_p$ . Так как частота колебаний переходной характеристики примерно равна  $\omega_p$ , время  $t_{\text{макс}}$  достижения первого максимума переходной характеристики близко половине периода колебаний этой частоты, т. е.  $t_{\text{макс}} = \frac{\pi}{\omega_p}$ . Если при этом предположим, что переходная характеристика системы в течение  $t_n$  имеет 1–2 колебания,  $t_n \approx (1 \div 2) \frac{2\pi}{\omega_p}$ .

### 3.6. Корневые критерии качества переходных процессов

Эта группа критериев основана на оценке качества переходных процессов по значениям корней ее знаменателя и числителя.

Передаточная функция системы, связывающая выходную величину  $y$  с входной  $x$ :

$$W_3(p) = \frac{Y(p)}{X(p)};$$

$$Y(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n;$$

$$X(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m.$$

Разложив многочлены в числителе и знаменателе на множители, передаточную функцию системы можно представить в виде

$$W_3(p) = \frac{b_0 \prod_i (p - \lambda_{0i})}{a_0 \prod_i (p - \lambda_i)},$$

где  $\lambda_i$  – полюсы передаточной функции;  $\lambda_{0i}$  – нули передаточной функции, зависящие от места приложения воздействия. Отсюда видно, что полюсы и нули с точностью до постоянного коэффициента  $b_0/a_0$  определяют передаточную функцию системы. Следовательно, изучая их расположение в комплексной плоскости, можно судить о качестве переходных процессов в системе.

В общем переходный процесс в системе, описываемый передаточной функцией  $W_3(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$ , имеет вид:

$$y_c(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\lambda_i t},$$

где  $\lambda_i$  – корни характеристического уравнения, т. е. полюсы передаточной функции;  $A_i$  – постоянные интегрирования, зависящие для данной системы от места приложения и величины воздействия, а также от начальных условий. Переходный процесс в устойчивой системе распадается на затухающие аperiodические и колебательные составляющие. Первые определяются действительными корнями характеристического уравнения, а вторые – парами сопряженных комплексных корней.

Если найти длительность самой длительной составляющей и величину колебательности самой колебательной составляющей, то по ним можно оценить сверху величины длительности и колебательности всего переходного процесса.

### 3.6.1. Критерий длительности – степень устойчивости $\eta$

Время затухания отдельной составляющей переходного процесса определяется величиной  $e^{\alpha_i t}$ , т. е.  $e^{-\frac{t}{T_i}}$ , где  $T_i = \frac{1}{|\alpha_i|}$  – постоянная времени затухания, а  $\alpha_i$  – действительная часть  $i$ -го корня характеристического уравнения. Можно считать, что длительность данной составляющей  $-t_n \approx 3T_i$ . Таким образом, длительность отдельных составляющих переходного процесса пропорциональна их постоянным времени затухания, т. е. обратно пропорциональна абсолютному значению действительной части определяющих их корней характеристического уравнения. Наиболее длительной составляющей является, следовательно, соответствующая корню с минимальной величиной действительной части  $|\alpha|_{\min}$ .

Абсолютная величина  $|\alpha|_{\min}$  называется степенью устойчивости и обозначается  $\eta = |\alpha|_{\min}$ .

При этом длительность всего переходного процесса будет  $t_n \leq \frac{3}{\eta}$ .

Название «степень устойчивости» связано с тем, что величина  $|\alpha|_{\min}$  геометрически представляет собой расстояние от мнимой оси до ближайшего корня и, таким образом, служит мерой удаления системы от границы устойчивости, которой в комплексной плоскости является мнимая ось.

На рис. 3.10 дана соответствующая иллюстрация для случая, когда ближайшим к мнимой оси является действительный корень. В равной мере это может быть пара сопряженных комплексных корней.

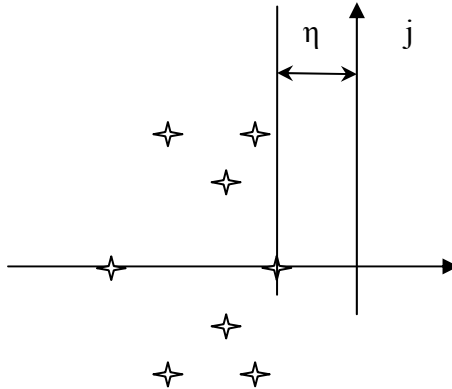


Рис. 3.10. Степень устойчивости

### 3.6.2. Критерий колебательности – степень колебательности $\mu$

Колебательность колебательной составляющей переходного процесса  $A_i e^{\alpha_i t} \sin(\beta_i t + \varphi)$  определяется отношением соседних максимумов

$$\text{МОВ} \frac{y_{\text{имакс2}}}{y_{\text{имакс1}}} = \frac{C_i e^{\alpha_i(t_1 + \tau_i)}}{C_i e^{\alpha_i t_1}} = e^{\alpha_i \tau_i}.$$

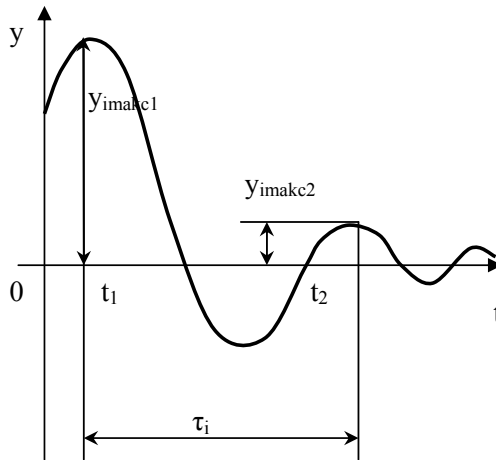


Рис. 3.11. Переходный процесс

Согласно рис. 3.11  $\tau = 2\pi/\beta_1$  – период колебаний данной составляющей.



Таким образом, колебательность равна  $e^{2\pi \frac{\alpha_i}{\beta_i}}$  или, так как  $\alpha_i < 0$ , то  $e^{-2\pi \frac{|\alpha_i|}{\beta_i}}$ . Следовательно, мерой колебательности является отношение  $\frac{\beta_i}{|\alpha_i|}$ : чем оно больше, тем больше колебательность составляющей переходного процесса. Наиболее колебательной является составляющая, у которой это отношение максимально. Степень колебательности обозначается:

$$\mu = \left| \frac{\beta}{\alpha} \right|_{\max}$$

Она является оценкой сверху колебательности всего переходного процесса, т. е. его колебательность

$$\frac{y_{n\max 2}}{y_{n\max 1}} \leq e^{\frac{2\pi}{\mu}}$$

В комплексной плоскости корень, определяющий наиболее колебательную составляющую, соответствует наибольшему значению угла  $\gamma = \operatorname{tg} \frac{\beta_i}{\alpha_i}$  между лучом, направленным через корень из начала координат, и действительной осью (рис. 3.12).

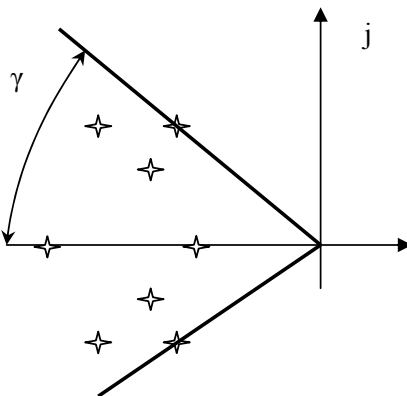


Рис. 3.12. Степень колебательности

Значения степени устойчивости  $\eta$  и степени колебательности  $\mu$  можно определить через параметры системы с помощью критериев устойчивости. Покажем, например, как это делается с помощью критериев, использующих многочлен

$$D(\lambda) = a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1} \lambda + a_n$$
(критерии Рауса–Гурвица и Михайлова).

Введем новую переменную  $q$  подстановкой  $D(\lambda)$

$$\lambda = q - \eta,$$

где  $\eta$  – пока неизвестная положительная действительная величина.

Раскрыв скобки двучленов  $(q-\eta)^i$  по формуле бинома Ньютона, получим новый многочлен

$$D(q) = b_0 q^n + b_1 q^{n-1} + \dots + b_{n-1} q + b_n,$$

коэффициенты  $b_i$  которого определены через коэффициенты  $a_i$ , многочлены  $D(\lambda)$  и неизвестный параметр  $\eta$ .

Нули  $D(q)$

$$q_{i,i+1} = (\alpha_i + \eta) \pm j\beta_i = -(|\alpha_i| - \eta) \pm j\beta_i.$$

Они отличаются от нулей  $D(\lambda)$

$$\lambda_{i,i+1} = \alpha_i \pm j\beta_i$$

только уменьшением действительной части на величину  $\eta$ , так как переход от  $D(\lambda)$  к  $D(q)$  соответствует в комплексной плоскости смещению мнимой оси влево на  $\eta$ .

Применив критерий Рауса–Гурвица или Михайлова, можно аналогично определить критическое значение  $\eta$  как варьируемого параметра, при котором многочлен  $D(q)$  окажется на границе устойчивости, т. е. приобретет корень на смещенной влево мнимой оси (рис. 3.10). Очевидно, это значение и будет искомой величиной степени устойчивости  $\eta = |\alpha|_{\min}$ .

Рассмотренная методика оценки качества переходных процессов по расположению корней характеристического уравнения, т. е. полюсов передаточной функции в комплексной плоскости, пригодна для систем, передаточные функции которых не имеют нулей, т. е. имеют вид  $W_3(p) = \frac{b_0}{a_0 \prod_i (p - \lambda_i)}$  (и при этом только для нулевых начальных

условий). В общем случае, когда передаточная функция имеет нули,

т. е. может быть представлена в виде  $W_3(p) = \frac{b_0 \prod_i (p - \lambda_{0i})}{a_0 \prod_i (p - \lambda_i)}$ , при оценке качества необходимо учитывать и эти нули. Оценка качества только

по полюсам передаточной функции в этом случае может дать большую ошибку, причем в любую сторону, т. е. действительный переходный процесс может быть как лучше, так и хуже.

Вместе с тем при прочих равных условиях и в этом случае качество переходного процесса будет тем лучше, чем больше  $\eta$  и меньше  $\mu$ . Таким образом, при выборе варьируемых параметров в общем случае системы учет значений  $\eta$  и  $\mu$  имеет определенный смысл.

Чтобы пояснить характер влияния нулей передаточной функции на качество переходного процесса, представим формально систему с передаточной функцией  $\frac{M(p)}{D(p)}$ , как показано на рис. 3.13, в виде последовательного соединения звена с передаточной функцией  $\frac{1}{D(p)}$ , не имеющей нулей, и звена с передаточной функцией

$$M(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m,$$

дающего на выходе сумму входного воздействия и его  $m$  производных. Оценка качества переходного процесса с помощью  $\eta$  и  $\mu$  справедлива для кривой переходного процесса величины  $y$  на выходе первого звена.

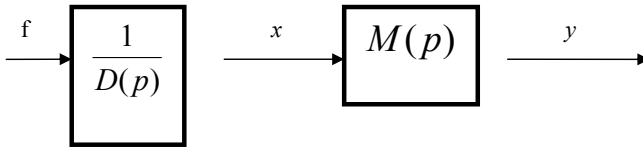


Рис. 3.13. Схема последовательного соединения двух звеньев

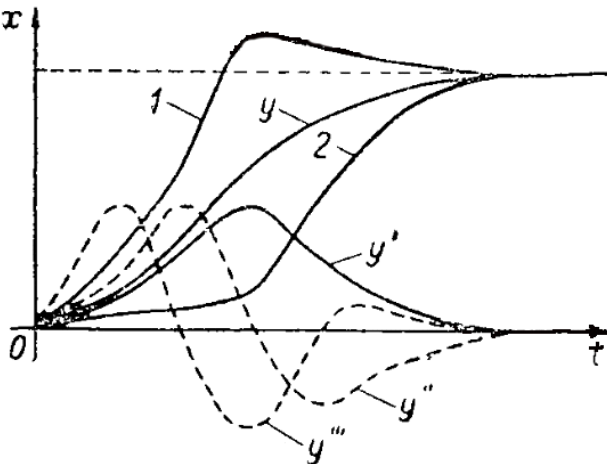


Рис. 3.14. График переходного процесса

На выходе второго звена кривая  $y(t)$  будет дополнена составляющими, представляющими собой производные  $y(t)$ . В результате члены  $M(p)$  с положительными коэффициентами  $b_i$  приведут к повышению колебательности и убыстрению переходного процесса, а отрицательные члены, наоборот, – к затягиванию процесса  $y(t)$  на выходе по сравнению с процессом  $x(t)$ .

Сказанное иллюстрируется рис. 3.14 на примере произвольной кривой  $y(t)$  для  $M(p) = b_0 p + b_1$ . Кривая 1 соответствует  $b_0 > 0$ , а кривая 2 –  $b_0 < 0$  (принято  $b_1 = 1$ ). На том же рисунке приведены вторая и третья производные  $y$ , которые следует прибавить к кривой  $y(t)$  (или вычесть из нее) при  $M(p)$  соответственно второго и третьего порядков.

Таким образом, действительно, наличие нулей у передаточной функции, т. е. наличие в ее числителе  $M(p)$  членов с  $p$ , может существенно влиять на качество переходного процесса в направлении, определяемом знаками этих членов.

### 3.7. Интегральные критерии качества переходных процессов

Косвенной оценкой качества могут служить следующие интегралы:

$$I_1 = \int_0^{\infty} \Delta y(t) dt;$$

$$I_2 = \int_0^{\infty} (\Delta y)^2 dt;$$

$$I_3 = \int_0^{\infty} \left[ (\Delta y)^2 + T^2 \left( \frac{d\Delta y}{dt} \right)^2 \right] dt.$$

Здесь  $\Delta y = y(\infty) - y(t)$  – отклонение выходной величины  $y$  от нового установившегося значения  $y(\infty)$ , которое будет после окончания переходного процесса.

Целесообразность применения этих критериев заключается в том, что существуют готовые формулы, выражающие их через коэффициенты передаточных функций системы.

Первый интеграл  $I_1$  геометрически представляет собой заштрихованную область на рис. 3.15,а. Первый переходный процесс на рис. 3.15,а вызван возмущением, второй – изменением задающего воздействия. Чем меньше эта площадь, тем предпочтительнее переходный процесс.

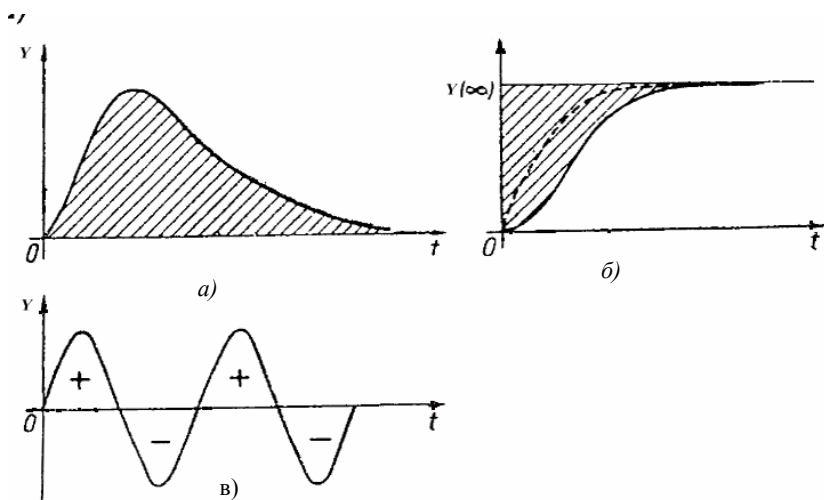


Рис. 3.15. Интегральные критерии качества переходных процессов

Этот и все остальные интегральные критерии качества используются для определения оптимальных значений варьируемых параметров. Само по себе абсолютное значение интеграла  $I_1$  при этом роли не играет. Используя готовые выражения для  $I_1$  через коэффициенты передаточной функции системы, в конечном счете получают выражение для этого интеграла через варьируемые параметры системы. Затем обычным образом можно найти оптимальные значения этих варьируемых параметров, соответствующих минимуму  $I_1$ .

Интегральный критерий  $I_1$  применим только к системам, о которых заведомо известно, что у них переходные процессы монотонны, т. е.  $y(\infty) - y(t)$  не меняет знака. Это резко ограничивает возможность данного критерия. Если переходный процесс колебателен, то величина  $I_1$  не может служить мерой его качества, т. к. площади разного знака под кривой переходного процесса будут вычитаться друг из друга. Например, ухудшение качества переходного процесса при переходе к незатухающим колебаниям будет сопровождаться уменьшением  $I_1$  до нуля. Поэтому в случае возможности колебательного переходного процесса следует применять квадратичный интегральный критерий, в котором знаки площади не принимаются во внимание.

Выбор варьируемых параметров по минимуму  $I_2$ , как показывает опыт, дает колебательный переходный процесс обычно с довольно

большой колебательностью (рис. 3.15,е). Поэтому в тех случаях, когда такой процесс неприемлем, переходят к интегральному критерию  $I_3$ .

Интеграл  $I_3$  состоит из двух частей, т. е. может быть представлен в виде двух интегралов. Первый является прежним интегралом  $I_2$  от  $(\Delta y)^2$ , а второй – интегралом от  $\left(\frac{d\Delta y}{dt}\right)^2$ . Если при одном и том же значении площади переходного процесса, т. е. неизменной величине первого интеграла, замедлить переходный процесс во времени, то пропорционально уменьшится второй интеграл от квадрата скорости изменения  $y$ . Поэтому при вариации какого-либо параметра минимум интеграла  $I_3$  по сравнению с интегралом  $I_2$  будет при более медленном, а следовательно, и менее колебательном процессе. При этом степень замедления процесса определяется выбором величины коэффициента  $T^2$ , определяющего относительный вес составляющих интеграла  $I_3$  от  $(\Delta y)$  и  $\frac{d\Delta y}{dt}$ .

Разницу между критериями  $I_2$  и  $I_3$  можно пояснить еще следующим образом. В случае переходного процесса, показанного на рис. 3.15,б, идеалом, при стремлении к которому  $I_2 \rightarrow 0$ , является ступенька высотой  $y(\infty)$ . В случае же критерия  $I_3$  идеальным переходным процессом, к которому мы стремимся, минимизируя  $I_3$ , является экспонента

$\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)y(\infty)$  (пунктир на рис. 3.15,б). Действительно,

$$\begin{aligned} I_3 &= \int_0^{\infty} \left[ (\Delta y)^2 + T^2 \left( \frac{d\Delta y}{dt} \right)^2 \right] dt = \int_0^{\infty} \left( \Delta y + T \frac{d\Delta y}{dt} \right)^2 dt - \int_0^{\infty} 2T\Delta y \frac{d\Delta y}{dt} dt = \\ &= \int_0^{\infty} \left( \Delta y + T \frac{d\Delta y}{dt} \right)^2 dt - T[\Delta y(0)]^2. \end{aligned}$$

Таким образом,  $I_3$  будет минимален при  $\Delta y + T \frac{d\Delta y}{dt} = 0$ , т. е. когда

$$\Delta y(t) = \Delta y(0)e^{-\frac{t}{T}} \text{ или, так как } \Delta y(t) = y(\infty) - y(t), \text{ когда } y(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)y(\infty).$$

Имеются еще более сложные интегральные критерии качества, содержащие вторую и следующие производные от  $\Delta y$ . Их применение приближает переходный процесс соответственно к кривой второго и следующих порядков.

В заключение укажем основные области применения всех рассмотренных критериев качества переходных процессов.

1. Частотные и интегральные критерии используются при исследовании качества переходных процессов, вызванных основными (главными) воздействиями. Эти критерии позволяют учесть конкретную форму воздействия и начальные условия.

2. Интегральные критерии применяются в этом же случае для определения оптимального значения какого-либо варьируемого параметра; численной оценки показателей качества они не дают.

3. Корневые критерии используются главным образом для оценки в среднем качества переходных процессов при всевозможных воздействиях и начальных условиях.

### **3.8. Синтез систем**

При исследовании САУ приходится иметь дело с двумя задачами: при заданной САУ требуется найти переходные процессы, возникающие в ней (задача анализа); при заданном объекте управления требуется построить такое управляющее устройство, при котором система удовлетворяет заданным требованиям к ее качеству (задача синтеза).

Обе задачи имеют много общего и в значительной мере связаны друг с другом. Однако задача синтеза значительно сложнее, так как она не является однозначной. Одни и те же требования, предъявляемые к САУ, можно удовлетворить различными путями.

Возможны две постановки задачи синтеза: структура управляющего устройства и, следовательно, структура системы заданы; необходимо, исходя из заданных требований к системе, определить параметры управляющего устройства или параметры и корректирующие устройства; структура системы не задана и надо синтезировать управляющее устройство (его структуру и параметры), обеспечивающее заданные требования к качеству системы.

Для первой постановки задачи корректирующее устройство должно быть технически осуществимо. Чаше задача синтеза сужается: при заданной основной схеме управления корректирующее устройство вследствие его простой технической осуществимости должно состоять только из каких-либо стандартных дополнительных корректирующих звеньев, например, в электрических системах — из пассивных четырех-

полосников. Поэтому в таких случаях обычно ограничиваются лишь определением вида и параметров корректирующего устройства, которые в сочетании с основной частью системы обеспечили бы требуемые динамические характеристики системы в целом. Иначе говоря, чаще рассматривают не синтез системы в целом, а лишь синтез корректирующего устройства, входящего в систему.

### 3.9. Коррекция САУ

Целью коррекции динамических свойств САУ является удовлетворение требований, предъявляемых к ней по устойчивости (запасам устойчивости) и показателям качества переходных процессов (быстродействию, перегулированию, колебательности и т. п.). Когда эти требования не могут быть выполнены простым изменением параметров системы (коэффициентов усиления, постоянных времени отдельных звеньев), тогда эту задачу решают введением в систему дополнительных специальных устройств, называемых корректирующими. Существуют два основных вида коррекции: последовательная и с помощью дополнительных обратных связей (рис. 3.16).

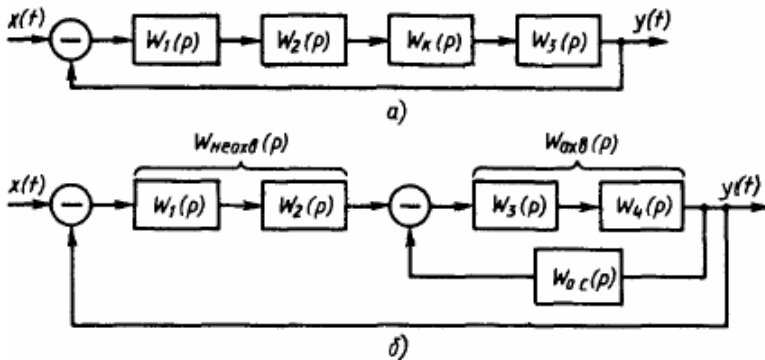


Рис. 3.16. Схемы включения корректирующих устройств: а) последовательная коррекция; б) коррекция с помощью дополнительных обратных связей

Вопрос выбора схемы включения корректирующих устройств решают, исходя из преимуществ и недостатков, свойственных каждому из видов коррекции. При выборе схемы включения корректирующих устройств следует иметь в виду, что последовательное включение их при введении производных в основную цепь системы увеличивает ско-



рость воздействия на системы, но одновременно при этом усиливается вредное воздействие на систему высокочастотных возмущений. Кроме того, повышение скорости воздействия требует повышения мощности системы и ее прочности.

Введение интегрирующего звена в закон регулирования делает систему астатической и, следовательно, устраняет статическую ошибку. Вместе с тем для стабилизации астатических систем приходится значительно усложнять схему системы.

При включении корректирующих устройств в цепь обратной связи система менее чувствительна к внешним воздействиям и изменениям параметров основной цепи регулирования.

**Последовательная коррекция.** Корректирующие устройства включают, как правило, в систему после измерительного устройства (рис. 3.16,а). Если система находилась в состоянии равновесия и при приложении к ней возмущения  $x(t)$  должен быть получен переходный процесс заданного вида  $y(f)$ , то, как известно, передаточная функция замкнутой системы должна быть выражена как отношение лапласовых изображений выхода ко входу, т. е.  $W_3(p) = L[y(t)]/L[x(t)]$ . Известно, что  $W_3(p) = W_p(p)/[1 + W_p(p)]$ , откуда  $W_p(p) = W_3(p)/[1 - W_3(p)]$ . В соответствии с выбранной структурной схемой корректирующего устройства может быть определена его передаточная функция  $W_k(p) = W_3(p)/W_{ucx}(p)[1 - W_3(p)]$ , где  $W_{ucx}(p) = W_1(p) W_2(p) W_3(p)$ . После этого следует решить задачу физической реализации передаточной функции  $W_k(p)$ .

При графоаналитическом методе расчета структуры САУ, переходя от передаточных функций к комплексным коэффициентам усиления для разомкнутой системы, будем иметь  $K_{ck}(j\omega) = K_{ucx}(j\omega)K_k(j\omega)$ . Переходя к логарифмическим характеристикам, получим следующее выражение:  $L_{ck}(\omega) = L_{ucx}(\omega) + L_k(\omega)$ , откуда  $L_k(\omega) = L_{ck}(\omega) - L_{ucx}(\omega)$ .

Из приведенных выражений вытекает следующий порядок выполнения расчетов.

1. Строят ЛАЧХ исходной системы.
2. По заданным требованиям к качеству переходного процесса в проектируемой системе строят ЛАЧХ скорректированной системы.
3. По имеющимся ЛАЧХ строят соответствующие логарифмические фазочастотные характеристики и определяют имеющийся запас по фазе и по модулю.

4. Вычитанием ЛАЧХ исходной системы из ЛАЧХ скорректированной системы получают ЛАЧХ корректирующего устройства  $L_k(\omega)$ . По полученной ЛАЧХ корректирующего устройства подбирают наиболее простое по техническому исполнению корректирующее устройство и его параметры (рис. 3.17).

**Коррекция с помощью дополнительных обратных связей.** Для структурной схемы, приведенной на рис. 3.16,б, передаточная функция разомкнутой системы:

$$W_p(p) = \frac{W_{неохв}(p)W_{охв}(p)}{1 + W_{охв}(p)W_o(p)}$$

Учитывая, что  $W_p(p) = W_3(p)[1 - W_3(p)]$ , получим функцию корректирующего устройства

$$W_{o.c} = \frac{W_{неохв}(p)W_{охв}(p) - W_3(p)[1 - W_{неохв}(p)W_{охв}(p)]}{W_3(p)W_{охв}(p)}$$

Рассмотрим методику синтеза системы при графоаналитическом методе расчета. Комплексный коэффициент усиления для разомкнутой исходной системы  $K_{исх}(j\omega) = K_{неохв}(j\omega)K_{охв}(j\omega)$ , а для скорректированной системы  $K_{ск}(j\omega) = K_{неохв}(j\omega)K_{охв}(j\omega)/[1 + K_{охв}(j\omega)K_{o.c}(j\omega)]$ .

В диапазоне частот при  $K_{охв}(j\omega)K_{o.c}(j\omega) \geq 1$  коэффициент

$$K_{ск}(j\omega) \approx K_{неохв}(j\omega)K_{охв}(j\omega) = K_{исх}(j\omega)$$

Из последнего уравнения следует, что в указанном диапазоне частот корректирующие устройства не влияют на частотную характеристику системы, так как в этом случае характеристики исходной и скорректированной системы практически совпадают.

В диапазоне частот  $K_{охв}(j\omega)K_{o.c}(j\omega) \geq 1$

$$K_{ск}(j\omega) \approx \frac{K_{неохв}(j\omega)K_{охв}(j\omega)}{K_{o.c}(j\omega)K_{охв}(j\omega)} = \frac{K_{исх}(j\omega)}{K_{o.c}(j\omega)K_{охв}(j\omega)}$$

Из последнего равенства следует, что в указанном диапазоне частот влияние на частотную характеристику звеньев исходной системы, охваченных обратной связью, практически исключается. Отсюда следует, что охватывать обратной связью рекомендуется те звенья, которые существенно ухудшают переходный процесс.

Переходя к логарифмическим характеристикам, последнее выражение можно записать так:  $L_{исх}(\omega) - L_{ск}(\omega) = L_{o.c}(\omega) + L_{охв}(\omega)$ .

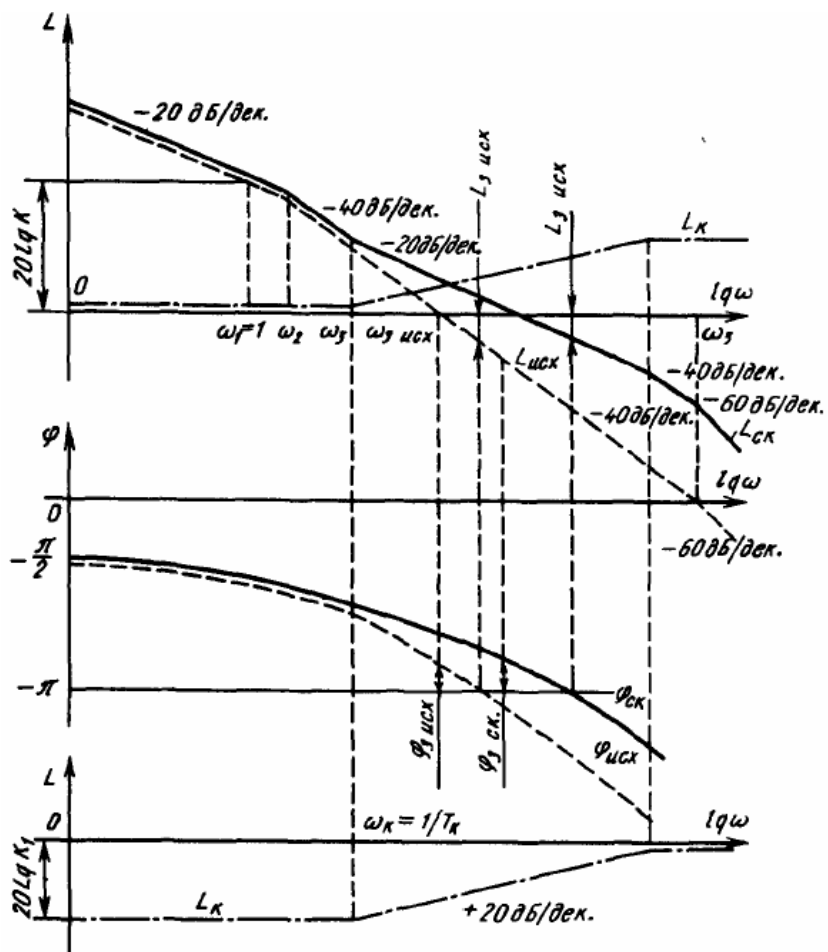


Рис. 3.17. Синтез системы с последовательной коррекцией

Порядок выполнения расчета при синтезе системы с коррекцией с помощью дополнительных обратных связей сводится к следующему.

1. Строят ЛАЧХ исходной системы  $L_{исх}(\omega)$ .
2. По техническим требованиям, предъявляемым к проектируемой системе и переходному процессу в ней, строят ЛАЧХ скорректированной системы  $L_{ск}(\omega)$ .
3. По известным ЛАЧХ строят соответствующие им ЛФЧХ.
4. Вычитанием ЛАЧХ скорректированной системы из ЛАЧХ исходной системы получают ЛАЧХ корректирующего устройства и зве-

нью, охваченных этим корректирующим устройством, т. е. находят  $L_{o.c}(\omega) + L_{oxa}(\omega)$ .

5. Руководствуясь конкретной схемой корректируемой системы, намечают место включения корректирующего устройства, после чего определяют  $L_{oxa}(\omega)$ .

6. Вычитая из суммарной ЛАЧХ, соответствующей двум характеристикам  $L_{o.c}(\omega)$  и  $L_{oxa}(\omega)$ , ЛАЧХ, соответствующую характеристике охваченных звеньев  $L_{oxa}(\omega)$ , определяют ЛАЧХ корректирующего устройства, т. е.  $[L_{o.c}(\omega) + L_{oxa}(\omega)] - L_{oxa}(\omega) = L_{o.c}(\omega)$ .

7. По найденной ЛАЧХ корректирующего устройства находят наиболее простое его техническое исполнение (рис. 3.18).

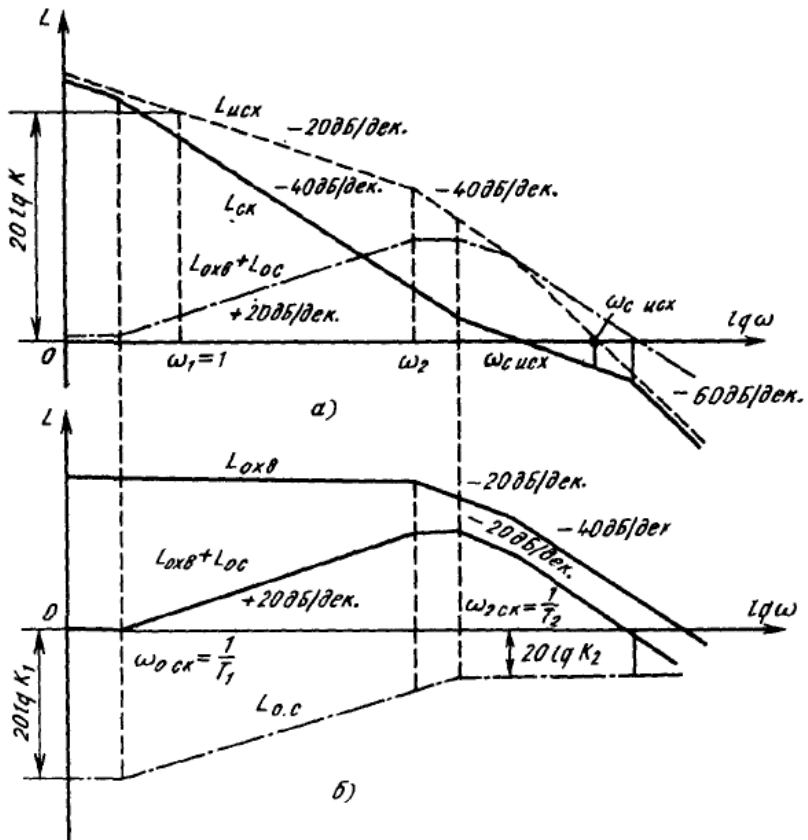


Рис. 3.18. Синтез системы с коррекцией с помощью дополнительных обратных связей

## 4. ЭЛЕМЕНТЫ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Известно, что любая САР состоит из элементов, то есть таких частей, в которых происходят качественные или количественные преобразования физической величины, а также передача преобразованного сигнала от предыдущего элемента к последующему.

### *Основные элементы САР*

1. *Датчики* – измеряют регулируемые величины объектов регулирования или возмущающие воздействия и могут преобразовывать, если в этом есть необходимость, измеренные величины одной физической природы в другую (например: разность температур – в ЭДС; усилие – в электрическое сопротивление).

2. *Элементы сравнения* – сопоставляют задающее воздействие и регулируемую величину. Получаемая на их выходе разность подается по цепи воздействия либо непосредственно, либо через усилитель на исполнительный механизм. Часто элементы сравнения как самостоятельная часть системы не применяются, а являются частью и входят в состав других устройств.

3. *Усилители* – в системах автоматики обычно используются для усиления задающего воздействия или сигнала ошибки, когда мощность этих сигналов недостаточна для нормальной работы регулятора.

4. *Исполнительные механизмы* предназначены для требуемого изменения регулируемой величины или поддержания ее в заданных пределах.

5. *Элементы настройки* представляют собой устройства, при помощи которых в САР подаются задающие воздействия (потенциометры, рейка-шестерня).

6. *Корректирующие устройства* предназначаются для улучшения регулировочных свойств системы в целом или отдельных ее частей.

7. *Командоаппараты* (кнопки, переключатели, конечные выключатели) предназначены для подачи в систему различных воздействий и команд.

8. *Элементы защиты* – (тепловые и токовые реле, плавкие предохранители) служат для выполнения защитных функций при недопустимых режимах.

9. *Контрольно-измерительные приборы* (амперметры, вольтметры, тахометры) применяются для контроля и измерения различных величин.

#### 4.1. Классификация датчиков систем автоматического регулирования

Датчиками систем автоматики принято называть измерительные устройства, выполняющие функции измерения регулируемых величин или возмущающих воздействий и, если необходимо, функции их преобразования в вид, наиболее удобный для передачи в цепь регулирующего устройства. Физическая природа измеряемых величин разнообразна, поэтому различны и датчики, которые измеряют эти величины. В настоящее время любая величина независимо от ее физической природы может быть преобразована в электрическое напряжение или ток, поэтому в САР наибольшее распространение получили электрические датчики – измерительные устройства с преобразованием неэлектрической величины в электрическую.

К датчикам предъявляется много требований, таких как достаточная мощность выходного сигнала, стабильность его характеристик во времени, малая инерционность, то есть минимальная задержка в передаче сигнала через датчик, но основным требованием является высокая чувствительность – это отношение изменения выходной величины датчика к изменению входной.

Наиболее важным классификационным признаком датчиков является их назначение. По этому признаку различают преобразователи механических, тепловых, световых, химических и других величин.

Вторым важным классификационным признаком является принцип преобразования измеряемой неэлектрической величины в электрическую.

По принципу преобразования все преобразователи делят на две большие группы:

- 1) генераторные, в которых измеряемая неэлектрическая величина преобразуется в ЭДС или силу тока;
- 2) параметрические, в которых неэлектрическая величина вызывает изменение одного или нескольких параметров электрической цепи (омического сопротивления  $R$ , емкости  $C$ , индуктивности  $L$ , взаимной индуктивности  $M$ ).

К первой группе преобразователей относятся индукционные, пьезокристаллические, фотоэлектрические и другие преобразователи, не

требующие источника электрической энергии, так как они сами являются источником последней.

Третьим признаком для классификации принимаются используемые явления, на которых основана работа датчика: изменение сопротивления проволоки при ее деформации, явление индукции, пьезоэлектрический и фотоэлектрический эффекты.

## 4.2. Контактные датчики

В результате различных воздействий контактные датчики замыкают или размыкают контакты, включенные в электрическую сеть, формируя электрический импульс, который используется в дальнейшем для приведения в действие либо исполнительного механизма, либо регулирующего органа. Контактные датчики бывают одностороннего действия (рис. 4.1,*а*) с одним подвижным и одним неподвижным контактами и двухстороннего действия (рис. 4.1,*б*) с одним подвижным и двумя неподвижными контактами, а также многопредельные, то есть с несколькими последовательно замыкающимися друг с другом контактами (рис. 4.1,*в*).

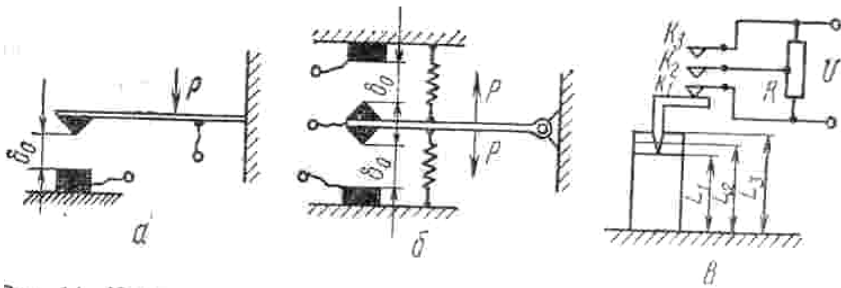


Рис. 4.1. Контактные датчики: *а*) одностороннего действия; *б*) двухстороннего действия; *в*) многопредельный

Чем меньше ток цепи, в которую введен контактный датчик, тем выше его точность. Основным недостатком рассматриваемых датчиков является ограниченный срок службы контактов, которые подвергаются действию электрической дуги, обгорают, изменяют свои свойства и размеры.

Напряжение на контактах повышается в процессе коммутации по сравнению с номинальным напряжением.

Меры борьбы с искрообразованием сводятся к применению специальных схем, уменьшающих коммутационные напряжения на контактах до значений меньших, чем напряжение зажигания.

Конструктивное исполнение контактных датчиков отличается следующее:

- 1) форма контактных поверхностей:
  - для малых токов (меньших 2...3А) –точечная;
  - для более сильных токов – плоскостная или линейная;
- 2) материал контактных поверхностей:
  - для маломощных контактов – серебро, золото, платина, вольфрам;
  - для средних токов – серебро;
  - для мощных контактов – медь;
- 3) величина переходного сопротивления в месте контакта зависит от усилия в месте контакта и должна быть в пределах  $10^{-4} - 2 \times 10^{-4}$  Ом;
- 4) размеры контактов должны обеспечить хороший отвод тепла;
- 5) расхождение контактов связано с появлением электрических зарядов в виде искры (дуги при больших токах).

### 4.3. Потенциометрические датчики

Датчики этого вида преобразуют угловое или линейное перемещение измерительного органа в постоянный или переменный ток за счет изменения своего электрического сопротивления. Различают датчики с угловым и линейным перемещением подвижного контакта (рис. 4.2), соединенного с подвижной частью объекта, изменение положения которой измеряется.

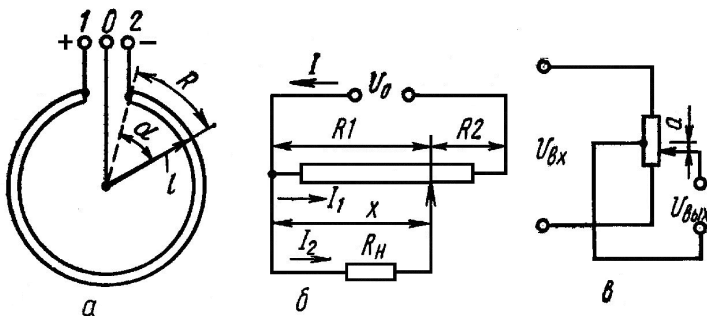


Рис. 4.2. Потенциометрические датчики: а) с угловым перемещением контакта; б) с линейным перемещением контакта; в) с отводом от средней точки



Для намотки датчиков применяют проволоку из нихрома, константана, манганина, никелина и др., то есть из материалов с большим удельным сопротивлением.

Преимуществом датчиков является получение достаточно большого выходного сигнала, то есть они могут работать без усилителей, причем питаться как постоянным, так и переменным током.

К недостаткам датчиков можно отнести наличие скользящего контакта, характеристика «выход», «вход» не всегда получается линейной; на результат измерения влияют температура и вибрации.

#### 4.4. Угольные датчики

Такие датчики преобразуют действующее на них усилие в электрическое сопротивление или силу тока. Различают датчики этого типа в виде столбиков и так называемые тензолиты.

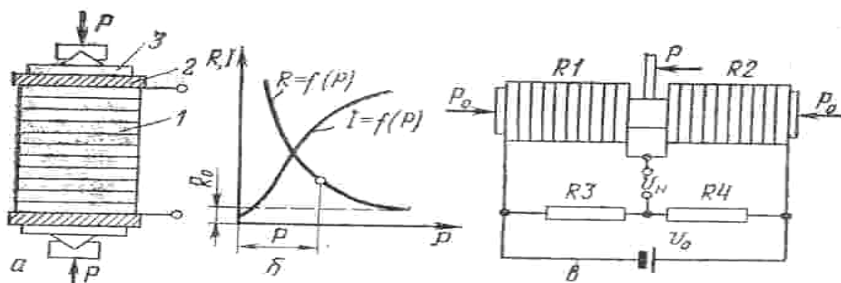


Рис. 4.3. Угольные датчики: а) столбик; б) характеристика угольного датчика; в) дифференциальный датчик

Простейший датчик представляет собой столбик (рис. 4.3,а), набранный из 10–15 угольных шайб диаметром 5–10 мм и толщиной 1–2 мм. На концах столбика монтируются контактные диски 2 и упорные конструкции, через которые усилие  $P$  передается на диски. Электрическое сопротивление столбика складывается из переходных контактных сопротивлений между угольными дисками и собственных сопротивлений дисков. При сжатии сопротивление столбика уменьшается за счет переходного сопротивления, и по показаниям прибора включенного в цепь датчика судят об усилении, приложенном к датчику.

**Тензолиты**, состоящие из порошка угля, графита или сажи, смешанного с бакелитовым или другим изолирующим лаком, представ-

ляют собой стерженьки диаметром около 1 мм с медными выводами. Тензолиты применяют для измерения упругих деформаций, которые возникают в рабочих деталях при действии внешних нагрузок и исчезают после их снятия. Наклеенный на полоску бумаги в том месте детали, где необходимо измерить деформацию, стерженек, растягиваясь или сжимаясь, воспринимает эту деформацию. При этом изменяется плотность контакта между частицами угля в бакелитовом лаке и общее сопротивление датчика. Чувствительность таких датчиков невелика. Основным недостатком угольных датчиков является нелинейность характеристики изменения сопротивления от измеряемого усилия, зависимость сопротивления от температуры.

#### 4.5. Тензометрические датчики

Они предназначены для измерения деформаций и механических напряжений, обусловленных этими деформациями. Различают проволоочные, фольговые и полупроводниковые датчики. Проволоочный датчик (рис. 4.4,а) представляет собой тонкую (диаметром 0,02–0,04 мм) зигзагообразно уложенную и обклеенную с двух сторон тонкой папиросной бумагой проволоку, изготовленную из материала высокого удельного сопротивления. Тензодатчик приклеивается к поверхности детали, и деформация последней передается на проволоку, в результате чего изменяются ее длина и диаметр, а следовательно, и электрическое сопротивление.

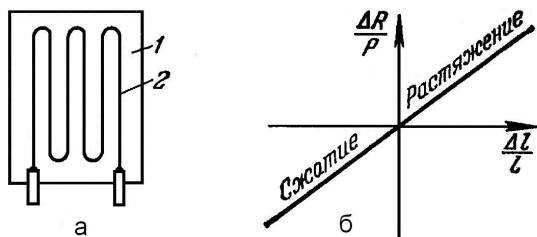


Рис. 4.4. Тензометрический датчик (а) и его характеристика (б)

Достоинства тензометрических датчиков: линейность их характеристик, малые вес и габариты, универсальность (способность измерять многие физические величины: усилия, моменты, перемещения), удобство монтажа.

К недостаткам тензометрических датчиков можно отнести низкую чувствительность, влияние температуры на сопротивление, одноразовость использования.

#### 4.6. Индуктивные датчики

Работа их основана на принципе изменения индуктивного сопротивления катушки при перемещении в ней ферромагнитного сердечника или при изменении зазора между отдельными частями магнитного сердечника (рис. 4.5).

Датчики просты по конструкции, надежны в работе, дают большую мощность на входе — до 5 Вт, у них нет подвижных контактов, поэтому датчики нашли широкое применение при измерении давления, расхода различных жидкостей и газов, линейных и угловых перемещений. Эти датчики работают от сети переменного тока на частотах от 50 Гц до нескольких КГц, что позволяет уменьшить их габариты.

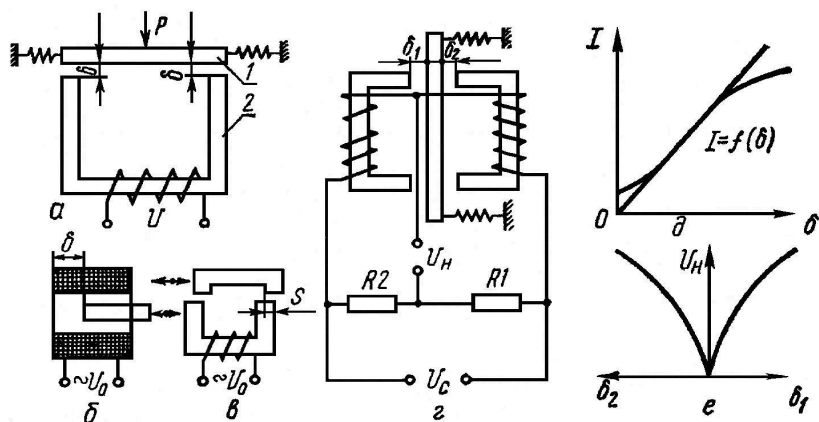


Рис. 4.5. Индуктивные датчики: а) с подвижным якорем; б) с перемещающимся сердечником; в) с изменяющейся площадью зазора; г) дифференциальный; д) характеристика датчиков (а, б, в); е) характеристика дифференциального датчика

К недостаткам индуктивных датчиков следует отнести сильную зависимость их работы от частоты напряжения питания катушки и просто от величины напряжения и невозможность применения на высоких частотах, поскольку при этом резко увеличиваются потери на перемаг-

ничивание и индуктивное сопротивление обмотки, зависимость от изменения температуры.

#### 4.7. Емкостные датчики

Датчики этого вида представляют собой конденсаторы, емкость которых изменяется при изменении контролируемой неэлектрической величины.

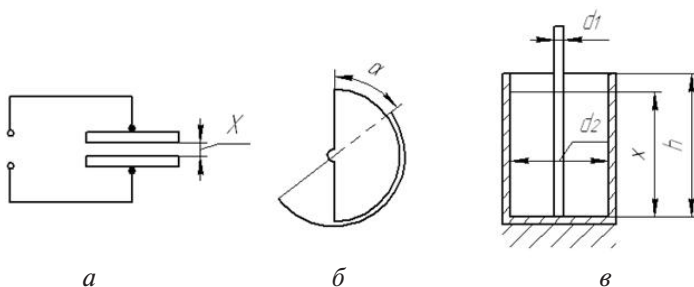


Рис. 4.6. Емкостные датчики: а) плоский; б) с угловым перемещением; в) цилиндрический

Как известно, емкость конденсатора зависит от площади пластин, расстояния между ними и диэлектрической проницаемости среды между обкладками. В соответствии с этим различают три типа емкостных датчиков: с изменяемой площадью пластин, с изменяемым расстоянием между пластинами и с изменяемой диэлектрической проницаемостью среды между пластинами. Различные примеры емкостных датчиков схематично изображены на рис. 4.6.

Датчики применяются для измерения различных параметров: влажности (почвы, зерна и др.), количественного состава, расхода, давлений, толщины различных материалов и т. п.

Достоинства емкостных датчиков:

- малые габариты;
- очень высокая чувствительность;
- возможность работы в коррозионной среде и при высокой температуре.

Емкостным датчикам присущ ряд недостатков:

- мощность выходного сигнала невелика, поэтому необходимо применять усилители;

- при промышленной частоте не удастся получить значительную мощность датчиков, в связи с этим они обычно получают питание от источников повышенной частоты (10 кГц и более);
- сильное влияние оказывают паразитные емкости (особенно емкости соединительных проводов), что вынуждает использовать экранирующие элементы для проводов и датчика.

#### 4.8. Фотоэлектрические датчики

Фотоэлектрические датчики как быстродействующие элементы получают широкое распространение в САР. Принцип действия их основан на использовании фотоэлектрического эффекта. Известно, что световая энергия, действуя на некоторые материалы, сообщает их электронам дополнительную энергию, достаточную для того, чтобы часть электронов оказалась свободной. Эти электроны становятся переносчиками электрической энергии в виде определенного электрического тока, сила которого будет тем больше, чем больше световой поток, падающий на фотоэлемент.

В зависимости от поведения высвобождающихся под действием светового потока электронов различают три типа фотоэлементов: с внешним фотоэффектом (вакуумные или газонаполненные), с запирающим слоем (вентильные) и с внутренним фотоэффектом (фотоспротивления).

Фотоэлементы с внешним фотоэффектом:

- вакуумные фотоэлементы представляют собой вакуумную лампу (рис. 4.7), на внутреннюю поверхность которой – катод 2 – наносится слой фоточувствительных материалов (литий, натрий, цезий, калий) анод 1 выполнен в виде кольца или сетки из никелевой проволоки; выходной ток не превышает нескольких микроампер;
- газонаполненные фотоэлементы. При заполнении фотоэлементов инертными газами Ne, Ar, Kr, Xe фотоэлектроны, движущиеся к аноду, сталкиваются с молекулами газа и ионизируют их.

В результате от катода к аноду двигается нарастающая лавина электронов, а к катоду – лавина положительно заряженных ионов, то есть выходные токи у газонаполненных фотоэлементов в несколько раз больше, чем у вакуумного фотоэлемента.

Фотоэлементы с внутренним фотоэффектом отличаются от рассмотренных выше тем, что свободные электроны, изменяя свое энергетическое состояние, остаются в веществе. Наиболее распространены фоторезисторы — однородные полупроводниковые пластины с омическими контактами, которые при освещении уменьшают свое сопротивление (сернистый свинец, кадмий).

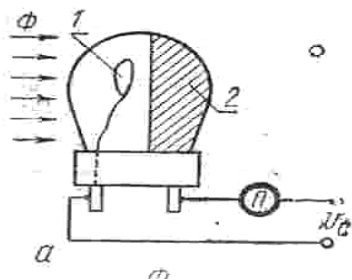


Рис. 4.7 Схема фотоэлемента

Широкое применение в автоматике находят фотодиоды, фототриоды, выполненные на основе кремния или германия.

Фотоэлементы просты по конструкции, невелики по габаритам, высокочувствительны и надежны в работе. Применяются для определения прозрачности жидкости или газов, подсчета изделий, проходящих по конвейеру.

#### 4.9. Датчики температуры

Датчики температуры используют в своей работе разнообразные свойства веществ и материалов, изменяющихся в зависимости от температуры. Это может быть вызвано изменением линейных размеров или объема, коэффициента температурного сопротивления, термоэлектродвижущей силы. Широкое применение находят в автоматике контактные термометры, биметаллические датчики, термометры сопротивления, термопары.

**Контактные термометры** относятся к датчикам, основанным на принципе теплового расширения жидкостей и газов.

Жидкостные (ртутные) датчики представляют собой стеклянную трубку (рис. 4.8), внутри которой размещена стеклянная ампула с капилляром, где находится ртуть.



Рис. 4.8. Схема жидкостного контактного датчика температуры

В ампулу введены два контакта: один впаян снизу и соединен со столбиком ртути, а второй (подвижный) расположен сверху и может перемещаться в капилляре при помощи магнитной головки. Поскольку высота столба ртути зависит от температуры измеряемой среды, то каждому положению подвижного контакта будет соответствовать определенное, заранее заданное значение температуры срабатывания датчика. Помимо рассмотренной конструкции применяются термометры, где вариации столба жидкости используются для изменения сопротивления резистора, впаянного в капилляр, индуктивности катушки, емкости (рис. 4.9).

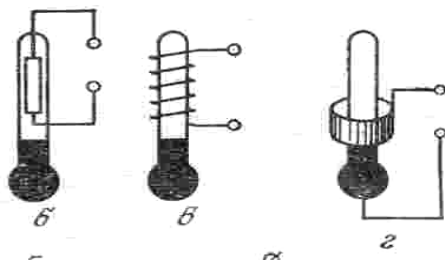


Рис. 4.9. Схема жидкостных датчиков температуры

**Манометрические датчики** используют зависимость давления находящегося в замкнутой системе газа или насыщенного пара низкокипящей жидкости от температуры.

Замкнутая система (рис. 4.10) состоит из баллона, погруженного в измеряемую среду, соединительного капилляра и сильфона 3, связанного через систему рычагов со стрелкой измерительной шкалы. Изменение температуры в этом датчике преобразуется в перемещение сильфона. При достижении предельных значений температуры стрелка вызывает срабатывание контактной системы, в результате чего возни-

кает регулирующий сигнал. Жидкостные датчики заполняются ртутью, ацетоном, эфиром, спиртом, а газовые — азотом и инертными газами.

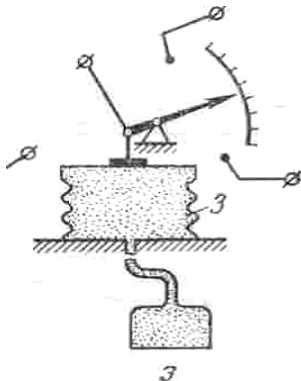


Рис. 4.10. Схема манометрического датчика температуры

Недостатками таких датчиков являются значительная инерционность и повышенная чувствительность к вибрации и толчкам, которые могут вызвать срабатывание контактов.

**Биметаллические датчики** представляют собой спай двух полосок металлов с различными температурными коэффициентами расширения. При изменении температуры измерительный элемент изгибается, причем степень деформации пропорциональна температуре. Спаянные пластинки изгибаются в сторону металла с меньшим температурным коэффициентом расширения. Пример такого датчика изображен на схеме рис. 4.11.

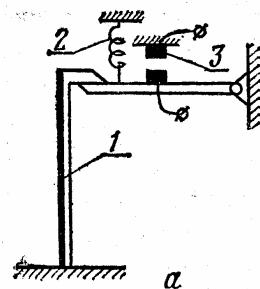


Рис. 4.11. Биметаллический датчик температуры

Здесь деформация биметаллической пластинки 1 используется для освобождения пружины 2, которая обеспечивает резкое и четкое срабатывание контактов 3.



**Термометры сопротивления** используют свойство металлических проводников изменять свое электрическое сопротивление при изменении температуры. Наибольшее распространение получили термометры с платиновыми (от  $-180$  до  $+500^{\circ}\text{C}$ ) и медными (не выше  $100\text{--}150^{\circ}\text{C}$ ) преобразователями.

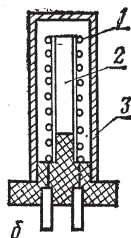


Рис. 4.12. Термометр сопротивления

В платиновых термометрах (рис. 4.12) неизолированная проволока 1 намотана на каркас 2 из слюдяных пластин; в медных — изолированная эмалью или шелком проволока намотана на каркас из пластмассы и из керамики. Пластина с проволокой сжата между двумя более широкими пластинами, изолирующими проволоку от арматуры. Весь пакет из пластин вставляется в алюминиевую трубку-чехол 3, защищающий обмотку от механических повреждений. Токовые нагрузки термометров сопротивления малы, с тем чтобы тепло, выделяемое током в проводнике, было возможно меньшим по сравнению с получаемым от среды, где измеряется температура.

**Полупроводниковые терморезисторы**, температурный коэффициент которых в 8–10 раз больше, чем у металлов, получили широкое распространение в автоматических системах регулирования температуры. В зависимости от материала терморезисторы делятся на медно-марганцевые и кобальтово-марганцевые. Конструктивно они представляют собой шарик, трубку или диск из этих полупроводниковых материалов с металлическими выводами. К недостаткам терморезисторов относятся низкая стабильность параметров и нелинейность характеристики выхода — входа.

**Термоэлектрические датчики (термопары)** действуют на основе термоэлектрического эффекта.

Если соединить два разных (обычно специально подобранных) проводника и нагреть место соединения, то на свободных (холодных)

концах проводников появится ЭДС, называемая термоэлектродвижущей силой (термо-ЭДС), представляющая собой разность функций температур мест соединения проводников. Объясняется это тем, что энергия свободных электронов (они всегда есть в проводниках) в различных металлах увеличивается с ростом температуры неодинаково. Если вдоль проводника существует перепад температуры, то электроны на том его конце, где температура выше, приобретают более высокие энергии и скорости, чем на том конце, где температура ниже. Поэтому электроны двигаются от горячего конца проводника к холодному, причем с неодинаковой скоростью в различных металлах. В замкнутой цепи разное движение электронов создает ток, который является результатом возникновения термоэлектродвижущей силы в горячем контакте (спая). Чем больше разность температур между холодными и горячими концами, тем больше термо-ЭДС.

$$E_{AB}(Q_1 Q_2) = f(Q_1) - f(Q_2),$$

где  $Q_1$  — температура нагретых концов спая;  $Q_2$  — температура холодных концов спая.

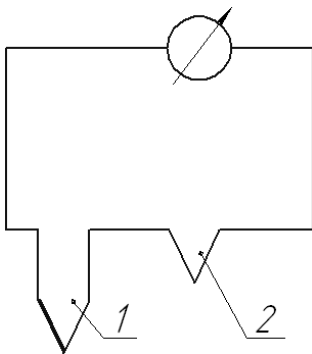


Рис. 4.13. Схема включения термопары

Горячий спай 1 термопары (рис. 4.13) помещают в среду, температуру которой нужно измерить. Свободным же концам следует обеспечить определенную и неизменную температуру, для чего их достаточно удалить от спая или удлинить путем подбора проводников 2, обладающих теми же термо-ЭДС и называемых поэтому термоидентичными или компенсационными. Температура  $Q_2$  этих проводов, присоединяемых к измерительному прибору, и определяет ту разность температур, от которой зависит термо-ЭДС.

КПД термопары зависит от разности температур и свойств материалов, для существующих материалов он очень мал: не превышает 5–13% при  $t = 100–300^\circ\text{C}$ .

#### 4.10. Датчики уровня

Это устройства, при помощи которых измеряют уровень какого-либо вещества относительно дна емкости или иной отметки, принятой за начало отсчета.

Наибольшее распространение получили мембранные и поплавковые датчики. Мембранные датчики представляют собой микропереключатели (рис. 4.14), срабатывание которых происходит при заданном усилии, соответствующем давлению определенного объема вещества над датчиком.

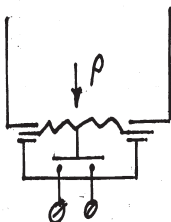


Рис. 4.14. Схема мембранного датчика уровня

Поплавковые датчики представляют собой поплавков, воспринимающий изменение уровня жидкости. Поплавок обычно связан с элементом, который преобразует изменение уровня жидкости в электрический сигнал при помощи потенциометрического или индуктивного преобразователя. Недостатком таких датчиков является наличие подвижных частей.

#### 4.11. Датчики угловой скорости вращения

**Центробежные тахометры** представляют собой следующее (рис. 4.15).

На оси 3 закреплены при помощи шарниров и четырех рычагов 2 грузы 1, воспринимающие вращательное движение от объекта, чья угловая скорость измеряется. Пружина 4 установлена на оси 3 в слегка поджатом состоянии, поэтому ползунки (нижний ползунок подвижен, верхний – неподвижен), когда ось не вращается, удалены друг от друга

на максимальное расстояние. При вращении оси с некоторой угловой скоростью грузы 1 под действием центробежной силы симметрично расходятся. Пружина 4 сжимается, и нижний ползунок поднимается до тех пор, пока сила пружины не уравновесит инерционные силы двух масс. Вращение оси через зубчатое колесо передается на счетный механизм 7, который регистрирует скорость вращения, или на специальное устройство 8, фиксирующее перемещение нижнего ползунка. Таким устройством может быть якорь индуктивного датчика, подвижный ползунок потенциометрического датчика или любого другого.

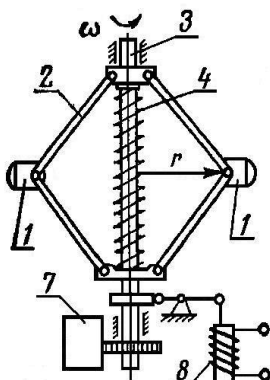


Рис. 4.15. Тахометрический центробежный датчик скорости: 1 – груз; 2 – рычаг; 3 – ось; 4 – пружина; 7 – счётный механизм; 8 – устройство, фиксирующее перемещение нижнего ползунка

**Тахогенераторы** могут быть постоянного тока с постоянными магнитами или с обмоткой возбуждения переменного тока.

**Тахогенератор постоянного тока с постоянным магнитом** (рис. 4.16) – у него якорь 1 вращается в постоянном магнитном поле постоянного магнита 2. Выходная величина – напряжение, снимаемое с коллектора машины, пропорциональна входной величине – угловой скорости вращения якоря.

В тахогенераторах постоянного тока с обмоткой возбуждения (рис. 4.16), которая обычно получает питание от независимого источника, магнитный поток возбуждения остается неизменным, и поэтому выходное напряжение также прямо пропорционально скорости вращения вала.

$$\varepsilon = -d\Phi/dt; E = C n \Phi; C = \text{const},$$

где  $n$  – обороты якоря.

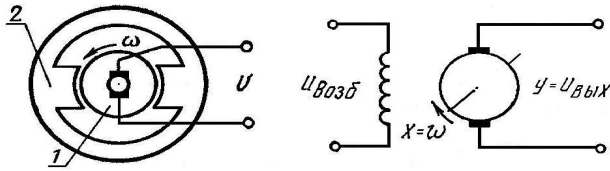


Рис. 4.16. Тахогенератор постоянного тока: 1 – якорь; 2 – постоянный магнит

Индукцированная ЭДС замеряется вольтметром или записывается осциллографом.

Тахогенераторы постоянного тока просты в изготовлении, имеют линейную характеристику. К недостаткам следует отнести малый уровень сигнала на небольшой частоте вращения, наличие скользящего контакта между щетками и коллектором приводит к снижению надежности работы, температура влияет на сопротивление обмоток, а следовательно, и на выходную величину, наличие постоянного магнита вызывает скопление металлических частиц, которые со временем ухудшают работу тахогенератора.

**Тахогенератор переменного тока** (рис. 4.17) не имеет подвижных контактов. На статоре размещены две обмотки, расположенные по отношению друг к другу под углом 90 градусов.

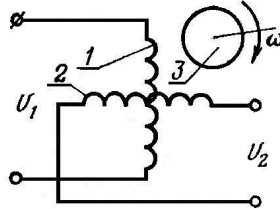


Рис. 4.17. Тахогенератор переменного тока: 1 – обмотка возбуждения; 2 – обмотка; 3 – ротор

Обмотка возбуждения 1 получает питание от источника переменного тока, с обмотки 2 снимается выходное напряжение  $U_2$ . Ротор 3 представляет собой алюминиевый стакан между статором и неподвижным цилиндрическим сердечником. Когда ротор не вращается, то выходное напряжение равно 0, так как оси обмоток взаимно перпендикулярны. Во вращающемся в магнитном поле обмотки возбуждения роторе индуцируется ток. Этот ток создает магнитный поток, который пересекает витки выходной обмотки 2 и наводит в ней переменную ЭДС,

пропорциональную скорости вращения ротора. Таким образом, при постоянном значении напряжения, подводимого к обмотке возбуждения, выходное напряжение будет пропорционально угловой скорости вращения тахогенератора.

**Индукционные датчики (импульсные генераторы, рис. 4.18).**

Их работа основана на явлении электромагнитной индукции, заключающемся в наведении ЭДС в электрическом контуре за счет изменения магнитного потока.

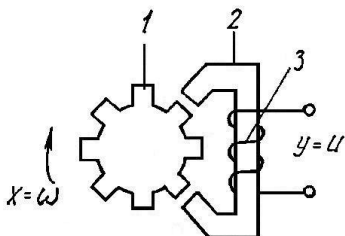


Рис. 4.18. Индукционный датчик угловой скорости: 1 – зубчатый ротор; 2 – неподвижный постоянный магнит; 3 – обмотка

Индукционный датчик состоит из вращающегося ротора 1, неподвижного постоянного магнита 2 с обмоткой 3. При вращении ротора к полюсам магнита попеременно подходят то два выступа, то две впадины. Это приводит к изменению магнитного потока в сердечнике и появлению в обмотке электрического тока, амплитуда и частота которого пропорциональны частоте вращения.

**Магнитоиндукционные тахометры (спидометры) (рис. 4.19).**

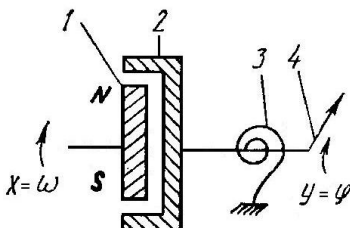


Рис. 4.19. Магнитоиндукционный датчик угловой скорости: 1 – магнит; 2 – цилиндр; 3 – пружина; 4 – подвижная система

При вращении магнита 1 с угловой скоростью в цилиндрическом или дисковом токопроводящем элементе 2 образуется ЭДС, вызывающая появление в его теле тока. В результате взаимодействия тока

с магнитным потоком магнита возникает момент, стремящийся повернуть цилиндр 2 в направлении вращения магнита. Этому препятствует пружина 3, в связи с чем подвижная система 4 поворачивается на определенный угол.

**Магнитоcontactные** датчики выполнены на магнитоуправляемых герметизированных контактах (герконах) (рис. 4.20).

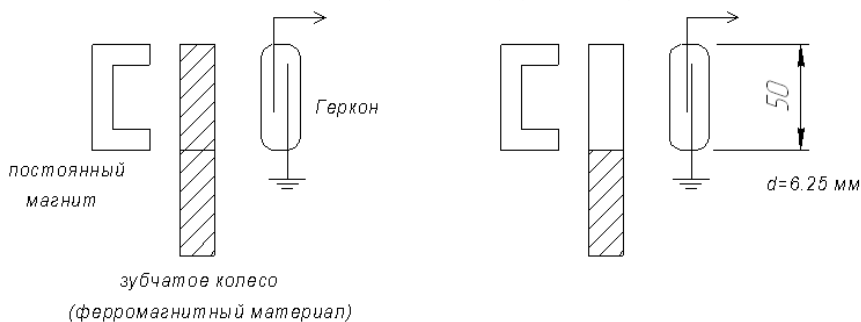


Рис. 4.20. Схема работы магнитоcontactного датчика

Датчики представляют собой баллон, внутри которого вакуум или газовая среда (азот, аргон) различного давления. Пружинные контакты из ферромагнитного материала соприкасаются под действием магнитного поля.

При определенной напряженности магнитного поля электромагнита или постоянного магнита контакты (чаще из пермаллоевой проволоки) замыкаются. Пермаллой – группа сплавов *Ni* и *Fe* с высокой магнитной проницаемостью.

Время срабатывания = 0,5 мсек. Зазор между контактами составляет сотые доли мм.

К достоинствам датчиков следует отнести:

- простота конструкции;
- надежность работы;
- отсутствие регулировок;
- рабочий интервал  $t$  от  $-100$  до  $+200^{\circ}$  С.

### Фотоэлектрические датчики

Фотоэлектрические датчики (рис. 4.21) имеют наименьшую погрешность преобразования. В качестве осветителей их воспринимающего элемента все чаще используют не лампы накаливания, а светоизлучающие диоды (ППЭ-Д1 и ППЭ-Д2) и миниатюрные лазеры.

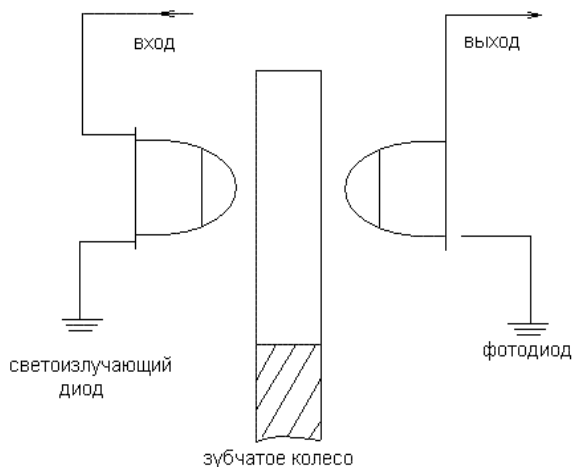


Рис. 4.21. Схема датчика для измерения угловой скорости с применением фотоэлектрического датчика

### Датчики Холла

Датчики работают на использовании эффекта Холла, который заключается в следующем (рис. 4.22, 4.23).

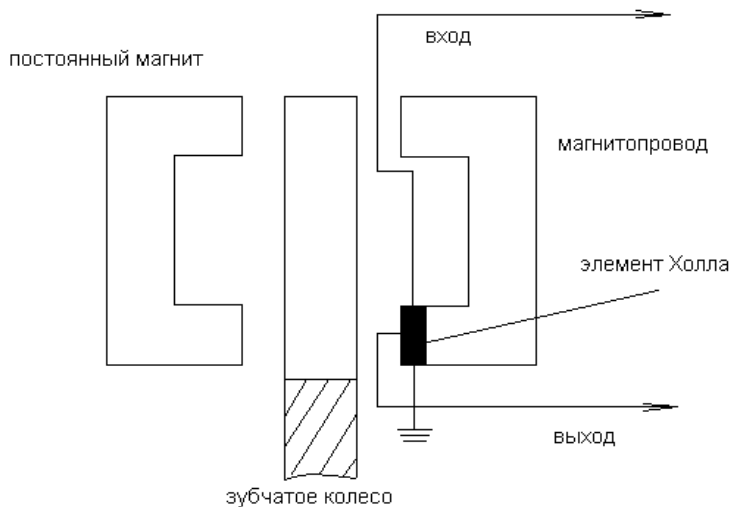


Рис. 4.22. Схема датчика Холла

В кристаллах наблюдается изменение разности потенциалов между двумя электродами, расположенными по обе стороны от кристал-



ла, в результате прохождения электрического тока между электродами, обусловленного изменением магнитного поля, направленного перпендикулярно к поверхности кристалла.

Достоинства датчиков:

- нечувствительность к изменению зазора;
- возможность работы на нулевых скоростях;
- нечувствительность к изменению скорости;
- простота электронной схемы и технологичность изготовления.

Недостаток: необходим магнитный источник особой структуры.

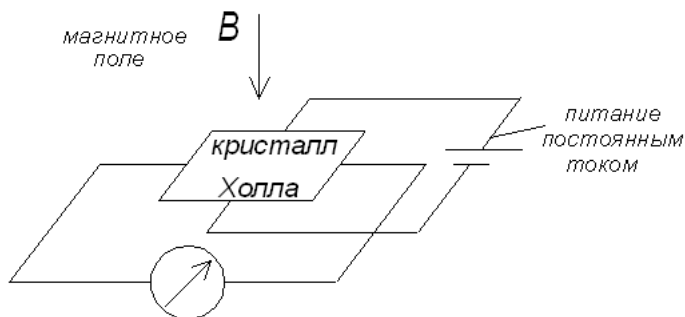


Рис. 4.23. Схема, поясняющая эффект Холла

## 4.12. Датчики давления

### Контактные датчики давления

В контактных датчиках давления (рис. 4.24) при снижении давления ниже допустимого мембрана перемещается и соединенный с ней подвижный контакт замыкает электрическую цепь, в которой установлена сигнальная лампочка.

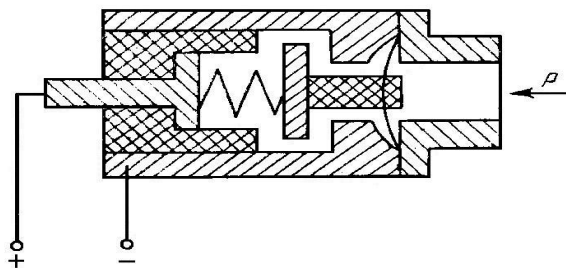


Рис. 4.24. Контактный датчик давления

Датчики давления электротеплового типа (рис. 4.25) содержат в качестве чувствительного элемента биметаллическую пластину с обмоткой из изолированной проволоки. Под действием протекающего тока биметаллическая пластина нагревается, что вызывает ее изгиб в сторону металла с меньшим коэффициентом линейного расширения и размыкание контактов. При охлаждении контакты вновь замыкаются и процесс циклически повторяется. Время протекания тока в электрической цепи зависит от силы сжатия контактов. При малом давлении контакты сжаты слабо и замыкаются редко. С увеличением давления требуется больший нагрев пластины для размыкания контактов. Таким образом, продолжительность импульсов тока и, следовательно, средняя сила тока в цепи зависят от величины измеряемого давления.

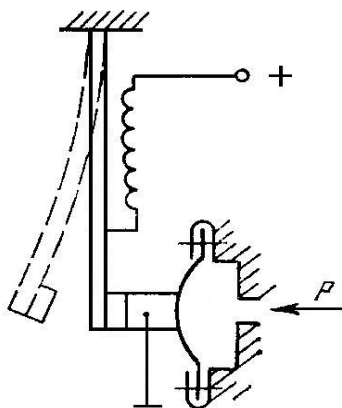


Рис. 4.25. Электротепловой датчик давления

**Сильфонный датчик давления** газов представляет собой гофрированную трубку 1, соединенную через рейку 2 с зубчатым колесом 3, которое, в свою очередь, связано с подвижной частью устройства, преобразующего перемещение рейки под действием изменяющегося давления в электрический сигнал. Напряжение на выходе потенциометрического датчика пропорционально измеряемому давлению.

Под действием давления  $P$  сильфон растягивается или сжимается и перемещает рейку, а вместе с ней и ползунок потенциометра (рис. 4.26).

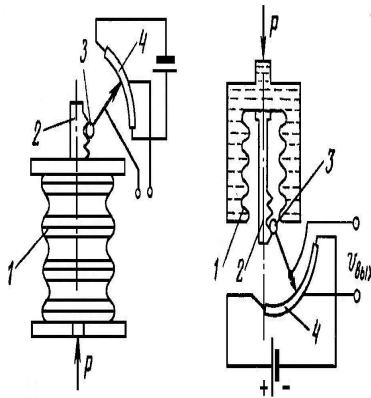


Рис. 4.26. Сильфонный датчик давления: 1 – гофрированная трубка; 2 – рейка; 3 – зубчатое колесо; 4 – ползунок потенциометра

**Пьезоэлектрические датчики** применяются для измерения давления там, где процесс изменения давлений протекает быстро (давление газов в двигателях внутреннего сгорания, давление звуковых волн и т. п.).

Пьезоэлектрические датчики используют в своей работе пьезоэлектрический эффект, свойственный кристаллам кварца, сегнетовой соли, титаната бария и т. д. Суть эффекта заключается в том, что при упругих деформациях под действием силы  $P$  на гранях соответственно вырезанных кристаллов возникает электрический заряд  $Q = kP$ , где  $k$  – пьезоэлектрическая постоянная, определяющая чувствительность преобразователя.

В идеальном преобразователе, в котором сопротивление изоляции бесконечно велико, заряд возникает при приложении силы и исчезает, как только сила перестает действовать. В реальных же условиях непременно появляются утечки заряда.

Выходная мощность пьезоэлектрических преобразователей очень мала, поэтому на выход преобразователя должен быть включен усилитель с большим входным сопротивлением.

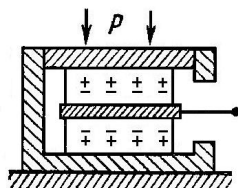


Рис. 4.27. Пьезоэлектрический датчик давления

### Датчики давления с применением световодов

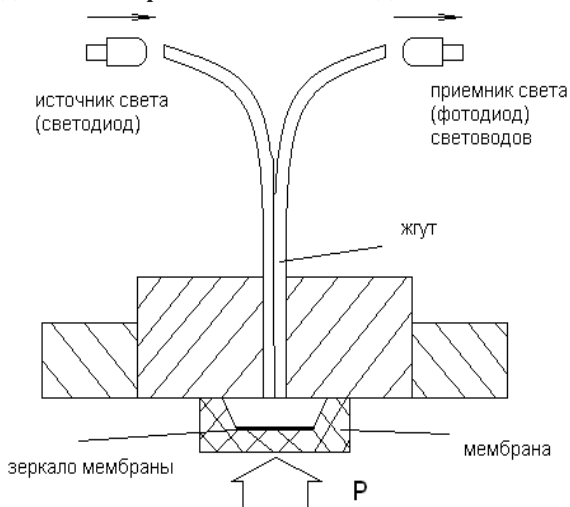


Рис. 4.28. Датчик давления с применением световодов

Свет от источника (светодиода, рис. 4.28) по световоду попадает на зеркало мембраны, установленной, например, в камере сгорания теплового двигателя. Отраженный от зеркала свет по другому световоду воспринимается приемником света (фотодиодом). При действии измеряемого давления в камере сгорания на мембрану происходит ее деформация вместе с зеркалом, в результате чего изменяется величина отраженного светового потока, а следовательно, и величина фототока в приемнике света.

То есть перемещение зеркала мембраны воспринимается фотоэлектрическим преобразователем.

### 4.13. Датчики расхода

Для измерения расхода жидкостей и газов применяются разные датчики. Наибольшее распространение получил метод измерения расхода по перепаду давления в дроссельных устройствах (диафрагмы, сопла, различные трубки и т. д.).

#### Датчики с дросселем-диафрагмой

Диафрагма 2 (рис. 4.29) помещена в трубопровод 1, и в датчике создается перепад давлений за счет того, что сечение отверстия диафрагмы

мы намного меньше сечения трубопровода. Этот перепад улавливается отводными трубками 3, в одну из которых вставлено омическое сопротивление  $R$ . Оно вместе с прибором  $\Pi$  подключено к источнику тока и в процессе работы шунтируется жидкостью. Сила тока прибора пропорциональна перепаду давлений в трубопроводе.

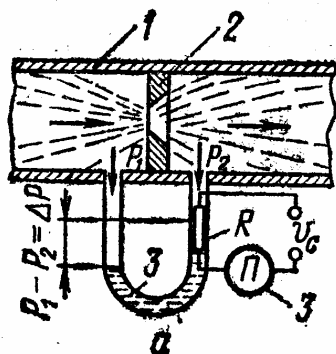


Рис. 4.29 Датчики расхода с дросселем-диафрагмой

Таким образом, по показанию прибора, проградуированного в единицах измерения расхода, судят о количестве жидкости, проходящей по трубопроводу в единицу времени.

**Датчики с вертушками** находят также широкое применение для измерения расхода воды, жидкого топлива, газа и других веществ.

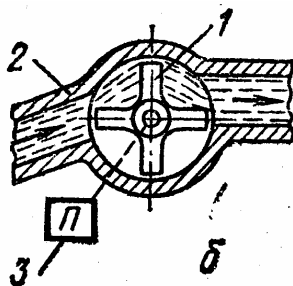


Рис. 4.30. Датчики расхода с вертикальной вертушкой

В датчике с вертикальной вертушкой 1 (рис. 4.30), помещенной в корпус 2, жидкость, протекая через датчик, вращает вертушку, скорость вращения которой пропорциональна скорости потока. Вертушка соединена со счетным механизмом прибора 3, измеряющего расход, или с валом тахогенератора.

**Датчики расхода топлива с фотоэлементом** (рис. 4.31) содержат подвижный элемент в виде шарика, перемещения которого преобразуются в электрический сигнал.

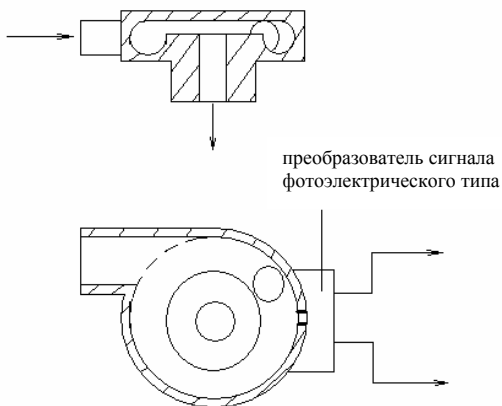


Рис. 4.31. Датчик расхода жидкости с фотоэлементом

**Датчики расхода воздуха** могут быть двух типов: с подвижным элементом (в виде заслонки, турбинки, крыльчатки) или с термоанемометрическим преобразователем, не имеющим подвижных частей.

В первом случае (рис. 4.32) положение подвижного элемента преобразуется в пропорциональный электрический сигнал потенциометром.

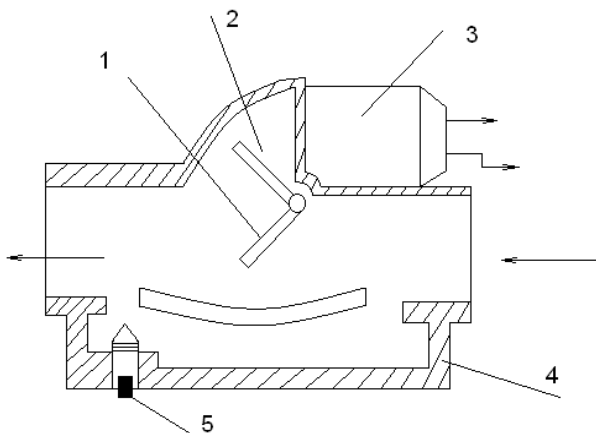


Рис. 4.32. Датчик расхода воздуха потенциметрического типа:  
 1 – основная заслонка; 2 – демпфирующая заслонка; 3 – преобразователь сигнала (потенциметрического типа); 4 – корпус; 5 – винт регулирования дополнительного воздуха

Расход воздуха пропорционален углу поворота основной заслонки 1, которая изменяет омическое сопротивление потенциометра 3.

**Термоанемометрический датчик** (рис. 4.33) имеет две расположенные в потоке воздуха токонесущие металлические нити (изготовленные из любого высокотемпературного сплава). Нить 1 «горячая» нагревается до 200–800° С протекающим по ней током. «Холодная» нить 3 дополняет «горячую» нить до полумостовой схемы. Нить 1 охлаждается обдувающим ее потоком воздуха. При постоянном токе подогрева температура нити является функцией скорости потока, то есть разность электрического сопротивления нитей пропорциональна расходу воздуха.

Термоанемометрические датчики отличаются высокой надежностью и стабильностью, однако их выходной сигнал связан с расходом воздуха нелинейной зависимостью, что усложняет конструкцию электронного блока управления.

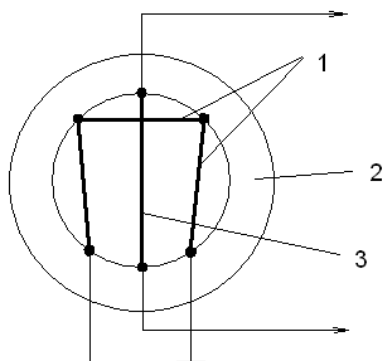


Рис. 4.33. Термоанемометрический датчик: 1 — «горячая» нить сопротивления; 2 — корпус; 3 — «холодная» нить сопротивления

Термоанемометрические датчики могут работать в режиме заданной температуры (рис. 4.34,б) и в режиме заданного тока (рис. 4.34,а).

В первом случае изменяется ток через нить датчика таким образом, чтобы при изменении скорости потока воздуха температура оставалась все время постоянной и мост находился в равновесии для всех значений скорости потока. Равновесие моста контролируется по показаниям гальванометра  $G$ .

Во втором случае поддерживается постоянным ток через нить датчика. Изменяются температура нити и ее сопротивление, а выходной ток неравновесного моста является функцией скорости потока воздуха.

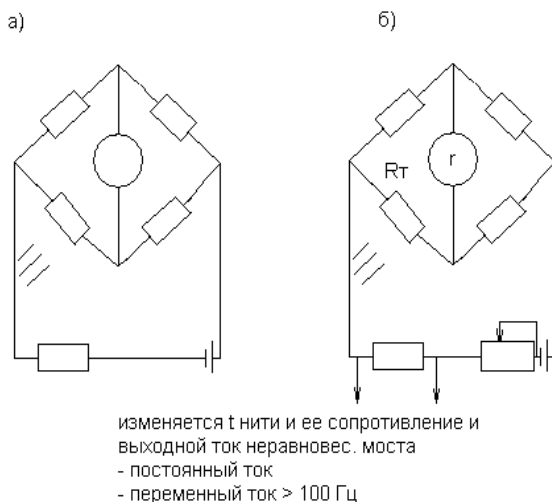


Рис. 4.34. Измерительные схемы термоанемометрических датчиков

## 4.14. Датчики для измерения ускорений

### Датчики ускорений инерционного типа

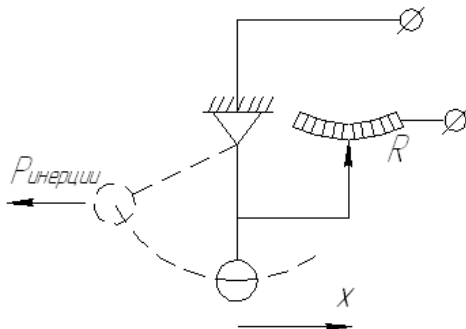


Рис. 4.35. Датчик ускорений инерционного типа

Датчик (рис. 4.35) представляет собой груз соответствующей массы, подвешенный шарнирно-маятникового типа. Шток, на котором закреплен груз, через подвижный контакт соединен с потенциометром. Груз под действием инерционной силы, пропорциональной ускорению, поворачивается на определенный угол, при этом изменяется омическое сопротивление  $R$  потенциометра, которое пропорционально измеряемому ускорению или замедлению.



**Схемы с применением дифференциаторов.** В настоящее время применяются схемы (рис. 4.36), у которых датчиком измеряется скорость перемещения объекта, а затем выходной сигнал дифференцируется, в результате получается сигнал, пропорциональный ускорению или замедлению.

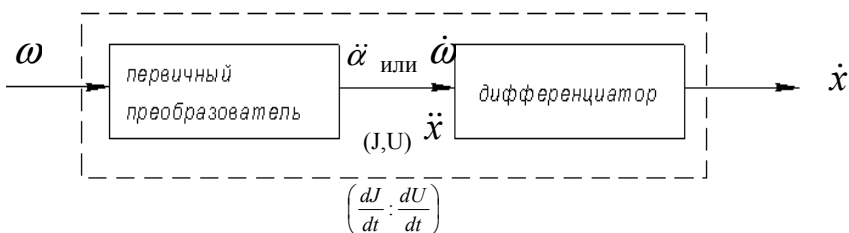


Рис. 4.36. Функциональная схема измерения ускорений с применением дифференциаторов

Примером измерения ускорений с применением дифференциаторов является схема с тахогенератором и трансформатором (рис. 4.37). При постоянной частоте вращения вала напряжение на выходе тахогенератора постоянного тока постоянно по величине, то есть трансформатор не работает. При ускоренном или замедленном вращении вала напряжение на выходе тахогенератора увеличивается или уменьшается (то есть на первичной обмотке трансформатора), что приводит к появлению напряжения на выходной обмотке трансформатора, пропорционального ускорению или замедлению вала.

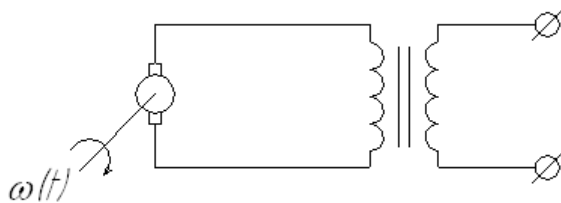


Рис. 4.37. Схема измерения ускорений с применением тахогенератора и трансформатора

В настоящее время вместо трансформаторов применяют электронные блоки, производящие операцию дифференцирования (рис. 4.38).

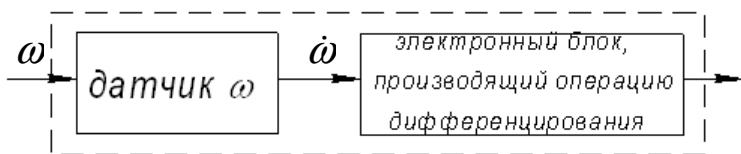


Рис. 4.38. Функциональная схема измерения ускорений с применением дифференциаторов

### Датчики ускорений с применением тензометрических датчиков

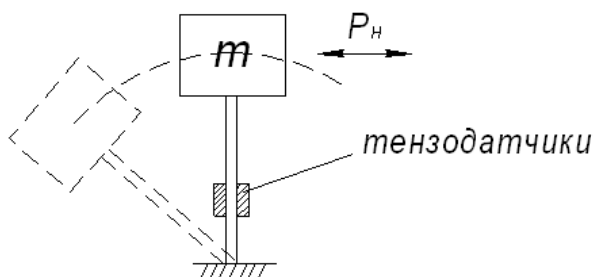


Рис. 4.39. Датчик ускорений с применением тензометрических датчиков

Датчик представляет собой балку с закрепленным на ней грузом (рис. 4.39). Жесткость балки и масса груза подобраны для измеряемых величин ускорений. На балке наклеены тензодатчики. Под действием инерционной силы балка прогибается в соответствующую сторону, вызывая деформацию тензодатчиков. Следовательно, сигнал с датчика пропорционален силе инерции, а значит, и величине ускорения.

**Пьезоэлектрические датчики ускорений** работают по принципу, рассмотренному в разделе «Датчики давления», но давление на кристаллы создает подпружиненная масса, величина которой и жесткость пружины, прижимающей массу к кристаллам, подобраны для измеряемых величин ускорений.

## 4.15. Сравнивающие элементы

В простейших автоматических системах существуют **сравнивающие элементы механического типа**.

Устройство для сравнения величин углов поворота в виде конического дифференциала показано на рис. 4.40. Здесь вал 1 связан с задающим элементом, вал 2 связан с исполнительным элементом, вал 3

связан с выходной величиной (то есть в системе имеется жесткая кинематическая обратная связь).

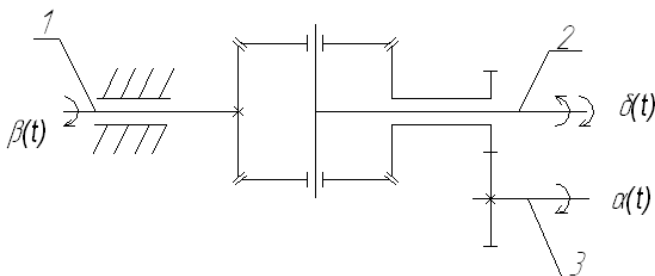


Рис. 4.40 Схема конического дифференциала

Если угол поворота  $\beta(t)$  равен углу поворота  $\alpha(t)$ , то вал 2 неподвижен. Если угол поворота  $\alpha(t)$  не равен углу поворота  $\beta(t)$ , то вал 2 начинает поворачиваться на определенный угол  $\delta(t) = \beta(t) - \alpha(t)$ .

Случай, когда  $\beta(t) = \alpha(t)$  и вал 2 неподвижен, возможен, когда есть четкое взаимодействие сигналов, и на практике не встречается.

Устройство для сравнения величин углов поворота в виде винта-гайки изображено на рис. 4.41.

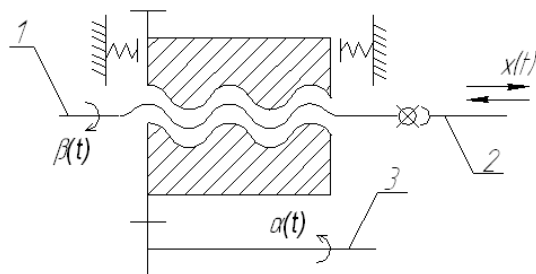


Рис. 4.41. Схема сравнивающего устройства винт-гайка

Если вращать винт и гайку с одинаковой частотой в одну сторону, то линейное перемещение вала 2 будет равно нулю,  $x(t) = 0$ .

При несоответствии частот вращения винта и гайки появится линейное перемещение вала 2, то есть  $x(t) = \beta(t) - \alpha(t)$ .

### Сравнивающие элементы электрического типа

Сравнивающий элемент потенциометрического типа (сравнение величин — линейные и угловые перемещения).

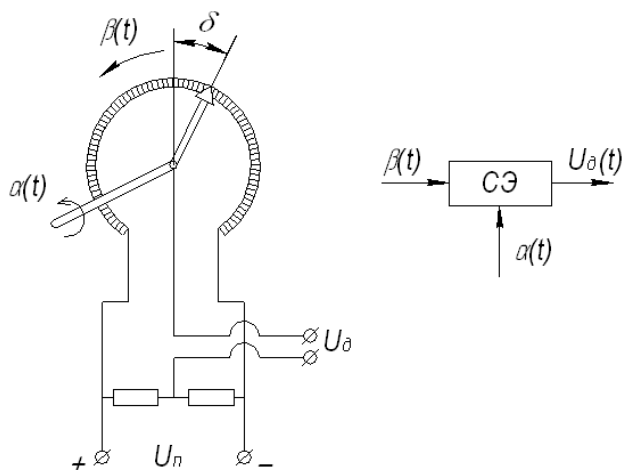


Рис. 4.42. Сравнивающий элемент потенциметрического типа

Катушка потенциометра (рис. 4.42) связана с задающим элементом, а движок или ползунок кинематически жестко связан с выходом автоматической системы. Потенциометр и дополнительные сопротивления соединены в мостовую схему. При отсутствии рассогласования в углах поворота  $\beta(t)$  и  $\alpha(t)$  напряжение на выходе мостовой схемы равно нулю. При появлении разницы в углах поворота  $\beta(t)$  и  $\alpha(t)$  на выходе мостовой схемы появляется напряжение, величина которого пропорциональна углу  $\delta(t)$ .

### Пример СЭ дистанционного типа

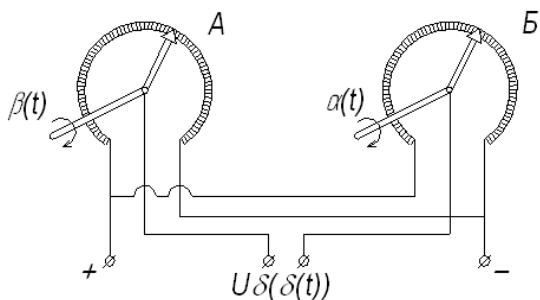


Рис. 4.43. Схема включения сравнивающего устройства дистанционного типа на потенциометрах

Сравнивающее устройство состоит из одинаковых потенциометров – задающего  $A$  – на пульте и обрабатывающего  $B$  – на объекте управления, соединенных по мостовой схеме (рис. 4.43). Движку потенциометра  $A$  задается требуемое значение угла поворота  $\beta(t)$ , а движок потенциометра  $B$  связан с объектом управления. Выходной величиной схемы является угол рассогласования  $\delta(t) = \beta(t) - \alpha(t)$ , которому пропорционально напряжение  $U\delta$ .

#### 4.16. Усилительные элементы

Электрические сигналы, получаемые от датчиков систем автоматики, как правило, очень слабы и не могут быть непосредственно использованы для управления регулирующим органом. Выходная мощность датчиков в большинстве случаев составляет сотые, тысячные доли ватта, тогда как мощность, необходимая для регулирующего органа, может достигать десятков и даже сотен киловатт. Поэтому в современных САР широко применяются усилительные элементы (усилители), которые наряду с основным назначением усиливать мощность сигнала нередко выполняют и функцию его преобразования в вид, более удобный для работы системы.

Усилители различают по следующим признакам:

- **по выходной мощности** – она колеблется от долей ватта до сотен киловатт;
- **виду вспомогательной энергии**, подводимой к усилителям, их разделяют на электрические, магнитные, электромеханические, гидравлические, комбинированные, пневматические;
- **коэффициенту усиления**, который достигает тысяч, сотен тысяч и более раз. В электрических усилителях различают усиление по мощности, напряжению и току;
- **форме характеристики**, отражающей зависимость между выходной и входной величинами. Усилители по этому признаку разделяют на две группы: с линейными и нелинейными характеристиками. Обычно предпочтительнее как наиболее простая с линейными характеристиками.

Рассмотрим некоторые типы усилителей.

## Магнитные усилители

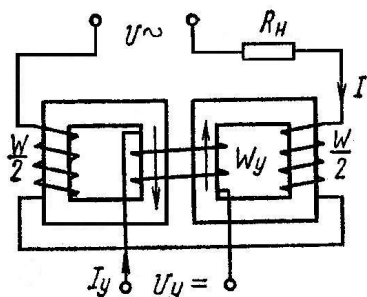


Рис. 4.44. Схема магнитного усилителя

Принцип работы магнитного усилителя (рис. 4.44) основан на изменении реактивного сопротивления в цепи переменного тока. Магнитопровод усилителя выполнен из двух отдельных сердечников. На них накладываются рабочие обмотки с числом витков  $W/2$  на каждом сердечнике и обмотка управления (подмагничивания) с числом витков  $W_y$ , охватывающая оба сердечника. Входной величиной магнитного усилителя является постоянный ток  $I_y$  обмотки управления, а выходной — переменный ток  $I$  в рабочей обмотке и нагрузочном резисторе. Половины рабочей обмотки расположены на сердечниках так, что магнитные потоки, вызванные протеканием по ним переменного тока, будут в средних сердечниках направлены встречно и взаимно компенсировать друг друга, поэтому эти потоки никакого влияния на обмотку управления не оказывают.

Чем больше постоянный ток в обмотке управления, тем сильнее магнитный поток, создаваемый обмоткой управления, следовательно, тем выше насыщение сердечника. При этом магнитная проницаемость сердечника уменьшается, что приводит к снижению индуктивности  $L$  рабочих обмоток и, как следствие, к падению их реактивного сопротивления и увеличению тока  $I$  нагрузки. Таким образом, незначительные изменения постоянного тока в обмотке управления вызывают значительные изменения переменного тока в рабочей обмотке. В этом и заключается эффект усиления магнитного усилителя.

$$L_1 = L_2 = WFM/l.$$

Здесь  $W$  — число витков рабочей обмотки одной или второй половины;  $l$  — длина средней линии сердечника;  $M$  — магнитная проницаемость;  $F$  — площадь сечения сердечника.

Если  $J_y = 0$ , ток нагрузки небольшой.

### Гидравлические и пневматические усилители

Гидравлические и пневматические усилители применяются в автоматических системах для усиления сигналов по мощности. Принципиальные схемы усилителей не отличаются друг от друга. Если в гидравлических усилителях перемещение исполнительного органа происходит под действием жидкости, поступающей от специального насоса, то в пневматических рабочей средой является воздух, нагнетаемый компрессором.

Рассмотрим примеры гидравлических усилителей.

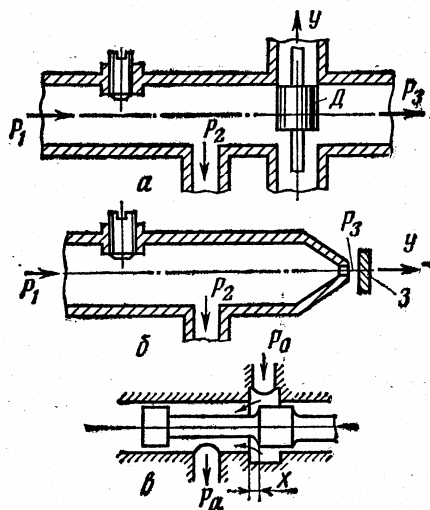


Рис. 4.45. Гидравлические усилители дроссельного типа

В дроссельных усилителях (рис. 4.45, *a* и *б*) давление  $P_2$  рабочей жидкости изменяется в зависимости от перемещения **дросселя**  $D$  или **заслонки**  $Z$ . Чем больше проходное сечение дросселя или сопла, тем больше расход жидкости, тем меньше давление  $P_2$ . Сечение зависит от регулирующего органа дросселя или заслонки. Широкое применение нашли усилители с золотниковыми устройствами (рис. 4.45, *в*), у которых в зависимости от положения золотника  $X$  давление  $P_a$  будет различным, а следовательно, и расход жидкости будет разным.

#### 4.17. Исполнительные элементы

Исполнительные элементы САР непосредственным образом воздействуют на их регулирующие органы. В качестве исполнительных элементов (ИЭ) применяются электрические реле, электрические и гидравлические двигатели, электромагнитные шаговые искатели и др.

Основными показателями, характеризующими свойства исполнительных элементов, являются: коэффициент усиления по мощности, усиление на выходе элемента, линейное или угловое перемещение, скорость вращения и т. п.

Так как исполнительные элементы изменяют положение регулирующего органа в соответствии с поступающими сигналами от датчика, измеряющего значение регулируемой величины, то к ним предъявляются определенные требования:

- мощность на выходе ИЭ должна быть достаточной для перемещения регулирующего органа с заданной скоростью;
- перемещение ИЭ на выходе обязано обеспечивать соответствующее перемещение регулирующего элемента;
- зависимость выходной величины ИЭ от входной должна быть линейной.

Рассмотрим наиболее часто встречающиеся в САР исполнительные элементы.

##### **Реле**

Релейные исполнительные элементы (реле) классифицируются по разным признакам: например, по параметру, от которого они приходят в действие, – токовые, напряжения, времени и другие; по виду физических величин, на которые реле реагирует, – электрические, механические, магнитные, тепловые, химические и так далее; по назначению – реле защиты, управления, автоматики и т. д.

Рассмотрим получившие наибольшее распространение контактные электрические реле, реагирующие на электрические параметры. В устройстве таких реле выделяют три основных функциональных элемента: воспринимающий, промежуточный и исполнительный.

**Воспринимающий элемент** непосредственно реагирует на внешний контролируемый параметр и преобразует его в физическую величину, необходимую для дальнейшей работы реле (в контактных реле, как



правило, в механическую силу). Следовательно, воспринимающий элемент является двигательным органом, который у электрических реле может быть выполнен на электромагнитном, индукционном и других принципах.

**Промежуточный элемент** (у контактных реле – пружина), получив от воспринимающего элемента преобразованный сигнал, сравнивает его с заданным и в случае отклонения от заданного формирует команду на срабатывание реле, то есть передает воздействие исполнительному органу.

**Исполнительный элемент** (у контактных реле – контактная система), приняв команду от промежуточного элемента, воздействует на управляемую цепь, изменяя ее параметры. При этом различают реле прямого действия, когда исполнительный элемент оказывает непосредственное влияние на контролируемую цепь, и реле косвенного действия, когда исполнительный элемент воздействует на контролируемую цепь через другие аппараты.

**Электромагнитное реле** – типичный представитель электрических реле (рис. 4.46).

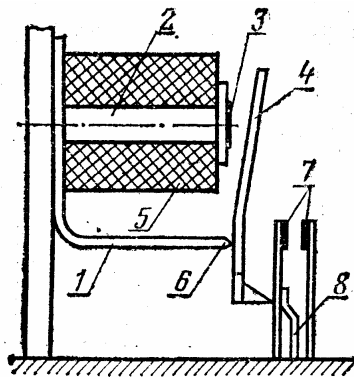


Рис. 4.46. Электромагнитное реле

В электромагнитную систему реле входят: скоба 1, сердечник 2, полюсный наконечник 3, якорь 5 и втягивающий контакт 4. Якорь и сердечник изготовлены из магнитомягкого материала. Когда по обмотке реле протекает ток, якорь притягивается к сердечнику, поворачивается относительно призмы 6 и действует на замыкание контактов 7. При исчезновении тока якорь и контакты возвращаются в исходное положение усилием пружины 8. Наконечник 3 сделан из немагнитного материала.

ла (латунь, медь), чтобы под влиянием остаточного магнитного потока якорь после отключения тока не оставался притянутым к сердечнику.

В автоматических системах часто применяется поляризованное реле, схема которого выглядит следующим образом (рис. 4.47).

Если тока в рабочей обмотке  $w$  нет, то якорь 1 находится в нейтральном положении, потому что магнитные потоки  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , создаваемые постоянными магнитами, равны и противоположны. При подаче в рабочую обмотку той или иной полярности возникает поток  $\Phi_3$ , который накладывается на потоки  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  (с одним суммируется, из другого вычитается). Равновесие нарушается, якорь 1 притягивается к магниту 4 или 5 и, поворачиваясь на оси 2, замыкает левую или правую пару контактов. Для создания потоков  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  могут быть использованы электромагниты.

Поляризованное реле имеет высокую чувствительность и малое время срабатывания, измеряемое в секундах.

При использовании поляризованного реле в АС его якорь должен иметь два устойчивых положения – правое и левое. При этом необходимо, чтобы замыкание контактов происходило при определенных значениях напряжения в обмотке возбуждения, величину которого можно регулировать величиной зазора между якорем и полюсным наконечником.

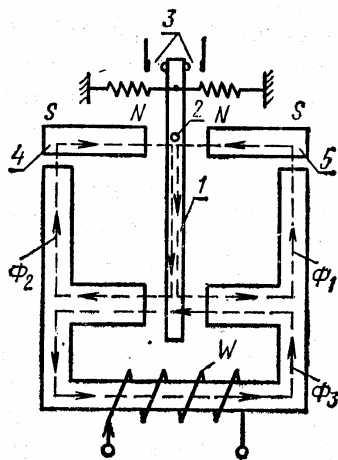


Рис. 4.47. Поляризованное реле

**Шаговые искатели** являются электромагнитными импульсными переключателями, передвигающими контактные щетки при каждом им-

пульсе с одного неподвижного контакта (ламели) на другой. Переключение может происходить в начале импульса (искатели прямого действия) и после окончания импульса (искатели обратного действия).

**В шаговом искателе прямого действия** (рис. 4.48) ламели 1 располагаются по дуге.

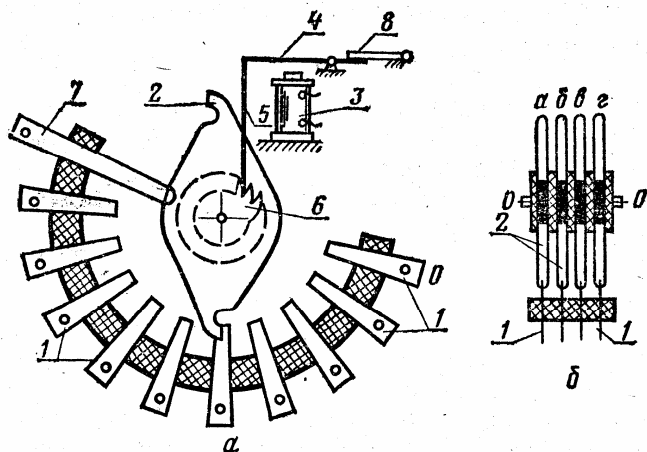


Рис. 4.48. Шаговый искатель прямого действия

Они могут занимать  $1/3$  или  $1/2$  окружности, и поэтому каждая щетка 2 состоит из двух или трех лучей, сдвинутых на  $120$  или  $180$  градусов относительно друг друга (в представленном случае — из двух). Когда один луч щетки выходит из контактного ряда, другой входит в него, делая коммутацию непрерывной. Располагаясь по дуге окружности в несколько контактных рядов, ламели образуют контактное поле. Каждый контактный ряд имеет свою щетку, соединенную через скользящий контакт с выводом 7, соответствующим исходному положению щетки. В представленной конструкции контактное поле состоит из четырех рядов. При подаче импульса якорь 4 притягивается к сердечнику электромагнита 3 и собачка 5 толкает зуб храпового колеса 6, жестко соединенного с ротором и щетками. Ротор поворачивается и переводит щетки по ламелям в следующее контактное положение. После исчезновения импульса пружина 8 возвращает якорь в исходное положение.

В искателях обратного действия зубья храпового колеса направлены по-другому, а собачка ориентирована соответствующим образом. При подаче импульса якорь притягивается и собачка занимает исход-

ное положение, а по его окончании собачка под действием пружины возвращается в прежнее положение, поворачивая ротор со щетками.

### Электрические и гидравлические двигатели

Электрические двигатели очень распространены в САР, потому что обладают значительным быстродействием, просты в обслуживании, обеспечивают широкий диапазон регулирования.

Свойства электродвигателей, их устройство и схемы включения изучаются в другом курсе лекций и поэтому здесь не рассматриваются.

Из гидравлических двигателей наибольшее распространение в автоматических системах получили двигатели поршневого типа с золотниковым управлением.

Принципиальная схема такого двигателя показана на рис. 4.49.

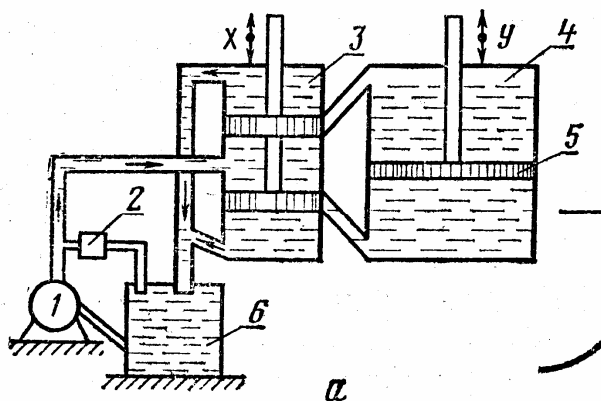


Рис. 4.49. Гидравлический двигатель

Давление рабочей жидкости создается и поддерживается насосом 1, а ограничивается перепускным клапаном 2. При нейтральном положении золотника 3 каналы, соединяющие его с силовым цилиндром 4, полностью перекрыты, а поршень 5 неподвижен. В результате входного воздействия  $x$  золотник 3 перемещается вверх или вниз и открывает отверстия. Теперь одна полость силового цилиндра оказывается сообщенной с находящимся приводом. Давление в первой полости растет, и поршень 5 силового цилиндра перемещается вверх или вниз в зависимости от направления входного воздействия  $x$ .

Скорость движения поршня  $dy/dt$  зависит от количества масла, поступающего и вытекающего из цилиндра, что, в свою очередь, связа-

но со степенью открытия отверстий. При постоянной нагрузке на шток поршня скорость движения выходного штока будет определяться величиной перемещения входного штока.

Для получения больших выходных мощностей обращаются к каскадному соединению двигателей, при котором поршень каждого гидrocилиндра воздействует на золотник следующего двигателя.

#### **4.18. Задающие устройства**

Регуляторы автоматических систем содержат в своем составе специальные задающие устройства, которые позволяют создавать всевозможные программы и, следовательно, предписывать регулятору работу по определенной программе, предусматривающей определенные изменения или поддержание в заданных пределах показателей процесса (регулируемой величины).

Задающие устройства по характеру выдаваемого сигнала можно разделить на два основных класса — аналоговые и цифровые. Аналоговые устройства, в свою очередь, делятся на непрерывные и дискретные. Дискретность может быть как по времени, так и по значению вырабатываемого сигнала. Цифровые задающие устройства формируют сигналы дискретных уровней. Кроме того, задающие устройства различают по виду энергии вырабатываемых сигналов, которые могут быть электрическими, механическими (перемещения, усилия), пневматическими, гидравлическими.

Программу или заданную функциональную зависимость, которую должен реализовать регулятор, можно получить с помощью различных методов и средств.

В задающих устройствах непрерывного действия чаще используются кулачковые механизмы, функциональные потенциометры, бумажная программа, рычажные механизмы (педаля тормоза, микропроцессор, угол опережения зажигания в зависимости от скорости автомобиля и загрузки двигателя).

В качестве носителя программы в задающих устройствах дискретного действия находят применение многоцепные переключатели, перфокарты, магнитные ленты.

## Библиографический список

1. Автоматика и автоматизация производственных процессов / под ред. Н.Ф. Метлюка. – Минск : Высш. шк., 1985. – 302 с.
2. Бородин, И.Ф. Практикум по основам автоматики и автоматизации производственных процессов / И.Ф. Бородин, Н.И. Кирилин. – М. : Колос, 1974. – 255 с.
3. Дьяконов, В.П. Визуальное математическое моделирование / В.П. Дьяконов. – М. : Солон-Пресс, 2004. – 383 с.
4. Иващенко, Н.Н. Автоматическое регулирование / Н.Н. Иващенко. – М. : Машгиз, 1978. – 622 с.
5. Иванов, В.А. Математические основы теории автоматического регулирования / В.А. Иванов. – М. : Высш. шк., 1971. – 807 с.
6. Колесов, Л.В. Основы автоматики / Л.В. Колесов. – М. : Колос, 1978. – 255 с.
7. Основы автоматического регулирования и управления / под ред. В.М. Пономарева. – М. : Высш. шк., 1974. – 439 с.
8. Поляк, Д.Г. Электроника автомобильных систем управления / Д.Г. Поляк, Ю.К. Есеновский-Лашков. – М. : Машиностроение, 1987. – 200 с.
9. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления / под ред. В.А. Бесекерского. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – М. : Наука, 1969. – 588 с.
10. Теория автоматического управления : учеб. для машиностроит. спец. вузов / В.Н. Брюханов [и др.] ; под ред. Ю.М. Соломенцева. – 3-е изд., стереотип. – М. : Высш. шк., 2000. – 268 с.
11. Электрические измерения неэлектрических величин / под ред. П.В. Новицкого. – Л. : Энергия, 1975. – 576 с.
12. Юревич, Е.И. Теория автоматического управления : учеб. для машиностроит. спец. вузов / Е.И. Юревич. – 3-е изд. – СПб., 2007. – 560 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ.....	5
1.1. Классификация автоматических систем по назначению.....	5
1.2. Понятие об автоматическом регулировании.....	6
1.3. Регулирование по разомкнутому и замкнутому циклам.....	9
1.4. Принцип регулирования по возмущению.....	10
1.5. Принцип регулирования по отклонению (по ошибке).....	15
1.6. Обратная связь.....	21
1.7. Классификация автоматических систем.....	22
2. ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ.....	32
2.1. Дифференциальные уравнения звеньев.....	32
2.2. Передаточные функции звена.....	34
2.3. Временные характеристики САУ.....	34
2.4. Частотные характеристики САУ.....	35
2.5. Типовые динамические звенья и их характеристики.....	37
3. УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ.....	47
3.1. Математический признак устойчивости САУ.....	47
3.2. Критерии устойчивости систем автоматического управления.....	50
3.3. Косвенный метод определения показателей качества переходного процесса по распределению корней характеристического уравнения.....	57
3.4. Качество переходных процессов в САУ.....	59
3.5. Частотные критерии качества переходных процессов.....	63
3.6. Корневые критерии качества переходных процессов.....	65
3.7. Интегральные критерии качества переходных процессов.....	71
3.8. Синтез систем.....	74
3.9. Коррекция САУ.....	75
4. ЭЛЕМЕНТЫ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ.....	80
4.1. Классификация датчиков систем автоматического регулирования.....	81

4.2. Контактные датчики.....	82
4.3. Потенциометрические датчики.....	83
4.4. Угольные датчики.....	84
4.5. Тензометрические датчики.....	85
4.6. Индуктивные датчики.....	86
4.7. Емкостные датчики.....	87
4.8. Фотоэлектрические датчики.....	88
4.9. Датчики температуры.....	89
4.10. Датчики уровня.....	94
4.11. Датчики угловой скорости вращения.....	94
4.12. Датчики давления.....	100
4.13. Датчики расхода.....	103
4.14. Датчики для измерения ускорений.....	107
4.15. Сравнивающие элементы.....	109
4.16. Усилительные элементы.....	112
4.17. Исполнительные элементы.....	115
4.18. Задающие устройства.....	120
Библиографический список.....	121



Учебное издание

*Крутолапов Виталий Евгеньевич*

*Окунев Алексей Павлович*

*Черепанов Леонид Ананьевич*

## ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебное пособие

Редактор *Т.Д. Савенкова*

Технический редактор *З.М. Малявина*

Компьютерная верстка: *Л.В. Сызганцева*

Дизайн обложки: *Г.В. Карасева*

Подписано в печать 2010. Формат 60×84/16.

Печать оперативная. Усл. п. л. 7,75. Уч.-изд. л. 7,2.

Тираж 201 экз. Заказ № 1-06-10.

Тольяттинский государственный университет

445667, г. Тольятти, ул. Белорусская, 14

