

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Тольяттинский филиал Самарского
государственного педагогического института

В. А. САЛЕЕВ, В. В. РУЧКОВ

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПРОХОЖДЕНИЯ
НЕЙТРОНОВ И ЭЛЕКТРОНОВ ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО
МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО**

Учебное пособие
к физическому практикуму
по атомной и ядерной физике

Тольятти 1993

Печатается по решению редакционно-издательского совета Самарского Государственного Педагогического Института имени В.В.Куйбышева

САЛЕЕВ ВЛАДИМИР АНАТОЛЬЕВИЧ
РУЧКОВ ВЯЧЕСЛАВ ВАСИЛЬЕВИЧ

"Моделирование процессов прохождения нейтронов и электронов через вещество методом Монте-Карло": учебное пособие к физическому практикуму по атомной и ядерной физике.

Тольяттинский филиал Самарского Государственного Педагогического Института, Тольятти 1993 г.

Учебное пособие предназначено для студентов физико-математических специальностей университетов и пединститутов. В нем рассматривается задача моделирования процессов прохождения элементарных частиц через вещество, излагаются необходимые теоретические вопросы, приведены конкретные алгоритмы и текст рабочей программы. Пособие содержит большое количество задач для самостоятельного решения.

Научный редактор - кандидат физико-математических наук, доцент, Скиданенко Наталья Ивановна.

Рецензенты:

кандидат физико-математических наук, доцент Горохов А.В. (Самарский Государственный университет),
В.В.Зайцев (Самарский Государственный университет), кандидат физико-математических наук, доцент

22.38 x 734

C12

✓

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое учебное пособие предназначено для студентов физико-математических специальностей университетов и педагогических институтов. Пособие создано с целью использования его в соответствующем цикле работ физического практикума по атомной и ядерной физике, а также оно может быть задействовано в соответствующих спецкурсах. В пособии излагаются основные принципы моделирования прохождения частиц через вещество, базирующиеся на методе Монте-Карло. В главах II и III достаточно глубоко освещаются теоретические основы метода Монте-Карло и процессор взаимодействия частиц с веществом. Глава IV посвящена непосредственно моделированию прохождения частиц через вещество. Для удобства практического использования в ней даются конкретные алгоритмы, а в одном из приложений приводится текст рабочей программы. Каждая глава содержит ряд задач, которые способствуют освоению материала. В приложениях, помимо текста программы, содержится дополнительный и вспомогательный материал. Предполагается, что студенты знакомы с основами теории вероятностей и квантовой механики, а также программированием (достаточно знание одного из языков высокого уровня).

Ф

ЧИТАЛЬНЫЙ ЗАЛ

БИБЛИОТЕКА
 Гомельского филиала Самарского
 государственного педагогического
 института им. В. В. Мухоморова
 г. Ижевск. ССН

I. ВВЕДЕНИЕ

Метод Монте-Карло - это численный метод решения математических задач при помощи моделирования случайных величин. Создатели этого метода считают американских математиков Дж. Неймана и С. Улама (1949г.). Теоретическая основа метода была известна уже давно, однако возникновение метода Монте-Карло как весьма универсального численного метода стало возможным только благодаря появлению компьютеров. К настоящему времени метод является мощным инструментом при исследовании большого количества задач: физических, экономических, инженерных и др. Он завоевал такую популярность в первую очередь благодаря своей простоте и приспособленности к решению разнообразных задач. Поэтому практическое освоение этого метода очень важно при решении задач соответствующего типа.

Задача о прохождении частиц через вещество является актуальной в плане разработки эффективных систем защиты от ионизирующих излучений. Именно в этой задаче находят широкое применение многочисленные варианты метода Монте-Карло, по причине вероятностного характера процессов взаимодействия частиц с веществом. Мы займемся рассмотрением упрощенных вариантов этой задачи после изложения необходимых теоретических основ метода Монте-Карло и элементарных актов взаимодействия частиц с веществом.

II. МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО

2.1. Случайные величины

Случайная величина определяется:

- 1) перечнем всех ее возможных значений,
- 2) вероятностью каждого из этих значений.

Случайная величина ξ называется непрерывной, если она может принимать любое значение из некоторого интервала (a, b) . Непрерывная случайная величина ξ определяется заданием интервала (a, b) , содержащего возможные значения этой величины, и функции $\rho(x)$, которая называется плотностью вероятностей случайной величины ξ (или плотностью распределения ξ).

Множество значений ξ может быть любым интервалом. Однако плотность $p(x)$ должна удовлетворять следующим условиям:

а) $p(x) \geq 0$;

б) $\int_a^b p(x) dx = 1$. (2.1.1.)

Математическим ожиданием непрерывной случайной величины называется число

$$M\xi = \int_a^b x p(x) dx \quad (2.1.2.)$$

Легко видеть, что это есть среднее значение ξ : ведь значением ξ может быть любое число x из интервала (a, b) , которое входит в интеграл с весом $p(x)$.

Основные свойства математического ожидания:

1) если C - какая-нибудь не случайная величина, то

$$M(\xi + c) = M\xi + c, \quad (2.1.3.)$$

$$M(c\xi) = c M\xi; \quad (2.1.4.)$$

2) если ξ и η - две любые случайные величины, то

$$M(\xi + \eta) = M\xi + M\eta. \quad (2.1.5.)$$

Дисперсией случайной величины ξ называется число

$$D\xi = M[(\xi - M\xi)^2]. \quad (2.1.6.)$$

Дисперсия характеризует разброс наблюдаемых значений около среднего $M\xi$. Формулу (2.1.6.) можно преобразовать с помощью (2.1.3.) - (2.1.5) к виду

$$D\xi = M(\xi^2) - (M\xi)^2. \quad (2.1.7)$$

Вычислить дисперсию по формуле (2.1.7) обычно проще, чем по формуле (2.1.6).

Основные свойства дисперсии: если C - какая-нибудь не случайная величина, то

$$D(\xi + c) = D\xi, \quad (2.1.8)$$

$$D(c\xi) = c^2 D\xi. \quad (2.1.9)$$

Для независимых случайных величин ξ и η справедливы соотношения:

$$M(\xi\eta) = M\xi M\eta, \quad (2.1.10)$$

$$D(\xi + \eta) = D\xi + D\eta. \quad (2.1.11)$$

Пусть случайная величина ξ имеет плотность вероятности $p(x)$. Выберем произвольную непрерывную функцию $f(x)$ и рассмотрим случайную величину $\eta = f(\xi)$. Можно доказать, что

$$M f(\xi) = \int_a^b f(x) p(x) dx. \quad (2.1.12)$$

Отметим, что в общем случае $M f(\xi) \neq f(M\xi)$.

Случайная величина γ , определенная в интервале $(0,1)$ и имеющая плотность $p(x) = 1$, называется равномерно распределенной в $(0,1)$. Легко вычислить, что

$$M\gamma = \frac{1}{2}; \quad D\gamma = \frac{1}{12}.$$

Нормальной (или гауссовской) случайной величиной называется случайная величина ζ , определенная на всей оси $(-\infty, \infty)$ и имеющая плотность

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.1.13)$$

где a и $\sigma > 0$ - числовые параметры.

Легко видеть, что

$$\max p(x) = p(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma}.$$

Можно также доказать, что

$$M\zeta = a; \quad D\zeta = \sigma^2.$$

Нормальные случайные величины очень часто встречаются при исследовании самых различных по своей природе вопросов. Например, ошибка измерения δ , как правило, представляет собой нормальную случайную величину.

Правило "трех сигм": каковы бы ни были a и σ в (2.1.13), $a + 3\sigma$

$$\int p(x) dx = 0,997. \quad (2.1.14)$$

$a - 3\sigma$

Из этого вытекает, что вероятность

$$P\{a - 3\sigma < \zeta < a + 3\sigma\} = 0,997. \quad (2.1.15)$$

Ввиду близости этой вероятности к 1, иногда (2.1.15) интерпретируют так: при одном испытании практически невозможно получить значение ζ , отличающееся от $M\zeta$ больше, чем на 3σ .

Центральная предельная теорема теории вероятностей: пусть даны N независимых случайных величин $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$, так что распределения вероятностей их совпадают (из этого следует, что их математические ожидания и дисперсии также совпадают).

Обозначим

$$M\xi_1 = M\xi_2 = \dots = M\xi_N = m,$$

$$D\xi_1 = D\xi_2 = \dots = D\xi_N = b^2,$$

$$\rho_N = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_N.$$

Из формул (2.1.5) и (2.1.II) следует, что

$$M\rho_N = M(\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_N) = Nm,$$

$$D\rho_N = D(\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_N) = Nb^2.$$

Рассмотрим теперь нормальную случайную величину ζ_N с такими же параметрами: $a = Nm$, $\sigma^2 = Nb^2$.

В центральной предельной теореме утверждается, что для любого интервала (a', b') при больших N вероятность

$$P\{a' < \rho_N < b'\} = \int_{a'}^{b'} p_{\zeta_N}(x) dx.$$

Физический смысл теоремы очевиден: сумма ρ_N большого числа одинаковых случайных величин приблизительно нормальна ($p_{\rho_N}(x) \approx p_{\zeta_N}(x)$).

Фактически эта теорема остается справедливой и при гораздо более широких условиях. Это объясняет, почему нормальные случайные величины так часто встречаются в природе.

Задача 1. Получите формулу (2.1.7).

Задача 2. Докажите свойства (2.1.3) - (2.1.5) и (2.1.8) - (2.1.9).

Задача 3. Вычислите математические ожидания и дисперсию равномерно распределенной в $(0,1)$ величины.

Задача 4. Вычислите математическое ожидание и дисперсию случайной величины ζ , имеющей гауссову плотность распределения (2.1.13).

Задача 5. Установите правило "трех сигм" (2.1.14)

2.2. Получение случайных величин

Различают три способа получения случайных величин: таблицы случайных чисел, генераторы случайных чисел и метод псевдослучайных чисел.

Табличный метод основан на замене моделируемой случайной величины ξ дискретной случайной величиной ξ_i , принимающей с равной вероятностью значения x_i ($i = 1, \dots, n$). В ходе расчета, когда требуется значение случайной величины, берется очередное значение из таблицы.

Необходимо отметить, что составить хорошую таблицу случайных чисел не так просто, как это может показаться. Поэтому составленные таблицы тщательно проверяются с помощью специальных статистических тестов.

В качестве генераторов случайных величин используют, к примеру, шумы электронных приборов. Однако и этот метод не свободен от недостатков, так как трудно проверить "качество" вырабатываемых чисел.

Числа, получаемые по какой-либо формуле и имитирующие значения случайной величины Y , называются псевдослучайными числами. Большинство алгоритмов для получения псевдослучайных чисел имеет вид

$$y_{k+1} = F(y_k) \quad (2.2.1)$$

Если начальное значение y_0 задано, то все последующие числа y_1, y_2, \dots вычисляются по одной и той же формуле (2.2.1) при $k = 0, 1, \dots$.

Рассчитывать на успешное использование функции в формуле (2.2.1) можно тогда, когда график этой функции достаточно плотно заполняет квадрат $(0,1) \times (0,1)$ на плоскости (x, y) . Таким свойством обладает, например, функция

$$y = \{gx\}, \quad (2.2.2)$$

где g - очень большое число, а $\{z\}$ означает дробную часть числа z .

Популярный алгоритм для получения псевдослучайных чисел был предложен Д.Лермором. В его основе лежит функция (2.2.2), но для удобства компьютерной реализации алгоритм строится несколько иначе:

определяется последовательность целых чисел m_k , в которой начальное число $m_0 = 1$ задано, а все последующие числа m_1, m_2, \dots вычисляются по формуле

$$m_{k+1} = G m_k \pmod{R} \quad (2.2.3)$$

при $k = 0, 1, 2, \dots$ Формула (2.2.3) означает, что число m_{k+1} равно остатку, полученному при делении $G m_k$ на R . По числам m_k вычисляются псевдослучайные числа

$$x_k = R^{-1} m_k. \quad (2.2.4)$$

Конкретный выбор чисел G и R определяется разрядностью компьютера. Часто используются значения $G = 5^{17}$ и $R = 2^{40}$ (для 40-разрядных компьютеров).

Алгоритм носит названия "метод сравнений" и, также, "метод вычетов", (которые происходят от используемых в нем методов).

Заметим, что менять произвольно множители G или начальное значение $m_0 = 1$ нельзя, так как при других значениях псевдослучайные числа могут оказаться плохими.

В большинстве современных компьютеров реализуются возможности встроенного генератора псевдослучайных чисел, что обычно и используют пользователи и программисты.

Задача 6. Постройте график функции (2.2.2) для $g = 3$ и $g = 21$. Как вы думаете, как он выглядит при $g = 5^{17}$?

Задача 7. Удовлетворительно ли использовать функцию $y = x^2$ на роль функции F в (2.2.1)? Почему?

Задача 8. Покажите, что в (2.2.4) x_k удовлетворяет условиям $0 < x_k < 1$ для любых $k = 0, 1, 2, \dots$.

2.3. Преобразования случайных величин

При решении различных задач приходится моделировать различные величины. Значения любой случайной величины можно получить путем преобразования значений одной какой-либо ("стандартной") случайной величины. Обычно роль такой величины играет случайная величина x , равномерно распределенная в $(0,1)$. Получать значения x мы можем, пользуясь, например, "методом сравнений".

Процесс нахождения значения какой-либо случайной величины ξ путем преобразования одного или нескольких значений γ называется разыгрыванием случайной величины ξ .

Можно доказать, что значения случайной величины ξ , распределенной в интервале (a, b) с плотностью $p(x)$, можно находить из уравнения

$$\int_a^{\xi} p(x) dx = \gamma, \quad (2.3.1)$$

то есть выбрав очередное значение γ , надо решить уравнение (2.3.1) и найти очередное значение ξ .

Может оказаться, что разрешить уравнение (2.3.1) относительно ξ весьма трудно. Тогда используют и другие методы для разыгрывания случайной величины (например, метод Неймана, см. приложение I).

Задача 9. Докажите утверждение (2.3.1).

Задача 10. Случайная величина η называется равномерно распределенной в интервале (a, b) , если ее плотность постоянна в этом интервале и $p(x) = \frac{1}{b-a}$ при $a < x < b$.

Разыграйте значения η с помощью уравнения (2.3.1).

2.4. Общая схема метода Монте-Карло

Пусть нам требуется вычислить какую-то неизвестную величину m . Попробуем придумать такую случайную величину ξ , чтобы $M\xi = m$. Пусть при этом $D\xi = b^2$.

Рассмотрим N случайных независимых величин $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$, распределений которых совпадают с распределением ξ . Если N достаточно велико, то согласно центральной предельной теореме теории вероятностей распределение суммы $\beta_N = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_N$ будет приблизительно нормальным с параметрами $a = Nm$, $\sigma^2 = Nb^2$. Из (2.1.15) следует, что вероятность

$$P\{Nm - 3b\sqrt{N} < \beta_N < Nm + 3b\sqrt{N}\} \approx 0,997$$

Это можно переписать в виде

$$P\left\{\left|\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \xi_j - m\right| < \frac{3b}{\sqrt{N}}\right\} \approx 0,997 \quad (2.4.1)$$

Соотношение (2.4.1) дает и метод расчета m , и оценку погрешности, поэтому оно чрезвычайно важно для метода Монте-Карло. Из него видно, что среднее арифметическое этих значений будет приблизительно равно m . С большой вероятностью ошибка такого приближения не превосходит величины $\frac{3b}{\sqrt{N}}$. Очевидно,

эта ошибка стремится к нулю с ростом N .

Отметим две особенности метода Монте-Карло:

- 1) простая структура вычислительного алгоритма;
- 2) ошибка вычислений пропорциональна $\sqrt{\frac{D}{N}}$, где D — не-

которая постоянная, а N — число испытаний.

Из второй особенности следует, что добиться высокой точности, используя метод Монте-Карло, затруднительно. Поэтому считают, что метод Монте-Карло эффективен при решении тех задач, в которых результат нужен с небольшой точностью (порядка 5-10%). Однако одну и ту же задачу можно решать различными вариантами метода Монте-Карло, которым отвечают различные значения D . Во многих задачах удается значительно улучшить точность, выбрав соответствующий способ расчета, которому соответствует значительно меньшее значение D .

Задача 11. Если мы, используя метод Монте-Карло, хотим в 10 раз увеличить точность вычислений, то во сколько раз нам нужно увеличить количество испытаний?

Задача 12. Составьте алгоритм вычисления площади плоской фигуры методом Монте-Карло (возьмите, для простоты, квадрат).

III. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЦ С ВЕЩЕСТВОМ

3.1. Сечения взаимодействия

Под взаимодействием частиц с веществом мы будем понимать лишь первичные элементарные акты взаимодействия частиц с веществом, которые происходят под действием кулоновских, электромагнитных и ядерных сил. Взаимодействие данного вида излучения (нейтроны, электроны, фотоны и т.д.) классифицируют по типу взаимодействия и по тем микрочастицам вещества, с которыми

происходит взаимодействие, то есть мишенью. Такими мишенями являются электроны, ядра или атомы в целом. В некоторых случаях определенное значение имеет связь электрона в атоме и атома в молекуле или кристалле. В других случаях этой связью можно пренебречь.

Пусть в определенную точку пространства, где каким-либо источником создается поле излучения с плотностью потока частиц J , помещается Δn_a атомов какого-либо элемента. Предположим, что полное число частиц, испытавших взаимодействие с этими атомами в единицу времени, равно ν . Тогда сечением взаимодействия называется отношение

$$\sigma = \frac{\nu}{J \Delta n_a} \quad (3.1.1)$$

Оно имеет размерность квадрата длины. В практике расчетов широкое распространение получила внесистемная единица бары (δ):
 $1 \delta = 10^{-28} \text{ м}^2$.

Полезно выразить смысл сечения взаимодействия через понятие вероятности. Поместим на пути мононаправленного пучка частиц с плотностью потока J образец вещества в виде цилиндра высотой dl и площадью основания S так, чтобы частицы падали нормально к основанию. Если в единице объема данного вещества находится n_a атомов, то, исходя из формулы (3.1.1), полное число взаимодействий, которое будет иметь место в этом образце объемом dV в единицу времени

$$dN = \sigma J n_a dV \quad (3.1.2)$$

Тогда вероятность взаимодействия для одной частицы на пути в данном веществе

$$dW = \frac{dN}{JS} = \sigma n_a dl \quad (3.1.3)$$

Если в (3.1.3) положить n_a и dl равными единице, то вероятность окажется численно равной сечению. Таким образом, сечение взаимодействия численно равно вероятности взаимодействия частицы на единичном пути в веществе, в единичном объеме которого находится один атом. Наряду с сечением взаимодействия, отнесенным к одному атому, используют сечения, отнесенные к одному электрону.

Полное сечение взаимодействия является суммой парциальных сечений, соответствующих различным процессам (упругое и неупругое рассеяние, ядерные реакции и т.п.). Эти парциальные процессы для неделящихся ядер часто объединяют в две группы: рассеяние и поглощение.

В соответствии с такой группировкой

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_c, \quad (3.1.4)$$

где σ_s - сечение рассеяния; σ_c - сечение поглощения.

В свою очередь сечение рассеяния принято разделять на сечение упругого рассеяния σ_{el} , при котором сохраняется сумма кинетических энергий частиц до взаимодействия и после, и сечение неупругого рассеяния σ_{in} , при котором эта сумма не сохраняется, так как часть энергии идет на возбуждение ядер, рождение новых частиц и т.п. Таким образом

$$\sigma_s = \sigma_{el} + \sigma_{in}. \quad (3.1.5)$$

Сечения типа (3.1.1), (3.1.4) и (3.1.5) описывают вероятность отдельных процессов взаимодействия, не характеризуя энергетические и угловые распределения частиц после актов взаимодействия. Такая информация описывается дифференциальным энергетическо-угловым сечением $\sigma_s(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$, численно равным вероятности рассеяния для частицы на единице пути в веществе, имеющем один атом в единице объема, при котором энергия частицы изменяется со значения E' на E и направление движения с $\vec{\Omega}'$ на $\vec{\Omega}$ в единичных интервалах вокруг E и $\vec{\Omega}$. Для азимутально-симметрического рассеяния, наблюдаемого в изотропных средах, когда можно пренебречь поляризационными (спиновыми) эффектами,

$$\sigma_s(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = \sigma_s(E' \rightarrow E, \theta_s). \quad (3.1.6)$$

Интегрируя (3.1.6) по E и по $\vec{\Omega}$ получаем дифференциальное угловое сечение $\sigma_s(E', \theta_s)$ и дифференциальное энергетическое сечение $\sigma_s(E' \rightarrow E)$:

$$\sigma_s(E', \theta_s) = \int_0^{E'} \sigma_s(E' \rightarrow E, \theta_s) dE; \quad (3.1.7)$$

$$\sigma_s(E' \rightarrow E) = 2\pi \int_{-1}^1 \sigma_s(E' \rightarrow E, \theta_s) d\mu_s, \quad (3.1.8)$$

где $\mu_s = \cos \theta_s$.

Во многих случаях справедливо представление

$$\sigma_s(E' \rightarrow E, \theta_s) = \sigma_s(E') g(E' \rightarrow E) f(E', \mu_s). \quad (3.1.9)$$

Здесь функция $g(E' \rightarrow E)$ характеризует энергетическое распределение частиц после рассеяния; $f(E', \mu_s)$ - угловое распределение частиц после рассеяния или индикатриса рассеяния. Из определений следуют нормировочные соотношения

$$\begin{cases} 2\pi \iint \sigma_s(E' \rightarrow E, \theta_s) dE d\mu_s = \sigma_s(E'); \\ \int g(E' \rightarrow E) dE = 1; \\ 2\pi \int f(E', \mu_s) d\mu_s = 1. \end{cases} \quad (3.1.10)$$

Существуют также и более сложные формы дифференциальных сечений процессов взаимодействий (например, для случая образования вторичной частицы другого вида).

При рассмотрении прохождения частиц через конкретное вещество вероятность взаимодействия для частицы на единице пути в данном веществе в силу аддитивности вероятностей взаимодействия на отдельных атомах будет равна

$$W = n_a \sigma. \quad (3.1.11)$$

Эту величину называют макроскопическим сечением взаимодействия и обозначают через Σ . Оно имеет размерность длины в минус первой степени.

Макроскопические сечения взаимодействия, так же как и микроскопические, подразделяют на интегральные и дифференциальные. Обозначения и смысл их аналогичен микроскопическим.

Задача 13. Рассчитайте дифференциальное сечение для случая кулоновского взаимодействия (рассмотрите, к примеру, рассеяние α -частицы на ядре).

Задача 14. Дайте физическую интерпретацию соотношениям (3.1.10).

Задача 15. Запишите для макроскопических сечений аналоги формул (3.1.6) - (3.1.10). Каков их физический смысл?

3.2. Взаимодействие нейтронов с веществом

Для нейтронов существенны лишь процессы их взаимодействия с ядрами атомов. При этих взаимодействиях нейтроны в зависимости

от энергии могут вступать в различные процессы: упругое и неупругое рассеяние, захват нейтрона с последующим излучением фотонов (радиационный захват), захват с испусканием заряженных частиц и деление ядер. Сечения указанных процессов являются сложными функциями энергии нейтронов E и значительно различаются для разных элементов и даже изотопов одного элемента.

Условно нейтроны разделяют по следующим энергетическим интервалам:

- 1) медленные, $E < 1 \text{ кэВ}$;
- 2) нейтроны промежуточных энергий, $1 \text{ кэВ} < E < 0,2 \text{ МэВ}$;
- 3) быстрые, $0,2 \text{ МэВ} < E < 20 \text{ МэВ}$;
- 4) сверхбыстрые, $E > 20 \text{ МэВ}$.

Под E подразумевается кинетическая энергия нейтрона. Среди медленных нейтронов выделяют группу "холодных" нейтронов ($E < 0,005 \text{ эВ}$), группу тепловых нейтронов ($0,005 \text{ эВ} < E < 0,5 \text{ эВ}$), находящихся в термодинамическом равновесии с атомами материала, в котором они распространяются, и группу надтепловых нейтронов ($0,5 \text{ эВ} < E < 1 \text{ кэВ}$).

Процессы взаимодействия нейтронов с ядрами разделяют на три стадии: 1) движение частиц; 2) составная система; 3) окончание процесса.

На первой стадии первичный нейтрон взаимодействует с ядром-мишенью, которое действует на него как потенциальная яма (с комплексным потенциалом). При этом первичная нейтронная волна частично рассеивается и рассеянный таким образом нейтрон не участвует в последующей стадии. Рассеяние, происходящее на этой стадии, называют упругим потенциальным рассеянием.

В случае перехода ко второй стадии происходит поглощение нейтрона (здесь под этим понимается любой процесс, при котором нейтрон выбывает из первоначального состояния). Состояние ядро - нейтрон представляет собой составную систему. Поглощение нейтронов (в упомянутом смысле) может происходить различными путями: 1) первичный нейтрон испытывает столкновения с отдельными нуклонами в ядре (прямые взаимодействия: объемные и поверхностные); 2) первичный нейтрон вызывает те или иные типы коллективного движения нуклонов в ядре, например, вращение ядра или поверхностные колебания (в первом приближении этими процессами можно пренебречь); 3) образуется

составное ядро. Последний процесс характеризуется тем, что первичная частица полностью сливается с нуклонами ядра и становится неотличимой от остальных частиц. Время жизни составного ядра около 10^{-17} с, а его энергия возбуждения равна сумме кинетической энергии первичного нейтрона и энергии связи, вносимой нейтронами при его поглощении (?-10 МэВ) для средних и 6-7 МэВ для тяжелых ядер). Обратим внимание, что понятие составного ядра значительно уже понятия составной системы.

На третьей стадии продукты взаимодействия отделяются друг от друга. Она схожа с первой стадией в том смысле, что испущенные частицы можно рассматривать как волны, расходящиеся из потенциальной ямы - конечного ядра.

Вследствие квантового характера возбуждения составное ядро может находиться только в определенных дискретных энергетических состояниях. Поэтому сечение образования составного ядра велико, когда энергия первичного нейтрона соответствует образованию составного ядра, а следовательно, и полного сечения взаимодействия нейтронов. Из-за размытости энергетических уровней пики сечений также имеют конечную ширину.

Энергетическую зависимость нейтронных сечений из-за их сложного характера не удается аппроксимировать какими-либо простыми формулами. Исключением является водород, для которого в области быстрых нейтронов ($E > 0,5$ МэВ) неплохим приближением для этого сечения является формула

$$\sigma^n(E) = 5,13 E^{-0,725}, \quad (3.2.1)$$

где сечение выражается в барнах, а E берется в МэВ.

В области теплых и медленных нейтронов, как правило, сечение взаимодействия σ имеет постоянное значение для элементов, слабо поглощающих нейтроны (O, C, Si и т.п.), или монотонно возрастает по мере уменьшения энергии для элементов, поглощающих нейтроны (Li, B и т.п.). Надтепловые и промежуточные нейтроны способны вызывать возбуждение лишь достаточно редко расположенных нижних уровней составного ядра. Сечение образования ядра в окрестности такого уровня может быть определено по формуле Брейта-Вигнера

$$\sigma_c \approx \sigma_0 \left(\frac{\Gamma^2}{4} \right) \left[(E' - E_{PE})^2 + \frac{\Gamma^2}{4} \right]^{-1} \quad (3.2.2)$$

Здесь $E_{\text{рез}}$ - энергия резонанса, ближайшего к энергии E' , в котором сечение равно σ_0 (пик сечения); $\Gamma = \sum_i \Gamma_i$ - полная ширина уровня, характеризующая время жизни составного ядра при возбуждении этого уровня и равная сумме парциальных ширин Γ_i ; соответствующих вероятности отдельных процессов. Сечения радиационного захвата $\sigma_{n,\gamma}$ и резонансного упругого рассеяния $\sigma_{c,el}$ связаны с σ_c следующим образом ($\sigma_{c,el}$ - упругое рассеяние через составное ядро):

$$\sigma_{n,\gamma} = \sigma_c \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma} ; \quad \sigma_{c,el} = \sigma_c \frac{\Gamma_n}{\Gamma} \quad (3.2.3)$$

Заметим, что в (3.2.2) и (3.2.3) σ_c фигурирует в более узком смысле, нежели в (3.1.4).

Сечение в пике резонанса для средних и тяжелых ядер обратно пропорционально скорости нейтронов, то есть

$$\sigma_0(E_{\text{рез}}) = C E_{\text{рез}}^{-\frac{1}{2}} \quad (3.2.4)$$

где C - некоторая константа. Для тяжелых и средних ядер при энергиях ниже резонансных вероятность захвата нейтронов существенно больше вероятности его резонансного рассеяния. Соответственно этому $\Gamma_n \ll \Gamma$ и $\Gamma \approx \Gamma_\gamma$ (напомним: Γ_n - нейтронная ширина, характеризующая резонансное упругое рассеяние; Γ_γ - радиационная ширина, соответствующая радиационному захвату нейтронов). В результате оказывается, что при достаточно малой энергии нейтронов ($E' \rightarrow 0$) сечение $\sigma_{n,\gamma}(E') \sim \frac{1}{\sqrt{E'}}$. Упругое потенциальное рассеяние, доминирующее в этой области, от энергии зависит довольно слабо.

По мере сближения уровней составного ядра при возрастании энергии нейтронов резонансы сечений начинают перекрываться и энергетическая зависимость сечений сглаживается, сохраняя достаточно монотонную тенденцию к убыванию их абсолютного значения.

Отметим некоторые отличия соотношения интенсивности различных нейтронных процессов для легких и тяжелых ядер. Для легких и средних ядер при любых энергиях нейтронов преобладает потенциальное рассеяние. Резонансное рассеяние для легких ядер существенно при больших энергиях ($E > 100$ кэВ), а для средних - при $1 \text{ КэВ} \lesssim E \lesssim 100 \text{ кэВ}$. Для тяжелых ядер у теплых и промежуточных нейтронов доминирует радиационный захват, затем с

ростом энергии нейтронов - поочередно потенциальное, резонансное и неупругое рассеяние.

Кинематика рассеяния нейтронов. При анализе кинематики рассеяния нейтронов используют классические законы сохранения импульса и энергии.

Если нейтрон с кинетической энергией E' сталкивается с неподвижным ядром массой A (тепловым движением ядер пренебрегаем), то энергия нейтрона после рассеяния:

$$E = E' \left[1 - \frac{2A}{(A+1)^2} \left(1 + \frac{(A+1)E^*}{2E'} - \mu_c \sqrt{1 - \frac{(A+1)E^*}{A E'}} \right) \right], \quad (3.2.5)$$

здесь E^* - энергия возбуждения ядра в результате взаимодействия, μ_c - косинус угла рассеяния (в системе центра инерции).

Отсюда следует, что неупругое рассеяние нейтрона, сопровождающееся возбуждением ядра (с энергией возбуждения E^*), возможно лишь при $E' > E^* \frac{(A+1)}{A}$. При упругом рассеянии ($E^* = 0$) формула (3.2.5) принимает вид:

$$E = E' \frac{(A^2 + 2A\mu_c + 1)}{(A+1)^2}. \quad (3.2.6)$$

Из формулы (3.2.6) можно установить, что чем больше масса ядра, тем меньше потеря энергии нейтроном.

Упругое рассеяние нейтронов. При энергии нейтронов $E < 1$ МэВ дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтронов почти на всех ядрах мало зависит от угла рассеяния, если не считать одиночного дифракционного максимума в направлении вперед, обусловленного дифракцией нейтронной волны на границе ядра. По мере возрастания энергии нейтронов этот максимум становится все более ярко выраженным, кроме того, появляются и вторичные максимумы.

Учитывая однозначную связь угла рассеяния нейтрона с потерей его энергии, запишем выражение дифференциального углового энергетического сечения упругого рассеяния. В системе центра инерции

$$\sum_{e' e} (E' \rightarrow E, \mu_c) = \sum_{e' e} (E') f_c^{e' e} (E', \mu_c) \delta [E - \eta(E', \mu_c)], \quad (3.2.7)$$

Здесь δ - функция выражает указанную связь, а функцией $\eta(E', \mu_c)$ обозначена следующая величина:

$$\eta(E', \mu_c) = \frac{E'}{2} [(1 + \alpha) - (1 - \alpha)\mu_c], \quad (3.2.8)$$

$$\text{тут } \alpha = \left[\frac{(A-1)}{(A+1)} \right]^2, \quad (\alpha = \frac{E}{E'} \text{ при } \mu_c = -1); \quad (3.2.9)$$

Функция $f_c^{el}(E', \mu_c)$ - индикатриса рассеяния нейтронов энергии E' в системе центра инерции. Для изотропного рассеяния

$$f_c^{el} = \frac{1}{4\pi}.$$

Дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтронов в лабораторной системе имеет вид

$$\sum_{el} (E' \rightarrow E, \mu_s) = \sum_{el} (E') f(E', \mu_s) \delta[E' - E g(\mu_s)], \quad (3.2.10)$$

$$\text{где } g(\mu_s) = \frac{1}{(A+1)^2} [(A^2 - 1 + \mu_s^2)^{1/2} + \mu_s]^2, \quad (3.2.11)$$

$$\text{и } \mu_s = (1 + A\mu_c) [1 + 2A\mu_c + A^2]^{-1/2}, \quad (3.2.12)$$

что можно записать и как

$$\mu_s(E', E) = \frac{(A+1)}{2} \left(\frac{E'}{E}\right)^{1/2} - \frac{(A-1)}{2} \left(\frac{E'}{E}\right)^{1/2}. \quad (3.2.13)$$

Для водорода $g(\mu_s) = \mu_s^2$, $f(E', \mu_s) = \frac{\mu_s + |\mu_s|}{2\pi}$, то есть рассеяние происходит лишь в переднее полупространство, ($\mu_s \geq 0$).

Неупругое рассеяние нейтронов. В соответствии с формулой (3.2.5), если энергия нейтрона больше энергии возбужденного состояния ядра-мишени E^* (больше, чем на энергию отдачи ядра), ядро остается в этом возбужденном состоянии, а энергия нейтрона после рассеяния составляет примерно $E' - E^*$. С увеличением энергии нейтрона сечение неупругого взаимодействия σ_{in} возрастает до определенного предела, а затем остается почти постоянным или уменьшается. При этом становится возможным возбуждение последующих энергетических уровней ядра-мишени. Таким образом, неупругое рассеяние нейтронов является пороговым процессом.

При пренебрежении эффектом интерференции между различными механизмами взаимодействия дифференциальное сечение неупругого рассеяния нейтронов для достаточно тяжелых ядер согласно статистической теории ядерных реакций для ядерной модели ферми-газа можно записать в виде суммы двух составляющих - равновесного процесса, идущего через составное ядро, и прямого процесса (объемные и поверхностные взаимодействия - соответствующее сечение σ_d):

$$\sigma_{in}(E' \rightarrow E, \mu_s) = \omega(E^*) E \sigma_{in}(E') f_c^{el}(E', \mu_s) + \sigma_d(E', E) f_{in}^d(E' - E, \mu_s). \quad (3.2.14)$$

5-2818

БИБЛИОТЕКА
Тольяттинского филиала Самарской
государственной педагогической
института им. В. В. Шульгина
Б. И. В. О. С. И.

СТАЛЬНЫЙ ЗАЛ

Здесь $\omega(E^*) = (E^*)^{-\frac{5}{2}} \exp[2(\alpha E^*)^{\frac{1}{2}}]$; $E^* = E' - E - \delta$; $\delta = \delta_n + \delta_p$;

δ_n - энергия спаривания нейтронов в ядре (равна нулю при нечетном количестве нейтронов в ядре); δ_p - энергия спаривания протонов в ядре (равна нулю при нечетном количестве протонов в ядре); α - параметр плотности уровней составного ядра, не зависящий от энергии возбуждения ядра-мишени (он примерно пропорционален $A^{\frac{2}{3}}$ и достигает 20 - 30 МэВ⁻¹ для тяжелых ядер); $\xi_c(E')$ - сечение образования составного ядра. Функция $f_{in}^c(E, \mu_s)$ описывает угловое распределение нейтронов, неупруго рассеянных с образованием составного ядра, она симметрична относительно угла 90°. При этом интерференция между уровнями (составного ядра) противоположной четности усредняется и угловое распределение часто становится даже изотропным. Функция $f_{in}^d(E' - E, \mu_s)$ описывает угловое распределение нейтронов, рассеянных в результате прямого взаимодействия $\sigma_d(E', E)$. Эту функцию можно достаточно точно описать только с помощью довольно сложной обобщенной оптической модели.

При более строгом рассмотрении в (3.2.14) необходимо добавить составляющую, характеризующую испускание возбужденным ядром частиц в процессе достижения равновесия (предравновесная эмиссия).

Другие процессы взаимодействия нейтронов с веществом.

Большую роль в распространении излучений играет радиационный захват нейтрона. Эта ядерная реакция приводит к испусканию одного или нескольких фотонов. Наиболее важен учет ее в расчетах для тепловых и медленных нейтронов. Сечение этой реакции является одним из слагаемых сечения поглощения нейтронов

$$\sum_c \sigma(E') = \sum_{n,\gamma} \sigma(E') + \sum_{n,p} \sigma(E') + \sum_{n,\alpha} \sigma(E') + \dots \quad (3.2.15)$$

(здесь индексы γ, p, α и т.п. означают процессы испускания фотонов, протонов, α -частиц и т.п.).

Сечения соответствующих реакций называются сечениями активации (σ_a).

Задача 16. Рассчитайте, какие скорости соответствуют энергетическим интервалам, по которым условно классифицируются нейтроны.

Задача 17. Выведите формулу (3.2.5).

Задача 18. Установите связь между лабораторной системой отсчета и системой центра масс и получите соответствующие соотношения (например, (3.2.12)).

Задача 19. Обоснуйте выражение (3.2.7) и (3.2.10).

Задача 20. Запишите полное сечение взаимодействия нейтронов с веществом.

3.3. Взаимодействие электронов с веществом.

Основная особенность быстрых заряженных частиц при прохождении через вещество заключается в их способности при неупругих взаимодействиях терять энергию на ионизацию и возбуждение атомов среды. Для легких частиц (электронов, позитронов) существенным видом энергетических потерь при достаточно высоких энергиях и в тяжелых средах является процесс тормозного излучения.

Ионизационные потери энергии. Потери энергии частиц, имеющих электрический заряд, на ионизацию и возбуждение атомов вещества в целом принято называть ионизационными. Потери энергии электроном можно рассчитать через линейные потери, то есть потери на единицу длины $-\frac{dE}{dx}$ (знак минус указывает на то, что энергия частицы уменьшается), что можно вычислить по формуле Бете, полученной в рамках первого Борновского приближения, (для релятивистских электронов):

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{иониз}} = \frac{4\pi N_A e^4 \rho Z}{A} \frac{(E + mc^2)^2}{Emc^2(E + 2mc^2)} \ln\left(1,166 \frac{E}{S}\right). \quad (3.3.1)$$

Здесь S - средний потенциал ионизации вещества, который вычисляется из полуэмпирического соотношения)

$$S = (9,76 + 58,8 Z^{-1,19}) Z \quad \text{эВ}; \quad (3.3.2)$$

Z - заряд ядра (в целых числах);

e - заряд электрона;

N_A - число Авогадро;

- ρ - плотность вещества;
 A - атомный вес (в единицах масса/моль);
 m - масса покоя электрона;
 c - скорость света.

Радиационные потери энергии. Радиационные потери энергии заряженных частиц при прохождении через вещество обусловлены излучением тормозных фотонов. Частицы, отклоняясь в электрическом поле ядра, испытывают ускорение и излучают. В кулоновском поле радиационные потери энергии обратно пропорциональны квадрату массы частицы, так что данный вид потерь наиболее существенен для легких частиц - электронов и позитронов.

Расчет линейных потерь энергии за счет этого процесса достаточно сложен и приводит к зависимости вида

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{РАД}} \sim \frac{e^2 Z^2}{m^2} \quad (\text{для электронов}), \quad (3.3.3)$$

В формуле (3.3.3) пропорциональность записана без учета медленно меняющейся компоненты (логарифмического вида).

Итак, в случае электрона полные потери энергии на единице пути записываются в виде суммы

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ИОНИЗ}} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{РАД}} \quad (3.3.4)$$

Вклад последнего члена в (3.3.4) становится преобладающим при энергиях, превышающих 10 МэВ.

Пробег частиц. Расстояние, которое способна пройти заряженная частица в веществе до остановки, называется пробегом частицы. В принципе пробег частицы можно найти путем интегрирования:

$$R = \int_E^0 \left(-\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE, \quad (3.3.5)$$

где нижний предел соответствует энергии E при вхождении в среду, а верхний - остановке частицы ($E = 0$).

Дифференциальное сечение рассеяния. Рассчитаем дифференциальное сечение рассеяния в рамках квантовой механики, используя борновское приближение. В этом случае рассеивающее поле можно рассматривать как возмущение. Это допустимо, когда выполняется условие

$$|U| \ll \frac{\hbar^2}{m a^2}, \quad (3.3.6)$$

где a - радиус действия поля $U(z)$, а U - порядок величины поля в области, основной для его действия. В соответствии с теорией возмущения волновую функцию электрона будем искать в виде

$\Psi = \Psi^{(0)} + \Psi^{(1)}$, где $\Psi^{(0)} = \exp(i\vec{k}\vec{z})$ - падающий свободный электрон, $\vec{k} = k\vec{n}$ - волновой вектор падающего электрона, а функция $\Psi^{(1)}$ ищется в виде

$$\Psi^{(1)} = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int \Psi^{(0)} U(x', y', z') e^{i\vec{k}'\vec{z}'} \frac{dV'}{R} = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int U e^{i(\vec{k}'\vec{z}' + kR)} \frac{dV'}{R} \quad (3.3.7)$$

Выберем рассеивающий центр в качестве начала координат. Пусть \vec{R}_0 - точка наклонения $\Psi^{(1)}$, а \vec{n}' - единичный вектор в направлении \vec{R}_0 . Пусть \vec{z}' - радиус-вектор элемента объема dV' , тогда $\vec{R} = \vec{R}_0 - \vec{z}'$. Следовательно, при $|\vec{R}_0| \gg |\vec{z}'|$ имеем

$$R = |\vec{R}_0 - \vec{z}'| \approx R_0 - \vec{z}' \cdot \vec{n}' \quad (3.3.8)$$

Подставив (3.3.8) в (3.3.7) получим:

$$\Psi^{(1)} = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{ikR_0}}{R_0} \int U e^{i(\vec{k}' - k\vec{n}')\vec{z}'} dV' = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{ikR_0}}{R_0} \int U e^{i(\vec{k}' - \vec{k})\vec{z}'} dV' \quad (3.3.9)$$

где $\vec{k}' = k\vec{n}'$ - волновой вектор частицы после рассеяния.

Из общей теории рассеяния известно, что волновая функция, являющаяся решением уравнения Шредингера с потенциальной энергией $U(z)$, на больших расстояниях должна иметь асимптотический вид

$$\Psi = e^{i\vec{k}\vec{z}} + \frac{f(\theta)}{r} e^{i\vec{k}'\vec{z}} \quad (3.3.10)$$

где $f(\theta)$ - функция, зависящая от угла рассеяния и связана с дифференциальным сечением соотношением

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \quad (3.3.11)$$

(здесь Ω обозначает телесный угол).

Сравнивая (3.3.10) с (3.3.9) получим

$$f(\theta) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int U e^{-i\vec{q}\vec{z}} dV \quad (3.3.12)$$

где $\vec{q} = \vec{k}' - \vec{k}$, $|\vec{q}| = 2k \sin \frac{\theta}{2}$, θ - угол рассеяния.

Таким образом, из (3.3.12) и (3.3.11) получаем:

$$d\sigma = \frac{m^2}{4\pi^2 \hbar^4} \left| \int u e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} dV \right|^2 d\Omega. \quad (3.3.13)$$

В формуле (3.3.13) u следует понимать как потенциальную энергию взаимодействия электрона с атомом, усредненную по волновой функции атома. Она равна $e\varphi(\vec{r})$, $\varphi(\vec{r})$ — потенциал поля, создаваемый в точке \vec{r} суммарным распределением зарядов в атоме. Обозначим распределение зарядов $\rho(\vec{r})$ и запишем для потенциала уравнение Пуассона: $\Delta\varphi = -4\pi\rho(\vec{r})$ (3.3.14) (Δ — оператор Лапласа). Тогда матричный элемент в формуле (3.3.13) — это в основном компоненте Фурье от u (или от φ), соответствующая $\vec{q} = \vec{k}' - \vec{k}$. Применим уравнение Пуассона к каждой компоненте Фурье в отдельности, получим:

$$\Delta(\varphi_q e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}) = -q^2 \varphi_q e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} = -4\pi\rho_q e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}, \quad (3.3.15)$$

(знак « q » означает Фурье-компоненту: $x_q = \int x e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} dV$) отсюда $\varphi_q = 4\pi\rho_q / q^2$, то есть

$$\int \varphi e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} dV = \frac{4\pi}{q^2} \int \rho e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} dV. \quad (3.3.16)$$

Плотность зарядов в атоме складывается из зарядов ядра и электронных зарядов $\rho = -en(\vec{r}) + Ze\delta(\vec{r})$, где $e n(\vec{r})$ — плотность электронного заряда в атоме. (3.3.17)

Тогда получим:

$$\begin{aligned} \int u e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} dV &= \frac{4\pi e}{q^2} \int (-en(\vec{r}) + Ze\delta(\vec{r})) e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} dV = \\ &= \frac{4\pi e}{q^2} [-e \int n(\vec{r}) e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} dV + Ze] = \frac{4\pi e^2}{q^2} [Z - F(q)], \end{aligned} \quad (3.3.18)$$

где $F(q) = \int n(\vec{r}) e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} dV$ — атомный формфактор. Подставим теперь (3.3.18) в (3.3.13):

$$d\sigma = \frac{m^2}{4\pi^2 \hbar^4} \frac{4^2 \pi^2 e^4}{q^4} [Z - F(q)]^2 d\Omega. \quad (3.3.19)$$

Заменяя $q = 2mv\hbar^{-1} \sin \frac{\theta}{2}$ получим:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4m^2 e^4}{(2mv)^4} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} [Z - F(q)]^2 = \frac{e^4 [Z - F(q)]^2}{(2mv^2)^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}. \quad (3.3.20)$$

Заметим, что в случае, когда α велико ($qa \gg 1$),

множитель e^{-q^2} есть быстроубывающая функция. Поэтому $F(q) \rightarrow 0$ и тогда из (3.3.20) получаем:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(Ze^2)^2}{(2mv^2)^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (3.3.21)$$

Это есть Резерфордское сечение на ядре атома.

Зная сечение процесса, можно рассчитать потери на единицу длины пробега. Пусть dN - количество соударений с передачей энергии ε . Тогда $dE = \varepsilon dN$ - изменение энергии. dN найдем из формулы $dN = n \sigma dx$, где n - концентрация атомов на единицу длины, а σ - сечение рассеяния. Тогда

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = n \frac{d\sigma}{d\varepsilon} dx \quad \text{и для потерь энергии получаем}$$

$$- \frac{dE}{dx} = n \int \varepsilon \frac{d\sigma}{d\varepsilon} d\varepsilon \quad (3.3.21)$$

Дифференциальное сечение $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ можно получить из сечения $\frac{d\sigma}{d\Omega}$.

Поскольку $\varepsilon = \frac{p_0^2}{2m} - \frac{p^2}{2m}$ и при упругом рассеянии $p = p_0 \cos \theta$ (где θ - угол рассеяния) имеем $\varepsilon = \frac{p_0^2}{2m} (1 - \cos^2 \theta)$.

Ввиду азимутальной симметрии $d\Omega = d \cos \theta$ и тогда

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{d\sigma}{d \cos \theta} \frac{m}{p_0^2 \cos \theta} \quad , \quad \text{или выражая сечение по энергии}$$

через $\frac{d\sigma}{d\Omega}$:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \frac{m}{p_0^2 \cos \theta} \quad , \quad (3.3.22)$$

здесь p_0 - начальный импульс электрона.

Прохождение электронов через вещество. Движение электронов в веществе обусловлено многократным рассеянием их на атомах среды. Дифференциальное сечение упругого рассеяния на одном атоме:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z(Z+1)e^4}{(\sin^2 \frac{\theta}{2} + \alpha^2)^2} \left[\frac{(E + mc^2)}{(E + 2mc^2)} \right]^2 \quad , \quad (3.3.23)$$

$$\text{где } \alpha^2 = \left[\frac{7,6 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot \frac{Z^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{\varepsilon(\varepsilon+2)}} \right]^2, \quad (3.3.24)$$

поправка на эффект экранирования ядра атомными электронами,

$\xi = \frac{E}{E_0}$ - отношение кинетической энергии электрона к его энергии покоя, (в остальном обозначения адекватны (3.3.1),
 θ - угол рассеяния).

Интегральное выражение для сечения будет иметь вид:

$$\sigma = \frac{Z(Z+1)\pi e^4}{\alpha^2(\alpha^2+1)E^2} \left[\frac{E+mc^2}{E+2mc^2} \right]^2, \quad (3.3.25)$$

Дозовые характеристики. Основной физической величиной, определяющей степень радиационного воздействия, является поглощенная доза ионизирующего излучения.

Поглощенная доза ионизирующего излучения D - отношение средней энергии dW , переданной ионизирующим излучением веществу в элементарном объеме, к массе dm вещества в этом объеме:

$$D = \frac{dW}{dm}. \quad (3.3.26)$$

Единица поглощенной дозы в СИ - грей (Гр.). Грей равен поглощенной дозе ионизирующего излучения, при которой веществу массой 1 кг передается энергия ионизирующего излучения, равная 1 Дж.

В СГС единицей поглощенной дозы является рад (рад). Рад равен поглощенной дозе ионизирующего излучения, при которой веществу массой 1 г передается энергия ионизирующего излучения, равная 100 эрг. Таким образом 1 рад = 0,01 Гр.

Переданная энергия подвержена случайным статистическим флуктуациям, поэтому dW - случайная величина. Ее ожидаемое значение есть средняя переданная энергия \overline{dW} .

Под переданной энергией в определении поглощенной дозы понимается

$$W = W_{вх} - W_{вых} + \sum \varepsilon, \quad (3.3.27)$$

где $W_{вх}$ - кинетическая энергия всех частиц, которые входят в рассматриваемый объем; $W_{вых}$ - энергия всех частиц, которые выходят из рассматриваемого объема; $\sum \varepsilon$ - сумма всех изменений энергии (при уменьшении со знаком плюс, при

увеличении со знаком минус), связанных с массой покоя ядер и частиц при любых ядерных превращениях, происходящих в рассматриваемом объеме.

Следует различать переданную энергию и поглощенную энергию излучения, которая представляет собой полную энергию излучения, потерянную при взаимодействиях. Эти две величины равны между собой при $\sum \xi = 0$. Это соотношение справедливо во многих задачах.

Для оценки воздействия на среду косвенно ионизирующих излучений используют также понятие кермы. Керма K - отношение суммы первоначальных кинетических энергий dW_k всех заряженных ионизирующих частиц, образованных под действием косвенно ионизирующего излучения в элементарном объеме вещества, к массе dm вещества в этом объеме:

$$K = \frac{dW_k}{dm} \quad (3.3.28)$$

Единица измерения кермы совпадает с единицей измерения поглощенной дозы. Грей равен керме, при которой сумма начальных кинетических энергий всех заряженных ионизирующих частиц, образовавшихся под действием косвенно ионизирующего излучения в веществе массой 1 кг, равна 1 Дж.

Мощность поглощенной дозы \dot{D} (мощность кермы \dot{K}), - отношение приращенной поглощенной дозы dD (кермы dK) за интервал времени dt к этому интервалу:

$$\dot{D} = \frac{dD}{dt} \quad \left(\dot{K} = \frac{dK}{dt} \right) \quad (3.3.29)$$

Задача 21. Составьте алгоритм и проведите численный расчет пробега электрона для нескольких веществ (на Ваш выбор), учитывая только ионизационные потери.

Задача 22. Получите формулу (3.3.25).

Задача 23. Являются ли случайными величинами D и K , (см. (3.3.26) и 3.3.36)? Объясните, почему.

IV. МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО В ЗАДАЧАХ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ

4.1. Моделирование прохождения нейтронов через вещество

Взаимодействие нейтронов с веществом определяется тремя макроскопическими сечениями: Σ_c - макроскопическое сечение поглощения, Σ_s - макроскопическое сечение рассеяния и Σ_a - макроскопическое сечение активации. Макроскопические сечения связаны с сечениями процессов на одном ядре соотношением (3.1.II), т.е.

$$\Sigma_i = \sigma_i n, \quad (i = c, s, a), \quad (4.1.1)$$

где n - концентрация атомов, $n = \rho N_A A^{-1}$, (4.1.2)

ρ - плотность среды, A - атомный вес вещества среды,

N_A - число Авогадро ($N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹), σ_i - сечение рассеяния на одном ядре данного вещества (рассеянием на электронах можно пренебречь).

Сумма этих сечений.

$$\Sigma = \Sigma_a + \Sigma_c + \Sigma_s, \quad (4.1.3)$$

называется полным сечением.

У многих ядер сечение активации пренебрежимо мало сравнительно с сечениями поглощения и рассеяния для тепловых нейтронов. Физический смысл этих сечений следующий: при столкновении нейтрона с атомом вещества вероятность поглощения равна Σ_c/Σ а вероятность рассеяния равна Σ_s/Σ .

Рассмотрим простейший вариант задачи прохождения нейтронов. Пусть на однородную бесконечную пластинку $0 \leq x \leq h$ падает поток нейтронов с энергией E_0 с углом падения α . При столкновении с атомами вещества, из которого состоит пластинка, нейтроны могут упруго рассеиваться или поглощаться. Для простоты будем полагать, что энергия нейтрона при рассеянии не меняется и любое направление "отскока" нейтрона от атома одинаково вероятно (это допустимо для тепловых нейтронов в веществах с тяжелыми атомами). Нейтроны могут:

а) пройти сквозь пластинку, б) поглотиться в ней, в) отразиться от нее. Нам требуется вычислить вероятность прохождения нейтрона сквозь пластинку p^+ , вероятность отражения p^- нейтрона пластинкой и вероятность поглощения нейтрона в пластинке p^0 .

Для решения этой задачи хорошо подходит метод Монте-Карло, как и для других задач подобного же типа.

Длина свободного пробега нейтрона λ (то есть длина пути от столкновения до столкновения) — это случайная величина. Она может принимать любые положительные значения с плотностью вероятностей

$$p(x) = \sum e^{-\Sigma x} \quad (4.1.4)$$

Для средней длины свободного пробега (а она равна математическому ожиданию этой величины) имеем:

$$M\lambda = \int_0^{\infty} x \sum e^{-\Sigma x} dx = \frac{1}{\Sigma} \quad (4.1.5)$$

Формулу для розыгрыша λ легко получить из уравнения (2.3.1), которое в нашем случае запишется так:

$$\gamma = \int_0^{\lambda} \sum e^{-\Sigma x} dx.$$

Вычислив интеграл, стоящий слева, получим $\gamma = 1 - e^{-\Sigma \lambda}$, от-

куда $\lambda = -\frac{1}{\Sigma} \ln(1-\gamma)$. Поскольку величина $1-\gamma$ распределена точно так же, как γ , мы можем последнее выражение переписать как

$$\lambda = -\frac{1}{\Sigma} \ln \gamma \quad (4.1.6)$$

Нам нужно еще выяснить, как выбирать случайное направление нейтрона после рассеяния. Так как задача симметрична относительно оси x , перпендикулярной плоскости пластинки, то направление вполне определяется одним углом φ между направлением скорости нейтрона и осью Ox (начало отсчета O связано с точкой на поверхности пластинки, а ось Ox направлена внутрь ее). Можно доказать, что требование равной вероятности любого направления в этом случае равносильно требованию, чтобы косинус этого угла $\mu = \cos \varphi$ был равномерно распределен в интервале $(-1, 1)$. Из (2.3.1) и задачи 10 при $a = -1$ и $b = 1$ следует формула для розыгрыша μ :

$$\mu = 2\gamma - 1 \quad (4.1.7)$$

Алгоритм 1. Расчет путем моделирования истинных траекторий:

- 1) Начальные значения для каждой траектории: $x_0 = 0, \mu_0 = \cos \alpha$;
- 2) Розыгрываем длину свободного пробега $\lambda_k = -\Sigma^{-1} \ln \gamma$, (индекс k — номер последнего акта рассеяния) и вычисляем абсциссу следующего столкновения $x_{k+1} = x_k + \lambda_k \mu_k$;

- 3) Проверяем условие прохождения сквозь пластинку $x_{k+1} > h$: если оно выполнено, то счет траектории нейтрона заканчиваем и добавляем единицу к счетчику прошедших частиц; в противном случае проверяем условие отражения $x_{k+1} < 0$: если оно выполнено, то счет траектории заканчиваем и добавляем единицу к счетчику отраженных частиц;
- 4) Если условия пункта 3 не выполнены (то есть $0 \leq x_{k+1} \leq h$), а значит нейтрон испытывает $(k+1)$ -е столкновение внутри пластинки, разыгрываем "судьбу" нейтрона при столкновении: берем очередное значение и проверяем условие поглощения $\gamma < \Sigma_c / \Sigma$, если оно выполнено, то счет траектории заканчиваем и добавляем единицу к счетчику поглощенных частиц; в противном случае считаем, что нейтрон испытывает рассеяние в точке с абсциссой x_{k+1} , разыгрываем новое направление скорости нейтрона $\mu_{k+1} = 2\gamma - 1$ и повторяем цикл с пункта 2 (но, конечно, уже с другими значениями γ);
- 5) После подсчета N' траекторий вычисляем искомые вероятности по формулам $p^+ = \frac{N^+}{N}$, $p^- = \frac{N^-}{N}$, $p^0 = \frac{N^0}{N}$,

(N^+ - значения счетчика прошедших нейтронов, N^- - значения счетчика отраженных нейтронов и N^0 - значение счетчика поглощенных нейтронов). Обратим внимание, что в алгоритме все γ написаны без индексов, так как имеется в виду, что каждое значение γ используется всего один раз. Для расчета одного звена траектории нужны три значения γ .

Алгоритм I не свободен от недостатков. В частности, им трудно проводить расчеты вероятности p^+ , когда она очень мала. Существуют более "хитрые" разновидности метода Монте-Карло, позволяющие рассчитывать и такие случаи. Рассмотрим один из простейших вариантов расчета с помощью так называемых "весов" для той же самой задачи о прохождении нейтронов.

Предположим, что вдоль одной и той же траектории движется "пакет", состоящий из большого числа w_0 одинаковых нейтронов. При столкновении в точке с абсциссой x , количество поглощенных нейтронов из "пакета" в среднем равно $w_0 \frac{\Sigma_c}{\Sigma}$, а количество нейтронов, испытавших рассеяние, в среднем равно $w_0 \frac{\Sigma_s}{\Sigma}$.

При каждом столкновении количество нейтронов в "пакете" будет уменьшаться: $w_{k+1} = w_k \frac{\sum s}{\Sigma}$ • так как часть "пакета",

содержащая $w_k \frac{\sum s}{\Sigma}$ нейтронов, будет поглощаться. И траектория теперь не может закончиться поглощением. Величину w_k обычно называют весом нейтрона и вместо того, чтобы говорить о "пакете", состоящем из w_k нейтронов, говорят об одном нейтроне с весом w_k . Начальный вес w_0 обычно полагают равным единице. Это не противоречит рассуждениям о "большом пакете", ибо нетрудно заметить, что все w_k , получающиеся при расчете одной траектории содержат w_0 общим множителем.

Алгоритм 2. Расчет методом весов:

- 1) Начальные значения для каждой траектории

$$x_0 = 0, w_0 = 1, \mu_0 = \cos \alpha;$$

- 2) Разыгрываем длину свободного пробега $\lambda_k = -\frac{1}{\Sigma} \ln \gamma$ и вычисляем абсциссу следующего столкновения

$$x_{k+1} = x_k + \lambda_k \mu_k;$$

- 3) Проверяем условие прохождения сквозь пластинку $x_{k+1} > h$: если оно выполнено, то счет траектории заканчиваем и добавляем w_k и счетчику прошедших частиц; в противном случае проверяем условие отражения $x_{k+1} < 0$: если оно выполнено, то счет траектории заканчиваем и добавляем w_k к счетчику отраженных частиц;

- 4) Если условия пункта 3 не выполнены вычисляем новые значения

$$N_{\text{нов}}^0 = N_{\text{стар}}^0 + w_k \frac{\sum s}{\Sigma} \quad \text{и} \quad w_{k+1} = w_k \frac{\sum s}{\Sigma},$$

разыгрываем новое направление скорости нейтрона $\mu_{k+1} = 2\gamma - 1$ и повторяем цикл с пункта 2;

- 5) После подсчета N траекторий вычисляем искомые вероятности $P^+ = \frac{N^+}{N}$, $P^- = \frac{N^-}{N}$, $P^0 = \frac{N^0}{N}$.

Заметим, что существуют довольно много разнообразных способов расчета, использующих различные веса.

Конечно, рассмотренная нами задача весьма проста, но метод Монте-Карло позволяет решать и гораздо более сложные задачи: исследуемая среда может состоять из различных веществ и иметь любую геометрическую структуру, элементарный акт взаимодействия частицы при каждом столкновении может иметь сложную форму (рассмотрены в главе III).

Задача 24. Докажите (4.1.7).

Задача 25. Используя статистические методы, покажите, что расчет ρ^+ с помощью алгоритма 2 всегда выгоднее, чем расчет с помощью алгоритма 1.

Задача 26. Выполните численные расчеты по исследованию зависимости вероятностей прохождения, поглощения и отражения нейтронов от глубины слоя какого-либо вещества с помощью любого из алгоритмов.

Задача 27. Выполните численные расчеты по исследованию зависимости от угла падения вероятностей прохождения, поглощения и отражения нейтронов для слоя фиксированной толщины какого-либо вещества.

Задача 28. Рассчитайте численно средний угол отражения нейтронов в зависимости от угла падения для какого-либо вещества.

Задача 29. Составьте алгоритмы и проведите численный расчет вычисления вероятностей прохождения, поглощения и отражения нейтронов для пластинки, состоящей из нескольких (например, двух) слоев различных веществ определенной толщины.

Задача 30. Предложите способ модернизации алгоритмов 1 и 2, учитывающий кинематику рассеяния нейтронов (3.2.5). Какие дополнительные трудности здесь появятся и как их Вы предложите преодолеть?

Задача 31. Установите физические границы применимости разработанных вами алгоритмов (а если их нет, то - алгоритмов 1 и 2) для задач реального моделирования прохождения нейтронов через вещество.

4.2. Моделирование прохождения электронов через вещество

Рассмотрим упрощенный вариант задачи прохождения

электронов через вещество. Пусть на однородную бесконечную пластину $0 \leq x \leq h$ падает поток электронов с энергией E_0 под углом α . Для простоты будем полагать, что рассеяние электронов на атомах вещества упругое, а энергию электрон теряет на пути от одного рассеяния к другому.

Применим к этой задаче метод Монте-Карло.

Дифференциальное сечение и интегральное сечение даются формулами (3.3.23) и (3.3.25). Мы можем найти среднюю длину пробега электрона между двумя рассеяниями:

$$M \lambda = \frac{1}{\Sigma} = \frac{A}{\rho N_A \sigma} \quad (4.2.1)$$

(по аналогии с 4.1.5). Пробег разыгрывается по формуле

$$\lambda = -\Sigma^{-1} \ln \gamma, \quad \text{нам уже известной (см. (4.1.6)).}$$

Нам нужно знать угол, на который будет рассеян электрон в мишени до следующего рассеяния.

Плотность вероятности угла рассеяния есть:

$$p(\theta) = \frac{\frac{d\sigma}{d\Omega} \sin \theta}{\int_0^\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin \theta d\theta} \quad (4.2.2)$$

(сечение $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ дается формулой (3.3.23)).

Согласно (2.3.1) для разыгрыша θ мы имеем формулу

$$\int_0^\theta p(\theta') d\theta' = \gamma.$$

Подставляя в нее (4.2.2) и интегрируя, получаем

$$\gamma = \frac{(\alpha^2 + 1) \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\alpha^2 + \sin^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{(\alpha^2 + 1)(1 - \cos \theta)}{2\alpha^2 + 1 - \cos \theta} \quad (4.2.3)$$

(обозначения здесь адекватны гл. III).

Из (4.2.3) мы можем выразить косинус угла рассеяния

$$\cos \theta = \frac{1 + \alpha^2 - \gamma(1 + 2\alpha^2)}{1 + \alpha^2 - \gamma}$$

, а поскольку случайная величина γ распределена так же, как $1 - \gamma$, то можно это переписать как

$$\cos \theta = \frac{\gamma(1 + 2\alpha^2) - \alpha^2}{\gamma + \alpha^2} \quad (4.2.4)$$

Второй угол φ , определяющий направление полета электрона (он задает положение конца вектора направления движения на рассеивающем "конусе" и изменяется в пределах

$0 \leq \varphi < 2\pi$), можно разыграть с учетом симметрии и бесконечности пластины в виде: $\varphi = 2\pi \gamma$, (4.2.5) (здесь γ - еще одна случайная величина).

В плоскости движения для k -ого рассеяния можно установить соотношение

$$\cos \theta_k = \cos \theta_k \cos \theta_{k-1} + \sin \theta_k \sin \theta_{k-1} \cos \varphi_k. \quad (4.2.6)$$

Потери энергии электроном за k -ый пробег есть

$\left| \frac{dE}{dx} \right| \Delta x_k$ (формула для линейных потерь - (3.3.1), радиационными потерями (3.3.3) мы пренебрегаем), а энергия электрона на $k+1$ пробеге будет

$$E_{k+1} = E_k - \left| \frac{dE}{dx} \right| \Delta x_k, \quad (4.2.7)$$

здесь Δx_k - пробег электрона после k -ого рассеяния.

Алгоритм 3. Расчет моделированием траекторий:

- 1) Начальные значения для каждой траектории $E_0, x_0=0, \mu_0 = \cos \alpha$;
- 2) Разыгрываем длину свободного пробега $\lambda_k = -\frac{1}{\Sigma} \ln \gamma$,
(предварительно сделав необходимые вычисления по формулам (3.3.25) и (4.1.1) и вычисляем абсциссу следующего столкновения $x_{k+1} = x_k + \lambda_k \mu_k$;
- 3) Рассчитываем уменьшение энергии $E_{k+1} = E_k - \Delta E_k$ (см. (4.2.7));
- 4) Проверяем условие $x_{k+1} > h$:
если оно выполнено, то счет траектории прекращаем и добавляем единицу к счетчику прошедших частиц;
в противном случае проверяем условие отражения $x_{k+1} < 0$:
если оно выполнено, то счет траектории заканчиваем и добавляем единицу к счетчику отраженных частиц;
- 5) Если условия пункта 4 не выполняются, проверяем условие поглощения $E_{k+1} \leq 0$:
если оно выполняется, то счет траектории заканчиваем и добавляем единицу к счетчику поглощенных частиц;
в противном случае разыгрываем новое направление скорости электрона (с помощью формул (4.2.4) - (4.2.6) и повторяем цикл с пункта 2);
- 6) После подсчета N траекторий вычисляем искомые вероятности

$$P^* = \frac{N^*}{N}, \quad P^- = \frac{N^-}{N}, \quad P^0 = \frac{N^0}{N}.$$

Конечно же, алгоритм 3 достаточно прост, но ничто не мешает его "улучшить" методами, подобными указанным в предыдущем параграфе (а также и другими).

Снова так отметим, что метод Монте-Карло годится и для рассмотрения более серьезных задач, связанных с прохождением заряженных частиц через вещество (теоретические аспекты возникающих явлений известны). Такой задачей является и расчет поглощенной дозы ионизирующего излучения D (3.3.26).

Для рассмотренного выше варианта задачи о прохождении электронов через пластину для расчета D можно использовать алгоритм 3, модифицированный следующим образом:

при выполнении условий пункта 4 $\left(\begin{array}{l} x_{k+1} > h \text{ или} \\ x_{k+1} < 0 \end{array} \right)$ к счетчи-

ку переданной энергии W прибавляем величину $E_0 - E_k$;

при выполнении условия пункта 5 $(E_{k+1} \leq 0)$ добавляем к счетчику переданной энергии W величину E_0 ;

в пункте 6 величину D вычисляем следующим образом:

$$D = \frac{W}{S \cdot h \cdot \rho} \quad (S - \text{площадь поверхности пластины, на}$$

которую попали разыгрываемые траектории, ρ - плотность вещества, h - толщина пластины);

(остальная схема алгоритма 3 остается без изменений).

Заметим, что количество траекторий, попадающих на площадь S , должно определяться интенсивностью потока электронов, падающих на пластину.

Задача 32. Установите соотношение (4.2.6)

Задача 33. Выполните численные расчеты по исследованию зависимости от глубины слоя вероятностей прохождения, поглощения и отражения электронов для какого-либо вещества с помощью алгоритма 3.

Задача 34. Выполните численные расчеты по исследованию зависимости от угла падения вероятностей прохождения, поглощения и отражения электронов для слоя фиксированной толщины какого-либо вещества.

Задача 35. Предложите способ улучшить алгоритм 3 (у него есть "слабые" места: например, в случае, когда энергия электрона полностью тратится на длине пробега, но длина выходит за границы пластины, алгоритм строго фиксирует прохождение (или выходжение) частицы).

Задача 36. Установите физические границы применимости разработанных вами алгоритмов (или алгоритма 3) для задач реального моделирования прохождения электронов через вещество.

Задача 37. Выполните численные расчеты по исследованию зависимости от глубины слоя поглощенной дозы ионизирующего потока электронов для какого-либо вещества с помощью модифицированного алгоритма 3.

У. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Метод Монте-Карло позволяет моделировать любой процесс, на протекание которого влияют случайные факторы. В то же время для многих задач, не связанных с какими-либо случайностями, можно искусственно придумать вероятностную модель (и не одну), позволяющую решать эти задачи тем же методом. Таким образом, можно говорить о методе Монте-Карло как об универсальном методе решения математических задач.

Особенно интересно, что в некоторых случаях выгодно отказаться от моделирования истинного случайного процесса и вместо этого использовать искусственную модель. Именно так мы и поступали в главе IV. Несмотря на простоту рассмотренных моделей, они позволяют достаточно эффективно решать задачи о переносе излучения. Именно поэтому метод Монте-Карло имеет важные применения для численного решения задачи защиты от ионизирующих излучений.

Отметим круг проблем, для решения которых также часто используется метод Монте-Карло: вычисление определенных интегралов (особенно многомерных), приближение физических систем к равновесию (моделирование канонических ансамблей и др.) расчет квантовомеханических систем (вариационные методы Монте-Карло).

Конечно же, список этим не исчерпывается. Метод эффективно используется и при решении экономических и инженерных задач, это подтверждает его универсальность. Необходимо лишь помнить об особенностях метода (см. параграф П.4), чтобы решать, в каких случаях метод Монте-Карло более эффективен, а в каких лучше использовать другие методы.

VI. ПРИЛОЖЕНИЯ

6.1. Метод Неймана (для разыгрывания случайной величины)

Предположим, что случайная величина ξ определена на конечном интервале (a, b) и плотность ее ограничена:

$$p(x) \leq M_0. \quad (6.1.1)$$

Разыгрывать значение ξ , можно следующим образом:

- 1) выбираем два значения γ' и γ'' равномерно распределенной в $(0,1)$ случайной величины γ и строим случайную точку $\Gamma(\eta'; \eta'')$ с координатами (η' - на оси x , η'' - на оси y)

$$\eta' = a + \gamma'(b-a), \quad \eta'' = \gamma'' M_0; \quad (6.1.2)$$

- 2) если точка Γ лежит под кривой $y = p(x)$, то полагаем $\xi = \eta'$, если же точка Γ лежит над кривой $y = p(x)$, то пару (γ', γ'') отбрасываем и выбираем новую пару значений (γ', γ'') .

Обоснование этого метода проведите самостоятельно.

6.2. Сечения взаимодействия для тепловых нейтронов с ядрами некоторых веществ

В следующей таблице приведены приближенные значения сечений взаимодействия для тепловых нейтронов в некоторых чистых веществах (в барнах):

Вещество	σ	σ_s	σ_c	σ_a
B	3843	-	3843	-
C	4,804	4,8	0,004	-
Al	1,851	1,4	0,241	0,21
Fe	13,62	11,0	2,62	-
Cd	2487	?	2450	-
Pb	11,17	11	0,17	-

6.3. Программа, моделирующая прохождение нейтронов и электронов через вещество

Приведенный ниже текст программы *Model* (в системе *Turbo Pascal 6.0*) представляет собой пример конкретной реализации (в виде программы) алгоритмов 1,2,3. Программа решает задачи 26, 27, 33, 34 и также рисует (в проекции на плоскость разреза вещества) траектории частиц. Программа отлажена на персональном компьютере, совместимом с IBM PC.

Несколько особенностей программы *Model*: она ориентирована на ввод данных с клавиатуры и вывод информации на монитор типа VGA размером 640 x 480 пикселей; предполагается также, что графический адаптер находится в директории d:\TP\BGI при реализации алгоритма 3 в ней использованы некоторые округляющие приближения (что, однако, является допустимым в рамках точности метода).

Программа Model

```

Program Model;
Uses Crt, Graph;
Label 4;
Var k:Char;
    na,e0,q:Real;
    i:Integer;
Procedure Mn0(s,c:Real);
Label 1,2,3;
Var mx,my,f,y,h,sl:Real;
    kk,ll,n,k,l,i,ll:Integer;
Begin
    DirectVideo:=FALSE;
    Writeln(' Введите количество испытаний (целое) ');
    Write(' N=');Readln(n);
    Writeln(' Введите угол падения 0.00=<f<1.57 (в радианах)');
    Write(' f=');Readln(f);
    DetectGraph(k,1);InitGraph(k,1,'d:\TP\BGI');GraphDefaults;
    SetBkColor(13);SetFillStyle(SolidFill,7);
    Bar(240,0,640,480);SetColor(8);
    OutTextXY(400,250,'ВЕЩЕСТВО');Line(500,400,540,400);
    OutTextXY(520,390,'1 см');OutTextXY(5,250,'ПОТОК ЧАСТИЦ');
    Setcolor(15);
    For i:=1 To n Do
    Begin
        y:=Random(480);
        k:=Round(y);ll:=Round(y+240.0*Sin(f)/Cos(f));
        Line(1,1,240,k);l:=k;k:=240;
    
```

```

my:=Cos(f);h:=0.0;
sl:=-Ln(Random)/(c+s);
kk:=Round(240.0+sl*my*40.0);ll:=Round(y-sl*Sin(f)*40.0);
Line(k,l,kk,ll);kt=kk;lt=ll;ht=h+sl*my;
2:sl:=-Ln(Random)/(c+s);
h:=h+sl*my;kk:=Round(h*40.0)+240;
mx:=Sqrt(1.0-my*my);
ll:=l+Round(sl*mx*(2.0*Random-1.0)*40.0);
If Random<c/(c+s)
Then Goto 3;
If h>10.0
Then Goto 1;
If h<0.0
Then Goto 1;
my:=2.0*Random-1.0;Line(k,l,kk,ll);kt=kk;lt=ll;
Goto 2;
1:Line(k,l,kk,ll);
3:End;
End;
Procedure Mnl(s,c:Real);
Label 1,2;
Var my,f,h,sl,hk,w,np,na,no:Real;
k,l,i,m,j:Integer;
Begin
DirectVideo:=FALSE;
Writeln(' Введите угол падения 0.00<f<1.57 (в радианах)');
Write(' f=');Readln(f);
DetectGraph(k,l);InitGraph(k,l,'d:\TP\BGI');GraphDefaults;
Line(25,1,25,401);Line(25,401,425,401);
Line(22,1,28,1);Line(22,101,28,101);Line(22,201,28,201);
Line(22,301,28,301);Line(125,397,125,403);Line(225,397,225,403);
Line(325,397,325,403);Line(425,397,425,403);
OutTextXY(10,10,'1.0');OutTextXY(10,110,'0.75');
OutTextXY(10,310,'0.25');OutTextXY(10,410,'0.0');
OutTextXY(10,210,'0.5');OutTextXY(120,415,'1.25');
OutTextXY(220,415,'2.5');OutTextXY(320,415,'3.75');
OutTextXY(420,415,'5.0');OutTextXY(5,25,'P(1)');
OutTextXY(429,405,'1(см)');OutTextXY(45,10,'вероятность ');
OutTextXY(400,440,'глубина слоя');OutTextXY(480,40,'проникновения');
OutTextXY(480,140,'поглощения');OutTextXY(480,240,'отражения');
hk:=0.0125;
For i:=1 To 50 Do
Begin
m:=i+427;PutPixel(m,38,12);PutPixel(m,138,11);PutPixel(m,238,9);
End;
Repeat
np:=0.0;nm:=0.0;no:=0.0;
For j:=1 To 1000 Do
Begin
my:=Cos(f);h:=0.0;w:=1.0;
sl:=-Ln(Random)/(c+s);
h:=h+sl*my;

```

```

Z:=sl*=-Ln(Random)/(c+s);
h:=h+sl*my;
If w<1.0E-7
Then
Goto 1;
If h>hk
Then
Begin
np:=np+w;Goto 1;
End;
If h<0.0
Then
Begin
nm:=nm+w;Goto 1;
End;
no:=no+w*c/(c+s);w:=w*s/(s+c);
my:=2.0*Random-1.0;
Goto 2;
1:End;
np:=np/1000.0;nm:=nm/1000.0;no:=no/1000.0;
k:=25+Round(hk*80.0);l:=401-Round(np*400.0);
PutPixel(k,1,12);l:=401-Round(nm*400.0);
PutPixel(k,1,11);l:=401-Round(no*400.0);PutPixel(k,1,9);
hk:=hk+0.025;
Until hk>5.0;
End;
Procedure Mn2(s,c:Real);
Label 1,2;
Var my,f,h,sl,hk,w,np,nm,no:Real;
k,l,i,m,j:Integer;
Begin
DirectVideo:=FALSE;
WriteLn(' Введите глубину слоя hk<10.0 (в см)');
Write(' hk=');ReadLn(hk);f:=0.0;
DetectGraph(k,1);InitGraph(k,1,'d:\TP\BBI');GraphDefaults;
Line(25,1,25,401);Line(25,401,425,401);
Line(22,1,28,1);Line(22,101,28,101);Line(22,201,28,201);
Line(22,301,28,301);Line(125,397,125,403);Line(225,397,225,403);
Line(325,397,325,403);Line(425,397,425,403);
OutTextXY(10,10,'1.0');OutTextXY(10,110,'0.75');
OutTextXY(10,310,'0.25');OutTextXY(10,410,'0.0');
OutTextXY(10,210,'0.5');OutTextXY(120,415,'0.3925');
OutTextXY(220,415,'0.785');OutTextXY(320,415,'1.1775');
OutTextXY(420,415,'1.57');OutTextXY(5,25,'P(f)');
OutTextXY(429,405,'f(рад)');OutTextXY(45,10,'вероятность ');
OutTextXY(400,440,'угол падения');OutTextXY(480,40,'проникновения');
OutTextXY(480,140,'поглощения');OutTextXY(480,240,'отражения');
For i:=1 To 50 Do
Begin
m:=i+427;PutPixel(m,38,12);PutPixel(m,138,11);PutPixel(m,238,9);
End;
Repeat
np:=0.0;nm:=0.0;no:=0.0;
For j:=1 To 1000 Do

```



```

Begin
my:=Cos(f);h:=0.0;w:=1.0;
s1:=-Ln(Random)/(c+s);
h:=h+s1*my;
2:s1:=-Ln(Random)/(c+s);
h:=-h+s1*my;
If w<1.0E-7
Then
Goto 1;
If h>hk
Then
Begin
np:=np+w;Goto 1;
End;
If h<0.0
Then
Begin
nm:=nm+w;Goto 1;
End;
no:=no+w*c/(c+s);w:=w*s/(s+c);
my:=2.0*Random-1.0;
Goto 2;
1:End;
np:=np/1000.0;nm:=nm/1000.0;no:=no/1000.0;
k:=25+Round(f*400.0/1.57);l:=401-Round(np*400.0);
PutPixel(k,l,12);l:=401-Round(nm*400.0);
PutPixel(k,l,11);l:=401-Round(no*400.0);PutPixel(k,l,9);
f:=f+0.0075;
Until f>1.57;
End;
Procedure Me0(e,p,z,q,e0:Real);
Label 1,2,3;
Var ex,s,ai,a,c,ee,my,f,y,h,s1,r:Real;
kk,ll,n,k,l,i,li:Integer;
Begin
DirectVideo:=FALSE;
Writeln(' Введите количество испытаний (целое) ');
Write(' N=');Readln(n);
Writeln(' Введите угол падения 0.00=<f<1.57 (в радианах)');
Write(' f=');Readln(f);
DetectGraph(k,l);InitGraph(k,l,'d:\TP\BGI');GraphDefaults;
SetBkColor(13);SetFillStyle(SolidFill,7);
Bar(240,0,640,480);SetColor(8);
OutTextXY(400,250,'ВЕЩЕСТВО');Line(500,400,540,400);
OutTextXY(520,390,'1 мкм');OutTextXY(5,250,'ПОТОК ЧАСТИЦ');
SetColor(15);
s:=z*(9.76+58.8/Exp(Ln(z)*1.19));
For i:=1 To n Do
Begin
ee:=e;
y:=Random(480);
k:=Round(y);l:=Round(y+240.0*Sin(f)/Cos(f));
Line(1,1,240,k);l:=k;k:=240;
my:=Cos(f);h:=0.0;
a:=0.0076*Exp(Ln(z)/3.0)/2.0;
at:=Sqr(a)*e0/(ee*(2.0+ee/e0));

```

```

c:=z*(z+1)*pi*Sqr(q*q)/(Sqr(ee*1.60219)*a*(a+1.0));
c:=c*Sqr((ee+e0)/(ee+2.0*e0))*p*1.0E-28;
s1:=-Ln(Random)*1.0E4/c;h:=h+s1*my;
a1:=4.0*pi*p*z*Ln(1.166*ee*1.0E6/s)/1.60219;
a1:=a1*Sqr(q*q*(ee+e0))*1.0E-22/((ee+2.0*e0)*ee*e0);
ee:=ee-a1*s1*1.0E-4;
kk:=Round(240.0+s1*my*40.0);l1:=Round(y-s1*Sin(f)*40.0);
Line(k,1,kk,l1);
If ee<1.0E-7
  Then Goto 3;
k:=kk;l1:=l1;
2:a1:=0.0076*Exp(Ln(z)/3.0)/2.0;
a:=Sqr(a)*e0/(ee*(2.0+ee/e0));
c:=Random;r:=Random;
c:=(c*(1.0+2.0*a)-a)/(c+a);
mx:=c*Sqr(1.0-my*my)+my*Sqr(1.0-c*c)*(1.0-2.0*r);
my:=my*c+Sqr(1.0-my*my)*Sqr(1.0-c*c)*(2.0*r-1.0);
c:=z*(z+1)*pi*Sqr(q*q)/(Sqr(ee*1.60219)*a*(a+1.0));
c:=c*Sqr((ee+e0)/(ee+2.0*e0))*p*1.0E-28;
s1:=-Ln(Random)*1.0E6/c;h:=h+s1*my;
a:=4.0*pi*p*z*Ln(1.166*ee*1.0E6/s)/1.60219;
a:=a*Sqr(q*q*(ee+e0))*1.0E-22/((ee+2.0*e0)*ee*e0);
ee:=ee-a*s1*1.0E-4;
kk:=Round(h*40.0)+240;
l1:=1-Round(s1*mx*40.0);
If h>10.0
  Then Goto 1;
If h<0.0
  Then Goto 1;
If ee<1.0E-7
  Then Goto 1;
Line(k,1,kk,l1);k:=kk;l1:=l1;
Goto 2;
1:Line(k,1,kk,l1);
3:End;
End;
Procedure Mel(w,p,z,q,e0:Real);
Label 1,2,3;
Var c,a,my,f,a1,h,s1,hk,s,np,nm,ee,no:Real;
k,l,i,m,j:Integer;
Begin
  DirectVideo:=FALSE;
  Writeln(' Введите угол падения 0.00=<f<1.57 (в радианах)');
  Write(' f=');Readln(f);
  DetectGraph(k,1);InitGraph(k,1,'d:\TP\BGI');GraphDefaults;
  Line(25,1,25,401);Line(25,401,425,401);
  Line(22,1,28,1);Line(22,101,28,101);Line(22,201,28,201);
  Line(22,301,28,301);Line(125,397,125,403);Line(225,397,225,403);
  Line(325,397,325,403);Line(425,397,425,403);
  OutTextXY(10,10,'1.0°');OutTextXY(10,110,'0.75°');
  OutTextXY(10,310,'0.25°');OutTextXY(10,410,'0.0°');
  OutTextXY(10,210,'0.5°');OutTextXY(120,415,'1.25°');
  OutTextXY(220,415,'2.5°');OutTextXY(320,415,'3.75°');
  OutTextXY(420,415,'5.0°');OutTextXY(5,25,'P(1)');
  OutTextXY(429,405,'1 (мкм)');OutTextXY(45,10,'вероятность ');
  OutTextXY(400,440,'глубина слоя');OutTextXY(480,40,'проникновения');
  OutTextXY(480,140,'поглощения');OutTextXY(480,240,'отражения');

```

```

hk:=0.0125;
s:=z*(2/76+58.8/Exp(Ln(z)*1.19));
For i:=1 To 50 Do
  Begin
    m:=i+427;PutPixel(m,38,12);PutPixel(m,138,11);PutPixel(m,238,9);
  End;
Repeat
np:=0.0;nm:=0.0;no:=0.0;
For j:=1 To 1000 Do
  Begin
    my:=Cos(f);h:=0.0;ee:=e;
    a:=0.0076*Exp(Ln(z)/3.0)/2.0;
    a:=Sqr(a)*e0/(ee*(2.0+ee/e0));
    c:=z*(z+1)*pi*Sqr(q*q)/(Sqr(ee*1.60219)*a*(a+1.0));
    c:=c*Sqr((ee+e0)/(ee+2.0*e0))*p*1.0E-28;
    sl:=-Ln(Random)*1.0E6/c;h:=h+sl*my;
    a1:=4.0*pi*p*z*Ln(1.166*ee*1.0E6/s)/1.60219;
    a1:=a1*Sqr(q*q*(ee+e0))*1.0E-22/((ee+2.0*e0)*ee*e0);
    ee:=ee-a1*sl*1.0E-4;
    If ee<1.0E-7
      Then Goto 3;
2: a:=0.0076*Exp(Ln(z)/3.0)/2.0;
   a:=Sqr(a)*e0/(ee*(2.0+ee/e0));
   c:=Random;
   c:=(c*(1.0+2.0*a)-a)/(c+a);
   my:=my*c+Sqr(1.0-my*my)*Sqrt(1.0-c*c)*(2.0*Random-1.0);
   c:=z*(z+1)*pi*Sqr(q*q)/(Sqr(ee*1.60219)*a*(a+1.0));
   c:=c*Sqr((ee+e0)/(ee+2.0*e0))*p*1.0E-28;
   sl:=-Ln(Random)*1.0E6/c;h:=h+sl*my;
   a:=4.0*pi*p*z*Ln(1.166*ee*1.0E6/s)/1.60219;
   a:=a*Sqr(q*q*(ee+e0))*1.0E-22/((ee+2.0*e0)*ee*e0);
   ee:=ee-a*sl*1.0E-4;
3: If h>hk
   Then
   Begin
     np:=np+1.0;Goto 1;
   End;
If h<0.0
  Then
  Begin
    nm:=nm+1.0;Goto 1;
  End;
If ee<1.0E-7
  Then
  Begin
    no:=no+1.0;Goto 1;
  End;
Goto 2;
1:End;
np:=np/1000.0;nm:=nm/1000.0;no:=no/1000.0;
k:=25+Round(hk*80.0);l:=401-Round(np*400.0);
PutPixel(k,1,12);l:=401-Round(nm*400.0);
PutPixel(k,1,9);l:=401-Round(no*400.0);PutPixel(k,1,11);
hk:=hk+0.025;
Until hk>5.0;
End;

```

```

Procedure Me2(a,p,z,q,e0:Real);
Label 1,2,3;
Var my,f,s,h,sl,a1,ee,c,a,hk,np,nm,not:Real;
    k,l,i,m,j:Integer;
Begin
    DirectVideo:=FALSE;
    WriteIn(' Введите глубину слоя hk<10.0 (в нм)');
    Write('    hk=');ReadIn(hk);f:=0.0;
    DetectGraph(k,1);InitGraph(k,1,'d:\TP\BGI');GraphDefaults;
    Line(25,1,25,401);Line(25,401,425,401);
    Line(22,1,28,1);Line(22,101,28,101);Line(22,201,28,201);
    Line(22,301,28,301);Line(125,397,125,403);Line(225,397,225,403);
    Line(325,397,325,403);Line(425,397,425,403);
    OutTextXY(10,10,'1.0');OutTextXY(10,110,'0.75');
    OutTextXY(10,310,'0.25');OutTextXY(10,410,'0.0');
    OutTextXY(10,210,'0.5');OutTextXY(120,415,'0.3925');
    OutTextXY(220,415,'0.785');OutTextXY(320,415,'1.1775');
    OutTextXY(420,415,'1.57');OutTextXY(5,25,'P(f)');
    OutTextXY(429,405,'f(рад)');OutTextXY(45,10,'вероятность ');
    OutTextXY(400,440,' угол падения');OutTextXY(480,40,'прожигания');
    OutTextXY(480,140,' поглощения');OutTextXY(480,240,' отражения');
    s:=z*(9.76+5B.B/Exp(Ln(z)*1.19));
    For i:=1 To 50 Do
        Begin
            m:=i+427;PutPixel(m,38,12);PutPixel(m,138,11);PutPixel(m,238,9);
        End;
    Repeat
        np:=0.0;nm:=0.0;not:=0.0;
        For j:=1 To 1000 Do
            Begin
                my:=Cos(f);h:=0.0;ee:=e;
                a:=0.0076*Exp(Ln(z)/3.0)/2.0;
                a:=Sqr(a)*e0/(ee*(2.0+ee/e0));
                c:=z*(z+1)*pi*Sqr(q*q)/(Sqr(ee*1.60219)*a*(a+1.0));
                c:=c*Sqr((ee+e0)/(ee+2.0*e0))*pi*1.0E-28;
                sl:=-Ln(Random)*1.0E6/c;h:=h+sl*my;
                a1:=4.0*pi*p*z*Ln(1.166*ee*1.0E6/s)/Sqr(1.60219);
                a1:=a1*Sqr(q*q*(ee+e0))*1.0E-27/((ee+2.0*e0)*ee*e0);
                ee:=ee-a1*sl*1.0E-4;
                If ee<1.0E-7
                    Then Goto 3;
                2: a:=0.0076*Exp(Ln(z)/3.0)/2.0;
                a:=Sqr(a)*e0/(ee*(2.0+ee/e0));
                c:=Random;
                c:=(c*(1.0+2.0*a)-a)/(c+a);
                my:=my*c+Sqrt(1.0-my*my)*Sqrt(1.0-c*c)*(2.0*Random-1.0);
                c:=z*(z+1)*pi*Sqr(q*q)/(Sqr(ee*1.60219)*a*(a+1.0));
                c:=c*Sqr((ee+e0)/(ee+2.0*e0))*pi*1.0E-28;
                sl:=-Ln(Random)*1.0E6/c;h:=h+sl*my;
                a:=4.0*pi*p*z*Ln(1.166*ee*1.0E6/s)/Sqr(1.60219);
                a:=a*Sqr(q*q*(ee+e0))*1.0E-27/((ee+2.0*e0)*ee*e0);
                ee:=ee-a1*sl*1.0E-4;
            3: If h>hk
                Then
                    Begin
                        np:=np+1.0;Goto 1;
                    End;
            End;
    End;

```

```

If h<0.0
Then
Begin
nm:=nm+1.0;Goto 1;
End;
If ee<1.0E-7
Then
Begin
no:=no+1.0;Goto 1;
End;
Goto 2;
1:End;
np:=np/1000.0;nm:=nm/1000.0;no:=no/1000.0;
k:=25+Round(f*400.0/1.57);l:=401-Round(np*400.0);
PutPixel(k,l,12);l:=401-Round(nm*400.0);
PutPixel(k,l,9);l:=401-Round(no*400.0);PutPixel(k,l,11);
f:=f+0.0075;
Until f>1.57;
End;
Procedure Biok0(na:Real);
Var p,s,c,m:Real;
l,j:Integer;
Begin
Writeln('Будем рассматривать взаимодействие "тепловых" нейтронов ');
Writeln('с веществом. ');
Writeln('К этой группе относят нейтроны с кинетической энергией ');
Writeln('0.005 эВ < E < 0.5 эВ. ');
Writeln('Введите сечение поглощения (в барнах: 1барн=1.0e-24 кв. см ');
Writeln('рассматриваемого вещества: ');
Write(' C=');Readln(c);
Writeln('... И сечение рассеяния: ');
Write(' S=');Readln(s);
Writeln('Введите плотность вещества (в г/куб. см.): ');
Write(' P=');Readln(p);
Writeln('... И его атомный вес ( в г/моль): ');
Write(' M=');Readln(m);
p:=p*na/m;c:=c*p*1.0E-24;s:=s*p*1.0E-24;
TextColor(10);
Writeln(' Что вы хотите наглядить? ');
Writeln(' 0 - наглядное изображение процесса ');
Writeln(' 1 - графики вероятностей процессов взаимодействия ');
Writeln(' в зависимости от глубины слоя ');
Writeln(' 2 - те же графики для фиксированной глубины слоя ');
Writeln(' в зависимости от угла падения. ');
Write('J= ');Readln(j);
Case j of
0:Mn0(s,c);
1:Mn1(s,c);
2:Mn2(s,c);
End;
For l:=211 To 340 Do
Begin
Sound(l);Delay.10;
End;
NoSound;
End;

```

```

Procedure Blok1(na,e0,q:Real);
Var p,e,m:Real;
    l,j,z:Integer;
Begin
  Writeln('Будем учитывать только ионизационные потери энергии
  Writeln('электронов в веществе и считать рассеяние упругим. ');
  Writeln('Это допустимо для электронов с кинетической ');
  Writeln('энергией E < 5 МэВ. ');
  Writeln('Введите кинетическую энергию электронов в допустимой');
  Writeln('интервале (в МэВ): ');
  Write(' E=');Readln(m);
  Writeln('Введите плотность вещества (в г/куб. см.): ');
  Write(' P=');Readln(p);
  Writeln('...Его атомный вес ( в г/моль) и заряд ядра атома ');
  Writeln(' вещества (в целых числах): ');
  Write(' M=');Readln(m);
  Write(' Z=');Readln(z);
  p:=p*na/m;
  TextColor(10);
  Writeln(' Что вы хотите наблюдать? ');
  Writeln(' 0 - наглядное изображение процесса ');
  Writeln(' 1 - графики вероятностей процессов взаимодействия ');
  Writeln(' в зависимости от глубины слоя ');
  Writeln(' 2 - те же графики для фиксированной глубины слоя ');
  Writeln(' в зависимости от угла падения. ');
  Write('J= ');Readln(j);
  Case j of
    0:Me0(e,p,z,q,e0);
    1:Me1(e,p,z,q,e0);
    2:Me2(e,p,z,q,e0);
  End;
  For l:=221 To 400 Do
  Begin
    Sound(1);Delay(10);
  End;
  NoSound;
End;
Begin
DirectVideo:=FALSE;
Sound(245);
ClrScr;
TextBackground(14);
TextColor(9);
GotoXY(10,10);
Writeln(' Работает программа моделирования прохождения электронов ');
GotoXY(10,11);
Writeln(' и нейтронов через вещество. Ознакомьтесь с ее описанием ');
GotoXY(10,12);
Writeln(' Вы хотите в методических указаниях к лабораторным ');
GotoXY(10,13);
Writeln(' работам по циклу атомной и ядерной физики. ');
TextColor(4); TextColor(128);GotoXY(25,20);
Writeln(' НАЖМИТЕ КЛАВИШУ <ВВОД> ');
NoSound;Readln;
na:=6.0221E23;e0:=0.5101;q:=4.80324;
TextBackground(0);TextColor(14);ClrScr;

```

```
(WriteIn("Прохождение каких частиц через вещество вы хотите моделировать?");  
WriteIn("0 - нейтроны");WriteIn("1 - электроны");Write(" I=");  
ReadIn(i);Randomize;  
Case i of  
  0:Blot(0,na);  
  1:Blot(1,na,e0,q);  
End;  
ReadIn;  
CloseGraph;ClrScr;  
WriteIn("Хотите ли Вы продолжать моделирование?");  
WriteIn("Если да - введите "Y"");  
ReadIn(k);  
If k="Y"  
  Then Goto 4;  
Halt;  
End.
```

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соболев И.М. Метод Монте-Карло (популярные лекции по математике, выпуск 46), М., Наука, 1978.
2. Гусев Н.Г., Климанов В.А., Машкович В.П., Суворов А.П. Физические основы защиты от излучений (защита от ионизирующих излучений, том I), М., Энергоатомиздат, 1989.
3. Велантен Л. Субатомная физика: ядра и частицы, т. I, 2, М., Мир, 1986.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (теоретическая физика, т. 3), М., Наука, 1989.
5. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло, М., Наука, 1973.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	I
I. Введение	2
II. Метод Монте-Карло	3
2.1. Случайные величины	3 - 5
2.2. Получение случайных величин	6 - 7
2.3. Преобразования случайных величин	7 - 8
2.4. Общая схема метода Монте-Карло	8 - 9
III. Взаимодействие частиц с веществом	9
3.1. Сечения взаимодействия	9 - 12
3.2. Взаимодействие нейтронов с веществом	12 - 19
3.3. Взаимодействие электронов с веществом	19 - 25
IV. Метод Монте-Карло в задачах переноса излучения	26
4.1. Моделирование прохождения нейтронов через вещество	26 - 30
4.2. Моделирование прохождения электронов через вещество	30 - 34
V. Заключение	34 - 35
VI. Приложения	35 -
6.1. Метод Неймана (для разыгрывания случайной величины)	35 -
6.2. Таблица сечений взаимодействия для тепловых нейтронов с ядрами некоторых веществ	35
6.3. Программа, моделирующая прохождение нейтронов и электронов через вещество	36 -
Список литературы	
Содержание	

Подписано в печать 23.06.93 г. Формат 60x84 1/16.
Оперативная печать. Усл.л.л. 3,0. Тираж 500 экз.
Заказ № 2818.

ПО "СамВест", ул. Вешняк, 60.