ТОЛЬЯТТИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНСТИТУТ ЗАОЧНОГО ОБУЧЕНИЯ

А.А. Глухова

ФИНАНСОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Учебное пособие
для студентов заочной формы обучения

www.tltsu.ru
Тольятти
2010

Министерство образования и науки Российской Федерации
Тольяттинский государственный университет
Институт финансов, экономики и управления
Кафедра «Экономика, финансы и бухгалтерский учет»
Институт заочного обучения

А.А. Глухова

ФИНАНСОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Учебное пособие
для студентов заочной формы обучения

Тольятти
ТГУ
2010

УДК 336 (075.8)
ББК 65.261я73
Г55

Рецензенты:
д.э.н., профессор Волжского университета имени В.Н.Татищева *В.И. Макарова*;
д.э.н., профессор Тольяттинского государственного университета *А.А. Руденко*.

Г55 Глухова, А.А. Финансовые вычисления: учебное пособие для студентов заочной формы обучения / А.А. Глухова. – Тольятти : ТГУ, 2010. – 55 с.

Данное учебное пособие включает обзор ключевых категорий и положений, вопросы для обсуждения, типовые примеры и методы их решения. Оно содержит основные формулы, необходимые для решения задач, тесты, а также список рекомендуемой литературы по курсу.

Предназначено студентам заочной формы обучения специальностей 080105.65 «Финансы и кредит», 080109 «Бухгалтерский учет, анализ и аудит» для изучения дисциплины «Финансовые вычисления» с применением дистанционных образовательных технологий и может быть использовано при изучении курсов финансово-экономического профиля в рамках дополнительного профессионального образования.

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом Тольяттинского государственного университета.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ, ЕЕ МЕСТО В ПОДГОТОВКЕ СПЕЦИАЛИСТОВ

В настоящее время повышение финансово-аналитической подготовки экономистов является одним из важнейших направлений совершенствования системы высшего экономического образования. Специалистам, работающим на фондовом рынке, постоянно приходится оценивать параметры, характеризующие операции с ценными бумагами: измерять и сравнивать доходности различных финансовых инструментов, оценивать их рыночную стоимость, проводить анализ операций с производными финансовыми инструментами и т. д. Несмотря на повсеместное применение ПК, при проведении численного анализа необходимо понимание того, как получается конечный результат. Только в этом случае можно квалифицированно принимать решение по осуществлению той или иной финансовой операции.

Учебный курс «Финансовые вычисления» разработан для студентов, обучающихся по специальностям 080105.65 «Финансы и кредит» (квалификация: экономист) и 080109 «Бухгалтерский учет, анализ и аудит» (квалификация: экономист) высшего профессионального образования заочной формы обучения.

Цель данного курса – познакомить студентов с различными методами количественного анализа финансовых и кредитных операций. Тематика курса предполагает рассмотрение и изучение следующих вопросов:

– методы начисления процентов;
– обобщающие характеристики потоков платежей;
– методики определения эффективности краткосрочных инструментов и долгосрочных финансовых операций;
– расчет показателей доходности различных видов облигаций;
– анализ портфеля облигаций.

Необходимо отметить, что успешное решение вычислительных задач предполагает не только умение выполнять численную оценку показателей, но и знание теории фондового рынка. Учебный курс «Финансовые вычисления» тесно связан с другими дисциплинами, необходимыми для подготовки специалистов фондового рынка, такими как «Инвестиции», «Рынок ценных бумаг», «Производные финансовые инструменты», «Финансовый менеджмент» и др.

В учебном пособии дан обзор ключевых категорий и положений, приведены вопросы для обсуждения, типовые примеры и методы их решения. Оно содержит основные формулы, необходимые для решения задач, тесты, а также список рекомендуемой литературы по курсу.

2. КУРС ЛЕКЦИЙ

Т е м а 1. Введение в финансовые вычисления

Основные понятия и вопросы изучаемой темы

Необходимость высших финансовых вычислений и их значение в современных условиях. Время как фактор стоимости. Место высших финансовых вычислений в экономико-статистическом анализе фондового рынка. Концепция временной ценности денег. Методы учета фактора времени в финансовых операциях.

Лекционный материал темы

Выплаты по ценным бумагам характеризуются размером, сроком их получения и степенью риска. Поэтому при оценке эффективности операции с той или иной ценной бумагой прежде всего следует учитывать время и условия генерируемых ею выплат. В процессе определения цены операции и ее доходности возникает необходимость перехода от оценок будущих поступлений к значениям их стоимости в настоящий момент. Рассмотрим, как оценки предполагаемых выплат по ценным бумагам с точки зрения времени их получения могут быть использованы для определения основных количественных характеристик подобных операций.

В условиях рыночной экономики при проведении финансовых операций важнейшую роль играет фактор времени. «Золотое» правило бизнеса гласит: «**Сумма, полученная сегодня, больше той же суммы, полученной завтра**».

Поясним «золотое» правило бизнеса на следующем условном примере.

Пример 1. Предположим, что некто *X* обладает суммой $S_0 = 10000$, которую он может положить в банк на депозит под 10% годовых.

В идеальном случае (отсутствие инфляции, налогообложения, риска неплатежеспособности банка и т. д.) проведение этой операции обеспечит получение через год суммы, равной уже 11000.

$$(10000{,}00 + 10000 \times 0{,}1) = 10000\,(1 + 0{,}1) = 11000.$$

Если указанная сумма (10000) окажется в распоряжении *X* только через год, он будет вынужден отложить или даже отменить осуществление этой операции, теряя тем самым возможность получить доход 1000.

Очевидно, что с этой точки зрения сумма $S_1 = 10000$, получение которой ожидается только через год, является в данной ситуации для *X* менее ценной по сравнению с эквивалентной суммой S_0, имеющейся к текущему моменту времени, поскольку обладание последней связано с возможностью заработать дополнительный доход (1000) и увеличить свои средства до 11000.

В этом же смысле текущая стоимость будущих 10000 для *X* эквивалентна той сумме, которую необходимо поместить в банк под 10%, чтобы получить их год спустя.

$$10000/(1 + 0{,}1) = 9090{,}91.$$

Продемонстрированная **неравноценность** двух одинаковых по величине ($S_0 = S_1 = 10000$), но разных по времени получения (t_0; t_1) денежных сумм – явление, широко известное и осознанное в финансовом мире. Его существование обусловлено целым рядом причин. Вот лишь некоторые из них:

– любая имеющаяся в наличии денежная сумма в условиях рынка может быть немедленно инвестирована и спустя некоторое время принести доход;

– даже при небольшой инфляции покупательная способность денег со временем снижается;

– предпочтением в конечном счёте индивидуумами текущего потребления будущему и др.

Исследования этого явления нашли свое воплощение в формулировке **принципа временной ценности денег** (time value of money), который является краеугольным камнем в современном финансовом менеджменте. Согласно этому принципу, **сегодняшние поступления ценнее будущих**. Соответственно, будущие поступления обладают меньшей ценностью по сравнению с современными.

Из принципа временной ценности денег вытекает, по крайней мере, два важных следствия:

– необходимость учета фактора времени при проведении финансовых операций;

– некорректность (с точки зрения анализа долгосрочных финансовых операций) суммирования денежных величин, относящихся к разным периодам времени.

Таким образом, необходимость учета фактора времени при проведении финансовых операций требует применения специальных количественных методов его оценки.

В финансовом менеджменте учет фактора времени осуществляется с помощью **методов наращения** и **дисконтирования**, в основу которых положена техника процентных вычислений.

С помощью этих методов осуществляется приведение денежных сумм, относящихся к различным временным периодам, к требуемому моменту времени в настоящем или будущем. При этом в качестве нормы приведения используется процентная ставка (interest rate – r).

В узком смысле процентная ставка представляет собой цену, уплачиваемую за использование заемных денежных средств. Однако в финансовом менеджменте ее также часто используют в качестве измерителя уровня (нормы) доходности производимых операций, исчисляемого как отношение полученной прибыли к величине вложенных средств и выражаемого в долях единицы (десятичной дробью) либо в процентах.

Под наращением понимают процесс увеличения первоначальной суммы в результате начисления процентов.

Экономический смысл **метода наращения** состоит в определении величины, которая будет или может быть получена из некоторой первоначальной (текущей) суммы в результате проведения операции. Другими словами, метод наращения позволяет определить **будущую величину** (future value – FV) текущей суммы (present value – PV) через некоторый промежуток времени, исходя из заданной процентной ставки *r*.

Дисконтирование представляет собой процесс нахождения величины на заданный момент времени по ее известному или предполагаемому значению в будущем.

В экономическом смысле величина PV, найденная в процессе дисконтирования, показывает современное (с позиции текущего момента времени) значение будущей величины FV.

Дисконтирование, по сути, является зеркальным отражением наращения. Используемую при этом процентную ставку r называют **нормой дисконта**.

В зависимости от условий проведения финансовых операций как наращение, так и дисконтирование могут осуществляться с применением **простых**, **сложных** либо **непрерывных** процентов.

Как правило, **простые проценты** используются в краткосрочных финансовых операциях, срок проведения которых меньше года. **Базой для исчисления процентов за каждый период в этом случае является первоначальная (исходная) сумма сделки**.

Наращение и дисконтирование по ставке простых процентов осуществляют по следующим формулам:

$$FV = PV(1+nr)\,; \tag{1.1}$$

$$PV = FV/(1+nr)\,, \tag{1.2}$$

где n – число периодов; r – ставка процентов.

Сложные проценты широко применяются в долгосрочных финансовых операциях со сроком проведения более одного года. Вместе с тем они могут использоваться и в краткосрочных финансовых операциях, если это предусмотрено условиями сделки либо вызвано объективной необходимостью (например, высоким уровнем инфляции, риска и т. д.). При этом **база для исчисления процентов за период включает в себя как исходную сумму сделки, так и сумму уже накопленных к этому времени процентов**.

Наращение и дисконтирование по сложной ставке процентов будет рассмотрено ниже.

Непрерывные проценты представляют главным образом теоретический интерес и редко используются на практике. Они применяются в особых случаях, когда вычисления необходимо производить за бесконечно малые промежутки времени.

В дальнейшем по ходу изложения материала данной главы будут использоваться **сложные проценты**, техника исчисления которых является базой для количественного анализа операций **с долгосрочными ценными бумагами**.

Методы наращения и дисконтирования играют важную роль в финансовом анализе, так как являются инструментарием для оценки потоков платежей (cash flows).

Проведение практически любой финансовой операции порождает движение денежных средств. Такое движение может характеризоваться возникновением отдельных платежей или множеством выплат и поступлений, распределенных во времени.

В процессе количественного анализа финансовых операций удобно абстрагироваться от их конкретного экономического содержания и рассматривать порождаемые ими движения денежных средств как численный ряд, состоящий из последовательности распределенных во времени платежей CF_0, CF_1, ..., CF_n. Для обозначения подобного ряда в мировой практике широко используется термин «**поток платежей**» или «**денежный поток**» (cash flow – CF).

Отдельный элемент такого численного ряда CF_t представляет собой разность между всеми поступлениями (притоками) денежных средств и их расходованием (оттоками) на конкретном временном отрезке проведения финансовой операции. Таким образом, величина CF_t может иметь как положительный, так и отрицательный знак.

Количественный анализ денежных потоков, генерируемых за определенный период времени в результате реализации финансовой операции или функционирования каких-либо активов, в конечном итоге сводится к исчислению следующих характеристик:

FV_n – будущей стоимости потока за n периодов;

PV_n – современной стоимости потока за n периодов.

Часто возникает необходимость определения и ряда других параметров финансовых операций, важнейшими из которых являются:

CF_t – величина потока платежей в периоде t;

r – процентная ставка;

n – срок (количество периодов) проведения операции.

Простейший (элементарный) денежный поток состоит из одной выплаты и последующего поступления либо разового поступления с последующей выплатой, разделенных *n*-периодами времени (например, лет).

Примерами финансовых операций с подобными потоками платежей являются срочные депозиты, единовременные ссуды, некоторые виды ценных бумаг и др. Операции с элементарными потоками платежей характеризуются четырьмя параметрами – *FV*, *PV*, *r*, *n*. При этом величина любого из них может быть определена по известным значениям трех остальных.

Рассмотрим технологию исчисления будущей величины элементарного потока платежей на следующем примере.

Пример 2. Сумма 10000 помещена в банк на депозит сроком на четыре года. Ставка по депозиту – 10% годовых. Проценты по депозиту начисляются раз в год. Какова будет величина депозита в конце срока?

По условиям данной операции известными величинами являются: первоначальная сумма вклада PV = 10000, процентная ставка r = 10% и срок n = 4 года.

Определим будущую величину вклада на конец первого периода:

$$FV_1 = PV + PV \times r = PV(1 + r) = 10000(1 + 0{,}1) = 11000.$$

Соответственно, для второго периода величина FV будет равна:

$$FV_2 = FV_1 + FV_1 \times r = PV(1 + r) + PV(1 + r) \times r = PV(1 + r)^2 =$$
$$= 10000(1 + 0{,}1)^2 = 12100.$$

Для последнего периода (n = 4):

$$FV_4 = FV_3 + FV_3 \times r = PV(1 + r)^4 = 10000(1 + 0{,}1)^4 = 14641.$$

Общее соотношение для определения будущей величины имеет следующий вид:

$$FV_n = PV(1+r)^n. \qquad (1.3)$$

Нетрудно заметить, что величина FV существенно зависит от значений r и n. Например, будущая величина суммы всего 1,00 при годовой ставке 15% через 100 лет составит 1174313,45!

На практике, в зависимости от условий финансовой сделки, проценты могут начисляться несколько раз в году, например ежемесячно, ежеквартально и т. д. В этом случае соотношение для исчисления будущей стоимости будет иметь следующий вид:

$$FV_n = PV\left(1+\frac{r}{m}\right)^{mn}, \qquad (1.4)$$

где m – число периодов начисления в году.

Очевидно, что чем больше m, тем быстрее идет наращение суммы.

Допустим, что в примере 2 проценты выплачиваются ежеквартально (m = 4). Определим $FV_{4,4}$:

$$FV_4 = 10000{,}00\ (1 + 0{,}10/4)^{16} = 14845{,}06,$$

т. е. на 204,06 больше, чем при начислении процентов раз в год.

Часто возникает необходимость сравнения условий финансовых операций, предусматривающих различные периоды начисления процентов. В этом случае осуществляют приведение соответствующих процентных ставок к их годовому эквиваленту:

$$ERP = \left(1+\frac{r}{m}\right)^{n} - 1, \qquad (1.5)$$

где r – номинальная ставка; m – число периодов начисления.

Полученную при этом величину называют **эффективной процентной ставкой** (effective percentage rate – EPR) **или ставкой сравнения**.

Осуществим расчет эффективной процентной ставки и будущей величины вклада для примера 2:

$$EPR = (1 + 0{,}1/4)^4 - 1 = 0{,}103813;$$
$$FV = 10000{,}00\ (1 + 0{,}103813)^4 = 14845{,}06.$$

Таким образом, условия помещения суммы 10000,00 на депозит сроком на четыре года под 10% годовых при ежеквартальном начислении процентов и под 10,3813%, начисляемых раз в год, являются эквивалентными.

Формулу для определения современной величины элементарного потока платежей можно легко вывести из соотношения (1.3) путем деления его обеих частей на величину $(1+r)^n$. Выполнив соответствующие математические преобразования, получим:

$$PV_n = \frac{FV_n}{(1+r)^n}. \tag{1.6}$$

Пример 3. Выплаченная по четырехлетнему депозиту сумма составила 14641,00. Определить первоначальную величину вклада, если ставка по депозиту равна 10% годовых.

$$PV = 14641,00/(1 + 0,1)^4 = 10000,00.$$

На рис 1. приведена графическая диаграмма, отражающая процесс дисконтирования суммы 1,00 при различных ставках сложных процентов.

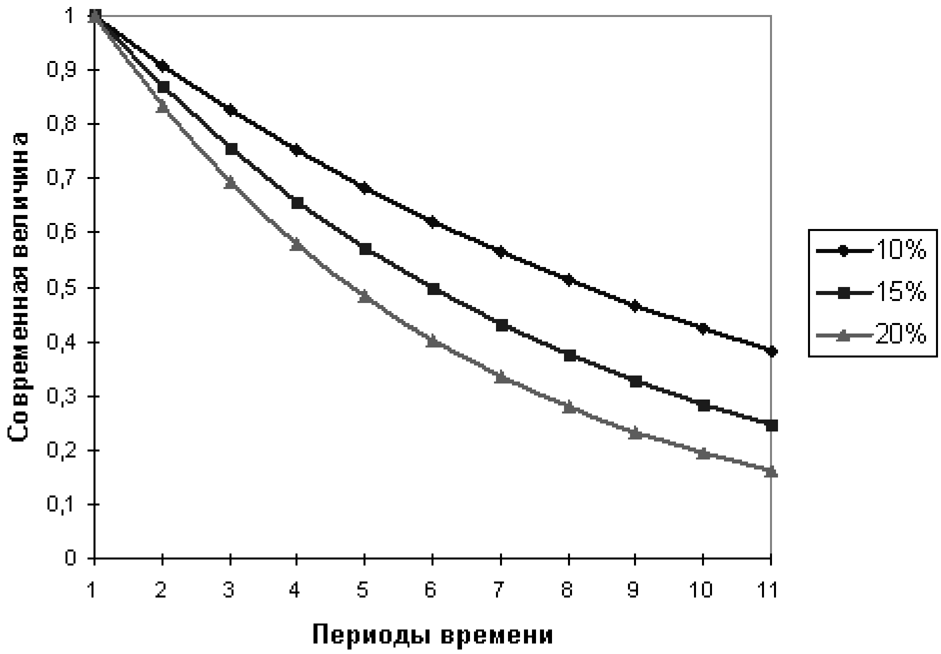

Рис. 1. Дисконтирование суммы 1,00 при различных ставках r

Как и следовало ожидать, величина *PV* также зависит от продолжительности операции и процентной ставки, однако зависимость здесь обратная – чем больше *r* и *n*, тем меньше текущая (современная) величина.

В случае если начисление процентов осуществляется m-раз в году, соотношение будет иметь следующий вид:

$$PV_{n,m} = \frac{FV_n}{(1+r/m)^{mn}}. \tag{1.7}$$

Формулы для определения величин *r* и *n* могут быть получены из (1.3) и приводятся ниже в готовом виде.

При известных величинах *FV*, *PV* и *n* процентную ставку можно определить по формуле

$$r = \left(\frac{FV_n}{PV_n}\right)^{1/n} - 1. \tag{1.8}$$

Пример 4. Сумма 10000,00, помещенная в банк на четыре года, составила величину в 14641,00. Определить процентную ставку (доходность операции).

$$r = (14141,00/10000,00)^{1/4} - 1 = 0,10\ (10\%).$$

Длительность операции определяется путем логарифмирования:

$$n = \frac{\log(FV_n / PV_n)}{\log(1+r)}. \quad (1.9)$$

Приведенные выше соотношения позволяют определить основные количественные характеристики финансовых операций, в результате проведения которых возникают элементарные потоки платежей.

Контрольные вопросы

1. Приведите примеры, в которых очевидна необходимость применения количественного анализа.
2. Сформулируйте принцип временной неравноценности денег.
3. Чем отличаются простые проценты от сложных?
4. Что означает дисконтирование?
5. Какая ставка называется эффективной?

Рекомендуемая литература: [1], [2], [4], [8].

Тема 2. Финансовые операции с рентами

Основные понятия и вопросы рассматриваемой темы

Рента как вид потока платежей. Параметры аннуитета. Классификация рент в зависимости от типа параметров. Обычный аннуитет. Определение будущей и настоящей стоимости обычного аннуитета. Нахождение параметров аннуитета. Анализ других видов постоянных аннуитетов.

Лекционный материал темы

Поток платежей, все элементы которого распределены во времени так, что интервалы между любыми двумя последовательными платежами постоянны, называют **финансовой рентой**, или аннуитетом (annuity).

Классификация рент

1. По количеству выплат членов ренты на протяжении года ренты делятся:
   – на годовые (выплата раз в году);
   – p-срочные (p — количество выплат в году).
2. По количеству начислений процентов на протяжении года различают:
   – ренты с ежегодным начислением;
   – с начислением m раз в году;
   – с непрерывным начислением.

Замечание: моменты начисления процентов необязательно совпадают с моментами выплат членов ренты; в случае же совпадения расчеты заметно упрощаются.

3. По вероятности выплат ренты бывают:
   – верные (подлежат безусловной уплате, число членов заранее известно: например, погашение кредита);
   – условные (выплата ставится в зависимость от наступления некоторого случайного события, число членов ренты заранее неизвестно: например, пожизненная выплата пенсии).
4. По количеству членов выделяют:
   – ограниченные по срокам ренты (ренты с конечным числом членов, т. е. их срок заранее оговорен);
   – бесконечные, или вечные ренты (предполагается, что период функционирования анализируемой системы или срок операции весьма продолжителен и не оговаривается конкретными датами).

5. По соотношению начала срока ренты и какого-либо момента времени, упреждающего начало ренты (например, начало действия контракта или дата его заключения):

– немедленные;

– отложенные, или отсроченные.

6. По величине своих членов ренты делятся:

– на постоянные (с одинаковыми платежами);

– переменные (члены таких рент изменяют свои размеры во времени, следуя какому-либо закону, например, арифметической или геометрической прогрессии, либо несистематично – задаются таблицей).

7. По моменту выплат платежей в пределах периода:

– обыкновенные, или постнумерандо (платежи осуществляются в конце периодов);

– пренумерандо (платежи производятся в начале периодов).

Таким образом, в зависимости от условий формирования могут быть получены весьма разнообразные виды аннуитетов: с платежами равной либо произвольной величины; с осуществлением выплат в начале, середине или конце периода и др.

В финансовой практике часто встречаются так называемые **простые или обыкновенные** аннуитеты (ordinary annuity, regular annuity), которые предполагают получение или выплаты **одинаковых по величине сумм** на протяжении всего срока операции в конце каждого периода (года, полугодия, квартала, месяца и т. д.).

Выплаты по облигациям с фиксированной ставкой купона, банковским кредитам, долгосрочной аренде, страховым полисам, формирование различных фондов – все это далеко не полный перечень финансовых операций, денежные потоки которых представляют собой обыкновенные аннуитеты. Рассмотрим их свойства и основные количественные характеристики.

Согласно определению, простой аннуитет обладает двумя важными свойствами:

– все его n-элементов равны между собой: $CF_1 = CF_2 ... = CF_n = CF$;

– отрезки времени между выплатой/получением сумм CF одинаковы, т. е. $t_n - t_{n-1} = ... = t_2 - t_1$.

В отличие от разовых платежей, для количественного анализа аннуитетов нам понадобятся все выделенные ранее характеристики денежных потоков: *FV*, *PV*, *CF*, *r* и *n*.

Будущая стоимость простого аннуитета представляет собой сумму всех составляющих его платежей с начисленными процентами на конец срока проведения операции.

Методику определения будущей стоимости аннуитета покажем на следующем примере.

Пример 5. Финансовая компания создает фонд для погашения своих облигаций путем ежегодных помещений в банк сумм в размере 10000 под 10% годовых. Какова будет величина фонда к концу четвертого года?

$FV_4 = 10000(1 + 0,10)^3 + 10000(1 + 0,10)^2 + 10000(1 + 0,10)^1 + 10000 = 46410.$

Для n-периодов: $FV_n = CF(1+r)^{n-1} + CF(1+r)^{n-2} + ... + CF$.

Выполнив ряд математических преобразований, можно получить более компактную запись:

$$FV_n = CF\frac{(1+r)^n - 1}{r}. \qquad (2.1)$$

Как уже отмечалось ранее, платежи могут осуществляться j-раз в году (ежемесячно, ежеквартально и т. д.). Рассмотрим наиболее распространенный случай, когда число платежей в году совпадает с числом начислений процентов, т. е. $j = m$. В этом случае общее число платежей за n-лет будет равно mn, процентная ставка – r/m, а величина платежа – CF/m. Тогда, выполнив преобразования, получим:

$$FV_{n,j} = \frac{CF}{m} \times \frac{(1 + r/m)^{mn} - 1}{r/m} = CF\frac{(1 + r/m)^{mn} - 1}{r}. \qquad (2.2)$$

Пример 6. Предположим, что каждый год ежемесячно в банк помещается сумма 1000. Ставка равна 12% годовых, начисляемых в конце каждого месяца. Какова будет величина вклада к концу четвертого года?

Общее количество платежей за четыре года равно: 4×12 = 48. Ежемесячная процентная ставка составит: 12/12 = 1%. Тогда:

$$FV_{4,12} = 1000 \times \frac{(1 + 0{,}01)^{48} - 1}{0{,}01} = 61222{,}61. \qquad (2.3)$$

Процентная ставка, равная отношению номинальной ставки r к количеству периодов начисления m, называется **периодической.**

Следует отметить, что **периодическая ставка процентов может использоваться в вычислениях только в том случае, если число платежей в году равно числу начислений процентов.**

Под **текущей (современной) величиной** (стоимостью) денежного потока понимают сумму всех составляющих его платежей, дисконтированных на момент начала операции.

Определение текущей стоимости денежного потока, представляющего собой простой аннуитет, покажем на следующем примере.

Пример 7. Предположим, что мы хотим получать доход, равный 1000 в год, на протяжении четырех лет. Какая сумма обеспечит получение такого дохода, если ставка по срочным депозитам равна 10% годовых?

$$PV = 1000/1{,}10 + 1000/(1{,}10)^2 + 1000/(1{,}10)^3 + 1000/(1{,}10)^4 = 3169{,}87.$$

Общее соотношение для определения текущей величины аннуитета имеет следующий вид:

$$PV_n = CF\frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}. \qquad (2.4)$$

Нетрудно заметить, что выражение в скобках представляет собой множитель, равный современной стоимости аннуитета в одну денежную единицу. Разделив современную стоимость PV денежного потока любого вида на этот множитель, можно получить величину периодического платежа CF эквивалентного ему аннуитета. Эта математическая зависимость часто используется в финансовом анализе для приведения потоков с неравномерными поступлениями к виду обыкновенного аннуитета.

Для случая, когда выплаты сумм аннуитета и начисления процентов совпадают во времени, т. е. $j = m$, удобно использовать соотношение вида:

$$PV_{n,j} = CF\frac{1 - (1 + r)^{-mn}}{j}. \qquad (2.5)$$

Выразим величину периодического платежа CF и числа периодов проведения операции n для обыкновенного аннуитета:

$$CF = FV_n \frac{r}{(1 + r)^n - 1}. \qquad (2.6)$$

При этом выражение в скобках часто называют коэффициентом погашения или накопления (sinking fund factor).

Соответственно, если неизвестной величиной является n, она определяется по формуле

$$n = \frac{\ln[(FV_n / CF) \cdot r + 1]}{\ln(1 + r)}. \tag{2.7}$$

В случае если известна текущая стоимость аннуитета PV, формулы для определения CF и n примут следующий вид:

$$n = \frac{\ln[1 - (PV_n / CF) \cdot r]^{-1}}{\ln(1 + r)}; \tag{2.8}$$

$$CF = PV \frac{r(1 + r)^n}{1 - (1 + r)^n}. \tag{2.9}$$

Выражение в скобках называют коэффициентом восстановления или возмещения капитала (capital recovery factor).

Контрольные вопросы

1. Что такое аннуитет? Приведите примеры финансовых операций, денежные потоки которых представляют собой аннуитет.
2. Дайте классификацию потоков платежей.
3. Перечислите основные параметры потока платежей.
4. Сформулируйте определения обобщающих характеристик потока платежей.
5. Приведите примеры финансовых операций, для которых будущая и современная стоимость потока платежей приобретают определенный смысл.

Рекомендуемая литература: [1], [2], [4], [8].

Тема 3. Анализ операций с векселями

Основные понятия и вопросы изучаемой темы

Общая характеристика векселей. Анализ доходности финансовых векселей. Оценка стоимости финансовых векселей. Учет векселей.

Лекционный материал темы

Вексель относится к наиболее сложной категории ценных бумаг. Это обусловлено многообразием тех функций, которые он может выполнять в процессе обращения. Существуют различные определения векселя, более или менее точно отражающие его сущность.

Под **векселем** понимается ценная бумага, составленная по установленной законом форме и содержащая безусловное обязательство уплатить указанную в нем сумму в оговоренные сроки.

Эмитент векселя называется **векселедателем**, а юридическое или физическое лицо, в пользу которого выпущен вексель, – **векселедержателем**.

Как следует из определения, вексель является долговой ценной бумагой. Однако в отличие от облигаций и сертификатов он может обслуживать как чисто финансовые операции (отношения займа), так и коммерческие (товарные) сделки, а также выступать в качестве средства платежа. Более того, один и тот же вексель в процессе обращения может неоднократно менять выполняемые им функции.

Классификация векселей достаточно обширна. Они могут различаться по эмитентам (государственные или казначейские векселя и векселя юридических или даже частных лиц), обслуживаемым сделкам (финансовые либо коммерческие (товарные)), плательщику (простые, если по векселю платит векселедатель, или переводные, если плательщиком является третье лицо) и т. д.

Следует отметить, что российское вексельное право достаточно противоречиво и находится в стадии становления. Поэтому основные черты, присущие векселю, приводятся ниже согласно положениям Женевской конвенции («Единообразный закон о простом и переводном векселе», 1937), к которой формально присоединилась Российская Федерация как правопреемница СССР.

В соответствии с положениями конвенции векселю присущи следующие особенности:

– абстрактность, т. е. в тексте векселя не указываются сущность и вид породившей его сделки;
– безусловность обязательства – при неплатеже вексельная сумма взыскивается через суд, независимо от того, были ли выполнены условия обслуживаемой им сделки;
– вексель – это документ, составленный в обусловленной законом форме и имеющий строго установленные обязательные реквизиты (отсутствие хотя бы одного из них приводит к непризнанию юридической силы документа в суде);
– стороны, обязанные по векселю, несут солидарную ответственность и др.

Вексель – безусловное обязательство произвести оплату указанной в нем суммы в пользу определенного лица. Однако право на получение средств по векселю может быть передано другому лицу с помощью индоссамента (передаточной надписи). Таким образом, вексель может многократно передаваться из рук в руки с помощью индоссамента, при этом ответственность по нему для всех участников является солидарной.

Вексель, плательщиком по которому является сам векселедатель, называется **простым.**

Переводной вексель, или **тратта,** является приказом векселедателя третьему лицу (плательщику) уплатить оговоренную сумму векселедержателю. Как правило, плательщиком в этих случаях выступает банк. При этом векселедатель называется трассантом, а плательщик – трассатом.

В целях повышения надежности простого или переводного векселя в качестве гаранта (поручителя) его погашения может выступать третье лицо (как правило – банк). Подобное поручительство называется авалем. При этом если векселедатель не может погасить выданное обязательство, оплату производит поручитель (авалист).

В настоящее время в России имеют хождение как финансовые, так и коммерческие векселя.

Финансовый вексель отражает отношения займа. В России широкое распространение получили как банковские, так и корпоративные финансовые векселя. В зарубежной практике к последним относят так называемые коммерческие бумаги (commercial paper), которые выпускаются на предъявителя финансовыми или производственными компаниями с особо надежной репутацией и служат источником привлечения средств на краткосрочной основе. Срок погашения таких бумаг не может превышать 270 дней.

В основе **коммерческого** (товарного) векселя лежит торговая сделка, т. е. коммерческий кредит, предоставляемый продавцом (производителем товара) покупателю и предусматривающий погашение деньгами. Другими словами, проведение такой сделки приводит к возникновению у ее участников дебиторской и кредиторской задолженностей. Вексель здесь выступает, с одной стороны, как инструмент займа, а с другой – выполняет функции расчетного средства.

Обычно векселя выпускаются с дисконтом, а погашаются по номиналу. Вместе с тем вексель может быть выпущен и как ценная бумага с выплатой дохода в виде процента к номиналу в момент погашения.

В международной практике вексель активно используется в торговых операциях, а также как средство привлечения финансов и в качестве расчетного инструмента.

Как уже отмечалось, вексель может быть выпущен как с дисконтом, так и с выплатой фиксированного процента к номиналу в момент погашения (процентный вексель).

С точки зрения количественного анализа, в первом случае вексель представляет собой дисконтную бумагу, доход по которой составляет разница между ценой покупки и номиналом. Поэтому **доходность** такого векселя определяется аналогично доходности любого обязательства, реализуемого с дисконтом и погашаемого по номиналу (например, бескупонной облигации):

$$Y = \frac{FV - PV}{PV} \times \frac{B}{t} = \frac{N - P}{P} \times \frac{B}{t} = \frac{100 - K}{K} \times \frac{B}{t}, \tag{3.1}$$

где t – число дней до погашения; P – цена покупки; N – номинал; K – курсовая стоимость; B – используемая временная база.

Как правило, в операциях с векселями используются обыкновенные проценты (360/360).

Абсолютный доход по дисконтному векселю S равен:

$$S = FV - PV = N - P = 100 - K. \tag{3.2}$$

В случае если вексель продается (покупается) до срока погашения, доход будет поделен между продавцом и покупателем, исходя из величины рыночной ставки процентов и числа дней, оставшихся до погашения:

$$S_{пок} = \frac{Y \times N \times t}{B}, \tag{3.3}$$

где Y – рыночная ставка (норма доходности покупателя); t – число дней от момента сделки до срока погашения.

Соответственно, доход продавца будет равен:

$$S_{прод} = S - S_{пок}. \tag{3.4}$$

Если вексель размещается по номиналу, его доход определяется объявленной процентной ставкой r. В этом случае вексель представляет собой ценную бумагу с выплатой фиксированного дохода в момент погашения. Методы анализа доходности подобных обязательств будут рассмотрены ниже.

Процесс **оценки стоимости** векселя, выпущенного с дисконтом, заключается в определении современной величины элементарного потока платежей по формуле простых процентов, исходя из требуемой нормы доходности Y.

С учетом используемых обозначений формула текущей стоимости (цены) подобного обязательства будет иметь следующий вид:

$$P = \frac{N}{1 + (Y \times t)/B}. \tag{3.5}$$

Поскольку номинал дисконтного векселя принимается за 100%, его курсовая стоимость равна:

$$K = \frac{100}{1 + (Y \times t)/B}. \tag{3.6}$$

Учет векселей

В отличие от финансового, коммерческий вексель является средством товарного кредита. В основе этого векселя лежит торговая операция, связанная с поставкой товаров с отсрочкой платежа. Поставка осуществляется в счет векселя, выписанного на сумму стоимости товаров плюс проценты за кредит (отсрочку платежа).

В условиях насыщенности рынка товарами и услугами поставщики часто вынуждены идти на отсрочку платежа, чтобы сделать свою продукцию более привлекательной для покупателя. Таким образом, коммерческие векселя здесь играют роль своеобразного оружия в борьбе с конкурентами.

В России же чаще всего основной причиной проведения подобных сделок в настоящее время является отсутствие денежных средств у покупателя.

На практике поставщик, получив вексель, старается как можно быстрее превратить его в деньги путем реализации третьему лицу – банку, финансовой или факторинговой компании. При этом вексель индоссируется в пользу нового покупателя и последний становится векселедержателем.

Подобная операция называется учетом векселя, или **банковским учетом**. В результате ее проведения поставщик продукции получает денежные средства раньше срока погашения, хотя и не в полном объеме (за вычетом суммы дисконта в пользу банка). В свою очередь, банк при наступлении срока погашения предъявляет вексель к оплате и, получив деньги в полном объеме, реализует свой дисконт.

Таким образом, вексель выполняет в данной операции две функции – коммерческого кредита и средства платежа.

Абсолютная величина дисконта определяется как разность между номиналом векселя и его современной стоимостью на момент проведения операции. При этом дисконтирование осуществляется по **учетной** ставке d, устанавливаемой банком:

$$DISC = FV - PV = N - P = \frac{N \times d \times t}{B}, \tag{3.7}$$

где t – число дней до погашения; d – учетная ставка банка; P – сумма, уплаченная владельцу при учете векселя; N – номинал.

Как правило, при учете векселей применяются обыкновенные проценты (360/360).

Пример 8. Простой вексель на сумму 100000 с оплатой через 90 дней учитывается в банке за 60 дней до погашения. Учетная ставка банка равна 15%. Определить величину дисконта в пользу банка и сумму, полученную владельцем векселя.

$$\text{DISC} = (100000 \times 60 \times 0{,}15)/360 = 2500.$$

Соответственно, владелец векселя получит величину PV:

$$\text{PV} = 100000 - 2500 = 97500.$$

Предположим, что в рассматриваемом примере владелец решил учесть вексель немедленно после получения.

$$\text{DISC} = (100000 \times 90 \times 0{,}15)/360 = 3750,$$

$$\text{PV} = 100000 - 3750 = 96250.$$

Как следует из полученного результата, при неизменном значении ставки d чем раньше производится учет векселя, тем больше будет величина дисконта в пользу банка и тем меньшую сумму получит владелец. Изменим условие примера следующим образом.

На какую сумму должен быть выписан вексель, чтобы поставщик, проведя операцию учета, получил стоимость товаров в полном объеме, если банковская учетная ставка равна 15%?

Здесь мы имеем дело с обратной задачей – наращением по учетной ставке d. При этом будущая величина FV (номинал векселя) будет равен:

$$\text{FV} = 100000/[1 - (90 \times 0{,}15)/360] = 103896{,}10.$$

Учтенный (купленный) банком вексель, в свою очередь, может быть переучтен (продан) в другом банке. Доходность купли-продажи векселя в этом случае зависит от уровня используемых учетных ставок:

$$Y = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times \frac{B}{t_2 - t_1} = \left[\frac{1 - t_2 \times d_2}{1 - t_1 \times d_1} - 1\right] \times \frac{B}{t_2 - t_1},$$

где t_1 – число дней до погашения в момент покупки; t_2 – число дней до погашения в момент перепродажи; P_1 – цена покупки; P_2 – цена перепродажи; d_1 – учетная ставка при покупке; d_2 – учетная ставка при продаже.

Как следует из приведенных соотношений, для продавца операция переучета является доходной только в случае выполнения следующего неравенства:

$$d_2 < d_1 \times \frac{t_1}{t_2}.$$

В некоторых случаях товарные векселя могут выпускаться в виде ценной бумаги с фиксированным доходом, выплачиваемым по ставке r в срок погашения. **Современная стоимость** такого векселя при учете будет равна:

$$PV = N \times \left[1 + \frac{t \times r}{B}\right] \times \left[1 - \frac{t_1 \times d}{B}\right], \qquad (3.8)$$

где r – ставка по векселю; t – срок векселя; t_1 – число дней до погашения; d – учетная ставка банка.

Из приведенных в данном параграфе соотношений следует, что с точки зрения количественного анализа все многообразие операций с векселями может быть сведено к рассмотрению двух основных случаев:

1) при проведении операции, обусловившей выпуск векселя, оговорено или необходимо использование ставки наращения r;

2) сущность операции требует использования учетной ставки d.

Нетрудно заметить, что в первом случае применяемые методы оценки зависят лишь от формы дохода, приносимого обязательством.

Если доход обязательства формируется в виде разности между ценой покупки и суммой погашения (номиналом), процесс его оценки аналогичен анализу операций с любой дисконтной ценной бумагой, например бескупонной облигацией.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение векселя. Назовите виды векселей.
2. Чем регулируется обращение векселей в Российской Федерации? В мировой практике?
3. Чем характеризуется переводной вексель?
4. Какие проценты используются при расчете доходности операций с векселями?
5. Опишите операцию учета векселей.

Рекомендуемая литература: [1], [2], [4], [8], [10], [29], [32].

Тема 4. Оценка купонных облигаций

Основные понятия и вопросы изучаемой темы

Виды облигаций и их основные характеристики. Методы оценки облигаций с периодическим доходом. Доходность операций с купонными облигациями. Накопленный купонный доход. Текущая доходность. Доходность к погашению. Определение стоимости облигаций с фиксированной ставкой купона. Средневзвешенная продолжительность платежей (дюрация).

Лекционный материал

Среди огромного разнообразия долгосрочных долговых обязательств, находящихся в обращении на отечественном и мировом финансовых рынках, следует особо выделить ценные бумаги, приносящие **фиксированный доход** (fixed income securities). Примерами подобных ценных бумаг являются облигации (bonds), депозитные сертификаты (deposit certificates), казначейские векселя (treasury bills) и некоторые другие виды обязательств со сроком погашения свыше одного года. К этому виду ценных бумаг можно также отнести и привилегированные акции (preferred stocks), если по ним регулярно выплачивается фиксированный дивиденд.

Облигации (bonds) являются долговыми ценными бумагами и могут выпускаться в обращение государственными или местными органами управления, а также частными предприятиями.

Облигация – это ценная бумага, подтверждающая обязательство эмитента возместить владельцу ее номинальную стоимость в оговоренный срок и выплатить причитающийся доход.

По сути, облигация является контрактом, удостоверяющим:

– факт предоставления ее владельцем денежных средств эмитенту;
– обязательство эмитента вернуть долг в оговоренный срок;
– право инвестора на получение регулярного или разового вознаграждения за предоставленные средства в виде процента от номинальной стоимости облигации или разницы между ценой покупки и ценой погашения.

Покупая облигацию, инвестор становится кредитором ее эмитента и получает преимущественное по сравнению с акционерами право на его активы в случае ликвидации или банкротства. Как правило, облигации приносят владельцам доход в виде **фиксированного процента** от номинала, который должен выплачиваться независимо от величины прибыли и финансового состояния заемщика.

Классификация облигаций достаточно разнообразна и зависит от положенного в ее основу признака.

В зависимости от эмитента выделяют государственные, муниципальные (местных органов управления), корпоративные (предприятий и акционерных обществ) и иностранные (зарубежных заемщиков) облигации.

По физической форме выпуска облигации делятся на документарные (т. е. отпечатанные типографским способом в виде бланков, сертификатов и т. д.) и бездокументарные (существующие в электронной форме в виде записей компьютерных файлов на магнитных носителях).

По сроку обращения различают краткосрочные (до 1 года), среднесрочные (от 1 до 5 лет), долгосрочные (от 5 до 30 лет) и бессрочные облигации.

По форме выплаты дохода облигации делятся на купонные (с фиксированной или плавающей ставкой) и дисконтные (без периодических выплат доходов). Последние также часто называют облигациями с нулевым купоном (zero coupon bond). В ряде развитых стран имеют хождение облигации с выплатой процентов в момент погашения.

Любая облигация имеет следующие основные характеристики, как то: **номинальная стоимость** (par value, face value), **купонная ставка доходности** (coupon rate), **дата выпуска** (date of issue), **дата погашения** (date of maturity), **сумма погашения** (redemption value). Как будет показано ниже, важнейшую роль в анализе ценных бумаг играют **дата** и **цена** их **приобретения**, а также **средняя продолжительность платежей** (duration).

Номинальная стоимость – это сумма, указанная на бланке облигации или в проспекте эмиссии. Облигации могут иметь самые различные номиналы. Например, в США сберегательные облигации правительства серии НН выпускаются с номиналами от 500 до 10000 долларов, а муниципальные облигации имеют номинал не менее 5000 долларов. Номиналы облигаций частных корпораций и коммерческих банков могут варьировать от 25 до 1000000 долларов.

Номиналы российских облигаций, обращавшихся в разное время на внутреннем рынке, варьируют от 10 до 1 млн руб.

Как правило, облигации **выкупаются по номинальной стоимости**. Однако текущая цена облигации может не совпадать с номиналом и зависит от ситуации на рынке.

Если цена, уплаченная за облигацию, ниже номинала, говорят, что облигация продана со скидкой, или **дисконтом** (discount bond), а если выше **– с премией** (premium bond).

Для удобства сопоставления рыночных цен облигаций с различными номиналами в финансовой практике используется специальный показатель, называемый **курсовой стоимостью или курсом ценной бумаги**. Под ним понимают текущую цену облигации в расчете на 100 денежных единиц ее номинала, определяемую по формуле

$$K = \frac{P}{N} \times 100, \tag{4.1}$$

где K – курс облигации; P – рыночная цена; N – номинал.

Пример 9. Определить курс облигации номиналом 1000,00, если она реализована на рынке по цене:

1) 920,30

$$(920,30/1000,00) \times 100 = 92,3;$$

2) 1125,00

$$(1125,00/1000,00) \times 100 = 112,5.$$

В рассмотренном примере в первом случае облигация приобретена с дисконтом (1000 – 920,30 = 79,70), а во втором – с премией (1000 – 1125 = -125), означающей снижение общей доходности операции для инвестора.

Рыночная цена P, а следовательно и курс облигации K, зависят от целого ряда факторов, которые будут рассмотрены ниже.

Купонная норма доходности – это процентная ставка, по которой владельцу облигации выплачивается периодический доход. Соответственно, сумма периодического дохода равна произведению купонной ставки на номинал облигации и, как правило, выплачивается раз в год, полугодие или квартал.

Пример 10. Определить величину ежегодного дохода по облигации 1000,00 при купонной ставке 8,2%.

$$1000,00 \times 0,082 = 82,00.$$

Дата погашения – дата выкупа облигации эмитентом у ее владельца (как правило, по номиналу). Дата погашения указывается на бланке облигации. На практике в анализе важную роль играет **общий срок обращения** (maturity period) облигации, а также дата ее покупки (settlement date).

Количественный анализ операций с облигациями предполагает определение следующих основных характеристик: доходности, расчетных цен (курсов), динамики величин дисконта или премии, а также ряда других показателей.

Купонные облигации, наряду с возвращением основной суммы долга, предусматривают периодические денежные выплаты. Размер этих выплат определяется ставкой купона k, выраженной в процентах к номиналу. Купонные выплаты осуществляются один, два или четыре раза в год.

Классическим примером подобных ценных бумаг, обращающихся на отечественных и мировых фондовых рынках, являются облигации внутреннего валютного займа (ОВВЗ) Министерства финансов России (так называемые «вэбовки») номиналом 1000, 10000 и 100000 долларов США. Купонная ставка по этим облигациям составляет 3%, выплачиваемых раз в год. Срок погашения зависит от серии выпуска.

В ноябре 1996 года был осуществлен выпуск пятилетних еврооблигаций РФ первого транша на общую сумму 1 млрд долларов США с погашением 21 ноября 2001 года. Ставка купона по еврооблигациям первого транша – 9,25%. Выплата дохода осуществляется раз в полгода (27 мая и 27 ноября). С 25 марта 1997 г. в обращение были выпущены еврооблигации РФ второго транша на общую сумму 2 млрд немецких марок с погашением в 2004 году. Ставка купона по этим бумагам установлена в размере 9% годовых. Выплата периодического дохода осуществлялась раз в году – 25 марта.

Выпуск третьего транша еврооблигаций на сумму 1 млрд долларов США состоялся в июне 1997 года. Срок обращения облигаций – 10 лет, ставка купона – 10%, выплачиваемых два раза в год.

Далее при рассмотрении методов анализа купонных облигаций мы будем полагать, что периодические выплаты производятся по **фиксированной** ставке.

Доходность операций с купонными облигациями

Доход по купонным облигациям имеет две составляющие: периодические выплаты и курсовую разницу между рыночной ценой и номиналом. Поэтому такие облигации характеризуются несколькими показателями доходности: **купонной**, **текущей** (на момент приобретения) и **полной** (доходность к погашению).

Купонная доходность задается при выпуске облигации и определяется соответствующей процентной ставкой. Ее величина зависит от двух факторов: срока займа и надежности эмитента.

Чем больше **срок погашения** облигации, **тем выше ее риск**, следовательно, тем больше должна быть норма доходности, требуемая инвестором в качестве компенсации. Не менее важным фактором является надежность эмитента, определяющая «качество» (рейтинг) облигации. Как правило, наиболее надежным заемщиком считается государство. Ставка купона у государственных облигаций обычно ниже, чем у муниципальных или корпоративных. Последние считаются наиболее рискованными.

Поскольку купонная доходность при фиксированной ставке известна заранее и остается неизменной на протяжении всего срока обращения, ее роль в анализе эффективности операций с ценными бумагами невелика.

Однако если облигация покупается (продается) в момент времени между двумя купонными выплатами, важнейшее значение при анализе сделки как для продавца, так и для покупателя приобретает производный от купонной ставки показатель – **величина накопленного к дате операции процентного (купонного) дохода** (accrued interest).

В отечественных биржевых сводках и аналитических обзорах для обозначения этого показателя используется аббревиатура *НКД* (**накопленный купонный доход**). Механизм формирования доходов продавца и покупателя для сделки, заключаемой в момент времени между двумя купонными выплатами, продемонстрируем на реальном примере, взятом из практики российского рынка облигаций государственного займа (ОГСЗ).

Пример 11. ОГСЗ пятой серии номиналом 100000, выпущенной 10/04/96, была продана 18/03/97. Дата предыдущей выплаты купона – 10/01/97. Дата ближайшей выплаты купона – 10/04/97. Текущая купонная ставка установлена в размере 33,33% годовых. Число выплат – четыре раза в год.

Поскольку облигация продается 18/03/97, т. е. за 23 дня до следующей выплаты, купонный доход, равный 33,33% годовых от номинала, был получен 10/04/97 новым хозяином бумаги – покупателем. Определим его абсолютную величину:

$$CF = 100000\ (0{,}3333/4) = 8332{,}50.$$

Для того чтобы эта операция была выгодной для продавца, величина купонного дохода должна быть поделена между участниками сделки пропорционально периоду хранения облигации между двумя выплатами.

Причитающаяся участникам сделки часть купонного дохода может быть определена по формуле обыкновенных, либо точных процентов. Накопленный купонный доход на дату сделки можно определить по формуле

$$НКД = \frac{CF \times t}{B/m} = \frac{N \times k \times t}{B/m}, \tag{4.2}$$

где CF – купонный платеж; t – число дней от начала периода купона до даты продажи (покупки); N – номинал; k – ставка купона; m – число выплат в год; B = {360, 365 или 366} – используемая временная база (360 для обыкновенных процентов; 365 или 366 для точных процентов).

В рассматриваемом примере с момента предыдущей выплаты 10/01/97 до даты заключения сделки 18/03/97 прошло 67 дней.

Определим величину НКД по облигации на дату заключения сделки:

$$НКД = (100000 \times (0{,}3333/4) \times 67)/90 = 6203{,}08;$$

$$НКД_{точн} = (100000 \times (0{,}3333/4) \times 67)/91{,}25 = 6118{,}10.$$

Рассчитанное значение представляет собой часть купонного дохода, на которую будет претендовать в данном случае продавец. Свое право на получение части купонного дохода (т. е. за 67 дней хранения) он может реализовать путем включения величины *НКД* в цену облигации. Для упрощения предположим, что облигация была приобретена продавцом по номиналу.

Определим курс продажи облигации, обеспечивающий получение пропорциональной сроку хранения части купонного дохода:

$$K = (N + НКД)/100 = (100000 + 6203{,}08)/100 = 106{,}20308.$$

Таким образом, курс продажи облигации для продавца должен быть не менее 106,20. Превышение этого курса принесет продавцу дополнительный доход. В случае если курсовая цена будет меньше 106,20, продавец понесет убытки, связанные с недополучением своей части купонного дохода.

Соответственно, часть купонного дохода, причитающаяся покупателю за оставшиеся 23 дня хранения облигации, может быть определена двумя способами.

1. Исходя из величины НКД на момент сделки:

$$CF - НКД = 8332{,}50 - 6203{,}08 = 2129{,}42$$

или

$$N + CF - P = 100000 + 8332{,}50 - 106203{,}08 = 2129{,}42.$$

2. Путем определения НКД с момента приобретения до даты платежа:

$$(100000 \times (0{,}3333/4) \times 23)/360 = 2129{,}42.$$

Нетрудно заметить, что курс 106,2 соответствует ситуации **равновесия**, когда и покупатель, и продавец получают свою долю купонного дохода, распределенную пропорционально сроку хранения облигации. Любое отклонение курсовой цены приведет к выигрышу одной стороны и, соответственно, к проигрышу другой.

На практике минимальный курс продажи данной облигации на бирже 18/03/97 был равен 108,00, средний – 108,17. Средний курс покупки по итогам торгов составил 107,43, а максимальный – 108,20. Таким образом, в целом ситуация на рынке в тот день складывалась в пользу продавцов ОГСЗ этой серии.

В процессе анализа эффективности операций с ценными бумагами, для инвестора существенный интерес представляют следующие показатели: **текущая доходность** (current yield – *Y*) и **доходность облигации к погашению** (yield to maturity – *YTM*). Оба показателя определяются в виде процентной ставки.

Текущая доходность облигации с фиксированной ставкой купона определяется как отношение периодического платежа к цене приобретения:

$$Y = \frac{N \times k}{P}100 = \frac{CF}{P}100 = \frac{k}{K}100, \tag{4.3}$$

где N – номинал; P – цена покупки; k – годовая ставка купона; K – курсовая цена облигации.

Текущая доходность продаваемых облигаций меняется в соответствии с изменениями их цен на рынке. Однако с момента покупки она становится постоянной (зафиксированной) величиной, так как ставка купона остается неизменной. Нетрудно заметить, что текущая доходность облигации, приобретенной с дисконтом, будет выше купонной, а приобретенной с премией – ниже.

Определим текущую доходность операции из предыдущего примера при условии, что ОГСЗ была приобретена по цене 106,20.

$$Y = \frac{100000(0{,}3333/4)}{106203{,}08}1 = 0{,}0784,$$

или 7,84%.

Как и следовало ожидать, текущая доходность Y ниже ставки купона k (8,33%), поскольку облигация продана с премией, равной *НКД*.

Показатель текущей доходности не учитывает вторую составляющую поступлений от облигации – курсовую разницу между ценой покупки и погашения (как правило – номиналом). Поэтому он не пригоден для сравнения эффективности операций с различными исходными условиями.

В качестве меры общей эффективности инвестиций в облигации используется показатель доходности к погашению.

Доходность к погашению представляет собой процентную ставку (норму дисконта), устанавливающую равенство между текущей стоимостью потока платежей по облигации PV и ее рыночной ценой P.

Для облигаций с фиксированным купоном, выплачиваемым раз в году, она определяется путем решения следующего уравнения:

$$P = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF}{\left(1 + YTM\right)^{t}} + \frac{F}{\left(1 + YTM\right)^{n}}, \tag{4.4}$$

где F – цена погашения (как правило, $F = N$).

Уравнение решается относительно *YTM* каким-либо итерационным методом. Приблизительное значение этой величины можно определить из соотношения:

$$YTM = \frac{CF + (F - P)/n}{0{,}4F + 0{,}6P}. \tag{4.5}$$

Доходность к погашению *YTM* – это процентная ставка в норме дисконта, которая приравнивает величину объявленного потока платежей к текущей рыночной стоимости облигации. По сути, она представляет собой внутреннюю норму доходности инвестиции (internal rate of return – *IRR*). Применительно к рассматриваемой теме это означает, что реальная доходность облигации к погашению будет равна *YTM* только при выполнении следующих условий:

1) облигация хранится до срока погашения;
2) полученные купонные доходы немедленно реинвестируются по ставке $r = YTM$.

Очевидно, что, независимо от желаний инвестора, второе условие достаточно трудно выполнить на практике. В табл. 1 приведены результаты расчета доходности к погашению облигации, приобретенной в момент выпуска по номиналу 1000 с погашением через

20 лет и ставкой купона 8%, выплачиваемого раз в год, при различных ставках реинвестирования.

Таблица 1

Зависимость доходности к погашению от ставки реинвестирования

Ставка реинвестирования, *r*	Купонный доход за 20 лет	Общий доход по облигации за 20 лет	Доходность к погашению
0%	1600,00	1600,00	4,84%
6%	1600,00	3016,00	7,07%
8%	1600,00	3801,00	8,00%
10%	1600,00	4832,00	9,01%

Из приведенных расчетов следует, что между доходностью к погашению *YTM* и ставкой реинвестирования купонного дохода *r* **существует прямая зависимость**. С уменьшением *r* будет уменьшаться и величина *YTM*; с ростом *r* величина *YTM* будет также расти.

На величину показателя *YTM* оказывает влияние и **цена облигации**. Зависимость доходности к погашению *YTM* облигации со сроком погашения 25 лет и ставкой купона 6% годовых от ее цены *P* показана на рис. 2.

Нетрудно заметить, что зависимость здесь обратная. Сформулируем общие правила, отражающие взаимосвязи между ставкой купона *k*, текущей доходностью *Y*, доходностью к погашению *YTM* и ценой облигации *P*:

– если $P > N$, $k > Y > YTM$;
– если $P < N$, $k < Y < YTM$;
– если $P = N$, $k = Y = YTM$.

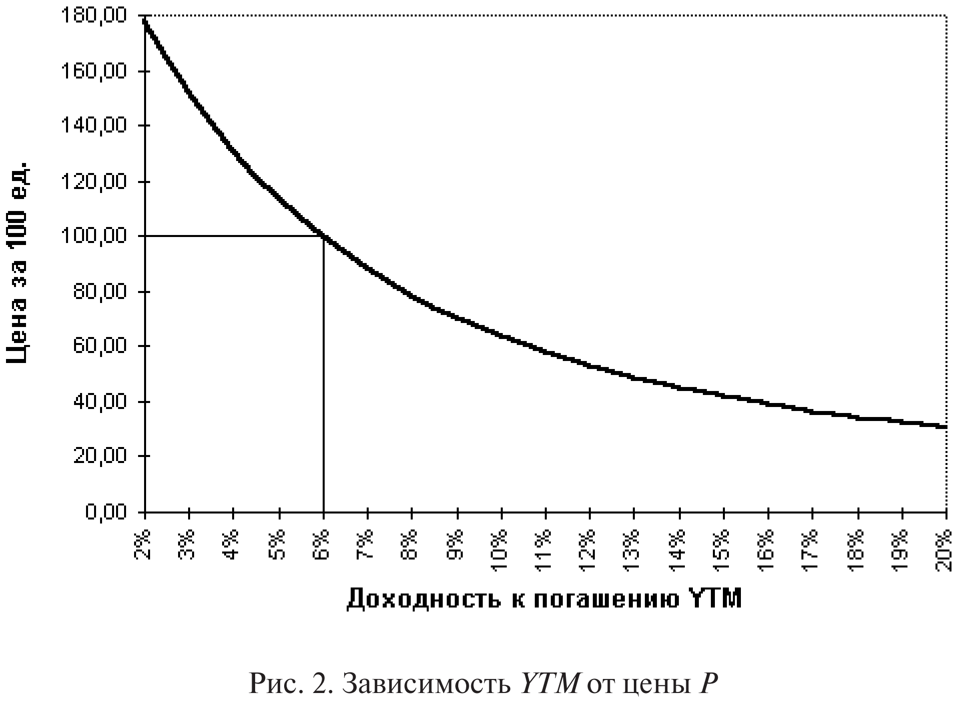

Рис. 2. Зависимость *YTM* от цены *P*

Руководствуясь данными правилами, не следует забывать о зависимости *YTM* от ставки реинвестирования купонных платежей, рассмотренной выше. В целом показатель *YTM* более правильно трактовать как **ожидаемую доходность** к погашению.

Несмотря на присущие ему недостатки, показатель *YTM* является одним из наиболее популярных измерителей доходности облигаций, применяемых на практике. Его значения приводятся во всех публикуемых финансовых сводках и аналитических обзорах. В дальнейшем, говоря о доходности облигации, мы будем подразумевать ее доходность к погашению.

Определение стоимости облигаций с фиксированным купоном

Денежный поток, генерируемый подобными ценными бумагами, представляет собой аннуитет, к которому в конце срока операции прибавляется дисконтированная номинальная стоимость облигации.

Определим современную (текущую) стоимость такого потока:

$$PV = \sum_{t=1}^{mn} \frac{N \times k / m}{\left(1 + r / m\right)^{mt}} + \frac{F}{\left(1 + r / m\right)^{mn}}, \tag{4.6}$$

где F – сумма погашения (как правило – номинал, т. е. $F = N$); k – годовая ставка купона; r – рыночная ставка (норма дисконта); n – срок облигации; N – номинал; m – число купонных выплат в году.

Соотношение представляет собой базовую основу для оценки инвестором стоимости облигации.

Пример 12. Определить текущую стоимость трехлетней облигации номиналом 1000 и купонной ставкой 8%, выплачиваемых четыре раза в год, если норма дисконта (рыночная ставка) равна 12%.

$$PV = \sum_{t=1}^{12} \frac{1000 \times 0{,}08 / 4}{\left(1 + 0{,}12 / 4\right)^{t}} + \frac{1000}{\left(1 + 0{,}12 / 4\right)^{12}} = 900{,}46.$$

Таким образом, норма доходности в 12% по данной операции будет обеспечена при покупке облигации по цене, приблизительно равной 900,46.

Определим текущую стоимость облигации из рассмотренного выше примера при условии, что норма дисконта равна 6%.

$$PV = \sum_{t=1}^{12} \frac{1000 \times 0{,}08 / 4}{\left(1 + 0{,}06 / 4\right)^{t}} + \frac{1000}{\left(1 + 0{,}06 / 4\right)^{12}} = 1054{,}53.$$

Текущая стоимость облигации зависит от величины рыночной процентной ставки (требуемой нормы доходности) и срока погашения. Причем зависимость эта обратная. Из базовой модели оценки могут быть выведены две группы теорем, которые приводятся ниже без доказательств.

Первая группа теорем отражает взаимосвязи между стоимостью облигации, ставкой купона и рыночной ставкой (нормой доходности):

– если рыночная ставка (норма доходности) выше ставки купона, текущая стоимость облигации будет меньше номинала (т. е. облигация будет продаваться с дисконтом);

– если рыночная ставка (норма доходности) меньше ставки купона, текущая стоимость облигации будет больше номинала (т. е. облигация будет продаваться с премией);

– при равенстве купонной и рыночной ставок текущая стоимость облигации равна номиналу.

Рассмотренный выше пример может служить практической иллюстрацией справедливости изложенных положений.

Вторая группа теорем характеризует связь между стоимостью облигации и сроком ее погашения:

– если рыночная ставка (норма доходности) выше ставки купона, сумма дисконта по облигации будет уменьшаться по мере приближения срока погашения;

– если рыночная ставка (норма доходности) меньше ставки купона, величина премии по облигации будет уменьшаться по мере приближения срока погашения;

– чем больше срок обращения облигации, тем чувствительнее ее цена к изменениям рыночной ставки.

Средневзвешенная продолжительность платежей (дюрация)

До сих пор мы принимали во внимание только одну временную характеристику облигаций – срок погашения *n*. Однако для обязательств с выплатой периодических доходов не менее важную роль играет еще один временной показатель – средневзвешенная продолжительность платежей, или дюрация.

Понятие «дюрация» было впервые введено американским ученым Ф. Маколи (F.R. Macaulay) и играет важнейшую роль в анализе долгосрочных ценных бумаг с фиксированным доходом. В целях упрощения будем предполагать, что купонный платеж осуществляется раз в год. Тогда дюрацию *D* можно определить из следующего соотношения:

$$D = \frac{\sum_{t=1}^{n} t\left(\frac{CF_t}{(1+r)^t}\right) + \frac{nF}{(1+r)^n}}{\sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^n}}, \tag{4.7}$$

где CF_t – величина платежа по купону в периоде *t*; *F* – сумма погашения (как правило – номинал); *n* – срок погашения; *r* – процентная ставка (норма дисконта), равная доходности к погашению ($r = YTM$).

Рассмотрим соотношение более подробно. Нетрудно заметить, что знаменатель представляет собой формулу для расчета текущей стоимости облигации с фиксированным купоном, т. е. величину *PV*. Преобразуем уравнение с учетом вышесказанного и величины нормы дисконта $r = YTM$.

$$D = \frac{\sum_{t=1}^{n} t\left(\frac{CF_t}{(1+YTM)^t}\right)}{PV} + \frac{n\left(\frac{F}{(1+YTM)^n}\right)}{PV}. \tag{4.8}$$

Отсюда следует, что дюрация является средневзвешенной из периодов поступлений по облигации. Используемые при этом веса представляют собой долю каждого дисконтированного платежа в современной стоимости всего потока – *PV*. Рассмотрим следующий пример.

Пример 13. Облигация номиналом 1000 и ставкой купона 7%, выплачиваемого раз в год, имеет срок обращения три года. Определить дюрацию данного обязательства.

Расчет дюрации для этого примера приведен в табл. 2.

Таблица 2

Расчет дюрации

t	CF_t	$(1 + YTM)^t$	PV_t	PV_t/PV	$t(PV_t/PV)$
1	70	1,070	65,42	0,0654	0,0654
2	70	1,145	61,14	0,0611	0,1223
3	1070	1,225	873,44	0,8734	2,6203
Итого	–	–	1000,00	1,0000	2,8080

Таким образом, средняя продолжительность платежей по трехлетней купонной облигации приблизительно равна 2,8 года. Дюрация 20-летней облигации с купоном 8% годовых будет равна всего 11 годам, т. е. почти в два раза меньше срока погашения!

Дюрация зависит от трех факторов: ставки купона *k*, срока погашения *n* и доходности *YTM*. Эта зависимость для 20-летней облигации при различных ставках *k* и *YTM* показана на рис. 3.

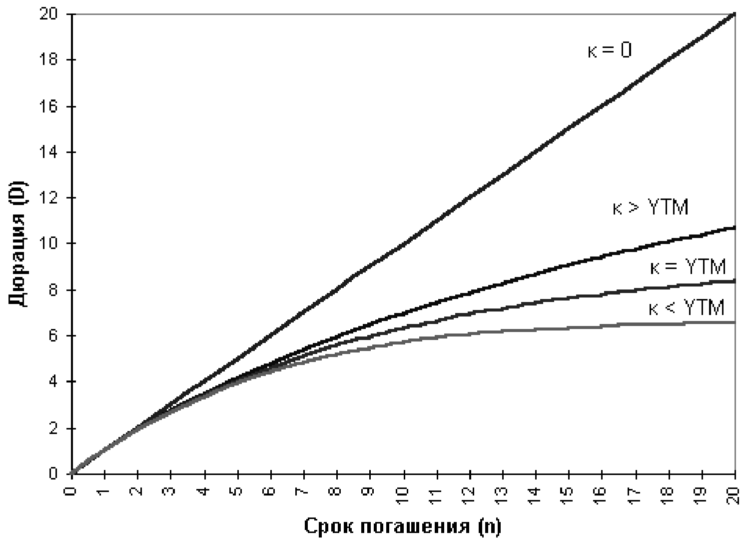

Рис. 3. Зависимость дюрации от ставки купона *k* и доходности *YTM*

Графическая иллюстрация взаимосвязи дюрации с показателями *n, k* и *YTM* позволяет сделать ряд важных выводов:

– дюрация облигации с нулевым купоном всегда равна сроку ее погашения, то есть при $k = 0$, $D = n$;

– дюрация купонной облигации всегда меньше срока погашения: при $k > 0$, $D < n$;

– с ростом доходности (процентной ставки на рынке) дюрация купонной облигации уменьшается, и обратно.

Показатель дюрации, или средней продолжительности, более корректно учитывает особенности временной структуры потока платежей. Отдаленные платежи имеют меньший вес и, следовательно, оказывают меньшее влияние на результат, чем более близкие к моменту оценки.

Дюрацию часто интерпретируют как **средний срок обязательства** с учетом его текущей (современной) величины или, другими словами, как **точку равновесия сроков дисконтированных платежей**. В частности, дюрацию купонной облигации можно трактовать как срок эквивалентного обязательства без текущих выплат процентов (например, облигации с нулевым купоном).

Важное теоретическое и прикладное значение в анализе играет предельная величина дюрации (limiting value of duration) – *LVD*, вычисляемая по формуле

$$LVD = \frac{1 + YTM}{YTM}. \tag{4.9}$$

Отметим следующие свойства этого показателя:

– средняя продолжительность платежей по бессрочным облигациям равна величине *LVD*, независимо от величины ставки купона;

– дюрация купонной облигации, приобретенной по номиналу или с премией, монотонно возрастает вместе с увеличением срока погашения и приближается к своему предельному значению – *LVD*, по мере приближения срока погашения к бесконечности;

– дюрация купонной облигации, приобретенной с дисконтом, достигает своего максимума прежде, чем срок погашения приблизится к бесконечности, и затем снижается по направлению к величине *LVD*.

Однако главная ценность дюрации состоит в том, что **она приблизительно характеризует чувствительность цены облигации** к изменениям процентных ставок на рынке (доходности к погашению). Таким образом, используя дюрацию, можно управлять риском, связанным с изменением процентных ставок.

Процентный риск облигации может быть измерен **показателем эластичности** ее цены *P* по отношению к рыночной ставке *r*. Пусть $r = YTM$, тогда эластичность *EL* можно определить по формуле

$$EL = \frac{\Delta P / P}{\Delta YTM / (1 + YTM)} < 0 .$$

Поскольку между ценой облигации и ее доходностью к погашению существует обратная зависимость, величина *EL* будет всегда отрицательной. Из этого следует

$$\frac{\Delta P}{P} = -EL \frac{\Delta YTM}{1 + YTM} .$$

Отсюда

$$\frac{\Delta P}{P} = -D \frac{\Delta YTM}{1 + YTM} .$$

Из соотношений следует, что $EL = D$. Таким образом, дюрация характеризует эластичность цены облигации к изменениям ее доходности.

Преобразуем правую часть уравнения следующим образом:

$$\frac{\Delta P}{P} = -D \frac{\Delta YTM}{1 + YTM} = -\left[\frac{D}{1 + YTM}\right] \Delta YTM .$$

Величина, заключенная в квадратные скобки, получила название **модифицированной дюрации** (modified duration – *MD*):

$$MD = \frac{D}{1 + YTM} . \qquad (4.10)$$

Тогда

$$\frac{\Delta P}{P} = -(MD \times \Delta YTM). \qquad (4.11)$$

Эту формулу часто используют для определения приблизительного изменения цены облигации исходя из предполагаемого изменения доходности к погашению. Рассмотрим следующий пример.

Пример 14. Предположим, что облигация из примера 13 была куплена по номиналу. При этом инвестор ожидает рост рыночной процентной ставки на 1%. Определить ожидаемое изменение цены облигации.

Величина средней продолжительности платежей *D* для этой облигации была найдена при решении примера 13 и составила приблизительно 2,8. Определим ожидаемое процентное изменение *YTM*:

$$\Delta \text{YTM} = 0{,}01/(1 + 0{,}07) = 0{,}0093.$$

Найдем величину *MD*:

$$\text{MD} = 2{,}8/0{,}0093 = 2{,}62.$$

Предполагаемое процентное изменение цены облигации составит:

$$\Delta P = -(0{,}01 \times 2{,}62) = -0{,}0262 = -2{,}6\%.$$

Таким образом, курс облигации K должен понизиться на 2,6%. Поскольку облигация была куплена по номиналу, новый курс должен быть приблизительно равен $100 - 2{,}6 = 97{,}4\%$.

Осуществим проверку нашего предположения (т. е. определим курс облигации, при условии что $YTM = 8\%$):

$$P = \sum_{t=1}^{3} \frac{1000 \times 0{,}07}{(1 + 0{,}08)^t} + \frac{1000}{(1 + 0{,}08)^3} = 974{,}23;$$

$$K = \frac{P}{N} 100 = \frac{974{,}23}{1000} 100 = 97{,}42.$$

Завершая рассмотрение свойств дюрации, кратко остановимся на недостатках, присущих данному показателю.

Первое ограничение вытекает из нелинейной формы связи между YTM и P. Поскольку скорость изменения показателей при этом будет разной, применение показателей D или MD для прогнозирования цен облигаций в случае значительных колебаний процентных ставок будет приводить к преувеличению падения курса при росте YTM и занижению реального роста курса при уменьшении YTM.

Другим существенным недостатком дюрации как меры измерения процентного риска является неявное допущение о независимости доходности от срока погашения. Таким образом, предполагается, что краткосрочные процентные ставки изменяются так же, как и долгосрочные. Например, если доходность по трехмесячным ГКО изменилась на 1%, то и доходность 15-летних ОВВЗ также должна измениться на 1%. Нереалистичность подобного допущения очевидна.

Несмотря на отмеченные недостатки, показатель средней продолжительности платежей (дюрация) широко используется в теоретическом и прикладном анализе.

Как было показано выше, причинами проблем, возникающих при использовании дюрации, является нелинейность взаимосвязи между ценой и доходностью. В качестве ее характеристики может быть использована вторая производная функции:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial (YTM)^2} = \sum_{t=1}^{T} \frac{t(t+1)c_t}{(1 + YTM)^{t+2}} > 0. \qquad (4.12)$$

Из данного выражения, в частности, следует выпуклость кривой «цена–доходность». С математической точки зрения, значение данного выражения представляет собой скорость изменения дюрации при изменении доходности к погашению YTM. Геометрически это расстояние между касательной к кривой «цена–доходность» в некоторой точке (рис. 2) и самой кривой.

Нетрудно заметить, что численное значение второй производной зависит от величины купонного платежа c_t, срока обращения T и доходности YTM. Поскольку для купонных облигаций в большинстве случаев $c_t = const$ и срок погашения T известен заранее, главный интерес представляет зависимость от YTM. Как следует из формулы выпуклости, численное значение второй производной уменьшается с ростом YTM и обратно. Таким образом, выпуклость является объяснением сформулированного выше правила асимметричного изменения цен при одинаковом изменении доходности (величина роста курса всегда больше, чем величина падения). Перепишем формулу в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial (YTM)^2} = \sum_{t=1}^{T} \frac{t(t+1)c_t}{(1+YTM)^{t+2}} = \frac{1}{(1+YTM)^2} \sum_{t=1}^{T} \frac{t(t+1)c_t}{(1+YTM)^t}.$$

Разделив на P, получим количественное измерение степени крутизны (выпуклости) кривой «цена–доходность»:

$$V = \frac{1}{P(1+YTM)^2} \sum_{t=1}^{T} \frac{t(t+1)c_t}{(1+YTM)^t}.$$

Из приведенных формул следует, что выпуклость прямо зависит от срока погашения T и дюрации соответственно. Можно также показать, что выпуклость является возрастающей функцией от последней. В целом свойства выпуклости по отношению к T и k аналогичны свойствам дюрации.

Выпуклость связана положительной зависимостью с изменениями процентных ставок (доходности к погашению). Объяснение этого свойства следует из того факта, что выпуклость можно определить как разность между фактической ценой облигации и ее ценой, определенной с использованием модифицированной дюрации.

Совместное использование дюрации D и выпуклости V при анализе ценных бумаг с фиксированным доходом позволяет существенно повысить точность оценки изменений их стоимости. Вместе с тем их совместное использование требует соответствующей формализации.

Один из подходов к решению данной проблемы базируется на аппроксимации изменения цены облигации ΔP с помощью рядов Тейлора. При этом степенной ряд будет иметь следующий вид:

$$\partial P = \frac{\partial P}{\partial (YTM)} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial (YTM)^2} + \ldots + \frac{1}{n!} \frac{\partial^n P}{\partial (YTM)^n}.$$

Ограничимся рассмотрением первых двух элементов ряда. Разделив обе части на P, имеем:

$$\frac{\partial P}{P} = \frac{\partial P}{\partial (YTM)} \frac{1}{P} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial (YTM)^2} \frac{1}{P}.$$

Первое слагаемое теперь является дюрацией D, а второе – выпуклостью V, умноженной на константу. С учетом вышеизложенного, более эффективную формулу для определения будущей цены облигации в зависимости от изменений доходности можно задать в следующем виде:

$$P = P_0 + (P_0 \times D \times \partial (YTM)) + \left(\frac{1}{2} \times P_0 \times D \times \partial (YTM)^2 \right), \tag{4.13}$$

где P – будущая цена при условии, что доходность изменится на величину $\Delta(YTM)$; P_0 – текущая цена; D – дюрация; V – выпуклость.

Результаты сравнительного анализа точности прогнозирования будущей цены 15-летней ОВВЗ седьмого транша с годовым купоном 3% при требуемой норме доходности 9% в зависимости от изменений доходности к погашению с использованием дюрации и полученной модели приведены в табл. 4.

Таблица 4

Сравнительный анализ точности прогноза цены ОВВЗ

ΔYTM	YTM	Реальная цена (P)	Прогноз цены (модель с D)		Прогноз цены (модель с D и V)	
			P	Отклон.	P	Отклон.
-0,04	0,05	79,24068	72,46125	6,779	77,95719	1,2835
-0,03	0,06	70,86325	67,25594	3,607	70,3474	0,5158
-0,02	0,07	63,56834	62,05062	1,518	63,42461	0,1437
-0,01	0,08	57,20261	56,84531	0,357	57,18881	0,0138
0	0,09	51,64	51,64	0,000	51,64	0,0000
0,01	0,10	46,75744	46,43469	0,323	46,77818	0,0207
0,02	0,11	42,47304	41,22938	1,244	42,60336	0,1303
0,03	0,12	38,70222	36,02406	2,678	39,11553	0,4133
0,04	0,13	35,37621	30,81875	4,557	36,31469	0,9385

Отметим, что добавлением в полученную модель элементов ряда Тейлора более высоких порядков можно добиться еще большей точности прогноза, вместе с тем их доля в общем изменении стоимости достаточно мала.

Проведенные исследования свойств количественных характеристик облигаций являются теоретической базой для разработки моделей управления портфелями ценных бумаг с фиксированным доходом.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение облигации. В чем сходство и в чем различия между облигациями и акциями?
2. Перечислите основные реквизиты облигации.
3. По каким признакам различают облигации? Назовите их виды.
4. В чем, по вашему мнению, состоит преимущество купонных облигаций?
5. Перечислите основные показатели оценки купонных облигаций.
6. Что показывает дюрация?

Рекомендуемая литература: [1], [2],[4], [8],[9], [27],[32].

Тема 5. Оценка бескупонных и бессрочных облигаций

Основные понятия и вопросы изучаемой темы

Оценка бескупонных облигаций (облигаций с нулевым купоном). Доходность долгосрочных бескупонных облигаций. Оценка стоимости бескупонных облигаций. Доходность краткосрочных бескупонных облигаций. Оценка стоимости краткосрочных бескупонных облигаций. Бессрочные облигации. Доходность бессрочных облигаций. Оценка стоимости бессрочных облигаций.

Лекционный материал темы

В отличие от купонных, облигации с нулевым купоном не предусматривают периодических выплат процентов. Поскольку доход по ним образуется в виде разницы между ценой покупки и ценой погашения, бескупонные облигации размещаются на рынках только со скидкой (с дисконтом). Соответственно, рыночная цена такой облигации всегда ниже номинала. Иногда бескупонные облигации называют также дисконтными.

Этот вид долгосрочных обязательств достаточно перспективен и пользуется большой популярностью у инвесторов в развитых странах, поскольку он не несет риска, связанного с реинвестированием периодических доходов в условиях колебаний процентных ставок на рынке. Кроме того, часто держатели этих бумаг получают определенные налоговые преимущества. Рассмотрим технику оценки долгосрочных бескупонных облигаций.

Доходность долгосрочных бескупонных облигаций

Поскольку единственным источником дохода здесь является разница между ценой покупки и номиналом (ценой погашения), проведение операций с бескупонными облигациями порождает элементарный поток платежей. В данном случае подобный поток характеризуется следующими параметрами: ценой покупки P (современная стоимость облигации), номиналом N (будущая стоимость), процентной ставкой r (норма доходности) и сроком погашения облигации n. Напомним, что любой параметр операции с элементарным потоком платежей может быть найден по известным значениям трех остальных. Однако, поскольку номинал облигации всегда известен (или может быть принят за 100%), для определения доходности операции достаточно знать две величины – цену покупки P (либо курс K) и срок погашения n.

Тогда доходность к погашению бескупонной облигации можно определить по следующей формуле:

$$YTM = \sqrt[n]{\frac{N}{P}} - 1 = \frac{1}{\sqrt[n]{\frac{K}{100}}} - 1. \qquad (5.1)$$

Из формулы следует, что доходность бескупонной облигации YTM **находится в обратной зависимости** по отношению к цене P и сроку погашения n.

Пример 15. Бескупонная облигация номиналом 1000,00 и погашением через три года приобретена по цене 878,00. Определить доходность облигации к погашению.

$$YTM = \sqrt[3]{\frac{1000}{878{,}8}} - 1 = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{87{,}8}{100}}} - 1 = 0{,}044$$

(или 4,4%).

Оценка стоимости бескупонных облигаций

Процесс оценки стоимости бескупонной облигации заключается в определении современной величины элементарного потока платежей по известным значениям номинала N, процентной ставки r и срока погашения n. Пусть $r = YTM$. С учетом принятых обозначений формула текущей стоимости (цены) подобного обязательства примет следующий вид:

$$P = \frac{N}{(1 + YTM)^n}. \qquad (5.2)$$

Поскольку номинал бескупонной облигации принимается за 100%, ее курсовая стоимость равна:

$$K = \frac{100}{(1 + YTM)^n}.$$

Пример 16. Какую цену заплатит инвестор за бескупонную облигацию номиналом 1000,00 и погашением через три года, если требуемая норма доходности равна 4,4%?

$$1000/(1 + 0{,}044)^3 = 878{,}80.$$

Из приведенных соотношений следует, что цена бескупонной облигации связана обратной зависимостью с рыночной ставкой *r* и сроком погашения *n*. При этом **чем больше срок погашения облигации, тем чувствительнее ее цена к изменениям процентных ставок на рынке**.

Дюрация бескупонной облигации всегда равна сроку погашения, т. е. $D = n$.

Облигации с нулевым купоном представляют интерес для инвесторов, проводящих операции с четко определенным временным горизонтом.

Анализ краткосрочных бескупонных облигаций

В разное время отечественный рынок краткосрочных бескупонных облигаций был представлен государственными, республиканскими (субъектов федерации) и муниципальными ценными бумагами со сроками обращения 3, 6, 9 и 12 месяцев. При этом наиболее надежными, ликвидными и безрисковыми считаются ценные бумаги, представляющие собой краткосрочный государственный долг, т. е. долг правительства юридическим и физическим лицам. Кроме того, в большинстве стран инвестиции в государственные обязательства предполагают получение различных налоговых льгот.

Характерными примерами подобных ценных бумаг являются трехмесячные казначейские векселя (treasury bills) федерального правительства США и государственные краткосрочные обязательства России (ГКО), выпускаемые в бездокументарной форме.

Доходность краткосрочных бескупонных облигаций

Поскольку бескупонные облигации всегда реализуются с дисконтом, норма доходности, которую получит инвестор, зависит от разницы между уплаченной ценой (ценой покупки – *P*) и номиналом *N* (ценой погашения). Так как номинал облигации всегда известен (или может быть принят за 100%), для определения доходности операции достаточно знать две величины – цену покупки *P* (либо курс *K*) на дату проведения операции и срок до погашения в днях – *t*.

Как правило, расчет доходности краткосрочных облигаций осуществляется по формуле простых процентов в виде годовой ставки *Y*. В этом случае формула для определения доходности краткосрочного обязательства может иметь следующий вид:

$$Y = \frac{N - P}{P} \times \frac{B}{t} = \frac{100 - K}{K} \times \frac{B}{t}, \tag{5.3}$$

где *t* – число дней до погашения; *P* – цена покупки; *N* – номинал; *K* – курсовая стоимость; $B = \{360, 365 \text{ или } 366\}$ – используемая временная база (360 для обыкновенных процентов; 365 или 366 для точных процентов).

Пример 17. Краткосрочное обязательство со сроком погашения 90 дней было приобретено по цене 98,22 от номинала. Определить доходность операции для инвестора:

1) с использованием обыкновенных процентов

$$Y = \frac{100 - 98{,}22}{98{,}22} \times \frac{360}{90} = 0{,}072,$$

или 7,2%;

2) с использованием точных процентов

$$Y = \frac{100 - 98{,}22}{98{,}22} \times \frac{365}{90} = 0{,}0722,$$

или 7,22%.

В зарубежной практике рассчитываемый показатель Y также часто называют **эквивалентным купонным** доходом. Как следует из названия, этот показатель представляет собой годовую купонную ставку по долгосрочной облигации, соответствующую доходности краткосрочного обязательства.

Доходность краткосрочного обязательства к погашению Y можно также рассматривать в качестве цены займа для его эмитента. Таким образом, стоимость заемных средств для государственной казны в примере 17 составит 7,22% (7,2%).

Как уже отмечалось, для государственных краткосрочных обязательств могут быть предусмотрены различные налоговые льготы.

Это важнейшее обстоятельство учитывает формула доходности ГКО к погашению, рассчитываемая по официальной методике ЦБР:

$$Y_{ЦБР} = \frac{N-P}{P} \times \frac{365}{t} \times \frac{1}{1-T} = \frac{100-K}{K} \times \frac{365}{t} \times \frac{1}{1-T}, \qquad (5.4)$$

где P – средневзвешенная цена аукциона (либо цена закрытия, т. е. последняя цена сделки на торгах); T – условная ставка налога.

Вычисленная по методике ЦБР доходность к погашению обязательства из предыдущего примера составит:

$$0{,}722 \times 1/(1 - 0{,}35) = 0{,}096, \text{ или } 9{,}6\%.$$

Включение с мая 1993 года налоговых льгот в расчет доходности ГКО играло роль своеобразной рекламы и было призвано привлечь внимание инвесторов к молодому и неокрепшему на тот момент рынку облигаций. В настоящее время этот показатель в значительной мере утратил свое значение и представляет ценность лишь как экономический индикатор, характеризующий взаимосвязь между состоянием рынка государственных ценных бумаг и процентными ставками по межбанковским кредитам (МБК).

Следует отметить, что рассчитываемые показатели имеют, по крайней мере, два недостатка:

– не могут быть использованы для сравнения эффективности проведения краткосрочных операций с другими видами инвестиций, в том числе долгосрочными;

– не учитывают возможность неоднократного реинвестирования полученных доходов в течение года, возникающую при проведении операций с некоторыми видами краткосрочных обязательств (например, трех- или шестимесячными ГКО и др.).

Для преодоления указанных ограничений используют более универсальный показатель – **эффективную доходность**.

При возможности неоднократного реинвестирования полученных доходов возникает необходимость в использовании показателя, адекватно отражающего общую эффективность проводимых операций. Очевидно, что более корректно предположение о многократном реинвестировании учитывает формула наращения по сложным процентам.

В этой связи для расчета доходности краткосрочного обязательства может быть использована следующая формула:

$$YTM = \left[\frac{N}{P}\right]^{B/t} - 1, \qquad (5.5)$$

где t – число дней до погашения; P – цена покупки; N – номинал; $B = \{360, 365 \text{ или } 366\}$ – используемая временная база.

Осуществим расчет доходности YTM для краткосрочного обязательства из примера 17:

$$YTM = (100/98{,}22)^{365/90} - 1 = 0{,}075, \text{ или } 7{,}5\%.$$

В отечественной практике данный показатель получил название **эффективной доходности**. В публикуемых финансовых сводках и аналитических обзорах для его обозначения используется принятая во всем мире и уже знакомая нам аббревиатура *YTM* (yield to maturity).

Рассчитываемый по формуле сложных процентов, показатель *YTM* может быть использован для сравнения эффективности проводимых операций с ценными бумагами, имеющими различные сроки погашения.

В случае если краткосрочная бескупонная облигация приобретается с целью последующей реализации (т. е. для проведения арбитражных операций), ее доходность определяется ценами и сроками купли-продажи:

$$Y = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times \frac{B}{t_1 - t_2};$$

$$YTM = \left[\frac{P_2}{P_1}\right]^{365/(t_1 - t_2)} - 1, \qquad (5.6)$$

где P_1 – цена покупки в момент $t = 1$; P_2 – цена перепродажи в момент $t = 2$; t_1 – число дней до погашения в момент покупки; t_2 – число дней до погашения в момент перепродажи.

Оценка стоимости краткосрочных бескупонных облигаций

Процесс оценки стоимости краткосрочной бескупонной облигации заключается в определении современной величины элементарного потока платежей по формуле простых процентов, исходя из требуемой нормы доходности (рыночной ставки) *Y*.

С учетом используемых обозначений формула текущей стоимости (цены) подобного обязательства будет иметь следующий вид:

$$P = \frac{N}{(1 + Y \times t)/B}. \qquad (5.7)$$

Поскольку номинал бескупонной облигации принимается за 100%, ее курсовая стоимость равна:

$$K = \frac{100}{(1 + Y \times t)/B}.$$

Пример 18. Какую цену заплатит инвестор за бескупонную облигацию номиналом 100,00 и погашением через 90 дней, если требуемая норма доходности равна 12%?

$$100/(1 + 0{,}12 \times 90/365) = 97{,}12.$$

Таким образом, цена краткосрочного обязательства *P* связана обратной зависимостью с рыночной ставкой (нормой доходности) *Y* и сроком до погашения *t*.

В случае если бумага приобретается для проведения арбитражных операций, цена сделки P_2, обеспечивающая получение требуемой нормы доходности *Y*, определяется из следующего соотношения:

$$P_2 = P_1\left(1 + \frac{t_1 - t_2}{B} \times Y\right), \qquad (5.8)$$

где P_1 – цена покупки в момент $t = 1$; t_1 – число дней до погашения в момент покупки; t_2 – число дней до погашения в момент перепродажи.

Бессрочные облигации

Согласно отечественному законодательству, срок погашения выпускаемых в стране долговых обязательств не может превышать 30 лет. Таким образом, для существования в России облигаций с более длительным периодом погашения в настоящее время нет даже юридических оснований.

Вместе с тем бессрочные облигации (perpetuity bond) не являются особой экзотикой в развитых странах. В качестве их эмитентов выступают как правительства, так и крупные корпорации.

Примерами государственных бессрочных облигаций могут служить британские консоли, выпущенные в начале XIX века, а также французская рента. Однако следует отметить, что в настоящее время рынок бессрочных обязательств представлен в основном 100-летними облигациями крупнейших корпораций.

В 1996 году фирма IBM стала 21-й компанией, выпустившей 100-летние облигации на общую сумму 850 млн долларов США. Купонная ставка облигации составляет 7,22%. Это на 80 процентных пунктов выше, чем доходность 30-летних казначейских обязательств правительства. В число эмитентов 100-летних облигаций входят такие всемирно известные корпорации, как «Уолт Дисней», «Кока-кола» и др.

Как правило, держателями подобных облигаций являются различные фонды и страховые компании, повышая тем самым дюрацию своих инвестиционных портфелей и получая средства для финансирования собственных долгосрочных проектов. Рассмотрим методы оценки бессрочных облигаций.

Доходность бессрочных облигаций

Так как срок обращения подобных облигаций очень большой, для удобства анализа делается допущение о бесконечности приносимых ими периодических доходов. При этом выплата номинала (погашение облигации) в обозримом будущем не ожидается и единственным источником получаемого дохода считаются купонные платежи.

Поскольку купонные доходы по облигации постоянны, а их число очень велико, подобный поток платежей называют вечной рентой или вечным аннуитетом (perpetuity annuity).

Определим текущую доходность Y бессрочной облигации. Она равна:

$$Y = \frac{k \times N}{P} = \frac{k}{K}100, \tag{5.9}$$

где k – годовая ставка купона; N – номинал; P – цена; K – курсовая стоимость (цена).

Для определения доходности к погашению YTM бессрочной облигации можно использовать следующее соотношение:

$$YTM = \left[1 + \frac{k}{m} \times \frac{100}{K}\right]^m - 1, \tag{5.10}$$

где m – число купонных выплат в год.

Если купонные выплаты производятся один раз в год, доходность к погашению равна текущей, т. е. при $m = 1$, $YTM = Y$. Рассмотрим следующий пример.

Пример 19. Облигация фирмы IBM со сроком обращения 100 лет была куплена по курсу 92,50. Ставка купона равна 7,72%, выплачиваемых раз в полгода. Определить доходность операции.

$$Y = 100(0{,}772/92{,}50) = 0{,}0834, \text{ или около } 8{,}3\%.$$

$$YTM = (1 + (0{,}772/2)(100/92{,}50))^2 - 1 = 0{,}0852, \text{ или около } 8{,}5\%.$$

Как следует из полученных результатов, и текущая, и доходность к погашению данной облигации выше купонной.

Оценка стоимости бессрочных облигаций

Текущая стоимость бессрочной облигации может быть определена из предположения, что генерируемый ею поток платежей представляет собой вечную ренту (аннуитет). Запишем формулу для определения текущей стоимости *PV* подобного аннуитета:

$$PV = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{CF}{(1+r)^t}.$$

Умножим обе части на (1 + *r*):

$$PV(1+r) = CF + \sum_{t=1}^{\infty+1} \frac{CF}{(1+r)^t}.$$

Отсюда:

$$PV \times r = CF\left[1 - \frac{1}{(1+r)^{\infty}}\right].$$

Поскольку $1/(1 + r)^{\infty} \to 0$, $PV \times r = CF$. Откуда:

$$PV = \frac{CF}{r}. \qquad (5.11)$$

Если платежи осуществляются *m*-раз в год, формула исчисления текущей стоимости вечной ренты примет следующий вид:

$$PV = \frac{CF}{m\left[(1+r)^{1/m} - 1\right]}.$$

Определим текущую стоимость 100 единиц облигации из примера 17, исходя из требуемой нормы доходности 8,5%.

$$PV = \frac{kN}{m\left[(1+YTM)^{1/m} - 1\right]} = \frac{7{,}72}{2\left[(1{,}085)^{0{,}5} - 1\right]} = 92{,}71.$$

Таким образом, при *YTM* = 8,5%, цена, уплаченная за облигацию в примере 19, была несколько ниже ее текущей стоимости.

Рассмотренные методы оценки могут быть также использованы для анализа привилегированных или обыкновенных акций, если по ним выплачивается **постоянный дивиденд**. Поскольку акции не имеют установленного срока обращения, их владельцы имеют право на получение дивидендов до тех пор, пока предприятие-эмитент функционирует. В случае регулярных постоянных выплат по акции, генерируемый ею денежный поток можно условно считать вечной рентой, для анализа которой можно использовать полученные соотношения.

Контрольные вопросы

1. Чем отличаются бескупонные облигации от других видов облигаций?
2. Как определяется доходность долгосрочных бескупонных облигаций?
3. Какие облигации относятся к бессрочным?
4. Как находится курс различных видов облигаций?

Рекомендуемая литература: [1], [2], [4], [8], [9], [27], [32].

Т е м а 6. Анализ доходности сертификатов

Основные понятия и вопросы изучаемой темы

Понятие депозитного сертификата. Анализ доходности долгосрочных сертификатов. Оценка стоимости долгосрочных сертификатов. Анализ доходности краткосрочных сертификатов. Оценка стоимости краткосрочных сертификатов.

Лекционный материал темы

Депозитный сертификат – это письменное свидетельство эмитента о вкладе на его имя денежных средств, удостоверяющее право владельца бумаги на получение по истечении оговоренного срока суммы вклада и начисленных процентов.

С точки зрения инвестора, операция по приобретению депозитного сертификата во многом схожа с помещением денег на срочный вклад. Однако в отличие от средств на срочном вкладе, в условиях развитого финансового рынка депозитные сертификаты в любой момент могут быть проданы и обладают, таким образом, более высокой ликвидностью.

Согласно российскому законодательству, право на выпуск сертификатов имеют только банки. При этом разрешена эмиссия двух видов сертификатов – депозитных (срок обращения от 30 дней до одного года) и сберегательных (срок обращения до трех лет).

На бланке сертификата обязательно указываются: сумма вклада (номинал); дата вклада; безусловное обязательство банка вернуть внесенную сумму; дата выплаты вклада; ставка процента по вкладу; сумма причитающихся процентов; реквизиты банка и др.

Юридическое или физическое лицо, владеющее сертификатом, именуется бенефициаром.

В соответствии с российским законодательством, бенефициарами сберегательных сертификатов могут быть только физические лица, а депозитных – только юридические.

Как и ранее, при рассмотрении методов анализа обязательств с выплатой процентов в момент погашения, мы будем полагать, что срок операции превышает один год. В дальнейшем по ходу изложения используется термин «долгосрочный сертификат». Вместе с тем рассмотренные ниже методы пригодны для анализа любых долгосрочных обязательств с выплатами процентов в момент погашения.

Анализ доходности долгосрочных сертификатов

В случае если срок погашения подобного обязательства превышает один год, на основную сумму долга (номинал) периодически начисляются (но не выплачиваются) проценты. По истечении срока операции начисленные проценты выплачиваются одной суммой вместе с номиналом. Поскольку процентные выплаты будут получены только в момент погашения, текущую доходность Y подобных обязательств можно считать равной 0.

Как и в случае бескупонных облигаций, здесь мы имеем дело с элементарным потоком платежей, характеризуемым четырьмя параметрами: будущей стоимостью (суммой погашения) FV, текущей стоимостью PV, сроком погашения n и процентной ставкой r. Базовое соотношение для исчисления будущей стоимости такого потока платежей вам уже хорошо известно:

$$FV_n = PV(1+r)^n,$$

или в случае m-начислений в году

$$FV_n = PV\left(1+\frac{r}{m}\right)^{mn}, \qquad (6.1)$$

где r – ставка по обязательству.

Тогда доходность к погашению *YTM* можно определить из следующего соотношения:

$$YTM = \frac{1}{\sqrt[n]{\dfrac{FV}{PV}}} - 1.$$

На практике долгосрочные сертификаты (или им подобные облигации) могут продаваться на вторичных рынках по ценам, отличающимся от номинала. Поэтому доходность к погашению *YTM* удобно выражать через цену покупки *P* или курсовую стоимость *K* обязательства:

$$YTM = \sqrt[n]{\frac{N}{P}} \times (1 + r) - 1 = \frac{1 + r}{\sqrt[n]{\dfrac{K}{100}}} - 1 \tag{6.2}$$

Отсюда вытекают следующие правила взаимосвязи доходности с погашением и курсовой стоимостью (ценой покупки) обязательства:

– если $P < N$ ($K < 100$), то $YTM > r$;

– если $P = N$ ($K = 100$), то $YTM = r$;

– если $P > N$ ($K > 100$), то $YTM < r$.

Оценка стоимости долгосрочных сертификатов

Цена долгосрочного обязательства с выплатой процентов в момент погашения равна современной стоимости генерируемого потока платежей, обеспечивающей получение требуемой нормой доходности (доходности к погашению). С учетом принятых обозначений цена покупки *P* и курс *K* обязательства, исходя из величины доходности к погашению *YTM*, будут равны:

$$P = N\left(\frac{1 + r}{1 + YTM}\right)^{n}; \tag{6.3}$$

$$K = 100\left(\frac{1 + r}{1 + YTM}\right)^{n}. \tag{6.4}$$

Из приведенных соотношений следует, что при $r < YTM$, цена (курс) обязательства будет ниже номинала (т. е. оно будет продано с дисконтом). Соответственно, если $r > YTM$, цена (курс) будет больше номинала и оно будет продаваться с премией. При этом по мере увеличения срока погашения n курс обязательства будет расти экспоненциально.

Следует отметить, что единственное обязательство рассматриваемого класса, существующее в настоящее время в России, – долгосрочный сберегательный сертификат не котируется на фондовых рынках и может быть приобретен у эмитента только по номиналу

Анализ доходности краткосрочных сертификатов

Как правило, сертификаты размещаются по номиналу. Доход по сертификату выплачивается в момент погашения вместе с основной суммой долга, исходя из оговоренной в контракте или указанной на бланке обязательства процентной ставки *r*.

С учетом введенных ранее обозначений, абсолютный размер дохода по сертификату *S* может определен как:

$$S = FV - PV = \frac{r \times N \times t}{B}, \tag{6.5}$$

где *r* – ставка по сертификату; *N* – номинал; *t* – срок погашения в днях; *B* – временная база.

Соответственно, годовая доходность к погашению Y, исчисленная по простым процентам, будет равна:

$$Y = \frac{S}{N} \times \frac{B}{t}. \qquad (6.6)$$

Отсюда следует, что если обязательство размещено по номиналу и держится до срока погашения, его доходность будет равна указанной в контракте ставке процентов (т. е. $Y = r$).

Если сертификат продается (покупается) между датами выпуска и погашения, абсолютная величина дохода S будет распределена между покупателем и продавцом в соответствии с рыночной ставкой (нормой доходности покупателя) Y по аналогичным обязательствам на данный момент времени и пропорционально сроку хранения ценной бумаги каждой из сторон. Часть дохода, причитающаяся покупателю за оставшийся до погашения срок t_2, будет равна:

$$S_{пок} = \frac{S}{1 + \frac{Y \times t_2}{B}},$$

где t_2 – число дней от момента покупки до погашения сертификата.

В результате продавец получит величину:

$$S_{прод} = S - S_{пок}.$$

Соотношения отражают ситуацию равновесия на рынке (т. е. «справедливого» распределения доходов в соответствии с рыночной ставкой Y и пропорционально сроку хранения бумаги каждой из сторон). Любое отклонение в ту или иную сторону повлечет за собой перераспределение дохода в пользу одного из участников сделки. Нетрудно заметить, что при $r < Y$ накопленный доход продавца будет ниже обещанного по условиям контракта.

Предельная величина рыночной ставки Y, при которой продавец бумаги получит доход, должна удовлетворять неравенству:

$$Y < \frac{t_1 \times r}{t_2},$$

где r – ставка по сертификату; Y – рыночная ставка; t_1 – число дней до погашения в момент покупки; t_2 – число дней до погашения в момент перепродажи.

При этом доходность операции для продавца будет равна:

$$Y = \left[\frac{1 + \frac{t_1}{B} \times r}{1 + \frac{t_2}{B} \times Y} \right] \frac{B}{t_1 - t_2};$$

$$YTM = \left[\frac{B + t_1 \times r}{B + t_2 \times Y} \right]^{365/(t_1 - t_2)} - 1.$$

Механизм формирования рыночной стоимости обязательства с выплатой дохода в момент погашения в подобных случаях будет рассмотрен ниже.

Оценка стоимости краткосрочных сертификатов

Цена краткосрочного обязательства с выплатой процентов в момент погашения равна современной стоимости будущих потоков платежей, рассчитанной по простым процентам и обеспечивающей получение требуемой нормой доходности (доходности к погашению).

С учетом накопленного на момент проведения операции дохода, стоимость обязательства P, соответствующая требуемой норме доходности Y, может быть определена из следующего соотношения:

$$P = \frac{FV}{1 + \frac{Y \times t}{B}} = \frac{N + S}{1 + \frac{Y \times t}{B}}, \qquad (6.7)$$

где t – число дней до погашения.

Нетрудно заметить, что при $Y = r$, рыночная стоимость обязательства **на момент выпуска** будет равна номиналу (т. е. $P = N$). Соответственно, при $Y > r$, $P < N$ и сертификат будет размещаться с дисконтом, а в случае $Y < r$ – с премией (т. е. $P > N$).

Таким образом, рыночная стоимость сертификата с учетом накопленного дохода может отклоняться от номинала. Однако в биржевой практике подобные обязательства принято котировать в процентах к номиналу, т. е. за 100 ед. на дату сделки. При этом ставка дохода по обязательству r показывается отдельно. Курсовая стоимость обязательства K, приводимая в биржевых сводках, определяется как:

$$K = \frac{FV}{1 + \frac{Y \times t}{B}} - S_1 = \frac{N + S}{1 + \frac{Y \times t}{B}} - S_1, \qquad (6.8)$$

где t – число дней до погашения; S_1 – абсолютная величина дохода, накопленная к дате совершения сделки.

В свою очередь, величина S_1 может быть найдена из следующего соотношения:

$$S_1 = \frac{r \times N \times t_1}{B},$$

где t_1 – число дней от момента выпуска до даты сделки.

Таким образом, полная рыночная стоимость сертификата P может быть также определена как:

$$P = K + S_1.$$

Контрольные вопросы

1. Дайте определение сертификата.
2. Чем отличается депозитный сертификат от сберегательного?
3. Чем отличается оценка долгосрочных и краткосрочных сертификатов?

Рекомендуемая литература: [1], [2], [4], [8], [10], [32].

3. ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ ПО КУРСУ «ФИНАНСОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ»

1. Предмет финансовых вычислений и круг изучаемых задач.
2. Принцип временной неравноценности денег.
3. Процентная ставка и ее применение.
4. Виды процентных ставок.
5. Начисление сложных процентов.
6. Непрерывное начисление процентов. Сила роста.
7. Процесс дисконтирования и области его применения.
8. Банковский учет. Понятие дисконта и учетной ставки.
9. Потоки платежей. Виды потоков платежей и их основные параметры.
10. Обобщающие показатели потока платежей (наращенная сумма и современная стоимость).
11. Метод расчета наращенной суммы и современной стоимости потока платежей.
12. Постоянные финансовые ренты, их параметры и обобщающие характеристики.
13. Расчет обобщающих характеристик годовой ренты (современная и будущая стоимость).
14. Вексель. Виды векселей.
15. Анализ доходности финансовых векселей.
16. Оценка стоимости финансовых векселей.
17. Учет векселей.
18. Методы оценки облигаций с периодическим доходом.
19. Доходность операций с купонными облигациями. Текущая доходность. Доходность к погашению.
20. Определение стоимости облигаций с фиксированной ставкой купона.
21. Средневзвешенная продолжительность платежей (дюрация).
22. Оценка бескупонных облигаций.
23. Доходность долгосрочных бескупонных облигаций.
24. Доходность краткосрочных бескупонных облигаций.
25. Оценка стоимости краткосрочных бескупонных облигаций.
26. Оценка стоимости долгосрочных бескупонных облигаций.
27. Доходность бессрочных облигаций.

4. Тесты

Тема 1. Введение в финансовые вычисления

1. Какая сумма будет накоплена на счете через 2 года, если банк начисляет сложные 7% годовых? Сумма вклада – 56800 руб., начисление процентов производится ежегодно.
   1) 65030,32 руб.
   2) 49611,32 руб.
   3) 64752 руб.

2. Какая сумма будет накоплена на счете через 2 года, если банк начисляет сложные 7% годовых? Сумма вклада – 56800 руб., начисление процентов производится ежеквартально.
   1) 65256,49 руб.
   2) 65030,32 руб.
   3) 64752 руб.

3. Сумма 50000 руб. помещена в банк на депозит сроком на 4 года. Ставка по депозиту – 6% годовых. Проценты по депозиту начисляются раз в год. Какова будет величина депозита в конце срока?
   1) 63123,845 руб.
   2) 53000 руб.
   3) 56180 руб.

4. При какой годовой процентной ставке сумма, помещенная на депозит со сроком 4 года, удвоится, если начисляются простые проценты?
   1) 33%
   2) 26%
   3) 25%

5. Какова доходность финансовой операции сроком 1 год, при которой инвестор на вложенные $1000 получил проценты в размере $500?
   1) 50%
   2) 5%
   3) 25%

6. Выплаченная по четырехлетнему депозиту сумма составила 100 тыс. руб. Определить первоначальную величину вклада, если ставка по депозиту равна 10% годовых.
   1) 68301 руб.
   2) 60000 руб.
   3) 50000 руб.

7. Выплаченная по двухлетнему депозиту сумма составила 100 тыс. руб. Определить первоначальную величину вклада, если ставка по депозиту равна 10% годовых, проценты начислялись 2 раза в год.
   1) 48225 руб.
   2) 45230 руб.
   3) 50000 руб.

8. Вкладчик размещает на счете в банке 100 тыс. руб. Какую сумму он получит через 60 дней, если банк начисляет по вкладу 10% годовых?

1) 101000 руб.
2) 101666, 67 руб.
3) 103500 руб.

9. По банковскому счету установлены 10% годовых. Процент начисляется ежеквартально. Рассчитайте эффективный процент.

1) 10,38%
2) 5,06%
3) 9,56%

Тема 2. Финансовые операции с рентами

1. Рассчитать ежегодный взнос под 15% годовых для покупки через 4 года квартиры за $25000.

1) 5007 $
2) 4000 $
3) 6250 $

2. Какую сумму должен поместить отец на счет в банке, по которому начисляются 8% годовых, чтобы его сын-студент ежегодно в течение 5 лет мог снимать по 2000 руб.?

1) 7985,42 руб.
2) 10000 руб.
3) 6805,83 руб.

3. Рассчитать ежегодный взнос за квартиру стоимостью $30000, купленную в рассрочку на 4 года под 7% годовых.

1) 8856,84 руб.
2) 22886,86 руб.
3) 6756,84 руб.

4. Каждый год ежемесячно в банк помещается сумма 1000 руб. Ставка равна 5% годовых, начисляемых в конце каждого месяца. Какова будет величина вклада к концу третьего года?

1) 16509,6 руб.
2) 23657,5 руб.
3) 3465 руб.

5. Предположим, что мы хотим получать доход, равный 1000 руб. в год, на протяжении четырех лет. Какая сумма обеспечит получение такого дохода, если ставка по срочным депозитам равна 10% годовых?

1) 4000 руб.
2) 3169,8 руб.
3) 3465 руб.

6. Банк начисляет 10% годовых. Проценты капитализируются ежегодно. Какую сумму вкладчик должен разместить в банке, чтобы через 5 лет получить на счете 100 тыс. руб.?

1) 68301,3 руб.
2) 62092,13 руб.
3) 6000 руб.

7. Инвестор в течение 10 лет в конце каждого года получает сумму 50 тыс. руб. и размещает каждый платеж до окончания десятилетнего периода под 10% годовых. Определите будущую стоимость аннуитета.
1) 796871,23 руб.
2) 510000 руб.
3) 876558 руб.

Тема 3. Анализ операций с векселями

1. Владелец векселя предложил его банку для учета за 60 дней до погашения. Банк произвел учет векселя по простой учетной ставке 10% годовых, заплатив владельцу векселя 25 тыс. руб. Определить номинал векселя.
1) 24583 руб.
2) 25423 руб.
3) 27500 руб.

2. Владелец векселя номиналом 25 тыс. руб. предложил его банку для учета за 60 дней до погашения. Банк произвел учет векселя по простой учетной ставке 10% годовых. Определить сумму, полученную владельцем векселя.
1) 24583 руб.
2) 20000 руб.
3) 21500 руб.

3. Владелец векселя номиналом 100 тыс. руб. с периодом обращения 2 года предложил его банку для учета. Банк произвел учет векселя по простой учетной ставке 8% годовых. Определить сумму, полученную владельцем векселя.
1) 84640 руб.
2) 84000 руб.
3) 92500 руб.

4. Владелец векселя номиналом 7 тыс. руб. с периодом обращения 2 года и 6 месяцев предложил его банку для учета. Банк произвел учет векселя по простой учетной ставке 7% годовых. Определить величину дисконта.
1) 1043 руб.
2) 1225 руб.
3) 1089 руб.

5. Владелец векселя номиналом 7 тыс. руб. с периодом обращения 2 года и 6 месяцев предложил его банку для учета. Банк произвел учет векселя по простой учетной ставке 7% годовых. Определить сумму, полученную владельцем векселя.
1) 5775 руб.
2) 5710 руб.
3) 6000 руб.

6. Простой вексель на сумму 100000 руб. с оплатой через 90 дней учитывается в банке за 30 дней до погашения. Учетная ставка банка равна 8%. Определить величину дисконта в пользу банка.
1) 24000 руб.
2) 666,7 руб.
3) 600 руб.

7. Простой вексель на сумму 100000 руб. с оплатой через 90 дней учитывается в банке за 30 дней до погашения. Учетная ставка банка равна 8%. Определить сумму, полученную владельцем векселя.
1) 99333,4 руб.
2) 90000 руб.
3) 97500 руб.

Тема 4. Оценка купонных облигаций

1. Определить ориентировочную рыночную стоимость облигации номиналом 1000 руб. при условии, что срок погашения облигации наступает через три года, купонный доход выплачивается в начале каждого года по ставке 10% годовых, а ставка банковского процента 9% годовых.
1) 1048 руб.
2) 1025 руб.
3) 1036 руб.

2. Определить курс, по которому будет совершена сделка купли-продажи «однопериодной» облигации на предъявителя при условии, что годовой купон – 10%, а сделка заключается за 18 дней до выплаты дохода. Расчетный год считать равным 360 дням.
1) 109,5
2) 9,5
3) 95

3. Определить ориентировочную рыночную стоимость облигации номиналом 1000 руб. при условии, что срок погашения облигации наступает через два года, купонный доход выплачивается два раза в год по ставке 10% годовых, а ставка банковского процента 8% годовых.
1) 1048 руб.
2) 1025 руб.
3) 1036 руб.

4. Облигация со сроком погашения 6 лет, номиналом 10000 руб. и годовым купоном 5% предлагается к продаже. Рассчитайте текущую доходность, если облигация будет куплена за 9000 руб.
1) 5,5%
2) 5,9%
3) 15%

5. Облигация со сроком погашения 6 лет, номиналом 10000 руб. и годовым купоном 5% предлагается к продаже. Рассчитайте предельную стоимость облигации, если требуемая норма дохода 7% годовых.
1) 9046,69 руб.
2) 11015,14 руб.
3) 8662,45 руб.

6. Приобретенная купонная облигация без погашения принесет владельцу в течение первых двух лет ежегодный доход по 2500 руб., а в последующие 4 года – по 3500 руб. Какова современная стоимость совокупного дохода, если ставка дисконта 6%, а выплаты осуществляются в конце года?

1) 15377,24 руб.
2) 13394,25 руб.
3) 16299,88 руб.

7. Определить курс облигации номиналом 10000 руб., если она реализована на рынке по цене 8500 руб.
1) 85
2) 117
3) 100

8. Определить величину ежегодного дохода по облигации номиналом 1000,00 руб. при купонной ставке 5%.
1) 5 руб.
2) 50 руб.
3) 10 руб.

9. Облигация выпущена сроком на 4 года. Ежегодно выплачиваются по купонам 12% годовых, рыночная процентная ставка – 12,5%. Курс облигации – 98,5. Определить дюрацию.
1) 3,397
2) 3,0222
3) 4,21

10. Облигация выпущена сроком на 4 года. Ежегодно выплачиваются по купонам 12% годовых, рыночная процентная ставка – 12,5%. Курс облигации – 98,5. Рассчитать модифицированную дюрацию.
1) 3,397
2) 3,0222
3) 4,21

Т е м а 5. Оценка бескупонных и бессрочных облигаций

1. Бескупонная облигация номиналом 1000,00 и погашением через четыре года приобретена по цене 800,00. Определить доходность облигации к погашению.
1) 0,118
2) 0,057
3) 0,25

2. Какую цену заплатит инвестор за бескупонную облигацию номиналом 10000,00 и погашением через два года, если требуемая норма доходности равна 7,4%?
1) 2391,72
2) 5000,00
3) 8669,45

3. Краткосрочное обязательство со сроком погашения 120 дней было приобретено по цене 95 от номинала. Определить доходность операции для инвестора с использованием обыкновенных процентов.
1) 0,158
2) 0,079
3) 0,16

4. Краткосрочное обязательство со сроком погашения 120 дней было приобретено по цене 95 от номинала. Определить доходность операции для инвестора с использованием точных процентов.

1) 0,158
2) 0,079
3) 0,16

5. Бескупонная облигация номиналом 1000,00 и погашением через два года приобретена по цене 800,00. Определить доходность облигации к погашению.

1) 0,118
2) 0,057
3) 0,25

6. Какую цену заплатит инвестор за бескупонную облигацию номиналом 100,00 и погашением через 60 дней, если требуемая норма доходности равна 8%?

1) 88,3
2) 98,7
3) 98,2

7. Облигация со сроком обращения 100 лет была куплена по курсу 83. Ставка купона – 7%, выплачиваемых раз в полгода. Определить доходность операции к погашению.

1) 0,086
2) 0,075
3) 0,08

8. Бессрочная облигация была куплена по курсу 75. Ставка купона – 5%, выплачиваемых раз в полгода. Определить текущую доходность операции.

1) 0,067
2) 0,133
3) 0,1

Тема 6. Анализ доходности сертификатов

1. Номинал сертификата 100 тыс. руб., купон – 25%, выпущен на 181 день. По какой цене инвестору следует купить сертификат за 20 дней до погашения, чтобы обеспечить доходность операции на уровне 30%?

1) 110579 руб.
2) 110627 руб.
3) 109543 руб.

2. Номинал сертификата 100 тыс. руб., купон – 10%, выпущен на 181 день. Инвестор покупает его за 30 дней до погашения по цене 103. Определите доходность его операции, если он продержит сертификат до погашения.

1) 23,1%
2) 25,1%
3) 13,1%

3. Банк выпустил депозитные сертификаты номиналом 100 тыс. руб. сроком на 181 день по ставке 10% годовых. Определите сумму, которую инвестор получит в конце срока при предъявлении сертификата (временная база – 360 дней).

1) 105027,78 руб.
2) 112000,35 руб.
3) 103652 руб.

4. Банк выпустил депозитные сертификаты номиналом 100 тыс. руб. сроком 4 года по ставке 8% годовых. Определите сумму, которую инвестор готов заплатить при покупке сертификата, если требуемая норма доходности 10%?
1) 100000 руб.
2) 92923 руб.
3) 107615 руб.

5. Депозитный сертификат со сроком погашения 8 лет, номиналом 10000 руб. и годовым купоном 5% предлагается к продаже за 10500 руб. Рассчитайте доходность к погашению.
1) 5,6%
2) 6%
3) 4,8%

5. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

1. Башарин, Г.П. Начала финансовой математики / Г.П. Башарин. – М. : Инфра-М, 1997. – 160 с.
2. Капитоненко, В.В. Финансовая математика и ее приложения : учеб.-практ. пособие для вузов / В.В. Капитоненко. – М. : ПРИОР, 1999. – 144 с.
3. Лукасевич, И.Я. Анализ финансовых операций: методы, модели, техника вычислений / И.Я. Лукасевич. – М. : Финансы, ЮНИТИ, 1998. – 402 с.
4. Мелкумов, Я.С. Финансовые вычисления. Теория и практика : учеб.-справ. пособие / Я.С. Мелкумов. – М. : Инфра-М, 2007. – 406 с.
5. Салин, В.Н. Техника финансово-экономических расчетов / В.Н. Салин, О.Ю. Ситников. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 112 с.
6. Фомин, Г.П. Финансовая математика: 300 примеров и задач : учеб. пособие / Г.П. Фомин. – М. : Гном-Пресс, 2000. – 148 с.
7. Четыркин, Е.М. Методы финансовых и коммерческих расчетов / Е.М. Четыркин. – М. : Дело, 1995. – 320 с.
8. Четыркин, Е.М. Финансовая математика / Е.М. Четыркин. – М. : Дело, 2004. – 400 с.

Дополнительная литература

9. Алексеев, М.Ю. Рынок ценных бумаг / М.Ю. Алексеев. – М. : Финансы и статистика, 1993. – 352 с.
10. Банковские операции : учеб. пособие / под общ. ред. О.И. Лаврушина. – М. : ИНФРА-М, 1995. – Ч. 1. – 96 с.
11. Буренин, А.Н. Рынок ценных бумаг и производных финансовых инструментов : учеб. пособие / А.Н. Буренин. – М. : НТО им. академика С.И. Вавилова, 2002. – 352 с.
12. Ващенко, Т.В. Математика финансового менеджмента / Т.В. Ващенко. – М. : Перспектива, 1996. – 82 с.
13. Вебер, М. Коммерческие расчеты от А до Я. Формулы, примеры расчетов и практические советы / М. Вебер ; пер. с нем. – М. : Дело и Сервис, 2003. – 384 с.
14. Ершов, Ю.С. Финансовая математика в вопросах и ответах : учеб. пособие / Ю.С. Ершов. – Новосибирск : Сибирское соглашение, 1999. – 159 с.
15. Капельян, С.Н. Основы коммерческих и финансовых расчетов / С.Н. Капельян, О.А. Левкович. – Минск : НТЦ «АПИ», 1999. – 183 с.
16. Ковалев, В.В. Сборник задач по финансовому анализу : учеб. пособие / В.В. Ковалев. – М. : Финансы и статистика, 2003. – 128 с.
17. Ковалев, В.В. Курс финансовых вычислений / В.В. Ковалев, В.А. Уланов. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 544 с.
18. Корнилов, И.А. Основы актуарных расчетов : учеб. пособие / И.А. Корнилов. – М. : Изд-во МЭСИ, 1998. – 120 с.
19. Корнилов, И.А. Актуарные расчеты в практике страхования / И.А. Корнилов. – М. : Изд-во МЭСИ, 1998. – 66 с.
20. Кочович, Е. Финансовая математика: теория и практика финансово-банковских расчетов / Е. Кочович ; пер. с серб. – Предисл. Е.М. Четыркина. – М. : Финансы и статистика, 1994. – 268 с.
21. Кутуков, В.Б. Основы финансовой и страховой математики: методы расчета кредитных, инвестиционных, пенсионных и страховых схем / В.Б. Кутуков. – М. : Дело, 1998. – 304 с.
22. Лукашин, Ю.П. Основы финансовой математики : учеб. пособие / Ю.П. Лукашин. – М. : Изд-во МЭСИ, 1999. – 60 с.

23. Мелкумов, Я.С. Финансовые вычисления в коммерческих сделках / Я.С. Мелкумов, В.Н. Румянцев. – М. : Интел-Синтез, 1995. – 57 с.
24. Мифтахова, Е.Ф. Сборник финансовых задач / Е.Ф. Мифтахова, А.А. Аюпов, Н.А. Гарусова. – Казань : Изд-во ТИСБИ, 1998. – 220 с.
25. Первозванский, А.А. Финансовый рынок: расчет и риск / А.А. Первозванский, Т.Н. Первозванская. – М. : Инфра-М, 1994. – 192 с.
26. Радионов, Н.В. Основы финансового анализа: математические методы, системный подход / Н.В. Радионов, С.П. Радионова. – СПб. : Альфа, 1999. – 592 с.
27. Рынок ценных бумаг : учеб. / под ред. В.А. Галанова [и др.]. – М. : Финансы и статистика, 2006. – 448 с.
28. Уланов, В.А. Сборник задач по курсу финансовых вычислений / В.А. Уланов ; под ред. В.В. Ковалева. – М. : Финансы и статистика, 2000. – 400 с.
29. Фельдман, А.А. Вексельное обращение / А.А. Фельдман. – «Российская и международная практика». М. : Инфра-М, 1995. – 352 с.
30. Хелферт, Э. Техника финансового анализа / Э. Хелферт. – М. : Аудит, ЮНИТИ, 1996. – 663 с.
31. Четыркин, Е.М. Финансовый анализ производственных инвестиций / Е.М. Четыркин. – М. : Дело, 2001. – 255 с.
32. Шарп, У.Ф. Инвестиции / У.Ф. Шарп, Г. Дж. Александер, Дж. В. Бэйли. – М. : Инфра-М, 2009. – 1027 с.

6. ГЛОССАРИЙ

Акция – ценная бумага, выпускаемая акционерным обществом, дающая право ее владельцу – акционеру участвовать в его управлении, получать дивиденды из прибыли и долю имущества при ликвидации общества.

Английская практика (точные проценты с точным числом дней ссуды) – метод процентных расчетов, при котором продолжительность года принимается равной 365 или 366 дням, а число дней между датами получения и погашения кредита рассчитывается точно по календарю.

Аннуитет (финансовая рента) – ряд последовательных платежей, производимых через равные промежутки времени.

Антисипативный (предварительный) метод начисления процентов – заключается в том, что проценты начисляются в начале расчетного периода, при этом за базу (100%) принимается сумма долга, подлежащая погашению.

Банковский кредит – кредит, предоставляемый одним субъектом сделки (как правило, финансовым институтом) другому в виде денежной суммы.

Банковское дисконтирование – основано на использовании учетной ставки, т. е. проценты за пользование ссудой начисляются на сумму, подлежащую уплате в конце срока ссуды.

Вексель – ценная бумага, составленная по установленной законом форме и содержащая безусловное обязательство уплатить указанную в нем сумму в оговоренные сроки.

Вечная рента – финансовая рента с неограниченным числом членов и неограниченным временем действия.

Внутренняя норма доходности – ставка дисконтирования, при использовании которой текущая стоимость притоков денежных капиталов равна текущей стоимости их оттоков, что в результате дает нулевую чистую текущую стоимость.

Выпуклость облигации – показатель, характеризующий реакцию цены облигации на значительные изменения процентной ставки на рынке капиталов,

«Германская практика» (обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды) – метод процентных расчетов, при котором срок ссуды, не равный целому числу лет, определяется в неполном году количеством месяцев по 30 дней в каждом, начиная с момента выдачи ссуды и до момента ее погашения, и точным числом дней ссуды в неполном месяце; продолжительность года принимается равным 360 дням.

Годовая рента – рента, по которой платежи производятся раз в году.

Декурсивный метод – метод процентных расчетов, при котором начисление процентов производится в конце расчетного периода.

Депозитный сертификат – денежный документ, выпускаемый первоклассными банками, с обязательством оплатить вклад (депозит) с начисленными на него процентами в конкретный срок; выписывается на конкретное лицо.

Депорт – сделки, при которых покупается иностранная валюта на условиях «спот» и одновременно она же продается на условиях «форвард»; участники сделки играют на понижение курса ценных бумаг с целью получения курсовой разницы.

Дисконт – а) учетный процент, взимаемый банком при учете векселей; б) скидка с курса валюты при срочных наличных операциях; в) разница между номиналом ценной бумаги и ее курсом на фондовой бирже в случае, когда последний ниже.

Дисконтирование – термин, используемый в финансовой практике и имеющий несколько значений, в том числе: а) покупка ценной бумаги по цене ниже ее номинальной стоимости; б) определение современной (приведенной) величины, т. е. нахождение суммы, предоставленной в кредит, по наращенной сумме, обусловленной процентной ставкой и сроками кредита.

Дисконтный множитель – показатель, характеризующий, во сколько раз первоначальная сумма ссуды меньше наращенной суммы.

Дискретные ренты – ренты, по которым платежи производятся в определенные сроки (год, несколько раз в году или сроки, превышающие год).

Индекс покупательной способности денег – величина, обратная индексу цен.

Конверсия займа – изменение первоначальных условий займа (процента, срока погашения, срока купонных выплат).

Конверсия рент – изменение условий выплаты ренты, т. е. частичное или полное изменение первоначальных параметров ренты, приводящее к образованию новой ренты и, следовательно, к изменению финансовых результатов сделки.

Консолидация платежей – объединение нескольких платежей в один с установлением единого срока погашения.

Консолидация рент – объединение нескольких рент в одну, основанное на принципе финансовой эквивалентности.

Коэффициент наращения ренты – показывает, во сколько раз наращенная сумма ренты больше первого члена ренты.

Коэффициент приведения ренты – показывает, сколько рентных платежей содержится в современной величине.

Купонная норма доходности – это процентная ставка, по которой владельцу облигации выплачивается периодический доход. Соответственно, сумма периодического дохода равна произведению купонной ставки на номинал облигации и, как правило, выплачивается раз в год, полугодие или квартал.

Курс облигации – цена облигации в расчете на 100 денежных единиц ее номинала.

Маржа – разница между курсами, ценами, ставками (обычно подразумевается надбавка к общепринятому ориентиру – стоимости кредита), уплачиваемая конкретным заемщиком; служит источником доходов котирующей организации, формирующихся в результате положительной разницы между ценой покупателя и продавца.

Наращение – процесс увеличения первоначальной суммы в результате начисления процентов.

Номинальная стоимость – это сумма, указанная на бланке облигации или в проспекте эмиссии.

Параметры облигации – показатели, характеризующие облигацию: номинальная цена, выкупная цена в случае, если она отличается от номинальной, норма доходности, сроки выплаты процентов.

Переводной вексель (тратта) – письменный приказ кредитора (трассанта) заемщику (трассату) об уплате суммы, обозначенной в векселе, третьему лицу (ремитенту) или предъявителю, если вексель предъявительский.

Переменная рента – поток последовательных платежей, члены которого не являются постоянными величинами.

Период ренты – временной интервал между двумя рентными платежами.

Показатель изменчивости – характеризует среднюю продолжительность платежей по облигации.

Полная доходность инвестиций – минимальная расчетная годовая ставка процентов, при использовании которой все доходы, будучи капитализированы, составят сумму не меньше, чем сумма инвестиций.

Портфель ценных бумаг – набор ценных бумаг, находящийся в распоряжении инвестора.

Приведенная (современная) величина ренты – один из обобщающих показателей ренты: сумма всех членов ренты, уменьшенных (дисконтированных) на величину процентной ставки на определенный момент времени, совпадающий с началом потока платежей или предшествующий ему; показывает, какую сумму следовало бы иметь первоначально, чтобы, разбив ее на равные взносы, на которые бы начислялись установленные проценты в течение срока ренты, можно было бы обеспечить получение наращенной суммы.

Процентная ставка – величина, характеризующая доходность кредитной сделки. Она показывает, какая доля от суммы выданного кредита будет возвращена владельцу капитала в виде дохода.

Процентные деньги – величина процентного дохода, т. е. дохода, полученного в виде процентов на вложенный капитал.

Проценты простые – начисление процентов в течение всего срока кредита на одну и ту же величину капитала, предоставленного в кредит.

Проценты сложные – начисление процентов, при котором начисленные проценты на первоначальную сумму складываются с этой суммой, а в последующих периодах проценты начисляются на уже наращенную сумму. При использовании данного метода база для начисления процентов постоянно меняется.

Рента постнумерандо – рента, в которой платежи производятся в конце соответствующих периодов (года, полугодия, квартала и т. д.).

Рента пренумерандо – рента, в которой платежи производятся в начале соответствующих периодов (года, полугодия, квартала и т. д.).

Смешанные ренты – метод начисления процентных платежей в финансовых рентах, совмещающий начисление процентов за целые годовые периоды по ставке сложных процентов, а на платежи, вносимые в течение года, – по ставке простых процентов.

Спрэд – а) разница между валютным курсом спроса и предложения; б) разница между ценой, вырученной за ценные бумаги эмитентом, и ценой, уплаченной за них инвестором.

Среднее квадратическое отклонение (дисперсия) – статистический показатель, характеризующий степень рассеивания (вариации) случайных величин от их средней величины.

Срок облигации – средневзвешенная величина, определяющая средний срок всех выплат по облигациям.

Срок ренты – время от начала реализации ренты до момента начисления последнего платежа.

Срочная уплата – денежная сумма, предназначенная для погашения части основного долга и текущих процентов по нему за определенный период времени.

Ставка погашения долга – показатель, характеризующий величину доли выплаты основного долга в определенный период.

Ставка помещения облигации – показатель полной доходности облигации; является расчетной величиной и в явном виде на рынке ценных бумаг не выступает.

Ставка сравнения – показатель, используемый для сравнения выгодности альтернативных коммерческих контрактов.

Текущая доходность облигации – характеризует выплачиваемый годовой процент на вложенный капитал, т. е. на сумму, уплаченную в момент приобретения облигации.

Учетная ставка – ставка, используемая при учете векселей, а также как процентная ставка Центрального банка.

«Французская практика» (обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды) – метод процентных расчетов, при котором продолжительность года принимается равной 360 дням, а число дней между датами получения и погашения кредита рассчитывается как разность календарных дней.

Цена капитала – отношение суммы, уплаченной за использование заемных финансовых ресурсов, к общему объему этих ресурсов; выражается в процентах.

Чистый приведенный доход (эффект) – текущая (дисконтированная) стоимость денежных притоков за вычетом текущей стоимости денежных оттоков.

Член ренты – величина отдельного рентного платежа.

Эквивалентная процентная ставка – ставка, обеспечивающая такой же финансовый результат, как и при использовании альтернативной процентной ставки.

Эффективная процентная ставка – ставка, отражающая реальный доход от коммерческой сделки, т. е. ставка, по которой фактически были начислены проценты на первоначальную сумму.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Анна Анатольевна ГЛУХОВА

ФИНАНСОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Учебное пособие
для студентов заочной формы обучения

Технический редактор *З.М. Малявина*
Корректор *Г.В. Данилова*
Компьютерная верстка: *И.И. Шишкина*
Дизайн обложки: *И.И. Шишкина*

Подписано в печать 19.08.2010. Формат 84х108/16.
Печать оперативная. Усл. п. л. 5,8. Уч.-изд. л. 5,2.
Тираж 70 экз. Заказ № 1-29-10.

Тольяттинский государственный университет
445667, г. Тольятти, ул. Белорусская, 14