МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)
Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование кафедры)

44.04.01 «Педагогическое образование»
(код и наименование направления подготовки)
«Математическое образование»
(направленность (профиль))

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

на тему **«НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВО МАТЕМАТИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ ДЕТЕЙ МЛАДШЕГО И СРЕДНЕГО ВОЗРАСТА»**

Студент	А.Л. Хлобыстин (И.О. Фамилия)	____________________ (личная подпись)
Научный руководитель	Р.А. Утеева (И.О. Фамилия)	____________________ (личная подпись)

Руководитель программы д.п.н., профессор, Р.А. Утеева ______________
(ученая степень, звание, И.О. Фамилия) (личная подпись)
«____»__________2019 г.

Допустить к защите

Заведующий кафедрой д.п.н., профессор, Р.А. Утеева ______________
(ученая степень, звание, И.О. Фамилия) (личная подпись)
«____»__________2019 г.

Тольятти 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. На сегодняшний день остро стоит вопрос о качественном обучении математике. Обучение школьников различным методам мышления и приемам познания, формирование у них математического мышления являются основополагающими целями обучения в современной модели математического образования школьников. Так как, в настоящее время математика стремительно развивается и находит отклик почти во всех отраслях знаний. Многие отечественные методисты, такие как Колягин Ю.М., Виноградова Н.Ф., Дорофеев Г.В., Гусев В.А., Петерсон Л.Г., Талызина Н.Ф., Истомина Н.Б. и др., рассматривают необходимость математического развития учащихся. Они показывают, что в процессе начального и среднего обучения у ребенка развиваются психические функции и закладывается общая основа познавательных способностей и интеллектуального потенциала личности.

Как известно, в математике очень большую роль играют решение текстовых задач, система которых является основным средством для развития важнейших математических представлений у школьников. Очевидно, что умение решать задачи является одной из самых главных целей обучения, а также не менее важным программным требованием, так как это умение – один из основных показателей уровня математического развития, глубины освоения учебного материала.

Так как в последнее время усилилось внимание к развитию и воспитанию школьников при обучении математике, значительно изменилась вся системная составляющая задач и функции выполняемые ими. Кроме дидактических функций, большое количество задач так же выполняют развивающие и познавательные функции [38].

Одним из факторов математического развития учащихся может быть изменение предметного содержания за счет включения в программу по математике компонентов, которые не входят в традиционный курс.

В исследованиях Гарднера М., Поляк Г.В., Пойа Д., Колягина Ю.М., Фридмана Л.М. и др. описаны, в основном, вопросы классификации и приемы решения нестандартных задач.

Анализ научно-методической литературы и практического опыта работы со школьниками показывает, что в настоящее время возникло следующее противоречие между:

– необходимостью использования нестандартных задач как эффективного средства математического развития детей младшего и среднего возраста и недостаточным использованием таких задач на практике, обусловленное трудностями объективного характера (как для учителя, так и для ученика и относительно слабой подготовленностью методической базы для осуществления этого).

Учитывая вышеизложенное противоречие, становится очевидным **актуальность проблемы исследования:** *каковы методические особенности включения нестандартных задач* в содержание обучения математике для реализации развивающего потенциала учебного предмета.

Объект исследования: процесс математического развития школьников младшего и среднего возраста при обучении математике в школе.

Предмет исследования: методика использования нестандартных математических задач в качестве средства математического развития детей младшего и среднего школьного возраста.

Цель исследования: выявление *методических особенностей включения нестандартных задач* в содержание обучения математике для реализации развивающего потенциала учебного предмета.

В основу исследования положена следующая **гипотеза**: если систематически включать нестандартные математические задачи в систему уроков математики и во внеурочную деятельность, то это повысит уровень математического развития детей младшего и среднего возраста.

Для достижения цели необходимо выполнить следующие **задачи**:

1. Выделить различные подходы к математическому развитию детей младшего и среднего возраста посредством решения нестандартных задач.

2. Проанализировать программы, учебники, опыт использования нестандартных задач как средства математического развития детей младшего и среднего школьного возраста.

3. Изучить и проанализировать методику обучения решению нестандартных задач.

4. Разработать систему работы с нестандартными задачами для математического развития школьников.

5. Описать опытно-поисковое исследование по определению математического развития школьников в ходе решения нестандартных задач.

Теоретическая основа исследования:

- теории развивающего обучения (Занков Л.В., Эльконин Д.Б.);
- психолого-педагогические теории Выготского Л.С., Крутецкого В.А., Лейтеса Н.С., Леонтьева А.А., Немова Р.С., Рубинштейна С.Л., Юркевич В.С. о развитии математических способностей в процессе учебной деятельности, организованной специальным образом;
- концепция дифференцированного обучения математике Утеевой Р.А.

Основные этапы исследования:

1 этап (2017/18 уч.г.): анализ диссертаций по теме исследования, анализ учебников и задачников, нормативных документов анализ школьных учебников, нормативных документов (стандартов, образовательных и рабочих программ), анализ опыта работы школы по данной теме.

2 этап (2017/18 уч.г.): определение теоретических и методических основ исследования по теме диссертации.

3этап (2018/19 уч.г.): разработка методических рекомендаций по применению программы обучения решению нестандартных задач для элективных курсов.

4 этап (2018/19 уч.г.): оформление диссертации, корректировка ранее представленного материала, уточнение аппарата исследования, описание результатов экспериментальной работы, формулирование выводов.

Новизна исследования заключается в том, что: разработаны критерии отбора нестандартных задач, процесс решения которых влияет на математическое развитие детей младшего и среднего возраста.

Теоретическая значимость исследования определяется тем, что в диссертации: обоснована целесообразность использования нестандартных математических задач в разнообразных формах и на различных этапах обучения математике в качестве средства математического развития; раскрыта связь между особенностями нестандартных задач и развитием познавательных умений и навыков учащихся.

Практическая значимость исследования состоит в том, что была предложена методика обучения, которая реализует идею математического развития в процессе решения нестандартных математических задач для детей младшего и среднего возраста, которая может быть полезна учителям математики общеобразовательных школ.

На защиту выносятся:

1. Методические рекомендации по использованию нестандартных задач в качестве математического развития для учащихся младшего и среднего возраста.

2. Методический проект «Метод графов при решении нестандартных задач».

Апробация результатов исследования осуществлялась путём отчетов по научно-исследовательской работе, а также представления доклада на IX международной научной конференции "Математика. Образование. Культура" (апрель 2019 г., Тольятти, ТГУ).

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемой литературы и приложения.

По теме исследования опубликована 1 статья в сборнике трудов научной конференции.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ ДЕТЕЙ МЛАДШЕГО И СРЕДНЕГО ВОЗРАСТА ПОСРЕДСТВОМ РЕШЕНИЯ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ

§1. Различные подходы к математическому развитию детей младшего и среднего возраста посредством решения нестандартных задач

В настоящее время для новой модели образования характерны использование личностно-ориентированного подхода к обучению, создание условий для самоорганизации и саморазвития личности, идея развивающего обучения, субъектность образования, концентрация на конструирование содержания, форм и методов обучения и воспитания, которые должны обеспечивать развитие познавательных способностей и личностных качеств учеников.

В качестве основных целей концепции школьного математического образования принято выделять обучение школьников различным методам и приемам математического познания, формирование у них качеств математического мышления, а также соответствующих мыслительных умений и способностей. Важность этих качеств усиливается ростом значения и применения математики в таких областях, как наука, экономика и производство.

Стоить заметить, что такие ведущие российские ученые, как В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев, Н.Б. Истомина, Ю.М. Колягин, Л.Г. Петерсон отмечают необходимость математического развития школьников в учебной деятельности. На протяжении обучения в школе у ребенка не только развиваются все психические функции, но и закладывается общий фундамент познавательных способностей и интеллектуального потенциала личности.

Термин "развитие" в психологии определяется как последовательные, прогрессирующие существенные изменения в психике и личности человека, проявляющиеся как определенные новообразования. Стоит отметить, что еще в 1930-е гг. выдающийся российский психолог Л.С. Выготский обосновал положение о возможности и целесообразности обучения, ориентированного на развитие ребенка.

Л.В. Занков был один из первых ученых предпринявших попытку практически реализовать идеи Л.С. Выготского. В 1950-1960-е гг. он разработал принципиально новую систему начального образования, которая нашла большое число последователей. Согласно системе Л.В. Занкова, эффективное развитие познавательных способностей учащихся возможно лишь при соблюдении пяти основных принципов:

1. Трудность обучения является высокой.
2. Теоретические знания занимают ведущую роль.
3. Материал усваивается учениками быстро.
4. Школьники сознательно учувствуют в учебном процессе.
5. Выполняется систематическая работа над развитием всех учащихся.

Авторы Д.Б. Эльконин и В.В. Давыдов считали, что во главе угла учебной деятельности должны стоять теоретическое знание и мышление. Позицию ученика в процессе учения они считали самым важным изменением. Основным нововведением было то, что ученик является не обьектом педагогических воздействий, а субьектом обучения. Отметим, что даже сегодня эта теория признана во всем мире и является одной их самых перспективных и последовательных в плане реализации положений Л.С. Выготского о развивающем и опережающем характере обучения.

Позже появились концепции развивающего обучения З.И. Калмыковой, Е.Н. Кабановой-Меллер, Г.А. Цукерман, С.А. Смирнова, П.Я. Гальперина и Н.Ф. Талызиной (теория поэтапного формирования умственных действий). Однако, по мнению методиста В.А. Тестова «в большинстве из этих педагогических систем роль ученика сводится к простому следованию за развивающим воздействием учителя…» [39].

Сегодня по направлению развивающего обучения существует много различных программ и средств обучения по математике. Это учебники Э.Н. Александровой, И.И. Аргинской, Н.Б. Истоминой, Л.Г. Петерсон для начальных классов, а так же учебники для средней школы Г.В. Дорофеева, А.Г. Мордковича, С.М. Решетникова, Л.Н. Шеврина. Отметим, что развитие личности в процессе изучения математики авторы данных учебников понимают по-разному. Так одни из авторов акцентируют внимание на развитии мышления, наблюдения и практических действий, другие - на формировании соответствующих умственных действий, третьи - на важности обеспечения условий, которые бы обеспечивали становление учебной деятельности и развитие теоретического мышления.

Таким образом, *математические развитие* ученика – это целенаправленное и организованное формирование и развитие совокупности взаимосвязанных базовых (основных) качеств и свойств математического мышления ученика и его способностей к математическому познанию действительности.

Целью математического развития детей является развитие и стимуляция математического мышления.

Стоит отметить, что целенаправленное развитие конструктивного и пространственного мышления является главным направлением организации математического развития.

Ролью универсального средства изучения свойств математических объектов является модель изучаемого математического понятия или отношения. Очень важным, на наш взгляд, является тот факт, что при этом происходит обучение детей общим способам деятельности с математическими моделями реальной действительности и способам построения этих моделей, а также учитывается специфика математики как науки.

А.В. Белошистая подчеркивает, что «моделирование позволяет очень эффективно формировать сравнение, классификацию, анализ и синтез, обобщение, абстрагирование, индуктивные и дедуктивные способы рассуждений. Это в свою очередь помогает стимулировать развитие словесно-логического мышления. Этот подход обеспечивает математическое развитие ребенка путем формирования и развития его математического мышления» [5].

Что же отличает математическое мышление от общего определения мышления вообще?

Л.П. Терентьева характеризует математическое мышление как «одно из самых важных компонентов процесса познавательной деятельности учащихся. Она акцентирует внимание на том, что без целенаправленного развития математического мышления достижение эффективных результатов в овладении школьниками математических знаний, умений и навыков становится практически невозможным» [40].

В теории и методике обучения математике авторы книги «Методика преподавания математики в средней школе» В.А. Оганесян, Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, В.Я. Саннинский под математическим мышлением понимают, «во-первых, ту форму, в которой появляется диалектическое мышление в процессе познания человеком конкретной науки математики или в процессе применения математики в других науках, технике, народном хозяйстве и т.д.; во-вторых, ту специфику, которая обусловлена самой природой математической науки, применяемых ею методов познания явлений реальной действительности, а также теми общими приёмами мышления, которые при этом используются» [25].

Отметим, что математическое мышление имеет свои специфические черты и особенности, «которые обусловлены спецификой изучаемых при этом объектов, а также спецификой методов их изучения. Математическое мышление характеризуют появлением определённых качеств мышления. К ним относятся: гибкость, оригинальность, глубина, целенаправленность, рациональность, широта, активность, критичность, доказательность мышления, организованность памяти, чёткость и лаконичность речи и записи» [2].

Гибкость мышления проявляется в умении изменять способы решения задачи, выходить за рамки стандартного и привычного способа действия, находить другие способы решения проблем при изменении задаваемых условий. Стоит отметить, что гибкость мышления была отмечена А. Эйнштейном как характерная черта творчества.

Целенаправленность мышления позволяет найти более экономичный способ решения некоторых задач, которые обычно либо сложно решить, либо решение очень долгое.

Рассмотрим **задачу** о вычислении суммы 1+2+3+…+97+98+99+100. Если целью будет упростить вычисление, применяя какие-либо законы сложения, то школьник очень легко сможет установить что: 1+2+3+…+97+98+99+100= (1+99)+(2+98)+…+(49+51), исключить числа 50 и 100, затем разделив количество выражений 98 на 2, полученное число 49 умножить на 100, и закончить пример прибавлением к произведению 4900 чисел 50 и 100, полученный результат 5050.

Целенаправленность мышления способствует проявлению рациональности мышления, которая характеризуется склонностью к экономии времени и средств решения задачи, стремление отыскать оптимально простое в данных условиях решение, использовать в ходе решения схемы, условные обозначения.

Рациональность мышления очень часто проявляется при наличии широты мышления - способности формировать обобщённые способы действий, имеющие широкий диапазон переноса и применения к частным, умение охватить проблему в целом, не упуская при этом имеющих значение деталей; обобщить проблему, расширить область приложения результатов, полученных в процессе её разрешения.

Умение отделить главное от второстепенного, отделить то, что строго доказано, от того, что принято «на веру», обнаружить логическую структуру рассуждения определяет глубину мышления. Решение математических софизмов, которые являются одним из типов нестандартных задач, очень ярко показывает глубину мышления.

Очень важно отметить, что все выше упомянутые качества математического мышления могут развиться только при наличии активности мышления. Оно в свою очередь характеризуется постоянством усилий, которые направленные на решение некоторой проблемы, желанием обязательно разрешить поставленную задачу, а также изучить различные способы ее решения, исследовать различные варианты постановки этой проблемы в зависимости от изменения условий.

Качество мышления, противоположное данному качеству, есть пассивность мышления. Оно формируется в результате формального усвоения математических знаний.

Очень важное место среди качеств математического мышления занимает критичность мышления. Оно характеризуется умением оценить правильность выбранных путей решения определенной задачи, получаемые при этом результаты с точки зрения их достоверности, значимости.

В процессе обучения математике это качество мышления проявляется склонностью к различного вида проверкам, грубым прикидкам найденного результата, а также к проверке умозаключений, сделанных с помощью индукции, аналогии и интуиции.

Критичность мышления школьников проявляется также в умении найти и исправить собственную ошибку, проследить заново весь ход рассуждения, чтобы натолкнуться на противоречие.

Л.П. Терентьева утверждает, что «многие методисты понимают математическое развитие учащихся с точки зрения развития всех аспектов их математического мышления. В то же время, говоря о развитии математического мышления учащихся, специалисты уверены, что основная работа по математическому развитию школьников проводится именно в процессе решения задач. Именно в ходе решения математических задач самым естественным способом можно формировать у школьников элементы творческого математического мышления наряду с реализацией непосредственных целей обучения математики» [40]. В монографии А.В. Потаниной показано как, что «через решение задач осуществляется необходимая связь теоретических знаний с практикой, умение решать задачи определяет степень обученности, общей подготовленности детей. В них заложены большие возможности для повышения общего и математического образования школьников: развитие смекалки, начал исследовательской работы, логического мышления. Раздел обучения решению задач считается наиболее трудным. И это естественно, так как решение задач вообще и математических в частности процесс творческий, требующий продуктивного подхода, проникновения в скрытые в каждой задаче связи и зависимости, которые зачастую могут быть необычными, нестандартными, а иногда уникальными. Д. Пойа считает, что если учитель математики заполнит отведенное ему учебное время натаскиванием учащихся в шаблонных упражнениях, он убьет их интерес, затормозит их умственное развитие и упустит свои возможности» [35].

В настоящее время основная функция обычных задач сводится к наглядному примеру изучаемого теоретического материала, что отрицательным образом сказывается на развитии и активизации мышления учащихся, тогда как главная цель задач – это развитие творческого и математического мышления учащихся, привитие интереса к математике, приведение к «открытию» математических фактов. Мы утверждаем, что достичь этой цели с помощью обычных стандартных задач невозможно.

Необходимость развития у школьников навыков синтеза, анализа и исследования, а так же усиление роли развивающего обучения обусловливает решение определенных задач, которые не являются типовыми и отличаются от обычных по форме, содержанию и методу решения. По методике математики такие задачи принято называть нестандартными. Стоить отметить, что они необязательно должны быть сложными, при этом решение таких задач является непривычным для школьников. Поскольку происходит постоянное развитие структуры и содержания текстовых задач, то вполне закономерным и обоснованным является процесс появления нестандартных задач.

Темой многих зарубежных и отечественных исследований является нестандартная задача как отдельный вид математических заданий. Эта тема была упомянута египтянами, греками, индийцами, китайцами, арабами. Этому вопросу посвящались работы многих знаменитых математиков и педагогов. Самыми знаковыми являются имена Л. Пизанского (Фибоначчи), Д. Кардано, П. Ферма, В. Лейбница, Л. Эйлера, К. Гаусса, И. Краснопольского, В.И. Обреимова, Е.И. Игнатьева, Я.И. Перельмана.

Говоря о российской истории развития нестандартных задач, стоит отметить, что раньше их называли «занимательными задачами». Если в русской рукописной литературе XVII века и в книгах начала и середины XVIII века занимательные задачи были рассеяны среди учебных задач, то очень скоро - в конце XVIII века этим задачам уже начали посвящаться отдельные издания.

В 1831 году выходит книга И. Буттера "Занимательные и увеселительные задачи и загадки", которая содержала в себе более сотни различных задач и головоломок. Вскоре после этого, в 1884 году выходят две книги Василия Обреимова - "Математические софизмы" и "Тройная головоломка". В 1903 году выходит еще одна книга под названием "Задачи, вопросы и софизмы для любителей математики", авторами которой являются два московских преподавателя из университета и реального училища Д. Горячев и А. Воронец. Стоит отметить, что она была очень хорошо составлена методически и поэтому не устарела и даже сейчас находит свое применение. Еще одна книга, которая была посвященная нестандартным задачам, но предназначена для школьников, вышла в 1911 году - она была написана учителем из Казани П. Кильдюшевскими называлась "Юным математикам". Определенную лепту в пропаганду нестандартных задач внес издававшийся в те же годы "Журнал элементарной математики" под редакцией профессора В. Ермакова.

В XVIII - начале XX века книги отечественных авторов выходили практически одновременно с аналогичными зарубежными изданиями и не уступали им по качеству.

Подводя итоги вышесказанного, можно сделать вывод, что так называемые «занимательные задачи» с давних времен применялись людьми для развития и совершенствования математических знаний.

Дадим определение нестандартной задачи и приведем их классификацию.

На наш взгляд более четко сформулированное определение дает Л.М. Фридман, который под нестандартными задачами понимает задачи, «не имеющие в курсе математики общих правил и положений, определяющих точную программу их решения» [43]. Они рассчитаны на наличие исследовательского характера. Отметим, что принято считать задачу нестандартной, если при ее решении учащийся не знает ни способа ее решения, ни на какой учебный материал нужно опираться при этом.

При этом следует отметить, что само понятие «нестандартная задача» является относительным. Очевидно, что в зависимости от того, знакомы ли ученики со способами решения таких задач, одна и та же задача может быть стандартной или нестандартной. Рассмотрим **задачу:** «На детской площадке 10 двухколесных и трехколесных велосипедов. Всего у них 27 колес. Сколько двух- и сколько трехколесных велосипедов на площадке?» До тех пор, пока учащиеся не познакомятся со способом её решения, она является нестандартной. При этом, если предложить учащимся несколько аналогичных задач после решения этой, то становиться очевидным, что статус нестандартности эти задачи теряют и становятся стандартными.

Как и все задачи, нестандартные задачи имеют свои особенности. В своей выпускной квалификационной работе В.С. Храмцова [42] выделяет общие и специфические черты нестандартных задач. Так, нестандартные задачи:

- учат находить новые, оригинальные способы решения задач;
- способствуют развитию смекалки, сообразительности учащихся;
- решение задач препятствует выработке шаблонов;
- обеспечивают прочность и глубину знаний учащихся;
- не должны иметь уже известных детям алгоритмов;
- должны быть понятны всем учащимся;
- должны быть интересными по содержанию.

В свою очередь, мы бы дополнили этот список еще одним пунктом. При решении нестандартных задач у учащихся должно хватать знаний по усвоенной программе, так как учащимся будет сложно, даже можно сказать невозможно решить совершенно неизвестную и чуждую им задачу.

Нестандартные задачи:

- формируют и развивают мыслительные операции: анализа и синтеза, сравнения, аналогии, обобщения и т.д.;
- развивают мышление (в том числе и творческого);
- развивают умение решать задачи;
- развивают интерес к математике, к учебной деятельности;
- развивают качества творческой личности: познавательную активность, усидчивость, упорство в достижении цели, самостоятельность;
- подготавливают учащихся к творческой деятельности (творческое усвоение знаний, способов действий, умение переносить знания и способы действий в незнакомые ситуации и видеть новые функции объекта).

Все нестандартные задачи можно разделить на 2 категории:

1. Задачи, примыкающие к школьному курсу математики, но повышенной трудности – задачи математических олимпиад.

Эти задачи предназначается в основном для школьников, которые имеют интерес к математике и обычно связаны тематически с определёнными разделами школьной программы.

2. Задачи, которые выступают в роли математических развлечений.

Эти задачи не имеют прямого отношения к школьной программе и, как правило, не предполагают от школьников большой математической подготовки. Стоит отметить, что в эту категорию задач могут входить как задачи с очень трудным решением, так и с относительно легким, но при этом незнакомым для решающего методом, способом или алгоритмом решения.

Существует большое количество классификаций нестандартных задач, но более удачной мы считаем классификацию, данную Е.Ю. Лавлинской. Она классифицирует нестандартные задачи по способу действия, выполняемого в процессе решения. Это такие задачи, как:

1) «комбинаторные задачи, в которых рассматриваются различные комбинации из заданных объектов, удовлетворяющие определённым условиям;
2) задачи на активный перебор вариантов отношений;
3) задачи на упорядочивание элементов множества;
4) задачи на вливания и переливания;
5) задачи на взвешивания;
6) логические задачи;
7) задачи на определение функциональных, пространственных, временных отношений» [27].

Также используются и другие классификации нестандартных задач, описанные в учебно-методической литературе:

1) по характеру требований (построение или преобразование процесса, нахождение искомого);
2) по содержанию мыслительных операций, задействованных в процессе решения (это задачи на: сравнение, анализ и синтез, обобщение, классификацию, аналогию, умозаключение);
3) по приемам, задействованным в процессе решения:

- построение блок-схем;
- построение графов;

- построение таблицы;
- словесное рассуждение.

К нестандартным задачам можно также отнести: магические квадраты, задачи в стихах, логические цепочки, головоломки, математические задачи, геометрические задачи со счетными палочками, математические софизмы (умышленное, ложное умозаключение, которое имеет видимость правильного), задачи-шутки.

Что же касается роли нестандартных задач в математическом развитии школьников, то хотелось бы отметить, что решение нестандартных задач способствуют усвоению учебного материала, осмыслению, применению полученных знаний учащимися на практике. Нестандартные задачи помогают развивать мыслительные операции, способность к рассуждению, построению цепочек от частного к общему и наоборот, развивают логическое мышление и, как правило, требуют не только большого объема знаний, а именно умения эти знания применить [5].

Для решения многих нестандартных задач от учащихся не требуется знать какие-либо правила; чаще всего учащиеся должны «изобрести» свой новый приём решения. В этом случае нестандартные задачи могут быть средством формирования навыка самостоятельного построения учениками новых алгоритмов решения задач. При решении стандартных задач у школьников формируются навыки применения изучаемых алгоритмов, а при решении нестандартных задач от учащихся под руководством учителя требуется построение неизвестных алгоритмов их решения.

В педагогической литературе указывается, что «активное введение в учебный процесс нестандартных задач, специфически направленных на развитие мышления, памяти, внимания, воображения и других важных психических функций является одной из важнейших задач учителя. Привыкая к выполнению стандартных типовых заданий, направленных на закрепление базовых навыков, которые имеют единственное решение и, как правило, единственный ответ, который заранее предопределен на основе некоторого алгоритма, дети практически не имеют возможности действовать самостоятельно, эффективно использовать и развивать собственный интеллектуальный потенциал» [17].

Нами были проанализированы работы по использованию нестандартных задач в обучении учащихся. Некоторые авторы рассматривают нестандартные задачи как средство формирования математического мышления, вторые – логического мышления, а третьи – творческого мышления.

Существует работа [38], в которой решение нестандартных задач рассматривается как средство формирования субъекта учебного процесса.

Данная работа вызывает интерес, так как мы считаем, что в настоящее время главная задача учителя – это поставить ученика в позицию активного субъекта учебной действительности, организовать ее таким образом, чтобы он все более активно и самостоятельно совершенствовал умения и навыки. А интересные и занимательные «нестандартные» задачи, как утверждает Селькина Л.В., направлены именно на это. Автор уделяет большое внимание воспитанию у школьников познавательного интереса и самостоятельности, а также творческих задатков и нравственных черт. Были разработаны методические рекомендации, которые направлены на помощь учителям начальных классов при обучении методам решений нестандартных задач.

В своей работе Храмцова В.С. [44] рассматривает нестандартные задачи как средство развития математических способностей младших школьников и утверждает что, методы решений стандартных и нестандартных задач одинаковы. Ею был подготовлен практический материал, направленный на определение уровня развития математических способностей учащихся начальных классов, отобраны и реализованы нестандартные задачи в ходе практической части исследования. Храмцова отмечает, что после проведения опытно-поисковой работы, направленной на развитие математических способностей в ходе решения нестандартных задач ученики 3 класса стали демонстрировать высокий уровень способностей к логическому обобщению и степени развития этих способностей, умение абстрагирования, способностей к классификации, сравнению и упорядочиванию развитого понятийного мышления, высокий уровень проявления вербальных понятий и умения определять понятия, высокий уровень перцептивных способностей, высокий уровень проявления аналитико-синтетических способностей, интеллектуальных потенций, способность анализировать целое через составляющие его части, пространственным воображением. Как видим, во всех аспектах достигнут высокий уровень, что свидетельствует о подтверждении теории автора, что нестандартные задачи в полной мере развивают математические способности учащихся.

Диссертационная работа Митеневой С.Ф. посвящена исследованию проблем, связанных с развитием творческих способностей учащихся посредством решения нестандартных задач.

Автор приходит к выводу, что «систематическое и целенаправленное обучение учащихся решению нестандартных задач позволяет учащимся успешно решать эти задачи и оказывает положительное влияние на развитие творческих качеств учащихся. Решение таких задач способствует формированию творческой деятельности учащихся, умению быстро и правильно использовать знания, опыт, личные качества для выработки идеи решения, прогнозировать и контролировать ход своих действий, критически оценивать результаты деятельности» [32].

Так же Митенева С.Ф. в ходе эксперимента устанавливает, что «нестандартные задачи не только выполняют все основные дидактические функции задач в обучении математике, но и использование таких задач формирует продуктивный подход к решению задач, способствует развитию гибкости и критичности мышления. Ею разработаны учебные материалы, содержащие нестандартные задачи, в процессе решения которых может быть реализована идея воспитания у учащихся познавательного интереса и самостоятельности, нравственных черт и творческих задатков, а так же предложены методические рекомендации для преподавателей, содержащие описание приемов работы с нестандартными задачами».

В работе данного автора прослеживается четкое доказательство того, что если учитывать специфику учебной деятельности и систематически и целенаправленно использовать нестандартные задачи в процессе обучения, то это служит эффективным средством развития творческих способностей учащихся.

Казахстанский учитель Жумабаева З.Е. в своей работе утверждает, что нестандартные задачи - это средство развития логического мышления школьников» [19]. Автор использует гипотезу основанную на том, что компоненты логического мышления школьников развиваются более эффективно при решении нестандартных задач. После эксперимента автор указывает на положительную динамику и показатели логического мышления, подтверждающие заявленную в исследовании гипотезу. Так же Жумабаевой З.Е. сформулированы рекомендации учителям начальной школы, работающим с нестандартными задачами по развитию логического мышления младших школьников.

Опираясь на анализ теории использования нестандартных задач в обучении математике учащихся, установлена их общая и специфическая роль. Они помогают школьникам самостоятельно составлять алгоритмы и оригинальные способы решения задач. Это развивает сообразительность и смекалку учеников; препятствует выработке вредных штампов при решении задач, разрушает неправильные ассоциации в знаниях и умениях учащихся, приводит к критичности мышления учащихся, позволяет школьникам выступать в качестве субъекта учебной деятельности, развивает все качества математического мышления (гибкость, оригинальность, глубину, целенаправленность, рациональность, широту, критичность, доказательность мышления и т.д.). И, следовательно, служат хорошим средством математического развития детей младшего и среднего школьного возраста.

§2. Анализ программ, учебников, опыта использования нестандартных задач как средства математического развития детей младшего и среднего школьного возраста

В настоящее время в ФГОС большое внимание уделяется математическому развитию учащихся. В стандарте говорится, что математическое развитие – это важная составная часть педагогического процесса. Помочь в полной мере проявить свои способности, развить инициативу, самостоятельность, творческий потенциал – одна из основных задач современной школы. Успешная реализация этой задачи во многом зависит от сформированности у учащихся математических способностей, математической культуры, мировоззрения. Все уроки из курса школьной программы в той или иной степени способствуют развитию учащихся. Но именно математика является тем учебным предметом, где можно в большей степени реализовать все виды универсальных действий [39-40].

Проблема использования нестандартных задач как средство математического развития школьников очень актуальна на данном этапе реализации ФГОС НОО. Стандарт второго поколения в математической подготовке поддерживает традиции начального обучения математике, но расставляет некоторые другие акценты и определяет другие приоритеты. В стандарте обозначено, что в ходе освоения школьник должен получить возможность овладеть «основами логического и алгоритмического мышления, записи и выполнения алгоритмов». Очевидно, что одной лишь работы с готовыми алгоритмами арифметических действий, эпизодического решения логических задач, что обычно предлагается в учебниках математики, недостаточно для создания реальной основы для развития математического мышления. К сожалению, как правило, учитель не создает ситуаций для успешного математического развития.

Мы считаем, что если учителя хотят, чтобы учащиеся учились увлеченно, с интересом, на уроках математики учились не только считать, решать примеры, задачи, но и думать, то достичь этого можно путем включения в процесс обучения нестандартных задач, которые выходят за рамки учебного материала.

Современная программа, уделяя значительное внимание формированию у учащихся сознательных и прочных, доведённых до автоматизма навыков вычислений, предполагает вместе с тем и доступное детям обобщение учебного материала, понимание общих принципов и законов, лежащих в основе изучаемых математических фактов, осознание тех связей, которые существуют между рассматриваемыми явлениями.

Нами были проанализированы три наиболее часто используемые общеобразовательные программы по математике: «Начальная школа 21 века» под редакцией Н.Ф. Виноградовой [24], «Школа 2000» (автор Л.Г. Петерсон) [33] и «Школа России» (автор М.И. Моро) [29]. На основе проведенного анализа была выведена классификация нестандартных задач, изучаемых по данным программам. Виды нестандартных задач расположены в порядке их употребления, т.е. от часто используемых задач в данной программе к менее используемым. Итоги представлены в Таблице 1.

Из данной таблицы видно, что две программы («Начальная школа 21века» и «Школа 2000») делают упор на комбинаторные задачи, этот вид является наиболее доступным для восприятия детей, т.к. он менее абстрактный по отношению к другим нестандартным задачам.

Таблица 1

Классификация нестандартных задач

«Начальная школа 21 века»	*«Школа 2000»*	*«Школа России»*
Комбинаторные задачи	Комбинаторные задачи	Задачи на соответствие
Теория вероятности	Логическиез адачи	Магический квадрат
Задачи на соответствие	Задачи на соответствие	Головоломки
Логические задачи	Задачи со «спичками»	«Занимательные рамки»
Задачи на взвешивание	Задачи на вместимость	Комбинаторные задачи
Задачи на вместимость	Задачи на взвешивание	Логические задачи
Задачи со «спичками»	Теория вероятности	Задачи на вместимость
		Задачи на взвешивание
		Теория вероятности

В программе «Школа России» делается упор на задачи на соответствие. В трех программах используются в основном одинаковые виды нестандартных задач, только в программе «Школа России» добавляются такие виды нестандартных задач, как: «магические квадраты», головоломки, «занимательные рамки», которые также способствуют развитию логического мышления.

Сложившаяся в настоящее время система задач курса математики призвана выполнять ряд новых конкретных функций. Как отмечается в учебной программе по математике, решение задач должно развивать у учащихся познавательные способности, формировать умение делать необходимые обобщения (на основе сравнения) на достаточно высоком, но доступном учащимся уровне, способствовать осознанию школьниками общих принципов, лежащих в основе изучаемого математического материала. При современном обучении возникает основа для активной, а не только воспроизводящей, деятельности учащихся.

Е.В. Шульженко [45] описывает эксперимент с учащимися третьего класса Новосибирской школы № 160, который был проведен с целью наблюдения, как использование нестандартных задач в процессе обучения младших школьников влияет на развитие их математических способностей. Автор отмечает, что в данном классе дети занимались, используя программу Л.Г. Петерсон, которая предполагает наличие нестандартных задач в курсе математики. Интересна мысль, что если нестандартные задачи решать просто ради ответа, то они не принесут никакой пользы. В ходе эксперимента автор определяла количество способных к математике детей, а затем уже проводили с ними уроки математики с использованием нестандартных задач.

Е.В. Шульженко отмечает, что дети не пытались рассуждать, искать способ решения, а выдавали готовые ответы. В этом мы можем найти подтверждение тому, что шаблонность типовых задач загоняет детей в рамки и совершенно не развивает у них способность рассуждать и мыслить более глобально. Выдвигая гипотезы и последовательно рассуждая, формулируя выводы и исследуя их совместимость с исходными данными, ребёнок, в конце концов, приходит к правильному решению. Таким образом, автор отмечает, что нестандартные задачи помогают учащимся получать определённый точный ответ, отталкиваясь от разрозненной, казалось бы, информации, которой они располагали вначале. Автор призывает применять различные формы работы над задачей, а так же отмечает важность того, чтобы дети сами находили новые формы и способы решений и рассуждений (работа над решённой задачей; решение задачи различными способами; правильно организованный способ анализа задачи; представление ситуации, представленной в задаче; решение задач с недостающими или лишними данными; изменение вопроса задачи; объяснение готового решения задачи; использование приёма сравнения задач и их решений).

В целях обеспечения наибольшего развития детей в процессе обучения в курс математики включено большое количество разнообразных задач, среди которых есть и нестандартные. Эти задачи, включенные в учебники, дают возможность не только разнообразить систему задач, но и познакомить учащихся с вопросами, не сформулированными непосредственно в программе, но имеющими большое значение для общего развития. Каждая из таких задач, может быть, и не даст непосредственного результата, но он проявится позже, как итог общего подхода к обучению детей умению решать разнообразные задачи.

Выполнение этих заданий воспитывает такие качества знаний, как глубина и полнота, осознанность и оперативность. Задачи, систематически предлагаемые в классе и не требующие стандартных подходов к их решению, в значительной мере способствуют развитию детей. Но в практике обучения они ещё не заняли должного места, учителя часто проходят мимо них, стараясь «успеть» выполнить программу, тем самым не придают важного значения нестандартным задачам. Это является одной из причин редкого использования в обучении нестандартных задач. Между тем, одно задание, требующее напряжения всех сил и способностей, самостоятельного мышления и исследовательского подхода, может оказаться более полезным, нежели 20 стандартных задач, и умение решать разнообразные задачи является критерием хорошего усвоения учащимися школьного курса математики.

В настоящее время практически каждый учебник начальной школы по математики содержит нестандартные задачи. При анализе учебников и методических пособий выявлено, что в современных условиях в учебниках для начальной школы на каждые 25 типовых задач в среднем приходится одна нетиповая, нестандартная задача» [29].

Мы проанализированы учебники по математике авторов М.И. Моро, М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова УМК «Школа России» на предмет наличия в них нестандартных задач.

В учебниках для 1 класса нестандартные задачи включены в дополнительную часть, так называемые «задания повышенной трудности». Дети решают задачи следующих видов: подбор и соотнесение объектов; разбиение объектов по группам в соответствии с выделенным признаком; задачи на установление временных, пространственных, функциональных отношений; задачи на переливание. При решении подобных задач дети, чаще всего пользуются приёмом словесного рассуждения.

Приведём **примеры нестандартных задач**, представленных в учебнике математики за 1 класс.

1)

[31, с. 23]

2)

В лесной школе белочка и заяц начертили по одной фигуре каждый. Эти фигуры были разными.

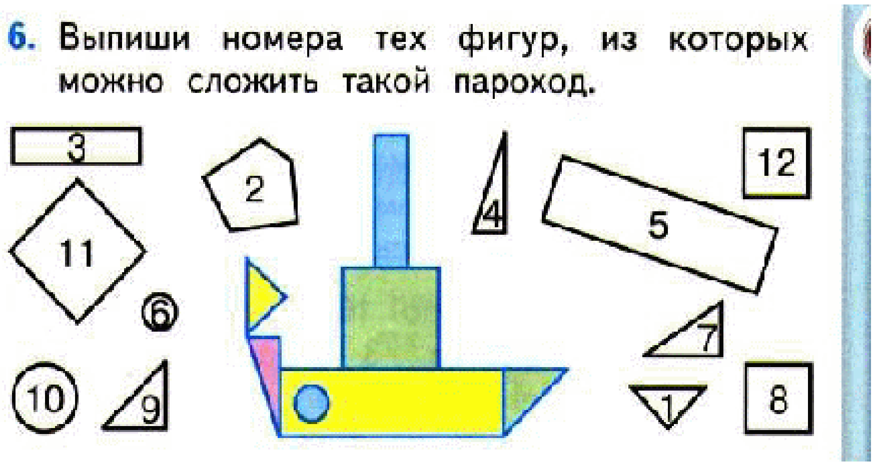
не стал чертить . не стала чертить и . Кто какую фигуру начертил?

[31, с. 53]

3) Оля, Даша и Катя идут в цирк. У них билеты в разные ряды: второй, шестой и третий. Оля сидела ближе к арене, чем Даша, но дальше, чем Катя. Кто в каком ряду сидел [31, с. 121]?

4) Покажи, как можно с помощью 7 счётных палочек выложить 1 пятиугольник и 1 треугольник [31, с. 122].

5) Есть два бидона: в один входит 7 л., а в другой-з л. Как с помощью этих бидонов отмерить 4 л. воды [31, с. 68]?



6. Выпиши номера тех фигур, из которых можно сложить такой пароход.

[25, с. 81]

7) Коля выше Пети, но ниже Васи. Кто из них самый высокий? Кто из них ниже всех? [31, с. 83]

Таким образом, мы видим, что в учебниках за первый класс присутствуют нестандартные задачи разных видов, но все они решаются приёмом словесного рассуждения.

Что касается учебников за 2 класс, то в данных учебниках нестандартные задачи так же включены в дополнительную часть, но задачи более разнообразные. Здесь встречаются задачи следующих видов: подбор и соотнесение объектов; разбиение объектов по группам в соответствии с выделенным признаком; задачи на установление временных, пространственных, функциональных отношений; задачи на переливание, «магические квадраты»; математические ребусы; восстановление таблицы. При решении подобных задач к приёмам словесного рассуждения прибавляется построение таблицы.

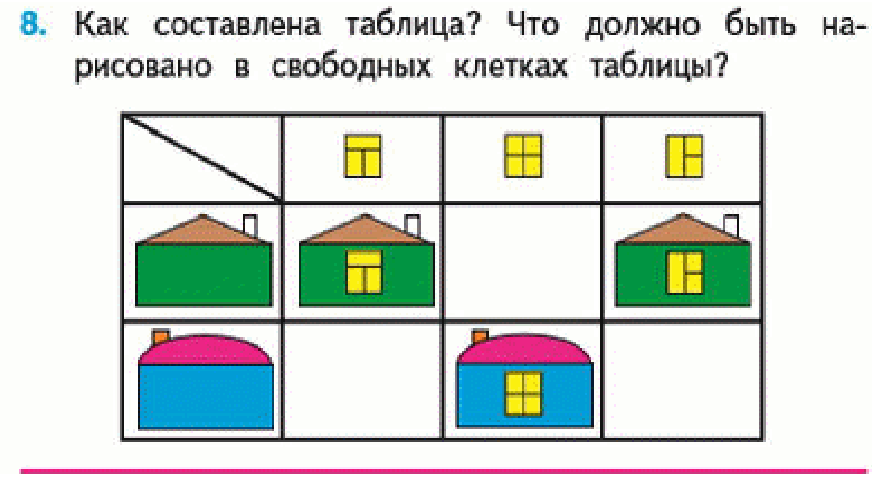
Приведём примеры типичных нестандартных задач, представленных в учебниках математики за 2 класс.

1) Вася выше Саши на 8 см, а Коля ниже Саши на 3 см. Кто из мальчиков самый высокий [31, с. 17].

2) У Юры, Димы и Алёши живут собаки: пудель, такса и овчарка, по одной у каждого мальчика. У Димы-не такса, у Юры-не овчарка и не такса. Какая собака у Алёши? [31, с. 26].

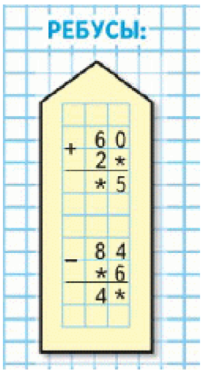
3) В семье трое детей: Женя, Валя и Саша; 2 мальчика и девочка. Среди имён Женя и Валя есть имя одного мальчика. Среди имён Саша и Женя тоже есть имя одного мальчика. Как зовут девочку? [31, с. 45].

4)



[11, с. 81]

5)



[31, с. 34]

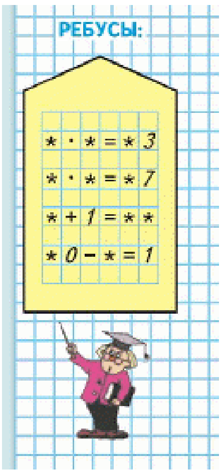
6) Диме и маме вместе 40 лет, Диме и папе - 42 года, а Диме, маме и папе вместе 74 года. Сколько лет каждому? [31, с. 80].

Таким образом, можно сделать вывод, что во втором классе расширяются виды нестандартных задач. Появляются ребусы, таблицы, магические квадраты. Соответственно, используются новые приёмы для их решения, не только словесное рассуждение, но и приём построения таблицы.

Представим анализ учебников за 3 класс. В данных учебниках нестандартные задачи так же включены в дополнительную часть, так называемые «задания повышенной трудности». В 3 классе задачи тех же видов, что и во 2 классе.

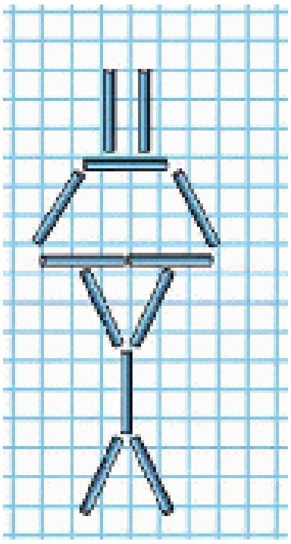
Приведём примеры типичных нестандартных задач, представленных в учебниках математики за 3 класс.

1)



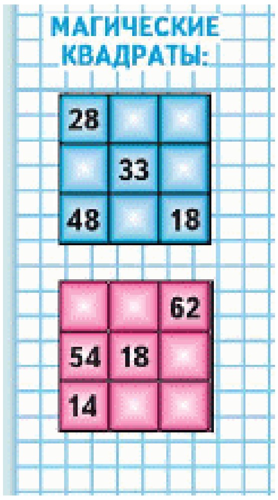
[31, с. 6]

2) как переложить палочки, чтобы получилось 5 одинаковых треугольников?



[31, с. 13]

3)



[31, с. 13]

4) Катя, Лена и Таня живут в одном доме, но на разных этажах. Таня живёт на 2 этажа выше, чем Лена, но на 4 этажа ниже, чем Катя. Лена живёт на третьем этаже. Кто на каком этаже живёт? [11, с. 10].

Таким образом, мы видим, что в третьем классе задач новых видов, а соответственно и новых приёмов решения нет, но существующие задания усложняются.

В учебниках за 4 класс ситуация с нестандартными задачами аналогична учебникам за 1-3 классы и по видам, и по приемам решения.

Примеры задач.

1) Через 2 года мой братишка будет в 2 раза старше, чем 2 года назад, а я через 3 года буду в 3 раза старше, чем 3 года назад. Сколько лет брату и сколько мне? [11, с. 80].

4) В двух бочках было 60 литров воды. Когда из одной бочки взяли 12 литров, то воды в бочках осталось поровну. Сколько литров воды было в каждой бочке сначала? [31, с. 82].

5) Саша выше Коли, но ниже Пети, а Петя ниже Толи. Кто выше всех? [11, с. 86].

Таким образом, в учебниках за четвёртый класс увеличивается количество нестандартных задач, чаще всего встречаются ребусы, магические квадраты, новых видов задач нет. Задания становятся более объёмными и сложными.

Проанализировав учебники М.И. Моро, Ю.М. Колягина, М.А. Бантовой, Г.В. Бельтюковой, С.И. Волковой, С.В. Степановой «Математика. 1-4 классы» на предмет наличия в них нестандартных задач можно сделать следующие выводы. В предложенных учебниках, несомненно, присутствуют разнообразные нестандартные задания, способствующие математическому развитию, но все задания включены в дополнительную часть, что подразумевает выполнение их только сильными учениками и только в том случае, если на уроке осталось свободное время. При решении предложенных задач учениками используется только несколько приёмов, а именно: приём словесного рассуждения и приём построения таблицы. От первого к четвёртому классу увеличивается объём, частота и сложность заданий.

Так же наш интерес вызвал появившийся сравнительно недавно учебно-методический комплекс «Моя математика» (авторы Т.Е. Демидова, С.А. Козлова, А.П. Тонких и др.) [16-17]. Он включает в себя учебники математики (в трех частях для каждого класса), имеющие гриф «Допущено Министерством образования РФ», методические рекомендации для учителя, рабочую тетрадь на печатной основе для 1-го класса, сборники контрольных работ на каждый период обучения, наглядные пособия для работы с классом (таблицы, наборы геометрических фигур). Учебники ярко и красочно оформлены, адоптировались в ряде школ г. Перми. Данный учебно-методический комплекс имеет очень организованный материал, в основе которой лежит проблемно-диалогическая технология введения новых знаний, Кроме этого, в нем реализуются принципы, сформулированные академиком РАО А.А. Леонтьевым для образовательной системы «Школа 2100».

Учебники соответствуют личностно-деятельностно- и культурно-ориентированным принципам обучения, что позволяет развивать деятельностные и интеллектуальные способности младших школьников, целенаправленно формировать их математическую речь, а также формировать представления о математике как о дисциплине общекультурного характера, готовить учащихся к восприятию и освоению современных реалий жизни.

Но самым главным аспектом, который привлек наше внимание и интерес было то, что помимо традиционных содержательных линий, характерных для начальной школы (числа и операции над ними, величины и их измерение, текстовые задачи, элементы алгебры и геометрии), авторы вводят две новые содержательные линии: «Элементы стохастики» (стохастика – раздел математики, включающий в себя комбинаторику, теорию вероятностей и математическую статистику, а как мы указывали в первой главе, комбинаторные задачи являются разновидностью нестандартных задач) и «Занимательные и нестандартные задачи», что как раз перекликается с предметом нашего исследования.

«Нестандартные и занимательные задачи» - это относительно новая содержательная линия, которая содержит логические задачи разного типа, задачи на взвешивания, переправы, переливания; принцип Дирихле, а также арифметические ребусы, числовые головоломки, лабиринты, математические фокусы, задачи на разрезание и составление фигур, перекладывание палочек. Новым в этих учебниках является пошаговое построение этой линии.Это абсолютно самостоятельная линия, которая удовлетворяет всем содержательным и методическим требованиям. Эти учебники обучают младших школьников методам и приемам решения нестандартных задач, которые разделены на три группы. Это способствует развитию математических и творческих способностей учащихся, расширению их математического кругозора и умений применять знания в нестандартных ситуациях.

Как видим, в ходе обучения математике в начальной школе нестандартным задачам уделяется внимание. Задач немного, они вынесены за пределы обязательной программы, но имеют место быть. Как же обстоит дело со средним звеном?

Нами были рассмотрены некоторые действующие учебники математики федерального комплекта для 5-7 классов на наличие нестандартных задач. Это учебники Н.Я. Виленкина и В.И. Жохова [8-10], И.И. Зубаревой и А.Г. Мордковича [23-24], Г. К. Муравина и О.В. Муравиной [29-30], Ю.Н. Макарычева и Н.Г. Миндюк [28], Ю.М. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина и др. [18].

Так, определено, что по учебнику Н.Я. Виленкина и В.И. Жохова в учебнике есть задания для работы в классе, обозначаемые буквой «К», задания для домашней работы – буквой «Д»; для повышения интереса к математике и развития памяти, мышления и внимания у учащихся имеется подборка заданий с буквой «М». Задачи, расширяющие круг математических знаний и представлений, обозначены буквой «Р». В серии учебников 2013 г. , имеют место задания для поисковой и исследовательской деятельности, задания для работы в группе В данных учебника задачи с нестандартной постановкой вопроса отсутствуют.

Анализ учебников И.И. Зубаревой и А.Г. Мордковича показал, что они содержат теоретический материал по каждому пункту параграфа, систему упражнений, контрольные вопросы, задания в конце каждого параграфа, домашние контрольные работы и материалы для проектной деятельности. В учебниках имеются задания, способствующие формированию нескольких видов универсальных учебных действий, но задач с нестандартной постановкой вопроса имеется небольшое количество.

Приведем результаты анализ учебников Г.К. Муравина и О.В. Муравиной. Учебники также содержат теоретический и задачный материал, направленный на усвоение обучающимися понятий, правил и алгоритмов и приобретение ими соответствующих умений. Задачи выделены по уровню сложности. Задачный материал содержит около 15-20% задач с нестандартной формулировкой.

В учебниках Ю.Н. Макарычева и Н.Г. Миндюк не содержатся задач с нестандартной постановкой вопроса. В учебниках Ю.М. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина и др. имеет место 6 нестандартных задач, которые никак не выделены в них.

Анализ данных учебников показал, что по сравнению с учебниками для младших школьников, наличие нестандартных задач очень мало, нет четкой системы решения нетиповых задач. Решение учащимися нестандартных задач должно быть постоянным, систематическим, ибо их бессистемное решение даёт небольшой результат при значительной затрате учебного времени.

Таким образом, следует сделать выводы, что в настоящее время многие методисты и учителя признают факт, что нестандартные задачи являются действенным средством математического развития школьников. Многие описывают положительный опыт применения данных задач в обучении математике, но учебно-методическая литература как будто отказывается принимать этот факт. Об этом свидетельствует малое количество и разнообразие нестандартных задач в современных школьных учебниках для детей младшего и среднего возраста. И если в курсе начальной школы мы еще можем встретить кое-какие виды нетиповых задач, то в среднем звене их практически совсем нет. Как показал анализ учебников в начальных классах, количество нестандартных задач увеличивается с 1 до 4 класса. Когда же в среднем звене динамика отрицательная и количество нестандартных задач наоборот начинает снижаться в 5 классе, в 7 классе нестандартные задачи практически отсутствуют. Если учитель хочет применять нестандартные задачи в обучении, ему приходится пользоваться дополнительной литературой по данному вопросу, самому разрабатывать такие задачи и находить дополнительное время для их решения на уроке или во внеурочное время.

§ 3. Методика обучения решению нестандартных задач

На основе изученной методической литературы была рассмотрена методика обучения решению нестандартных задач, общие рекомендации для решения нестандартных задач и описании приемов, использованных при решении той или иной рекомендации.

С введением нестандартных задач в курс обучения математике в работу включаются следующие: техника формирования и развития умения видеть проблему, приемы, способствующие формированию и развитию мыслительных операций.

Проблема – это неопределенность. «Снятие ситуации неопределенности предполагает активный мыслительный процесс, поиск вариантов решений. Задания по математике часто построены таким образом, чтобы ребенок сначала попытался выяснить: а что же тут неясно? Над чем стоит задуматься? Что необходимо решить?

- развитие умений задавать вопросы.

Вопрос направляет познание ребенка, побуждая познавательную активность. Вопросы могут быть простыми и сложными, уточняющими или прямыми, восполняющими или неопределенными.

- развитие умения сравнивать.

Развитое умение сравнивать позволяет выявлять сходство и различие между объектами. Прием сравнения необходимо развивать, так как он позволяет детям с легкостью выявлять особенности объектов, их уникальность, что значительно облегчает процесс формулировки определений тех или иных понятий» [10].

Затем, уже решая несложные нестандартные задачи, дети сами приходят к выводу, что есть задачи, которые не решаются сразу одним действием, что надо анализировать, сравнивать, рассуждать.

Выделяют определенные *этапы решения задач*:

1. Анализ текста задачи.
2. Составление плана решения (гипотеза решения).
3. Осуществление выработанного плана.
4. Исследование полученного решения [4].

В методический литературе определены некоторые трудности при решении задач: «особенно труден для учащихся первый этап – анализ текста задачи. Поэтому необходимо с самого начала обучения решению задач формировать у школьников общее умение анализировать задачи. В тексте задачи важны и действующие лица, и их действия, и числовые характеристики. Решающее значение имеет умение найти и составить план решения задачи. С этой целью используют рассуждения от данных к искомым величинам (синтетический) и, наоборот, от искомых (вопроса задачи) к данным (известным) величинам (аналитический), возможна их комбинация (аналитико-синтетический способ рассуждений). Поиск плана решения задачи можно осуществлять, например, с помощью аналогии, установив сходство отношений в данной задаче, решенной ранее» [8].

Эффективным средством для нахождения плана решения являются постановка вопросов и решение вспомогательных задач.

Процесс решения любой нестандартной задачи состоит в последовательном применении двух основных операций: «1) сведение (путем преобразования или переформулирования) нестандартной задачи к другой, ей эквивалентной, но уже стандартной (способ моделирования); 2) разбиение нестандартной задачи на несколько вспомогательных стандартных подзадач (способ разбиения)» [7].

Можно построить графические модели, на которых имеет смысл зафиксировать положение, например, тетрадей в клетку, а положение тетрадей в зеленой обложке изменять нужным образом и т.д.

Таким образом, эту задачу ученики решат, не выполняя арифметических действий, а ответ получат при помощи построения чертежа. И под ним же они запишут ответ задачи. Следуя из этого, учащиеся приходят к выводу, что «при поиске решения неизвестной задачи полезно сделать чертеж или рисунок, так как работа с рисунком или чертежом может являться способом решения задачи» [10].

Что касается третьего этапа, то он часто реализуется уже при составлении плана решения либо может быть реализован без особого труда.

Четвертый же этап следует считать необязательным, но желательно и его осуществлять там, где это возможно. Обратим внимание, что в предложенной нестандартной задаче заложена возможность ее принципиальной трансформации по уровню сложности как за счет изменения числовых данных, так и за счет изменения условий и требования. Например, можно рассмотреть следующую **задачу:** «На столе у учителя лежали тетради. Когда учитель отобрал из них тетради в клетку, которых оказалось 5, то среди оставшихся тетрадей оказалось три тетради в зеленой обложке. Сколько тетрадей в зеленой обложке могло лежать на столе сначала?».

Также подробно рассмотрим еще одну рекомендацию: «для того, чтобы решить нестандартную задачу, иногда полезно ее переформулировать, т.е. сделать ее более понятной и простой. Будет происходить перевод текста задачи на математический язык». Например, «Е. Е. Останина пишет: Число яблок в корзине двузначное. Эти яблоки можно раздать поровну 2, 3 или 5 детям, но нельзя раздать поровну 4 детям. Сколько яблок в корзине? (Укажите такое наименьшее двузначное число)» [33].

Сначала ученики будут пытаться выполнить чертеж, но это у них вызовет затруднение, так как трудно показать схематически, что нельзя раздать яблоки поровну 4 детям, следовательно, как использовать чертеж, непонятно.

Дальше ученики пытаются решить задачу способом подбора, но и этот способ является неэффективным. Тогда учитель предлагает попробовать переформулировать задачу, чтобы легче было выполнить перебор. Если можно разделить яблоки поровну на 2, 3 и 5 детей, следовательно, число яблок делится на 2, 3, 5. Если нельзя яблоки раздать 4 детям поровну, значит, число яблок не делится на 4. Значит, задачу можно переформулировать так: «Найти наименьшее двузначное число, которое делится на 2, 3, 5 и не делится на 4».

Далее решаем задачу, выполняя перебор. Проверим сначала наименьшее двузначное число 10. Оно делится на 2 и 5, но на 3 не делится, следовательно, число 10 не подходит. Можно не рассматривать все числа подряд, а взять только те числа, которые делятся на 5. Число 15 не подходит, так как не делится на 2. Так, перебирая числа, ученики приходят к выводу, что именно число 30 подходит для решения данной задачи, так как оно делится на 2, 3, 5 и не делится на 4. Значит, в корзине 30 яблок.

Также данную задачу можно было решить, выполняя чертеж: начертить луч и последовательно откладывая на нем отрезки длиной 2, 3, 5 клеточек, и так до тех пор, пока не найдется точка, в которой соединятся концы трех видов отрезков, и посчитать получившееся число клеточек. Следовало бы на чертеже проверить, что отрезки длиной 4 клеточки не укладываются целое число раз в большой отрезок длиной 30 клеточек. И только после всей этой проделанной работы можно назвать ответ. Данный способ является трудоемким, но для некоторых учеников он может оказаться легким в силу их индивидуальных особенностей.

При решении нестандартных задач применяют те же способы решения, что и для стандартных: «метод перебора, арифметический, алгебраический, метод соответствия, логический, метод задач-заданий» [10], которые могут применяться как при решении стандартных задач, так и нестандартных.

Выводы по первой главе

В данной главе были рассмотрены «Теоретические основы математического развития детей младшего и среднего возраста посредством решения нестандартных задач».

Анализ научно-методической литературы и школьных учебников математики для начальной школы и 5-6 классов позволил сделать ряд выводов.

Многие методисты отмечают положительное влияние решения нестандартных задач на математическое развитие учащихся: нестандартность таких задач позволяет научить ребенка мыслить глобально, изобретать свои методы решения, рассуждать, критически мыслить, выступать субъектом учебного процесса, проявлять все качества математического мышления.

Несмотря на положительный опыт применения нестандартных задач в обучении математике, данные задачи в незначительной степени представлены в учебно-методической литературе. В учебниках для начальной школы встречаются некоторые виды нетиповых задач, тогда как в среднем звене они практически отсутствуют.

Так же нет четких сформулированных методических принципов и методов отбора, подбора, обучения решению нестандартных задач. Это вызвано в большей степени тем, что данные задачи, как видно даже из названия, не предполагают применения каких-либо стандартов и заученных алгоритмов при их решении.

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ ДЕТЕЙ МЛАДШЕГО И СРЕДНЕГО ВОЗРАСТА ПОСРЕДСТВОМ РЕШЕНИЯ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ

§ 4. Система нестандартных задач для математического развития школьников

Условия математического развития школьников:

- формирование и отбор математического содержания, приемов обучения и системы нестандартных задач, которые не входят в программный материал и способствуют математическому развитию учащихся;

- определение всего этого в ходе целенаправленной деятельности учителя**.**

Целенаправленную деятельность по математическому развитию учащихся решено было провести в форме *кружка по математике* «Решение нестандартных задач».

Цель кружка: математическое развитие учащихся, систематизация и углубление знаний по математике, пробуждение интереса у школьников к математической науке.

Задачи:

- расширять кругозор учащихся в различных областях элементарной математики;

- развивать способность к формализации математического материала, к оперированию числовой и знаковой символикой;

- развивать гибкость мышления, способность сокращать процесс рассуждения;

- развивать образно-геометрическое мышление и пространственные представления.

Условия организации целенаправленной деятельности. Кружок организовывается из учащихся 4 класса, у которых присутствует большой интерес к математике. Продолжительность занятия 45 минут. Планируется проводить кружковые занятия в свободное от уроков время 1 раз в неделю, (всего 34 занятия).

Кружковые занятия проводятся в групповой и индивидуальной форме. Занятия строятся так, что один вид деятельности сменяется другим. Смена вида деятельности придает работе динамичность, насыщенность, исключает быструю утомляемость, способствует принятию во внимание особенностей каждого ученика, включая его по мере возможности в групповую работу, моделировать и воспроизводить ситуации, трудные для ученика, но возможные в обыденной жизни; их анализ и проигрывание могут стать основой для позитивных шагов в развитии личности ребёнка.

В ходе кружковых занятий использованы различные виды нестандартных задач:

- задачи–вопросы;
- задачи с не сформулированным вопросом;
- задачи с неполным составом условия;
- задачи с избыточным составом условия;
- задачи – головоломки;
- математические софизмы;
- нереальные задачи;
- задачи с меняющимся содержанием;
- задачи с несколькими решениями;
- комбинаторные задачи;
- процессуальные задачи.

Тематическое планирование использования нестандартных задач в развитии математических способностей представлено в Приложении.

Обучение было направлено на поиск путей решения нестандартных задач. Так, при поиске путей решения нетиповых задач мы воспользовались схемой поиска решения нестандартной задачи, предложенной Л.М. Фридман (рисунок 1).

Схема поиска решения нестандартной задачи по Л.М. Фридману:

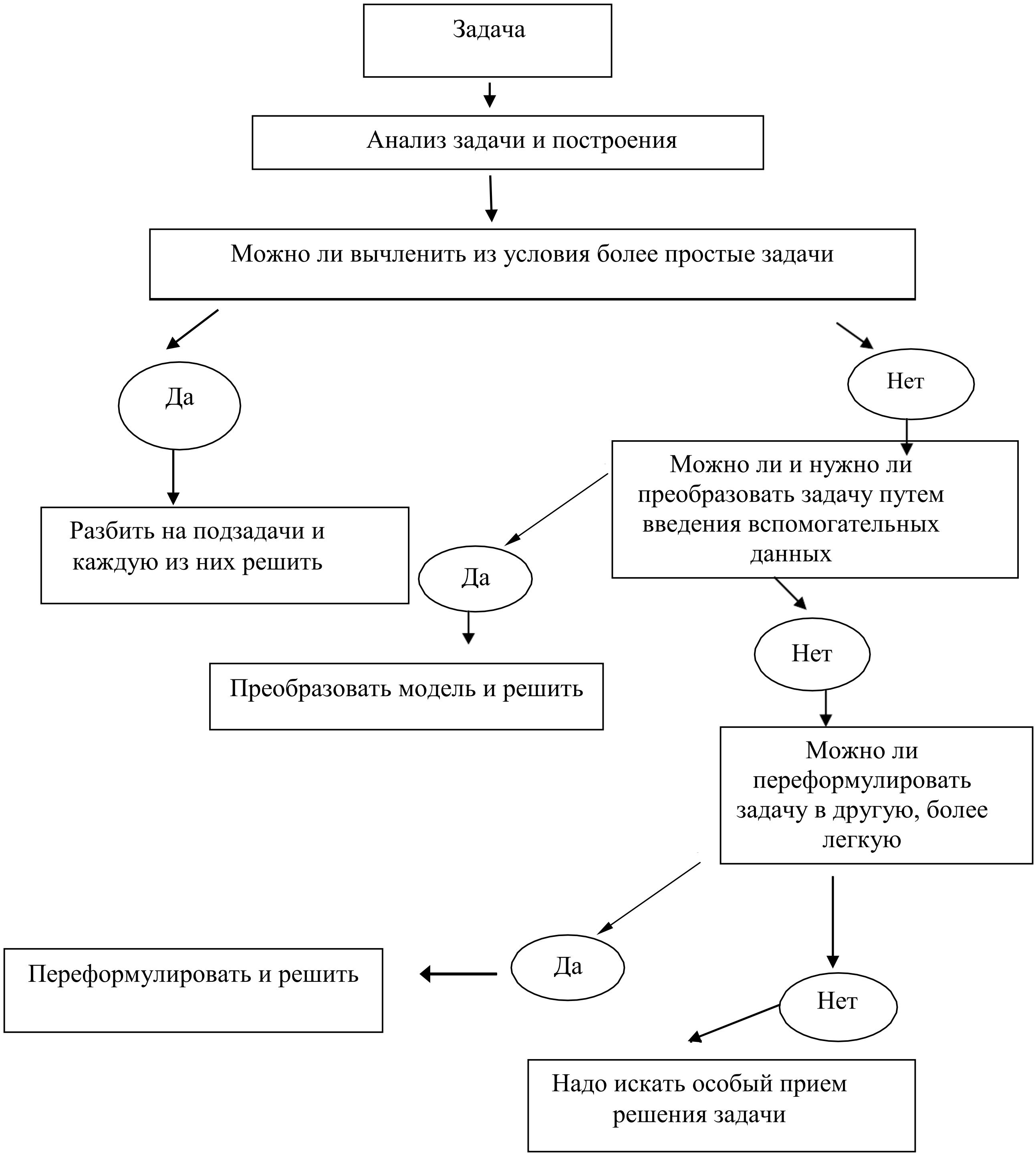


Рис. 1.

Мы изучали аспекты методики применения нестандартных задач в практике для того, чтобы правильно учитывать определенную степень математического развития и соотнести это с известными методами обучения математике. Основным пунктом данной методики является то, что нестандартные задачи не должны быть направлены на изучение известного алгоритма, они должны формировать у учащихся умение самостоятельно работать над созданием алгоритма решения, а также, чтобы дети искали приемы и способы решения незнакомых им задач и заданий.

Итак, опишем *данный алгоритм.*

1. Сначала нужно определиться, есть ли вероятность выделения более простых задач. Если есть такая вероятность, то нужно разбить условие на подзадачи и решить каждую из них в отдельности.

2. Если не представляется возможным разбиение на подзадачи, то далее следует определение в преобразовании задачи, вводя в нее дополнительные сведения. Затем задача решается. Если не получается преобразование задачи, то следует определить, можно ли превратить ее в более легкую. Если и это не срабатывает и задаче не поддается переформулированию, то следует обратиться к поиску особого способа решения данной задачи.

3. Проведя анализ требований к отбору и составлению нестандартных задач, мы разработали свои требования:

- содержание нестандартных задач должно быть простым и общепонятным для детей;
- не следует использовать в задачах готовые алгоритмы, уже известные учащимся;
- нестандартные задачи должны быть интересными и пробуждающими интерес к их решению (занимательными).

Не маловажным фактом является то, что учащиеся должны владеть математическим багажом знаний из учебной программы для умения решать нестандартные задачи.

Чтобы повысить эффект использования нестандартных задач необходимо применять разные формы работы:

1. Решать нестандартные задачи разными методами. В основном учителя игнорируют этот пункт из-за того, что не хватает учебного времени решать задачи различными способами. Тогда когда этот навык показывает высокое математическое развитие детей. Более того, умение находить другие методы решения той или иной задачи может помочь учащимся в их будущей жизни. Но это доступно не всем учащимся, а лишь тем, кто любит математику, имеет особые математические способности.

2. Проводить работу над решенной нестандартной задачей. Как правило, осознание замысла решения задачи приходит к учащимся только после того, как они повторно анализируют эту задачу. Отметим, что повторное проведение аналитической работы над решенной задачей требует временных затрат, но именно этот анализ и повторение способствуют формированию устойчивых математических знаний.

3. Верно организовывать процесс анализирования задачи. Его стоит начинать либо от того, что дано в задаче к вопросу, либо с самого вопроса.

4. Составлять схему, чертеж или картинку к задаче. Учителю следует направлять учащихся, а именно акцентировать их внимание на нюансах, на которые следует обратить внимание, а которые можно проигнорировать. Учащиеся ментально участвуют в обстоятельствах. Текст задачи делится на семантические детали. Условие моделируется посредством рисунка, схемы или чертежа.

5. Учащиеся самостоятельно образовывают задачи. Составление нестандартных задач: 1) с использованием слов: столько, меньше в, больше на, сколько, на столько больше; 2) которые можно решать в несколько действий; 3) по ответу и так далее.

6. Менять формулировку вопроса задачи.

7. Решать задачи, в которых не хватает или существует ненужная информация.

8. Толкование выполненного решения задачи.

9. Образовывать разные конструкции по условию задач и объяснять обозначение математических выражений. Производится выбор выражений, являющихся решением задачи.

10. Запись решений на доске – правильного и неправильного.

11. Менять условия задачи с целью нахождения других действий решения.

12. Применять метод сравнения решения и самой задачи.

13. Заканчивать решение задачи.

14. Определить какие информация или условие являются ненужными в решении задачи или произвести восстановление недостающего вопроса.

15. Придумывать схожие задачи, меняя условия.

16. Решать обратные задачи.

Применение системы нестандартных задач на уроках математики и после уроков, функция которой заключается в развитии математических способностей, составленной в соответствии с данным алгоритмом, способствует развитию математического интеллекта учащихся и поможет смело себя чувствовать в математическом пространстве и уверенно пользоваться полученными знаниями и умениями в современном мире.

Процесс обучения учащихся решению задач является неотделимым элементом обучения математике, так как именно задачи выступают главной и важной основой получения математических знаний, умений и навыков. К тому же, грамотно организованный процесс обучения решению задач способствует всецелому развитию детей. В ходе научного исследования была выбрана концепция того, что для формирования у школьников умения решать нестандартные задачи необходимы решение таких задач разными способами и детальный процесс работы над их решением. Мы убедились, что решение задач различными способами позволяет более понять взаимосвязь между данными задачи, прийти к ее уверенному решению. Решая задачи разными способами, учащиеся изучали дополнительный материал, тем самым они обозревали одну и ту же задачу под разным углом, непроизвольно рассуждали, выстраивали ход рассуждений. При этом учащиеся более активны, у них происходит процесс формирования математических представлений и запоминается учебный материал по математике.

Мы выделили уровень формирования общих навыков по решению нестандартных задач учащихся в качестве критерия эффективности исследовательской методики. Так же, вызывало интерес, как нетиповые задачи могут повлиять на активацию познавательной деятельности, каково будет развитие умений производить мыслительные операции, как учащиеся смогут применять полученные знания в процессе решения задач, изменится ли интерес учащихся к математической науке. Мы считаем, что обучение решению нетиповых задач не требует специального, нарочитого применения (иначе они просто становятся стандартными и теряют свои особые черты), но показывать учащимся некоторые способы, которые могут помочь в решении просто необходимо. В исследование приводятся примеры, которые демонстрируют применение разных приемов и средств решения. Хотелось бы отметить, что использование схематических рисунков, таблиц, графических средств, мы считаем самым важным аспектом решения нестандартных задач.

Так же использовались различные приемы и методы решения: прием уравнивания, метод подбора, метод перебора, решение задач арифметическим и алгебраическим методами.

Рассмотрим, несколько методов решения нестандартных задач:

Алгебраический метод. Что касается алгебраического метода, то тут уже идет работа с уравнениями, в результате составления и решения которых решается задача. «В зависимости от выбора неизвестного для обозначения буквой, от хода рассуждений можно составить различные уравнения по одной и той же задаче. В этом случае можно говорить о различных алгебраических решениях этой задачи». Хотелось бы отметить, что решение нестандартных задач разными способами не является легким делом, учащиеся должны иметь солидные знания о математических представлениях, уметь найти более подходящее решение. «Решение текстовых задач – это сложная деятельность, содержание которой зависит как от конкретной задачи, так и от умений решающего».

Для того чтобы «решить задачу алгебраическим методом необходимо:

- провести разбор задачи с целью выбора основного неизвестного и выявления зависимости между величинами, а также выражения этих зависимостей на математическом языке в форме двух алгебраических выражений;

- найти основание для соединения этих выражений знаком «=» и составить уравнение;

- найти решения полученного уравнения, организовать проверку решения уравнения» [12].

Как выявление зависимостей между величинами, так и перевод этих зависимостей на математический язык требует напряжённой аналитико-синтетической мыслительной деятельности. Успех в этой деятельности зависит, в частности от того, знают ли учащиеся, в каких отношениях вообще могут находиться эти величины, и понимают ли они реальный смысл этих отношений (например, отношений, выраженных терминами «позже на…»,«старше в…раз» и т.п.). Далее требуется понимание, каким именно математическим действием или, свойством действия или какой связью (зависимостью) между компонентами и результатом действия может быть описано то или иное конкретное отношение.

Арифметический метод. Данный метод решения нестандартных задач тоже требует большого умственного потенциала, что оказывает благоприятное действие на развитие интеллекта, математической интуиции.

Существуют различные арифметические способы решения задач, которые в свою очередь «отличаются количеством действий, отношениями между данными, данными и искомым, данными и неизвестным, положенными в основу выбора арифметических действий, или последовательностью использования этих отношений при выборе действий».

Так как в настоящее время люди должны уметь анализировать сведения, видеть закономерности в различных жизненных ситуациях и сферах, в школьной программе по математике ведутся элементы комбинаторики и математической статистики. В данных элементах легко разобраться с помощью метода перебора.

Метод перебора. Данный метод направлен на увеличение опыта практического решения комбинаторных задач. Кроме того, в жизни человеку приходится не только определять число возможных вариантов, но и непосредственно составлять все эти варианты, а, владея приёмами систематического перебора, это можно сделать более рационально.

С методом перебора мы знакомили учащихся в определенной последовательности, так как считаем, что он придает уверенность учащемуся в том, что им рассмотрены все возможные способы и ничего не упущено. Особенность перебора зависит от этапа обучения. Исходя из этой зависимости, он меняется: от беспорядочного перебора до системного. «Нестандартные задачи позволяют формировать навык отыскания всех возможных решений задачи». В классе, где цельно и систематически применялись нетиповые задачи, дети, имеющие оценки «хорошо» и «удовлетворительно» начали получать более высокие оценки. Учащиеся осваивали умения говорить, подчеркивать важную информацию, производить анализ, спрашивать и самостоятельно отвечать, сравнивать и сопоставлять факты. Это все, конечно, происходило с помощью учителя.

Метод рассуждений. Данный метод используется, как правило, при решении софизмов. «Ошибки, допущенные в софизме, обычно сводятся к следующим: выполнению «запрещённых» действий, использованию ошибочных чертежей, неверному словоупотреблению, неточности формулировок, «незаконным» обобщениям, неправильным применениям теорем».

Решение софизмов направлено на развитие логики, мыслить правильно. Когда ученик находит ошибку в софизме, он осознает ее, а следовательно в будущем постарается не допустить такой ошибки, математически обосновав это. То есть софизмы способствуют развитию критического мышления учащихся. Так же данные нестандартные задачи развивают различные аспекты математического мышления, такие как гибкость, глубина и т.д.

Как известно, логическое мышление развивается и активизируется в процессе решения логических задач, которые именно на это и направлены. А развитие логического мышления, в свою очередь способствует успешному математическому развитию.

«Ребус − это загадка, но загадка не совсем обычная. Слова и числа в математических ребусах изображены при помощи рисунков, звездочек, цифр и различных знаков. Чтобы прочесть то, что зашифровано в ребусе, надо правильно назвать все изображенные предметы и понять, какой знак что изображает. Ребусами люди пользовались еще тогда, когда не умели писать».

«Магический (волшебный) квадрат − это квадрат, в котором сумма чисел по вертикали, горизонтали и диагонали получается одинаковой».

Практический метод. Данный метод можно применять для решения нестандартных задач на деление. Когда происходит обучение задачам на деление, учащиеся должны усвоить то, что для того, чтобы разрезать отрезок на определенное количество частей (х), следует произвести (х - 1) разрез. Это условие устанавливается методом индукции, а затем используется при решении нестандартных задач.

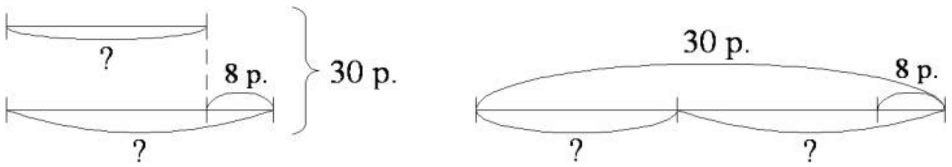
Рассмотрим несколько методических приемов обучения решению нестандартных задач учащихся 4 класса на занятиях математического кружка.

Прием уравнивания.

Данный прием имеет эффект в задачах, в которых речь идет о целом, которое известно и состоит из нескольких разных частей и известна разница между этими частями. Для организации условий собственного нахождения учащимися способа превращения конфигурации и использования его в других условиях нужно выбирать поэтапное усложнение задач с такими условиями. Таким образом, данный прием будет взаимосвязан с опытом учащихся и подскажет как разрешить ту или иную задачу. Приведем пример нестандартной задачи о делении денег.

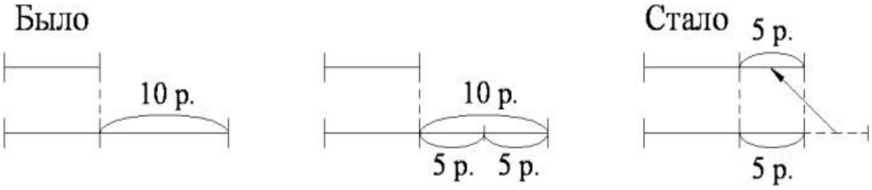
Задача 1. У мамы и папы вместе 30 рублей. Сколько денег у каждого, если у мамы на 8 рублей больше, чем у папы?

Мы можем привести две возможные модели к этой задаче. После дискуссии с учащимися о положительных и отрицательных сторонах каждой модели, приходим к выводу, что в будущем лучше решать такие задачи первым способом.



Чтобы намекнуть детям какую модель следует выбрать можно предложить вспомогательную задачу: «У тебя в двух карманах лежат деньги, причем, в одном из них – на 10 рублей больше, чем в другом. Что нужно сделать, чтобы денег в карманах стало поровну?».

– Покажите на схеме, как были разложены деньги. Как удобнее расположить отрезки? (Один под другим, так сразу видно, что денег не поровну, что на 10 рублей разница.)



– Покажем на схеме, как можно сделать так, чтобы денег в карманах стало поровну? Как уравнять отрезки? (Надо 10 разделить на две равные части – монеты по 5 рублей. Одну монету в 5 рублей оставить, а вторую переложить в другой карман.)

После этого возвращаемся к первоначальной задаче, чтобы выбрать подходящую схему. В результате обсуждения приходим к выводу, что на первой модели можно увидеть разницу в 8 рублей, сумма 30 рублей обозначена фигурной скобкой. На второй схеме лучше видно сумму – 30 рублей, но одинаковые отрезки придется проверять при помощи циркуля, так как без него сложно определить размер. Проведя сравнение чертежей делаем вывод: в будущем лучше выбрать первую схему для решения, которая хорошо показывает схожие и разные части.

Педагог дает следующее указание: а теперь определите 3 способа решения задачи. Если это вызывает трудности у учащихся, следует привести им примеры, которые необходимо соизмерить с моделями и поразмыслить можно ли с их помощью начинать решение задачи. Опять же в ходе разговора, дискуссии учащиеся используют три раза схему задачи и трижды рассматривают способы по ее решению (Таблица 2).

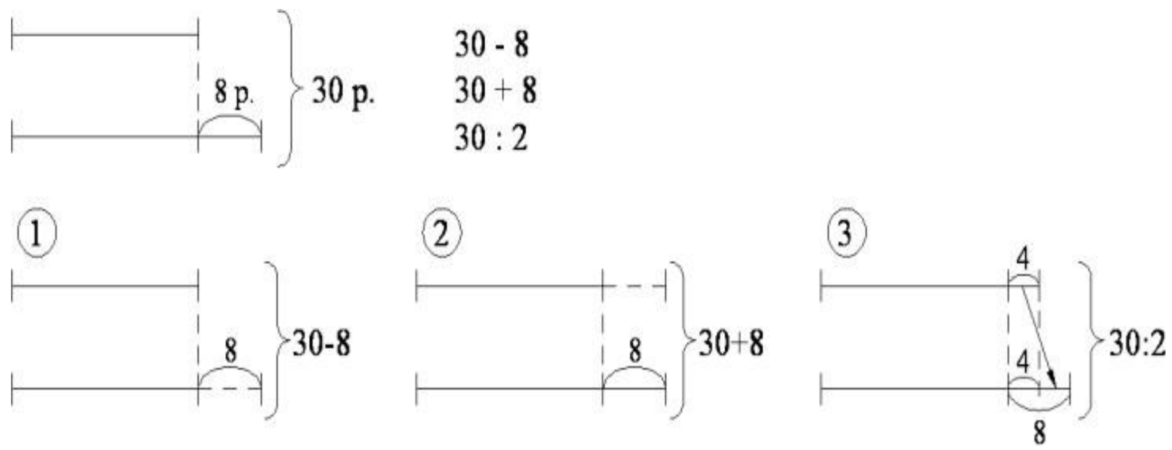


Таблица 2

Три способа решения

I способ	II способ	III способ
Если бы мама отдала кому-нибудь 8 рублей, то у нее стало бы денег столько же, сколько у папы, а у них двоих стало бы на 8 рублей меньше: 30 – 8	Если бы папе кто-нибудь дал еще 8 рублей, то у него стало бы денег столько же, сколько и у мамы, а у них двоих стало бы на 8 рублей больше: 30 +8	Если бы мама с папой сначала разделили деньги поровну (30:2), тогда, чтобы у мамы стало на 8 рублей больше, папе надо отдать ей свои 4 рубля

Проделав предварительную работу, учащиеся сами заканчивают решение. При этом лишь делаются уточнения:

– Зачем убирали из 30-ти 8 или добавляли 8 к 30? (Мы старались получить равные части.)

– Как мы получали равные части? (Убирали лишнее или добавляли недостающее и получали две равные части.)

– Опираясь на две первые схемы, постарайтесь решить задачу двумя способами. Ученики находят и объясняют такие решения (Таблица 3).

Таблица 3

Два способа решения

I способ	II способ
1) 30-8=22 (р.) – станет всего, 2) 33:2=11 (р.) – у папы, 3) 11+8=19 (р.) – у мамы.	1) 30+8=38 (р.) – станет всего, 2) 38:2=19 (р.) – у мамы, 3) 19-8=11 (р.) – у папы.

– Мы начали решать третьим способом так: 30 : 2 = 15 (р.). Что означает число 15? (По 15 рублей было бы у брата и у сестры, если бы деньги разделили поровну).

– Продолжите решение по третьей модели.

Учащиеся могут предложить еще 2 действия, не объясняя, откуда взялось число 4. В этом случае следует обратить внимание на то, что в условии задачи дано число 8, а не число 4 и что надо доказать, откуда появилось это число.

8 : 2 = 4 (р.) – папа отдаст маме, чтобы у нее денег стало на 8 рублей больше.

15 – 4 = 11 (р.) – останется у папы, когда он отдаст 4 рубля маме.

15 + 4 = 19 (р.) – станет у мамы.

– С помощью чего можно провести проверку последнего решения? (Из 19 вычесть 11, получится разница 8 рублей. К 19 прибавить 11 получится 30 рублей всего. Ответы 11 и 19 соответствуют условию задачи.)

– Сделаем вывод. Дадим характеристику каждому способу решения задачи. Что их объединяет?

В первом случае мы уравняли по меньшей части, для чего большую уменьшили на 8 и целое 30 уменьшили на столько же. Производили уравнивание по большей части во втором случае, увеличив меньшую часть и целое 30на 8. Затем, третьем случае сразу разделили целое 30 на две равные части, а потом сделали их неравными с разницей в 8.

Разъяснив детали всех трех способов решения по разделению целого на разные части способом подготовительного уравнивания, учитель может дать учащимся следующую задачу, которая является более сложной, чем первая, чтоб они смогли применить осознанный способ к другой задаче.

Решим **старинную задачу** теперь. Данная задача называется старинной, потому что нашли ее в учебнике XVIII века. Таким образом, двести лет дети пытаются ее решать. Раньше, в те времена задачи решали устно, обсуждая их. Мы тоже будем рассуждать. Для облегчения изыскания способа решения задачи используем схему.

Задача 2. Разделить 46 рублей на 8 частей так, чтобы каждая часть была больше предыдущей на полтинник.

У детей возникает вопрос, что такое полтинник. В ходе рассуждений выясняется, что это 50 копеек или половина рубля. Учитель подводит к тому факту, что в старину рубль называли ещё и тинном. После обсуждения происходит построение схемы (схема 2). Затем дети продолжают свои рассуждения.

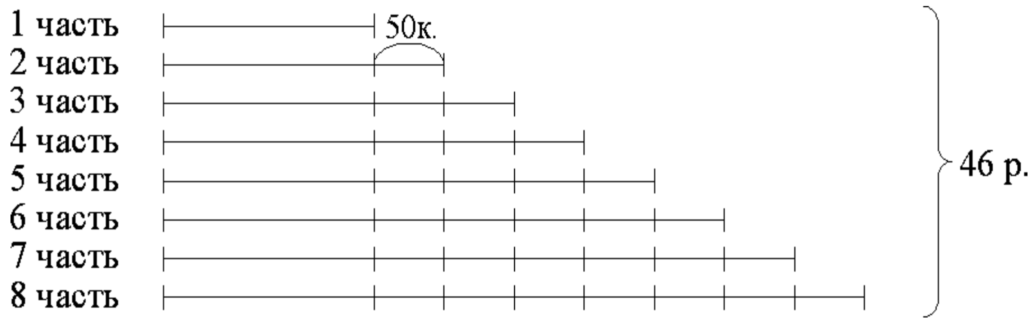


Рис. 2

При дискуссии того, что получилось у детей, когда они сами работали над задачей, учащиеся приходят к выводу, что число полтинников увеличивается с каждой частью на 1, но по сравнению с номером части число «лишних» полтинников на 1 меньше, и это является закономерностью. Можно не показывать на каждой части число полтинников, а по её номеру догадаться, на сколько полтинников она больше, чем первая часть. Учащиеся предлагают уравнять по 1-й части. Число всех лишних полтинников и лишних денег в рублях высчитывается разными способами, вычитают это из 46 рублей и узнают, сколько рублей приходится на 8 частей.

Некоторые учащиеся пересчитывая, выясняют по схеме, что по 50 копеек надо повторить 28 раз, кто-то из учеников может считать сразу рубли, то есть по 2 полтинника, получается 14рублей.

Учащиеся записывают выражение, которое показывает количество «лишних» полтинников. Затем им предлагается подумать как проще найти значение выражения. Проводится проверка, что получилось: 1+2+3+4+5+6+7. (Легчевычислятьтак:1и7,2и6,3и5–это8,теперьнадо по 8 взять 3 раза и прибавить к произведению 4, получится 28).

Далее детям предлагается ответить на вопросы: зачем мы подсчитывали число полтинников; как это поможет продолжить решение.

(Возможный ответ: можем узнать, сколько «лишних» денег в рублях, 28 разделили на 2, так как в каждом рубле содержится по 2 полтинника. Получается 14 рублей.)

При помощи наводящих вопросов, учащиеся приходят к выводу, что 14 рублей являются лишними: части станут равными без них.

Затем педагог предлагает детям продолжить решение с опорой на схему, при этом работая индивидуально и помогая догадаться затрудняющимся ученикам.

После этого проводится проверка, и выслушиваются ответы учащихся:

- Из 46 рублей надо вычесть 14 лишних рублей, остается 32. Эти 32 рубля надо разделить на 8 равных частей, получается 4 рубля. Это первая часть.
- Как определить остальные 7частей?
- К 4 рублям надо прибавлять по 50копеек.
- Запишите через запятую все части, проверьте.
- 4 р., 4 р.50 к., 5 р., 5 р.50 к., 6 р.,6 р.50 к., 7 р., 7 р.50 к. Складываем и проверяем, получим ли мы 46рублей.
- Как удобнее это сделать?
- Сначала сложить рубли, а потом копейки.

Другие способы вычисления суммы также обсуждаются. Затем учитель предлагает своё решение, а ученики объясняют идею этого решения (уравнивание по большей части) и смысл каждого действия (схема 3).

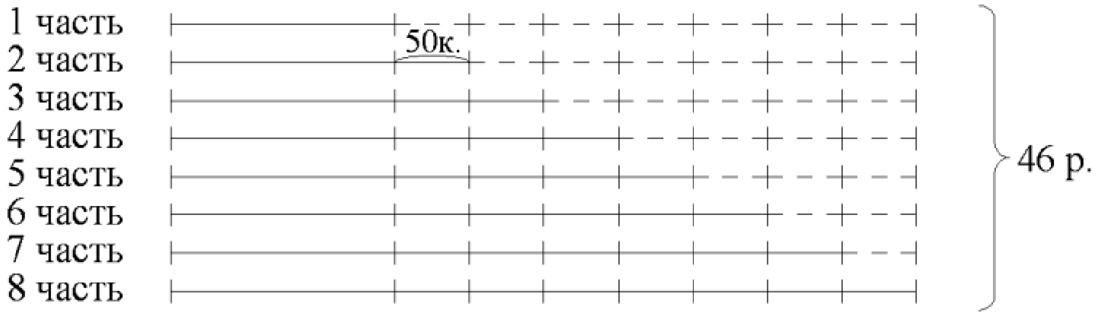


Рис. 3

Главное «увидеть» по модели, что для уравнивания по большей части недостает 28 полтинников. Только сумма будет записана наоборот: 7+6+5+4+3+2+1. Для получения ответа нужно из значения большей части 7р.50к. вычитать по 50к.

Для последующего усложнения в задачу можно ввести три взаимосвязанные величины: цена, количество и стоимость. Сюжетом задачи будет покупка товара с неодинаковой ценой. Ключ к её решению – уравнивание цены.

Пример решения других задач (Приложение).

На примере задач рассмотрим другие различные приемы решения.

Задача 3.На ферме живут утки и овцы. Всего у животных 5 голов и 14 ног. Сколько уток и овец на ферме?

Существует 4 способа решения этой задачи:

Первый способ-метод подбора:

Легко подобрать и убедиться что ответ 2 овцы и 3 утки удовлетворяет условие задачи.

Ответ: 2 овцы, 3 утки.

Второй способ: перебор вариантов.

Решение таким методом лучше оформить графически с помощью таблицы 4:

Таблица 4

Перебор вариантов решения задачи

Количество голов		Количество ног		Всего	
овцы	утки	овцы	утки	голов	ног
1	4	4	8	5	12
2	3	8	6	5	14
3	2	12	4	5	16
4	1	16	2	5	18

Ответ: 2 овцы и 3 утки.

Третий способ – метод предположения.

а) метод предположения по избытку: Предположим, что на ферме только овцы, тогда у них 4х5=20 ног, т.е. 6 ног «лишние». Эти ноги принадлежат уткам. Так как у утки 2 ноги, то:

$$6 : 2 = 3 \text{ (утки)}$$

$$5 – 3 = 2 \text{ (овцы)}$$

б) метод предположения по недостатку: Предположим, что на ферме были только утки, тогда 5 х 2 = 10, т.е. не достает 4 ноги и они принадлежат овцам: 4 : 2 = 2 (овцы), 5 – 2 = 3 (утки).

Ответ: 2 овцы и 3 утки.

Четвертый способ - алгебраический.

а) составление уравнения: Если х– количество овец, тогда (5 – х) – количество уток. Имеем:

$$4x + 2(5 – x) =14,$$

$$4x + 10 – 2x =14,$$

$$4x – 2x = 14 –10,$$

$$2x = 4,$$

$$x=2 \text{ (овцы)}, 5 – 2 = 3 \text{ (утки)}.$$

Ответ: 2 овцы и 3 утки.

б) составление системы уравнений:

Если х–овцы, у – утки, то имеем:

$$\begin{cases} x + y = 5, \\ 4x + 2y = 14; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 – y, \\ 4(5 - y) + 2y = 14; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 – y, \\ 20 – 4y + 2y = 14; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 – y, \\ 20 – 2y = 14; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x =5 – y\ 2y= 20 -14, \\ x = 5 – y\ 2y = 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 5, \\ y=3 \text{ (утки)}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 - 3, \\ x = 2 \text{ (овцы)}. \end{cases}$$

Ответ: 2 овцы и 3 утки.

Таким образом, мы рассмотрели задачу, у которой есть разные способы решения. Решение задач разными способами расширяет кругозор учащихся, способствует всестороннему развитию знаний, формирует логическое мышление. В ходе исследования подмечен тот факт, чтодетям лугчу такие задачи решать методом перебора. При этом дети, которые проявляют большой интерес к математике («любящие математику») и в частности, к составлению уравнений, применяют алгебраический метод.

Задача 4. Летела стая диких уток, а навстречу им летит одна утка и говорит: «Здравствуйте, сто уток!». «Нас не сто уток, − отвечает ему вожак стаи, − если бы нас было столько, сколько теперь, да еще столько, да полстолька, да еще четверть столько, да еще ты, утка, с нами, так тогда нас было бы сто уток». Сколько в стае уток?

Решение задачи:

Первый способ- метод перебора:

Уток больше 30, но меньше 40, причем число уток должно делиться на 2 и на 4. Итак, проверяем числа 32,34,36,38, одновременно на 2 и на 4 делятся 32 и 36.

Проверка:

Поскольку 32 + 32+32:2+32:4+1=89, 89 < 100, то 32 не подходит.

Поскольку 36+36+36:2+36:4+1=100, 100=100, то 36 подходит. Значит, уток 36 штук.

Ответ: 36 уток.

Второй способ - алгебраический метод:

Обозначив x как количество уток, получаем уравнение:

$$x+x+x:2+x:4+1=100,$$

$$4x+4x+2x+x+4=400,$$

$$11x=400-4,$$

$$11x=396,$$

$$x= 396:11,$$

$$x=36.$$

Проверка: 36+36+36:2+36:4+1=100.

Ответ: 36 уток.

Задача 5. «Два крестьянина расположились у лесной опушки закусить. В это время к ним подошел путник и попросил поделиться завтраком, и пообещав уплатить, что следует. Те согласились и достали скудный завтрак: у одного крестьянина было 2 хлебца, а у другого такой же один. Все втроем закусили, причем ели поровну. Уходя, путник уплатил за свою долю 5 копеек. Как крестьяне должны разделить эти деньги между собой?» [27]

Ответ: Трое съели 3 хлебца. Следовательно, каждый съел по 1 хлебцу. Поэтому тот крестьянин, был один хлебец не получает ничего, а все 5 копеек должны остаться крестьянину, у которого было 2 хлебца.

Эта задача решения не имеет, она на сообразительность и поэтому, только логически рассуждая можно дать правильный ответ на вопрос.

Похожая задача на сообразительность, не требующая решения:

Задача 6. «Летела стая гусей: один гусь впереди, а два позади; один позади и два впереди; один между двумя и три в ряд. Сколько всего было гусей?» [36]

Ответ: 3 гуся.

Задача 7. По три собаки привязано в трех местах. Сколько у них когтей?

Решить данную задачу можно лишь арифметическим способом, но в разных вариациях.

Первый способ:

У девяти собак всего 4х4х3х3=144 когтей.

Ответ: 144.

Второй способ:

Всего 3х3=9собак, при этом 4х4=16 (когтей) у одной собаки, так как якуты убирают у собак верхний пятый коготь. Тогда 9х16=144 (когтей) у девяти собак.

Ответ: 144 когтя.

Некоторые приемы решения нестандартных задач также представлены в Приложении.

§ 5. Опытно-поисковое исследование по определению математического развития школьников в ходе решения нестандартных задач

Целью исследования является изучение процесса математического развития учащихся посредством решения нестандартных задач.

Так же были определены следующие *задачи:*

1. Отбор методической основы для изучения уровня математического развития учащихся.
2. Определение исходного уровня математического развития учащихся.
3. Проведение проверки результативности математического развития.

Ход исследовательской работы.

Учащиеся 4 класса: 21 человек, из них 13 девочек и 8 мальчиков.

С целью изучения исходного уровня математического развития отобрались критерии и показатели.

Математическое развитие учащихся – это в первую очередь развитие математических способностей. Наиболее подходящими критериями математических способностей мы посчитали элементы математических способностей, предложенные Крутецким В. А.:

- «гибкость мышления, способность сокращать процесс рассуждения (рациональность);

- способность к формализации математического материала;
- развитость образно–геометрического мышления и пространственных представлений;
- способность к оперированию числовой и знаковой символикой».

Таким образом, проводилась работа с целью проверки элементов системы математических способностей (Таблица 5).

Таблица 5

Задания и критерии для выявления уровней математического развития способностей

№	Критерии	Умения, необходимые для решения задачи	Номер задания
1	Способность к формализации математического материала	Умение отличать задачу от других текстов	1
2	Способность к оперированию числовой и знаковой символикой	Умение записывать решение задачи, производить вычисления	1, 2, 3,4
3	Гибкость мышления, способность сокращать процесс рассуждения.	Умение записывать решение задачи выражением; умение решать задачу разными способами	2, 3
4	Развитость образно-геометрического мышления и пространственных представлений	Умение выполнять построение геометрических фигур	4

Сформирована бальная шкала оценивания выполнения заданий:

- 1 балл – допущено более 3ошибок (учащийся не справился с заданием);
- 2 балла – допущено 2-3 ошибки (учащийся справился с заданием наполовину);
- 3 балла – задание выполнено полностью либо допущена 1ошибка (учащийся справился с заданием).

Так же определено уровневое распределение баллов(минимальное количество баллов –4, максимальное – 12):

- низкий уровень – от 4 до 8 баллов;
- средний уровень – от 8 до 10баллов;
- высокий уровень – от 10 до 12баллов.

В зависимости от процентного выполнения заданий учащиеся распределяются по группам математического развития:

1. Группа с низким уровнем математического развития – ученики, набравшие 4-6 баллов.

Характерно для учащихся из этой группы то, что у них возникают трудности при вычислениях, при проведении записи решения задачи, Ученики не владеют умением строить геометрические фигуры, а также не могут решать задачи несколькими способами решения, математические способности у них имеются в общей потребности.

2. Группа со средним уровнем математического развития – ученики, набравшие 7-9 баллов.

Характерным для учащихся данной группы является то, что у них есть тенденции понятия задач, они могут обозначать данные и то, что следует найти в задаче, но это умение сводится только к установлению отдельных связей. Учащиеся владеют умение строить геометрические фигуры, но могут допускать небольшие ошибки.

3. Группа с высоким уровнем математического развития – ученики, набравшие 10-12 баллов.

Учащиеся данной группы владеют навыками записи решения задач, анализа задач с определением взаимосвязей. Ученики без труда строят геометрические фигуры, у них развиты пространственные представления и образное мышление. Так же им не сложно найти различные способы решения и выбрать наиболее подходящий.

Приведем **примеры заданий**, используемых для диагностики.

1. Составьте из приведенных простых задач сложные (так называемые «составные») задачи. Составную задачу решите несколькими различными способами, выделите наиболее подходящий способ решения этой задачи.

1.1. Корова Мурка в пятницу дала 14 литров молока. Фермер разлил молоко по трёхлитровым банкам. Сколько банок получилось у фермера?

1.2. Даша купила в магазине «Канцтовары» 5 ручек. Стоимость каждой ручки 20 рублей. Сколько денег она потратила?

1.3. Даша купила в магазине «Канцтовары» 3 карандаша, каждый из которых стоит 20 рублей. Какова цена карандашей?

1.4. Корова Мурка в пятницу дала 14 литров молока. Фермер разлил молоко по трёхлитровым банкам. Сколько банок получилось у фермера?

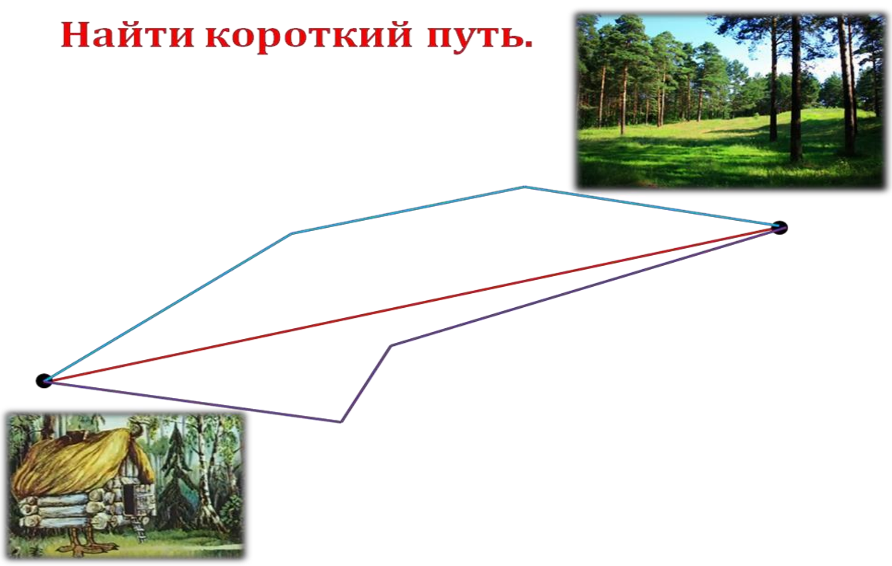
2. Дано условие задачи. Прочитайте и соотнесите каждое выражение с правильным вопросом.

«В классе 15 девочек и *а* мальчиков».

Сколько всего детей в классе?	15 - *а*
На сколько девочек больше, чем мальчиков?	*а* - 15
На сколько мальчиков меньше, чем девочек?	15 + *а*

3. Решите задачу.

«В своём письме родителям Дядя Фёдор написал, что его дом, дом почтальона Печкина и колодец находятся на одной стороне улицы. От дома Дяди Фёдора до дома почтальона Печкина 90 метров, а от колодца до дома Дяди Фёдора 20 метров. Какое расстояние от колодца до дома почтальона Печкина?» [37]



Результаты диагностики представлены в виде диаграмм (рис. 6-9).

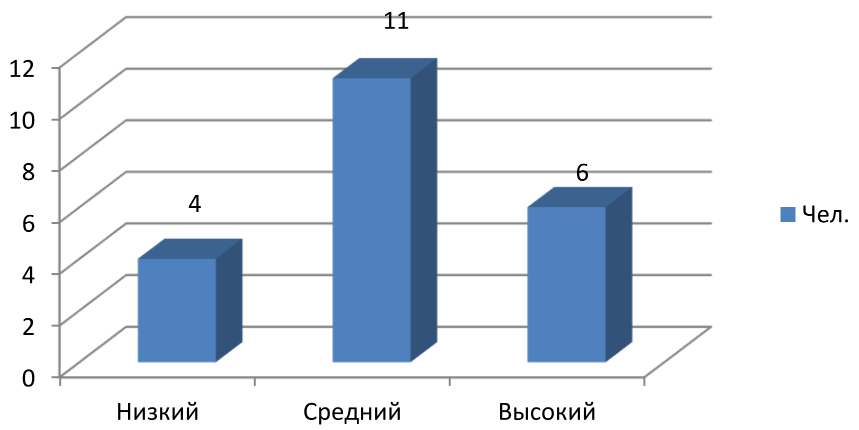


Рис. 6. Уровень развития способностей к формализации математического материала

Из диаграммы видно, что 4 учащихся (19%) показали низкий уровень развития способностей к формализации математического материала. Этим учащимся трудно различать задачи.

Средний уровень развития способностей к формализации математического материала показали 11 человек, что составляет 52%.

На высоком уровне развития способностей к формализации математического материала имеют 6 человек, 29% соответственно. У этих учащихся есть умения различать задачи.

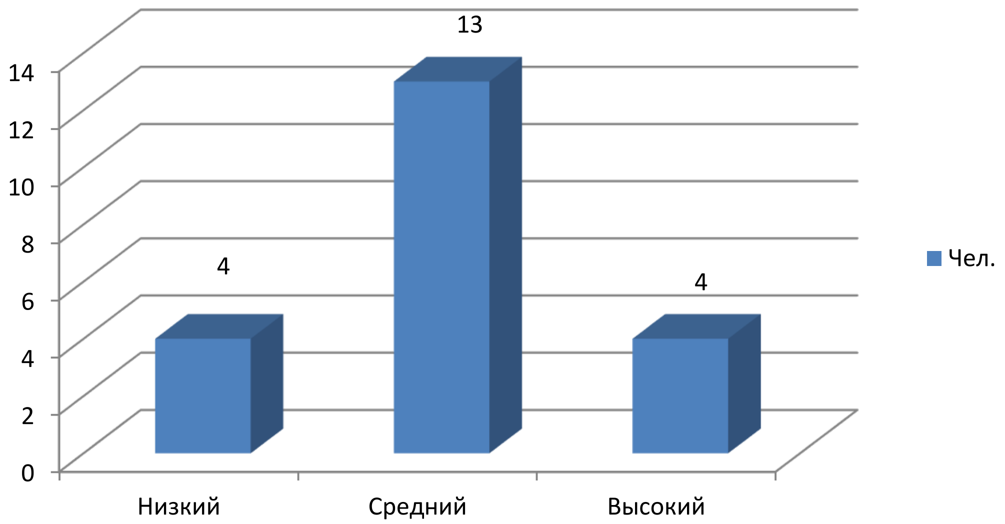


Рис. 7. Уровень развития способностей оперировать числовой и знаковой символикой

По данному критерию низкий уровень показали 4 человека (19 %).

Эти учащиеся не владеют конкретными знаниями в области решении задач (допускают ошибки при производстве вычислений, не могут определить, во сколько действий решается задача).

Средний уровень развития способностей оперировать числовой и знаковой символикой имеют 13 человек, что составляет 64% от общего количества обучающихся.

Высокий уровень развития способностей оперировать числовой и знаковой символикой показали 4 человека (19 %). Для учащихся с данным уровнем не составляет труда процесс вычислений и записирешениязадач.

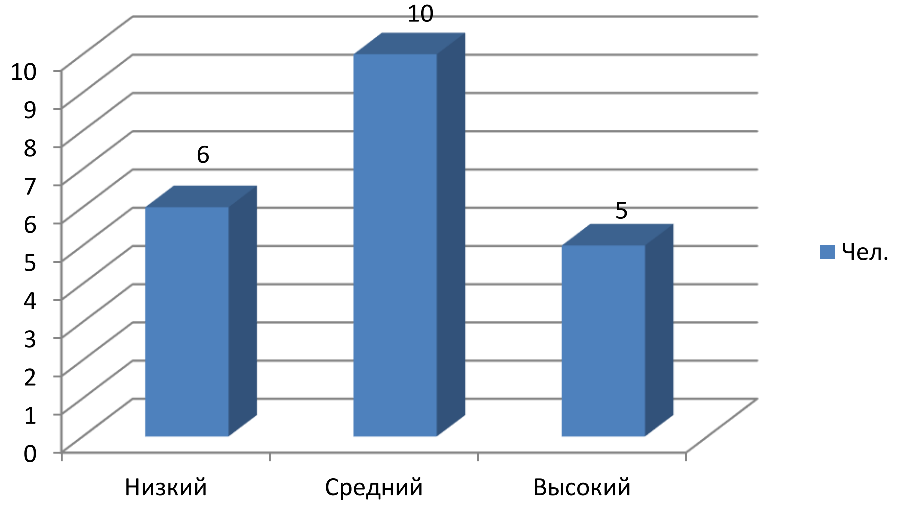


Рис. 8. Уровень развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения

В данной категории определено, что низкий уровень развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения имеют 6 человек, что составляет 29%. Учащиеся не могут записывать решение задачи выражением, не способны решать задачу разными способами.

Средний уровень развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения показали 10 учащихся (57%).

Высокий уровень развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения имеют 24% учащихся (5 человек).

Учащиеся владеют умением записывать решение задачи выражением, могут решать задачу разными способами.

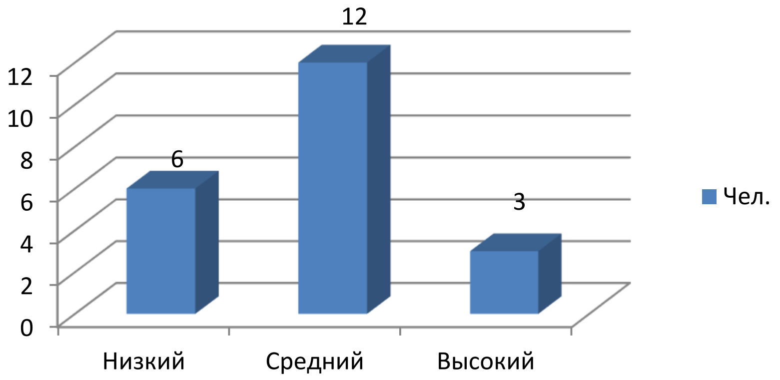


Рис. 9. Уровень развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений

Мы видим, что низкий уровень развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений показали 6 учащихся (29% от общего количества). Ученики этого уровня не могут строить геометрические фигуры. 12 человек (57%) показали средний уровень развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений. Лишь трое учащихся, что составляет 14%, показали высокий уровень развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений. Процесс построения геометрических фигур не вызывает затруднений у данных учащихся.

Затем было произведено сравнение уровневых критериев между собой.

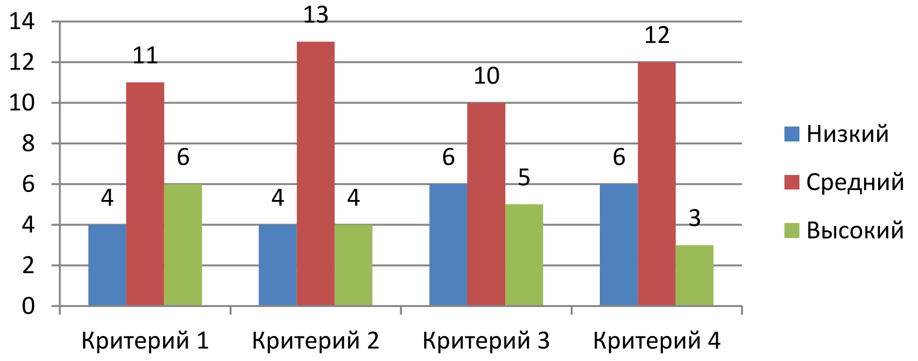


Рис. 10 Сравнительная диаграмма математического развития учащихся на констатирующем этапе исследования

Из анализа критериев математического развития учащихся на констатирующем этапе исследования видно, что более сложным для учеников является развитие образно-геометрического мышления и пространственных представлений и развитие гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения (29% учащихся показали низкий уровень развития). Самым развитым критерием математического развития учащихся на констатирующем этапе исследования оказался уровень развития способности к формализации математического материала (высокий уровень развития показали 29% учащихся).

Таким образом, результаты по уровням развития были обобщены и далее представлены уровни математического развития учащихся на констатирующем этапе.

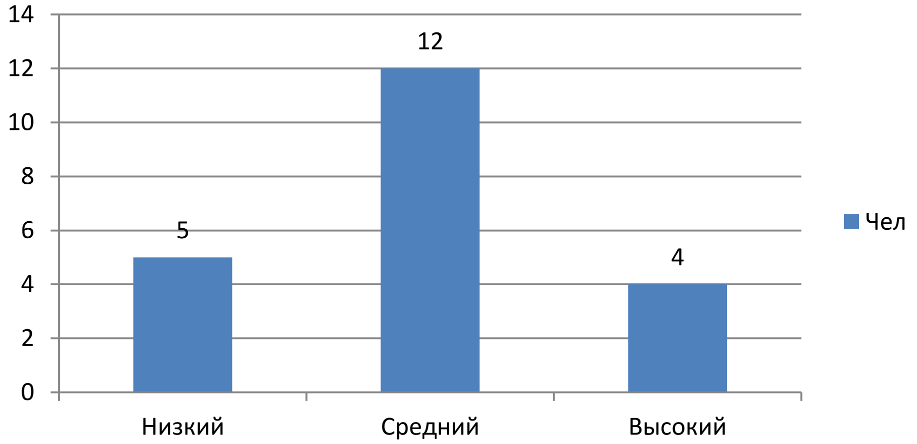


Рис. 11. Уровни математического развития на констатирующем этапе исследования

Выяснилось, что низкий уровень математического развития показали 5 учащихся, что составляет 24%. У таких учеников математические способности проявляются в общей, всем присущей потребности. Ученики испытывает трудности при записывании решения задачи, при вычислениях. При этом такие школьники не могут решить задачу несколькими способами. Они не могут и не пытаются предвидеть ход решения задачи. Не могут строить геометрические фигуры.

Средний уровень математического развития имеют 12 учащихся, это 57% от общего количества. У таких учащихся математические способности проявляются по образцу (в сходных условиях). Они стремятся понять задачу, выделяют данные, и искомое, но способны при этом установить лишь отдельные связи между ними. Ученики могут записать решение задачи, однако допускают ошибки при вычислениях. В некоторых случаях они способны решить задачу несколькими способами. Геометрические фигуры строят с погрешностями.

Высокий уровень математического развития имеют 4 учащихся, что составляет 19%. Такие ученики проявляют творческое проявление математических способностей в новых, неожиданных ситуациях. Они демонстрируют относительно быстрое и успешное овладение математическими знаниями, умениями и навыками; проявляют способность к последовательному правильному логическому рассуждению; обладают гибкостью мышления, находчивостью и сообразительностью при изучении математики. Обучающиеся данной группы имеют способность к оперированию числовой и знаковой символикой; способность сокращать процесс рассуждения, мыслить свернутыми структурами; способность переходить с прямого на обратный ход мысли; имеют развитое образно-геометрическое мышление и пространственные представления.

Таким образом, можно констатировать, что математические способности обучающихся 4 класса имеют преимущественно средний уровень.

Затем, на контрольном этапе исследования был проведен анализ эффективности математического развития учащихся. Было решено использовать диагностику констатирующего этапа исследования с целью определения уровня математического развития учащихся.

Задания контрольного этапа:

1) Решите задачу разными способами, подчеркни наиболее подходящий.

«За 1 час самолет преодолевает расстояние в 1000 км, а автомобиль – в 10 раз меньше, чем самолет, поезд – на 50 км меньше, чем автомобиль. Во сколько раз меньше расстояние за 1 час преодолевает поезд, чем самолет?»

2) Дана задача. Соедините каждый вопрос с нужным выражением.

«В классе 18 девочек и неизвестное количество мальчиков».

Сколько всего учеников в классе?	18 – x
На сколько девочек больше, чем мальчиков?	18* x
На сколько мальчиков меньше, чем девочек?	x – 18
Во сколько раз мальчиков меньше, чем девочек?	18 : x
Во сколько раз девочек больше, чем мальчиков?	18+ x

3) Напишите краткие пояснения к данным ниже условиям.

«В саду 54 яблони, груш в 6 раз меньше, чем яблонь, а слив на 20 деревьев больше, чем груш. Сколько всего деревьев в саду?»

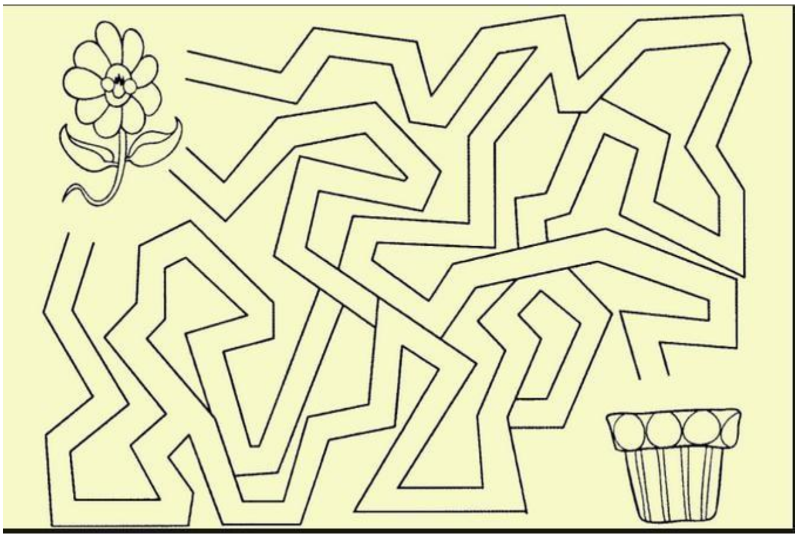
54 / 6 = 9- ____

9+ 20 = 29 - ____

54+29 =83 - ____

83 +9 = 92- ____

4) Проведите путь цветочка к горшочку цветочному:



Результаты повторной диагностики представлены в диаграммах на рис. 7-10.

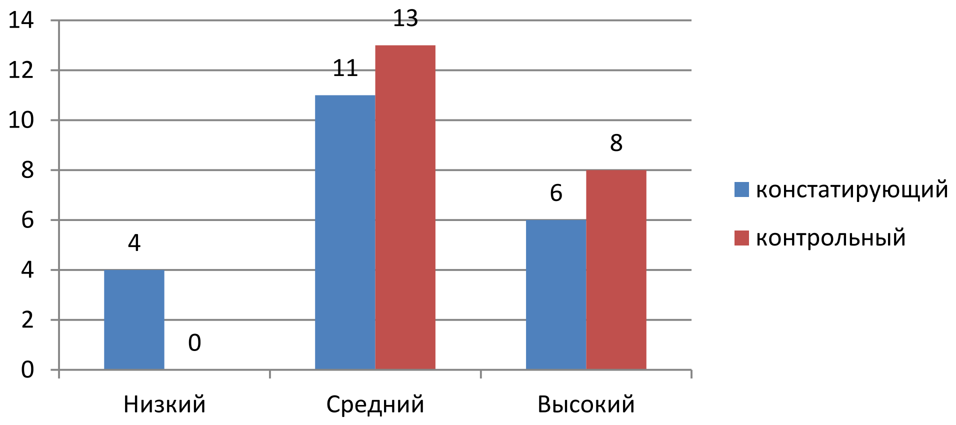


Рис. 12. Сравнительный анализ уровня развития способности к формализации математического материала

В ходе исследования на контрольном этапе исследования не выявилось учащихся имеющих низкий уровень развития способности к формализации математического материала (на 19% снизился показатель).

Средний уровень развития способности к формализации математического материала, на этот раз, показали 13 учащихся, что составляет 62% учащихся. Показатель увеличился на 12%.

Показатель высокого уровня развития способности к формализации математического материала также увеличился. Так, 8 учеников показали его, это составляет 38%, на 9% увеличился показатель.

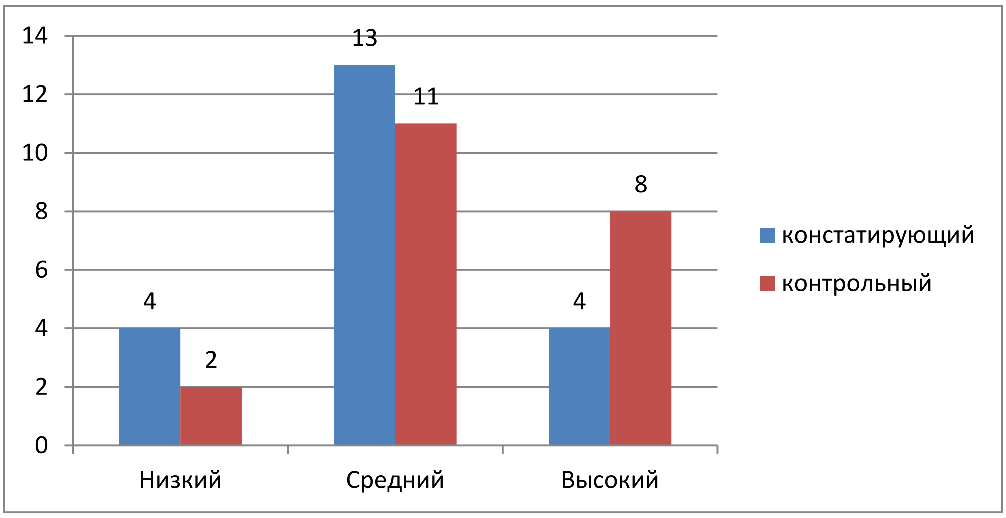


Рис. 13. Сравнительный анализ уровня развития способности к оперированию числовой и знаковой символикой

Из анализа видно, что на контрольном этапе исследования низкий уровень развития способности к оперированию числовой и знаковой символикой показали 2 человека, 9% соответственно. Уменьшение показателя произошло на 10%.

Средний уровень развития способности к оперированию числовой и знаковой символикой, на этот раз, показали 11 учащихся, что составляет 52%. Показатель снизился на 12% по сравнению с показателем на констатирующем этапе.

Высокий уровень развития способности к оперированию числовой и знаковой символикой сформировали 8 учеников - 38% обучающихся. На 14% увеличился показатель.

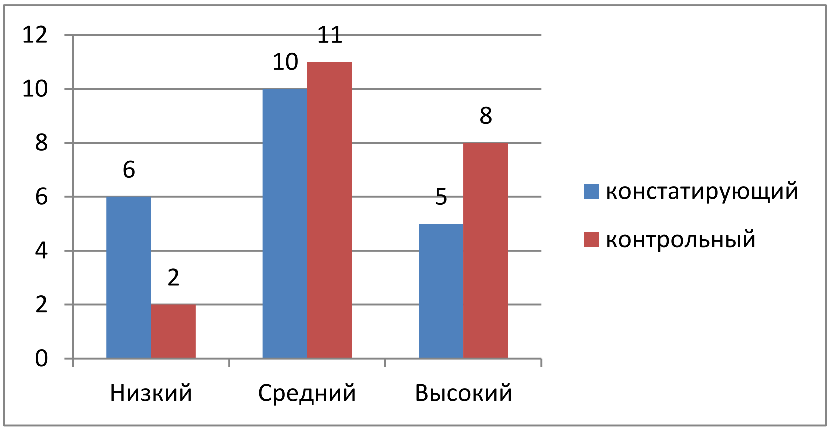


Рис. 14. Сравнительный анализ уровня развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения

На контрольном этапе низкий уровень развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения показали 2 учащихся, в процентном соотношении – это 9% от общего количества обучающихся. Показатель уровня на 20% снизился.

11 человек имеют средний уровень развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения (52%). Произошло снижение на 5%. Высокий уровень развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения начали демонстрировать 8 обучающихся - 38%, процент увеличился на 14%.

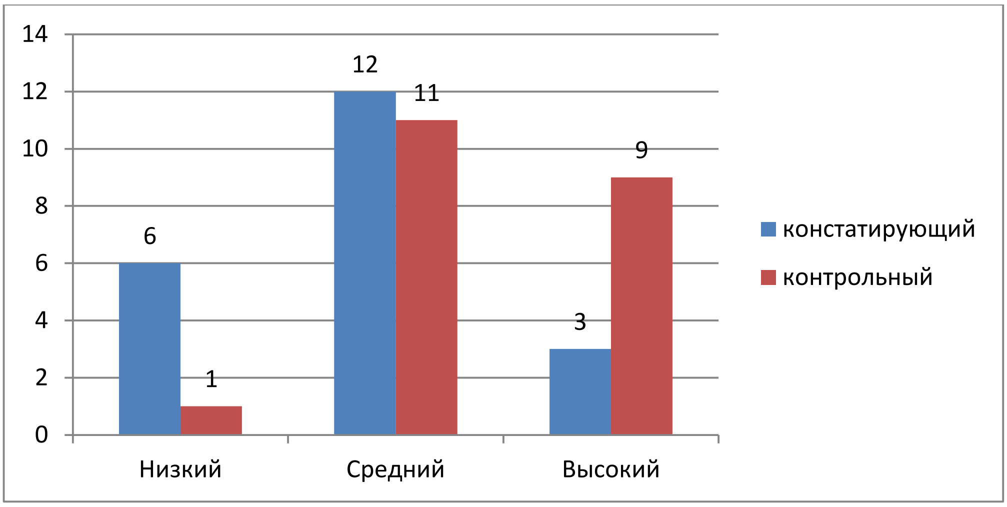


Рис. 15. Сравнительный анализ уровня развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений

Мы наглядно видим, что на контрольном этапе исследования увеличился показатель высокого уровня развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений. Таким образом, 9 учеников продемонстрировали данный уровень развития, что составляет 43%, повысился показатель на 29%.

Что касается среднего уровня развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений, то его показали 11 учащихся, в процентном соотношении – 52%. Произошло снижение на 5%.

Ну и наконец, произошло значительное снижение низкого уровня развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений. Данный уровень продемонстрировал лишь 1 ученик (5%). Показатель снизился на 24%.

Затем проводился сравнительный анализ уровней между собой:

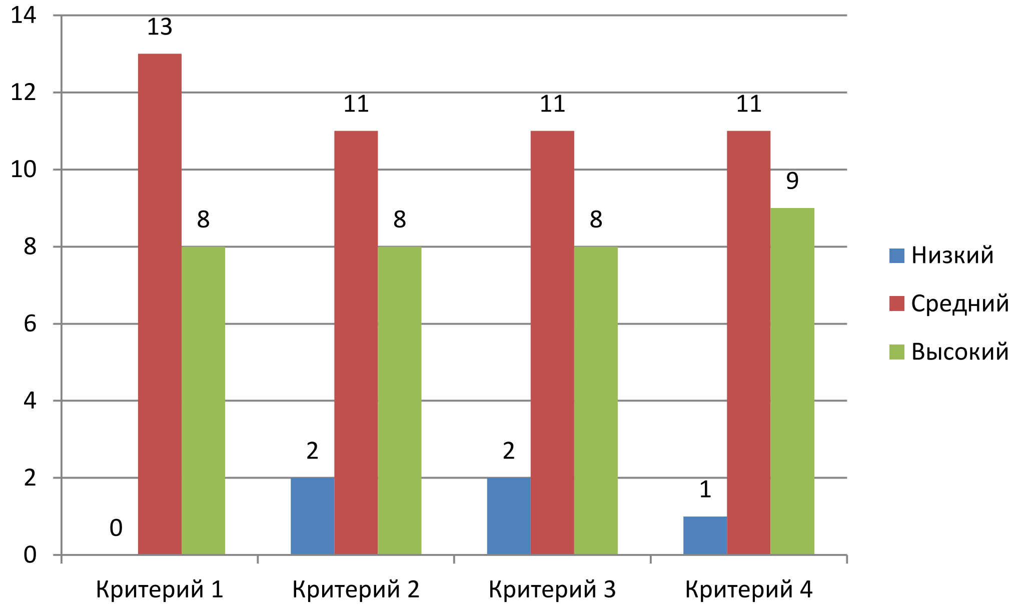


Рис. 16. Сравнительный анализ уровней математического развития на контрольном этапе исследования

Данный анализ математического развития математических на контрольном этапе исследования позволяет сделать вывод, что показатель способности к формализации математического материала на контрольном этапе исследования нашел наибольший процент в степени развития у учащихся. А так же, лишь для 1 человека, что составляет 5% проблемным оказались развитие способности к образно-геометрическому мышлению и пространственных представлений.

Затем, уровни математического развития учащихся на контрольном этапе исследования сравнились между собой. Можем проследить это сравнение из представленной диаграммы.

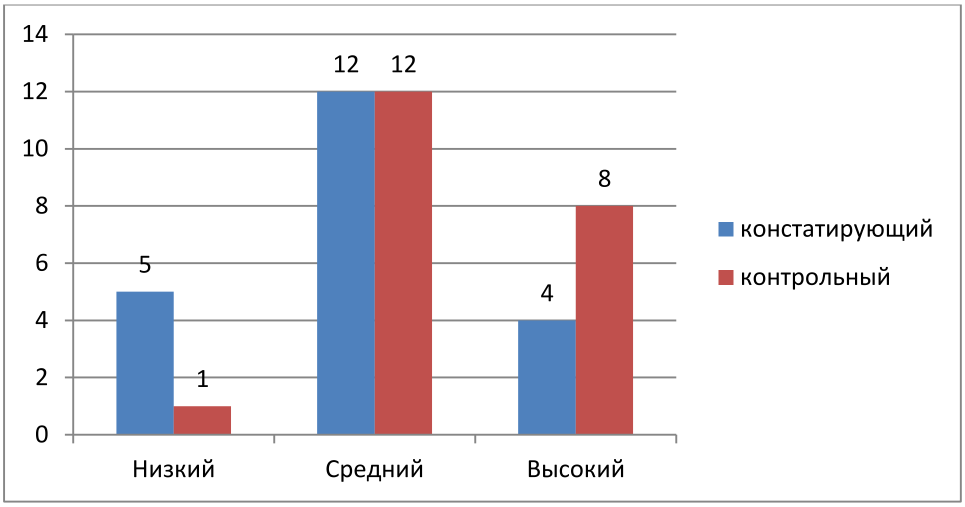


Рис. 17. Сравнительный анализ уровней математического развития учащихся на контрольном этапе исследования

Низкий уровень математического развития математических способностей показал 1 учащийся – 5% от общего количества детей, принявших участие в исследовании. Количество учащихся, продемонстрировавших средний уровень математического развития – 12 человек, что составляет 57%. Высокий уровень математического развития отмечается у 8 учащихся, 38% соответственно. Диагностика написания итоговых работ, математического качества обученности учащихся подтверждают тот факт, что овладение математической наукой становится более успешным с помощью увеличения уровня математического развития учащихся.

Таким образом, результатом нашего исследования является факт того, что после проведения опытно-поискового исследования, целью которого было математическое развитие учащихся посредством решения нестандартных задач, учащиеся, принявшие участие в исследовании продемонстрировали успешные и значительные результаты.

Мы произвели выборку нестандартных задач и использовали их на уроках математики для того, чтобы проследить процесс математического развития учащихся в ходе их решения. По окончании данного исследования, учащиеся, подверженнее экспериментальной работе начали показывать более высокий уровень математического развития.

Выводы по второй главе

В данной главе были рассмотрены методические основы математического развития детей младшего и среднего возраста посредством решения нестандартных задач, проведено опытно-поисковое исследование.

В ходе практической части работы были отобраны и систематизированы требования, методы и сами нестандартные задачи для того, чтобы установить факт влияния их решения на математическое развитие учащихся. Целью опытно-поискового исследования было математическое развитие учащихся с помощью решения нестандартных задач на практике. Эксперимент показал положительные результаты. У учащихся повысился уровень математического развития после обучения решению системы нестандартных задач, разработанной с учетом методических и общепедагогических требований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время остро стоит проблема обучения математике школьников с целью их математического развития. Качество и эффективность математического обучения выражается не только в степени обученности учащихся в рамках учебной программы и овладении ими математическими знаниями, а также сформированностью умений самостоятельно добывать знания, изучать предмет, а именно уровнем их математического развития.

Математическое развитие – трудоемкое, с точки зрения психологии, определение, представляющее собой определенный союз особенностей мышления, интеллекта, которые в процессе математических действий получают свое развитие. Также, математическое развитие школьников подразумевает развитие их творческого воображения и мышления. Развитие воображения – это важный аспект любой деятельности людей, а также их поведения. В последнее время многие методисты и психологи отмечают роль математического развития в интеллектуальном развитии школьников.

Когда существует определенная, четко сформулированная система задач, школьники в ходе решения данной системы не только изучают программный материал, но и учатся творчески мыслить, происходит процесс развития их творческого мышления. Мы считаем, что процесс решения учащимися необычных, оригинальных задач, в которых они могут проявить креативность подходов решения, изобрести свои методы решения, не используя заученные алгоритмы, самым положительным образом сказывается на их развитии. В настоящее время в учебной и методической литературе (в основном для начальной школы) приводятся некоторые нестандартные (нетиповые) задачи (математические ребусы, задачи-шутки, комбинаторные задачи, головоломки, софизмы и так далее), а также изучаются подходы к их решению.

В отличие от процесса работы над стандартными учебными задачами, процесс решения не типовых задач направлен на активное вовлечение и погружение школьников в данный процесс и способствует формированию умения решать задачи. Также, решение нестандартных задач приводит к овладению навыков сопоставления, позволяет проводить наблюдения, узнавать закономерности математики, доказывать свою точку зрения, проявлять навыки дедукции.

Для решения нестандартных задач используются такие же способы решения, что и для типовых: арифметический, алгебраический, графический практический, метод подбора и перебора, метод предположения и другие. В качестве приемов решения следует выделить уравнивание; показ решения ситуации на практике; применение другого способа решения задачи при составлении плана; введение дополнительных данных в задачу, которые не влияют на результат решения; замена одной задачи другой; выделение в задаче всех взаимосвязей.

В ходе опытно-поискового исследования приводится практический материал, целью которого было определение уровня математического развития учащихся. В качестве критериев определения математического развития школьников были выбраны:

- способность к формализации математического материала;
- способность к оперированию числовой и знаковой символикой;
- гибкость мышления (рациональность), способность сокращать процесс рассуждения;
- развитость образно-геометрического мышления и пространственных представлений.

Затем был произведен подбор нетиповых задач, решение которых на практике осуществлялось с целью математического развития учащихся.

На констатирующем этапе исследования выяснилось, что учащиеся 4 класса стали показывать более высокий уровень логического мышления и соответственно степень математического развития.

Учащиеся продемонстрировали навыки сравнения, классификации, развитое понятийное мышление, умение абстрагироваться.

У учащихся 4 класса повысился уровень пространственного воображения, умений к общему анализу и синтезу материала, проявления интеллектуального потенциала, аналитических способностей через составляющие части к целому.

Также в ходе исследовательской работы был подготовлен методический проект «Метод графов при решении нестандартных задач», в котором рассматривается обучение решению нестандартных задач методом графов в форме творческих мастерских.

В заключение хотелось бы отметить, что внедрение нестандартных задач в процесс обучения математике, а также во внеурочную деятельность, в виде факультативных курсов, кружковой работы, творческих мастерских способствует развитию у учащихся познавательного интереса к предмету привитию им навыков решения нестандартных задач различными способами, обучению учащихся решать нестандартные задачи разных видов и общему математическому развитию школьников.

В качестве перспективы развития данной темы выбрана разработка программы внеурочной деятельности, направленной на математическое развитие учащихся при решении задач нестандартного вида.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агейчик Н.Н. Математика 3 класс. Тетрадь самоконтроля / Н.Н. Агейчик, 2009.
2. Атаханов, Р. Уровни развития математического мышления: опыт экспериментального психологического исследования [Текст] / Р. Атаханов; под науч. ред. академика В. В. Давыдова. – Душанбе, гос.ун., 1993. – 175 с.
3. Бабкина Н.В. Нетрадиционный курс "Развивающие игры с элементами логики" для первых классов начальной школы. // Психологическое обозрение. 1996. № 2 (3), с. 4752.
4. Баженов И.И., Порошкин А.Г., Тимофеев А.Ю., Яковлев В.Д. Задачи для школьных математических кружков: Учебное пособие. / Сыктывкар: Сыктывкарский ун-т, 2006. — 224 с.
5. БелошистаяА.В. Математическое развитие ребенка в системе дошкольногои начального образования: Дисс. докт. пед.наук. — М.: 2003. — 393 с.
6. Белошистая А.В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций: учеб.пособие для студентов высш. пед. учеб. заведений. – М.: Гуманитар. изд. Центр Владос, 2005.- 455 с.: ил. – (Вузовское образование). - с. 43-47.
7. Василевский А.Б. Обучение решению задач по математике./ А.Б. Василевский. Минск, 2001.
8. Виленкин Н.Я., Жохова В.И. Математика. 5 кл. М.: Мнемозина, 2013.
9. Виленкин Н.Я., Жохова В.И. Математика. 6 кл. М.: Мнемозина, 2013.
10. Виленкин Н. Я., Жохова В. И., Чесноков А. С., Шварцбурд С. И. Математика. Учеб. для 6 кл. общеобразоват. учреждений [Текст] – 6-е изд. – М.: Мнемозина, 2000. – 304 с, ил.

11. Виноградова Н. Ф., Рудницкая В. Н., Юдачева Т. В.; под ред. Н. Ф. Виноградовой. Математика 1–4 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений [Текст]/ - 2-е изд., перераб. – М.: Вентана-Граф, 2009. – ил. – (программа: «Начальная школа 21 века»). – 160 с.

12. Гельфман Э.Г. Алгебра. 7 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. Учреждений. - М. Бином, 2013.

13. Глухова О.Ю. Система нестандартных задач по математике, приемы и методы решения // Инновации в науке: сб. ст. по матер. XXIV междунар. науч.-практ. конф. № 8(21). – Новосибирск: СибАК, 2013.

14. Григорьева Н. Н. Нестандартные задачи как средство развития математического мышления младших школьников// Студенческий научный форум 2017: материалы IX межд. студентч. научн. конф. - Чувашский государственный педагогический университет им. И.Я. Яковлева. - г. Чебоксары, Россия. https://scienceforum.ru/2017/article/2017040155

15. Демидова Т.Е., Козлова С.А., Тонких А.П. О новыхучебниках для 1–4 классов «Моя математика»// Начальная школа, 2005, № 8.

16. Демидова Т.Е., Козлова С.А., Тонких А.П. и др. Моя математика: Учеб. для 1 класса: В 3 ч. – М.: Изд. дом РАО; Баласс, 2005. – Ч. 1., 2.

17. Демидова Т.Е., Козлова С.А., Тонких А.П. и др. Моя математика: Учеб. для 2 класса: В 3 ч. – М.: Изд. дом РАО; Баласс, 2005. –Ч. 3.

18. Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б., Математика. 5 класс: учебник. М. – Просвещение, 2016.

19. Жумабаева З.Е. Нестандартные задачи по математике как средство развития логического мышления учащихся [Электронный ресурс]: дипломная работа/ З.Е. Жумабаева. – Казахстан, Павлодар, 2015. – Режим доступа: http://statref.ru/ref_ujgmeratyrna.html

20. Зайцев Т.Г. Теоретические основы обучения решению задач в начальной школе. – М.: Педагогика, 2003. – 156 с.

21. Зак А.З. 600 игровых задач для развития логического мышления детей./ А.З. Зак. - Ярославль: "Академия развития", 1998.

22. Зак А.З. Развитие умственных способностей младших школьников. / А.З. Зак. - М.: Просвещение, Владос, 1994.

23. Зубарева И.И., Мордкович А.Г. Математика. 5 кл.: учебник для общеобразовательных учреждений, 14-е издание, Москва, Мнемозина 2013.

24. Зубарева И.И., Мордкович А.Г. Математика. 6 кл.: учебник для общеобразовательных учреждений, 13-е издание, Москва, Мнемозина 2013.

25. Колягин Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе / Колягин Ю.М., Оганесян В.А., Саннинский В.Я., Луканин Г.Л.: Учеб. пособие для студентов физ. -мат. фак. пед. институтов. — М.: Просвещение, 1975. — 462 с.

26. Концепция развития математического образования в Российской Федерации – 2013.

27. Лавлинская, Е. Ю. Методика работы с задачами повышенной трудности в начальной школе [Текст] / Е. Ю. Лавлинская. – Волгоград: Перемена, Волгоградский государственный педагогический университет, 2010. – 162с.

28. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С. Б.; под ред. Теляковского С.А. Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе. М.: Просвещение, 2016.

29. Муравин Г. К., Муравина О.В. Математика. 5 кл.: учебник. 3-е изд., стереотип. М.: Дрофа, 2016.

30. Муравин Г. К., Муравина О.В. Математика. 6 кл.: учебник. 3-е изд., стереотип. М.: Дрофа, 2016.

31. Моро М. И., Бантова М. А., Бельтюкова Г. В. Математика. Учеб.для 1–4 кл. нач. шк. [Текст] – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2004. – ил.

32. Митенева, С.Ф. Нестандартные задачи по математике как средство развития творческих способностей учащихся: диссертация [Электронный ресурс]/ С.Ф. Митенева.– disserCat – электронная библиотека диссертаций. – Вологда, 2005. – Режим доступа: http://www.dissercat.com

33. Останина, Е. Е. Обучение младших школьников решению нестандартных арифметических задач [Текст] / Е. Е. Останина // Обучение младших школьников решению текстовых задач: Сборник статей / Сост. Н. Б. Истомина, Г. Г. Шмырева. – Смоленск: Изд-во «Ассоциация 21 век», 2005. –с. 76

34. Петерсон, Л. Г. Математика. 1–4 класс. [Текст] / Л. Г. Петерсон – М. : Издательство «Ювента», 2005. – ил. (программа: «Школа 2000»).

35. Пойа Д. В. Как решать задачу: пособие для учителей /Под редакцией Гайдука Ю.М. — М.: Просвещение, 1999. – 207 с.

36. Потанина, В. А. Методы и приёмы решения нестандартных задач в начальных классах [Текст]: монография. / В. А. Потанина – Новый Уренгой, 2016. – 58 с.

37. Сафонова В. Ю. Задачи для внеклассной работы по математике в 5-6 классах: Пособие для учителей./ М.: МИРОС, 1993. — 72 с.

38. Селькина Л. В. Решение нестандартных задач в начальном курсе математики как средство формирования субъекта учебной деятельности: диссертация на соискание ученой степени кандидата наук [Электронный ресурс]: / Л.В. Селькина.– disserCat – электронная библиотека диссертаций. – Пермь, 2001. – Режим доступа: http://www.dissercat.com/content/reshenie-nestandartnykh-zadach-v-nachalnom-kurse-matematiki-kak-sredstvo-formirovaniya-subek

39. Тестов В.А. "Социокультурные истоки" в контексте развития новой образовательной парадигмы// Истоковедение. Т.7. М., 2005, с.249

40. Терентьева Л.П. Решение нестандартных задач: уч. Пособие. - Ч., 2002. - с. 5.

41. Федеральный Государственный образовательный стандарт начального общего образования Российской Федерации (ФГОС РФ), утвержденный приказом МОН РФ от 6 октября 2009 г. № 373(в ред. Приказов Минобрнауки России от 26.11.2010 № 1241, от 22.09.2011 № 2357, от 18.12.2012 № 1060, от 29.12.2014 № 1643)

42. Федеральный Государственный образовательный стандарт основного общего образования Российской Федерации (ФГОС РФ), утвержденный приказом МОН РФ от 17 декабря 2010 г. № 1897 (в ред. Приказа Минобрнауки России от 29.12.2014 № 1644)

43. Фридман, Л.М. Как научиться решать задачи [Текст] / Л. М. Фридман, Е.Н. Турецкий. – М.: Просвещение, 1984. – 175 с.

44. Храмцова, В.С. Нестандартные задачи как средство развития математических способностей младших школьников [Электронный ресурс]: выпускная квалификационная работа/ В.С. Храмцова. – Сайт УрГПУ. – Екатеринбург, 2017. – 93 с. – Режим доступа: http://elar.uspu.ru/bitstream/uspu/7161/2/

45. Шульженко, Е.В., Сутягина В.И. Нестандартные задачи как средство развития математических способностей младших школьников [Текст] / Е.В. Шульженко, В.И. Сутягина// сборник «Актуальные проблемы современного начального образования», материалы научно-практической конференции студентов и аспирантов факультета начальных классов. – Новосибирск, 2006, С. 374-378

46. Castle, E.B. (1970). The teacher. London: Oxford University Press.

47. Education Trust. (2000). Issues in the use of educational technologies: Report to the Executive Committee. (Available from Landry, S. Education Trust, 501 Grayston Drive, Sandton, South Africa).

48. Gloster, J., Jones, A., Redington, A., Burgin, L., Sorensen, J.H., Turner, R., Paton, D. (2010). A handbook of critical approaches to education. New York, NY: Oxford University Press.

49. Henry, W.A., III. (1990, April 9). Making the grade in today's schools. Time, 135, 28-31.

50. Herrington, A.J. (1985). Classrooms as forums for reasoning and writing. College Composition and Communication, 36(4), 404-413.

51. Medley, D.M. (1983). Teacher effectiveness. In H. E. Mitzel (Ed.), Encyclopedia of educational research (Vol. 4, pp. 1894-1903). New York: The Free Press.

52. Smith, V., Barr, R., & Burke, D. (1976). Alternatives in education: Freedom to choose. Bloomington, IN: Phi Delta Kappa, Educational Foundation.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Тематическое планирование математического кружка:

Раздел программы	Количество часов		
	Общее количество	Теория	Практика
Вводное занятие	1	1	-
Игры с числами	2	-	2
Магические квадраты	4	-	4
Решение уравнений	5	-	5
Логические и Комбинаторные задачи	7	-	7
Задачи на уравнивание	6	-	6
Нестандартны езадачи	9	-	9
Итого	34	1	33

Темы занятий математического кружка:

№	Тема занятия
1	Вводное занятие
2	Числовые головоломки. Восстановление примеров.
3	Заполнение числовых кроссвордов. Решение и составление ребусов.
4	Упражнение в заполнении магических квадратов
5	«Удивительный квадрат»: составление магических квадратов
6-7	Задачи на уравнивание
8	Составление модели к задаче на уравнивание
9	Решение старинных задач на уравнивание
10	Реализация нескольких способов решения
11	Задачи на уравнивание «Цена, количество и стоимость»
12	Основные приёмы решения уравнений.
13	Применение алгоритма решения уравнений.
14	Решение уравнений
15-16	Составление уравнений при решении задач.
17-18	Формирование умения правильно строить предположения и логические связки.
19	Решение логических задач разными способами: с помощью схем
20	Решение логических задач разными способами: с помощью таблиц
21	Решение логических задач разными способами: методом перебора
22	Логически-поисковые задания.
23	Решение олимпиадных заданий
24	Олимпиада по математике
25	Наглядная математика
26-27	Овладение поисковыми навыками возможных вариантов решения.
28	Выстраивание гипотезы решения задачи.
29	Решение задач на установление причинно-следственных связей
30	Задачи с многовариантными решениями.
31	Решение нестандартных задач. Составление аналогичных заданий
32-33	Работа в группах: подготовка к выпуску математических газет
34	Итоговое занятие: конкурс математических стенгазет

Содержание программы

Большое внимание уделяется овладению элементарными навыками исследовательской деятельности, развитию у детей умения анализировать и решать нестандартные задачи повышенной трудности.

Игры с числами (2 ч):

Числовые головоломки. Восстановление примеров. Заполнение числовых кроссвордов. Решение и составление ребусов.

Магические квадраты (4 ч):

Осуществление вариативного поиска данных необходимых для решения. Магический квадрат умножения. Магический квадрат деления. Составление аналогичных заданий.

Задачи на уравнивание (6 ч):

Ориентирование в тексте задачи. Поиск необходимых данных для решения. Составление аналогичных заданий. Знакомство с оригинальными путями рассуждений. Определение стратегии решения: анализ ситуации, сопоставление данных. Выдвижение гипотез и обоснование доказательств решения задачи. Задачи на разрешение противоречий. Составление аналогичных заданий. Выполнение проекта.

Решение уравнений (5 ч):

Основные приёмы решения уравнений. Применение алгоритма решения уравнений. Составление уравнений при решении задач.

Логические и комбинаторные задачи (7 ч):

Формирование умения правильно строить предположения и логические связки. Решение логических задач разными способами: с помощью схем, таблиц методом перебора. Логически-поисковые задания.

Наглядная математика (работа в группах: инсценирование)

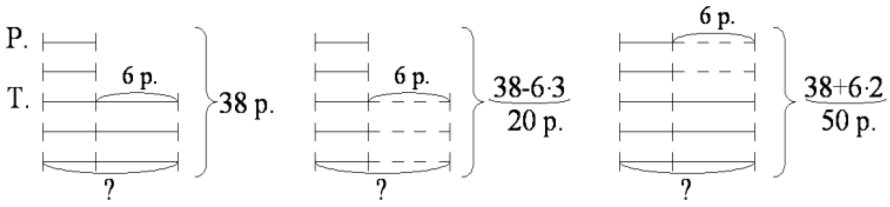
Нестандартные задачи (9 ч):

Овладение поисковыми навыками возможных вариантов решения. Выстраивание гипотезы решения задачи. Решение задач на установление причинно-следственных связей. Задачи с многовариантными решениями.

Примеры задач

Задача 1. За 2 ручки и 3 тетради заплатили 38 рублей. Какова цена тетради, если она дороже ручки на 6 рублей?

Модель к задаче строим по аналогии с задачей о распределении денег между братом и сестрой. Ученики находят два способа уравнивания неравных частей.



Труднее определить то, как изменится стоимость при уравнивании цены товара. Рассуждения детей:

- Если уравнивать по цене ручки – по меньшей части, то на схеме надо 3 раза убрать по 6 рублей. Значит стоимость (38 рублей) уменьшится на 6 рублей три раза.

- Если уравнивать по цене тетради – по большей части, то на схеме нужно 2 раза дорисовать отрезок, соответствующий 6-ти рублям. Поэтому стоимость (38 рублей) увеличится на 6 рублей два раза.

- Выявленные изменения стоимости записываем выражением, и находим новое значение стоимости.

Ученики продолжают самостоятельно решение по схемам и составляют такие выражения: (38 – 6 · 3) : 5, (38 – 6 · 3) : 5 + 6, (38 + 6 · 2) : 5.

Сравниваем выражения, проверяем, найден ли ответ на вопрос задачи. Находим значение искомого и выделяем рациональный способ решения.

- Почему в каждом случае вы делите на 5, хотя предметов только два вида: ручки и тетради? Может быть, как и в предыдущей задаче тоже надо разделить на2?

- Надо делить на 5 потому, что при уравнивании хоть по большей, хоть по меньшей части получается 5 равных частей. Предметов всего 5: две ручки и три тетради.

- Все ли предложенные вами решения верны? (Первое выражение не дает ответ на вопрос задачи, так как, выполнив действия с числами, найдем меньшую часть – цену ручки, а не тетради. Второе и третье выражения дают ответ на вопрос задачи, вычислив, их значения получим 10рублей.)

- Какое решение рациональнее? (Конечно же, последнее. Спрашивается про цену тетради. Разделив на 5, находим искомое. По второму выражению после деления на 5 находим цену ручки, а чтобы найти цену тетради, надо ещё прибавить6.)

- Поработаем над следующей задачей. Прочитайте её, сравните с только что решенной, постройте к ней схему. (Задачи даны как на доске, так и на индивидуальных листах).

Задача 2. За ручку, три тетради, фломастеры и 2 набора красок нужно заплатить 60 рублей. Какова цена каждого из них, если ручка на 6 рублей дешевле тетради. Известно, что тетрадь на 3 рубля дороже красок, но на 2 рубля дешевле фломастеров.

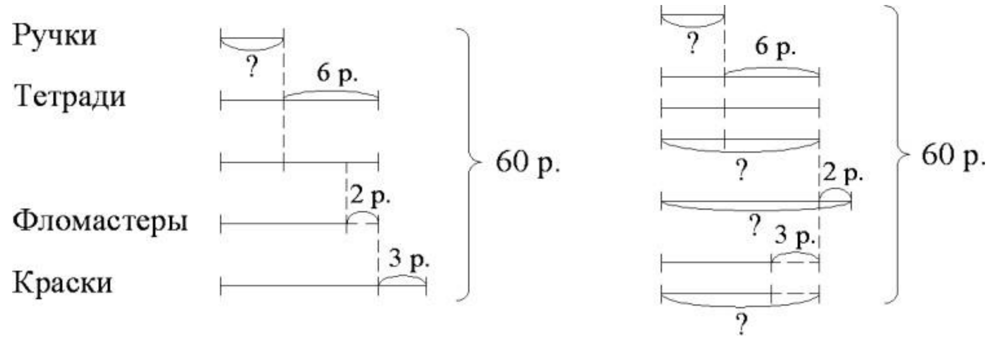
- В данной задаче начало такое же, как и в предыдущей. Только ручка одна, а не две. Хотя и сказано, что ручка дешевле тетради на 6 рублей, но это означает, то, же самое, что и «тетрадь дороже ручки на 6рублей».

- Помогут ли ваши рассуждения построить модель задачи?

- Да, начать надо так же, как и раньше, а потом построить отрезок для цены фломастеров и два отрезка для цены красок. Всего 60рублей.

- Выполните построение, проверяя отношения: больше или меньше и на сколько.

Во время самостоятельной работы учитель оказывает индивидуальную помощь. Для проверки и корректировки он на доске строит модель с ошибками. В результате обсуждения и исправления ошибок учителя получается соответствующая задаче схема.



- Для решения надо выбрать ту часть, или цену того предмета, по которой будем уравнивать цены остальных предметов.

- Лучше уравнять по цене тетради, так как цены ручки, фломастеров и красок даны в сравнении с ценой тетради.

- А может уравнять по меньшей части – по цене ручки?

- Можно, но ручка одна, а тетради три. Быстрее уравнять по цене тетради.

- Хорошо, остановимся на этом. Обсудим то, как изменится целое при уравнивании. (К цене ручки надо добавить 6 рублей, 60 увеличить на 6. Цену фломастеров надо уменьшить на 2, значит из суммы 60 и 6 надо вычесть 2. Цену красок увеличим на 3. Купили 2 набора, прибавлю по 3 рубля 2раза.)

- Что получили в процессе и результате уравнивания? Сколько равных частей, каким выражением надо записать измененное целое – стоимость всех предметов? (Подсчитаю части: 1 да 3, да 1, да 2 – всего 7 частей, равных цене тетради.)

- Запишите выражение для целого: $60 + 6 – 2 + 3 \cdot 2$. (Получается 70 рублей.)

- Подумайте, что теперь можно узнать? Продолжите решение. Найдите цену каждого из предметов.

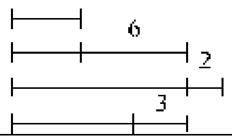
Ученики решают самостоятельно. Для проверки учитель вызывает тех, кто решил раньше. Решения обсуждаются фронтально. Находят рациональное. Делают проверку.

1. 70 : 7 = 10 (р.) – цена тетради. 2. 10 – 6 = 4 (р.) – цена ручки.

3. 10 + 2 = 12 (р.) – цена фломастеров.   4. 10 – 3 = 7 (р.) – цена красок.

Проверка: 4 + 10 · 3 + 12 + 7 · 2 = 60 (р.) – всего.

Подводя итог, учитель обращает внимание детей на то, что в последних двух задачах «работают» три взаимосвязанных величины: цена, количество и стоимость и предлагает составить модель задачи в форме таблицы, в которой в графе «цена» данные числа и отношения между значениями этой величины лучше показать графически, т.е. моделью-схемой.

Предметы	Цена (руб.)	Количество (шт.)	Стоимость (руб.)
Ручка		1	?
Тетради		3	60
Фломастеры		1	?
Краски		2	?

- Такая модель поможет вам решить задачу, в которой речь идет не о нескольких предметах, а даже о десятках и сотнях. Тогда как изображать каждый предмет отрезком затруднительно, да в этом и нет необходимости.

Рассмотрим задачу 3:

Задача 3.«Три брата купили вместе 9 тетрадей. Младший брат взял на одну тетрадь меньше, чем средний, а старший – на одну тетрадь больше, чем средний. Сколько тетрадей взял каждый брат?

Решение: 1) 9 : 3 = 3 (т.) – взял средний брат; 2) 3 – 1 = 2 (т.) – взял младший брат; 3) 3 + 1 = 4 (т.) – взял старший брат.

Ответ: Старший брат взял 4 тетради, средний – 3, а младший – 2 тетради.

Заметим, что грамотно выполненная схема подсказывает решение.

В других случаях для успешного решения нестандартной задачи достаточно, чтобы ученик хорошо умел анализировать ее и устанавливать связи между величинами: данными задачи, данными и искомыми.

Пример. Груша дороже яблока в 2 раза. Что дороже: 4 яблока или 2 груши?

Рассуждение: Если груша дороже яблока в 2 раза, то это значит, что одна груша стоит столько, сколько стоят 2 яблока. Значит, две груши стоят столько, сколько стоят 4 яблока.

Ответ: Стоимость четырех яблок равно стоимости двух груш.

При решении некоторых нестандартных задач применим также метод исследования. Ученики учатся думать, рассуждать, искать новые оригинальные пути решения возникающих проблем, так как задачи – богатейший материал, сопутствующий развитию логического мышления и исследовательских навыков. Задачи на исследование приближают школьника к условиям, в которых практическую проблему выдвигает жизнь. Рассмотрим задачу:

Задача 4.Для поздравления с 8 марта Миша купил в киоске 7 одинаковых открыток. Цену он не знал, но ему было известно, что стоимость одной открытки не превышает 10 рублей. Получив со 100 рублей сдачу 55 рублей, он заметил продавцу, что тот ошибся. Поблагодарив мальчика, продавец сразу же исправил ошибку. Как рассуждал Миша?

Решение: За 7 открыток продавец взял 45 рублей (100 – 55 = 45 р.).

Но 45 не делится на 7 без остатка, значит продавец неверно дал сдачу(45 : 7 = 6 (ост. 3))» [14].

Задача 5. Теплоход в течение двух дней был в пути 17 ч. В первый день он прошел 250 км, во второй – 175 км. В какой день теплоход был дольше в пути и, на сколько часов, если он все время шел с одинаковой скоростью?

Задача 6. Расстояние от города до дачного поселка велосипедист проехал за 3 часа со скоростью 14 км/ч. Возвращаясь обратно, он то же расстояние проехал за 6 часов. Как изменилась скорость велосипедиста?

Задача 7. Расстояние между городом и селом 150 км. Из города в село выехал мотоциклист со скоростью 60 км/ч. В то же время навстречу ему из села по той же дороге выехал велосипедист со скоростью в 4 раза меньшей, чем у мотоциклиста. На каком расстоянии от села, он встретил мотоциклиста?

Задача 8. Два пловца поплыли одновременно по реке в противоположных направлениях, первый плыл со скоростью 80 м/мин, второй плыл в 2 раза медленнее. Сколько метров проплывет второй пловец, когда первый проплывет 240 м? На каком расстоянии друг от друга они будут в этовремя?

Задача 9. Туристы на велосипеде за два дня, двигаясь с постоянной скоростью, удалились от города на 120 км. В первый день они были в пути 4 часа, а во второй – на 2 часа дольше. На сколько путь, пройденный туристами в первый день, короче, чем во второй?

Задача 10.На швейной фабрике из одного тюка ткани сшили 12 одинаковых платьев, а из другого тюка таких же платьев вышло в 3 раза меньше. Сколько метров ткани было в каждом тюке, если в одном из них было на 16 метров больше ткани, чем в другом?

Задача 11. Одна бригада рабочих может построить 18 км шоссейной дороги за 30 дней, а другая будет строить эту дорогу в 2 раза дольше. За сколько дней смогут построить эту дорогу обе бригады, работая вместе?

Задача 12.Для отправки в магазины было заготовлено 4500 кг огурцов. Причем 2/6 этих огурцов разложили в ящики по 15 кг в каждый, а остальные в ящики, вмещающие в 2 раза больше огурцов. Сколько всего ящиков понадобилось для укладки огурцов?

Задача 13. С одного участка собрано 480 кг винограда, а с другого – в 3 раза больше. Весь виноград был разложен в ящики по 12 кг в каждый. Четвертую часть собранного винограда отправили в магазин, а шестую часть остатка – в детские сады. Сколько ящиков с виноградом отправили в детские сады и сколько ящиков осталось?

Задача 14. На склад привезли 4560 кг муки в мешках, по 80 кг в каждом, и 3840 кг крупы в мешках, по 60 кг в каждом. На сколько больше привезли мешков с крупой, чем с мукой? Как изменится решение задачи при условии, что: 1) мешки были одинаковые – по 80 кг; 2) что муки и крупы было поровну – по 4560 кг?