МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)
Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование кафедры)

44.04.01 «Педагогическое образование»
(код и наименование направления подготовки)
«Математическое образование»
(направленность (профиль))

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

на тему **«ФОРМИРОВАНИЕ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТАРШЕКЛАССНИКОВ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ»**

Студент	В.С. Тютерева (И.О. Фамилия)	_______________ (личная подпись)
Научный руководитель	И.В. Антонова (И.О. Фамилия)	_______________ (личная подпись)
Руководитель программы	д.п.н., профессор, Р.А. Утеева (ученая степень, звание, И.О. Фамилия)	_______________ (личная подпись)

«____»__________2019 г.

Допустить к защите

Заведующий кафедрой	д.п.н., профессор, Р.А. Утеева (ученая степень, звание, И.О. Фамилия)	_______________ (личная подпись)

«____»__________2019 г.

Тольятти 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. С 2000 года Россия принимает участие в международном измерении качества образования PISA. Исследование PISA позволяет выявить и сравнить изменения, происходящие в системах образования, и оценить сильные и слабые стороны в области образования разных стран. Мониторинг проводится по четырём основным направлениям: грамотность чтения, математическая грамотность, естественнонаучная грамотность и финансовая грамотность. Участникам исследования предложено решить некую нетипичную задачу - необходимо демонстрировать готовность использовать свои математические, языковые и иные имеющиеся у них навыки. Школьникам предлагается изучить достаточно большой объем информации, понять ее содержание и применить на практике, самостоятельно найти нужные сведения, чтобы ответить на вопросы, обозначить и сравнить разные точки зрения и выбрать правильный путь решения. Согласно результатам 2015 года лучшее среднее образование в странах Восточной Азии: Китае, Корее, Сингапуре, Японии, в Европе, Россия занимает 19-30-е место по читательской грамотности, 20-30-е по математической грамотности и 30-34-е место по естественнонаучной грамотности. Таким образом, российским школьникам недостает умений, которые в Федеральном государственном образовательном стандарте именуются метапредметными [55].

Метапредметные результаты обеспечивают целостность развития и саморазвития учащегося, преемственность каждой ступени обучения. В старшей школе перед учащимся встает вопрос выбора будущей профессии, дальнейшего профильного обучения. Данный выбор им нужно сделать самостоятельно, что требует умений прогнозировать, анализировать, принимать решение и нести за него ответственность. К сожалению, большинство учащихся не готовы к применению данных умений в новой ситуации. Поэтому решение данной проблемы имеет особое значение в рамках Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) среднего (полного) общего образования.

ФГОС устанавливает требования к предметным, личностным и метапредметным результатам освоения обучающимися основной образовательной программы среднего общего образования. *Метапредметные результаты включают* «освоенные обучающимися *межпредметные понятия* и *универсальные учебные действия* (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в познавательной и социальной практике, самостоятельность в планировании и осуществлении учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, способность к построению индивидуальной образовательной траектории, владение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности» [49, с. 2].

Введение ФГОС меняет не только структуру и понятие результатов образовательной деятельности обучающихся, содержание образовательных программ, технологии и методику обучения, но также и методы оценивания результатов обучения школьников.

В теории и методике обучения математике проблеме формирования метапредметных результатов обучения школьников посвящены работы Л.И. Боженковой [11; 12], И.Г. Липатниковой [24; 25], Н.С. Подходовой [36] и др.

Так, в исследовании Н.С. Подходовой и О.А. Ивановой [37, с. 39] выделены ряд проблем достижения школьниками метапредметных образовательных результатов: отсутствие соответствующих учебников и методической литературы; требование дополнительных усилий учителей – предметников, в частности, знания материала других предметов; неразработанностью методики формирования межпредметных понятий и подчиненных им понятий и методики формирования конкретных универсальных учебных действий в рамках определенных учебных предметов.

Решение проблем, связанных с формированием у обучающихся метапредметных результатов обучения математике многие исследователи видят во *взаимосвязи с другими учебными предметами*. Выполнены ряд диссертационных исследований. Так, в диссертации О.А. Ивановой [21] представлена методика, направленная на установление связи предметных и внепредметных знаний и умений обучающихся; связь математики с другими учебными предметами достигается на основе межпредметных понятий: «система», «функция», «отношение», «координаты», «угол», «круг» и др.; О.В. Абрамовой [1] раскрыта методика формирования у учащихся основной школы умений работать с графиками функций в условиях реализации межпредметных связей физики, математики и информатики. Т.В. Сергеевой [46] рассмотрены *полипредметные учебные компетенции*, то есть компетенции, которые переносят из одной предметной области в другую; спроектирована дидактическая модель формирования пяти типов полипредметных учебных компетенций учащихся на занятиях по математике.

Вместе с этим, анализ диссертационных работ по теме исследования показал, что в них рассмотрены различные аспекты *формирования универсальных учебных действий при обучении* школьников математике в общеобразовательной школе: действия контроля и оценки (Н.И. Трояновская [48], 2015); средствами интеграции математических, экономических и информационных знаний (Н.Л. Будахина [14], 2013); методическими приемами и средствами обучения (Е.С. Квитко [22], 2014); средством комплекса алгебраических задач с модулем (Е.А. Пустовит [42], 2015).

В методической литературе отмечается, что для достижения высоких результатов обучения, высокого качества образования изучение математики должно основываться на принципах метапредметности, на межпредметном и практико-ориентированном уровне. Современный ученик воспринимает знания не как сведения для запоминания, а как знания, которые он осмысливает и может применить в жизни [29, с. 4].

Таким образом, актуальность темы исследования обусловлена сложившимися к настоящему времени **противоречием** между необходимостью повышения качества образования в рамках перехода к новым стандартам, к новым технологиям и методам обучения школьников, методам оценивания результатов их обучения и недостаточной разработанностью методических основ формирования метапредметных результатов при обучении математике, а также заданий для диагностики уровня их сформированности.

Указанные противоречия позволили сформулировать **проблему** диссертационного исследования: выявление методических особенностей формирования метапредметных результатов при обучении математике в 10-11 классах общеобразовательной школы.

Объект исследования: процесс обучения математике в общеобразовательной школе.

Предмет исследования: методика формирования метапредметных результатов обучения математике старшеклассников в общеобразовательной школе.

Цель исследования заключается в выявлении методических особенностей формирования метапредметных результатов обучения математике старшеклассников в общеобразовательной школе и разработке метапредметных учебных заданий для обучающихся 10-11 классов на примере одной из тем курса алгебры и начал анализа.

Гипотеза исследования основывается на предположении о том, что систематическое использование в процессе обучения математике определенных форм, методов и средств обучения, направленных на формирование метапредметных результатов обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы, и заданий с метапредметным компонентом может повысить эффективность формирования метапредметных результатов обучающихся (УУД), а также будет способствовать формированию планируемых результатов обучения старшеклассников – предметных умений в области математического знания.

Для достижения цели необходимо выполнить следующие **задачи**:

1. Раскрыть понятие метапредметных результатов обучения и их роль в современном образовании.

2. Выявить методические особенности формирования метапредметных результатов при обучении математике в 10-11 классах общеобразовательной школы.

3. Рассмотреть различные формы, методы и средства обучения математике, направленные на формирование метапредметных результатов обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы.

4. Разработать метапредметные учебные задания по теме «Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке» для обучающихся старшей школы.

4. Составить диагностическую работу по математике для учащихся старших классов, направленную на определение уровня сформированности метапредметных результатов обучения.

5. Представить результаты педагогического эксперимента.

Для решения поставленных задач применялись такие **методы исследования**, как: анализ научной и учебно-методической литературы по проблеме исследования; изучение и обобщение педагогического опыта по формированию метапредметных результатов школьников; анализ школьных программ, учебников, учебных пособий; наблюдение; беседа; анализ результатов опытно-экспериментальной работы, собственного опыта работы в школе.

Основные этапы исследования:

1 этап (2016/17 уч.г.): анализ ранее выполненных исследований по теме диссертации, анализ школьных учебников, нормативных документов (стандартов, программ), анализ опыта работы школы по данной теме;

2 этап (2017/18 уч.г.): определение теоретических основ исследования по теме диссертации;

3 этап (2017/18 уч.г.): определение методических основ исследования, разработка метапредметных учебных заданий по теме «Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке» для обучающихся старшей школы;

4 этап (2018/19 уч.г.): оформление диссертации, корректировка ранее представленных материалов, уточнение аппарата исследования, описание результатов экспериментальной работы, формулирование выводов.

Новизна проведенного исследования заключается в том, что в нем предложены методические рекомендации по формированию метапредметных результатов при обучении математике в 10-11 классах общеобразовательной школы и разработаны задачи для диагностики уровня сформированости метапредметных результатов обучения математике старшеклассников в общеобразовательной школе.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в нем:

– раскрыто понятие метапредметных результатов обучения и их роль в современном образовании;

– выявлены методические особенности формирования метапредметных результатов при обучении математике в 10-11 классах общеобразовательной школы.

Практическую значимость результатов исследования составляют метапредметные учебные задания по теме «Наибольшие и наименьшие значения непрерывной функции на отрезке» для обучающихся старшей школы; диагностическая работа по математике для учащихся старших классов, направленная на определение уровня сформированности метапредметных результатов обучения.

На защиту выносится:

1. Методические рекомендации по формированию метапредметных результатов при обучении математике в 10-11 классах общеобразовательной школы.

2. Метапредметные учебные задания по теме «Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке» для обучающихся старшей школы.

3. Диагностическая работа для учащихся 10-11 классов.

Достоверность результатов и выводов, полученных в ходе проведенного исследования, обеспечивается сочетанием теоретических и практических методов исследования, анализом педагогической практики и личным опытом работы в общеобразовательной школе.

Апробация результатов исследования. Теоретические выводы и практические результаты исследования освещены в материалах IX Международной научной конференции «Математика. Образование. Культура» (г. Тольятти, апрель 2019 г.), а также представлены в публикации в научном журнале «Вестник магистратуры» (апрель 2019 г.).

Экспериментальная проверка предлагаемых методических рекомендаций была осуществлена в период производственной практики (научно-исследовательской работы) и преддипломной практики на базе кафедры высшей математики и математического образования Тольяттинского государственного университета, а также в период работы учителем математики на базе МБУ «Школа №70» г.о. Тольятти.

Основные результаты исследования отражены в 2 публикациях.

Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы (61 наименование) и Приложений.

Объем работы составляет 85 страниц.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТАРШЕКЛАССНИКОВ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

§1. Понятие метапредметных результатов обучения и их роль в современном образовании

Первые понятия метапредметности встречаются еще в трудах Аристотеля, которые позже были названы «Метафизикой». Последователи ученого вложили в название понятие того, что знания выходят за рамки физики, за пределы физических явлений. Далее появились и другие термины: «метанаука», «метаязык», «метапредмет», «метатеория» и др. Приставка «мета» обозначает следование за чем-либо, переход к чему-либо другому, перемену состояния, превращение [13].

А.В. Хуторской занимается вопросом метапредметного подхода в образовании более 25 лет, в своей научной школе вместе с коллегами разработал учебные *метапредметы*: «Числа» [53], «Мироведение» [52], «Культура», «Естествознание», «Рефлексия», «Слово». Метапредметы – это новые учебные предметы, которые предполагают одновременную работу в нескольких традиционных учебных предметах. В статье «Пять уровней реализации метапредметного подхода в содержании образования» [51, с. 4] им выделяются следующие *уровни метапредметного подхода*:

1. *Доктрина образования человека*. Человек основной субъект и заказчик своего образования. Метапредметная суть образования заключена во взаимодействии человека с окружающим миром.

2. *Проектирование образовательных стандартов.* Метапредметная деятельность в основе предметной деятельности. Предметные и метапредметные результаты не могут быть отделены от личностных. Любой образовательный результат является личностным.

3. *Конструирование учебного предмета.* Решаются задачи: выделение фундаментальных образовательных объектов и проблем; фиксация ожидаемых метапредметных результатов; перечень деятельностей и компетенций, приводимые к метапредметным результатам; построение системы диагностики и оценки метапредметных результатов ученика. Индивидуальная траектория образования приводит к личностному результату. Каждый учащийся во время образовательной деятельности познает метапредметы на своем уровне.

4. *Разработка образовательной программы.* Научная школа А.В. Хуторского разработала подробную технологию по созданию образовательной (рабочей) программы, в которой метапредметная деятельность не может быть отделена от предметной деятельности. Диагностике и оценке подлежат образовательный результаты учащихся, их личные компетентности и способы деятельности.

5. *Обучение.* В деятельности учащегося воплощается метапредметность во время образовательного процесса. Метапредметные результаты зависят от индивидуальных способностей ученика, уровня его развития, не распределяются по возрасту.

А.В. Хуторской рассматривает метапредметное содержание в рамках традиционных предметов системы образования, им осуществляется выход за предметные знания.

Идеи метапредметного подхода в образовании изложены также и в трудах А.Г. Асмолова [8], Ю.В. Громыко [19] и др.

Так, педагог-психолог Ю.В. Громыко выделил такие ученые метапредметы, как «знание» [18], «знак», «проблема», «задача». Метапредметность рассматривается как деятельность, обеспечивающая процесс обучения в рамках любого предмета; автором отмечается, что как новую образовательную форму поверх традиционных учебных предметов рассматривает метапредметность И.В. Князькова. Метапредметный подход в образовании решает проблему обособленности школьных предметов, обеспечивает связь разных научных дисциплин, формирует целостностное общекультурное личностное и познавательное развитие и саморазвитие ребенка. На всех ступенях образовательного процесса, в каждом школьном уроке, во время любой деятельности ученика формируются метапредметные результаты, процесс формирования которых не может быть эффективным и качественным без учёта методологических основ метапредметности в целом.

По мнению А.В. Хуторского, метапредметное содержание образовательных стандартов [54] включает в себя: реальные объекты изучаемой действительности, общекультурные знания, общеучебные умения и навыки, ключесвые образовательные компетенции.

Метапредметность в *федеральном государственном образовательном стандарте* представлена как способ формирования теоретического и критического мышлений; универсальных способов деятельности (личностных, регулятивных, познавательных, коммуникативных), обеспечивающих формирование целостной картины мира в сознании ребёнка. Также метапредменые результаты включают и межпредметные понятия, способность использования УУД в познавательной и социальной практике, самостоятельность в планировании и осуществлении учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, способность к построению индивидуальной образовательной траектории, владение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности.

Личностные учебные действия предполагают:

– формирование мотивации учения;

– осознание возможностей самореализации;

– стремление к совершенствованию;

– формирование коммуникативной компетенции;

– формирование общекультурной и этнической идентичности;

– толерантное отношение к проявлениям иной культуры;

– готовность отстаивать национальные и общечеловеческие ценности, свою гражданскую позицию.

Личностные универсальные учебные действия - это действия смыслообразования, т.е. установление учащимися связи между целью учебной деятельности и ее мотивом, действия нравственно-этического оценивания усваиваемого содержания, исходя из социальных и личностных ценностей, обеспечивающее личностный моральный выбор.

Регулятивные учебные действия связаны с:

– умением планировать собственную деятельность в соответствии с поставленной задачей и условиями ее реализации;

– умением контролировать и оценивать свои действия, вносить коррективы в их выполнение на основании оценки и учета характера ошибок;

– приобретением навыка саморегуляции.

Познавательные учебные действия включают:

– способность обучающегося принимать и сохранять учебную цель и задачи;

– самостоятельно преобразовывать практическую задачу в познавательную;

– умение осуществлять информационный поиск, сбор и выделение существенной информации из различных информационных источников;

– проявлять инициативу и самостоятельность в обучении;

– умение использовать знаково-символические средства для создания моделей изучаемых объектов и процессов, схем решения учебно-познавательных и практических задач.

Коммуникативные учебные действия содержат:

– умение сотрудничать с педагогом и сверстниками при решении учебных проблем;

– умение слушать и вступать в диалог;

– участвовать в коллективном обсуждении проблемы;

– умение интегрироваться в группу сверстников и строить продуктивное взаимодействие и сотрудничество со сверстниками и взрослыми;

– владение монологической и диалогической формами речи;

– умение выразить и отстоять свою точку зрения, принять другую.

В соответствии ФГОС среднего (полного) общего образования *метапредметные результаты* освоения основной образовательной программы должны отражать:

1) «умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее – ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

6) умение определять назначение и функции различных социальных институтов;

7) умение самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учётом гражданских и нравственных ценностей;

8) владение языковыми средствами – умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

9) владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения» [49].

Таким образом, метапредметные результаты обучения математике связаны с освоением обучающихся *межпредметных понятий* и овладением ими *универсальными учебными действиями, то есть* способами деятельности, которые применимы как в образовательном процессе, так и при решении проблем в реальных жизненных ситуациях. Метапредметные результаты выступают как способы регуляции поведения, включая планирование, коррекцию и контроль.

§2. Методические особенности формирования метапредметных результатов при обучении математике в 10-11 классах общеобразовательной школы

ФГОС среднего (полного) общего образования является логическим продолжением основных образовательным программам начального и основного общего образования. Так, метапредметные результаты освоения основной образовательной программы начального общего образования подробно описаны в статьях Н.И. Аксеновой [2] и М.Л. Прокопенко [41], который в свою очередь приводит задания мониторинга качества метапредметных умений выпускников начальной школы. На следующей ступени обучения, в 5-6 классах, для преодоления обучающимися кризиса перехода из начальной школы в основную, требуется высокая степень проявления у них самостоятельной учебной деятельности. Н.В. Руцкая для решения данной проблемы предлагает «выстроить процесс обучения математики таким образом, чтобы было возможно развитие метапредметных результатов, сформированных в начальной школе, и формирование метапредметных результатов, характерных для основной школы» [44, с. 120]. Г.Н. Васильева [15] рассматривает проблемы внедрения ФГОС при обучении математике в основной школе в рамках работы семинара учителей математики Пермского края; раскрывает методические аспекты деятельностного подхода при обучении математике в средней школе [16, с. 12]. Содержание образования на старшей ступени общеобразовательной школы играет ведущую роль в продолжение обучения в образовательных организациях профессионального образования, профессиональной деятельности и успешной социализации личности. Так, выпускник должен уметь ставить учебные задачи, планировать их решение, владеть методами решения учебных задач и осознавать важность этих умений для своего развития.

Отметим, что проблемы перехода между ступенями обучения изучаются не только в России. Б. Джонс в 1998 г. рассматривал трудности перехода от школы к университету [58], Е.А. Барнетт в 2012 г. исследовал партнерские программы колледжей Техаса [57], Майкл Дж. Ватт в 2011 г. представил базовые государственные стандарты [61]. Преемственность в обучении математике при переходе из начальной школы в основную и далее в высшую школу рассмотрена в статьях Б. Николеску [60] и М. Листон [59].

Вместе с этим, необходимость формирования метапредметных результатов обучения математике у школьников описана в Примерной основной образовательной программе среднего общего образования [39].

Отметим, что в основе предметной деятельности лежит метапредметная деятельность. Метапредметный подход – «организация деятельности учащихся с целью передачи им способов работы со знанием. Метапредметный подход подразумевает промысливание (а не запоминание!) важнейших понятий учебного предмета, наличие образовательной деятельности, формирование и развитие у учащихся предметных базовых способностей, использование способа переоткрывания знания на разном учебном материале (т.е. повторение научного открытия в учебном процессе), наличие рефлексивной деятельности» [29, с. 8].

Для реализации метапредметного подхода необходимо внести изменения в содержание учебных предметов, организовать новые формы деятельности. Для этого каждому учителю необходимо менять свой подход к обучению, изучать методическую литературу, проходить курсы повышения квалификации по формированию метапредметных результатов учащихся.

Метапредметные результаты – это «результаты, освоенные обучающимися на базе нескольких или всех учебных предметов обобщенные способы деятельности (например, сравнение, схематизация, умозаключение, наблюдение, формулирование вопроса, выдвижение гипотезы, моделирование и т.д.), применимые как в рамках образовательного процесса, так и в реальных жизненных ситуациях» [29, с. 8].

Формирование метапредметных результатов - это формирование у обучающихся как межпредметных понятий, так и универсальных учебных действий (УУД), т.е. совокупности способов действия учащегося, навыков учебной работы, обеспечивающих самостоятельное усвоение новых знаний, формирование умений, включая организацию этого процесса. Метапредметные результаты обучения школьников должны формироваться как на уроках математики, так и во внеурочное время, а также при изучении других дисциплин. Метапредметные и личностные результаты взаимосвязаны. Формируя у учащихся способность принимать решения, способность понимать и уважать точку зрения другого человека, ответственность, учитель формирует и умение слышать иную аргументацию.

Отметим, что некоторые аспекты решения проблемы формирования метапредметных результатов обучения школьников описаны исследователями в теории и методике обучения математике.

Рассмотрим процесс формирования метапредметных результатов обучения школьников математике с позиции формирования у них универсальных учебных действий. Приведем результаты анализа научно-методической литературы.

Так, Л.И. Боженкова в статье [12] рассматривает процесс формирования умственного *действия «составление задач»* как одного из средств достижения предметных и метапредметных результатов при обучении геометрии, раскрывает методические аспекты применение учениками приемов составления задач в измененных условиях. Автором в других работах описываются *критерии конструирования и оценивания* предметных и метапредметных результатов обучения геометрии, где «основной задачей и критерием оценки выступает уже не освоение «обязательного минимума содержания образования», а *овладение системой учебных действий* с изучаемым учебным материалом» [11, с. 134].

И.Г. Липатниковой рассматривается сущность понятия универсальных учебных действий через понятие «знание в действии», то есть через способность использовать на практике полученные обучающимися знания, умения и навыки. Автором определено, что «целенаправленное использование *критериального оценивания* в учебном процессе позволит учащимся стать активными участниками оценивания своих образовательных результатов; научиться оценивать самих себя с целью понимания того, что необходимо сделать для улучшения своих результатов обучения, а учителю позволит создать индивидуальную образовательную траекторию» [24, с. 181].

Автором в статье [25, с. 181] описывается одно из познавательных универсальных учебных действий при обучении математике - *познавательная самостоятельность*; раскрываются вопросы методики организации обогащающего повторения на уроках геометрии, направленной на решение проблемы развития познавательной самостоятельности в процессе обучения математике.

Далее опишем процесс формирования метапредметных результатов обучения школьников математике с позиции формирования у них межпредметных понятий. Представим результаты анализа научно-методической литературы.

Отметим, что достижение школьниками метапредметных результатов обучения математике многие исследователи видят во взаимосвязи с другими учебными предметами: в интегрированных уроках, в применении на них интегрированных заданий.

Так, Н.С. Подходовой и С.В. Арановой [36] раскрыты различные подходы к понятию межпредметной задачи, разработан классификатор межпредметных заданий, сконструирована система таких заданий, направленная на формирование универсальных учебных действий.

В диссертации О.А. Ивановой [21] описана методика, направленная на установление связи предметных и внепредметных знаний и умений обучающихся, которая достигается на основе межпредметных понятий: «система», «функция», «отношение», «координаты», «угол», «круг» и другие. Для формирования метапредметных результатов обучения математике школьников и эффективности усвоения ими понятий автор предлагает устанавливать связи между соподчиненными понятиями, которые изучаются в рамках других предметов и внутри одного. Например, термин «функция» вводится не только с математической точки зрения, но и как «функция государства», «функция растений», «функция внутренних органов» и т.д.

Вместе с этим, в диссертационном исследовании О.В. Абрамовой [1] разработана методика формирования у учащихся основной школы умений работать с графиками функций в условиях реализации межпредметных связей физики, математики и информатики; ею рассматриваются внепредметные универсальные учебные действия (УУД). Отмечается, что понятия «функция» и «график функции» - универсальные понятия трех предметов: физика, математика, информатика. В математике данные понятия применяют при изучении всех видов функций и описании их свойств, решении уравнений и неравенств, систем уравнений и неравенств; на уроках информатики - при решении некоторых задач, при изучении программ программирования; на уроках физики изучаются законы движения, явления природы и т.д. Автором выделены *этапы формирования* у обучающихся *универсальных умений* при работе с графиками функций: 1) введение понятия «график функции», сведений о графиках функций разных видов и накопление опыта выполнения действий по применению этих знаний; 2) составление обобщенного способа каждого вида работы с графиками функций; 3) применение обобщенного способа к заданиям предметного содержания; 4) перенос обобщенного способа на реальные ситуации с применением компьютерных программ.

Достижение школьниками метапредметных результатов обучения математике на основе интеграции с другими школьными предметами рассматривается в диссертации Т.В. Сергеевой [46]. Рассмотрены *полипредметные учебные компетенции*, то есть компетенции, которые переносят из одной предметной области в другую. Спроектирована дидактическая модель формирования пяти типов полипредметных учебных компетенций учащихся на занятиях по математике: алгоритмической, вычислительной, графической, логической, проектировочной. Особенностью модели является согласованность рабочей программы по математике с программным материалом предметов естественнонаучного цикла не только по содержанию, но и по времени обращения к отдельным темам.

В статье М.В. Нешумаева [32] также описан подход по внедрению *межпредметной интеграции математики с предметами естественнонаучного цикла* в условиях профилизации старшей школы, а именно в медицинских 10-11 классах общеобразовательных школ. Автором отмечается, что на уроках химии математические методы позволяют количественно оценивать закономерности химических процессов, логически обосновывать отдельные законы и теории, отражать зависимости при построении графиков; для решения задач по химии требуется умение решать пропорции, умение сокращать дроби и выполнять вычисления, а также умение округлять числа. Реализация интеграции математики и биологии может быть осуществлена при изучении таких тем, как «Золотое сечение» - через призму гармонии различных форм природы; «Теория вероятностей и математическая статистика» - через отражение популяций в генетике; «Геометрическая прогрессия» - на примере возможностей размножения организмов и т.д. Целесообразно организовать исследовательскую деятельность обучающихся.

В статье [10] А.В. Багачук, Е.В. Фоменко, И.Е. Кизелевич раскрывают вопрос целесообразности *применения интегрированных уроков* как одного из средств формирования метапредметных результатов обучения в процессе математической подготовки учащихся. По мнению авторов, реализация интегрированных уроков в процессе предметной подготовки учащихся позволяет решить проблему разобщенности учебных предметов, что даёт возможность:

– устанавливать связи между различными понятиями и определять их практическую направленность;

– углублять и детализировать изучение материала без дополнительных временных затрат;

– повышать мотивацию учебно-познавательной деятельности учащихся и их творческий потенциал за счет нестандартной формы урока;

– расширять информационную емкость урока.

В методической литературе отмечается, что для формирования у выпускника общеобразовательной школы метапредметных результатов обучения необходимо вырабатывать у него умение самостоятельно планировать свою деятельность на уроках математики; прочитав задачу, продумывать ход ее решения; оценивать свои знания и действия, анализировать полученный результат и выполнять самооценку. Кроме того, большое значение на уроках математики необходимо уделять *работе* школьников *с текстом* – их умению осмысленно читать, например, текст задачи, выделять в тексте главное, передавать его основной смысл и логически оценивать полученный результат. Так, в КИМах ЕГЭ по математике имеется ряд текстовых задач, при решении которых обучающиеся, к сожалению, допускают много ошибок, что связано с их неумением работать с текстом задачи.

Большую роль в формировании метапредметных результатов обучения математике школьников также играет вопрос *организации обучения на уроке*.

Для достижения метапредметных результатов учитель должен поставить *предметные и метапредметные цели современного урока*.

В методических рекомендациях для учителей общеобразовательных школ С.В. Галяном описаны определенные *требования к современному уроку*:

– «урок должен иметь мотивирующее на работу начало и окончание, фиксирующее результаты этой работы;

– учитель должен спланировать свою деятельность и деятельность учащихся; тема, цель, задачи урока не только формулируются, но и осознаются учащимися;

– учитель организует проблемные и поисковые ситуации, активизирует деятельность учащихся;

– урок должен быть развивающим;

– учитель сам нацеливается на сотрудничество с учениками и умеет направлять учеников на сотрудничество с учителем и одноклассниками;

– минимум репродукции и максимум творчества и сотворчества;

– времясбережение (т.е. выбор наиболее эффективных технологий) и здоровьесбережение;

– учет уровня и возможностей учащихся, в котором учтены такие аспекты, как профиль класса, стремление учащихся, настроение детей» [29, с. 11].

С.В. Галяном описаны *основные типы уроков* в соответствии с новыми стандартами и образовательными целями уроков, которые дополняются *метапредметными целями*, что представлено нами в виде Таблицы 1.

Таблица 1

Целеполагание современного урока (по С.В. Галяну)

Тип урока	*Образовательная цель*	*Метапредметная цель*
Урок изучения нового материала	изучение и первичное закрепление новых знаний	формирование у учащихся способностей к самостоятельному построению новых способов действия.
Урок закрепления знаний	выработка умений по применению знаний	формирование у учащихся способностей к самостоятельному выявлению и исправлению своих ошибок.
Урок комплексного применения знаний	выработка умений самостоятельно применять знания в комплексе, в новых условиях	формирование способностей выбора способов деятельности в конкретной ситуации и их корректировки.
Урок обобщения и систематизации знаний	обобщение единичных знаний в систему	формирование у учащихся способностей к обобщению, структурированию и систематизации предметного содержания изучаемой дисциплины.
Урок контроля, оценки и коррекции знаний	контроль и самоконтроль уровня усвоения изученных понятий и способов деятельности	формирование у учащихся способностей к осуществлению контрольной функции.

В статье Т.И. Анисимовой «Проектирование урока по математике на *основе таксономии Блума*» рассматривается урок алгебры в 7 классе на тему «Линейные уравнения с двумя переменными», который спроектирован так, что обучающемуся при усвоении учебного материала по данной теме предоставляется возможность пройти путь от *«знания, понимания и применения до анализа, синтеза и оценки»*, тем самым достичь предметных и метапредметных результатов обучения. Укажем уровни учебных целей в соответствии с таксономией Блума:

1. «Знание - запоминание и воспроизведение изученного материала от конкретных фактов до целостной теории.

2. Понимание - преобразование материала из одной формы выражения в другую, интерпретация материала, предположение о дальнейшем ходе явлений, событий.

3. Применение - возможность использовать изученный материал в конкретных условиях и новых ситуациях.

4. Анализ - умение разбить материал на составляющие так, чтобы ясно выступала структура.

5. Синтез - умение комбинировать элементы, чтобы получить целое, обладающее новизной.

6. Оценка - умение оценивать значение того или иного материала» [7, с. 7-8].

Автор выделяет *этапы урока математики* на основе таксономии Блума и в связи с изменением во ФГОС основного общего образования вопросов организации этапов современного урока:

1) мотивационно-организационный;

2) фиксация концепций и идей по решению задач; анализ; синтез; модерация;

3) изучение нового материала; понимание; знание; модерация;

4) первичное закрепление знаний; синтез; фасилитация;

5) рефлексия; оценка.

6) домашнее задание; анализ; синтез.

В статье «Формирование метапредметных умений учащихся 10–11 классов на уроках математики на примере темы «Простые и сложные проценты» М.Н. Новикова [33] формулирует этапы урока с учетом *стадий*:

- «вызова», на которой обучающиеся выявляют пробелы в знаниях по изучаемой теме для дальнейшей самостоятельной формулировки цели урока;

- «осмысления»;

- «закрепления».

Данная методика проведения урока способствует формированию у школьников метапредметных умений.

В Таблице 2 рассмотрены *этапы современного урока*, представленные в методических рекомендациях С.В. Галяна [29] по материалам статьи Ю.А. Михеевой.

Таблица 2

Этапы современного урока по ФГОС СОО

Требования к уроку	*Традиционный урок*	*Урок современного типа*
Объявление темы урока	Учитель сообщает учащимся	Формулируют сами учащиеся (учитель подводит учащихся к осознанию темы)
Сообщение целей и задач	Учитель формулирует и сообщает учащимся, чему должны научиться. Главная цель учителя – успеть то, что запланировано	Формулируют сами учащиеся, определив границы знания и незнания по схеме «вспомнить → узнать → научиться» (учитель подводит учащихся к осознанию целей и задач)
Планирование	Учитель сообщает учащимся, какую работу они должны выполнить, чтобы достичь цели	Планирование учащимися способов достижения намеченной цели (учитель помогает, советует)
Практическая деятельность учащихся	Под руководством учителя учащиеся выполняют ряд практических задач (чаще применяется фронтальный метод организации деятельности)	Учащиеся осуществляют учебные действия по намеченному плану (применяется групповой, индивидуальный методы), учитель консультирует
Осуществление контроля	Учитель осуществляет контроль за выполнением учащимися практической работы	Учащиеся осуществляют контроль (применяются формы самоконтроля, взаимоконтроля), учитель консультирует
Осуществление коррекции	Учитель в ходе выполнения и по итогам выполненной работы учащимися осуществляет коррекцию	Учащиеся формулируют затруднения и осуществляют коррекцию самостоятельно, учитель консультирует, советует, помогает
Оценивание учащихся	Учитель осуществляет оценивание работы учащихся на уроке	Учащиеся дают оценку деятельности по её результатам (самооценка, оценивание результатов деятельности товарищей), учитель консультирует
Итог урока	Учитель выясняет у учащихся, что они запомнили	Проводится рефлексия
Домашнее задание	Учитель объявляет и комментирует (чаще – задание одно для всех)	Учащиеся могут выбирать задание из предложенных учителем с учётом индивидуальных возможностей

Некоторые *виды математический заданий* и *задач на проверку и оценку* знаний и умений для формирования УУД в основной школе приводит Я.С. Гайдук [17]. К каждой рассмотренной задаче автором приведены *критерии оценивания метапредметных результатов*, уровень которых зависит от верного выполнения предметной задачи.

Применению *критериального оценивания учебных достижений* обучающихся на уроках математики посвящена статья Е.Н. Титовой [47], в которой представлен опыт работы учителя математики по использованию определенных критериев и дескрипторов для оценивания учебных достижений обучающихся при выполнении различных видов заданий, а также для оценивания их деятельности на протяжении всего урока. Достижение метапредметных результатов оценивается на каждом уроке в рамках предметных контрольных и самостоятельных работ, но они не дают точной оценки сформированности УУД при условии неверного решения математической задачи.

У *выпускника* общеобразовательной школы на уроках математики должны быть сформированы следующие *метапредметные результаты*:

– анализировать и осмысливать текст задачи;

– извлекать из текста необходимую информацию;

– моделировать с помощью схем, рисунков, реальных предметов;

– строить логическую цепочку;

– оценивать полученный результат;

– осуществлять самоконтроль;

– доказывать и опровергать утверждения с помощью контрпримеров;

– классифицировать;

– исследовать простейшие числовые закономерности;

– уметь сравнивать, выделять общее и особенное, делать выводы;

– осуществлять поиск информации в сети Интернет и печатных изданиях;

– выполнять прикидку и оценку в ходе вычислений;

– проводить несложные исследования;

– использовать диаграммы в представлении информации.

Таким образом, в данном параграфе нами описаны методические особенности формирования метапредметных результатов при обучении математике

в 10-11 классах общеобразовательной школы; определено, что метапредметный урок отличается от традиционного урока обязательным целеполаганием - формулированием цели урока в виде конечного образовательного продукта. В связи с этим возникает необходимость разработки математических задач с дополнительными заданиями на оценивание конкретных УУД.
Во второй главе данной работы будет представлена разработанная диагностическая работа для оценивания метапредметных результатов у выпускников общеобразовательной школы.

Выводы по первой главе

В §1 и 2 раскрыты понятие метапредметных результатов обучения и их роль в современном образовании, выявлены методические особенности формирования метопредметных результатов при обучении математике в 10-11-х классах общеобразовательной школы.

Сформулируем основные выводы и полученные результаты.

ФГОС устанавливает требования к предметным, личностным и метапредметным результатам освоения обучающимися основной образовательной программы среднего общего образования.

Существуют различные подходы к понятию метапредметности. Метапредметный подход позволяет обеспечить преемственность всех ступеней обучения образовательного процесса и формирует целостную личность обучающегося. Ю.В. Громыко трактует метапредметное содержание как деятельность, обеспечивающую процесс обучения при изучении любого предмета. В работах А.В. Хуторского основной задачей метапредметного подхода является выявление и реализация внутреннего потенциала человека как активного субъекта деятельности. На положениях системно-деятельностного подхода рассматривает метапредметность А.Г. Асмолов.

Метапредметный подход в обучении направлен на применение обучающимися систематизированных теоретических и практических знаний различных школьных наук при решении социальных, профессиональных и других задач. Благодаря метапредметному подходу в образовании удается уйти от узкопредметной направленности.

В теории и методике обучения математике метапредметные результаты обучения математике связывают с освоением обучающихся межпредметных понятий и овладением ими универсальными учебными действиями, то есть способами деятельности, которые применимы как в образовательном процессе, так и при решении проблем в реальных жизненных ситуациях. Метапредметные результаты выступают как способы регуляции поведения, включая планирование, коррекцию и контроль.

Формирование метапредметных результатов - это формирование у обучающихся как межпредметных понятий, так и универсальных учебных действий (УУД), т.е. совокупности способов действия учащегося, навыков учебной работы, обеспечивающих самостоятельное усвоение новых знаний, формирование умений, включая организацию этого процесса. Метапредметные результаты обучения школьников должны формироваться как на уроках математики, так и во внеурочное время, а также при изучении других дисциплин.

Процесс формирования метапредметных результатов обучения школьников математике рассмотрен с позиции формирования у них универсальных учебных действий в работах Л.И. Боженковой, И.Г. Липатниковой и Н.С. Подходовой и др. Ими рассматривается сущность понятия универсальных учебных действий через понятие «знание в действии», процесс формирования умственного действия «составление задач» как одного из средств достижения предметных и метапредметных результатов при обучении геометрии; описываются критерии конструирования и оценивания предметных и метапредметных результатов обучения геометрии и отдельные универсальных учебных действий при обучении математике.

Формирование межпредметных понятий как одного из компонентов процесса формирования метапредметных результатов обучения школьников математике раскрыты в исследованиях О.А. Ивановой, О.В. Абрамовой, Т.В. Сергеевой. Ими описаны методики, направленные на установление связи предметных и внепредметных знаний и умений обучающихся; подходы по внедрению межпредметной интеграции математики с предметами естественнонаучного цикла в условиях профилизации старшей школы.

На основе анализа методической литературы установлено, что для достижения метапредметных результатов обучения школьников учителю необходимо ставить предметные и метапредметные цели урока; проектировать уроки так, что обучающемуся при усвоении учебного материала по учебной теме предоставлялась возможность пройти путь от «знания, понимания и применения до анализа, синтеза и оценки», тем самым достичь предметных и метапредметных результатов обучения; применять определенные критерии оценивания метапредметных результатов.

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТАРШЕКЛАССНИКОВ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

§3. Формы, методы и средства обучения математике, направленные на формирование метапредметных результатов обучающихся 10-11 классов

Выявив в первой главе методические особенности формирования метапредметных результатов при обучении старшеклассников математике в общеобразовательной школе, рассмотрим различные формы, методы и средства обучения математике, способствующие формированию у них метапредметных результатов .

Проблема современного образования заключается в том, что ученик привык действовать по заранее подготовленному учителем, выученному алгоритму, заранее продуманному плану действий, что не отвечает требованиям современного общества. При традиционном обучении математики учитель знакомит учеников с определениями, теоремами, формулами и правилами, предлагает решить типовые задания, показывая им алгоритм решения. Зачастую во время такого урока, в ходе фронтальной работы с классом только небольшая часть школьников участвует в анализе и подведении выводов. В основном у них развивается не мышление, а память, заучивая алгоритмы и формулы. По ФГОС СОО обучающиеся должны учиться мыслить и думать самостоятельно, делать выводы и оценивать свои знания. Поэтому так важно при обучении использовать на уроке *задачи с метапредметными заданиями* при индивидуальной, групповой, фронтальной и коллективной работе, помочь школьнику самостоятельно развиваться, мотивировать его на работу.

Метапредметный подход связан с созданием учителем таких условий для учеников, когда под его руководством они могут самостоятельно находить ответ к задаче, анализировать, строить эффективную модель её решения в ходе применения различных форм обучения, как во время классной работы, так и во время внеклассных мероприятий. И чем больше будет у обучающихся «проб и ошибок», тем эффективней будет их работа. На уроках по ФГОС СОО обучающийся получает предметное содержание через осмысление и необходимость его использования, а уж потом как необходимость выучить то или иное правило.

С.В. Галяном определено, что для достижения метапредметных результатов современный урок должен проходить по новому плану, отходя от традиционного сценария (опрос домашнего задания, объяснение новой темы, закрепление и постановка домашнего задания). Учащиеся должны сами осознанно подойти к изучению новой темы, процесс обучения должен проходить при взаимодействии учащихся и учителя, при *коллективной работе*. Эффективна коллективная работа, *работа в группе*, учитель во время такой работы является координатором. Решая задачи в группе ученики не испытывают стеснения, не боятся сказать что-либо неправильно, рассуждают и аргументируют свою точку зрения, т.к. не каждый учащийся способен излагать свою точку зрения перед учителем и всем классом. Во время *фронтальной работы* со всем классом в основном отвечают учащиеся с высоким уровнем знаний, они более активны и уверенны в высказываемых предположениях и ответах. Школьники, не достигшие базового уровня знаний и умений по предмету, выбирают пассивную позицию, не всегда слушают учителя и анализируют предлагаемую ситуацию, не всегда умеют применять предложенные пути решения проблемы и проводить самооценку. Поэтому работа в парах, в различных группах очень важна и эффективна при формировании метапредметных результатов обучения математике, у каждого обучающегося есть возможность принять участие в диалоге, в совместном решении проблемы [29].

Метапредметные результаты формируются также и с помощью новых технологий и методов обучения, описанным Ю.К. Бабанским [9]. На каждом этапе урока, могут меняться *методы обучения*. Помимо заданий учебников, прошедших экспертизу на соответствие требованиям ФГОС, применяются и Интернет-технологии в качестве источника знаний, помощи в моделировании задачи.

Формированию метапредметных компетенций на уроках математики способствуют определенные *методы* обучения *по характеру познавательной деятельности*. *Объяснительно-иллюстративный метод* – учитель излагает ученикам учебный материал (рассказ, лекция, беседа и т.д), ученикам остается только его понять и применить при решении задач. У них формируются такие метапредметные результаты, как умение осмысливать теоретический материал, извлекать нужную информацию. Но в целом, этот метод относится больше к традиционному обучению. *Репродуктивный метод* – ученик воспроизводит какие-то действия, решение задач уже по известному алгоритму, что способствует формированию у него умений и навыков. С помощью этого метода также формируется в большей степени предметный компонент, хотя не исключается формирование и метапредметных компетенций: уметь сравнивать, обобщать и делать выводы, извлекать необходимую информацию. Применение на уроках математики *метода проблемного изложения*, *частично-поискового (эвристического) метода*, *исследовательского метода* способствует формированию у учеников метапредметного компонента. Так, во время такой работы на уроках математики обучающийся учится анализировать и осмысливать информацию, исследовать и классифицировать, выполнять прикидку и оценку результата, строить логическую цепочку и моделировать задачи.

Выделяют методы обучения *по источнику знаний* такие, как *словесные методы* (источником знания является устное или печатное слово), *наглядные* (источником знания служат наблюдаемые предметы, явления, наглядные пособия) и *практические* (знания и умения формируются в процессе выполнения практических действий). Все эти методы также используются на уроках математики при формировании метапредметного результата.

Существуют и другие подходы к классификации методов обучения, применение которых способствует формированию метапредметных результатов при обучении школьников математике в общеобразовательной школе. Так, Ю.К. Бабанским [9] по компонентам деятельности выделяются *методы*: организации и осуществления учебной деятельности; стимулирования и мотивации учебно-познавательной деятельности; контроля и самоконтроля эффективности работы.

Рассмотрим некоторые средства обучения, как деятельность обучающегося и обучающего, с помощью которых ставятся и решаются учебные задачи.

Одно из средств достижения метапредметных результатов обучения – критическое мышление рассмотрено в статье учителя математики С.А. Иванова «Критическое мышление как средство достижения метапредметных результатов обучения» [20]. В представляемом педагогическом опыте *критическое* рассматривается как универсальное *метапредметное умение* рассуждать, работать с информацией и регулировать собственное поведение на основе ее анализа и верификации. Автор на различных этапах урока предлагает использовать *задания с недостающими данными*; задания, имеющие *несколько способов решений* и ответов, а также *задания*, требующие в ходе решения *умения задать вопрос*. *Задачи исследовательского характера* считает одним из средств формирования критического мышления. Например, многоуровневые задачи, когда к одной конкретной ситуации в задаче задается последовательно несколько вопросов и задачу приходится рассматривать с другой точки зрения, с другими вариантами условия, продумывать аргументы, схемы к задачам.

По мнению С.А. Иванова, «применение приемов развития критического мышления обеспечивает формирование всех видов УУД ученика:

– регулятивные - целеполагание, прогнозирование, оценка, коррекция и контроль;

– познавательные – моделирование, структурирование знаний, построение логической цепи рассуждений, самостоятельное создание алгоритмов при выполнении заданий поискового характера;

– коммуникативные – планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками, умение выражать свои мысли в соответствии с условиями коммуникациями;

– личностные – смыслообразование, нравственно – этическая ориентация» [20, с. 14].

Формирование метапредметных результатов достигается и при применении *технологии проектно-исследовательской деятельности*. Исследовательские работы дают возможность учащимся проявить себя, действовать самостоятельно или в группе, применить свои знания к решению практико-ориентированных задач. Работая над учебным проектом, ученики анализируют, выделяют главное, осуществляют поиск и отбор информации, формулируют цели, задачи, продумывают алгоритм своего действия и публично представляют результат.

В своей работе учитель математики А.И. Осипова для достижения метапредметных и личностных результатов считает необходимым формирование у старшеклассников *навыков контроля и самооценки*. Приоритетной задачей современного школьного образования автор считает «развитие способности ученика самостоятельно ставить учебные цели, проектировать пути их реализации, контролировать и оценивать свои достижения, иначе говоря – формирование умения учиться» [34]. Ключевой компетентностью ученика выделяется *целеполагание*, учащиеся формулируют тему и цель урока и в ходе дальнейшего самоконтроля оценивают степень ее достижения. Особое внимание уделяется их самоорганизации, формированию навыка самооценки. Один из приемов обучения, описанный А.И. Осиповой, *составить задачу* для одноклассников. В этом случае ученик будет как в роли учителя, так и в роли ученика, причем задача должна содержать некую трудность, требовать обдумывания. При проверке самостоятельных работ ею применяется *взаимопроверка*, которая формирует умение контролировать свои действия, воспитывает честность, справедливость, коллективизм. Также важна и *самопроверка*, т.к. поиск ошибки в решении задач помогает более глубоко школьникам осмыслить условие задачи.

О.Н. Попова [38] для формирования предметных и метапредметных результатов при обучении школьников математике в общеобразовательной школе использует *интерактивные технологии*; *метод сотрудничества*; *метод проектов*; *информационно-коммуникационные технологии*. Особое внимание автором уделяется методу проектов, в ходе которого применяются исследовательский метод, групповые формы работы. Применение проектной деятельности позволяет обучающимся соответствовать предъявляемым повышенным требованиям к коммуникационному взаимодействию и сотрудничеству.

Новые стандарты образования требуют от учителей другого подхода к планированию и проведению уроков, к методике обучения и оцениванию школьников, к урочной и внеурочной деятельности. Необходимы новые критерии оценивания обучающихся, их предметного и метапредметного результата.

Некоторые задачи с метапредметным компонентом есть в контрольно-измерительных материалах ЕГЭ, это прикладные задачи и задачи, решаемые в повседневной жизни:

– задачи на вычисление расходов и доходов семьи, в которых необходимо посчитать оплату за коммунальные платежи, интернет, расходы на бензин, на развлечения и отдых;

– задачи на проценты, повышение и понижение цены товаров в магазине, количество купленного товара при изменении цены;

– статистические задачи, чтение и составление диаграмм;

– экономические задачи на банковские вклады и кредиты, процентные ставки, сроки выплат;

– задачи на выбор оптимального варианта покупки, услуги;

– задачи на чтение и составление графиков зависимостей: наблюдение на фондовом рынке, за погодными условиями, пропорциональность физических и химических величин;

– прикладные физические и экономические задачи.

Решение таких задач требует применение учителем метапредметного подхода, но оценить метапредметные результаты школьников учитель может лишь при верно решенном математическом (предметном) задании.

Оценка предметных и метапредметных результатов должна проводится параллельно. Если ученик не решил задачу, это не говорит о том, что у него не развиты метапредметные навыки или возможно он сделал, например, вычислительную ошибку.

Пример. Таксист за месяц проехал 6000 км. Стоимость 1 литра бензина — 20 рублей. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

Решение обучающегося:

1) 6000:100 = 60 (раз) 100 км содержится в 6000 км;

2) 60*9 = 560 (л) необходимо таксисту на месяц работы;

3) 560*20 = 11200 (р) потратит таксист за этот месяц.

Учащийся верно проанализировал ход решения, верно построил алгоритм решения, но при этом ответил на вопрос задачи неправильно, допустил вычислительную ошибку. При этом он показал сформированность некоторых метапредметных умений. Оценить это можно по развернутому ходу решения задачи. В диагностических работах тестового характера ученики указывают лишь конечный результат, учитель проверяет только ответ предметной задачи и не может оценить степень сформированности УУД школьника. Если бы обучающийся получил в ответе 112000 р, т.е. число «не реалистичное», он выполнил бы проверку своего решения и показал навык оценивания полученного результата и самоконтроля, в противном случае указанные метапредметные результаты сформированы были бы у нечетко.

Таким образом, возникает необходимость не только в изменении структуры и содержания урока математики, но и в разработке предметных карточек, диагностических работ, таких математических задач, в которых можно оценить и уровень сформированности метапредметных результатов. Работая над но Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке выми заданиями, обучающиеся будут учиться мыслить, анализировать, рассуждать, классифицировать, доказывать и оценивать полученный результат, приводить примеры и контрпримеры, что будет способствовать формированию у них универсальных учебных действий, метапредметных умений.

В §5 нами будут представлены результаты педагогического эксперимента, описана разработанная и апробированная диагностическая работа для проведения мониторинга достижений метапредметных результатов старшеклассников в рамках подготовки к сдаче ЕГЭ.

§4. Метапредметные учебные задания по теме «Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке» для обучающихся старшей школы

Основной задачей школьного образования является создание условий формирования и развития «нового» выпускника, способного самостоятельно ставить и решать задачи собственного развития. Учащийся должен уметь ставить учебные задачи, планировать их решение, владеть методами решения и быть мотивированным на это. В основе предметной деятельности лежит метапредметная деятельность, поэтому необходим комплексный подход, позволяющий вести оценку предметных и метапредметных достижений.

Метапредметные учебные задания позволяют организовать новый способ познавательной деятельности обучающихся на уроках математики в рамках перехода к новым образовательным стандартам. Учащийся получает предметное содержание через осмысление и необходимость использования, а потом как необходимость выучить алгоритм решения. Метапредметный компонент формирует целостностное общекультурное личностное и познавательное развитие и саморазвитие ребенка.

В Федеральном государственном стандарте по математике (профильный уровень) указаны требования к знаниям, умениям и навыкам учащихся по теме

«Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке». Учащиеся должны:

знать/понимать

– значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

– значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;

– универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности.

Уметь:

– вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;

– исследовать функции и строить их графики с помощью производной;

– решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа.

В результате изучения темы «Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке» ученик должен:

знать/понимать:

– алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке.

уметь:

– применять теоретический материал в практической деятельности;

– решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения.

Целью изучения данной темы является учить нахождению наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке и алгоритму вычисления наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке с помощью производной. Воспитывать упорство, трудолюбие, открытую познавательную позицию.

Задачи:

– сформулировать понятие наибольшего и наименьшего значения функции;

– рассмотреть алгоритм решения задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке, отработать шаги алгоритма;

– рассмотреть нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на промежутке;

– способствовать развитию логического мышления;

– формировать умение анализировать, сравнивать, обобщать и делать выводы, развивать исследовательские умения.

Метапредметные учебные задания по теме «Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке», способствуют формированию познавательного интереса и мотивации к обучению математике, развитию творческих способностей учащихся, развивают навыки работы с учебной литературой; формируют качества математических знаний, тем самым повышают предметные математические компетенции.

Проведем анализ практического опыта учителей по теме «Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке», опубликованного в статьях и учебно-методических пособиях.

В статье Н.Е. Ляховой, И.В. Шевченко «Функциональные модели в задачах на нахождение наибольшего и наименьшего значений» [26] представлены методические аспекты затруднений учащихся при решении задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений, предложены пути преодоления этих затруднений.

В журнале «Международный школьный научный вестник» опубликована статья «Задачи на максимум и минимум, наибольшее и наименьшее значение функции алгебраического, геометрического и тригонометрического содержания» А.А. Кривошеевой [23]. Автор рассматривает задачи на оптимизацию алгебраического, геометрического и тригонометрического содержания. Важность метода нахождения экстремальных значений функции состоит в ключевом значение для решения большого класса задач из разных разделов курса физики, математики, экономики и других наук.

В статье Е.Ю. Макаренко «Разработка методических рекомендаций обучения учащихся решению заданий с кратким ответом по теме «Наибольшее и наименьшее значение функций» [27] рассматриваются стандартные задачи задания 12 из ЕГЭ по математическому анализу, сложность которых сильно меняется в зависимости от рассматриваемой функции. Автор приводит необходимый теоретический материал по данной теме и рассматривает примеры для степенных, дробно-рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических функций.

На сайте Фестиваль педагогических идей «Открытый урок» [50] представлено большое количество конспектов уроков по теме «Наибольшее и наименьшее значение функций» по учебнику А.Г. Мордковича [31].

На сайте «Решу ЕГЭ» [43] представлен материал для подготовки ЕГЭ по математике. В задание 12 «Наибольшее и наименьшее значение функций» по теме проекта рассмотрено более 150 задач, из них около 90% типов задач, рассмотренных ниже в Таблице 5.

В элективном курсе по математике Э.Е. Рясновой на тему «Производная и её применение» [45] на тему «Наибольшее и наименьшие значение функции» отводится 1 час.

В авторской программе Г.А. Минеевой элективного курса «Практикум по математике» на тему «Применение производной при решении прикладных задач» [30] отводится 3 часа, в течение которых рассматривается вычисление производных сложных функций, решение задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения сложных функций.

В элективном курсе Л.Ф. Цыганок «Олимпиадные задачи по исследованию функций в профильной подготовке учащихся» [56] на рассмотрение темы «Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции» отведено 2 часа, в течение которых рассматриваются различные приемы решения олимпиадных задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функций, приведены примеры решения задач части С из ЕГЭ.

Таким образом, анализ темы в статьях [23, 26, 27, 30] и опыт изучения темы посредством элективных курсов [45], подготовки школьников к математическим олимпиадам [56] показывает интерес учителей и исследователей к теме «Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке».

Представим результаты *методического анализа* теоретического и практического содержаний по теме «Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке».

Базовые знания:

- понятие производной;
- правила дифференцирования;
- производные элементарных функций;
- понятие критических и стационарных точек;
- правило нахождения критических и стационарных точек;
- понятие наибольшего и наименьшего значений функции;
- понятие точки экстремума функции;
- понятие монотонной функции;
- правила исследования функции на монотонность и экстремумы;
- понятие области определения функции;
- понятие непрерывной функции;
- построение графиков функций с помощью их исследования;
- этапы математического моделирования при решении задач.

Рассматриваемые сведения:

– понятие наибольших и наименьших значений функции на промежутке;

– понятие точек максимума и минимума;

– алгоритм нахождения наибольших и наименьших значений функции на промежутке;

– примеры задач на нахождение наибольших и наименьших значений величин.

Теоретический материал.

Анализ содержания темы «Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке» в различных учебниках, рекомендованных Минобрнауки РФ, рассмотрен ниже в Таблице 3.

Данная тема в рассмотренных учебниках изучается в 10-11 классах в объеме от 2-х до 4-х часов. Так, на обучение этой теме в учебнике С.М. Никольского отводится 2 ч, в учебниках Ш.А. Алимова и Ю.М. Колягина - 3 ч, в учебнике А.Г. Мордковича – 4 ч.

В *учебнике Ш.А. Алимова* [4] приводится следующее *правило* нахождения наибольших и наименьших значений функции на отрезке:

Пусть функция $y = f(x)$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и имеет несколько критических точек на этом отрезке. Для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке* $[a; b]$ *нужно:*

1) *Найти значения функции на концах отрезка;*

2) *Найти её значения в тех критических точках, которые принадлежат интервалу* $(a;b)$*;*

3) *Из всех найденных значений выбрать наибольшее и наименьшее.*

В данном учебнике рассмотрено правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции не только на отрезке, но и на интервале; приведены примеры решения задач на оптимизацию. Под критическими точками понимаются точки, в которых производная равна нулю или её не существует.

Таблица 3

Содержание темы «Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке» в учебниках алгебры и начал математического анализа

Учебник	*Содержание темы*
Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. Для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни [4].	Тема изучается в *11 классе* в главе IX *«Применение производной к исследованию функций»*. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения раскрывается при объяснении материала на конкретном примере. Используются знания и умения обучающихся по исследованию функции на монотонность и экстремумы. В учебнике не приводится дополнительных теорем и утверждений по теме.
С.М. Никольский. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни [5].	Задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке рассматриваются в теме *«Максимум и минимум функции»* и изучается *в 11 классе* в *главе V «Применение производной».* Дается большое количество теоретического материала о понятии максимума и минимума функции.
А.Г. Мордкович, Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразоват. организаций: базовый и углубленный уровни [31].	Тема «Применение производной для нахождения наибольшего и наименьшего значений величин» изучается в *10 классе* в главе 7 *«Производная».* Вводится теоретический материал, приведен алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$, далее разобраны соответствующие примеры на его применение. Рассмотрены несколько утверждений: 1. Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нем и своего наибольшего, и своего наименьшего значений. 2. Наибольшего и наименьшего значений непрерывная функция может достигать как на концах отрезка, так и внутри него. 3. Если наибольшее (или наименьшее) значение достигается внутри отрезка, то только в стационарной или критической точке.
Ю.М. Колягин, Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразовательных учреждений: базовый и профил. уровни [6].	Тема изучается в 11 классе в *главе III «Применение производной к исследованию функций».* В начале изучения материала по теме приводится правило на нахождение наибольшего и наименьшего значений на отрезке и интервале, основываясь на ранее изученных понятиях производной и критических точек.

В *учебнике С.М. Никольского* [5] задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке рассматриваются в теме «Максимум и минимум функции». Вводится следующее правило:

Для нахождения максимума и минимума функций на отрезке надо найти критические точки, лежащие внутри этого отрезка, и сравнить значения функции на концах отрезках и в критических точках.

Критическими точками в этом учебнике также, как и в учебнике Ш.А. Алимова, называются точки, в которых производная равна нулю или её не существует.

В *учебнике А.Г. Мордковича* [31] приводится алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$:

1. Найти производную $y = f'(x)$.

2. Найти стационарные и критические точки функции, лежащие внутри отрезка $[a; b]$.

3. Вычислить значения функции $y = f(x)$ в точках, отобранных на втором шаге, и в точках a и b; выбрать среди этих значений наименьшее (это будет $y_{\text{наим}}$) и наибольшее (это будет $y_{\text{наиб}}$).

В данном учебнике понятие критических точек определяется по-другому, то есть: внутренние точки области определения функции, в которых производная равна нулю, называют *стационарными*, а внутренние точки области определения функции, в которых функция непрерывна, но производная не существует, - *критическими*.

В *учебнике Ю.М. Колягина* [6] приводится следующее правило нахождения наибольших и наименьших значений функции на отрезке:

Чтобы найти наибольшее и наименьшее значения непрерывной на отрезке $[a; b]$ функции $y = f(x)$, имеющей на интервале (a;b) несколько критических точек, достаточно вычислить значения функции $y = f(x)$ во всех этих точках, а также значения $f(a)$ и $f(b)$ и из всех полученных чисел выбрать наибольшее и наименьшее.

Итак, во всех рассмотренных учебниках приведен алгоритм или правило нахождения наибольшего и наименьшего значения на отрезке. В учебниках Ш.А. Алимова и Ю.М. Колягина на основе знаний и умений обучающихся по исследованию функции на монотонность и экстремумы в начале параграфа вводится правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке, рассматриваются примеры, то есть новое понятие полностью подготовлено изучением предыдущих понятий. В учебнике А.Г. Мордковича приводится дополнительный теоретический материал о непрерывности функции, вводятся несколько связанных с ней утверждений; у С.М. Никольского рассматриваются точки локального максимума и минимума, после изучения точек локального экстремума делается вывод о нахождении наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.

Задачный материал. Анализ задачного материала, рассмотренного в учебниках [4-6; 31], представлен в Таблице 4.

Таблица 4

Распределение задачного материала по уровню учебной деятельности

Учебник	Репродуктивный уровень	Частично-поисковый уровень	Творческий уровень
Номера задач по учебнику			
Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. Для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни. [4]	№№ 936-938, 944-947	№№ 939-941	№№ 942, 943, 948-952
С.М. Никольский. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни. [5]	№№ 5.82-5.85	№№ 5.86-5.88	№№ 5.79-5.81, 5.89, 5.90
Мордкович, А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч.1,2. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни [31]	№№ 32.1-32.5, 32.7	№№ 32.6, 32.8-32.15, 32.20-32.28, 32.32-32.35	№№ 32.16-32.19, 32.29-32.31, 32.36-32.40
Колягин, Ю. М. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб.для общеобразовательных учреждений : базовый и профил. уровни. [6]	№№ 15-18, 24, 25	№№ 19-23, 26-28	№№ 29-36

Объем задачного материала наиболее широко представлен в задачнике А.Г. Мордковича [3], в котором задания составлены автором с учетом различной степени сложности.

Таблица 5

Типология задачного материала по требованию по учебнику А.Г. Мордковича

На нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке	На нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на заданном промежутке	На применение метода поиска наибольших и наименьших значений функций к решению прикладных задач
Номера задач по учебнику		
№№ 32.1-32.13	№№ 32.14-32.15	№№ 32.20-32.40

В Таблице 5 приведена типология задачного материала по требованию по учебнику алгебры и начал математического анализа 10 класса А.Г. Мордковича, в соответствии с которым можно выделить *типы задач* на:

1) *нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.*

Задача № 32.11 (а) [3]. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^4 - 8x^3 + 10x^2 + 1$ на отрезке $[-1; 2]$.

Решение. Вычислим производную функции: $y' = 4x^3 - 24x^2 + 20x$. Найдем стационарные и критические точки. Для этого решим уравнение $y'(x) = 0$.

$4x^3 - 24x^2 + 20x = 0;$ $4x(x^2 - 6x + 5) = 0;$ $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 5$

Выберем только те точки, которые принадлежат отрезку $[-1; 2]$. И найдем значение функции в этих точках и на концах отрезка. Из полученных значений выберем наибольшее и наименьшее.

$$y(0) = 0 - 8 \cdot 0 + 10 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$y(1) = 1 - 8 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 1 = 4$$

$$y(-1) = 1 + 8 + 10 + 1 = 20$$

$$y(2) = 16 - 64 + 40 + 1 = -7$$

$$y_{\text{наиб}} = y(-1) = 20$$

$$y_{\text{наим}} = y(2) = -7$$

Ответ: $y_{\text{наиб}} = 20$, $y_{\text{наим}} = -7$.

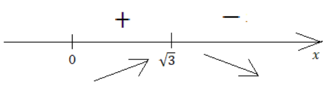
2) нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на заданном промежутке.

Задача № 32.15 (б) [3]. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{3x}{x^2+3}$ на промежутке $[0; +\infty)$.

Решение. Найдем производную функции и так как в задании числовой промежуток, то, для наглядности, исследуем ее на монотонность и экстремумы на $[0; +\infty)$.

$$y' = \frac{3(x^2+3) - 2x \cdot 3x}{(x^2+3)^2}$$

$$= \frac{3(3-x^2)}{(x^2+3)^2} = \frac{3(\sqrt{3}-x)(\sqrt{3}+x)}{(x^2+3)^2}$$



$$y_{\text{наиб}} = y(\sqrt{3}) = \frac{3\sqrt{3}}{3+3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Так как функция на $+\infty$ убывает, то наименьшего значения не существует. Ответ: $y_{\text{наиб}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $y_{\text{наим}} =$ не сущ.

3) применение метода поиска наибольших и наименьших значений функций к решению прикладных задач.

Задача № 32.26 [3]. Нужно огородить участок прямоугольной формы забором длиной 200 м. Каковы должны быть размеры этого прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

Решение. Оптимизируемая величина – площадь прямоугольника, так как в задаче требуется выяснить, когда площадь прямоугольника будет наибольшей. Обозначим ее S.

Площадь зависит от ширины и высоты прямоугольника. Обозначим независимой переменной x м – ширину прямоугольника, тогда его длина (100 - x) м, так как периметр равен 200 м, а сумма длины и ширины 100 м. Реальные границы измерения независимой переменной (0;100).

$$S = x(100 - x) = 100x - x^2$$

Найдем производную полученной функции: $S' = 100 - 2x$.

Следовательно, внутри промежутка единственная стационарная точка $x = 50$, которая является точкой максимума. Мы выяснили, что ширина прямоугольника 50 м, а значит длина тоже 50 м.

Ответ: длина и ширина прямоугольника по 50 м.

Отметим, что все три типа задач по требованию есть также в других рассматриваемых учебниках. Так, в учебнике Ш.А. Алимова представлено 4 задачи первого типа, 4 второго типа и 9 третьего типа. В учебнике С.М. Никольского: 7 задач 1-го типа, 4 задачи 2-го и 11 задач 3-его типов. В учебнике Ю.М. Колягина: 7 задач 1-ого типа, 5 второго и 10 третьего типов.

Итак, анализ учебников [3-6; 31] показал, что тема «Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке» представлена во всех учебниках, причем наиболее полно раскрыта в учебнике А.Г. Мордковича. Задачный материал в данных учебниках достаточно богатый и различной степени сложности.

Основным учебником математики для математического профиля выбран учебник А.Г. Мордковича [31].

Рассматриваемая в данном параграфе тема относится к Главе 7 «Производная». Тема вводится после параграфа §44 «Применение производной для исследования функций» и §45 «Построение графиков функций», в которых рассматриваются исследование функций на монотонность и экстремумы, исследование и построение графиков функций.

В авторской программе [40] отмечается, что в результате изучения темы учащиеся должны: исследовать функции на монотонность; находить наибольшее и наименьшее значение функции; строить графики многочленов и простейших элементарных функцийс использованием аппарата математического анализа.

Для профильного уровня изучения математики на тему «Применение производной для нахождения наибольших и наименьших значений величин» по программе А.Г. Мордковича отводится 4 *часа*, в течение которых рассматриваются понятия наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке, алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$; задачи на отыскание наибольших и наименьших значений величин.

Таким образом, выбор учебника А.Г. Мордковича [31] обоснован следующими причинами:

– учебник входит в федеральный перечень учебников, рекомендованных Министерством образования и науки Российской Федерации к использованию в образовательном процессе в имеющих государственную аккредитацию и реализующих образовательные программы общего образования образовательных учреждений;

– в данном учебнике представлено большое количество задач на отыскание наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке и интервале, четко сформулирован алгоритм, подробно рассмотрены примеры. Также представлены задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения, с практическим содержанием, что формирует метапредметные результаты.

– в данном учебнике алгоритм решения задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения вводится абстрактно-дедуктивным методом;

– в учебнике наиболее полно раскрыто теоретическое и практическое содержание темы «Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке».

Метапредметные учебные задание можно вводить как на протяжении всего урока, так и при решении индивидуальных карточек, «одно из» заданий контрольной, диагностической или самостоятельной работы как задание на обобщение и систематизацию полученных знаний.

Рассмотрим *комплекс типовых заданий* на наибольшее и наименьшее значения функции с метапредметным компонентом в зависимости от типа урока, представленных в Таблицах 6-9.

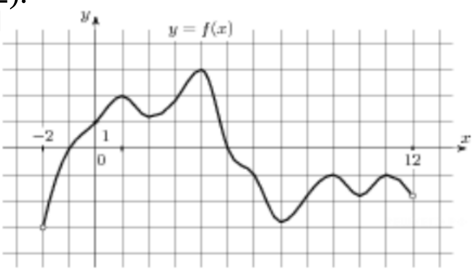
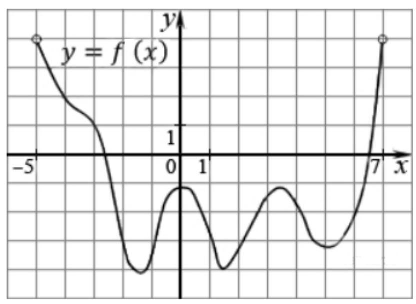
Спроектируем изучение темы «Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке» с использованием метапредметных учебных заданий по учебнику А.Г. Мордковича на 4 часа в соответствии с требованиями новых образовательных стандартов к типам уроков в зависимости от их целей.

1. Тип урока: урок открытия новых знаний, обретения новых умений и навыков.

Цель: ввести правило нахождения наибольшего и наименьшего значения функции. *Задачи*: повторить понятие производной функции; повторить правила дифференцирования функций, правила исследования функции на монотонность и экстремумы; сформулировать алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции.

Таблица 6

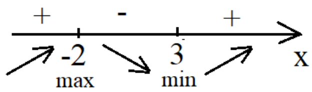
Задание на этапе актуализации знаний с метапредметным компонентом

Метапредметные задания	**Предполагаемый ответ**
Урок открытия новых знаний, обретения новых умений и навыков	
Задание 1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$.  1) Существует ли у этой функции наибольшее и наименьшее значение на всей области определения? 2) Существует ли наименьшее значение на отрезке [-1; 4]? Чему оно равно? 3) Сколько точек экстремумов у этой функции? 4) Изобразите график функции с пятью точками экстремума, которая на всей области определения не имеет наибольшего значения. 5) Можно ли без графика функции сделать вывод о экстремумах функции?	Ответ на задание 1 1) $у_{наиб} = 3, у_{наим} =$ не сущ 2. Да. $У_{наим} = 0$ 3. 7 точек 4. Например:  5. Да, если провести исследование на монотонность и экстремумы с помощью производной.

При решении задания 1 ученик развивает такие *метапредметные умения*, как: анализировать и осмысливать текст задачи; извлекать из текста необходимую информацию; моделировать решение задачи с помощью схем и рисунков; оценивать полученный результат; выполнять прикидку и оценку в ходе вычислений; проводить несложные исследования.

Таблица 7

Задание на этапе первичного усвоения новых знаний с метапредметным компонентом

Метапредметные задания	**Предполагаемый ответ**
Урок открытия новых знаний, обретения новых умений и навыков	
<u>*Задание 2.*</u> Исследовать функцию $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$ на монотонность и экстремумы. *Дополнительные вопросы, формирующие достижение УУД*: 1. Можно ли сразу, не проводя вычислений, определить возрастание или убывание данной функции? 2. Что необходимо найти для исследования функции на монотонность? 3. Сделайте вывод о монотонности функции и экстремумах на основе геометрической интерпритации. 4. Найдем наибольшее и наименьшее значение функции. 5. Найдем наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке [-4;2]. В каких точках оно достигается? 6. Найдем наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке [-3;3]. В каких точках оно достигается? *Аналогично предлагается рассмотреть несколько отрезков:* 7. В каких точках достигается наибольшее и наименьшее значение отрезков. Обобщите все рассмотренные случаи. 8. Сформулировать алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения на отрезке. Записать 9. Найти алгоритм в учебнике, выполнить самопроверку.	<u>Ответ на задание 2</u> 1. Нет. Некоторые учащиеся могут предположить, что функция похожа на кубическую параболу и сделать неправильный вывод, что данная функция возрастающая. 2. Необходимо вычислить производную. Найти стационарные и критические точки. И рассмотреть промежутки знакопостоянства. 3.  4. Наибольшего и наименьшего значения не существует. 5. $y_{наиб} = y(-2) = 84$ $y(-4) = 8$ $y(2) = -28 = y_{наим}$ 6. $y_{наиб} = y(-2) = 84$ $y(-3) = 67$ $y(3) = -41 = y_{наим}$ 7. В стационарных (или критических) точках и на концах отрезка.

В ходе ответов на дополнительные вопросы задания 2 у обучающихся формируются следующие *метапредметные результаты*: анализировать и осмысливать текст задачи; извлекать из текста необходимую информацию; моделировать решение задачи с помощью схем и рисунков; строить логическую цепочку; оценивать полученный результат; осуществлять самоконтроль; исследовать простейшие числовые закономерности; уметь сравнивать, выделять общее, делать выводы; осуществлять поиск информации в печатных изданиях; выполнять прикидку и оценку в ходе вычислений; проводить несложные исследования.

2. Тип урока: урок систематизации знаний.

Цель: обобщить умения и навыки учащихся по применению понятия производной функции при решении задач. *Задачи*: совершенствовать навыки применения понятия производной функции при нахождении промежутков возрастания и убывания функции; совершенствовать умение нахождения критических точек функции.

Таблица 8

Задание с метапредметным компонентом на этапе практической деятельности учащихся

Метапредметные задания	Предполагаемый ответ
Урок систематизации знаний	
Индивидуальная карточка (воспроизведение опорных знаний учащихся) *Задание 1.* Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$ на отрезке [-4;-1]. *Дополнительные вопросы, формирующие достижение УУД*: 1. Возможно ли решить задание без понятия производной функции? 2. Возможно ли найти наибольшее значение квадратичной функции без использования понятия производной функции? 3. Приведите пример квадратичной функции имеющей наибольшее значение на всей области определения. 4. Наибольшее значение - это значение переменной x или y? 5. Постройте график данной функции используя программы онлайн-построение в сети Интернет.	Ответ на задание 1 $y_{наиб} = y(-1) = 3$ $y_{наим} = y(-4) = -33$ *Ответы на дополнительные вопросы*: 1. Нет. 2. Да, по графической интерпретации, анализируя направление ветвей параболы и зная координаты вершины. 3. $y = -x^2 + 5x + 3$. 4. Значение функции, т.е. значение переменной y. 5. Работа выполнена на ПК.

При решении задания 1 на уроке систематизации знаний у ученика развиваются такие метапредметные умения, как: анализировать и осмысливать текст задачи; извлекать из текста необходимую информацию; моделировать решение задачи с помощью схем и рисунков; строить логическую цепочку; оценивать полученный результат; осуществлять самоконтроль; доказывать и опровергать утверждения с помощью контрпримеров; исследовать простейшие числовые закономерности; уметь сравнивать, выделять общее, делать выводы; осуществлять поиск информации в сети Интернет и печатных изданиях; выполнять прикидку и оценку в ходе вычислений; проводить несложные исследования.

3. Тип урока: урок развивающего контроля.

Таблица 9

Задание с метапредметным компонентом на этапе контроля

Метапредметные задания	**Предполагаемый ответ**
Урок развивающего контроля	
Рассматривается задание №12 из профильного уровня ЕГЭ. Задание 1. Найдите наибольшее значение функции $y = 12\cos x + 6\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. А. Составьте алгоритм решения. Б. Обсудите алгоритм решения с соседом по парте, в случае необходимости проведите корректировку. В. Решите задание по составленному алгоритму. Г. Сможете ли вы построить точный график данной функции в тетради? Д. Постройте график данной функции используя программы онлайн-построение в сети Интернет . Е. Проверьте своё решение по графику функции.	а-в) Найдем производную заданной функции: $y' = -12\sin x + 6\sqrt{3}$. Найдем нули производной на заданном отрезке: $\begin{cases} -12\sin x + 6\sqrt{3} = 0, \\ 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3}.$ Определим знаки производной функции на заданном отрезке и изобразим на рисунке поведение функции:  В точке $x = \frac{\pi}{3}$ заданная функция имеет максимум, являющийся ее наибольшим значением на заданном отрезке. Найдем это наибольшее значение: $y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 12\cos\frac{\pi}{3} + 6\sqrt{3}\cdot\frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3}\pi + 6 = 12.$ Ответ: 12. г) нет; д) представлен график на ПК.

Цель урока: выявить уровень знаний учащихся по теме «Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке», проверить степень усвоения изученного материала; развивать навык самостоятельной работы.

Задачи урока: выявить и ликвидировать выявленные пробелы в знаниях учащихся по нахождению наибольшего и наименьшего значений функции; подготовить учащихся к диагностической работе.

Решая задание 1 на уроке развивающего контроля, учащийся показывает уровень сформированности следующих *метапредметных результатов*: анализировать и осмысливать текст задачи; извлекать из текста необходимую информацию; моделировать с помощью схем и рисунков; строить логическую цепочку; оценивать полученный результат; осуществлять самоконтроль; исследовать простейшие числовые закономерности; уметь сравнивать, выделять общее, делать выводы; осуществлять поиск информации в печатных изданиях; выполнять прикидку и оценку в ходе вычислений; проводить несложные исследования.

Процесс оценивания метапредметных результатов состоит в решении учебных предметных задач и в результате выполнения специально сконструированных диагностических задач метапредметного содержания, направленных на оценивание конкретных видов УУД (Табл. 10).

Таблица 10

Метапредметные результаты по видам УУД

Личностные	М6: осуществлять самоконтроль;
Регулятивные	М4: строить логическую цепочку; М5: оценивать полученный результат; М12: выполнять прикидку и оценку в ходе вычислений;
Познавательные	М1: анализировать и осмысливать текст задачи; М2: извлекать из текста необходимую информацию; М3: моделировать с помощью схем, рисунков, реальных предметов; М8: классифицировать; М9: исследовать простейшие числовые закономерности; М10: уметь сравнивать, выделять общее и особенное, делать выводы; М11: осуществлять поиск информации в сети Интернет и печатных изданиях; М13: проводить несложные исследования; М14: использовать диаграммы в представлении информации.
Коммуникативные	М7: доказывать и опровергать утверждения с помощью контрпримеров;

На изучение темы «Наибольшее и наименьшее значение непрерывной функции на отрезке» отводится четыре часа, целесообразно провести *итоговый контроль* в форме итоговой диагностической работы *на четвертом уроке* изучения темы (Табл. 11).

Таблица 11

Пример заданий диагностической работы и критерии их оценивания

Задания	*Метапредметные критерии*	*Количество баллов*
Найдите наибольшее значение функции $y=-2\operatorname{tg}x+4x-\pi-3$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$. 1. Составьте алгоритм решения. 2. Решите задание по составленному алгоритму. 3. Постройте график данной функции используя программы онлайн-построение в сети Интернет. 4. Проверьте своё решение по графику функции. 5. Укажите монотонность данной функции на заданном промежутке. 6. Приведите пример функции, исследование которой на наибольшее и наименьшее значение не требует нахождения производной. 7. Приведите пример квадратичной функции, которая на интервале (-3; 5) имеет наибольшее значение, но не имеет наименьшего значения.	1) М1, М2, М4. 2) М1, М2, М3, М5, М9, М10. 3) М4, М11. 4) М5, М6, М10. 5) М2, М3, М6, М9, М10, М13. 6) М1, М2, М3, М4, М5, М6, М7, М10, М12, М13. 7) М1, М2, М3, М4, М5, М6, М7, М8, М10, М12, М13.	Предметный балл за выполненное задание: 6 баллов + М1) 4 балла М2) 5 баллов М3) 4 балла М4) 4 балла М5) 4 балла М6) 4 балла М7) 2 балла М8) 1 балл М9) 2 балла М10) 5 баллов М11) 1 балл М12) 2 балла М13) 3 балла **Итого: 6 + 41 б**

Итоговая диагностическая работа состоит из 7 заданий:

- *1-ая задача* направлена на составление алгоритма нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке, ее решение показывает такие метапредметные результаты, как: анализировать и осмысливать текст задачи; извлекать из текста необходимую информацию; умение строить логическую цепочку.

- *2-ая задача* – на применение данного алгоритма на конкретном примере, что демонстрирует умение учащихся анализировать и осмысливать текст задачи; извлекать из текста необходимую информацию; моделировать с помощью схем; оценивать полученный результат; исследовать простейшие числовые закономерности; уметь сравнивать, выделять общее и особенное, делать выводы;

- *3-ья задача* - на проверку таких метапредмедметных умений, как строить логическую цепочку; осуществлять поиск информации в сети Интернет и печатных изданиях;

- *4-ая задача* – направлена на умение находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке по ее графику, а также на оценку следующих метапредметных результатов: оценивать полученный результат; осуществлять самоконтроль; уметь сравнивать, выделять общее, делать выводы.

- *5-ая задача* – показывает сформированность следующих метапредметных результатов: извлекать из текста необходимую информацию; исследовать простейшие числовые закономерности; уметь сравнивать, выделять общее, делать выводы; проводить несложные исследования.

- *6-ая задача* - на применение алгоритма нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке в нестандартных ситуациях, а также на проверку таких метапредмедметных умений, как анализировать и осмысливать текст задачи; извлекать из текста необходимую информацию; моделировать с помощью схем и рисунков; строить логическую цепочку; оценивать полученный результат; осуществлять самоконтроль; доказывать и опровергать утверждения с помощью контрпримеров; уметь сравнивать, выделять общее, делать выводы; осуществлять поиск информации в сети Интернет и печатных изданиях; выполнять прикидку и оценку в ходе вычислений; проводить несложные исследования.

- *7-ая задача* - на применение алгоритма нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке в нестандартных ситуациях, а также на оценку следующих метапредметных результатов: анализировать и осмысливать текст задачи; извлекать из текста необходимую информацию;

моделировать с помощью схем и рисунков; строить логическую цепочку; оценивать полученный результат; осуществлять самоконтроль; доказывать и опровергать утверждения с помощью контрпримеров; классифицировать; уметь сравнивать, выделять общее, делать выводы; выполнять прикидку и оценку в ходе вычислений; проводить несложные исследования.

Решение задания диагностической работы:

Задача 1.

1. Найти производную функции;
2. Найти стационарные и критические точки;
3. Отобрать те точки, которые входят в данный числовой промежуток;
4. Найти значение функции в этих точках и на концах отрезка;
5. Выбрать наибольшее значение.

Задача 2.

$$y' = \frac{-2}{\cos^2 x} + 4 = \frac{2(2\cos^2 x - 1)}{\cos^2 x} = \frac{2\cos 2x}{\cos^2 x}$$

Найдем стационарные и критические точки:

$$\begin{cases} 2\cos 2x = 0, \\ -\frac{\pi}{3} \le x \le \frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2},\ k \in \mathbb{Z}, \\ -\frac{\pi}{3} \le x \le \frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4}, \\ x = -\frac{\pi}{4}. \end{array} \right.$$

Найти значение функции в этих точках и на концах отрезка

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} + \pi - \pi - 3 = -5.$$

$$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 2tg\frac{\pi}{4} - \pi - \pi - 3 = -2\pi - 1$$

$$y\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -2\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) - 4\cdot\frac{\pi}{3} - \pi - 3 = 2\sqrt{3} - \frac{7\pi}{3} - 3,$$

$$y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2tg\frac{\pi}{3} + 4\cdot\frac{\pi}{3} - \pi - 3 = -2\sqrt{3} + \frac{\pi}{3} - 3$$

Ответ: -5.

Задачи 3 и 4.

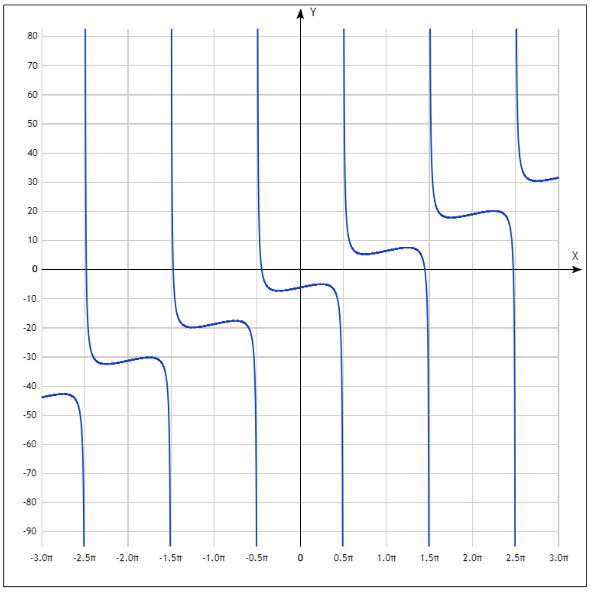
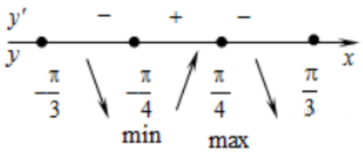


Рис. 1.

Задача 5.



Функция возрастает при $x \in [-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}]$.

Функция убывает при $x \in [-\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{4}]$ и $x \in [\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}]$

Задача 6. Например, линейная, квадратичная функции, функция $y = \sqrt{x^2 - 6x + 11}$.

Задача 7. Вершина должна быть в пределах этого промежутка, коэффициент a<0. Например, $y = -x^2 + 8x - 2$.

Сформированность предметных результатов обучения старшеклассников по теме «Наибольшие и наименьшие значения непрерывной функции на отрезке» определяется верным выполнением задач 1-7 в предлагаемом задании, оцениваемых 6 баллами: задания №1, 2, 5-7 – по 1 баллу, задания №3-4 в сумме дают 1 балл, так как они связаны между собой.

Отметка «5» ставится за 6 баллов; отметка «4» — за 5 баллов; отметка «3» — за 3-4 балла; отметка «2» - за 0-2 балла.

Сформированность метапредметных результатов обучения учащихся 10 классов по теме «Наибольшие и наименьшие значения непрерывной функции на отрезке» определяется и вносится в отдельный протокол диагностической работы и имеет четыре уровня: «очень низкий» – 0-8 баллов; «низкий» – 9-18 баллов; «средний» – 19-34 балла; «высокий» – 35-41 балл.

Таким образом, метапредметные учебные задания позволяют организовать новый способ познавательной деятельности обучающихся на уроках математики в рамках перехода к новым образовательным стандартам. Учащийся получает предметное содержание через осмысление и необходимость использования, а уж потом как необходимость выучить алгоритм решения. Метапредметный компонент формирует целостностное общекультурное личностное и познавательное развитие и саморазвитие школьника. Использование метапредметных заданий на уроках математики позволяет не просто передавать знания учащимся, а организует способы работы с полученными знаниями. Вместе с этим, метапредметный урок математики отличается от традиционного урока обязательным целеполаганием - формулированием цели в виде конечного образовательного продукта; различной формой деятельности: исследовательской, игровой, дискуссионной, эвристической, проектной и т.д.; проблемной ситуацией, в которой важно самостоятельное решение учащимися задач. Метапредметные учебные задание можно вводить как на протяжении всего урока, так и при решении индивидуальных карточек, «одно из» заданий контрольной, диагностической или самостоятельной работы как задание на обобщение и систематизацию полученных знаний.

§5. Результаты педагогического эксперимента

Педагогический эксперимент был проведен на базе МБУ «Школа №70» г.о. Тольятти для учащихся 10Б и 11Б классов в 2018-2019 учебного года.

Констатирующий этап эксперимента проводился в декабре 2018-2019 учебного года с целью диагностики уровня сформированности у учащихся старших классов метапредметных результатов.

При оценивании результатов обучения, в ходе освоения образовательной программы учащихся, предполагается комплексный подход, позволяющий вести оценку предметных и метапредметных достижений.

Для разработки диагностической работы нами были выбраны определенные метапредметные результаты, для которых были введены следующие обозначения:

M1. анализировать и осмысливать текст задачи;

M2. извлекать из текста необходимую информацию;

M3. моделировать с помощью схем, рисунков, реальных предметов;

M4. строить логическую цепочку;

M5. оценивать полученный результат;

M6. осуществлять самоконтроль;

M7. доказывать и опровергать утверждения с помощью контрпримеров;

M8. классифицировать;

M9. исследовать простейшие числовые закономерности;

M10. уметь сравнивать, выделять общее и особенное, делать выводы;

M11. осуществлять поиск информации в сети Интернет и печатных изданиях;

M12. выполнять прикидку и оценку в ходе вычислений;

M13. проводить несложные исследования;

M14. использовать диаграммы в представлении информации.

Метапредметные результаты №1-14 направлены на оценивание конкретных видов УУД, что представлено ниже в Таблице 12.

Для оценивания метапредметных результатов были поставлены следующие задачи:

– подобрать задачи и разработать метапредметные задания для диагностики уровня сформированности выделенных метапредметных результатов;

– провести диагностику по выявлению уровня сформированности метапредметных результатов в 10Б и 11Б классах;

– проанализировать полученные результаты.

Таблица 12

Метапредметные результаты

Личностные	М6: осуществлять самоконтроль;
Регулятивные	М4: строить логическую цепочку; М5: оценивать полученный результат; М12: выполнять прикидку и оценку в ходе вычислений;
Познавательные	М1: анализировать и осмысливать текст задачи; М2: извлекать из текста необходимую информацию; М3: моделировать с помощью схем, рисунков, реальных предметов; М8: классифицировать; М9: исследовать простейшие числовые закономерности; М10: уметь сравнивать, выделять общее и особенное, делать выводы; М11: осуществлять поиск информации в сети Интернет и печатных изданиях; М13: проводить несложные исследования; М14: использовать диаграммы в представлении информации.
Коммуникативные	М7: доказывать и опровергать утверждения с помощью контрпримеров;

Процесс оценивания метапредметных результатов состоит в решении учебных предметных задач и в результате выполнения специально сконструированных диагностических задач метапредметного содержания, направленных на оценивание конкретных видов УУД.

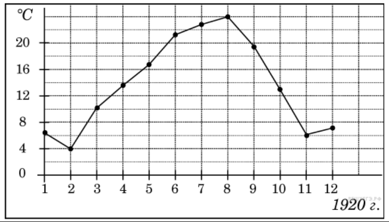
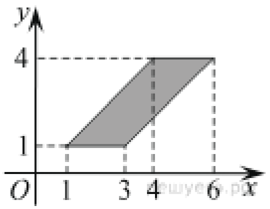
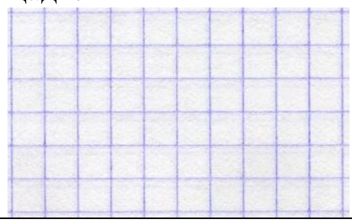
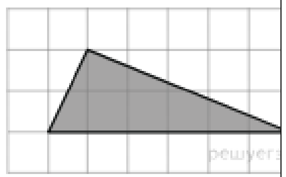
За основу заданий диагностической работы взяты типовые задачи профильного ЕГЭ по математике. К каждому заданию были продуманы вопросы на выявление метапредметных результатов.

Диагностическая работа (Табл. 13) рассчитана на 80 минут. Бланк для учащихся представлен в Приложении 1.

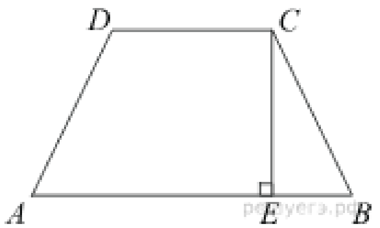
Таблица 13

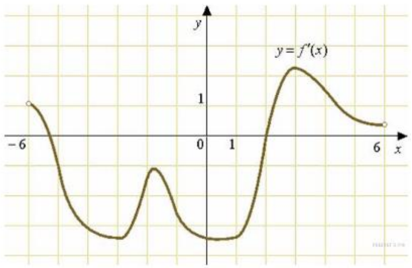
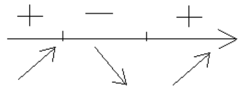
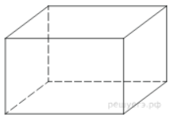
Диагностическая работа для учащихся 10-11 классов. Мониторинг предметных и метапредметных результатов

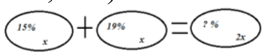
№	Задание	Ответ	Метапредметные задания	Ответы:	Предметный результат	Метапредметный результат
1.	Из пункта А в пункт В автомобиль проехал 3480м, по дороге он заехал в пункт С, превысив тем самым путь на 16%. Найдите расстояние между пунктами А и Б.	3000	М1, М2, М4, М6) выполнено при верном ответе на вопрос задачи М1, М2) Расстояние между пунктами Аи Б составляет 100% или 84%? М5, М9, М12, М13) Если путь был сокращен на 12%, то оцените границы сокращения в метрах? (не решая новую задачу) - от 0 - до 480 м - от 300 - до 450 м - от 100 - до 300 м - от 1000 - до 1200 м М8) К какому типу относится эта задача? - задача на движение -задача на проценты	М1, М2) 100% М5, М9, М12, М13) 300-450 М8) на проценты	1 балл	М1) 2 балла М2) 2 балла М4) 1 балл М5) 1 балл М6) 1 балл М8) 1 балл М9) 1 балл М12) 1 балл М13) 1 балл
2.	На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по	6	М1, М2, М6, М10, М14) выполнено при верном ответе на вопрос задачи М1,М2) По горизонтали или по вертикали данной диаграммы ответ на вопрос задачи? М4, М11) Подойдите к стационарному компьютеру, найдите самое низкое значение температуры воздуха в городе Тольятти в январе 2017 года.	М1, М2) по вертикали М4, М11) -23	1 балл	М1)2 балла М2) 2 балла М4) 1 балл М6) 1 балл М10) 1 балл М11) 1 балл М14) 1 балл

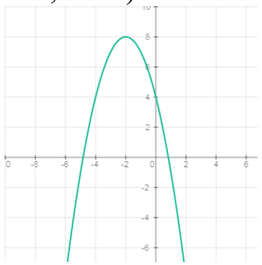
	рисунку наименьшую среднемесячную температуру в период с мая по декабрь 1920 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.  					
3.	Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.  [45]	6	M1, M2, M4, M6) выполнено при верном ответе на вопрос задачи M2, M3, M5, M10) Изобразите на клетчатой решетке треугольник такой же площади. 	M2, M3, M5, M10) Рисунок выполнен. Пример 	1 балл	M1) 1 балл M2) 2 балла M3)1 балл M4) 1 балл M5) 1 балл M6) 1 балл M10) 1 балл
4.	В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.	0,4	M1, M2, M4, M6, M9) выполнено при верном ответе на вопрос задачи M1, M2, M3, M14) Постройте круговую диаграмму количества свободных такси по цвету машины. M1, M2, M10, M12) Вероятность приезда черной машины выше или ниже?	M1, M2, M3, M14)  M1, M2, M10, M12) выше	1 балл	M1) 3 балла M2) 3 балла M3) 1 балл M4) 1 балл M6) 1 балл M9) 1 балл M10)1 балл M12) 1 балл M14) 1 балл

Продолжение Таблицы 13

5.	Найдите корни уравнения: $cos\frac{\pi(x-7)}{3}=\frac{1}{2}$. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.	-4	M1, M2, M4, M5, M6, M9, M10, M12, M13) выполнено при верном ответе на вопрос задачи M1, M2, M8) Определите вид уравнения: - рациональное - тригонометрическое - функциональное M1, M2, M10, M12, M13) Имеет ли ограничения переменная? M1, M4, M5, M10, M12) Изменится ли ответ задачи при округлении числа π до целых?	M1, M2, M8) тригонометрич. M1, M2, M10, M12, M13) нет M1, M4, M5, M10, M12) нет	1 балл	M1) 4 балла M2) 3 балла M4) 2 балла M5) 2 балла M6) 1 балл M8) 1 балл M9) 1 балл M10) 3 балла M12) 3 балла M13) 2 балла
6.	Основания равнобедренной трапеции равны 7 и 51. Тангенс острого угла равен $\frac{5}{11}$. Найдите высоту трапеции  [45].	10	M1, M2, M4, M6) выполнено при верном ответе на вопрос задачи M1, M3, M4, M5, M12) Определите вид трапеции, в которой не существует тангенса угла B. M1, M4, M12, M13) Если основания трапеции равны 12 и 46, т.е. сумма оснований также равна 58, измениться ли при этом ответ задачи? (ответить не проводя дополнительные вычисления)	M1, M3, M4, M5, M12) прямоугольная трапеция M1, M4, M12, M13) да	1 балл	M1) 3 балла M2) 1 балл M3) 1 балл M4) 3 балла M5) 1 балл M6) 1 балл M12) 2 балла M13) 1 балл
7.	*(Задание только для 11 класса)* На рисунке изображен график производной функции f(x), определенной на интервале (-6;6). Найдите	14	M1, M2, M3, M4, M6, M10) выполнено при верном ответе на вопрос задачи M1, M2, M3) Сколько таких промежутков? M1, M2) Сколько целых чисел в этих промежутках?	M1, M2, M3) два M1, M2) четыре	1 балл	M1) 3 балла M2) 4 балла M3) 3 балла M4) 2 балла M5) 1 балл M6) 1 балл

	промежутки возрастания функции f(x). В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки  [45].	14	M3, M4, M5, M9, M13) Укажите связь между производной функции и её монотонностью. M2) Дан ли график самой функции?	M3, M4, M5, M9, M13)  M2) нет	1 балл	M9) 1 балл M10) 1 балл M13) 1 балл
8.	Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины [45]. 	5	M1, M2, M4, M6, M9, M10) выполнено при верном ответе на вопрос задачи M1, M13) Сколько граней составляют площадь поверхности параллелепипеда? M1, M4) Какие три измерения есть у параллелепипеда? M8, M9, M10, M13) Существует ли треугольник стороны которого равны этим измерениям? Если да, определите его вид.	M1, M13) 6 граней M1, M4) длина, ширина, высота M8, M9, M10, M13) Да, прямоугольный	1 балл	M1) 3 балла M2) 1 балл M4) 2 балла M6) 1 балл M8) 1 балл M9) 2 балла M10) 2 балла M13) 2 балла
9.	Найдите значение выражения $(432^2 - 568^2): 1000$.	-136	M1, M2, M4, M6) выполнено при верном ответе на вопрос задачи M1, M5, M7, M10, M12) Можно ли без решения ответить на вопрос: положительное или отрицательное число получится в результате	 M1, M5, M7, M10, M12) да, отрицательное	1 балл	M1) 2 балла M2) 1 балл M4) 1 балл M5) 2 балла M6) 1 балл M7) 1 балл

			вычислений? M5, M9, M12) Определите последнюю цифру разности $(252^2 - 23^2)$.	M5, M9, M12) 5		M9) 1 балл M10) 1 балл M12) 2 балла
10.	Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$ где U – напряжение в вольтах, R – сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 4 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.	55	M1, M2, M4, M6, M9, M10) выполнено при верном ответе на вопрос задачи M2) В чем измеряется напряжение? M2) В чем измеряется сила тока? M4, M10) Сколько вольт в розетке у вас дома? M11) Подойдите к стационарному компьютеру, найдите сколько вольт в аккумуляторе автомобиля	M2) в вольтах M2) в амперах M4, M10) 220 вольт M11) 12 вольт	1 балл	M1) 1 балл M2) 3 балла M4) 2 балла M6) 1 балл M9) 1 балл M10) 2 балла M11) 1 балл
11.	Смешали некоторое количество 15–процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19–процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?	17	M1, M2, M4, M6, M13) выполнено при верном ответе на вопрос задачи M1, M2, M4, M5, M10, M12, M13) При смешивании растворов уменьшится или увеличится концентрация первого? M2, M3) Составьте схему к задаче. M1, M4, M5, M10, M12, M13) Какой концентрации раствор нужно	M1, M2, M4, M5, M10, M12, M13) увеличится M2, M3) 	1 балл	M1) 3 балла M2) 3 балла M3) 1 балл M4) 3 балла M5) 2 балла M6) 1 балл M10) 2 балла M12) 2 балла M13) 3 балла

			добавить, чтобы получить 100-процентный раствор?	М1, М4, М5, М10, М12, М13) это невозможно		
12.	Найдите абсциссу точки максимума функции $y = \sqrt{4 - 4x - x^2}$.	-2	М1, М2, М3, М4, М5, М6 М10, М12, М13) выполнено при верном ответе на вопрос задачи М1, М2) Какая функция находится в подкоренном выражении? М4, М12, М13) Оцените область ее значений. М5, М9, М10) Существует ли минимальное значение этой функции? В какой точке оно достигается? М5, М9, М10) Существует ли максимальное значение этой функции? В какой точке оно достигается? М3, М13) Изобразите график подкоренной функции. М1, М9, М10) Сравните числа $\sqrt{12}$ и $2\sqrt{5}$ М4, М5, М7, М13) Приведите пример подкоренной функции, чтобы точки максимума не существовало.	М1, М2) квадратичная М4, М12, М13) $E(f) = (-\infty; 8]$ М5, М9, М10) максимальное значение 8, достигается в точке -2 М3, М13)  М1, М9, М10) $\sqrt{12} < 2\sqrt{5}$ М4, М5, М7, М13) $y = -x^2 - 2$ (В ответе может быть любая функция, где область значений - отрицательные числа)	1 балл	М1) 3 балла М2) 2 балла М3) 2 балла М4) 3 балла М5) 4 балла М6) 1 балл М7) 1 балл М9) 3 балла М10) 4 балла М12) 2 балла М13) 4 балла

В результате решения диагностической работы по предметному результату максимально можно получить 12 баллов, по метапредметному – 179 баллов, которые распределены следующим образом:

М1) 30 баллов; М2) 27 баллов; М3) 9 баллов; М4) 22 балла; М5) 14 баллов; М6) 12 баллов; М7) 2 балла; М8) 3 балла; М9) 11 баллов; М10) 18 баллов; М11) 2 балла; М12) 13 баллов; М13) 14 баллов; М14) 2 балла.

Нами выделено четыре уровня формирования метапредметных результатов:

- *"очень низкий"* уровень - это от 0% до 20% выполнения метапредметных заданий определялся как среднее арифметическое всех четырнадцати показателей - учащиеся этой категории не умеют анализировать и осмысливать текст, моделировать при решении задач, строить логическую цепочку, осуществлять самоконтроль, доказывать и опровергать утверждения, проводить несложные исследования, выделять общее и особенное, делать выводы;

- *"низкий"* - от 21% - 45% - учащиеся решают учебные задачи, типовые задачи, которые были разобраны ранее, работают по образцу, но не умеют проводить простейшие исследования, доказывать и опровергать утверждения;

- *"средний"* - от 46% до 84% - учащиеся способны решать учебно-познавательные задачи, анализируют и осмысливают текст задания, оценивают полученный результат, проводят несложные исследования;

"высокий" - от 85% до 100% - учащиеся выполняют большое количество метапредметных задач, осуществляют самоконтроль, выполняют прикидку и оценку вычислений, умеют доказывать и опровергать утверждения.

В Табл. 14 представлен уровень предметных результатов 10 класса, оценивание проходило согласно локальному акту МБУ "Школа №70": 0% - 49% - "2"; 50% - 70% - "3"; 71% - 90% - "4"; 91% - 100% - "5". Качество обучения математике по 10 классу составляет 66%. На Рис. 2 показана диаграмма мониторинга предметных результатов данного класса.

Таблица 14

Диагностическая карта предметных результатов 10 класса

		Предметное задание														
№	ФИ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Итого:	% вып-я	Оценка
1	АА	1	1	1	1	0	1		0	1	1	0	1	8	73%	4
2	БМ	1	1	1	1	0	1		1	1	1	1	0	9	82%	4
3	БЮ	1	1	1	1	1	0		1	1	1	1	0	9	82%	4
4	ГЮ	1	1	1	1	0	1		1	1	1	1	1	10	91%	4
5	ГА	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	0	10	91%	5
6	ДО	1	1	1	1	0	1		1	1	1	0	0	8	73%	4
7	ЕП	1	1	1	1	0	1		1	1	1	0	0	8	73%	4
8	ЖА	1	1	1	1	0	1		1	0	1	1	1	9	82%	4
9	КД	1	1	1	1	0	1		1	0	1	0	0	7	64%	3
10	КА	0	1	1	1	0	0		1	1	1	0	0	6	55%	3
11	КС	0	1	1	1	0	1		0	1	1	0	0	6	55%	3
12	КЕ	1	1	1	1	0	1		1	1	1	0	0	8	73%	4
13	КД	1	1	1	1	0	0		1	1	1	0	0	7	64%	3
14	КА	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	0	10	91%	5
15	КН	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	11	100%	5
16	МТ	1	1	1	1	0	1		1	1	1	0	0	8	73%	4
17	МА	1	1	1	1	0	1		1	1	0	0	0	7	64%	3
18	МЯ	1	1	1	1	0	1		1	1	1	1	0	9	82%	4
19	ОИ	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	11	100%	5
20	ПК	1	1	1	1	0	1		1	1	0	0	0	7	64%	3
21	ПД	0	1	1	1	0	0		1	1	1	0	0	6	55%	3
22	ПВ	1	1	1	1	0	1		1	1	1	1	0	9	82%	4
23	РМ	1	1	1	1	0	0		1	1	1	0	0	7	64%	3
24	СВ	1	1	1	1	0	0		1	1	0	1	0	7	64%	3
25	ТА	1	1	1	1	0	1		1	1	1	1	0	9	82%	4
26	УВ	1	1	1	0	0	0		1	1	1	0	0	6	55%	3
27	УА	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	0	10	91%	5
28	ФА	1	1	1	1	0	1		0	1	1	1	0	8	73%	4
29	ША	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	11	100%	5
	Итого:	26	29	29	28	7	22	0	26	27	26	15	6			
	% выполнения по классу:	90%	100%	100%	97%	24%	76%	0%	90%	93%	90%	52%	21%			

Рис. 2.

Выполнение метапредметных заданий по каждому типу для учащихся 10 класса представлен в Приложении 2. Также вычислен процент выполнения метапредметных заданий для каждого ученика, как среднее арифметическое выполнения метапредметных заданий, и определен уровень сформированности метапредметных результатов (Рис. 3).

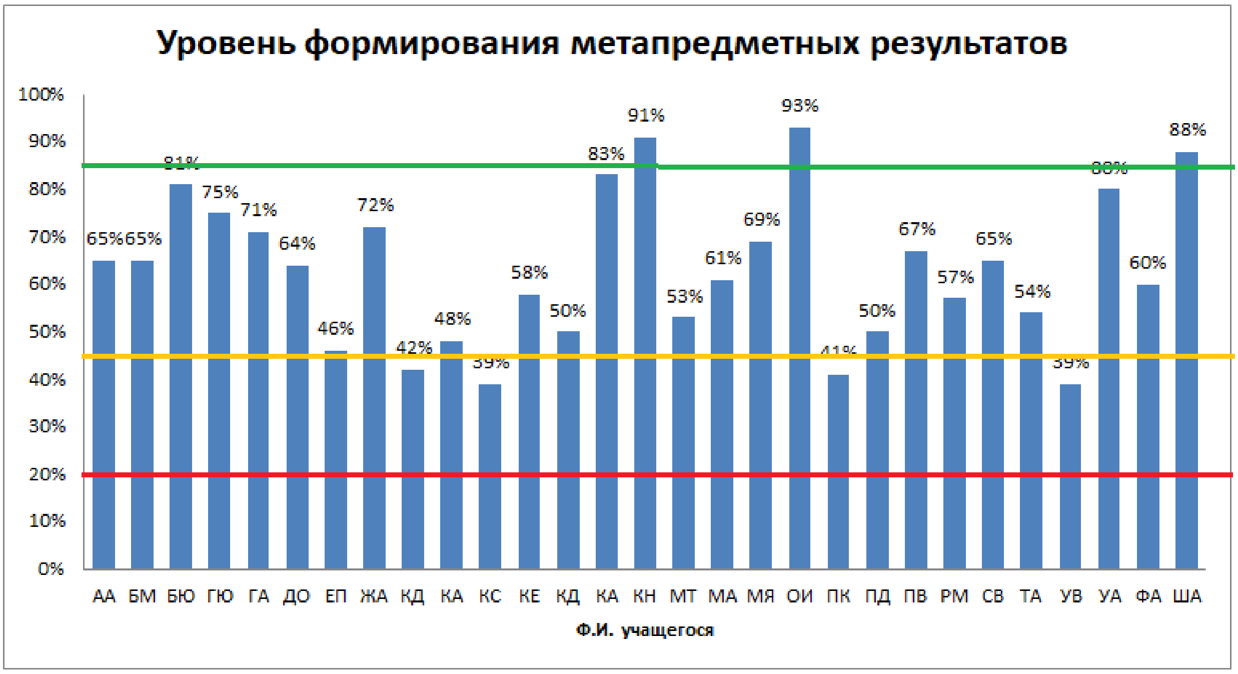


Рис. 3.

Согласно критериям оценивания уровня формирования метапредметных результатов: "очень низкий" уровень не имеет никто, "низкий" у 4 учащихся, "средний" у 22 учеников, "высокий" у 3 учащихся (Рис. 4).

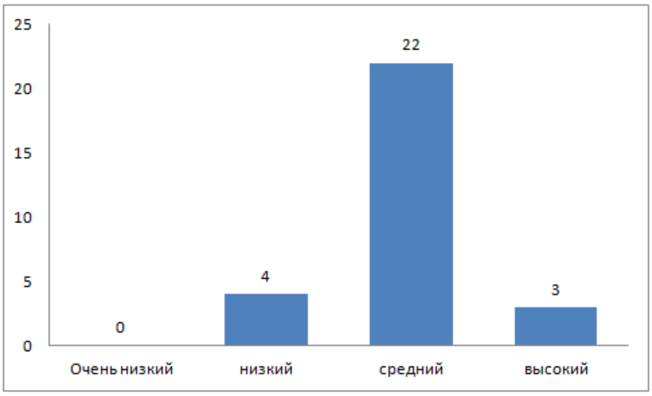


Рис. 4. Уровень формирования метапредметных результатов.

Также составлены индивидуальные диаграммы для каждого учащегося, где просматривается, на какие метапредметные умения обратить большее внимание при формировании индивидуальных карточек и заданий (Рис. 5).

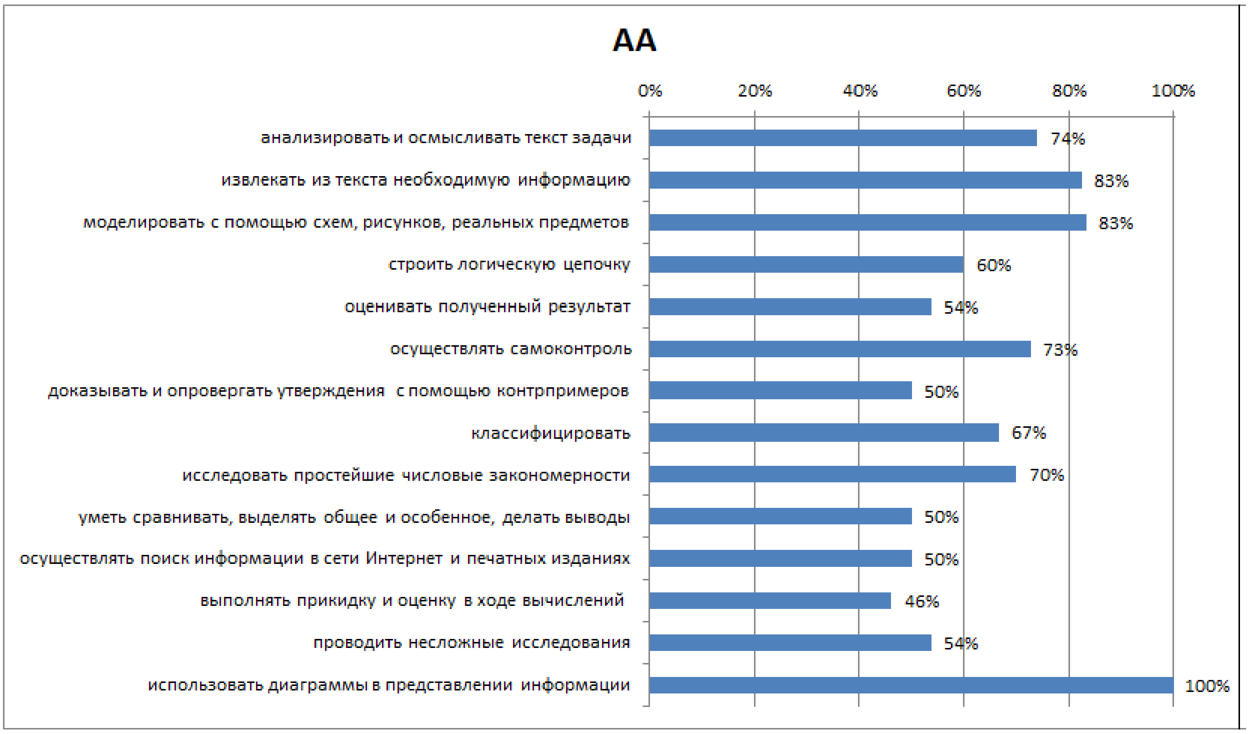


Рис. 5. Метапредметные умения.

В среднем уровень сформированности метапредметных результатов 10 класса составляет 63%. Метапредметные задания некоторых типов в индивидуальных карточках, контрольных и самостоятельных работах мною были введены в этом учебном году. Причем, это единичные задания. Например, в контрольной работе 5 заданий, в одном из них есть несколько вопросов, показывающий формирование метапредметных результатов.

В 11 классе задания, содержащие метапредметные вопросы, рассматриваются с января 2017-2018 учебного года. В рамках проверочных работ, индивидуальных карточек ученики развивали свои умения анализировать и осмысливать текст задачи, извлекать из текста необходимую информацию, моделировать, строить логическую цепочку, рассуждать, доказывать и оценивать полученный результат и другие метапредметные умения. Таким образом, в диагностической работе учащиеся 11 класса (Табл. 15) столкнулись с привычными дополнительными заданиями к предметным задачам.

Рассмотрим уровень сформированности метапредметных результатов, который был выявлен в процессе выполнения учебных задач и метапредметных заданий диагностической работы.

Таблица 15

Диагностическая карта предметных результатов 11 класса

		Предметное задание														
№	ФИ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Итого:	% вып-я	Оценка
1	БВ	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	9	75%	4
2	ВН	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	9	75%	4
3	ВЕ	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	9	75%	4
4	ДА	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	9	75%	4
5	ДЯ	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	9	75%	4
6	ДА	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	6	50%	3
7	ДА1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	9	75%	4
8	ДА2	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	10	83%	4
9	ДА3	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	7	58%	3
10	ЗН	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	7	58%	3
11	КП	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	8	67%	3
12	КК	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	9	75%	4
13	КА	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	10	83%	4
14	ЛД	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	7	58%	3
15	МВ	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	10	83%	4
16	МЯ	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	6	50%	3
17	МС	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	8	67%	3
18	НА	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12	100%	5
19	НМ	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	9	75%	4
20	НЕ	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	6	50%	3
21	ПА	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	10	83%	4
22	РД	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	11	92%	5
23	РЕ	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12	100%	5
24	СП	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12	100%	5
25	СА	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	10	83%	4
26	ТА	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	10	83%	4
27	ТЮ	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	7	58%	3
	Итого:	25	27	26	27	10	13	20	24	25	20	12	12			
	% выполнения по классу:	93%	100%	96%	100%	37%	48%	74%	89%	93%	74%	44%	44%			

На Рис. 6 показана диаграмма мониторинга предметных результатов 11 класса. Качество обучения математики по данному классу составляет 67%.

Рис. 6.

В Приложении 3 описано выполнение метапредметных заданий по каждому типу для учащихся 11Б класса.

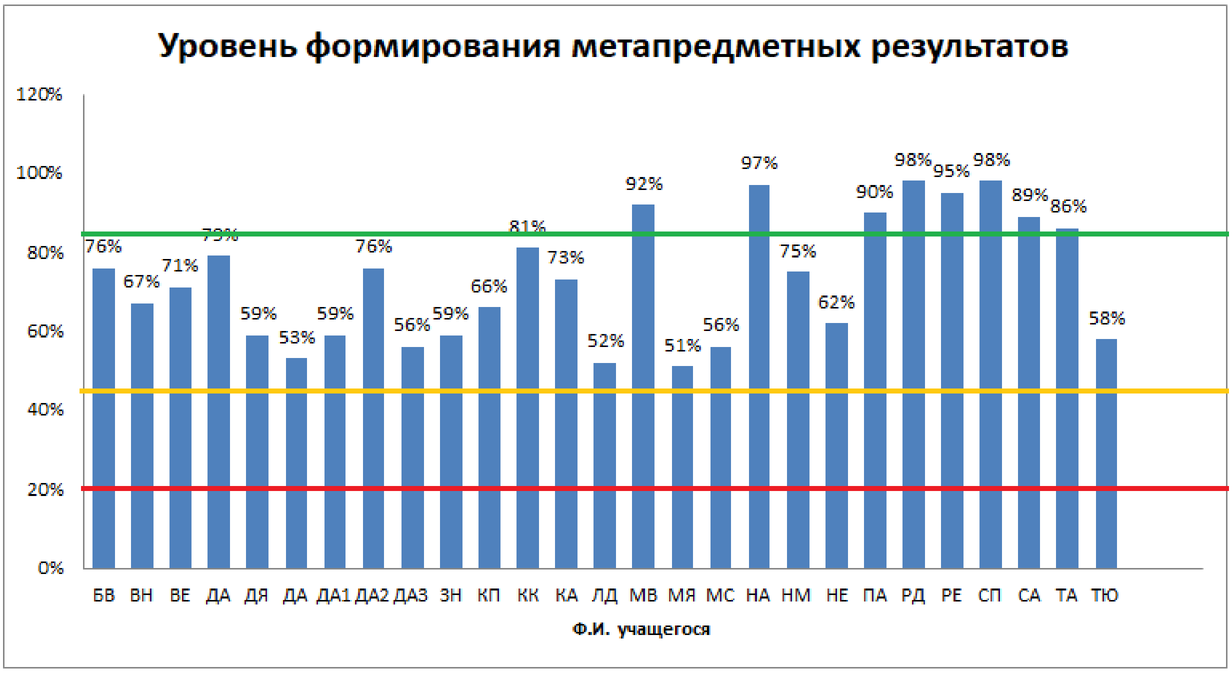


Рис. 7.

Уровень формирования метапредметных результатов: "очень низкий" и "низкий" не имеет никто из учащихся, "средний" у 19 учеников, "высокий" у 8 учащихся (Рис. 8.).

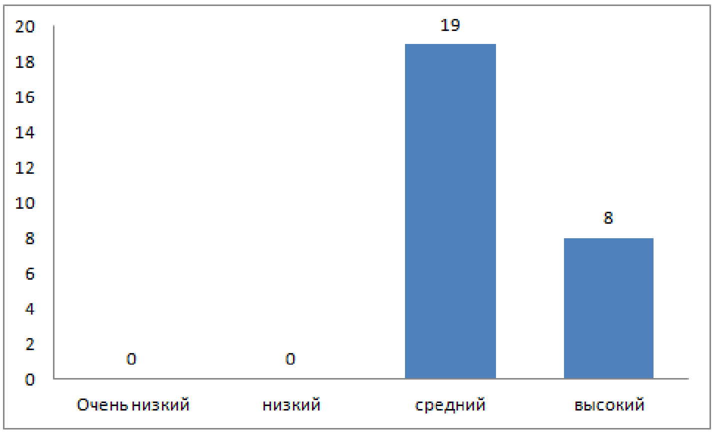


Рис. 8. Уровень формирования метапредметных результатов.

Из диаграмм видно, что обучающегося 11 класса имеют "средний" и "высокий" уровень сформированности метапредметных результатов, средний показатель по классу составляет 73%.

Анализируя *результаты диагностической работы* можно сделать вывод, что у большинства учащихся 10-11 классов средний уровень сформированности метапредметных результатов.

В рамках *поискового этапа эксперимента* во второй половине 2018-2019 учебного года в МБУ «Школа №70» г.о. Тольятти в старших классах была осуществлена апробация разработанных метапредметных учебных заданий по теме «Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке», представленных нами §4 работы, а также некоторым другим темам школьного курса математики.

Таким образом, метапредметные учебные задания необходимо применять при обучении математике, в том числе при проведении проверочных работ, оценивая у школьников уровень сформированности метапредметных результатов. Кроме того, необходимо внедрять эффективные модели диагностических и проверочных работ на формирование метапредметных результатов старшеклассников на уроках математики.

Выводы по второй главе

Сформулируем основные выводы и полученные результаты по второй главе:

1. Рассмотрены различные формы, методы и средства обучения математике, направленные на формирование метапредметных результатов обучающихся 10-11 классов. Определено, что внедрение заданий с метапредметным компонентом возможно при различных формах и методах обучения на уроках и во внеурочной деятельности, что описано в статье О.Н. Поповой «Формирование предметных и метапредметных результатов при изучении математики в условиях перехода на ФГОС ООО» [38]. В статье С.А. Иванова [21] рассматривается критическое мышление как средство достижения метапредметных результатов обучения. А.И. Осипова [34] описывает организацию самоконтроля и самооценки у школьников. Также достижение метапредметных результатов возможно при применении *интерактивных и информационно-коммуникационные технологий*; *метода сотрудничества*; *метода проектов*; исследовательского метода, групповых форм работы. На уроках математики при решении задач целесообразно использовать *задания с недостающими данными*; задания, имеющие *несколько способов решений* и ответов, з*адачи исследовательского характера* как одно из средств формирования критического мышления. Использование во время контрольной или проверочной работы принципа "выбери любые 5 из 9 задач" формирует у учеников самостоятельно оценивать свои действия, знания, выполнять оценку будущего результата, также развивает и предметные умения, заставляя продумать схему решения к каждому заданию и определить выбор исходя из своих способностей. Метапредметные учебные задания позволяют организовать новый способ познавательной деятельности обучающихся на уроках математики в рамках перехода к новым образовательным стандартам.

2. Разработаны метапредметные учебные задания по теме «Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке».

Спроектировано изучение данной темы по учебнику А.Г. Мордковича для обучающихся старшей школы к некоторым типам уроков в зависимости от их целей в соответствии с требованиями новых образовательных стандартов.

3. Составлена и апробирована диагностическая работа по математике для учащихся старших классов, направленная на определение предметных и метапредметных результатов обучения. Представлены результаты педагогического эксперимента. Предложенная в §5 диагностическая работа затрагивает не весь спектр УУД и метапредметных заданий, но четко отражает те из них, которые были выбраны в данной работе. Разработанная диагностическая работы расширяет объективность оценивания метапредметных результатов старшеклассников. С помощью диаграмм можно наглядно продемонстрировать учащимся индивидуальный уровень развития по каждому метапредметному умению.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные выводы и полученные результаты проведенного исследования.

1. Раскрыты понятие метапредметных результатов обучения и их роль в современном образовании.

2. Выявлены методические особенности формирования метапредметных результатов при обучении математике в 10-11 классах общеобразовательной школы.

3. Рассмотрены различные формы, методы и средства обучения математике, направленные на формирование метапредметных результатов обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы.

4. Разработаны метапредметные учебные задания по теме «Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке» для обучающихся старшей школы.

4. Составлена диагностическая работа по математике для учащихся старших классов, направленная на определение уровня сформированности метапредметных результатов обучения.

5. Представлены результаты педагогического эксперимента.

Все это дает основание считать, что задачи, поставленные в исследовании, полностью решены.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамова О.В. Формирование у учащихся основной школы умений работать с графиками функций в условиях реализации межпредметных связей физики, математики и информатики: автореф. дисс… на соискание ученой степени кандидата педагогических наук/ Московский педагогический государственный университет. - Москва, 2012. – 26 с. - Режим доступа: https://dlib.rsl.ru/viewer/01005015558#?page=1.

2. Аксенова Н.И. Метапредметное содержание образовательных стандартов [Текст] / Н.И. Аксенова // Педагогика: традиции инновации: материалы междунар. заоч. науч. конф., окт. 2011, г. Челябинск. Челябинск: Два комсомольца, 2011. - Т. I. - С. 104-107.

3. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович и др. под ред. А.Г. Мордковича. – М.: Мнемозина, 2009. – 343 с.

4. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. Для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 463 с.

5. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2009. – 464 с.

6. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин; под ред. А.Б. Жижченко. – М.: Просвещение, 2010. – 336 с.

7. Анисимова Т.И. Проектирование урока по математике на основе таксономии Блума / Т.И. Анисимова, А.Р. Ганеева //Физико-математическое образование: проблемы и перспективы: материалы II Всероссийской научно-практической конференции, посвященной году Н.И. Лобачевского. г. Елабуга,

7-9 декабря 2017 г. – Казань: Изд-во Казан. Ун-та, 2017. – С. 7-10. https://kpfu.ru/portal/docs/F878903222/Sbornik_FMO_Elabuga.pdf

8. Асмолов А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий /А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская и др. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2011. – 159 с.

9. Бабанский Ю.К., Методы обучения в современной общеобразовательной школе [Текст]/ Ю.К. Бабанский. – М.: Просвещение, 1985. - 208 с.

10. Багачук А.В. Интегрированные уроки как средство формирования метапредметных результатов обучения в процессе математическо подготовки учащихся/ А.В. Багачук, Е.В. Фоменко, И.Е. Кизелевич/ Современные проблемы науки и образования. - 2015. - № 1-1. - 2015. – С. 1006.

11. Боженкова Л.И. Критериальное оценивание как необходимое условие достижения предметных и метапредметных результатов в обучении геометрии/ Л.И. Боженкова, Е.В. Соколова// Преподаватель XXI век. -2014. - № 4-1. - С. 126-135.

12. Боженкова Л.И. Составление задач учащимися как средство достижения предметных и метапредметных результатов при обучении геометрии/ Л.И. Боженкова, Е.Е. Алексеева// Наука и школа. - 2013. - № 5. - С. 103-107.

13. Большая советская энциклопедия гл. ред. А.М. Прохоров, 3-е изд., Т. 1-30. М.; «Сов. Энциклопедия», 1969-78.

14. Будахина Н.Л. Формирование универсальных учебных действий учащихся профильных классов в обучении математике с использованием графического калькулятора: автореф. дис. ... канд. пед. наук / Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского. Ярославль, 2013. – 27 с. – Режим доступа: https://dlib.rsl.ru/viewer/01005062187#?page=1.

15. Васильева Г.Н. Методические аспекты деятельностного подхода при обучении математике в средней школе: практико-ориентированная монография / Г. Н. Васильева; Перм. гос. пед. ун-т. – Пермь, 2009. – 136 с.

16. Васильева Г.Н. Проблема внедрения ФГОС в рамках работы семинара учителей математики Пермского края // Актуальные проблемы внедрения

ФГОС при обучении математике в основной и начальной школе. – Пермь: ПГПУ, 2013. – С. 12-15.

17. Гайдук Я.С. Оценка метапредметных результатов на уроках математики [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://wiki.iro23.info/images/2/21/Vebinar_28.11.17_Gaiduk.pdf

18. Громыко Н.В. Метапредмет «Знание» [Текст]: учеб. пособие / Н.В. Громыко. - М.: Пушкинский институт, 2001. - 34 с.

19. Громыко Н.В. Метапредметный подход в образовании при реализации новых образовательных стандартов [Электронный ресурс] / Н.В. Громыко. — Режим доступа: http://www.ug.ru/archive/36681.

20. Иванов С.А. Критическое мышление как средство достижения метапредметных результатов обучения// Ямальский вестник. - № 2(12). – 2018. – С. 12-14.

21. Иванова О.А. Обучение функциональной линии на уроках математики в 7 - 11 классах на основе метаметодического подхода: автореферат дис. кандидата педагогических наук / Рос. гос. пед. ун-т им. А.И. Герцена. СПб, 2013. – 23 с. – Режим доступа: https://dlib.rsl.ru/viewer/01005539747#?page=3.

22. Квитко Е.С. Методика обучения математике в 5-6 классах, ориентированная на формирование универсальных учебных действий автореферат дис. ... кандидата педагогических наук / Московский городской педагогический университет. Москва, 2014. - 24 с. – Режим доступа: http://nauka-pedagogika.com/viewer/588775/a#?page=24.

23. Кривошеева А.А. Задачи на максимум и минимум, наибольшее и наименьшее значение функции алгебраического, геометрического и тригонометрического содержания// Международный школьный научный вестник. – № 5 (часть 1). – 2018. – С. 122-130.

24. Липатникова И.Г. Оценивание как диагностическая процедура формирования конечных результатов обучения по математике/ И.Г. Липатникова// Педагогическое образование в России. - 2016. - № 7. - С. 177-182.

25. Липатникова И.Г. Развитие познавательной самостоятельности учащихся в процессе обучения математике/ И.Г. Липатникова, С.С. Ерохина// Подготовка молодежи к инновационной деятельности в процессе обучения физике, математике, информатике: материалы международной научно-практической конференции. Урал. гос.пед.ун-т; отв. ред. Т.Н. Шамало. - 2014. - С. 130-135.

26. Ляхова Н.Е. Функциональные модели в задачах на нахождение наибольшего и наименьшего значений / Н.Е. Ляхова, И.В. Шевченко// Вестник Таганрогского института имени А. П. Чехова. – 2017. - №1 – С. 276-282.

27. Макаренко Е.Ю. Разработка методических рекомендаций обучения учащихся решению заданий с кратким ответом по теме «Наибольшее и наименьшее значение функций [Электронный ресурс]/ Е.Ю. Макаренко. - Режим доступа: https://infourok.ru/razrabotka-metodicheskih-rekomendaciy-obucheniya-uchaschihsya-resheniyu-zadaniy-s-kratkim-otvetom-po-teme-naibolshee-i-naimenshe-2406851.html

28. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва и др. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 463 с.

29. Метапредметный подход в обучении школьников: Методические рекомендации для педагогов общеобразовательных школ [Электронный ресурс]/ Авт.-сост. С.В. Галян. – Сургут: РИО СурГПУ, 2014. – 64 с. - Режим доступа: http://www.surgpu.ru/media/medialibrary/2014/10/С.В.Галян_Метапредм_подх._-_метод._реком.pdf.

30. Минеева Г.А. Авторская программа элективного курса «Практикум по математике» [Электронный ресурс]// Фестиваль педагогических идей «Открытый урок. Первое сентября». - Режим доступа: https://открытыйурок.рф/статьи/571031/.

31. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений

(профильный уровень) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – М.: Мнемозина, 2009. – 424 с.

32. Нешумаев М.В. Межпредметная интеграция профильных медицинских классов как модерн-технология формирования автономности личности обучающихся посредством реализации математического образования [Электронный ресурс]// Певзнеровские чтения. - 2015. - № 1. - С. 67-77. - Режим доступа: https://elibrary.ru/download/elibrary_25202267_52996041.pdf

33. Новикова М.Н. Формирование метапредметных умений учащихся 10-11 классов на уроках математики на примере темы «Простые и сложные проценты»// Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты: материалы III Всероссийской научно-методической конференции. Красноярск, 2–3 ноября 2015 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. гос. пед.ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2015. – С. 158-165.

34. Осипова А.И. Формирование у учащихся навыков самоконтроля и самооценки на уроках математики// Научно-методический журнал «Методист». - № 6. - 2016 – С. 60-62.

35. Павлова В.В. Особенности формирования метапредметных результатов в предметном обучении [Электронный ресурс] / В.В. Павлова, Е.В. Высоцкая// Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2014. – Т. 20. – С. 1246–1250. – Режим доступа: http://e-koncept.ru/2014/54513.htm.

36. Подходова Н.С. Межпредметные задания. матричный классификатор межпредметных заданий/ Н.С. Подходова, С.В. Аранова// Вестник Северного (Арктического) федерального университета. - Серия: Гуманитарные и социальные науки. - 2012. - № 6. - С. 143-153.

37. Подходова Н.С. Проблема достижения метапредметных результатов при изучении геометрии/ Н.С. Подходова, О.А. Иванова// Геометрия и геометрическое образование: сборник трудов Межд. научн. конф. «Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе» (к 70-летию В.А. Гусева). - Тольятти: Изд-во ТГУ, 2012. - С. 38-42.

38. Попова О.Н. Формирование предметных и метапредметных результатов при изучении математики в условиях перехода на ФГОС ООО [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2015/05/21/formirovanie-predmetnyh-i-metapredmetnyh-rezultatov-pri-izuchenii

39. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования (одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28 июня 2016 г. N 2/16-з)).

40. Программы. Математика. 5-6 классы. Алгебра. 7-9 классы. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы» / авт. – сост. И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович – 3-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2011. – 63 с.

41. Прокопенко М.Л. О реализации метапредметного подхода к обучению в начальной школе [Электронный ресурс]// Интернет-журнал «Эйдос». - 2011. - №11. - Режим доступа: http://eidos.ru/journal/2011/1130-08.htm.

42. Пустовит Е.А. Развитие универсальных учебных действий учащихся основной школы при решении алгебраических задач с модулем: автореф. дис. ... канд. пед. наук/ Ур. гос. пед. ун-т. Екатеринбург, 2015. - 22 с. – Режим доступа: https://dlib.rsl.ru/viewer/01005569267#?page=1.

43. Решу ЕГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://math.reshuege.ru/

44. Руцкая Н.В. Структурная модель метапредметного результата подготовки учащихся 5-6 классов / Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты: материалы III Всероссийской научно-методической конференции. Красноярск, 2–3 ноября 2015 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. гос. пед.ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2015. – С. 117-122.

45. Ряснова Э.Е. Элективный курс по математике на тему «Производная и её применение» [Электронный ресурс]/ Фестиваль педагогических идей

«Открытый урок. Первое сентября». - Режим доступа: https://открытыйурок.рф/статьи/567419/.

46. Сергеева Т.В. Формирование учебных компетенций учащихся основной школы на основе интеграции математики с предметами естественно-научного цикла: автореф. дисс… на соискание ученой степени кандидата педагогических наук/ Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского. Ярославль, 2011. – 23 с. - Режим доступа: https://dlib.rsl.ru/viewer/01004855478#?page=1.

47. Титова Е.Н. Применение критериального оценивания на уроках математики для формирования учебно-познавательной компетенции учащихся. [Электронный ресурс] - Режим доступа: https://infourok.ru/primenenie_kriterialnogo_ocenivaniya_na_urokah_matematiki_dlya_formirovaniya-476060.htm.

48. Трояновская Н.И. Технология формирования действий контроля и оценки учащихся 5-6 классов в обучении математике: автореф. дис. ... канд. пед. наук/ Мордовский государственный педагогический институт им. М.Е. Евсевьева. Саранск, 2015. – 25 с. – Режим доступа: http://nauka-pedagogika.com/viewer/591348/a#?page=25.

49. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования. – М.: Просвещение, 2013. – 63 с.

50. Фестиваль педагогических идей «Открытый урок. Первое сентября» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://festival.1september.ru/.

51. Хуторской А.В. Пять уровней реализации метапредметного подхода в содержании образования [Электронный ресурс]// Вестник Института образования человека – 2017. – №2. - Режим доступа: https://eidos-institute.ru/journal/2017/200/Eidos-Vestnik2017-208-Khutorskoy.pdf.

52. Хуторской А.В. Метапредмет «Мироведение»: Программа и методика занятий в 5-6 классах: Методическое пособие для учителя: 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Издательство «Эйдос»; Издательство Института образования человека, 2015. – 132 с. : ил. (Серия «Новые стандарты»).

53. Хуторской А.В. Метапредмет «Числа»: Экспериментальный интегрированный курс. – Черноголовка, 1994. – 68 с.

54. Хуторской А.В. Метапредметное содержание и результаты образования: как реализовать федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС) [Электронный ресурс] // Интернет-журнал «Эйдос». - 2012. - №1. Режим доступа: http://eidos.ru/journal/2012/0229-10.htm.

55. Центр оценки качества образования ИСРО РАО [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://www.centeroko.ru/.

56. Цыганок Л. Ф. Элективный курс: «Олимпиадные задачи по исследованию функций в профильной подготовке учащихся» [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://infourok.ru/elektivniy-kurs-olimpiadnie-zadachi-po-issledovaniyu-funkciy-v-profilnoy-podgotovke-uchaschihsya-508233.html

57. Barnett, E. A. et al. Preparing high school students for college. An exploratory study of college readiness partnership programs in Texas / E.A. Barnett. – The National Center for Postsecondary Education, 2012.

58. Jones, B., Frydenberg, E. Who Needs Help and When: Coping with The Transition from School to University / B. Jones, E. Frydenberg // Non-Jornal. ERIC Number: ED430203. – 1998. – № 27. – p. 1–27.

59. Liston, M. The Transition from Secondary School Mathematics to University Mathematics/ M. Liston. – URL: http://hozir.org/miriam-liston-dept-of-mathematicsand-statistics-university-of.html

60. Nicolescu, B., Petrescu, T. On the Continuity Mathematics Curriculum between Primary and Secondary School/ B. Nicolescu, T. Petrescu// Procedia. – Social and Behavioral Sciences. – 2015. – Vol. 180. – № 8. – pp. 871–877.

61. Watt, Michael G. The Common Core State Standards Initiative: An Overview / Michael G Watt. – 2011. – 99 p. – URL: https://files.eric.ed.gov/fulltext/ ED522271.pdf.

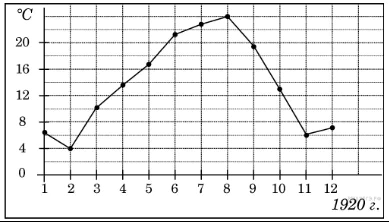
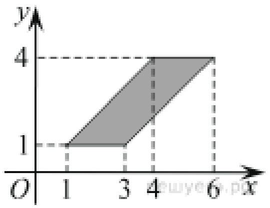
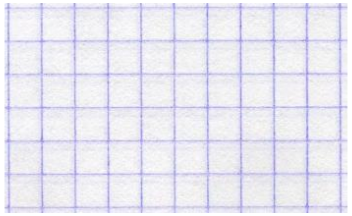
Приложение 1. Диагностическая работа для учащихся 10-11 классов

Таблица 1

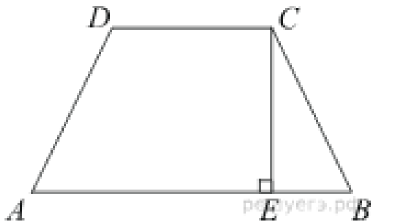
Мониторинг предметных и метапредметных результатов

№	Задание	Ответ	Метапредметные задания	Ответы:	Предметный результат	Метапредметный результат
	Из пункта А в пункт В автомобиль проехал 3480м, по дороге он заехал в пункт С, превысив тем самым путь на 16%. Найдите расстояние между пунктами А и Б.		1) Расстояние между пунктами Аи Б составляет 100% или 84%? 2) Если путь был сокращен на 12%, то оцените границы сокращения в метрах? (не решая новую задачу) - от 0 - до 480 м - от 300 - до 450 м - от 100 - до 300 м - от 1000 - до 1200 м 3) К какому типу относится эта задача? - задача на движение -задача на проценты	1) 2) 3)		М1) М2) М4) М5) М6) М8) М9) М12) М13)
2.	На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку наименьшую среднемесячную температуру в период с мая по декабрь		1) По горизонтали или по вертикали данной диаграммы ответ на вопрос задачи? 2) Подойдите к стационарному компьютеру, найдите самое низкое значение температуры воздуха в городе Тольятти в январе 2017 года.	1) 2)		М1) М2) М4) М6) М10) М11) М14)

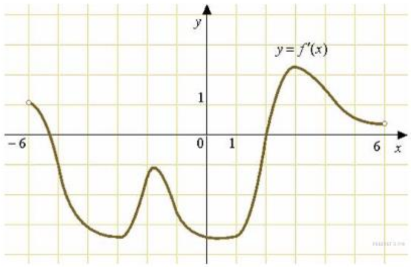
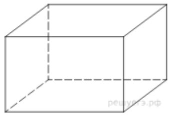
Продолжение таблицы 1

	1920 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.  					
3.	Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.  		1) Изобразите на клетчатой решетке треугольник такой же площади. 	1)		M1) M2) M3) M4) M5) M6) M10)
4.	В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.		1) Постройте круговую диаграмму количества свободных такси по цвету машины. 2) Вероятность приезда черной машины выше или ниже?	1) 2)		M1) M2) M3) M4) M6) M9) M10) M12) M14)
5.	Найдите корни уравнения: $cos\frac{\pi(x-7)}{3}=\frac{1}{2}$. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.		1) Определите вид уравнения: - рациональное - тригонометрическое - функциональное	1)		M1) M2) M4) M5)

Продолжение таблицы 1

			2) Имеет ли ограничения переменная? 3) Изменится ли ответ задачи при округлении числа π до целых?	2) 3)		M6) M8) M9) M10) M12) M13)
6.	Основания равнобедренной трапеции равны 7 и 51. Тангенс острого угла равен $\frac{5}{11}$. Найдите высоту трапеции 		1) Определите вид трапеции, в которой не существует тангенса угла B. 2) Если основания трапеции равны 12 и 46, т.е. сумма оснований также равна 58, измениться ли при этом ответ задачи? (ответить не проводя дополнительные вычисления)	1) 2)		M1) M2) M3) M4) M5) M6) M12) M13)
7.	*(Задание только для 11 класса)* На рисунке изображен график производной функции f(x), определенной на интервале (-6;6). Найдите промежутки возрастания функции f(x). В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки		1) Сколько таких промежутков? 2) Сколько целых чисел в этих промежутках? 3) Укажите связь между производной функции и её монотонностью. 4) Дан ли график самой функции?	1) 2) 3) 4)		M1) M2) M3) M4) M5) M6) M9) M10) M13)

Продолжение таблицы 1

						
8.	Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины [45]. 		1) Сколько граней составляют площадь поверхности параллелепипеда? 2) Какие три измерения есть у параллелепипеда? 3) Существует ли треугольник стороны которого равны этим измерениям? Если да, определите его вид.	1) 2) 3)		М1) М2) М4) М6) М8) М9) М10) М13)
9.	Найдите значение выражения $(432^2 - 568^2): 1000$.		1) Можно ли без решения ответить на вопрос: положительное или отрицательное число получится в результате вычислений? 2) Определите последнюю цифру разности $(252^2 - 23^2)$.	1) 2)		М1) М2) М4) М5) М6) М7) М9) М10) М12)

Продолжение таблицы 1

10.	Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$ где U – напряжение в вольтах, R – сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 4 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.		1) В чем измеряется напряжение? 2) В чем измеряется сила тока? 3) Сколько вольт в розетке у вас дома? 4) Подойдите к стационарному компьютеру, найдите сколько вольт в аккумуляторе автомобиля	1) 2) 3) 4)		М1) М2) М4) М6) М9) М10) М11)
11.	Смешали некоторое количество 15–процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19–процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?		1) При смешивании растворов уменьшится или увеличится концентрация первого? 2) Составьте схему к задаче. 3) Какой концентрации раствор нужно добавить, чтобы получить 100-процентный раствор?	1) 2) 3)		М1) М2) М3) М4) М5) М6) М10) М12) М13)

12.	Найдите абсциссу точки максимума функции $y = \sqrt{4 - 4x - x^2}$.		1) Какая функция находится в подкоренном выражении? 2) Оцените область ее значений. 3) Существует ли минимальное значение этой функции? В какой точке оно достигается? 4) Существует ли максимальное значение этой функции? В какой точке оно достигается? 5) Изобразите график подкоренной функции. 6) Сравните числа $\sqrt{12}$ и $2\sqrt{5}$ 7) Приведите пример подкоренной функции, чтобы точки максимума не существовало.	1) 2) 3) 4) 5) 6) 7)		М1) М2) М3) М4) М5) М6) М7) М9) М10) М12) М13)

Приложение 2. Диагностическая карта метапредметных результатов обучающихся 10 класса

Таблица 2

10 класс		Метапредметное задание															
№	ФИ	М1	М2	М3	М4	М5	М6	М7	М8	М9	М10	М11	М12	М13	М14	%	УРОВЕНЬ
1	АА	20	19	5	12	7	8	1	2	7	9	1	6	7	2		
	%	74%	83%	83%	60%	54%	73%	50%	67%	70%	50%	50%	46%	54%	100%	65%	средний
2	БМ	22	20	4	15	5	9	1	1	5	10	2	6	6	2		
	%	81%	87%	67%	75%	38%	82%	50%	33%	50%	56%	100%	46%	46%	100%	65%	средний
3	БЮ	22	19	4	18	8	9	2	3	7	12	2	9	9	2		
	%	81%	83%	67%	90%	62%	82%	100%	100%	70%	67%	100%	69%	69%	100%	81%	средний
4	ГЮ	22	21	4	16	8	10	1	2	8	14	2	6	8	2		
	%	81%	91%	67%	80%	62%	91%	50%	67%	80%	78%	100%	46%	62%	100%	75%	средний
5	ГА	22	22	4	15	4	10	0	3	7	10	2	7	10	2		
	%	81%	96%	67%	75%	31%	91%	0%	100%	70%	56%	100%	54%	77%	100%	71%	средний
6	ДО	18	18	3	13	4	8	1	3	5	9	2	5	5	2		
	%	67%	78%	50%	65%	31%	73%	50%	100%	50%	50%	100%	38%	38%	100%	64%	средний
7	ЕП	19	18	2	12	1	8	0	1	4	7	1	4	4	2		
	%	70%	78%	33%	60%	8%	73%	0%	33%	40%	39%	50%	31%	31%	100%	46%	средний
8	ЖА	22	20	5	14	8	9	1	1	7	13	2	8	8	2		
	%	81%	87%	83%	70%	62%	82%	50%	33%	70%	72%	100%	62%	62%	100%	72%	средний
9	КД	14	15	3	10	0	7	0	1	3	4	2	1	2	2		
	%	52%	65%	50%	50%	0%	64%	0%	33%	30%	22%	100%	8%	15%	100%	42%	низкий
10	КА	15	14	2	11	2	6	1	1	3	6	2	4	3	2		
	%	56%	61%	33%	55%	15%	55%	50%	33%	30%	33%	100%	31%	23%	100%	48%	средний
11	КС	13	13	2	9	1	6	0	1	2	3	2	2	2	2		
	%	48%	57%	33%	45%	8%	55%	0%	33%	20%	17%	100%	15%	15%	100%	39%	низкий
12	КЕ	19	17	2	13	3	8	1	2	5	8	2	5	4	2		
	%	70%	74%	33%	65%	23%	73%	50%	67%	50%	44%	100%	38%	31%	100%	58%	средний

Продолжение таблицы 2

13	КД	16	15	3	10	3	7	1	1	4	6	1	5	5	2		
	%	59%	65%	50%	50%	23%	64%	50%	33%	40%	33%	50%	38%	38%	100%	50%	средний
14	КА	24	22	4	17	7	10	2	3	7	13	2	8	10	2		
	%	89%	96%	67%	85%	54%	91%	100%	100%	70%	72%	100%	62%	77%	100%	83%	средний
15	КН	27	22	6	20	12	11	1	3	8	11	2	13	12	2		
	%	100%	96%	100%	100%	92%	100%	50%	100%	80%	61%	100%	100%	92%	100%	91%	высокий
16	МТ	19	18	2	11	3	8	1	1	5	9	1	5	4	2		
	%	70%	78%	33%	55%	23%	73%	50%	33%	50%	50%	50%	38%	31%	100%	53%	средний
17	МА	18	17	2	13	3	7	2	2	3	8	2	5	6	2		
	%	67%	74%	33%	65%	23%	64%	100%	67%	30%	44%	100%	38%	46%	100%	61%	средний
18	МЯ	20	20	4	13	5	9	2	2	5	9	2	5	7	2		
	%	74%	87%	67%	65%	38%	82%	100%	67%	50%	50%	100%	38%	54%	100%	69%	средний
19	ОИ	25	22	6	19	12	11	2	2	10	16	2	11	12	2		
	%	93%	96%	100%	95%	92%	100%	100%	67%	100%	89%	100%	85%	92%	100%	93%	высокий
20	ПК	15	16	2	10	2	7	0	1	3	5	1	3	3	2		
	%	56%	70%	33%	50%	15%	64%	0%	33%	30%	28%	50%	23%	23%	100%	41%	низкий
21	ПД	14	14	2	11	3	7	0	2	4	7	2	4	4	2		
	%	52%	61%	33%	55%	23%	64%	0%	67%	40%	39%	100%	31%	31%	100%	50%	средний
22	ПВ	21	20	4	14	5	9	1	2	6	9	2	6	6	2		
	%	78%	87%	67%	70%	38%	82%	50%	67%	60%	50%	100%	46%	46%	100%	67%	средний
23	РМ	18	17	3	12	4	7	1	1	5	9	2	5	4	2		
	%	67%	74%	50%	60%	31%	64%	50%	33%	50%	50%	100%	38%	31%	100%	57%	средний
24	СВ	19	18	4	12	6	7	2	2	4	10	1	6	8	2		
	%	70%	78%	67%	60%	46%	64%	100%	67%	40%	56%	50%	46%	62%	100%	65%	средний
25	ТА	16	18	3	13	3	9	0	2	4	7	2	3	4	2		
	%	59%	78%	50%	65%	23%	82%	0%	67%	40%	39%	100%	23%	31%	100%	54%	средний
26	УВ	15	15	2	10	1	6	0	1	2	6	1	3	3	2		
	%	56%	65%	33%	50%	8%	55%	0%	33%	20%	33%	50%	23%	23%	100%	39%	низкий

Продолжение таблицы 2

27	УА	22	21	4	16	6	10	2	3	7	12	2	7	10	2		
	%	81%	91%	67%	80%	46%	91%	100%	100%	70%	67%	100%	54%	77%	100%	80%	средний
28	ФА	19	18	4	12	4	8	1	2	5	9	1	5	7	2		
	%	70%	78%	67%	60%	31%	73%	50%	67%	50%	50%	50%	38%	54%	100%	60%	средний
29	ША	23	21	5	19	11	11	1	3	10	15	2	10	11	2		
	%	85%	91%	83%	95%	85%	100%	50%	100%	100%	83%	100%	77%	85%	100%	88%	высокий
	Итого:	19,28	18,28	3,448	13,45	4,862	8,345	0,966	1,862	5,345	9,172	1,724	5,759	6,345	2		
	мах балл в работе	**27**	**23**	**6**	**20**	**13**	**11**	**2**	**3**	**10**	**18**	**2**	**13**	**13**	**2**	163	
	Процент сформированности по классу	71%	79%	57%	67%	37%	76%	48%	62%	53%	51%	86%	44%	49%	100%	63%	
		анализировать и осмысливать текст задачи	извлекать из текста необходимую информацию	моделировать с помощью схем, рисунков, реальных предметов	строить логическую цепочку	оценивать полученный результат	осуществлять самоконтроль	доказывать и опровергать утверждения с помощью контрпримеров	классифицировать	исследовать простейшие числовые закономерности	уметь сравнивать, выделять общее и особенное, делать выводы	осуществлять поиск информации в сети Интернет и печатных изданиях	выполнять прикидку и оценку в ходе вычислений	проводить несложные исследования	использовать диаграммы в представлении информации		

Приложение 3. Диагностическая карта метапредметных результатов обучающихся 11 класса

Таблица 3

11 класс		Метапредметное задание															
№	ФИ	М1	М2	М3	М4	М5	М6	М7	М8	М9	М10	М11	М12	М13	М14	%	УРОВЕНЬ
1	БВ	24	23	7	14	8	9	1	3	8	16	2	8	8	2		
	%	80%	85%	78%	64%	57%	75%	50%	100%	73%	89%	100%	62%	57%	100%	76%	средний
2	ВН	22	20	3	15	6	9	1	2	8	12	2	7	8	2		
	%	73%	74%	33%	68%	43%	75%	50%	67%	73%	67%	100%	54%	57%	100%	67%	средний
3	ВЕ	22	22	7	15	7	9	1	2	9	13	2	6	8	2		
	%	73%	81%	78%	68%	50%	75%	50%	67%	82%	72%	100%	46%	57%	100%	71%	средний
4	ДА	22	22	6	15	9	9	1	3	10	15	2	9	11	2		
	%	73%	81%	67%	68%	64%	75%	50%	100%	91%	83%	100%	69%	79%	100%	79%	средний
5	ДЯ	22	22	4	12	5	9	1	1	7	11	2	4	3	2		
	%	73%	81%	44%	55%	36%	75%	50%	33%	64%	61%	100%	31%	21%	100%	59%	средний
6	ДА	17	18	3	9	4	6	1	2	5	9	2	4	3	2		
	%	57%	67%	33%	41%	29%	50%	50%	67%	45%	50%	100%	31%	21%	100%	53%	средний
7	ДА1	20	20	6	12	5	9	1	1	5	11	2	4	5	2		
	%	67%	74%	67%	55%	36%	75%	50%	33%	45%	61%	100%	31%	36%	100%	59%	средний
8	ДА2	23	22	5	16	10	10	1	2	9	14	2	10	10	2		
	%	77%	81%	56%	73%	71%	83%	50%	67%	82%	78%	100%	77%	71%	100%	76%	средний
9	ДА3	20	21	6	10	3	7	1	2	4	10	2	3	3	2		
	%	67%	78%	67%	45%	21%	58%	50%	67%	36%	56%	100%	23%	21%	100%	56%	средний
10	ЗН	19	20	3	10	5	7	1	3	6	9	2	5	4	2		
	%	63%	74%	33%	45%	36%	58%	50%	100%	55%	50%	100%	38%	29%	100%	59%	средний
11	КП	22	21	6	13	6	8	1	2	7	10	2	6	8	2		
	%	73%	78%	67%	59%	43%	67%	50%	67%	64%	56%	100%	46%	57%	100%	66%	средний
12	КК	24	24	8	14	11	9	1	3	10	16	2	9	9	2		
	%	80%	89%	89%	64%	79%	75%	50%	100%	91%	89%	100%	69%	64%	100%	81%	средний

Продолжение таблицы 3

13	КА	25	25	5	14	6	10	1	3	7	12	2	8	8	2		
	%	83%	93%	56%	64%	43%	83%	50%	100%	64%	67%	100%	62%	57%	100%	73%	средний
14	ЛД	20	19	4	11	2	7	1	1	4	9	2	4	4	2		
	%	67%	70%	44%	50%	14%	58%	50%	33%	36%	50%	100%	31%	29%	100%	52%	средний
15	МВ	26	25	8	18	12	10	2	3	11	17	2	11	12	2		
	%	87%	93%	89%	82%	86%	83%	100%	100%	100%	94%	100%	85%	86%	100%	92%	высокий
16	МЯ	18	19	4	9	4	6	0	2	6	9	2	3	3	2		
	%	60%	70%	44%	41%	29%	50%	0%	67%	55%	50%	100%	23%	21%	100%	51%	средний
17	МС	21	21	4	11	5	8	1	1	6	10	2	4	3	2		
	%	70%	78%	44%	50%	36%	67%	50%	33%	55%	56%	100%	31%	21%	100%	56%	средний
18	НА	29	27	9	21	13	12	2	3	11	17	2	12	13	2		
	%	97%	100%	100%	95%	93%	100%	100%	100%	100%	94%	100%	92%	93%	100%	97%	высокий
19	НМ	25	24	5	15	6	9	2	3	6	13	2	7	8	2		
	%	83%	89%	56%	68%	43%	75%	100%	100%	55%	72%	100%	54%	57%	100%	75%	средний
20	НЕ	19	19	3	11	6	5	2	2	5	10	2	6	7	2		
	%	63%	70%	33%	50%	43%	42%	100%	67%	45%	56%	100%	46%	50%	100%	62%	средний
21	ПА	25	25	8	17	12	10	2	3	10	16	2	10	12	2		
	%	83%	93%	89%	77%	86%	83%	100%	100%	91%	89%	100%	77%	86%	100%	90%	высокий
22	РД	29	26	9	21	14	11	2	3	11	18	2	13	13	2		
	%	97%	96%	100%	95%	100%	92%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	93%	100%	98%	высокий
23	РЕ	28	27	8	20	12	12	2	3	11	17	2	11	13	2		
	%	93%	100%	89%	91%	86%	100%	100%	100%	100%	94%	100%	85%	93%	100%	95%	высокий
24	СП	29	27	8	21	13	12	2	3	11	18	2	12	14	2		
	%	97%	100%	89%	95%	93%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	92%	100%	100%	98%	высокий
25	СА	26	25	8	18	11	10	2	3	10	16	2	10	11	2		
	%	87%	93%	89%	82%	79%	83%	100%	100%	91%	89%	100%	77%	79%	100%	89%	высокий
26	ТА	28	25	7	19	10	10	2	3	8	14	2	10	10	2		
	%	93%	93%	78%	86%	71%	83%	100%	100%	73%	78%	100%	77%	71%	100%	86%	высокий

Продолжение таблицы 3

27	ТЮ	18	19	3	10	4	7	1	3	6	10	2	4	4	2		
	%	60%	70%	33%	45%	29%	58%	50%	100%	55%	56%	100%	31%	29%	100%	58%	средний
	Итого:	23,07	22,52	5,815	14,48	7,741	8,889	1,333	2,407	7,815	13,04	2	7,407	7,963	2		
	мах балл в работе	**30**	**27**	**9**	**22**	**14**	**12**	**2**	**3**	**11**	**18**	**2**	**13**	**14**	**2**		
	Процент сформированности по классу	77%	83%	65%	66%	55%	74%	67%	80%	71%	72%	100%	57%	57%	100%	73%	
		анализировать и осмысливать текст задачи	извлекать из текста необходиму информацию	моделировать с помощью схем, рисунков, реальных предметов	строить логическую цепочку	оценивать полученный результат	осуществлять самоконтроль	доказывать и опровергать утверждения с помощью	классифицировать	исследовать простейшие числовые закономерности	уметь сравнивать, выделять общее и особенное, делать	осуществлять поиск информации в сети Интернет и печатных	выполнять прикидку и оценку в ходе вычислений	проводить несложные исследования	использовать диаграммы в представлении информации		