

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

институт математики, физики и информационных технологий
кафедра «Алгебра и геометрия»

**МЕТОДИКА ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ
«ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ» В КУРСЕ
ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ**

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Направление подготовки бакалавра: 44.03.05 Педагогическое образование
Направленность (профиль): Математика и информатика

Студент	М.В. Николаева	_____
Научный		
Руководитель: д.п.н., проф.	Р.А. Утеева	_____

Допустить к защите
Заведующий кафедрой: д.п.н., проф. Р.А. Утеева _____

«_____» _____ 2016 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ.....	7
§1. История возникновения понятия проектной деятельности.....	7
§2. Классификация математических проектов учащихся	15
§3. Методические особенности организации проектной деятельности.....	19
§4. Представление результатов проектной деятельности	29
Выводы по первой главе.....	35
ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ» В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ.....	36
§5. Анализ программы и школьных учебников по теме исследования...36	
§6. Математические проекты учащихся по теме «Вписанные и описанные окружности»	39
Выводы по второй главе.....	59
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	60
ЛИТЕРАТУРА.....	61

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Концепция модернизации российского образования на период до 2020 года ориентирует педагогов на формирование у школьников принципов проектной деятельности, реализованных в приоритетном национальном проекте «Образование» таких, как открытость образования к внешним запросам, применение проектных методов, конкурсное выявление и поддержка лидеров, успешно реализующих новые подходы на практике и комплексный характер принимаемых решений [15, с. 26].

Роль школы в решении этих задач определена в современных образовательных стандартах и примерных программах основного общего и среднего (полного) общего образования по всем учебным предметам [38].

Проектная деятельность является современной технологией образовательного процесса, которая позволяет осуществлять доступное качественное образование [46]. А учебные проекты, позволяют формировать у учащихся способность к осуществлению практической деятельности – способность определять цель деятельности и планировать пути ее достижения, анализировать и оценивать результаты.

Образование призвано расширять творческие возможности личности в направлении их универсализации, как ключевого ориентира личностного развития. И в этом направлении помогает метод проектов.

Метод проектов - педагогическая технология, цель которой ориентирована не на интеграцию фактических знаний, а на применение актуализированных знаний и приобретение новых для активного включения в проектную деятельность, освоение новых способов деятельности в социокультурной среде. Эта технология предполагает совокупность исследовательских, поисковых, проблемных методов, творческих по своей сути. В основе метода проектов лежит развитие познавательных навыков учащихся, формирование умений самостоятельно конструировать свои

знания и ориентироваться в информационном пространстве, развитие критического и творческого мышления [23].

В условиях перехода к новым образовательным стандартам общего образования, задача организации проектной деятельности остается актуальной. У школьных учителей возникают вопросы о сущности и отличительных особенностях стандарта второго поколения, о типах и видах универсальных учебных действий, о способах формирования их средствами не только на уроках, но и во внеклассной работе, о способах контроля и мониторинга универсальных учебных действий. Сегодня учитель призван не только сформировать у учеников системные знания, но и научить применять усвоенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, создать условия для всестороннего развития личности [22, с. 157].

Методические основы проектной деятельности учащихся при обучении математике освещались в работах В.В. Липилиной [22], Е. И. Антоновой [1], Е. Ю. Куприенко [18], Н.Г. Воробьевой [5], С.В. Митрохиной, Ю.Н. Артамоновой [27] и др.

Проблема исследования состоит в выявлении методических особенностей организации проектной деятельности учащихся при изучении темы «Вписанные и описанные окружности» в курсе геометрии основной школы.

Цель бакалаврской работы – выявить методические особенности организации проектной деятельности учащихся при изучении темы «Вписанные и описанные окружности» в курсе геометрии основной школы.

Объект исследования – процесс организации проектной деятельности учащихся в курсе геометрии основной школы.

Предмет исследования – методика организации проектной деятельности учащихся при изучении темы «Вписанные и описанные окружности» в курсе геометрии основной школы.

Задачи исследования:

- 1) рассмотреть исторические аспекты развития понятия проектной деятельности;
- 2) рассмотреть классификацию математических проектов;
- 3) рассмотреть методические особенности организации проектной деятельности учащихся;
- 4) определить формы представления результатов, параметры и критерии оценки защиты проектной деятельности;
- 5) представить анализ программы и школьных учебников по теме «Вписанные и описанные окружности»;
- 6) разработать математические проекты по теме исследования.

Решение поставленных задач потребовало привлечения следующих **методов исследования:** анализ психолого-педагогической и методической литературы, школьных программ, учебников и учебных пособий, изучение опыта работы отечественной школы, обобщение и систематизацию материала. **Апробация результатов исследования.** Теоретические выводы и практические результаты исследования были апробированы на первом этапе научной студенческой конференции «Дни науки» института математики, физики и информационных технологий ТГУ (г. Тольятти, апрель 2016 г.).

На защиту выносятся:

1. Методические рекомендации по организации проектной деятельности учащихся при обучении геометрии.
2. Разработки математических проектов для организации проектной деятельности учащихся на уроках и во внеурочной деятельности при изучении темы «Вписанные и описанные окружности».
1. Методические рекомендации по организации проектной деятельности учащихся при обучении геометрии.
2. Разработки математических проектов для организации проектной деятельности учащихся на уроках и во внеурочной деятельности при изучении темы «Вписанные и описанные окружности».

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, даны основные характеристики.

Глава I посвящена теоретическим аспектам организации проектной деятельности учащихся. Описываются основные понятия, связанные с проектной деятельностью и требования к ней, анализируются различные классификации проектов при обучении учащихся. Рассматриваются методические особенности организации проектной деятельности учащихся.

В главе II представлен анализ программы и школьных учебников геометрии разных авторов по теме исследования. Предлагаются математические проекты при изучении темы «Вписанные и описанные окружности» в курсе геометрии основной школы.

В заключении приведены основные выводы и результаты исследования.

Список литературы содержит 49 наименований.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§1. История возникновения понятия проектной деятельности

Первые представления о проектной деятельности возникли в трудовой деятельности, такие как строительство, архитектура, инженерное дело. В современном обществе слово *проект* используется достаточно широко. Под проектом понимается исполнение некоторого замысла, например, научного, художественного, театрального. Проект становится способом ритмизации и управления процессов, которые происходят в реальной практике.

В словарях слово *проект* трактуется как *замысел, план, текст или чертеж чего-либо*, предваряющий его создание. Такое толкование получило дальнейшее развитие, под проектом стали понимать прообраз, прототип какого-либо объекта или вида деятельности, а процессом создания проекта является *проектирование* [49].

К.Н. Поливанова [36, с.48] предлагает проектом назвать *весь путь от идеи до получения продукта*. Так же определяет проект как *целенаправленное управляемое изменение, которое фиксируется во времени*. Автор отмечает, что все остальные рассуждения о проекте или проектной деятельности являются уточнением и детализацией этих двух принципиальных ее признаков.

По мнению М.А. Ступницкой [45, с. 6] *проектом* является *работа*, которая направлена на решение определенной проблемы, с помощью самого оптимального способа.

Понятие *проект* неразрывно связано с понятием *метод проектов*. По мнению Е.С. Полат [35, с. 20] *методом проектов* является *способ достижения* дидактической цели через детальную разработку. Автор считает, что *результат* при завершении такой разработки должен быть *практическим* и обязательно *оформленным*. Для достижения такого

результата необходимо научить учащихся самостоятельно мыслить, находить различные способы решения проблемы, применяя знания из разных областей, формировать умения прогнозировать результаты своей деятельности.

Впервые понятие *метод проектов* был введен американским педагогом Дж. Дьюи, а также его учеником В.Х. Килпатриком. В своей статье В.Х. Килпатрик определил это понятие как *замысел, выполняемый от души* [35, с. 23].

Русские педагоги заинтересовались методом проектов в начале XX века. Идеи проектного обучения возникли в России параллельно с разработками американских педагогов. В 1905 году под руководством русского педагога С.Т. Шацкого была организована небольшая группа сотрудников, которая активно пыталась использовать проектные методы в практике преподавания. Но в силу отсутствия подготовленных педагогических кадров, способных работать с проектами, слабая разработанность методики проектной деятельности, недостаточная продуманность и последовательность привели к тому, что метод проектов был осужден постановлением ЦК ВКП(б) в 1931 году. Так как он не способствовал формированию глубоких теоретических знаний учащихся. В отечественной педагогике метод проектов не практиковался до середины 80-х [45, с. 5].

Однако в советское время в рамках внеурочной общественно полезной деятельности, иногда проводились мероприятия, которые по существу представляли собой реализацию проектов [10].

Метод проектов сегодня является одним из популярных в мире. Он рационально сочетает в себе теоретические знания и их практическое применение для решения конкретных проблем окружающей действительности.

Изучая разные источники, можно выделить основную *цель метода проектов* – это развитие самообразовательной активности у учащихся. В

результате своей творческой практической деятельности участники проекта создают конечный продукт в виде новых знаний и умений.

В основе метода проектов лежит развитие познавательных, коммуникативных, творческих навыков учащихся, умений ориентироваться в информационном пространстве, умений самостоятельно конструировать свои знания [29].

Метод проектов позволяет совмещать учебные и воспитательные задачи, поэтому он активно применяется в практике образования. Он дает возможность учащимся активно проявлять себя в системе общественных отношений, формирует у них новую социальную позицию, позволяет приобретать навыки организации своей деятельности, открывать и реализовывать творческие способности, развивать индивидуальность личности [35, с. 26].

Метод проектов ориентирован на самостоятельную деятельность учащихся - индивидуальную, парную, групповую, которую учащиеся выполняют в течение определенного отрезка времени.

Рассмотрим следующие *преимущества* применения метода проектов:

- при организации учебной деятельности дает возможность соблюдать баланс между теорией и практикой;
- легко интегрируется в образовательный процесс;
- позволяет достигать цели образовательного стандарта по любому учебному предмету, сохраняя при этом достижения отечественной дидактики, частных методик и педагогической психологии;
- развивает интеллектуальность, нравственность учащихся, их самостоятельность и доброжелательность по отношению к учителю и друг к другу;
- формирует сплоченность учеников, развивает коммуникабельность и ответственность за совместную работу;
- позволяет ученикам овладеть различными способами деятельности в условиях доступности информационных ресурсов [35, с. 27].

В своей книге Н.Ю. Пахомова [33, с. 16] рассматривает определение *учебного проекта* с разных точек зрения:

1) по мнению *учащегося* - это возможность *самостоятельно* делать что-то интересное, максимально используя свои возможности, попробовать свои силы и приложить свои знания, чтобы публично показать достигнутый результат;

1) по мнению *учителя* - это интегративное дидактическое средство развития, обучения и воспитания, позволяющее вырабатывать и развивать умения и навыки проектирования.

Автор Е. Н. Ястребцева [43, с. 18] отмечает, что *учебным проектом* является совместная учебно-познавательная, творческая или игровая деятельность учащихся, которая имеет общую цель, согласованные методы и способы деятельности, направленные на достижение общего результата деятельности.

В своей статье Е. Ю. Куприенко [18] рассматривает понятие *математического проекта*, считает, что такой проект является средством обучения математике. В основу математического проекта лежит *проектное задание*, которое ориентируется на реализацию технологии сотрудничества.

Е.И. Антонова [1] под *проектной деятельностью* понимает важный компонент системы продуктивного образования, нетрадиционный способ организации образовательных процессов через активные способы действий, которые направлены на реализацию личностно-ориентированного подхода.

Определение *проектной деятельности* И.Д. Чечель [47, с. 83] раскрывает как уникальную деятельность, имеющая некоторый отрезок во времени, которая направлена на достижение заранее определенного результата, создание определенного, личностного результата.

Следует отметить, что с *проектной деятельностью* упоминается понятие *исследовательской деятельности*. Так как проектная деятельность включает в себя совокупность поисковых, исследовательских и проблемных методов и на нее отводится определенный промежуток времени,

направленный на достижение заранее определенного результата или цели, то отличие между исследованием и проектированием состоит в том, что *исследование не предполагает* создания заранее планируемого объекта. Исследованием является один из видов познавательной активности учащихся, *процесс поиска* неизвестного, поиска новых знаний. Особенностью исследовательской деятельности в образовании в том, что она является учебной по своей сути и главное в ней не получение объективно нового результата, а развитие личности.

Таким образом, рассмотрим несколько определений исследовательской деятельности.

Например, А. С. Обухов [31, с. 9] *исследовательскую деятельность* рассматривает как творческий процесс совместной деятельности двух субъектов по поиску решения неизвестного, результатом которой является формирование мировоззрения.

Под *исследовательской деятельностью* А. И. Савенков [39, с. 35] понимает особый вид интеллектуально-творческой деятельности, который порождает в результате функционирования механизмов поисковой активности и строится на базе исследовательского поведения. Если исследовательское поведение описывает внешний контекст функционирования субъекта в ситуации неопределенности, то исследовательская деятельность характеризует саму структуру этого функционирования.

По мнению Е.В. Ларькиной [20, с. 5] исследовательская деятельность является системой умственных действий, объединенных мотивом для достижения цели исследования. Отмечает, что *продуктом исследовательской деятельности* является новое знание, новые методы получения нового знания или новые методы исследования объекта.

А. В. Леонтович [21] рассматривает такое определение, как *исследовательская работа*, утверждает, что это работа, связана с решением творческой, исследовательской задачи с заранее неизвестным результатом.

Автор считает, что учебное исследование направлено на приобретение учащимися навыка исследовательской деятельности, освоения исследовательского типа мышления и формирования активной позиции в процессе обучения.

В своей статье А. В. Миронов [26] делает вывод о том, что *исследовательская деятельность* является целенаправленным процессом, который так же связан с творчеством, направленный на получение личностью нового знания посредством решения исследовательской задачи. Автор отмечает, что результат исследовательской деятельности есть интеллектуальный, творческий продукт, который устанавливает истину в результате процедуры исследования и представляет ее в стандартном виде.

В научной статье Ю.Н. Кашицыной [12] проектная и исследовательская деятельности определяются как типы мыследеятельности, которые *различаются по ряду параметров*:

- 1) отношение к категории времени;
- 2) отличие по продукту;
- 3) отличие по критериям результативности;
- 4) отличие по направленности;
- 5) отличие по схеме организации мыследеятельности.

Отличие проектирования от исследования по параметрам

Таблица 1

Параметры	Проектирование	Исследование
Цель деятельности	<i>Цель</i> – реализация проектного замысла.	<i>Цель</i> – уяснение сущности явления, истины, открытие новых закономерностей и т.д.
Критерий времени	Нацелено в будущее	Вневременной характер
Продукт	Проект	Знания
Критерии результативности	Реализуемость	Истинность
Направленность	На идеальный объект	На организационную форму
Схема организации	Замысел	Проблема

Так же, автор отмечает, что: *оба вида деятельности, в зависимости от цели, могут быть подсистемами друг у друга, то есть в случае реализации*

проекта в качестве одного из средств будет выступать исследование, а в случае проведения исследования одним из средств может быть проектирование.

В своей научной статье Л.В. Семулецкая [41], так же говорит о том, что в проектной и исследовательской деятельности есть много общего в отдельных этапах их осуществления, поэтому многие педагоги смешивают эти виды деятельности и употребляют термин *проектно - исследовательская деятельность*. Вместе с тем, если соблюдать этапы осуществления этих видов деятельности и целевые установки, то это поможет увидеть отличия и развести понятия.

Проанализировав теорию, можно сделать вывод о том, что при создании любого проекта требуется проведение исследования, и наоборот, результатом проведенного исследования может быть проект.

Проектная деятельность *предполагает:*

- наличие проблемы, требующая интеграцию знаний и исследовательского поиска ее решения;
- теоретическую, практическую и познавательную значимость предполагаемых результатов;
- самостоятельность участников проекта;
- структурирование содержательной части проекта с указанием поэтапных результатов;
- применение методов исследования, сбор информации и оформление конечных результатов;
- презентация конечного продукта, оценка работы, обсуждения и выводы [16].

Цели и задачи проектной деятельности:

1. Контроль и систематизация знаний по пройденному материалу;
2. Формирование в сознании учащегося информационной картины мира;
3. Использование в работе информационных технологий;

4. Развитие умений поиска и обработки информации;
5. Развитие самостоятельности;
6. Умение работать в группе;
7. Способность личной уверенности у каждого участника проектного обучения;
8. Развитие исследовательских умений [3].

Работа над проектом способствует развитию *коллективной учебной деятельности* учащихся, целью которой является объединение всего коллектива, а именно:

- образование между участниками проекта отношения взаимной ответственности;
- сознательное использование различных форм и способов представления данных;
- умение наглядно представлять имеющийся материал и организовать продуктивную содержательную коммуникацию;
- контроль за деятельностью выполнения проекта осуществляется участниками проекта [28].

В процессе работы над проектом учитель осуществляет индивидуальный подход к каждому ученику, распределяет обязанности в группах по интересам и способностям учащихся.

В ходе выполнения проекта перед учащимися могут возникнуть следующие трудности, такие как выбор темы, постановка целей и задач проекта, нахождение пути их решения и сравнения ожидаемого результата с тем, что они получили. Поэтому, при проектировании учитель должен являться консультантом, помогать формулировать цели и задачи, давать рекомендации по подготовке и сбору информации по выбранной теме, обсуждать с учащимися этапы реализации проекта и направить их на реальное представление конечного продукта.

Таким образом, работа над проектом у учащихся развивает следующие способности: *коммуникативная* - способность к общению; *проблемно-*

поисковая - способность решать жизненные вопросы; *рефлексивная* – способность к анализу собственной деятельности.

Рассмотрим *основные требования* в процессе проектной деятельности в работе над математическим проектом, которые выделил И.С. Сергеев [42]:

1. *Направленность* на разрешение конкретной, часто социально значимой проблемы (информационной, исследовательской, практической).

2. *Планирование* действий по разрешению проблемы (определение вида продукта и формы его презентации, проведение конкретных действий с указанием результатов, сроков и ответственных).

3. Обязательное условие – это наличие *исследовательской работы* в каждом проекте (поиск и обработка информации, представление ее участниками проектной группы).

4. *Результативность работы* в виде конечного продукта.

5. *Представление результата* (продукта) с обоснованием (осуществление презентации продукта и защиты самого проекта).

6. Итогом работы является *портфолио* (наличие всех рабочих материалов, то есть недельные планы, черновики, различные отчеты).

Таким образом, делаем вывод, что *проект - это «шесть П»: проблема, планирование (проектирование), поиск информации, продукт, презентация (защита), портфолио.*

§2. Классификация математических проектов учащихся

Классификация проектов - это отнесение проекта к определенному виду в зависимости от признака. Первую в мире классификацию учебных проектов предложил Э.У. Коллингс, разделив ее на следующие группы:

1. *Экскурсионные проекты.* Цель - изучение проблем, которые связаны с общественной жизнью и окружающей природой.

2. *Проекты игр.* Цель - участие в групповой деятельности, например, драматические постановки, народные танцы, различные игры и т. д.

3. *Конструктивные проекты.* Цель – создать конкретный, полезный продукт.

4. *Повествовательные проекты.* Цель - получение удовольствия от рассказа в самой разнообразной форме, например, письменной, устной, вокальной (песня), художественной, музыкальной и т. д. [40, с. 12].

Наиболее полной классификацией проектов в отечественной педагогике является классификация, которая предлагается в учебном пособии М.Ю. Бухаркиной и Е.С. Полат [30]. Авторы отмечают, что такую классификацию можно применить к проектам любой учебной дисциплины. Рассмотрим систему основных критерий, которые различают виды проектов:

Классификация математических проектов по критериям

Таблица 2

Критерии	Виды проектов
По содержанию проектов	- <i>Монопредметные</i> (выполнение на материале конкретного предмета); - <i>Межпредметные</i> (объединение тематик нескольких предметов); - <i>Надпредметные</i> (выполнение на основе изучения сведений, которые не входят в программу).
По методу, доминирующему в проекте	- <i>Исследовательские, творческие</i> (характеризуются наличием четко поставленной цели и обоснованной структурой); - <i>Игровые, приключенческие</i> (основным компонентом содержания становится ролевая игра); - <i>Практико-ориентированные, информационные</i> (особенность в выработке результата, который имеет практическое значение, например, подготовка видеофильма или газеты).
По характеру координирования проекта	- <i>Явная координация;</i> - <i>Скрытая координация.</i>
По включенности проектов в учебные планы	- <i>Текущие</i> (на самообразование и проектную деятельность выносятся из учебного курса часть содержания обучения); - <i>Итоговые</i> (по результатам выполнения проекта оценивается освоение учащимися определенного учебного материала).
По характеру контактов	- <i>Внутренние</i> (региональные); - <i>Международные</i>
По продолжительности проекта	- <i>Долгосрочные</i> (в течение года); - <i>Средней продолжительности</i> (несколько месяцев); - <i>Мини-проекты</i> (несколько недель).
По количеству участников проекта	- <i>Групповые;</i> - <i>Индивидуальные;</i>

Так же, исследователь проектов Е.С. Полат [35, с. 29] выделяет *преимущества групповых и индивидуальных проектов.*

Преимущества групповых проектов:

1. Формирование навыков сотрудничества у каждого участника проектной группы;
2. Возможность выполнить проект более глубоко и разносторонне;
3. На каждом этапе проектирования появляется ситуативный лидер, например, *лидер - генератор идей, лидер - оформитель, лидер - исследователь, лидер - режиссер презентации.* То есть, каждый участник проекта в зависимости от своих сильных сторон, активно проявляет себя на определенном этапе работы;
4. Возможное образование в рамках проектной группы - подгрупп, предлагающие различные пути решения проблемы, гипотезы, идеи, точки зрения. Этот соревновательный элемент повышает мотивацию участников и положительно влияет на качество выполнения проекта.

Преимущества индивидуальных проектов:

1. Планирование работы над проектом выстраивается и отслеживается с максимальной внимательностью и четкостью;
2. Полноценное формирование у учащегося чувство ответственности, так как от одного него зависит выполнение проекта;
3. Приобретение учащимся опыта деятельности на всех этапах проектирования;
4. Формирование у учащегося умений и навыков (презентационных, исследовательских, оценочных) оказывается управляемым процессом.

Многообразие проектов, по мнению М.А. Ступницкой [45, с. 37], дает возможность учителю решать самые разные задачи воспитания и обучения, позволяющие им активно приобретать и применять знания и умения, расширять свой учебный арсенал, а затем переносить приобретенный опыт

на другие виды учебной и внеучебной работы. Автор отмечает, что от ведущей деятельности учащегося зависит вид проекта и вид проектного продукта. Рассмотрим подробное описание математических проектов по доминирующему методу или виду деятельности, предложенное автором.

Описание математического проекта по доминирующему методу или деятельности

Таблица 3

Вид проекта	Цель проекта	Проектный продукт	Тип деятельности учащихся
Практико-ориентированный	Решение практических задач проекта.	Учебные пособия, инструкции, макеты, рекомендации, памятки.	Практическая деятельность в определенной учебно-предметной области.
Исследовательский проект	Опровержение или доказательство какой-либо гипотезы.	Результат исследования, оформленный установленным способом.	Эксперимент, логические мыслительные операции.
Информационный проект	Сбор информации о каком-либо явлении или объекте.	Результаты опросов общественного мнения, обобщение и статистические данные.	Сбор, обработка, проверка и сортировка информации, общение с людьми, как источниками информации.
Творческий проект	Привлечение интереса публики к проблеме проекта.	Произведения изобразительного или декоративно-прикладного искусства, литературные произведения.	Творческая деятельность, связанная с получением обратной связи от публики.
Игровой или ролевой проект	Предоставление опыта участия в решении проблемы проекта.	Мероприятие (игра, викторина, экскурсия, состязание и т.д.).	Групповая коммуникация.

Следует отметить, что любой вид проекта позволяет *обучить* учащихся формулировать проблему, находя пути ее решения, находить и ранжировать информацию, применять полученную информацию для решения поставленных задач, позволяет *развивать* исследовательские умения, коммуникабельность, сотрудничество, *способствует повышению* личной уверенности каждого участника проектного обучения [32].

При участии в работе над проектом, выполняя разные проектные задания, учащиеся начинают видеть *практическую пользу*, тем самым повышается интерес к учебному предмету. Исследовательская работа в процессе добывания знаний и их сознательного применения в различных ситуациях, способствует возрастанию коммуникативной компетенции учащихся и развитию их личности. Многие авторы считают, что проектная работа должна быть правильно организована, ибо она оказывает положительное обучающее воздействие на учащихся, что способствует развитию у них независимости, критического мышления, самостоятельности, инициативы и рефлексии. Поэтому организация любого учебного проекта предполагает организацию творческой деятельности учащихся, что является главным условием становления личности.

§3. Методические особенности организации проектной деятельности

Как отмечает С.А. Ступницкая [45, с. 5], проект – это *самостоятельная работа*. Но среди различных видов самостоятельных работ учащихся ближе всего по жанру к проектам стоят рефераты, доклады и учебные исследования. Поэтому их часто путают как учащиеся, так и учителя.

Рассмотрим следующие понятия:

Реферат представляет собой сбор из разных источников и представление *исчерпывающей информации* по заданной теме, так же представление различных точек зрения по этому вопросу, приведение статистических данных, интересных фактов.

Докладом является сообщение в устной или письменной форме с целью *познакомить* слушателей с конкретной темой, *дать* общую информацию, по возможности представить мнение автора доклада, которое не требует доказательства и научной проверки.

Исследовательская работа связана с решением исследовательской, творческой задачи, которая не имеет *заранее известного результата*. С

помощью такой работы, учащиеся приобретают навык исследовательской деятельности, формируют активную позицию в процессе обучения и осваивают исследовательский тип мышления. Такая работа имеет сходство с проектом, но исследование является лишь этапом проектной работы.

Таким образом, проект, как способ достижения результата, включает в себя элементы рефератов, докладов, исследований и любые другие виды самостоятельной творческой работы.

Учителя, которые однажды попробовали поработать методом проектов, не могут от него отказаться потому, что метод проектов дает возможности, которые позволяют ученикам учиться, а учителям учить без принуждения. В условиях отсутствия достаточного количества научных разработок математических проектов учитель придумывает свои и набирается опыта от своих коллег. Положительный педагогический опыт при его распространении нуждается в научно-методическом сопровождении. Развитие инновационной практики и встречное движение педагогической науки уже привели к *значимым достижениям*, к которым можно отнести:

- успешное использование математического проекта в различных образовательных ситуациях;
- попытки классификации математических проектов;
- создание методик выполнения математических проектов в зависимости от их видов;
- математический проект является ведущей образовательной формой, который подчиняет себе образовательно-воспитательную ситуацию учебного заведения [37].

Организация проектной деятельности обучающихся является средством повышения мотивации и эффективности учебной деятельности. Как же правильно построить проектную деятельность, чтобы добиться эффективности? Эффективность проектной деятельности определяется последовательностью этапов, которые приведут к истинным результатам. В данном случае говорится о логике.

Проектная деятельность требует *правильного следования логике и принципам*. Е.С. Полат [35] и И.А. Колесникова [18] под принципами проектной деятельности подразумевает общие регулятивы, которые нормируют проектную деятельность. Они формулируют и раскрывают их следующим образом:

Принцип прогностичности обусловлен проектированием, который ориентирован на будущее состояние объекта. Он проявляется при использовании проектирования для создания инновационных образцов. В этом смысле проект может быть определен как пошаговое осуществление потребного будущего.

Принцип пошаговости предполагает постепенный переход от проектного замысла к формированию образа цели и образа действий. От него – к программе действий и ее реализации. Безусловно, каждое последующее действие основывается на результатах предыдущего.

Принцип нормирования требует обязательного прохождения всех этапов проектной деятельности для создания проекта в рамках регламентированных процедур, в первую очередь связанных с различными формами организации мыследеятельности.

Принцип обратной связи напоминает о необходимости после осуществления каждой проектной процедуры получать информацию по ее результативности и соответствующим образом корректировать действия.

Принцип продуктивности подчеркивает прагматичность проектной деятельности, обязательность ее ориентации на получение результата, которая имеет прикладную значимость.

Принцип культурной аналогии указывает на результаты проектирования по определенным культурным образцам. У участников проектной деятельности должно быть понимание того, что индивидуальное творчество ученика или педагога не является самодостаточным. Чтобы быть включенным в культурный процесс, необходимо научиться понимать и чувствовать свое место в нем, формулировать собственный взгляд на

достижения человечества на основе изучения культурно-исторических аналогов. При этом получение научных знаний и знакомство с культурными ценностями важно осуществлять в сопоставлении с собственными суждениями и результатами познавательной деятельности.

Принцип саморазвития касается как субъекта проектирования на уровне ветвящейся активности участников, так и порождения новых проектов в результате реализации поставленной цели. Решение одних задач и проблем приводит к постановке новых задач и проблем, которые стимулируют развитие новых форм проектирования.

Структура проектной деятельности:

- ориентация на получение конкретного результата;
- предварительное описание результата в виде *эскиза* в разной степени детализации и конкретизации;
- определение точного *срока достижения* результата;
- предварительное *планирование* действий по достижению результата;
- *программирование* - планирование во времени с конкретизацией результатов отдельных действий, которые обеспечат достижение общего результата проекта;
- *выполнение действий* с их одновременным мониторингом и коррекцией;
- *получение продукта* проектной деятельности, его соотнесение с исходной ситуацией проектирования, анализ новой ситуации [36, с. 54].

Для реализации проектной деятельности, которую нужно формировать в процессе работы над проектом и вне ее, авторы выделяют разное количество фаз, приводя следующие характеристики:

Характеристика фаз проектной деятельности

Таблица 4

Фаза	Н. В. Архипова [2]	Б. Валясэк [4]	Л.А. Соколова [44]
1	Мыследеятельная: выдвижение идеи (мозговой штурм), постановка задач проекта	Выступление с инициативой проекта (инициатором может быть ученик, учитель, родитель)	Представление темы проекта
2	Презентационная: построение устного доклада, выбор способов и форм результатов деятельности	Принятие проекта и предварительный эскиз	Избрание проблемы проекта, определение целей исследования
3	Коммуникативная: умение взаимодействовать внутри группы, находить компромисс	Разработка плана проекта, подготовка учащихся к групповой деятельности	Формулировка подтем, определение круга вопросов в группах, консультация групп
4	Поисковая: сбор и отбор информации в разных источниках	Работа над проектом, Оценка работы учащихся	Планирование работы, обсуждение путей поиска информации, обсуждение формы защиты проекта
5	Информационная: выделение главного, передача информации, представление проекта.	Окончание проекта, оценка задуманного продукта.	Осуществление проекта, работа в группах, оформление работы.
6			Защита проекта
7			Оценка проекта

Для работы над учебным проектом М.А. Ступницкая [45, с. 11] предлагает следующие этапы: *проблематизация, целеполагание, планирование, реализация и рефлексия*. Рассмотрим краткое описание каждого этапа.

1 этап. Проблематизация - необходимо сформулировать проблему и оценить имеющиеся обстоятельства.

2 этап. Целеполагание - необходимо определить и сформулировать цель деятельности.

3 этап. Планирование - прежде чем приступить к деятельности, необходимо спланировать план работы.

4 этап. Реализация – следует выполнять намеченный план.

5 этап. Рефлексия – необходимо провести анализ допущенных ошибок, увидеть перспективу работы, оценить свои достижения, чувства, эмоции и личностные изменения, которые возникли в ходе и по окончании работы.

Автор отмечает, что внутри каждого этапа есть более мелкие, но очень важные шаги, которые необходимо выполнять в ходе работы.

В общем виде при осуществлении проектной деятельности Н.Ю. Пахомова [40, с. 30] выделяет четыре этапа:

1. Погружение в проект. Подразумевает коллективное *обсуждение*, учащиеся обмениваются мнениями, согласовывают свои интересы, выдвигают первичную идею и разрешают проблемные вопросы. Затем предлагают темы проектов и утверждают одну из них.

2. Организация деятельности. На этом этапе учащиеся самостоятельно проводят исследования, получают и анализируют информацию. Участники проекта договариваются о распределении работы и формах контроля работы над проектом.

3. Осуществление деятельности. На данном этапе участниками ведется основная работа над проектом. Они структурируют полученную информацию, интегрируют полученные знания, умения и навыки, начинают осмысливать полученные проекты и способы достижения результата. В заключении этапа обсуждают и готовят итоговое представление результатов работы над проектом.

4. Презентация. Участниками представляются результаты и выводы проекта, описываются приемы, при помощи которых они были получены и проанализированы, демонстрируются приобретенные знания и умения. Так же учащиеся рассказывают о проблемах, с которыми пришлось столкнуться в ходе работы над проектом.

В проектном обучении можно установить порядок действий, который в большей или меньшей степени реализуется при выполнении учебных проектов различных видов. Ниже в таблице предлагается один из вариантов последовательности проектных действий учителя и учащихся по В.В. Гузееву [10] и Е.И. Кривошеевой [17].

Последовательность работы над проектом

Таблица 5

Этап работы	Содержание работы на данном этапе	Деятельность учащихся	Деятельность учителя
Подготовка	Определение темы и целей проекта. Формирование рабочих групп.	- обсуждают предмет проекта с учителем; - получают дополнительную информацию; - устанавливают цели.	- знакомит со смыслом проекта; - мотивирует учащихся; - помогает в постановке цели проекта; - наблюдает за деятельностью учащихся.
Планирование	Определение: источника информации, анализ и сбор информации, форма проекта, хода проектной деятельности, обязанностей членов группы.	- формируют задачи; - составляют план работы; - выбирают и обосновывают свои критерии и показатели успеха проектной деятельности.	- предлагает идеи и высказывает предположения; - наблюдает за деятельностью учащихся.
Исследование	Сбор и уточнение информации, решение промежуточных задач. Обсуждение альтернатив методом «мозгового штурма». Выбор оптимального варианта. Основные инструменты: опросы, наблюдения, эксперименты и т.д.	- выполняют исследование; - решают промежуточные задачи.	- наблюдает и советует; - косвенно руководит деятельностью учащихся.
Формулирование результатов или выводов	Анализ информации. Формулирование выводов.	- выполняют исследование; - работают над проектом, анализируя информацию; - оформляют проект.	- консультирует учащихся.

Последовательность работы над проектом

Таблица 6

Этап работы	Содержание работы на данном этапе	Деятельность учащихся	Деятельность учителя
Защита проекта	Подготовка доклада: обоснование процесса проектирования и представление полученных результатов. Возможные формы отчета: устный отчет, письменный отчет, устный отчет с демонстрацией материалов.	- участвуют в коллективном самоанализе проекта и самооценке деятельности.	- слушает отчет о проделанной работе; - задает вопросы; - при необходимости направляет процесс анализа.
Оценка процесса проектной деятельности и результатов	Анализ выполнения проекта, достигнутых результатов (успехов или неудач) и их причин.	- участвуют в оценке путем коллективного обсуждения и самооценок деятельности.	- оценивает усилия учащихся, их креативность, качество использования источников; - определяет потенциал продолжения проекта и качество отчета.

На этапе исследование предлагается следующая последовательность работы: 1) *уточнение и формулировка задач*; 2) *поиск и сбор информации*; 3) *обработка полученной информации*.

Многие авторы считают, что для успешной организации отдельных этапов работы учителю рекомендуется продумать вопросы, которые подтолкнули бы ребят к новой идее, необходимой для осуществления проекта. Например, рассмотрим некоторые вопросы, которые может задать учитель участникам проектной деятельности на *этапе планирование*:

Вопросы, которые можно задать участнику проектной деятельности на этапе планирование

Таблица 7

Для выявления	- Знакомо ли вам что-то по данной теме (проблеме)? - Как вы относитесь к выбранной теме (проблеме)?
----------------------	--

уже имеющихся знаний	- Предложите способы решения данной проблемы? - Какие действия необходимы для осуществления? - Есть ли желание еще что - то изучить (или понять) для того, чтобы найти способ решения данной проблемы?
-----------------------------	--

Вопросы, которые можно задать участнику проектной деятельности на этапе планирование

Таблица 8

Для выявления склонности и интересов учащихся	- Интересно ли узнать что-то дополнительно в этой области? - В чем есть желание разобраться намного лучше? - Чем вы занимаетесь вне школы, ваше хобби? - Хотели бы вы научиться чему – то новому? Чему? - Кем бы вы хотели стать в будущем? Какую профессию выбираете? - Что можно предпринять для осуществления вашего замысла? - Перечислите ваши условия необходимые для осуществления этого?
Для выявления затруднений у учащихся	- О чем (или о ком) есть желание получить более подробную информацию? - Интересно ли вам узнавать, что - то новое? - В каких вопросах вы бы хотели лучше разобраться?
Для определения темы проекта	- Какие темы больше всего отвечают вашим интересам и склонностям? - Объясните свой выбор данной темы? - Как вы бы могли помочь участникам проекта в раскрытии выбранной темы? - По вашему мнению существуют ли критерии итоговой оценки результата работы над проектом? Какие?

Вопросы, которые можно задать участнику проектной деятельности на этапе исследование

Таблица 9

Определение задач	- Известно ли вам что - то о теме? - Чем вам более интересно было бы заниматься в работе над этим проектом? - Могли бы вы проконсультировать свою группу по какому – либо вопросу? По какому? - Можете ли вы оказать помощь в ходе работы над проектом? Какую? - Попробуйте сформулировать задачу исследования так, чтобы участники проекта могли понять, что необходимо сделать для успешной реализации проекта.
Поиск и сбор информации	- Знаете ли вы какие способы поиска и сбора информации существуют? - Какими источниками можно воспользоваться для получения необходимой информации? - Кто может проконсультировать по данному вопросу? - В каких документах можно найти нужную информацию? Где их можно найти? - Какие исследования могут потребовать большего (или меньшего) количества времени? - Какие действия нужно совершить в первую очередь? - Существует ли порядок действий выполнения работы? Какой? - Каким образом вы распределите работу между участниками проекта? - Кто и за что будет нести ответственность? - Где и в какие сроки будет проводиться работа над проектом?

Интерпретация полученных данных	- Какая информация необходима для решения поставленной задачи? - Какую информацию можно не использовать? - Каковы критерии оценки полученной информации? - Существует ли связь между собранными данными? Какая?
--	--

Работая по методу проектов, учитель должен создавать условия для проявления у учащихся интереса к познавательной деятельности, самообразования и применения полученных знаний на практике. Учитель перестает быть предметником, он становится педагогом широкого профиля. Учитель должен быть руководителем проекта, обладающим высоким уровнем культуры и творческими способностями, которому предстоит стать генератором развития познавательных интересов и творческого потенциала учащихся.

Для создания таких условий учителю необходимо «прожить» разные роли в реализации проекта:

- *роль энтузиаста* (вдохновляет и мотивирует учащихся на достижение цели);
- *роль специалиста* (обладает знаниями и умениями в разных областях);
- *роль консультанта* (организует доступ к информационным ресурсам, другим специалистам);
- *роль руководителя* (особенно помогает в вопросах планирования времени);
- *роль человека, который задает вопросы* (задает косвенные, наводящие вопросы, которые помогают обнаружить ошибки и т. п.);
- *роль координатора* группового процесса;
- *роль эксперта* (анализирует результаты выполненного проекта) [24].

Ю.Н. Пахомова [34, с. 38] различает *три вида урочных занятий* для формирования проектной деятельности. Под *первым видом* понимается проектный урок, который включает в себя работу над проектом. Такой урок предусматривает осуществление учебного проекта *в урочной и внеурочной формах*. От вида проекта зависит выбор формы. Предпочтительной является

урочная форма работы потому, что она позволяет избежать перегрузки учащихся и учителей. Предполагается высокая степень самостоятельности учащихся в выполнении проекта, что способствует закреплению, углублению предметных знаний и расширению освоения нового знания.

Вторым видом является урок, на котором ставится триединая дидактическая цель как относительно освоения предметного содержания, так и относительно формирования и развития универсальных умений, относящихся к проектным умениям. Под таким видом может быть проведение практических урочных занятий с включением частично самостоятельной деятельности учащихся. Такие занятия направлены на формирование проектной деятельности, на закрепление усвоенных предметных теоретических и практических знаний.

Важным воспитывающим фактором является контроль со стороны учителя и самоконтроль ученика во время выполнения плана работы, что позволяет и в повседневной жизни проявлять ответственное отношение к построению и выполнению спланированного.

Презентация является важным навыком, развивающий речь, ассоциативное мышление и рефлексия.

Урок *третьего вида* - это урок, на котором параллельно с освоением предметного содержания происходит перевод предметных умений в универсальные. Такие уроки позволяют формировать проектную деятельность поэлементно и активизировать познавательную деятельность учащихся по предмету.

§4. Представление результатов проектной деятельности

Представление результатов проектной деятельности является *важным этапом* в процессе осуществления математического проекта. Учащиеся представляют полученные результаты и выводы, описывают приемы, при помощи которых была получена и проанализирована

информация, демонстрируют приобретенные знания и умения, рассказывают о проблемах, с которыми пришлось столкнуться в процессе работы над проектом. Выбор формы *презентации проекта* такая же сложная задача, как и выбор *формы продукта* проектной деятельности. Любая форма презентации *является учебным процессом*, в ходе которого учащиеся приобретают навыки представления итогов своей деятельности.

И.Л. Кравченко [16] предлагает следующие *формы представления проектов*: плакат, газета, альбом, блокнот, буклет, набор карточек и открыток, альбом, макет, модель, видеофильм, презентация, игра, сценарий, стенд, викторина, рисунки, выставка и др.

Основные требования к презентации каждой группы и к общей презентации: выбранная форма должна соответствовать *целям проекта, возрасту и уровню* аудитории, для которой она проводится.

В процессе работы по обобщению материала и подготовки к презентации у учащихся обычно появляются новые вопросы, при обсуждении которых возникает необходимость пересмотреть ход исследований.

Задачи учителя на этом этапе работы учащихся:

- объяснить учащимся основные правила ведения делового общения и дискуссий;
- научить учащихся разумно относиться к критике своих суждений;
- признавать право на существование различных точек зрения решения одной проблемы [9].

При использовании метода проектов И.Д. Чечель [47, с. 90] утверждает, что существуют два результата. *Первый (скрытый)* - это педагогический эффект от включения учащихся в процесс работы с информацией, формирование знаний и умений и их логическое применение. Такая результативная составляющая в основном остается без внимания учителя, поэтому к оценке предъявляется только сам проект. В таком случае, автор советует начинающему руководителю проектирования *записывать краткие*

резюме по результатам наблюдений за учащимися. Это нужно для того, чтобы быть более объективными на самой защите.

Вторая составляющая *оценки результата* - это сам проект. Причем оценивается не объем освоенной информации (что изучено), а ее применение в деятельности (как применено) для достижения поставленной цели.

Таким образом, для оценивания проектов обычная пятибалльная система не подходит. Для оценивания проектов автор советует использовать рейтинговую оценку.

Оценивать проектную деятельность И.Д. Чечель [47, с. 94] предлагает по двум направлениям:

1. *Индивидуальный проект*. На каждого учащегося составляется индивидуальная карта. В ходе защиты она заполняется педагогом и одноклассниками. После этого подсчитывается среднеарифметическая величина из расчета баллов, которые выставлены в таблице.

Индивидуальная карта участника проектной деятельности

Таблица 10

Достигнутый результат	Оформление (15 б)	Защита		Процесс проектирования			
		Представление (15 б)	Ответы на вопросы (15 б)	Интеллектуальная активность (10 б)	Творчество (10 б)	Практическая деятельность (10 б)	Умение работать в команде (10 б)
Самооценка							
Педагог							
Коллеги по команде (классу)							

Суммирование в этом случае выглядит следующим образом:

- 1) 85 - 100 баллов - «5»;
- 2) 70 - 85 баллов - «4»;
- 3) 50 - 70 баллов - «3»;
- 4) менее 50 баллов - «2».

Если ученик получает двойку, то проектирование не повторяется. В таком случае, нужно предложить доделать, переделать проект, доделать, заменить дифференцированным зачетом с оценкой. Главное, необходимо вместе с учеником найти причину, кто и где допустил ошибку.

2. *Более сложный рейтинговый подход* для старшеклассников, где выделены и оцениваются 10 критериев на 4 уровнях :0, 5, 10, 20 баллов. Сложность заключается не в оценке, а в повышенных критериях.

И.Л. Кравченко[16] предлагает следующее *оформление и выполнение проекта*:

1. Актуальность темы и предлагаемых решений, реальность, практическая направленность и значимость работы.
2. Объем и полнота разработок, самостоятельность, законченность, подготовленность к опубликованию.
3. Уровень творчества, оригинальность раскрытия темы, подходов, предлагаемых решений.
4. Аргументированность предлагаемых решений, подходов, выводов, полнота библиографии, цитируемость.
5. Качество записки: оформление, соответствие стандартным требованиям, рубрицирование и структура текста, качество эскизов, схем, рисунков; качество и полнота рецензий.

Защита проекта:

1. Качество доклада: композиция, полнота представления работы, подходов, результатов; аргументированность, объем тезауруса, убедительность и убежденность.
2. Объем и глубина знания по теме (или предмету), эрудиция, межпредметные связи.
3. Педагогическая ориентация: культура речи, манера, использование наглядных средств, чувство времени, импровизационное начало, удержание внимания аудитории.

4. Ответы на вопросы: полнота, аргументированность, убедительность и убежденность, дружелюбность, стремление использовать ответы для успешного раскрытия темы и сильных сторон работы.

5. Деловые и волевые качества докладчика: ответственное решение, стремление к достижению высоких результатов, готовность к дискуссии, способность работать с перегрузкой, доброжелательность, контактность.

Суммарная оценка работы и защиты:

- 1) 155-200 баллов – «5»;
- 2) 100-154 балла – «4»;
- 3) менее 100 баллов – «3».

В ходе анализа методической и педагогической литературы нами проанализированы и выделены *параметры оценки результатов* проектной деятельности и *критерии оценки защиты* проекта.

Параметры оценки результатов проектной деятельности:

- значимость и актуальность выдвинутых проблем и предлагаемых решений, адекватность их изучаемой тематике;
- реальность, практическая направленность и значимость работы;
- корректность используемых методов исследования и обработки полученных результатов;
- необходимая и достаточная глубина проникновения в проблему, привлечение знаний из других областей;
- соответствие содержания целям, задачам и теме проекта;
- логичность и последовательность изложения;
- четкость формулировок, обобщений, выводов;
- аргументированность предлагаемых решений, подходов, выводов;
- стилистическая и языковая культура изложения;
- наличие собственных взглядов на проблему и выводов;
- активность каждого участника проекта в соответствии с его индивидуальными возможностями;

- характер общения, взаимопомощи участников в ходе выполнения проекта;
- доказательность принимаемых решений, умение аргументировать свои заключения;
- авторство;
- умение отвечать на вопросы оппонентов, корректность в дискуссии;
- перспектива доработки (потенциал);
- эстетичность оформления результатов выполненного проекта, качество эскизов, схем, рисунков;
- соответствие оформления проекта стандартным требованиям.

Критерии оценки защиты проекта:

- 1) качество доклада: композиция, полнота представления работы, подходов, результатов; его объём;
- 2) объём и глубина знаний по теме, эрудиция, межпредметные связи;
- 3) культура речи;
- 4) чувство времени;
- 5) использование наглядных средств;
- 6) умение удерживать внимание аудитории;
- 7) умение отвечать на вопросы: полнота, аргументированность, корректность в дискуссии;
- 8) готовность к дискуссии;
- 9) доброжелательность, контактность.

Вывод по первой главе

1. В данной главе рассмотрена история возникновения понятия проектной деятельности. Так же рассмотрены основные понятия, связанные с проектной деятельностью: проект, метод проектов, проектирование и исследовательская деятельность. Установлено, что понятие метод проектов был введен американским философом и педагогом Дж. Дьюи, а также его учеником В.Х. Килпатриком. Выделены преимущества применения метода проектов.

2. Рассмотрена классификация математических проектов учащихся с помощью основной системы критериев: по содержанию проектов; по методу, доминирующему в проекте; по характеру координирования проекта; по включенности проектов в учебные планы; по характеру контактов; по продолжительности проекта; по количеству участников проекта. Перечислены основные требования к учебному проекту.

3. Выявлены методические особенности организации проектной деятельности: основные этапы работы над методом проектов, последовательность работы над проектом учащихся, роль учителя на каждом этапе, принципы и структура проектной деятельности. Предлагается перечень вопросов, которые может задавать учитель участнику проектов.

4. Определены формы представления результатов, выделены параметры оценки результатов проектной деятельности и критерии оценки защиты проекта.

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ» В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§5. Анализ программы и школьных учебников по теме исследования

Успех в обучении учащихся основной школы во многом зависит от содержания и структуры учебника, по которому они занимаются. По одним учебникам школьники работают с удовольствием, выполняя предлагаемые задания. А в других, учебные тексты воспринимаются сложнее, ученику сложно найти и выделить для себя нужную информацию, тем самым равнодушно начинают работать с ней.

В современной школе наибольшее распространение получили учебники следующих авторов: *А.В. Погорелов [8], А.Д. Александров и др. [6], Л.С. Атанасян и др.[7]*. В методической литературе имеются как положительные, так и отрицательные мнения о учебниках современной школы, например, некоторые авторы считают, что они непригодны, другие же, наоборот, восхищаются тем или иным подходом автора к изложению школьного курса геометрии, отмечая строгий аксиоматический подход и большие возможности для организации мыслительной деятельности учащихся.

Учебник *А.Д. Александрова и др.* предназначен для учащихся школы и классов с углубленным изучением геометрии, поэтому к некоторым параграфам идут дополнения, которые позволяют полностью раскрыть тему. Такое разграничение материала позволяет ученикам, изучив параграф, не только уяснить его основные понятия, но и ознакомиться с дополнительной информацией по данной теме. Учебники *А.В. Погорелова, Л.С. Атанасяна и др.*, предназначены для учащихся основной школы. Авторы излагают

материал в краткой форме, стараясь сделать его доступным для учеников с разным уровнем восприятия информации и подготовленности по предмету.

В учебнике А.Д. Александрова и др. имеется распределение задач по группам: 1) *группа основных задач*; 2) *группа более простых и сложных задач*. Эти группы обозначаются в книге специальными значками. В учебниках А.В. Погорелова, Л.С. Атанасяна и др. к некоторым задачам имеются подсказки - подписан либо пункт параграфа, к которому она относится, либо задача, сходная с ней, которая решена в учебнике. Авторы каждого учебника уделяют большое внимание образцам решения опорных задач, которые сообщают полезный факт, либо иллюстрируют метод или прием.

Эффективность обучения геометрии во многом определяется тем, каким образом кодируется информация, используются ли при этом рисунки, чертежи и схемы. Ведь геометрический метод состоит в том, что само логическое доказательство или решение задачи направляется наглядным представлением, а лучше всего, когда доказательство или решение видно из наглядной картины [11, с. 4].

Автор Ю.Н. Шеховцова [48] в своей статье отмечает *принцип наглядности* всех авторов учебников таким образом: 1) учебник А.Д. Александрова и др. школьникам предоставляет возможность самостоятельно обработать текстовую информацию, тем самым переводит ее на язык рисунков, схем и чертежей, поэтому количество рисунков в его учебнике не превосходит 19% от общего объема информации; 2) учебник А.В. Погорелова на первое место ставит развитие логического мышления учащихся, поэтому рисунки в его учебнике занимают около 23% от общего объема информации; 3) учебник Л.С. Атанасяна и др. базируется на развитии умений и навыков учащихся, на доступности изложения, поэтому включает в себя большое количество рисунков и чертежей.

Тема «Вписанные и описанные окружности» в учебниках данных авторов имеет свои особенности изложения. Теме исследования в учебниках

посвящается разное количество часов и существуют отличия в последовательности вводимых понятий. Рассмотрим анализ школьных учебников в Таблице 10.

Анализ школьных учебников

Таблица 11

А.В. Погорелов [8]		
7 класс	8 класс	9 класс
Глава «Геометрические построения» §39. Окружность, описанная около треугольника. §41. Окружность, вписанная в треугольник (2 ч). - окружность, вписанная в треугольник - окружность, описанная около треугольника; - центр окружности, описанной около треугольника; - центр окружности, вписанной в треугольник.	-	§13. Многоугольники (5ч). - вписанные и описанные многоугольники. - формулы для радиусов вписанных и описанных окружностей правильных многоугольников ($n=3, 4, 6$); - у правильных n-угольников отношения периметров, радиусов, вписанных и описанных окружностей равны; - правильный выпуклый многоугольник является вписанным и описанным; - построение по вписанному правильному n-угольнику правильный $2n$-угольник.
Л.С. Атанасяна и др. [7]		
7 класс	8 класс	9 класс
-	Глава «Окружность» §4. Вписанная и описанная окружности (4ч). - окружность, вписанная в многоугольник; - окружность, описанная около многоугольника; - теорема об окружности, вписанной в треугольник; - теорема об окружности описанной около треугольника; - свойство сторон описанного четырехугольника; - свойство углов вписанного четырехугольника.	Глава «Длина окружности и площадь круга» §1. Правильные многоугольники (4ч). - окружность, вписанная в правильный многоугольник; - окружность, описанная около правильного многоугольника; - формула для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиуса вписанной окружности; - решение задач на построение правильных многоугольников.
А.Д. Александрова и др. [6]		
7 класс	8 класс	9 класс

-	Глава «Многоугольники и окружности» <i>§14. Вписанная и описанная окружности (2ч).</i> - условия вписания окружности в многоугольник; - условия описания окружности около многоугольника; - исследование свойств фигур, связанные с окружностью; - центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, является середина его гипотенузы; - решение задач повышенной трудности.	-
---	---	---

§6. Математические проекты учащихся по теме «Вписанные и описанные окружности»

Приведем разработанные нами математические проекты на тему «Вписанные и описанные окружности» для учащихся основной школы в курсе геометрии.

Каждый математический проект содержит проектное задание. По мнению Е.Ю. Куприенко [18] *проектным заданием* является задание с необычной формулировкой, содержание которого выходит за рамки школьного учебника математики и построено с учетом типологии математических проектов.

Пример 1. Учебная тема. Вписанные и описанные четырехугольники.

Тема проекта: теорема Птолемея.

Тип проекта: межпредметный (геометрия, алгебра и начала анализа).

Выполнение проекта рассчитано на самостоятельную урочную работу. Защита проекта проводится непосредственно на уроке.

Методические рекомендации: этот проект рекомендуется для учащихся 9-х профильных классов, после изучения основных свойств описанной и вписанной окружностей. Данный проект позволит учащимся совершенствовать умение применять, имеющиеся знания в измененной ситуации, развивать геометрические представления. Выполнение проектного задания распределяется на четыре группы (по 2-5 человек). *Первая группа* готовит презентацию о жизни и деятельности Клавдия Птолемея. *Вторая – третья группа* готовит презентацию доказательства теоремы Птолемея с

использованием прямой Симпсона, метода площадей. *Четвертая группа* - работает над решением задач.

В результате выполнения проектного задания учащиеся:

- знакомятся с биографией греческого геометра, астронома и физика - Клавдия Птолемея;
- систематизируют знания по теме «Вписанные и описанные четырехугольники»;
- учатся работать совместно в группе, распределяя между собой различные роли, в том числе учатся слушать друг друга;
- формируют умения самостоятельной работы с математическим текстом;
- приобретают навыки проектной деятельности.

Проектное задание: теорема элементарной геометрии, которая утверждает, что произведение длин диагоналей вписанного в круг четырёхугольника равно сумме произведений длин его противоположных сторон.

Эта теорема понадобилась астроному Клавдию Птолемею, который жил во II в. н. э., для составления таблицы синусов, а точнее для таблицы длин хорд. Например, если AC диаметр окружности, то теорема Птолемея примет вид: $\cos a \cdot \sin b + \sin a \cdot \cos b = \sin(a + b)$, если же в качестве диаметра взять сторону AB , то получим формулу для синуса разности двух углов. Вот такие частные случаи использовал Клавдий Птолемей для составления таблиц, которые очень нужны для астрономических расчетов. Такие же таблицы составлялись и ранее, такими астрономами как Гиппарх и Менелай.

Математические задачи к проекту:

Задача 1. Рассмотреть теорему Птолемея для двух частных случаев четырёхугольников: 1) прямоугольник; 2) равнобедренная трапеция.

Решение: 1) Пусть $ABCD$ – прямоугольник.

Пусть $AC = BD = d, AB = CD = a, AD = BC = b$.

По теореме Птолемея выразим $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$, то есть $d^2 = a^2 + b^2$.

(Предполагаемый вывод: для квадрата и ромба имеем $d^2 = 2a^2$).

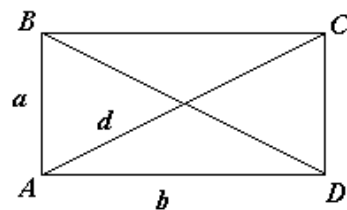


Рис. 1.

2) Пусть $ABCD$ – равнобедренная трапеция (рис. 2). Диагонали трапеции: $AC = BD = d, BC = a, AD = b$ и $AB = CD = c$. По теореме Птолемея выразим $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$, для равнобедренной трапеции получаем $d^2 = ab + c^2$.

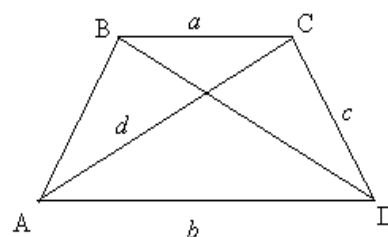


Рис. 2.

Задача 2. Доказать теорему Пифагора, используя теорему Птолемея.

Доказательство: построим прямоугольный треугольник ABC до прямоугольника $ADBC$ (рис. 3). Внутренние углы прямоугольника $ADBC$ равны 90° , отсюда следует, что прямоугольник можно вписать в окружность. По теореме Птолемея, $AC \cdot BD + AD \cdot BC = AB \cdot CD$, но по свойству прямоугольника $AB = CD, AD = BC$ и $AC = BD$. Поэтому $AC^2 + BC^2 = AB^2$. Теорема доказана.

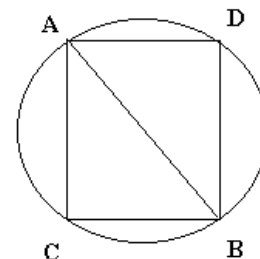


Рис. 3.

Задача 3. $A_1, A_2 \dots A_n$ – правильный многоугольник у которого нечетное числом сторон, M – произвольная точка на дуге $A_1 A_n$ окружности, описанной около многоугольника. Докажите, что сумма расстояний от точки M до вершин с нечетными номерами равна сумме расстояний от M до вершин с четными номерами.

Решение: в правильном пятиугольнике $A_1 A_2 A_3 A_4 A_5$, возьмем точку M которая принадлежит дуге $A_1 A_5$ его описанной окружности (рис. 4).

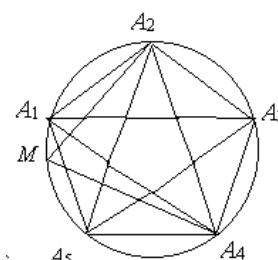


Рис. 4.

Пусть $A_1A_2 = a$, $A_1A_3 = A_2A_4 = A_3A_5 = A_5A_2 = A_1A_4 = b$, $MA_1 = d_1$, $MA_2 = d_2$, $MA_3 = d_3$, $MA_4 = d_4$, $MA_5 = d_5$.

Применим теорему Птолемея к пяти вписанным четырёхугольникам $MA_1A_2A_3$, $MA_2A_3A_4$, $MA_3A_4A_5$, $A_4A_5MA_1$ и $A_5MA_1A_2$. Получим следующие равенства: $ad_1 + ad_3 = bd_2$; $bd_3 = ad_2 + ad_4$; $ad_3 + ad_5 = bd_4$; $ad_1 + bd_5 = ad_4$; $bd_1 + ad_5 = ad_2$. Преобразуя равенство, получим следующее равенство $(2a + b) \cdot (d_1 + d_2 + d_3) = (2a + b) \cdot (d_2 + d_4)$. Следовательно, $d_1 + d_3 + d_5 = d_2 + d_4$. (Вывод: аналогично для любого правильного n -угольника с нечётным числом сторон).

Задача 4. В окружности с радиусом R известны хорды AB, AC (рис. 5). Найдите хорду BC , которая соответствует разности дуг, стягиваемых хордами AC и AB .

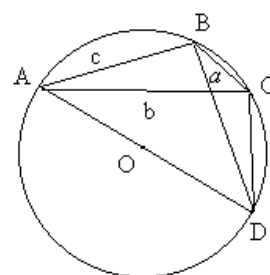


Рис. 5.

Решение: приведем следующее обозначение в окружности данного радиуса R хорды $AB = c$, $AC = b$. А хорда $BC = a$. Тогда, проведя диаметр AD и применяя теорему Птолемея к четырёхугольнику $ABCD$, получаем следующее выражение: $b \cdot BD = c \cdot CD + a \cdot 2R$. Следовательно, выражая хорду BC , получаем: $a = \frac{b \cdot BD - c \cdot CD}{2R}$.

Отрезки BD и CD определяются по теореме Пифагора, они являются катетами прямоугольных треугольников ABD и ACD , в которых известна гипотенуза $AD = 2R$ и катеты B и C .

Далее рассмотрим доказательства теоремы Птолемея.

1. Доказательство с помощью метода площадей.

Теорема: Произведение диагоналей вписанного в окружность четырёхугольника равно сумме произведения противоположных сторон, то есть $ef = ac + bd$ (рис. 6).

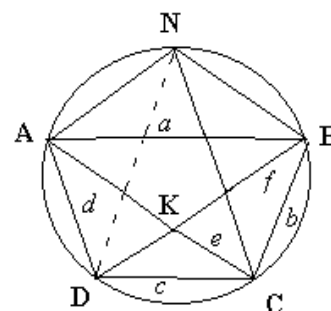


Рис. 6.

Доказательство: 1 шаг. Пусть $\angle BKC = \varphi, \angle CAB = \alpha_1, \angle ABD = \alpha_2, \angle DAC = \beta_1, \angle ADB = \beta_2$.

Обратим внимание на то, что $\varphi = \alpha_1 + \alpha_2$ (внешний угол треугольника ABK) и из треугольника AKD : $\varphi = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$.

Тогда $\sin \varphi = \sin(\alpha_1 + \alpha_2) = \sin(\beta_1 + \beta_2)$.

Получается, что $S_{ABCD} = \frac{1}{2} ef \cdot \sin \varphi$ (1).

2 шаг. Далее проведем $BN \parallel AC$. Видим, что $ANBC$ - равнобедренная трапеция и $AN = BC = b, NC = AB = a$.

В трапеции ANB : треугольники ADT и CTB имеют равную площадь, то $\angle NCA = \angle BAC = \alpha_1 \cdot S_{ABCD} = S_{ANCD}$

Четырехугольник $ANCD$ состоит из двух треугольников: DCN и DAN , отсюда следует, что площадь четырехугольника $ANCD$ равна сумме площадей треугольников DCN и DAN ; $S_{DCN} = \frac{1}{2} a \sin \angle DCN$.

Так как углы $\angle ACD$ и $\angle ABD$ вписанные и опираются на одну и ту же дугу, то $\angle ACD = \angle ABD = \alpha_2$.

Тогда $S_{DCN} = \frac{1}{2} a \sin(\alpha_1 + \alpha_2) = \frac{1}{2} a \sin \varphi, S_{AND} = \frac{1}{2} bd \sin \angle NAD$.

Так как $\angle NAC = \beta_2$ стягивает такую же дугу, что и $\angle ABD = \beta_2$, то и $S_{AND} = \frac{1}{2} bd \sin(\beta_1 + \beta_2) = \frac{1}{2} bd \sin \varphi$.

Таким образом, $S_{AND+DCN} = \frac{1}{2} ac \sin \varphi + \frac{1}{2} bd \sin \varphi = S_{ABCD}$ или $S_{ABCD} = \frac{1}{2} (ac + bd) \sin \varphi$ (2). После сравнения выражений (1) и (2), получим $ef = ac + bd$. Теорема Птолемея доказана.

2. Доказательство теоремы Птолемея с использованием прямой Симпсона.

Сначала определим, что такое *педальный треугольник*.

1 случай. Возьмем любую точку P внутри треугольника ABC . Перпендикуляры, которые опущены из точки P на его стороны $BC = a, CA = b, AB = c$, будут PA_1, PB_1, PC_1 , тогда треугольник $A_1B_1C_1$, где вершины

являются основаниями этих перпендикуляров, называется *педальным треугольником* точки P относительно треугольника ABC .

В точках C_1 и B_1 прямые углы (рис. 7) лежат на окружности с диаметром AP , другими словами, **точка P лежит на окружности**, описанной вокруг треугольника AB_1C_1 .

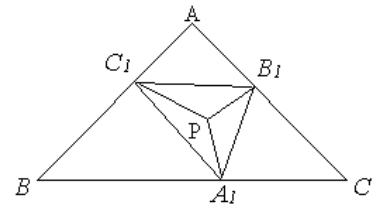


Рис. 7.

Применим теорему синусов к треугольникам AB_1C_1 и ABC , получим: $\frac{B_1C_1}{\sin A} = AP$, $\frac{a}{\sin A} = 2R$, откуда $B_1C_1 = \frac{a \cdot AP}{2R}$. Аналогично выражаем $C_1A_1 = \frac{b \cdot BP}{2R}$ и $A_1B_1 = \frac{c \cdot CP}{2R}$.

Заметим, если расстояния от педальной точки до вершин треугольника ABC равны x, y, z то длины сторон педального треугольника, соответственно, равны: $\frac{ax}{2R}, \frac{by}{2R}, \frac{cz}{2R}$.

2 случай. Когда **точка P лежит на описанной окружности** вокруг треугольника ABC (рис. 8). Тогда педальный треугольник $A_1B_1C_1$ «превращается» в прямую, называемую *прямой Симпсона*. Считая, что педальный треугольник $A_1B_1C_1$ превращен, длины его сторон так же могут быть вычислены с помощью формул: $B_1C_1 = \frac{a \cdot AP}{2R}$, $C_1A_1 = \frac{b \cdot BP}{2R}$, $A_1B_1 = \frac{c \cdot CP}{2R}$. Так

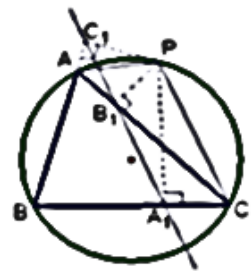


Рис. 8.

как $A_1B_1 + B_1C_1 = A_1C_1$, то $c \cdot CP + a \cdot AP = b \cdot BP$, то есть $AB \cdot CP + BC \cdot AP = AC \cdot BP$. Так как $ABCP$ – вписанный четырехугольник, то теорема Птолемея доказана.

Рекомендуемая литература к проекту:

1. Глейзер Г. И. «История математики в школе». - М: Просвещение 1982.
2. Затакавай В. «Теорема Птолемея и некоторые тригонометрические соотношения» // «Квант», 1991 г. №4.

3. Кот В. И. «Нахождение разных доказательств как средство развития исследовательских способностей учащихся». - Режим доступа: <http://festival.1september.ru/articles/560195/>.
4. Прасолов В.В. «Задачи по планиметрии», 20013 г.
5. Смирнова И., Смирнов В. «Вписанные и описанные многоугольники» // «Квант», 2006 №4.

Пример 2. Учебная тема. Замечательные точки треугольника.

Тема проекта: точка Торричелли.

Тип проекта: монопредметный. Групповой проект. Мини-проект. Защита проекта осуществляется на уроке.

Проектное задание: точка Торричелли — это точка в плоскости треугольника, сумма расстояний от которой до вершин треугольника имеет наименьшее значение.

Вопрос о нахождении такой точки имеет давнюю историю. Им интересовались крупнейшие ученые эпохи Возрождения - Вивiani, Кавальери, Торричелли и др. Задача Торричелли об отыскании точки, сумма расстояний от которой до трех данных точек минимальна, имеет большое применение в решении различных технико-экономических задачах. Например, рассмотрим следующую задачу: в местах A_1, A_2, A_3 добывается некоторые материалы, потребляемые на центральной станции A . Вопрос задачи, заключается в том, нужно построить пункт A так, чтобы стоимость доставки грузов из A_1, A_2, A_3 в пункт A была наименьшей. Отсюда следует, что A - точка Торричелли для треугольника A_1, A_2, A_3 .

Методические рекомендации: данное проектное задание рекомендуется для учащихся 8-х классов. После изучения материала по теме «Окружность». Для организации проектной деятельности учителю необходимо разделить учащихся на три группы по 5 - 7 человек. Каждой группе предложить специальное задание, напечатанное на карточке. *Первая группа* занимается поиском информации, учащиеся знакомятся с биографией

Эванджелиста Торричелли, изучают его научные достижения в разных областях. *Вторая группа* работает над построением и доказательством точки Торричелли. *Третья группа* работает с чертежами, выполняя построение с помощью циркуля и линейки. Каждая группа, после выполнения индивидуальных заданий на карточке, демонстрируют результат о проделанной работе.

В результате выполнения проектного задания учащиеся:

- знакомятся с биографией итальянского математика и физика - Эванджелиста Торричелли;
- развивают коммуникабельность, умения работать в команде, сотрудничать;
- формируют умения самостоятельной работы с математическим текстом;
- способствуют развитию умения действовать по алгоритму;
- приобретают навыки проектной деятельности.

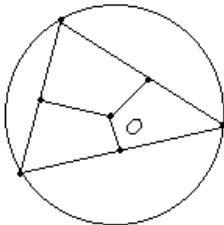
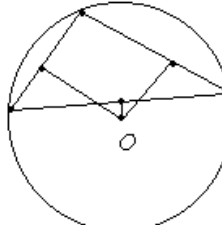
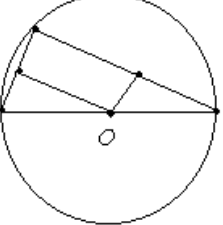
Задания к проекту:

Задание 1. С помощью циркуля и линейки построить окружность: 1) описанную около треугольника; 2) вписанную в треугольник.

Построение: 1) учащиеся должны вспомнить, что вокруг любого треугольника можно описать окружность, притом только одну. Ее центром будет являться точка пересечения серединных перпендикуляров.

Построение окружности, описанной около треугольника

Таблица 10

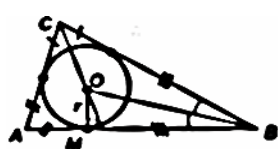
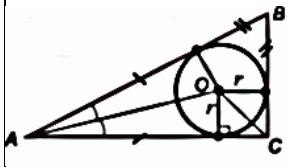
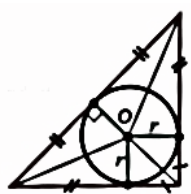
Чертеж			
---------------	---	--	---

Положение центра	У остроугольного треугольника центр описанной окружности лежит <i>внутри</i> треугольника	У тупоугольного треугольника центр описанной окружности лежит <i>вне</i> треугольника.	У прямоугольного треугольника центр описанной окружности лежит <i>на середине гипотенузы</i> треугольника.
-------------------------	---	--	--

2) учащиеся должны вспомнить, что в любой треугольник можно вписать окружность, притом только одну. Ее центром будет являться точка пересечения биссектрис этого треугольника.

Построение окружности, вписанной в треугольник

Таблица 11

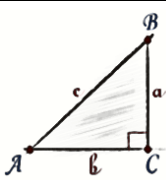
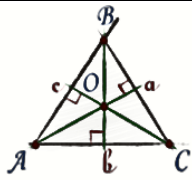
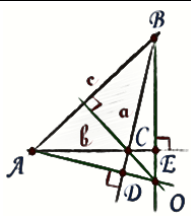
Чертеж				
Вид треугольника	Произвольный треугольник.	Равнобедренный треугольник.	Прямоугольный треугольник.	Равнобедренный прямоугольный треугольник.

Задание 2. С помощью циркуля и линейки построить точку: 1) пересечения высот треугольника; 2) медиан треугольника.

Построение: Точка пересечения высот треугольника называется *ортоцентром*.

Построение точек пересечения высот треугольника

Таблица 12

Чертеж			
Положение ортоцентра	В прямоугольном треугольнике ортоцентр совпадает с вершиной прямого угла.	В произвольном треугольнике ортоцентр совпадает с точкой пересечения высот треугольника.	В тупоугольном треугольнике ортоцентр будет лежать вне треугольника.

Задание 3. На сторонах треугольника построены равносторонние треугольники и около них описаны окружности. Докажите, что эти окружности пересекутся в одной точке, называемой точкой Торричелли.

Дано: AB_1C , AC_1B , A_1BC – равносторонние треугольники.

Доказательство: 1) Построим окружности, описанные около треугольников: AB_1C и A_1BC . Точки M и C – точки пересечения окружностей (рис. 9);

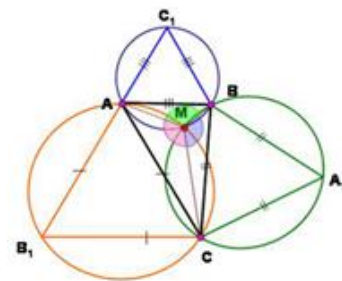


Рис. 9.

2) $\angle AMC = \frac{1}{2} \angle AB_1C$, отсюда следует, что $\angle AMC = 120^\circ$ (по теореме о вписанном угле;

3) Так же, по теореме о вписанном угле, $\angle BMC = 120^\circ$. Следовательно, $\angle AMB = 120^\circ$.

4) Значит, точка M лежит на окружности, описанной около треугольника C_1AB .

Рекомендуемая литература к проекту:

1. Смирнова И.М., Смирнов В.А. «Геометрия. Нестандартные и исследовательские задачи», учебное пособие 7-11, Москва, Мнемозина, 2004 г.
2. «Энциклопедический словарь юного математика», Москва, «Педагогика», 1989г.

Пример 3. Учебная тема. Вписанные и описанные окружности.

Тема проекта: Центроискатель.

Тип проекта: монопредметный. Практико-ориентированный. Групповой, средний по продолжительности (3-4 недели). Выполнение проекта рассчитано на самостоятельную внеурочную работу. Защита проекта проводится непосредственно на уроке.

Цель проекта: научить применять знания по данной теме для решения практических задач: не применяя специальных инструментов и не выполняя

сложных вычислений - *определять центр окружности, находить различные способы решения задач.*

Задачи проекта: 1. Изучить литературу по теме «Вписанные и описанные окружности». 2. Рассмотреть практическое применение темы «Вписанные и описанные окружности» при конструировании центроискателя и решения одной задачи, где нужно найти радиусы вписанной и описанной окружности равнобедренного треугольника. 3. Найти третью сторону треугольника, в котором известны длины двух сторон и радиус вписанной окружности.

Проектное задание: нередко столярам и плотникам в работе требуется геометрия, например, построение правильной окружности. Самым простым и популярным с древности и по сей день способом, является построение окружности при помощи специального инструмента - циркуля (от лат. «*circulus*» - круг, окружность). Легенды Древней Греции повествуют о том, что племянник Дедала по имени Талос, оставил после своей гибели два стержня, соединенных между собой и способных вычерчивать идеальную окружность. Это и был в истории первый циркуль.

В данном случае, многие сталкиваются с такой проблемой, как определение центра окружности, не применяя специальных инструментов и не выполняя сложных вычислений.

Методические рекомендации: этот проект рекомендуется для учащихся 7-8 классов, после изучения раздела «Геометрические построения». Выполнение проектного задания можно распределить на группы по 3-5 человек. *Первая группа* занимается поиском различных способов определения центра окружности. *Вторая группа* работает над решением одной задачи, где нужно найти радиус вписанной и описанной окружности равнобедренного треугольника. *Третья группа* занимается поиском третьей стороны треугольника, с помощью радиуса вписанной окружности и длины двух других сторон. *Четвертая группа* (2-3 способных способных ученика) собирает результаты работы каждой группы и оформляет при помощи

учителя презентацию в Microsoft Office PowerPoint, синтезируя результаты работы каждой группы в единое целое. На итоговом занятии каждая группа представляет свои результаты аудитории, вместе подводят итоги.

В ходе участия в проектной деятельности у учащихся:

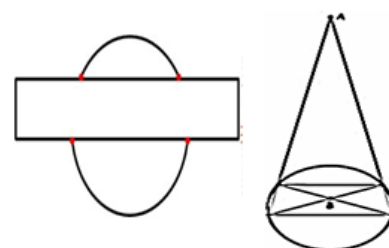
- формируются умения самостоятельной работы и работы в группах;
- формируется логическое, пространственное мышление;
- расширяется кругозор;
- систематизируются знания по теме «Вписанные и описанные окружности»;
- приобретаются навыки проектной деятельности.

Результат работы первой группы: сгибаем лист бумаги, полученная линия сгиба будет являться одним из диаметров заданной окружности. Далее сгибаем лист бумаги в другом направлении, так мы получаем второй диаметр. Точка пересечения двух диаметров будет центром окружности.

Нахождение центра окружности, которая начерчена на твердом материале.

1 способ. Диаметром является самый длинный отрезок, проведенный между двумя точками в окружности. Середина диаметра окружности совпадает с ее центром. Прикладываем линейку на заданную окружность, фиксируем нулевую отметку в любой точке окружности. Тем самым, мы измеряем секущую – это отрезок, который соединяет две точки этой окружности. Затем медленно поворачиваем линейку, следим за изменением ширины отрезка. Она будет возрастать, пока секущая не превратится в диаметр, после чего снова начнет уменьшаться. Отмечая максимальное значение, мы находим диаметр. Таким же способом находим второй диаметр. Центр окружности находится в точке их пересечения

2 способ. С помощью линейки ставим четыре точки на окружности (рис. 10). Затем находим точки *A* и *B* следующим образом:



прямая AB будет проходить через центр окружности. После повторения построения еще один раз, мы находим вторую прямую, проходящую через центр. Точка пересечения прямой AB и второй прямой будет являться центром окружности.

3 способ. Чтобы вписать окружность в квадрат, нужно чтобы все стороны квадрата касались окружности, для этого проводим с помощью линейки четыре равные линии (рис. 11).

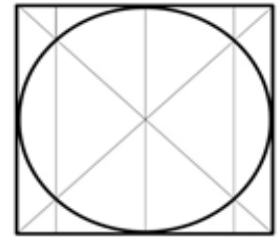


Рис. 11.

Затем два противоположных угла соединяем по диагонали так, чтобы линия разбивала угол квадрата на две равные части. Далее соединяем прямыми все четыре угла квадрата. Центром окружности будет являться точка пересечения данных прямых.

4 способ. На окружность снаружи накладываем плоскостью на торец угольник и прижимаем сторонами к краям окружности так, что стороны угольника становятся

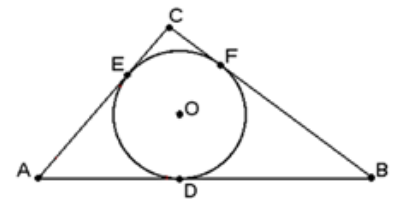


Рис. 12.

касательными к кругу (рис. 12). По линии биссектрисы проводим черту. Действия повторяется, повернув угольник на произвольный угол. Проводим вторую черту. Снова повторяем для верности. Таким образом, центром окружности будет точка пересечения биссектрис.

5 способ. На окружности проводим две произвольные хорды a и b (рис. 13). В середине каждой хорды восставляем перпендикуляр. Центром окружности будет являться взаимное пересечение этих перпендикуляров.

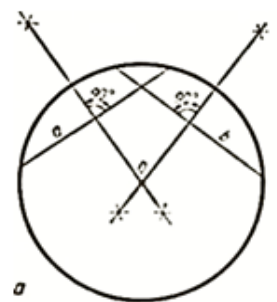


Рис. 13.

6 способ. В качестве трафарета можно использовать любой прямой угол – школьный,

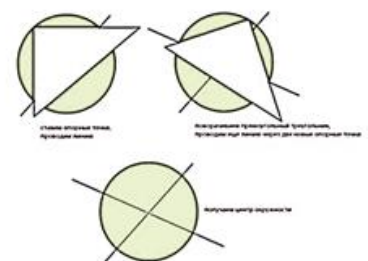


Рис. 14.

строительный угольник или просто лист бумаги. Вершину прямого угла помещаем в любую точку окружности. Отмечаем, где стороны угла пересекают границу окружности, то есть конечные точки диаметра (рис. 14). Таким же способом находим второй диаметр. Таким образом, центр окружности находится в точке их пересечения.

Результат работы второй группы:

Задача 1. В равнобедренном треугольнике с основанием 10 см и боковой стороной 13 см, найдите радиус R описанной окружности.

Чтобы определить рисунок к задаче, сначала нужно выяснить положение центра описанной окружности. Раз 10^2 меньше $13^2 + 13^2$ отсюда следует, что угол при вершине данного равнобедренного треугольника будет острым. Поэтому, во внутренней области равнобедренного треугольника будет находиться центр описанной окружности (рис. 15).

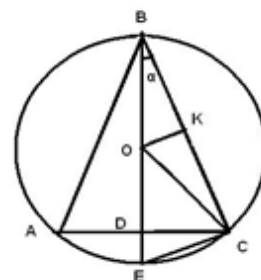


Рис. 15.

Первый способ решения. Проведем серединный перпендикуляр KO , получим точку O - центр описанной окружности ($KO \perp BC$ и $BK = KC = 6,5$ см); $OB = OC = R$; $OD = BD - OB = 12 - R$.

Из треугольника ODC по теореме Пифагора: $OD^2 = OC^2 - DC^2 = R^2 - 52$; $R^2 - 52 = (12 - R)^2$. Решив это уравнение, получим $R = \frac{164}{24}$ см.

Ответ: $R = \frac{164}{24}$ см.

Второй способ решения. Из подобия треугольников OBK и CBD имеем

$$\frac{OB}{CB} = \frac{BK}{BD}, \text{ т. е. } \frac{R}{13} = \frac{6,5}{12} \text{ получаем } R = \frac{164}{24} \text{ см.}$$

Ответ: $R = \frac{164}{24}$ см.

Третий способ решения. Продолжаем BD до пересечения с описанной окружностью, получаем прямоугольный треугольник BCE , откуда $BC^2 = BD \cdot BE$; $13^2 = 12 \cdot 2R$ и получаем $R = \frac{164}{24}$ см.

Ответ: $R = \frac{164}{24}$ см.

Четвертый способ решения. По свойству хорд, пересекающихся внутри окружности $BD \cdot DE = AD \cdot DC$; $12 \cdot (2R - 12) = 5^2$.

Ответ: $R = \frac{164}{24}$ см.

Задача 2. Для равнобедренного треугольника с основанием 10 см и боковой стороной 13 см, найдите радиус r вписанной окружности.

1 способ. Из треугольника BNO_1 следует, что $O_1N = r = BO_1 \cdot \sin \alpha$, т.е.
 $r = (12 - r) \cdot \frac{5}{13}$; $r = \frac{10}{3}$ см.

Ответ: $r = \frac{10}{3}$ см.

2 способ. O_1 – центр вписанной, по свойству касательных, проведённых из одной точки к одной окружности $O_1N = r$, $DC = CN = 5$ см (рис. 16).

$BN = 13 - 5 = 8$ см; $BO_1 = 12 - r$. По теореме Пифагора из треугольника BNO_1 : $r^2(12 - r)^2 - 8^2$, откуда $r = \frac{10}{3}$ см.

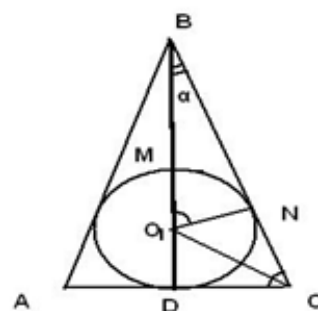


Рис. 16.

3 способ. По формуле $r = \frac{2S}{(a+b+c)}$, $r = 2 \cdot \frac{60}{(13+10+13)}$, тогда $r = \frac{10}{3}$ см.

4 способ. Из подобия треугольников O_1NB и CDB следует, что $\frac{BO_1}{BC} = \frac{BN}{BD}$, $\frac{12-r}{13} = \frac{8}{12}$ и $r = \frac{10}{3}$ см.

5 способ. По свойству биссектрисы треугольника CBD , имеем $\frac{CD}{CB} = \frac{DO_1}{BO_1}$, $\frac{5}{13} = \frac{r}{12-r}$, а тогда из этой пропорции получим $r = \frac{10}{3}$ см.

6 способ. По свойству секущей и касательной, которые проведены из одной точки к одной окружности, мы решаем эту задачу таким образом:

$$BN^2 = BD \cdot BM, \text{ т.е. } 8^2 = 12 \cdot (12 - 2r), \text{ откуда } r = \frac{10}{3} \text{ см.}$$

Результаты работы третьей группы: две данные стороны AC и BC треугольника ABC представлены в виде радиусов двух окружностей, у которых точка O – является общим центром. При движении третьей вершины B вдоль окружности будет меняться длина третьей стороны AB и

длина радиуса r вписанной окружности. Данные других двух сторон остаются постоянными, но при изменении положения вершины B данные моментально меняются. Представим результаты измерения длин сторон треугольника и длины радиуса вписанной окружности (Таблица 10).

Для одних и тех же значений сторон (a, b) и радиуса вписанной окружности (r) существует два разных значения третьей стороны.

Значения сторон и радиуса вписанной окружности

Таблица 10

a	B	c	r	Виды треугольников
17	25	26 28	6	Остроугольные треугольники
34	50	52 56	12	
51	75	78 84	18	
41	50	39 73	12	Остроугольный и тупоугольный треугольники
65	68	75 105	18	
82	100	78 146	24	
61	195	160 232	21	Тупоугольные треугольники

97	169	122 228	30	
122	390	320 464	42	

Результат работы четвертой группы:

После рассмотрения способов, рассмотренных первой группой, можно сделать *четыре устройства*:

- *центроискателем является прямой угол* (вписанной прямой угол опирается на диаметр);
- *центроискателем является угол с биссектрисой* (диаметр окружности лежит на биссектрисе угла, который описанный около окружности);
- *центроискателем является пара взаимно перпендикулярных прямых* (диаметр, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной);
- *центроискателем является пара взаимно перпендикулярных хорд*

(хорда, перпендикулярная другой хорде и проходящая через её середину, есть диаметр).

Подготавливают презентацию вместе с учителем, где продемонстрирован синтез всех результатов работы групп.

Рекомендуемая литература к проекту:

1. Готман Э.Г. Задачи по планиметрии и методы их решения. – М.: Просвещение, 2001, с. 23.
2. Киселев А.П. Элементарная геометрия. – М.: Просвещение, 1996, с. 94.
3. Лоповок Л.М. Тысяча проблемных задач по математике. – М.: Просвещение, 1995, с. 45.
4. Семенов Е.Е. За страницами учебника геометрии. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1999, с. 162.

Пример 4. Учебная тема. Вписанные и описанные окружности.

Тема проекта: решение задач.

Тип проекта: монопредметный. Индивидуальный. Является мини-проектом. Выполнение проекта рассчитано на самостоятельную внеурочную работу. Защита проекта проводится непосредственно на уроке.

Методические рекомендации: проект ориентирован на учащихся 8-9 классов после изучения темы «Вписанные описанные окружности». Данный проект позволит учащимся развить систему ранее приобретенных знаний и формировать устойчивого интереса к предмету. В конце выполнения проектных заданий оформить портфолио и представить на защите.

Проектное задание: весь курс геометрии строится на решении различных по степени важности и трудности задач. Любую теорему нужно рассматривать как задачу, доказательство теоремы - как решение этой задачи, а различные следствия из доказательства - как приложение этой задачи. От красиво решенной задачи и установленной возможности приложения геометрии с другими науками - мы чувствуем эстетическое удовлетворение.

В результате выполнения проектного задания учащиеся:

- систематизируют знания по теме «Вписанные и описанные окружности»;
- развивают самостоятельность, ответственность;
- формируют умения самостоятельной работы с математическим текстом;
- формируют умения решать задачи различной степени сложности;
- приобретают навыки проектной деятельности.

Проектные задачи:

Задача 1. Все углы треугольника ABC меньше 120° . Докажите, что внутри него существует точка, из которой все стороны треугольника видны под углом 120° .

Решение: Построим на внешней стороне BC треугольника ABC правильный треугольник A_1BC (рис. 17).

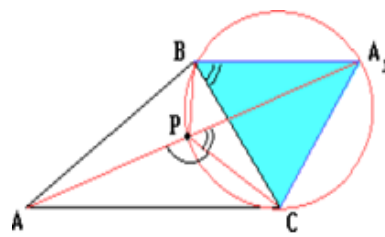


Рис. 17.

Пусть P – точка пересечения прямой AA_1 с описанной окружностью треугольника A_1BC . Тогда точка P лежит внутри треугольника ABC . Получается, что $\angle APC = 180^\circ - \angle A_1PC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. Ответ: $\angle APB = 120^\circ$.

Задача 2. С помощью циркуля и линейки проведите через данную точку прямую, отсекающую от данного угла треугольник наименьшего возможного периметра.

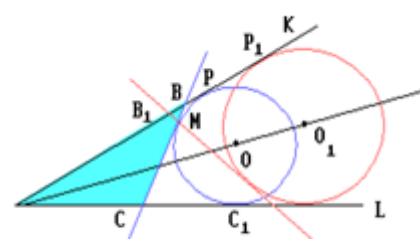


Рис. 18.

Решение: Если данная точка M расположена вне данного угла KAL , то задача не имеет решений (рис. 18).

Поэтому, пусть точка M расположена внутри данного угла, а S – большая из двух окружностей, вписанных в данный угол и проходящих через

точку M . Докажем, что касательная к этой окружности, проведённая через точку M , отсекает от данного угла нужный треугольник.

Пусть B и C - точки пересечения этой касательной со сторонами AK и AL данного угла. Тогда периметр треугольника ABC равен $2AP$, где P - точка касания построенной окружности со стороной AK данного угла.

Пусть B_1C_1 - любой другой отрезок с концами на сторонах AK и AL данного угла, проходящий через точку M . Рассмотрим вневписанную окружность S_1 треугольника AB_1C_1 , касающуюся стороны B_1C_1 в точке M_1 . Поскольку точка M лежит вне этой окружности, то радиус окружности S_1 больше радиуса окружности S . Поэтому $AP_1 > AP$, где P_1 - точка касания окружности S_1 со стороной AK данного угла. Поскольку периметр треугольника AB_1C_1 равен $2AP_1$, то утверждение доказано.

Задача 3. Докажите, что в любом неравнобедренном треугольнике биссектриса лежит между медианой и высотой, проведёнными из той же вершины.

Решение: Пусть в треугольнике ABC точки H, D и M - основания соответственно высоты, биссектрисы и медианы, проведённых из вершины B . Опишем около треугольника ABC окружность (рис. 19). Пусть P - точка пересечения прямой BD с этой окружностью. Тогда P - середина дуги AC . Поэтому прямая, проведённая через

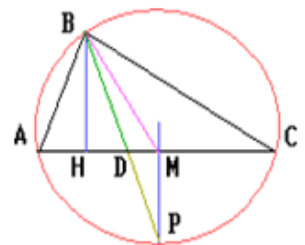


Рис. 19.

точку P параллельно BH , перпендикулярна хорде AC (т.к. $BH \perp AC$) и, поэтому проходит через её середину, т.е. точку M . Поскольку точки B и P лежат по разные стороны от прямой AC , то точка D лежит между проекциями концов отрезка BP , т.е. между точками H и M .

Задача 4. Дан выпуклый четырехугольник $ABMC$, в

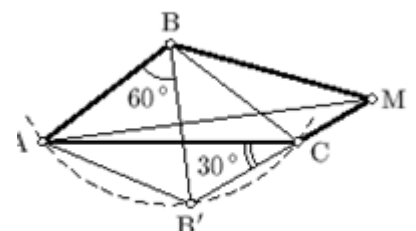


Рис. 20.

котором $AB = BC$, $\angle BAM = 30^\circ$, $\angle ACM = 150^\circ$. Докажите, что AM – биссектриса угла BMC .

Первое решение. Пусть B'' – точка, симметричная точке B относительно прямой AM . Тогда $AB = AB''$, $\angle BAB'' = 60^\circ$ и треугольник ABV'' – равносторонний.

Значит, точки A , C и B'' лежат на окружности с центром B . Угол $\angle ACB''$ – вписанный и равен половине угла ABV'' , т. е. $\angle ACB'' = 30^\circ$. Поскольку $\angle ACM = 150^\circ$, то точка B'' лежит на прямой MC . По построению AM – биссектриса угла $\angle BMB''$, а значит, и угла $\angle BMC$.

Второе решение. Проведем окружность с центром O через точки A , C и M (рис. 21). Так как $\angle ACM = 150^\circ$, дуга AM равна 60° , поэтому треугольник MAO – равносторонний. Точка B лежит на его оси симметрии, так как $\angle BAM = 30^\circ$. Значит, $\angle AMB = \angle AOB = \frac{1}{2} \angle AOC = \angle AMC$.

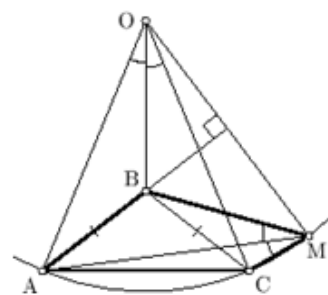


Рис. 21.

Задача 5. Окружности, центры которых расположены по разные стороны от некоторой прямой, касаются этой прямой. Линия центров пересекает прямую под углом, равным 30° . Найдите расстояние между центрами окружностей, если их радиусы равны r и R .

Решение: пусть O_1 и O_2 – центры окружностей радиусов r и R соответственно, A_1 и A_2 – их точки касания с данной прямой, M – точка пересечения прямых A_1A_2 и O_1O_2 . В прямоугольных треугольниках A_1O_1M и A_2O_2M углы $\angle A_1MO_1$ и $\angle A_2MO_2$ равны по 30° , поэтому $O_1M = 2O_1A_1 = 2r$ и $O_2M = 2O_2A_2 = 2R$. То есть, $O_1O_2 = O_1M + O_2M = 2(r + R)$.

Задача 6. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Известно, что $AC \perp BD$. Найдите длину BC , если расстояние от центра окружности до стороны AD равно 2.

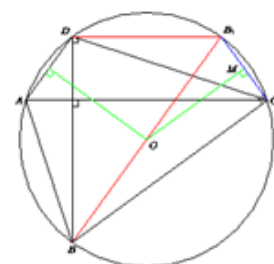


Рис. 22.

Решение: Пусть B_1 - точка, диаметрально противоположная точке B (рис. 22). Поскольку $B_1D \perp BD$ (BB_1 - диаметр окружности) и $AC \perp BD$, то $B_1D \parallel AC$. Поэтому $CB_1 = AD$, а т.к. равные хорды равноудалены от центра окружности, то расстояние OM от центра O окружности до хорды B_1C также равно 2. Поскольку $OM \perp B_1C$, $BC \perp B_1C$ и O - середина BB_1 , то OM - средняя линия прямоугольного треугольника BCB_1 . Поэтому, $BC = 2 \cdot OM = 2 \cdot 2 = 4$.

Вывод по второй главе

1. Представлен анализ программы и школьных учебников по теме исследования. Определено, что тема «Вписанные и описанные окружности» в учебниках разных авторов имеет свои особенности изложения. Ей посвящается разное количество часов и существуют отличия в последовательности вводимых понятий.

2. Разработанны математические проекты учащихся на уроках и во внеурочной деятельности при изучении темы «Вписанные и описанные окружности» в курсе геометрии основной школы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные выводы и полученные результаты проведенного исследования:

1. Изучена история возникновения и развития понятия проектной деятельности и метода проектов.

2. Рассмотрены основные понятия, связанные с проектной деятельностью, ее цели, содержание. По результатам анализа различной методической и психолого-педагогической литературы был сделан вывод, что под проектной деятельностью учащихся мы будем понимать совместную учебно-познавательную деятельность учащихся, которая имеет общую цель, согласованные методы, способы деятельности, направленную на достижение общего результата деятельности.

3. Выделены основные классификации математических проектов при обучении учащихся в основной школе.

4. Рассмотрена организация проектной деятельности учащихся основной школы при обучении геометрии. Определено, что в качестве этапов проектной деятельности выделены: 1) начинание; 2) планирование; 3) принятие решения; 4) выполнение; 5) оценка результатов; 6) защита проекта.

5. Представлены методические рекомендации по организации проектной деятельности учащихся по теме «Вписанные и описанные окружности» на уроках и во внеурочной деятельности с учетом основных

требований, предъявляемых к организации проектной деятельности учащихся.

Все это дает основание считать, что задачи, поставленные в исследовании, полностью решены.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антонова Е.И. Методика формирования проектной деятельности учащихся при изучении геометрии в профильных классах. – *Режим доступа:* <http://www.dissercat.com/content/metodika-formirovaniya-proektnoi-deyatelnosti-uchashchikhsya-pri-izuchenii-geometrii-v-profi>.

2. Архипова Н.В. Проектная деятельность как одна из форм вовлечения учащихся в процессе исследования. – *Режим доступа:* <http://www.den-za-dnem.ru/>

3. Бухаркина М.Ю. Разработка учебного проекта. - М., 2008.

4. Валясэк Б. «Метод проектов как творческая работа педагога», Управление школой», № 9, 2004 г.

5. Воробьева Н.Г. Организация проектной деятельности учащихся при изучении геометрии в средней школе //Геометрия и геометрическое образование: сборник трудов Международной научной конференции «Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе» (к 70-летию В.А. Гусева), 22–25 ноября 2012 года /под общ. ред. Р.А. Утеевой. – Тольятти: Изд-во ТГУ. – 2012. – С. 248–252.

6. Геометрия для 8-9 классов. Учеб. пособие для учащихся шк. и кл. с углубл. изуч. математики / А. Д Александров, А. Л. Вернер, В. И Рыжик. – 3-е изд. - М.: Просвещение, 1996. – 415 с.

7. Геометрия, 7-9: Учеб. для общеобразоват. учреждений /. Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.- 11-е изд., доп.- М.: Просвещение, 2011. – 384 с.
8. Геометрия: Учеб. Для 7-9 кл. общеобразоват. учреждений/ А.В. Погорелов. – 5-е издание. – М.: Просвещение, 2014. – 224 с.
9. Голуб Г.Б., Чуракова О.В. Метод проектов как технология формирования ключевых компетенций учащихся/ сборник методических рекомендаций: Самара, 2003.
10. Гузеев В.В. Планирование результатов образования и образовательная технология. М.: Народное образование, 2000. – 206 с.
11. Гусев В.А. Каким должен быть курс геометрии? // Математика в школе № 3 2002. С. 4-8.
12. Кашицына Ю. Н. Проектно-исследовательская деятельность учащихся на уроках математики. - *Режим доступа:* <http://elibrary.ru/download/93576791.pdf>
13. Коваленко О.В. Из опыта организации научно-исследовательской работы учащихся //Концепции математического образования: Сборник трудов по материалам II международной научной конференции «Математика. Образование. Культура», 1-3 ноября 2005 г., Россия, г. Тольятти /Под общ. ред. Р.А. Утеевой. В 3-х ч. Ч.2. Тольятти: ТГУ, 2005, С. 114–115.
14. Колесникова И. А. Педагогическое проектирование: Учеб. пособие для высш. учеб. заведений / И.А.Колесникова, М.П.Горчакова-Сибирская; Под ред. И.А. Колесниковой. – М: Издательский центр «Академия», 2005, С. 45-46.
15. Концепция долгосрочного социально-экономического развития российской федерации на период до 2020 года от 17.11.2008// утв. расп. прав. РФ// – *Режим доступа:* http://www.smolin.ru/odv/reference-source/pdf/progr-2020_total.pdf.
16. Кравченко И.Л. Организация проектной деятельности учащихся на уроках математики. Использование метода проектов в организации

исследовательской деятельности учащихся //Форум методического объединения учителей математики и информатики. Метод проектов. – *Режим доступа:* <http://www.aripk.ru/mo/mo-inf-mat/mo.php?page=6>

17. Кривошеева Е.И. Организация исследовательской деятельности учащихся на уроках геометрии. – *Режим доступа:* <http://elibrary.ru/download/46628091>

18. Куприенко Е. Ю. Понятия и типология математических проектов. Письма в Эмиссия.Оффлайн: электронный научный журнал. 2015. № 8. *Режим доступа:* <http://www.emissia.org/offline/2015/2398.htm>

19. Куприенко Е.Ю. Историко-методологические проекты по геометрии для учащихся старших классов //Геометрия и геометрическое образование: сборник трудов Международной научной конференции «Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе» (к 70-летию В.А. Гусева), 22–25 ноября 2012 года /под общ. ред. Р.А. Утеевой. – Тольятти: Изд-во ТГУ. – 2012. – С. 253–256.

20. Ларькина Е.В. Методика формирования элементов исследовательской деятельности учащихся основной школы на уроках геометрии: Автореф. дис. канд. пед. наук. - М., 1996. – 16 с.

21. Леонтович А.В. Основные рабочие понятия исследовательской деятельности учащихся. Проектно-исследовательская деятельность: организация, сопровождение, опыт. - М., 2005.

22. Липилина В.В. Формирование исследовательских и проектных компетентностей школьников в области математики //Математика и математическое образование: сборник трудов по материалам VI международной научной конференции «Математика. Образование. Культура», 24-26 апреля 2013 г., Россия, г. Тольятти /под общ. ред. Р.А. Утеевой. - Тольятти: Изд-во ТГУ. - 2013. - С. 157-160.

23. Лукина И. Г. Организация проектной деятельности на уроке, как способ раскрытия творческого потенциала учащихся. Журнал «Известия

Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена», № 43-2 / том 17 / 2007.

24. Маркова В. Формирование мышления учащихся. //Математика. Приложение к газете «Первое сентября». 2004. №34.

25. Методология учебного проекта. Материалы городского методического семинара. — М.: МИПКРО, 2001.

26. Миронов А. В. Исследовательская деятельность – основа развития творческой личности. — *Режим доступа:* <http://cyberleninka.ru/article/n/issledovatel'skaya-deyatelnost-osnova-razvitiya-tvorcheskoy-lichnosti#ixzz4BXur8CkI>

27. Митрохина С.В., Артамонова Ю.Н. Использование метода проектов при обучении студентов геометрии //Геометрия и геометрическое образование: сборник трудов Международной научной конференции «Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе» (к 70-летию В.А. Гусева), 22–25 ноября 2012 года /под общ. ред. Р.А. Утеевой. – Тольятти: Изд-во ТГУ. – 2012. – С. 245–248.

28. Новикова Т. Проектные технологии на уроках и внеурочной деятельности // ж. Народное образование- 2000, № 7.

29. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: учеб. пособие для студентов вузов и системы повышения квалификации педагогических кадров / под ред. Е.С. Полат. – М: Издательский Центр «Академия», 2001. – 66 с.

30. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: учеб. пособие / Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина, М. В. Моисеева, А. Е. Петров; под ред. Е. С. Полат. - М.: Издательский центр «Академия», 1999.

31. Обухов А. С. Проблема оценки качества образования // Исследовательская работа школьников. - 2008. № 2. – 17 с.

32. Пахомова Н. Ю. Метод учебного проекта в образовательном учреждении: пособие для учителей и студентов педагогических вузов / Н.Ю. Пахомова. – М.: АРКТИ, 2003. – 192 с.
33. Пахомова Н. Ю. Учебные проекты: его возможности. // Учитель, № 4, 2000.
34. Пахомова Н.Ю. Проектное обучение - что это? // Методист. - 2004. - № 1.
35. Полат Е.С. Метод проектов: история и теория вопроса //Проблемы и перспективы теории и практики ученического проектирования. Сборник статей /Под ред. Н.Ю. Пахомовой. – М.: МИОО. – 2005. – С. 20–30.
36. Поливанова К.Н. Проектная деятельность школьников / К.Н. Поливанова. – М.: Просвещение, 2006. – 192 с.
37. Пособие для учителей и студентов педагогических вузов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: АРКТИ, 2005. - С. 112.
38. Романчук Г.А. Использование метода проектов в обучении математике //Форум методического объединения учителей математики и информатики. Метод проектов. – *Режим доступа:* <http://www.aripk.ru/mo/mo-inf-mat/mo.php?page=6>.
39. Савенков А.И. Исследовательское обучение - возможность преодолеть «образовательный предел» // Директор школы. - 2003. - № 10. - С. 35-40.
40. Савченко Н.П., журнал «Теория и практика дополнительного образования №6, 2010. – 35 с.
41. Семулецкая Л.В. Организация проектно-исследовательской деятельности. - *Режим доступа:* <http://elibrary.ru/download/68618600.pdf>
42. Сергеев И.С. Как организовать проектную деятельность учащихся: практическое пособие для работников общеобразовательных учреждений. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: АРКТИ, 2005. – 80 с.

43. Современная городская школьная медиатека (модель технического оснащения и возможные формы организации работы): Методические рекомендации / Ястребцева Е. Н. (общ. ред.). – М., 1992. – 9 с.

44. Соколова Л.А. Активизация мыслительной деятельности школьников посредством метода проектов. – *Режим доступа:* <http://festival.1september.ru/articles/561700/>

45. Ступницкая М.А. Что такое учебный проект? – М.: Первое сентября, 2010. – 40 с.

46. Трубима Л. А. Комплексное внедрение новых педагогических технологий в образовательный процесс. Инновационное среднее образование в России: сущность и перспективы: Материалы Всероссийской научно-практической конференции, 15-16 марта 2006 г. СПб: Изд-во СПбГУП, 2006.

47. Чечель И.Д. Исследовательские проекты в практике школы. Управление исследовательской деятельностью педагога и учащегося в современной школе. М., Сентябрь, 1998, С. 83-128.

48. Шеховцова Д. Н. Сравнительный анализ школьных учебников геометрии // Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов. 2009. № 2. С. 74–76.

49. Энциклопедический словарь юного математика/Сост. Э-68 А. П. Савин. - М.: Педагогика, 1989. – 352 с.