

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт общепрофессиональной подготовки

(наименование института полностью)

Кафедра «Высшая математика и математическое образование»

(наименование)

44.04.01 Педагогическое образование

(код и наименование направления подготовки)

Математическое образование

(направленность (профиль))

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ)**

на тему «Принцип наглядности и его реализация при обучении математике
в общеобразовательной школе»

Обучающийся

С.А. Красникова

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

Научный

руководитель

д-р пед. наук, профессор, Р.А. Утеева

(ученая степень (при наличии), ученое звание (при наличии), Инициалы Фамилия)

Тольятти 2024

Оглавление

Введение.....	3
Глава 1 Теоретические основы реализации принципа наглядности при обучении математике.....	10
1.1 Различные подходы к понятию наглядности и принципу наглядности в теории и методике обучения математике.....	10
1.2 Основные цели и функции принципа наглядности в обучении математике.....	21
1.3 Использование наглядного моделирования при обучении математике.....	34
Глава 2 Методические основы реализации принципа наглядности при обучении математике.....	45
2.1 Обзор средств реализации принципа наглядности при обучении математике.....	45
2.2 Технология обучения решению сюжетных задач на основе наглядных моделей.....	51
2.3 Описание педагогического эксперимента.....	61
Заключение.....	74
Список используемой литературы и используемых источников.....	76

Введение

Актуальность и научная значимость настоящего исследования. В настоящее время российская педагогическая наука активно исследует новые направления, цели и продуктивные стратегии развития. Основная цель модернизации образования в России заключается в обеспечении высококачественного обучения для всех учеников. Ученые и практикующие педагоги стремятся к разработке инновационных подходов к образованию, новых форм организации учебного процесса и образовательных технологий. Это позволит создать оптимальные условия для выявления и развития уникальных способностей, талантов и потенциала каждого ребенка.

Исследование принципа наглядности в истории педагогики и его сравнение с современными принципами постнеклассической дидактики показали, что важным трендом является переход от использования наглядных средств как иллюстрации к активному использованию наглядности в процессе обучения. Важным элементом современной концепции наглядности является понятие «визуальная модель», которое включает в себя как имитационное компьютерное моделирование реальных объектов и процессов, так и визуализацию теоретических моделей.

Визуальная модель больше подходит для исследовательской работы учащихся на уроке, чем натурная модель. Это означает, что ученики активно участвуют в процессе познания, а не просто рассматривают материал. Кроме того, визуальная модель не только способствует усвоению знаний, но и способствует развитию аналитических, конструктивных и других общеучебных навыков.

Важной задачей педагогов является использование разнообразных средств наглядности в сбалансированном сочетании для достижения максимально эффективных результатов. Ключевым моментом здесь является то, что каждый педагог должен самостоятельно выбирать подходящие методы,

учитывая свой опыт, особенности учеников и технические возможности школы, чтобы успешно достигнуть образовательных целей.

Особенно важным применение наглядных методов становится в преподавании математики, особенно при решении сюжетных задач. Сюжетные задачи необходимы для того, чтобы учащиеся легче усваивали математические отношения, овладевали эффективными методами познания, такими, как: моделирование, развитие способностей и интереса к математике.

Проблеме реализации принципа наглядности в обучении математике в общеобразовательной школе посвящены диссертационные исследования и монографии В.Н. Березина [11], А.В. Гриншкун [16], Т.Н. Карповой [25], Л.Е. Тукановой [55], [56] и др.

Одной из первых кандидатских диссертаций по рассматриваемой проблеме явилась работа В.Н. Березина, в которой достаточно подробно исследованы прикладная направленность принципа наглядности, приведены примеры его реализации по темам «Равносоставленность фигур», «Конические сечения» и другие [11].,

Так, например, в кандидатской диссертации Л.Е. Тукановой «расширено представление о реализации принципа наглядности в педагогическом образовании в контексте социокультурной модернизации и с учетом особенностей восприятия учебного материала современными обучающимися; дополнена классификация дидактических средств, используемых в современном образовательном процессе; уточнено понятие «визуальная среда обучения» в контексте компетентностного подхода к обучению; - обоснована целесообразность и необходимость применения в образовательном процессе педагогического вуза наглядности как средства формирования метапредметных умений исследовательской деятельности студентов» [55].

Новизна исследования А.В. Гриншкун состоит в том, что в диссертации «Обоснована возможность и целесообразность обучения и использования технологии дополненной реальности в курсе информатики основной школы с

опорой на учёт взаимосвязи «объект изучения - средство обучения»; конкретизированы и адаптированы понятия «технология дополненной реальности» и «средства дополненной реальности» с учётом психолого-возрастных особенностей учащихся для включения этих понятий в содержание обучения информатике в основной школе» [16].

Констатирующий этап эксперимента также показал, что большинство девятиклассников испытывают затруднения при решении текстовых задач. Используемые при этом наглядные схемы ограничиваются применением сведения решения задачи к построению модели в виде уравнения или системы уравнений. Такие схемы, как графы, таблицы, построение графиков и другие используются редко. Все это свидетельствует о том, что проблема реализации принципа наглядности на современном этапе школьного математического образования остается такой же актуальной.

Таким образом, актуальность темы исследования обусловлена сложившимися к настоящему времени противоречиями между:

- возрастающими современными требованиями к уровню компетентности педагогов и недостаточным уровнем реализации принципа наглядности при обучении математике, в частности, при обучении решению текстовых задач;
- потенциальными возможностями технологий наглядного обучения математике и уровнем реализации этих возможностей на практике.

Проблема диссертационного исследования заключается в выявлении возможностей реализации принципа наглядности при обучении математике в общеобразовательной школе.

Объектом исследования является процесс обучения математике в общеобразовательной школе, а предметом исследования - методика и технология реализации принципа наглядности при обучении математике.

Цель данного исследования заключается в выявлении возможности реализации принципа наглядности в процессе обучения математике в

общеобразовательной школе (на примере обучения решению сюжетных задач).

Гипотеза исследования состоит в том, что внедрение разработанной методики и технологии применения принципа наглядности в процессе обучения математике в общеобразовательной школе позволит каждому учащемуся усвоить знания на уровне, не ниже базового.

Исходя из поставленной цели, определены задачи исследования:

1. Выделить различные подходы к понятию наглядности и принципу наглядности в теории и методике обучения математике.
2. Рассмотреть основные цели и функции принципа наглядности в обучении математике.
3. Раскрыть роль наглядного моделирования при обучении математике.
4. Проанализировать опыт работы учителей математики по реализации принципа наглядности на практике.
5. Обосновать технологию обучения решению сюжетных задач на основе наглядных моделей.
6. Описать результаты педагогического эксперимента.

Теоретико-методологическую основу данного исследования составили работы А.Я. Блоха и др. [10], С.А. Гастевой и др. [14], П.Я. Дорф [21], Т.А. Ивановой [55], В.В. Репьева [46], З.И. Слепкань [52] и др.

Базовыми для настоящего исследования явились также работы Я.А. Коменского [28], [29], А.Н. Леонтьева [32], И.П. Подласого [44], Л.М. Фридмана [59], [60], [61] и др.

К методам исследования относятся: анализ психолого-педагогической, научной и учебно-методической литературы; проведение наблюдений и изучение практического опыта в образовательных учреждениях; систематизация информации, собранной в процессе анализа; а также реализация педагогического эксперимента.

Основные этапы исследования:

а) 1 этап (2023/2024 уч.г.): анализ ранее выполненных исследований по проблеме реализации принципа наглядности при обучении математике в общеобразовательной школе; анализ школьных учебников по математике с целью выделения в них имеющихся наглядных схем, моделей, рисунков, таблиц; анализ практического опыта работы учителей математики;

б) 2 этап (2023/2024 уч.г.): уточнение и конкретизация отдельных аспектов проблемы исследования. Основное внимание уделено следующим направлениям:

- 1) различные походы к понятию наглядности и принципу наглядности в теории и методике обучения математике;
- 2) основные цели и функции принципа наглядности в обучении математике;
- 3) использование наглядного моделирования при обучении математике;
- 4) обзор средств реализации принципа наглядности при обучении математике;

в) 3 этап (2024/2025 уч.г.): подборка системы упражнений и сюжетных задач на основе принципа наглядности; уточнение теоретических положений диссертационного исследования; проведение педагогического эксперимента; анализ и обобщение полученных результатов; формулировка выводов по проведенному исследованию.

г) 4 этап (2024/2025 уч.г.): оформление окончательного текста диссертации, корректировка ранее представленного материала, уточнение аппарата исследования, описание результатов экспериментальной работы, формулирование заключения диссертации.

Опытно-экспериментальная база исследования: МОАУ «СОШ с углубленным изучением немецкого языка № 61 им А.И. Морозова» г. Оренбурга.

Научная новизна исследования заключается в том, что в нем раскрываются потенциальные возможности и особенности применения принципа наглядности при обучении решению сюжетных задач по математике в основной школе.

Теоретическая значимость работы состоит в обосновании и реализации технологии Т.А. Ивановой к решению сюжетных задач по математике.

Практическая значимость исследования заключается в том, что его результаты могут быть использованы учителями математики в 5- 9 классах.

Достоверность и обоснованность полученных результатов обеспечиваются сочетанием теоретических и практических методов исследования, анализом педагогической практики и личным опытом работы в школе.

Личное участие автора в организации и проведении исследования заключается в выявлении методических особенностей и разработке рекомендаций по применению принципа наглядности в обучении математике.

Процесс апробации и внедрения результатов исследования охватывал весь период работы над диссертацией.

Экспериментальная проверка основных положений диссертации, предложенных методических рекомендаций, самих текстовых задач проводились в рамках производственной практики (научно-исследовательской работы) и преддипломной практики на кафедре «Высшая математика и математическое образование» ФГБОУВО «Тольяттинский государственный университет».

Кроме того, технология обучения решению сюжетных задач, подборка текстовых задач, методические рекомендации были апробованы во время педагогической практики в роли учителя математики в МБУ «Школа № 61» города Оренбурга.

По теме исследования имеется 1 публикация [30].

На защиту выносятся следующие положения:

- использование принципа наглядности создает условия для развития познавательных и регулятивных универсальных учебных действий школьников в процессе обучения математике при обеспечении единства восприятия, осознания, понимания, усвоения знаний и их практической верификации;
- применение методики и технологии реализации принципа наглядности при обучении решению сюжетных задач по математике обеспечивает достижение базового уровня каждым обучающимся.

Структура магистерской диссертации. Работа состоит из введения, двух глав, заключения, содержит 14 рисунков, 5 таблиц, список используемой литературы (68 источников). Основной текст работы изложен на 82 страницах.

Глава 1 Теоретические основы реализации принципа наглядности при обучении математике

1.1 Различные подходы к понятию наглядности и принципу наглядности в теории и методике обучения математике

Идея использования наглядности имела важное значение в развитии педагогики. Этот принцип был одним из первых, научно систематизированных в истории педагогики. «Принцип наглядности считается одним из основных дидактических принципов, который привлекал внимание задолго до появления письменности и образовательных учреждений. В древности, в таких странах, как Китай, Египет, Греция и Рим, наглядные методы обучения были широко распространены. Философы и педагоги размышляли о том, как сделать образовательный процесс более доступным для учеников. Наглядные пособия применялись как средство облегчения учебного процесса и в древней Руси, однако не существовало четкой теории или принципов их использования. Значительный вклад в обоснование принципа наглядности внесли такие мыслители, как Т. Мор, Ф. Рабле и Т. Кампанелла»[15].

Английский мыслитель Т. Мор в своем произведении «Утопия» подчеркивал важность наглядных пособий, особенно в контексте изучения астрономии. Ф. Рабле поддерживал концепцию связи обучения с реальной жизнью, предлагая гармоничное сочетание умственной активности с физической и практической деятельностью с использованием наглядных методов.

Итальянский философ Т. Кампанелла придавал большое значение наглядности для эффективного усвоения знаний, особенно в области естественных наук. В его работе «Город солнца» описание города сопровождалось «наглядными пособиями по различным темам, а таблицы с

информацией размещались на деревьях в парках, чтобы дети могли изучать их во время прогулок.

Первым, кто разработал целостную теорию наглядности как важного элемента успешного обучения, был выдающийся чешский педагог Я.А. Коменский (1592–1670)» [15]. Его идеи, основанные на глубоком понимании психологии восприятия, остаются актуальными и в наше время, когда технологии и методы обучения стремительно развиваются.

Коменский впервые систематизировал идеи своих предшественников, таких как Платон и Аристотель, и обосновал необходимость использования наглядных материалов в образовательном процессе. Он считал, что обучение должно задействовать все органы чувств, чтобы учащиеся могли не только слушать, но и видеть, трогать и даже ощущать изучаемое. Это подход, который он назвал «наглядностью», стал основой для создания учебных пособий и наглядных материалов, которые помогают лучше усваивать информацию.

Коменский утверждал, что наглядность способствует более глубокому пониманию и запоминанию. Например, использование карт, диаграмм и моделей позволяет учащимся визуализировать абстрактные концепции, что делает их более доступными и понятными. Он также подчеркивал важность последовательности и структуры в обучении, что позволяет учащимся легче связывать новые знания с уже известными.

Основываясь на сенсуалистических принципах («в уме нет ничего, чего не было бы в ощущении»), он утверждал, что чувственный опыт является основой познания и образования, провозгласив «золотое правило дидактики»: «... пусть будет для... обучающихся золотым правилом: все, что возможно, представлять для восприятия чувствами...».[28].

В своей «Великой дидактике» Коменский подчеркивал важность личного наблюдения и сенсорного подтверждения для формирования истинных знаний: «Если мы желаем привить учащимся истинное и прочное знание вещей, вообще нужно обучать всему через личное наблюдение и чувственное доказательство... Кто сам однажды внимательно наблюдал

анатомию человеческого тела, тот поймет и запомнит все вернее, чем если он прочитает обширнейшие объяснения, не видав всего этого своими глазами. Отсюда известное выражение: наблюдение собственными глазами заменяет собой доказательство» [28]. Принцип наглядности Я.А. Коменский противопоставлял пассивному словесному обучению и подчеркивал необходимость использования реальных предметов или их моделей. Его концепции наглядных пособий в образовании легли в основу последующих исследований и разработок, связанных с такими педагогами, как Ж.-Ж. Руссо, И.Г. Песталоцци и другими.

Наследие Я.А. Коменского продолжает жить в современных образовательных практиках. Его идеи о наглядности как важнейшем элементе обучения помогают создавать более эффективные и увлекательные методы преподавания. В условиях стремительного развития технологий мы можем ожидать, что наглядность будет играть все более значимую роль в образовательном процессе, позволяя учащимся не только получать знания, но и активно участвовать в их освоении. В конечном итоге, принципы, заложенные Коменским, подчеркивают важность целостного подхода к обучению, который учитывает разнообразие человеческого восприятия и обучения.

Дальнейшее развитие теоретических основ принципа наглядности и их проверка в образовательной практике неразрывно связаны с именами таких педагогов, как Ж.-Ж. Руссо, И.Г. Песталоцци, И.Ф. Гербарт, Ф.А. Дистервег, Р. Оуэн, М.В. Ломоносов, Н.И. Пирогов, К.Д. Ушинский, а также с современными учеными, такими как Л.В. Занков и другие.

Французский философ Ж.-Ж. Руссо (1712-1778) считал, что дети обладают естественной способностью к обучению, и что важнейшая задача педагога — создать условия для свободного роста и развития каждого ребенка. Он подчеркивал, что обучение должно быть адаптировано к возрасту и потребностям ребенка, что позволяет ему самостоятельно открывать мир и

осваивать его. Это подход стал основой для концепции «естественного воспитания», где акцент делается на практическое, а не формальное обучение.

Одной из центральных идей Ж.-Ж. Руссо было развитие критического мышления и самостоятельности у детей. Он подчеркивал значение опыта как важнейшего источника знаний, который формирует не только ум, но и характер. Вместо жесткой дисциплины, Руссо призывал к свободе в обучении, где дети могут исследовать и задавать вопросы, формируя таким образом свое собственное понимание мира. Он восклицает: «Вещей, вещей давайте! Я не перестану повторять, что мы слишком много значения придаем словам; своим болтливим воспитанием мы создаем лишь болтунов» [49].

Эти идеи Ж.-Ж. Руссо оказали значительное влияние на развитие педагогической практики и философии на протяжении следующих столетий. Их положили в основу многих современных образовательных систем, акцентирующих внимание на активном и самостоятельном обучении. Таким образом, Ж.-Ж. Руссо стал одним из первых педагогов, которые осознали важность эмоционального и интеллектуального развития личности в процессе обучения.

Швейцарский педагог-демократ И.Г. Песталоцци (1746-1827) уделял особое внимание визуальным методам в обучении. В своих трудах, таких как «Азбука наглядности, или наглядное учение об измерении» и «Наглядное учение о числе», он исследует способы применения этих методов и предлагает новые подходы к процессу обучения. «Песталоцци подчеркивает концепцию, схожую с «золотым правилом» Я.А. Коменского» [15], акцентируя важность наглядности в образовательной практике: «Чем большим количеством чувств ты познаешь сущность явлений или какого-либо предмета, тем правильнее будут твои знания о нем» [43].

И.Г. Песталоцци считал наглядность важным инструментом для развития мыслительных процессов. Он знал лишь несколько учебных пособий Я.А. Коменского, но не имел полного представления о его педагогическом подходе, что, возможно, и дало ему основание для выражения следующего

мнения: «Когда я в настоящее время оглядываюсь назад и спрашиваю себя: что же собственно я сделал для обучения человечества, то нахожу следующее: я прочно установил высший основной принцип обучения, признав наглядность абсолютной основой всякого познания» [43].

Немецкий ученый в области педагогики и психологии И.Ф. Герbart (1776-1841) акцентировал внимание на значимости активного использования визуальных материалов в образовательном процессе в своих дидактических рекомендациях. Герbart подчеркивал, что эффективное обучение невозможно без вовлечения наглядных пособий, которые помогают учащимся лучше усваивать информацию. В своей практике он советовал применять разнообразные визуальные инструменты, чтобы сделать процесс обучения более интерактивным и запоминающимся. «Когда невозможно представить сам предмет, следует использовать его изображение; однако долгое повторение одного и того же может вызывать утомление»[15].

«Выдающийся немецкий педагог Ф. Дистервег (1790-1866) в своей дидактике развивающего обучения объединил наглядное обучение с правилами» [15], основанными на психологических закономерностях. Главные принципы, которые он выделял, включают: «переход от близкого к далекому», «движение от простого к сложному», «постепенность от легкого к более трудному», «изучение известного перед неизвестным», «целесообразное обучение» и «обучение с использованием наглядных пособий».

Английский социалист-утопист Р. Оуэн (1771-1858) «организовал обучение с акцентом на визуальные элементы в начальной школе, которую он сам открыл. Стены классов школы украшали иллюстрации животных и растений. А сам учебный процесс включал разнообразные наглядные пособия» [15].

В.А. Лай (1862-1926), немецкий педагог и теоретик экспериментальной педагогики, считал, что организация действий учащихся, включая практическую и творческую деятельность, является ключевой для процесса обучения. Через дидактический эксперимент он выявлял оптимальные

условия для успешного обучения и внедрял эффективные методы визуального обучения [15].

Другой выдающийся немецкий педагог, Г. Кершенштейнер (1854-1932), который занимал должность профессора в Мюнхенском университете, также подчеркивал значимость активных методов обучения. Он выделял «применение наглядных материалов и организацию экскурсий» в своей работе, посвящённой гражданскому воспитанию [20].

Пауль Наторп, выдающийся немецкий философ и педагог (1854-1924), значительно повлиял на развитие дидактики, переосмыслив понятие «наглядности». В своих работах, посвященных Иоганну Фридриху Гербарту и Иоганну Генриху Песталоцци, он представил наглядность не просто как демонстрацию визуальных материалов, а как интуитивное понимание, положив тем самым начало новым педагогическим тенденциям. Его новаторская интерпретация стала «лозунгом новых дидактических устремлений», возвещая сдвиг от механического заучивания к глубокому осмыслению учебного материала. Это означало переход от пассивного восприятия информации к активному познанию, где наглядные средства служат инструментом для формирования целостного понимания предмета изучения. П. Наторп подчеркивал важность связи между сенсорным опытом и абстрактным мышлением, отмечая, что наглядность способствует развитию обоих аспектов познавательной деятельности [15].

Вклад русских педагогов в развитие и практическое применение принципа наглядности также был значителен. Михаил Васильевич Ломоносов (1711-1765), универсальный ученый и просветитель, является ярким примером новатора в этой области. Использование им наглядных пособий на лекциях было революционным подходом для своего времени, значительно повышающим эффективность обучения. Его инновационный метод заложил основы для дальнейшего развития дидактики в России. Подобные практики в последующие годы стали широко

распространенными среди передовых ученых, и лекции часто сопровождались демонстрацией опытов и наглядных материалов[15].

Николай Иванович Пирогов (1810-1881), выдающийся хирург и педагог, считал наглядность одним из ключевых дидактических принципов, наряду с осмысленностью и активностью обучения. Он не только сам использовал наглядные методы в своей педагогической деятельности, но и активно поощрял поиски и эксперименты учителей в этой области. Пирогов считал, что эффективность наглядности заключается не только в визуальном представлении информации, но и в способности пробуждать у учащихся интерес к предмету и стимулировать их активное участие в учебном процессе. Он разрабатывал методики, направленные на интеграцию наглядных материалов с другими дидактическими приемами, чтобы обеспечить максимально эффективное усвоение знаний[15].

Константин Дмитриевич Ушинский (1824-1870), основоположник русской научной педагогики, также придавал большое значение принципу наглядности. Однако, в отличие от ранних педагогов, таких как Я.А. Коменский, который иногда переоценивал роль наглядности, или И.Г. Песталоцци, Ушинский дал ему более сбалансированное определение. Он видел в наглядности не самоцель, а одно из необходимых условий для усвоения знаний и развития логического мышления. Ушинский систематизировал и обобщил опыт своих предшественников, включая Коменского и Песталоцци, создав более глубокую и обоснованную теорию применения принципа наглядности в обучении. Он разрабатывал методики, которые учитывали возрастные особенности учащихся и специфику учебного материала, добиваясь оптимального баланса между наглядностью и абстрактным мышлением. Ушинский также подчеркивал важность связи наглядности с практической деятельностью учащихся, считая, что только в сочетании теории и практики наглядность может дать максимальный эффект. Его труды остаются актуальными и сегодня, поскольку он заложил прочный фундамент для развития дидактики и методики

обучения. Современные педагоги продолжают использовать и развивать его идеи, приспособляя их к новым реалиям и технологиям [58].

Константин Дмитриевич Ушинский – имя, навсегда вписанное в историю отечественной педагогики. Он не просто продолжил дело своих предшественников – Яна Амоса Коменского, Иоганна Генриха Песталоцци и Фридриха Дистервега, – но и совершил настоящий прорыв, переосмыслив и значительно обогатив методику начального обучения. В отличие от формальных упражнений Песталоцци, Ушинский ставил во главу угла всестороннее знакомство ребенка с окружающим миром, стремясь раскрыть перед ним действительные связи между предметами и явлениями.

Центральным звеном педагогической системы Ушинского является принцип наглядности, получивший у него принципиально новое звучание. Он значительно расширил его рамки, включив в понятие наглядности не только демонстрацию предметов, но и образное слово, особенно важное для гуманитарных предметов и эстетического воспитания. Ушинский глубоко понимал, что слово, наполненное яркими образами, способно пробудить воображение и способствовать более глубокому пониманию изучаемого материала, чем сухая абстракция.

В своих методических работах К.Д. Ушинский неоднократно подчеркивал важность гармоничного сочетания слова и наглядности. Он утверждал, что обучение не должно ограничиваться механическим заучиванием, а должно стимулировать активную мыслительную деятельность ребенка. Учить детей – это значит не только научить их читать и писать, но и развить их наблюдательность, способность к анализу и выводам на основе собственных наблюдений.

Для Ушинского первостепенное значение имело родное слово. Он считал, что начальное обучение должно строиться на прочной основе родного языка, поскольку он является ключом к познанию мира и развитию мышления. Главным элементом в обучении родному языку К.Д. Ушинский

считал устную речь, которую он рассматривал как основу для успешного освоения письма и чтения.

Его методика работы с устной речью ориентирована на применение конкретного наглядного материала. Это не просто демонстрация предметов, а создание учебной среды, способствующей мыслительной активности и углубляющей знания ребенка о мире вокруг. К.Д. Ушинский предлагал использовать различные методы:

- «– непосредственные наблюдения: дети изучают предметы и явления непосредственно, используя свои органы чувств;
- беседы по картинам: картинки служат отправной точкой для обсуждения, развития речи и формирования понятий;
- беседы по результатам самостоятельных наблюдений: дети делятся своими открытиями, учатся формулировать свои мысли и делать выводы» [59].

К.Д. Ушинский подчеркивал важность использования упражнений, способствующих активизации мышления и побуждающих учеников выражать свои мысли словами. Он рассматривал свою задачу не только как передачу знаний, но и как развитие личности ребенка, формирование его самостоятельности и критического мышления. Поэтому, первой формой работы учителя Ушинский называл «наглядное, предметное обучение, закладывающее фундамент для дальнейшего познания мира» [59].

В монографии Т.Н. Карповой можно прочитать, что «понятие наглядности значительно изменилось по сравнению с первоначальным. Теперь оно рассматривается не только на конкретном уровне, но и на уровне абстрактном и в процессе деятельности. Однако четкого разграничения наглядности и наглядного обучения не просматривается, определения наглядного обучения не дается, нет характеристики его составляющих компонентов, не исследована достаточно специфика наглядного обучения математике» [25, с.25]. Автор даёт понятие наглядного обучения математике: «Наглядное обучение математике – это процесс формирования адекватной

категории цели устойчивого результата внутренних действий обучаемых при непосредственном восприятии приемов деятельности, отражающих моделирование отдельного математического знания или организованного набора знаний»[25].

В методическом пособии З.И. Слепкань придерживается следующего определения наглядности: «при понимании процесса учения как аналитико-синтетической деятельности под наглядностью следует понимать деятельность ученика по отношению к конкретным предметам и явлениям. Это тот практический, реальный анализ, который представляет первую степень познавательной деятельности и в этом смысле предшествует умственному анализу и синтезу, совершающемуся в словесном плане.

Наглядность способствует образованию ясных и точных образов восприятия и представления, облегчает учащимся переход от восприятия конкретных предметов к восприятию абстрактных понятий о них путем выделения и словесного закрепления сходных общих существенных признаков предметов» [52, с.47].

В своей статье А.Л. Венгер дает следующее понятие наглядности: «Наглядность – это психический процесс, результатом которого является образование в сознании школьников конкретных образов изучаемого объекта.

Наглядность здесь подразумевается как образ этих объектов исследования, отсюда и существует второе название наглядности – «наглядный образ». Наглядные образы – показатели понятности и простоты для учащихся того психического образа, который они создают в результате процессов восприятия, памяти, мышления, представления и воображения. На то, каким образом возникнет образ у младшего школьника, влияют индивидуальные и возрастные особенности самого учащегося, сюда входит и уровень развития его познавательных способностей, интересов и склонностей. В создании психических образов принимает участие не только непосредственное визуальное восприятие, но и другие органы чувств» [13, с. 17].

В.В. Репьев в пособии «Общая методика преподавания математики» объясняет, в чем заключается принцип наглядности: «При обучении математики применение принципа наглядности заключается в живом созерцании конкретных вещей или их заместителей – моделей, чертежей, в наблюдении количественных отношений между вещами или моделями, их элементами, в наблюдении движений вещей и моделей, изменений количественных отношений, в выполнении связанных со всем этим измерений. Применение принципа наглядности заключается и в умелом использовании накопленных учащимися в их детском опыте представлений о пространственных формах и количественных отношениях окружающего мира.

Использование принципа наглядности в некоторой мере обеспечивает учебно-практические приложения математики, способствует переходу от теоретического мышления к практике» [46, с. 188].

О принципе наглядности пишет И.В. Ермаков в своей книге следующее: «Принцип наглядности обучения выражает требование такого преподавания, при котором учащиеся образуют представления и понятия на основе живого восприятия ими изучаемых предметов и явлений объективного мира или их изображений. Принцип наглядности отличает особенности развития мышления учащихся: от конкретного к абстрактному.

Наглядность обучения способствует развитию активности и самостоятельности учащихся в процессе усвоения изучаемого материала.

Наглядность повышает интерес к знаниям, облегчает процесс усвоения учебного материала и способствует прочности знаний» [24, с. 15].

Об этом же пишет в своей статье Г.В. Степаненко «наглядные методы обучения имеют возможность показать развитие явлений, их динамику, сообщать учебную информацию определенными дозами и управлять индивидуальным процессом усвоения знаний. Наглядные пособия стимулируют познавательные интересы учащихся, создают при определенных условиях повышенное эмоциональное отношение учащихся к учебе, обеспечивают разностороннее формирование образов, пониманию связи

научных знаний с жизнью. Все это способствует развитию познавательных процессов, в частности, наглядно-образного мышления школьников и как следствие более прочному усвоению знаний» [53, с.63].

В дальнейшем изучение условий применения наглядных средств в образовательном процессе стало развиваться в различных направлениях.

На сегодняшний день актуальность концепций наглядности связана с определением тех функций, которые она выполняет в обучении, а также с условиями ее использования в педагогической практике.

1.2 Основные цели и функции принципа наглядности в обучении математике

Уделяя особое внимание развитию самостоятельности и инициативности у обучающихся общеобразовательной школы, с целью более эффективного усвоения учебного материала, а также формированию определенных навыков, применяются различные методы, среди которых важное место занимает наглядность.

Наглядность в обучении является одним из ключевых условий, способствующих успешному формированию у учащихся всех видов мышления. Она служит источником получения объективных научных знаний о окружающем мире, а также способствует развитию речи и самостоятельного понимания.

Одним из важнейших дидактических принципов является принцип наглядности.

А.А. Радугин под принципом наглядности понимает «один из самых известных и интуитивно понятных принципов обучения, используемый с древних времен. В его основе строго зафиксированы научные закономерности. Органы чувств человека по-разному реагируют на внешние факторы, у большинства людей наиболее чувствительно зрение. Глазами мы

«пропускаем» в мозг в 5 раз больше информации, чем органами слуха, и почти в 13 раз больше, чем через тактильные ощущения» [45].

Швейцарский педагог Иоганн Генрих Песталоцци считал, что «наглядность - единственная основа всякого познания. Чувственное познание сводится к наглядности обучения, а наглядность превращается в самоцель» [6].

Французский философ Жан Жак Руссо полагал, что «наглядность обучения не приобретает самостоятельного и существенного значения» [49]. По мнению автора, принцип наглядности оказывается эффективным лишь в том случае, если ребенок имеет возможность непосредственно соприкоснуться с природой и наблюдать предметы, которые ему предстоит изучать. Константин Ушинский, основоположник научной педагогики в России, предложил глубокую психологическую аргументацию значимости наглядности в процессе начального обучения. Он утверждал, что наглядные элементы служат инструментом для стимуляции мыслительной активности и формирования чувственных образов. Этот чувственный образ, возникающий при использовании наглядного материала, выполняет центральную роль в образовательном процессе, а не само средство наглядности.

«Наглядность в педагогических исследованиях трактуется по-разному, а именно: иллюстрация устного изложения материала учителем, средство познавательной деятельности, форма представления учебного материала, свойство учебных моделей, дидактический принцип» [49].

В 17 веке впервые в педагогике теоретическое обоснование принципа наглядности обучения дал Ян Амос Коменский: «Наглядность есть свойство, особенность психических образов этих объектов. Наглядность есть показатель простоты и понятности для данного человека того психического образа, который он создает в результате процессов восприятия, памяти, мышления и воображения» [29].

В настоящее время это определение известно как «золотое правило» дидактики.

С тех пор до сегодняшнего дня многие ученые либо дополняли его, либо предлагали свои версии. К.Д. Ушинский значительно расширил методику наглядного обучения, разработав различные способы и приемы работы с наглядными пособиями. «Наглядность обогащает круг представлений ребенка, делает обучение более доступным, конкретным и интересным, развивает наблюдательность и мышление» [58].

Как демонстрирует практика, эффективность применения средств наглядности в образовательном процессе достигается при соблюдении определенных условий и зависит от особенностей самих наглядных пособий, а также от правильного сочетания различных источников информации в учебном процессе.

В.Н. Березин утверждает, что «в педагогической литературе наглядность выступает как свойство учебного или другого познавательного материала, обеспечивающего образное мышление учащихся и препятствующее формальному, слепо-доверительному усвоению отвлеченных истин. Наглядность, проявляясь как выразительность, как удобообозримость материала, либо как правдоподобие непосредственно считанных с него результатов, используется для обращения учащихся к опыту их наблюдений и практической деятельности» [11].

П.Ф. Каптерев пишет, что «Наглядное обучение есть единственно правильный и естественный метод обучения, вполне отвечающий ходу развития отдельных личностей» [26].

Исследование педагогической и методической литературы показывает, что эффективность образовательного процесса в значительной мере определяется применяемыми методами с использованием наглядных материалов. Тип наглядных средств оказывает значительное влияние на восприятие учебного контента и формирует структуру и содержание урока.

Среди различных типов наглядности — натуральной, изобразительной и символической — особую популярность в обучении математике приобрела символическая наглядность, включая чертежи, графики, схемы и таблицы.

По мере накопления учеником математических знаний и совершенствования его мышления значение символической наглядности возрастает, и она становится ключевым инструментом визуального обучения математике.

Символическая наглядность играет важную роль не только в «усвоении математических понятий, но и в развитии аналитического и логического мышления у учащихся. Используя графики и схемы, ученики могут более наглядно представлять данные и связи между ними. Это способствует не только лучшему пониманию материала, но и формированию навыков работы с информацией» [55], что жизненно важно в современном мире.

Процесс визуализации математических концепций позволяет сделать абстрактные идеи более осязаемыми. Например, геометрические фигуры, представленные в схематическом виде, помогают лучше понять свойства и отношения между ними. Символические средства также упрощают решение задач, позволяя учащимся сосредоточиться на алгоритмах и методах, а не на сложностях изложения текстов.

В дополнение, использование символической наглядности в обучении способствует повышению мотивации и интереса к предмету. Когда ученики видят, как математические идеи визуализируются в графиках и таблицах, у них появляется желание глубже изучать и исследовать предмет. Это создает атмосферу активного обучения, где учащиеся становятся не только потребителями знаний, но и активными участниками образовательного процесса.

М.И. Башмаков считает, что «Наглядность в обучении математике является совокупностью материальных, материализованных, идеальных действий, совершаемых как обучающим, так и обучаемым в ходе реализации дидактической цели наглядного обучения» [9].

По мнению П.Я. Дорф «Наглядность можно использовать и как средство познания нового, и для иллюстрации информации, и для развития наблюдательности, и для лучшего усвоения материала. Они применяются на

всех ступенях процесса обучения: при объяснении нового материала, закреплении ранее полученных знаний, формировании навыков, выполнении домашней работы. Из этого мы получаем следующее определение наглядного пособия - это учебные материальные модели изучаемых предметов, явлений или их свойств, которые используются для создания в образовательном процессе тенденций к представлению реальных предметов, явлений или их сторон в естественных условиях существования» [21].

В методике преподавания математике С.А. Гастева, Б.И. Крельштейн, С.Е. Ляпин, М.М. Шидловская отмечают, что «Наглядность в преподавании математики прежде всего направлена к облегчению восприятия детьми сообщаемых им знаний. Для того, чтобы ученики поняли, почему в определении понятия данного объекта входят только некоторые признаки, часто приходится показывать им, как возникает данный объект» [14, с.92-93].

З.И. Слепкань в своем методическом пособии пишет: «положительное влияние наглядного материала определяется рядом условий. Среди них- правильное сочетание слова учителя и наглядности, учет возрастных и индивидуальных особенностей школьников, обучение учащихся умению видеть наглядный материал.

Для эффективного использования наглядности важно тщательно отбирать её, учитывать, какой вид наглядности наиболее оптимален, какую функцию он должен выполнять. Важно научить учащихся воспринимать средства наглядности. Это способствует осознанности восприятия, активизирует мышление, повышает познавательный интерес школьников» [52, с.48].

Различные виды наглядности выполняют различные функции. Одни из них помогают оживить конкретные образы (к примеру, предметы из реальной жизни, либо это могут быть картины), а другие служат опорой для абстрактного мышления. Психолог Л.М. Фридман, считает, что «наглядность необходима для того, чтобы обеспечить целый ряд дидактических функций: принятия учащимися учебной задачи, мотивирования ее, «настройки»

учащегося на процесс обучения, обеспечения школьнику общей ориентировки для его будущей деятельности» [60].

В методике преподавания математики Ю.М. Колягин, В.А. Оганесян, В.Я. Саннинский, Г.Л. Луканкин выделяют следующие функции наглядности:

«а) познавательная функция. Через нее формируется познавательный образ изучаемого объекта. Этот процесс происходит поэтапно: от простого к сложному. Мысль учащегося при этом направляется кратчайшими и наиболее простыми путями к единому восприятию объекта. Ценностью этой функции является предоставление обучающимся наиболее простого способа осмысления изучаемого материала;

б) функция управления деятельностью учащегося. Посредством данной функции, средства и приемы наглядности участвуют в следующих действиях:

- 1) ориентировочных;
- 2) контролирующих;
- 3) коммуникационных;

в) интерпретационная функция. Ее суть заключается в выражении одного и того же объекта с помощью разных знаков и моделей;

г) эстетическая функция. Она постигается органами чувств. Значит формальная красота, и интеллектуальная тоже, доступна только разуму. В математическом доказательстве необходимо соблюдать правильный баланс между логической и наглядной частью. С помощью простой наглядной модели постигается суть доказательства, а логика уточняет только некоторые его детали» [27].

А.П. Усольцев, Т.Н. Шамало предлагают свою классификацию функций наглядности:

«Первая функция. Наглядность должна служить средством формирования компонентов мыслительной деятельности в форме образов,

развития умений оперировать ими и включать их в более сложные структуры мышления.

Поскольку компонентами мыслительной деятельности являются как вербально-рациональные, так и наглядные образы различной степени обобщения и схематичности, человек для осуществления продуктивного мышления должен иметь не только богатый лексикон, но и не менее богатый арсенал различных образов: среди них – образы реального мира, образы воображения, образы-модели, образы-символы и др.

Эти элементы мысли, включенные в сложные структуры мыслительных образований, позволяют усилить гибкость мышления, повысить плотность передаваемой информации и постоянно контролировать ее объективность.

Особенность образов заключается в том, что они очень динамичны: они могут трансформироваться в образы различной степени схематичности, синтезироваться в сложные образы. Это может сопровождаться «уплотнением» информации и обеспечением ее «экономичного» хранения, что является необходимым для продуктивного мышления.

Вторая функция должна выполняться при включении средств наглядности непосредственно в конкретный процесс обучения. В этих случаях наглядность должна использоваться как средство активизации мыслительной деятельности учащихся при восприятии и обработке информации в процессе познания, в частности, при обучении.

Если выполнение первой функции создает условие для осуществления процесса познания, то реализация второй функции наглядности должна обеспечить продуктивность этого процесса»[57, с.103].

Советский психолог и педагог Алексей Леонтьев выделяет «психологическую функцию», которая интегрирована в процесс обучения с использованием наглядных материалов. «Суть этой функции заключается в том, что наглядный материал служит внешней опорой для внутренних действий, которые ребенок выполняет под руководством учителя в процессе усвоения знаний» [52].

Наглядность – это не просто украшение учебного процесса, а мощный инструмент, превращающий абстрактные знания в осязаемую реальность. Она играет ключевую роль как в первичном познании информации, так и в её глубоком усвоении. В отличие от текстового материала, который требует от обучающегося активной работы мозга по декодированию информации и построению образов, наглядные пособия предоставляют готовую визуальную интерпретацию, значительно облегчая восприятие и запоминание. Этот процесс не ограничивается простым «видением»: наглядность стимулирует развитие наблюдательности, критического мышления и умения анализировать информацию, представленную в разных формах.

Эффективность наглядности подтверждается нейробиологическими исследованиями. Наш мозг обрабатывает визуальную информацию значительно быстрее и эффективнее, чем текстовую. Образы, цвета, движение – всё это активизирует множество областей мозга, способствуя более глубокому и долгосрочному запоминанию. Более того, наглядность учитывает различные стили обучения. Визуалы, аудиалы и кинестетики одинаково выигрывают от многогранного использования наглядных материалов, адаптированных под их индивидуальные особенности.

Существует ряд правил, которые применяются при использовании наглядности в рамках образовательного процесса:

- «– необходимо ориентировать учащихся на всестороннее восприятие предмета с помощью разных органов чувств;
- следует обращать внимание учащихся на основные, существенные признаки предмета;
- по возможности, надо продемонстрировать предмет в его развитии, чтобы ученики смогли проявить наиболее высокую активность и самостоятельность при изучении наглядных пособий;
- следует использовать средства сбалансированно, не допуская перегрузки обучения ими, не превращая наглядность в самоцель» [32].

Проанализируем учебные пособия различных авторов на наличие в них того или иного вида наглядности (таблица 1) [30].

Таблица 1– Анализ учебных пособий по математике на наличие наглядности

Название	Описание
«Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. 10-11 классы: учебник (базовый и углубленный уровни). Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачева М.В. и др.»[36].	Для правил и определений есть условные обозначения. На форзаце учебника размещен справочный материал Правила, определения, теоремы выделяются розовым цветом. Жирным курсивом выделена важная информация. На полях учебника представлено достаточное количество чертежей, которые наглядно демонстрируют теоретический материал. Иллюстрации и цветные рисунки не представлены. В учебнике не достаточно представлен наглядный материал.
«Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: базовый и профильный уровни / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева, Н. Е. Федорова»[3].	Для правил и определений есть условные обозначения. На форзаце учебника размещен справочный материал Имеются чертежи, которые наглядно демонстрируют теоретический материал. Иллюстрации и цветные рисунки не представлены. В учебнике не достаточно представлен наглядный материал.
«Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2-ч частях. Ч.1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень)/Мордкович А.Г.» [4].	Для правил и определений есть условные обозначения. На форзаце учебника размещен справочный материал Имеются чертежи, которые наглядно демонстрируют теоретический материал. Иллюстрации и цветные рисунки не представлены. На наш взгляд, в учебнике не достаточно представлен наглядный материал.
«Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин» [1]. «Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин» [2].	Для правил и определений есть условные обозначения. Правила, определения, теоремы выделяются розовым цветом. Имеются чертежи, которые наглядно демонстрируют теоретический материал. Иллюстрации и цветные рисунки не представлены. На наш взгляд, в учебнике не достаточно представлен наглядный материал.

Продолжение таблицы 1

Название	Описание
«Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. 10 класс: учебное пособие: базовый уровень / А.Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. Б. Полонский, М.С. Якир» [34].	Для правил и определений есть условные обозначения. Жирным курсивом выделена важная информация, например правила, определения и др.
«Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. 10 класс: учебное пособие: углубленный уровень / А.Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В.М. Поляков» [35].	Нумерация теорем выделена красным цветом. Рисунки цветные. На наш взгляд, в учебнике достаточно представлен наглядный материал.
«Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организации: базовый и углубл. уровни / Л. С. Атанасян» [33].	Для правил и определений есть условные обозначения. На форзаце учебника размещен справочный материал. Жирным курсивом выделена важная информация. На полях учебника представлено достаточное количество чертежей, которые наглядно демонстрируют теоретический материал.

Из анализа данных таблицы следует: во всех рассмотренных учебниках неизменно присутствует иллюстративный материал.

Основным его компонентом являются графические элементы; в ряде случаев они выполнены цветными для повышения доступности восприятия.

В области математики символическая наглядная составляющая, состоящая из разнообразных графиков, чертежей, таблиц и схем, занимает особое место.

Значимость этой компоненты возрастает по мере углубления математических знаний у учащихся и их интеллектуального развития.

В контексте современной гуманистической педагогики наглядность выдвигается в ключевую позицию, организуя систему образовательных принципов.

На рисунке 1 представлены дидактические принципы по мнению профессора И.П. Подласого.

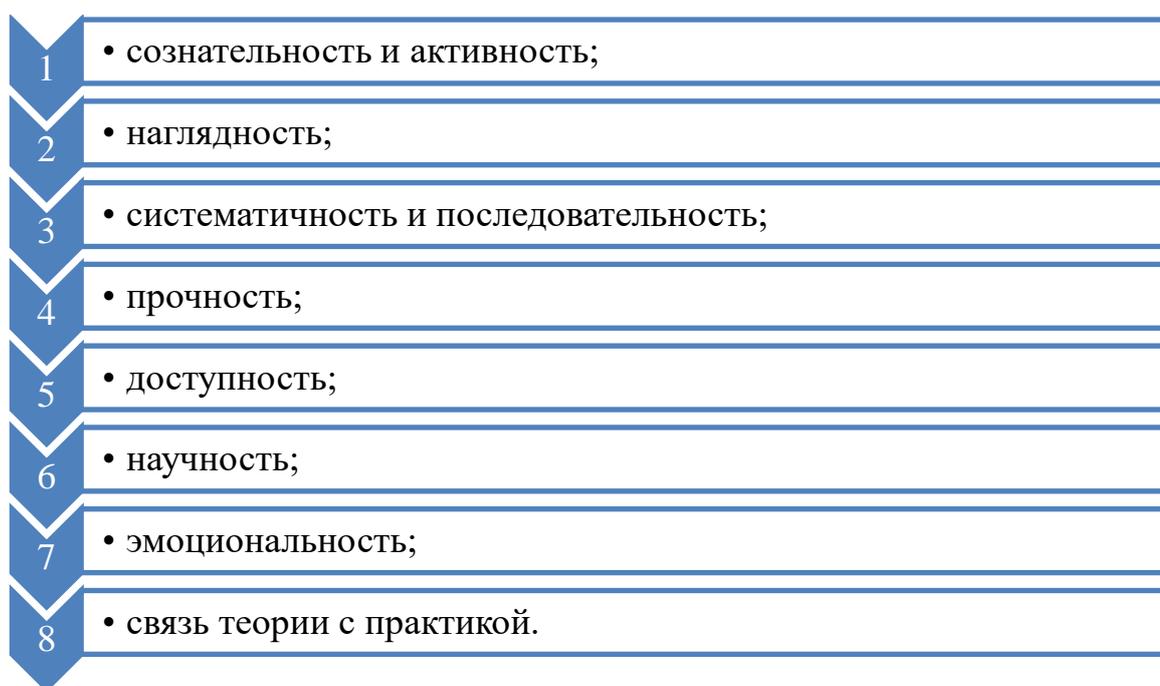


Рисунок 1 - Дидактические принципы по мнению профессора И.П. Подласого [44]

Для развития наглядности необходимо применять дидактические принципы обучения, упомянутые ранее, а также разнообразные формы и методы.

Проблема использования наглядности в математике заключается в том, что эта дисциплина в основном опирается на формулы и числа, что иногда затрудняет учителям реализацию принципа наглядности. Однако данную проблему можно решить следующими способами:

- активное использование сравнительных таблиц, схем и диаграмм, поскольку правильно организованный материал облегчает его усвоение; применение макетов и моделей геометрических фигур. Можно использовать как готовые материалы, так и создавать их совместно с учениками, что поможет глубже изучить свойства объектов;
- подготовка учителем комиксов, которые иллюстрируют содержание задач. Такие комиксы представляют собой набор изображений, сопровождаемых текстом, что может повысить интерес детей к новому материалу;

- проведение выездных уроков, где учащиеся получают задания на самостоятельный поиск информации или измерение различных объектов;
- использование кабинета как рабочего пространства на уроке, позволяя детям искать, измерять и находить нужные данные;
- активное применение компьютерных технологий, включая математические игры и онлайн-тесты;
- использование аудиозаписей с рассказами, содержащими множество математических данных, необходимых для решения задачи, озвучиваемой в конце. Такой подход обучает детей «фильтровать» информацию и выбирать только необходимые данные для решения конкретной задачи.

Стоит также учитывать, что «принцип наглядности достаточно тесно связан с дидактическим принципом связи теории с практикой. В этой связи на уроках целесообразно использовать учебно-познавательные задачи, которые несколько выходят за пределы школьной программы и могут возникнуть в реальной жизни» [44].

«Некоторые современные исследователи наряду с непосредственно изучаемыми объектами также включают в понятие «наглядность» их графические изображения (схемы, карты, чертежи, графики и т.д.), символы, знаки, модели, которые являются специфическим языком технических наук, изучаемых в высшей школе. Причиной такой неоднозначности в оценке ценности ясности, на наш взгляд, может быть универсальность принципа ясности и существование различных его видов» [64].

В своей диссертации Л.Е. Туканова говорит о том, что «в современных условиях модернизации образования, когда изменения касаются всех элементов системы образования, требует нового осмысления и реализации дидактический принцип наглядности. Изменение подходов к применению наглядности в системе подготовки будущего учителя становится одним из

условий формирования компетентности и педагогической направленности обучения будущего учителя» [55].

«Использование наглядности может выступать средством совершенствования обучения будущего учителя с учётом современных требований к образованию в основной и старшей школе, если она реализует свой дидактический потенциал и способствует формированию метапредметных умений, отвечает потребностям обучающихся в современных формах предъявления материала, обеспечивает возможность организации различных форм обучения и видов учебной деятельности, соответствует современным техническим характеристикам.

Работа с визуальными дидактическими материалами, организованная соответствующим образом, способствует повышению эффективности реализации принципа наглядности, формированию метапредметных умений и педагогической направленности обучения будущих учителей.

Использование комплекта визуальных дидактических материалов в процессе предметной и психолого-педагогической подготовки учителя способствует преодолению фрагментарности педагогического образования.

При этом у будущего учителя формируется способность использовать возможности образовательной среды для обеспечения качества образования, в том числе с применением информационных технологий, готовность использования основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации, готовность работать с компьютером как средством управления информацией, а также использовать современные обучающие технологии, способность определить направления и способы оснащения образовательной работы методическими средствами, восполнять дефициты информационного и методического оснащения образовательного процесса и другие компетенции» [56].

1.3 Использование наглядного моделирования при обучении математике

Существуют различные подходы к определению самой задачи. Например, Л.М. Фридман предлагает следующее определение: «Задача представляет собой требование или вопрос, на который надо найти ответ, опираясь и учитывая те условия, которые указаны в задаче» [60, с. 12]. Основываясь на данном определении, можно утверждать, что задача состоит из условия и требования.

«Текстовая задача определяется как такая задача, где связь между условием и поставленной целью явно описана словесно-описательным языком. Основное отличие данной задачи от примера заключается не только во включении текстовой части в качестве условия или требований» [30], но и в том обстоятельстве, что значимые элементы этих нарративных формулировок необходимо преобразовывать с естественного (нематематического) языка на математические символы для корректного решения.

«Если в текстовой задаче речь идет о реальных объектах, процессах, связях и отношениях, то она называется сюжетной. Реальные процессы – это движение, работа, покупки, смеси, сплавы и т. д. Поэтому среди сюжетных задач обычно выделяют задачи на разностные и кратные отношения, на движение, совместную работу, смеси, сплавы и концентрации. Такая типология традиционна, хотя и несколько условна. Говорят также о типологии задач по методам решения: арифметический (по действиям или составлением выражения), алгебраический (составление уравнения, системы уравнений, неравенств), геометрический (использование подобия, площадей фигур и т. п.)» [62].

В. А. Евтушевский так охарактеризовал функции сюжетных текстовых задач в обучении математике: «Задачи, предлагаемые в классе, заключают в себе живой материал для упражнения мышления ученика, для вывода

математических правил и для упражнения в приложении этих правил в решении частных практических вопросов» [23, с. 88].

Только став активными участниками решения текстовых задач, учащиеся смогут овладеть навыками их решения. А. Н. Леонтьев утверждает: «Актуально осознается только то содержание, которое является предметом целенаправленной активности субъекта, то есть занимает структурное место непосредственной цели внутреннего или внешнего действия в системе той или иной деятельности» [32, с. 265].

Проведем анализ учебников по алгебре для 9-х классов и рассмотрим, какое место занимают текстовые задачи в данных учебниках в таблице 2 [30].

Таблица 2 – Анализ учебников по алгебре для 9-х классов

Наименование учебника	Характеристика
«Дорофеев Г.В. Алгебра: учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова и др. М.: Просвещение, 2016» [19].	«В теме «Дробные уравнения» 28 текстовых задач на движение, 7 задач на работу и 1 задача на проценты. Разобран один пример на движение по воде. В теме «Системы уравнений с двумя переменными» 8 задач: 4 задачи на движение, 2 задачи на работу, 2 задачи на сплавы, смеси. Также имеются 12 текстовых задач в дополнение к главе: 10 задач на движение и 2 задачи на проценты» [19].
«Алимов Ш.А. Алгебра: учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др. М.: Просвещение, 2012» [5].	«В теме «Решение задач с помощью систем уравнений» 3 задачи на работу, в том числе рассмотрена одна задача на примере. 3 задачи, как дополнение к главе: на работу, на проценты и на смеси и сплавы. В упражнениях на повторение имеется 18 задач, из которых: 13- на движение, 2 – на работу, 2 – на проценты, 1- на смеси и сплавы. В задачах для внеклассной работы представлены 20 задач: 17 – на движение, 1 на работу, 2 – на смеси и сплавы» [5].
«Макарычев Ю.Н. Алгебра. 9 класс: учебник для учащихся общеобраз. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. М.: Мнемозина, 2023» [33].	«В теме «Решение задач с помощью систем уравнений второй степени» 12 текстовых задач: 5 – на движение, 3 – на работу, 1 – на проценты, 3 – на смеси и сплавы. В задачах на дополнение к главе еще представлено 5 задач: 2-на работу, 3 – на движение. В упражнениях на повторение представлено 29 задач: 13- на движение, 7 – на работу, 2 – на проценты, 7 – на смеси и сплавы» [33].

Продолжение таблицы 2

Наименование учебника	Характеристика
«Мордкович А.Г. Алгебра. 9 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. М.: Мнемозина, 2023» [39].	«В Теме «Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций» представлено 34 текстовых задачи: 15 – на движение, 13 – на работу, 3 – на проценты, 3 – на смеси и сплавы. Разобраны 1 задача на работу по трем этапам и 1 задача на движение. В упражнениях повторение представлено еще 34 задачи, из которых: 7 – на движение, 6 – на работу, 16 – на проценты, 5 – на смеси и сплавы» [39].
«Мордкович А.Г. Алгебра. 9 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений: углубленный уровень / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. М.: Мнемозина, 2019» [40].	В «Теме «Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций» представлено 44 текстовых задачи: 21 – на движение, 16 – на работу, 3 – на проценты, 4 – на смеси и сплавы. Разобраны 4 задачи на работу по трем этапам и 1 задача на движение» [40]. В упражнениях повторение представлено еще 20 задач, из которых: 7 – на движение, 9 – на работу, 2 – на проценты, 2 – на смеси и сплавы» [40].

Во всех учебниках, которые мы проанализировали, присутствуют текстовые задачи. А текстовые задачи можно решать на основе наглядных моделей.

У Л.М. Фридмана есть следующее определение текстовой задачи «Задачи, в которых зависимость между данными и искомыми не выражена в явной форме, а сформулирована словами, так же как и вопрос задачи, называются собственно задачами или задачами с текстом» [60, с. 119].

А.Я. Блох под тестовыми задачами понимает «математические задачи, в которых входная информация содержит не только математические данные, но еще и некоторый сюжет (фабулу задачи)» [10, с.168].

А.А Столяр, В.А. Дрозд «под текстовыми арифметическими задачами подразумевают задачи, имеющие житейское содержание и решаемые с помощью арифметических действий» [38, с.158].

Согласно Л.М. Фридману, «сюжетной задачей называется требование найти (установить, определить!) какие-нибудь характеристики некоторого объекта по известным другим его характеристикам» [601, с.63]. Автор отмечает, что в сюжетных задачах «описан некоторый жизненный сюжет (явление, событие, процесс), с целью нахождения определенных

количественных характеристик или значений. Эти задачи имеют и другое название: текстовые, практические, аналитические (задачи на составление уравнений или систем уравнений), арифметические и т. д.)» [61, с. 3].

Изучая учебно - методическую литературу, можно встретить другие определения текстовой задачи. По мнению Т.Е. Демидовой, А.П. Тонких, «Текстовой задачей называется описание некоторой ситуации (явления, процесса) на естественном и (или) математическом языке с требованием либо дать количественную характеристику какого-то компонента этой ситуации (определить числовое значение некоторой величины по известным числовым значениям других величин и зависимостям между ними), либо установить наличие или отсутствие некоторого отношения между ее компонентами или определить вид этого отношения, либо найти последовательность требуемых действий» [18, с. 7].

Л.В. Шелехова «Сюжетная задача представляет собой описание некоторого непустого множества элементов, на котором определено заданное отношение с требованием найти какую-либо характеристику элемента, либо установить взаимосвязь между элементами, либо найти последовательность требуемых действий» [63, с. 5].

В.А. Далингер выделяет следующие функции текстовых задач:

- « – служат усвоению математических понятий и отношений между ними;
- обеспечивают усвоение учащимися специфических понятий, входящих в предметную область задач;
- способствуют более глубокому усвоению идеи функциональной зависимости;
- повышают вычислительную культуру учащихся;
- учат школьников применению такого метода познания действительности, как моделирование;
- способствуют более полной реализации межпредметных связей;

- развивают у учащихся способность анализировать, рассуждать, обосновывать;
- развивают логическое мышление школьников;
- развивают познавательные способности учащихся через усвоение способов решения задач;
- формируют универсальные качества личности, такие как привычка к систематическому интеллектуальному труду, стремление к познанию, потребность в контроле и самоконтроле и т. п.;
- прививают и укрепляют интерес школьников к математике;
- осуществляют предпрофильную и профильную подготовку учащихся» [17, с. 47].

Л.М. Фридман указывает следующие функции сюжетно-текстовых задач: «вводно-мотивационная, иллюстративная, конкретизирующая, применения и использования математических закономерностей, формирования математических умений и навыков, формирования общеучебных умений, контрольно-оценочная, воспитания характера и воли учащихся, развития творческого мышления и воображения» [61, с. 24].

Имеется множество различных подходов к классификации текстовых задач.

А.Я. Блох классифицирует текстовые задачи «по объектам, рассматриваемым в них, по методам решения, по их месту в системе обучения» [10].

И. В. Арнольд разбивает все текстовые задачи на две категории:

- «– задачи, описывающие явления, характеризуемые одной величиной;
- задачи, описывающие явления, характеризуемые несколькими величинами» [7].

В.И. Крупич представляет каждую задачу как сложный объект, имеющий не только внутреннее строение, но и внешнее. «Внешнее сюжетное строение он называет информационной структурой задачи. Внутреннее строение задачи – структуру – составляет основное отношение, которое

остается относительно неизменным при любых ее преобразованиях в процессе поиска ее решения» [31].

В данном контексте классификация текстовых задач осуществляется «в зависимости от их внутренней структуры, а именно исходя из ключевых соотношений, представленных в каждой задаче.

Методика классификации задач, предложенная Г.В. Дорофеевым, основывается на значении слов и предложений естественного языка, которым они были сформулированы» [20]. Автор отмечает, что «целесообразно выделить два типа задач – задачи, в которых речь идет о некоторой реальной, а более точно о реализованной жизненной ситуации, и задачи потенциального характера, в которых жизненную ситуацию требуется сконструировать, смоделировать, выяснить условия, при которых она реализована» [20, с. 38]. Главное отличие между данными категориями текстовых задач состоит в том, что в одной группе ситуации рассматриваются как фиксированные, тогда как в другой группе они не предполагаются. В первом случае, когда мы имеем дело с фиксированными ситуациями, условия задачи заданы четко и однозначно. Например, задачи, где известны параметры, такие как скорость, время и расстояние, требуют применения конкретных формул и методов. Это позволяет ученикам сосредоточиться на вычислениях и применении уже знакомых алгоритмов.

Во втором случае, ситуации воспринимаются как изменяющиеся и динамичные, что открывает возможность для разнообразных подходов к решению задач. Задачи такого типа включают в себя элементы творчества и требуют от учащихся анализа, синтеза информации и выработки собственных стратегий. Здесь недостаточно просто подставить числа в формулы; необходимо учитывать множество переменных и возможные сценарии развития событий.

Анализ научно-методической литературы показал, что можно рассматривать различные типологии текстовых задач:

«– по специфике сюжета (на покупку, на движение, на работу и т.р.);

- по методам решения (подбором, арифметический, алгебраический, геометрический, графический, логический и т.п.) ;
- по уровням деятельности при решении задачи (стандартные и нестандартные, алгоритмические, эвристические, творческие);
- по форме учебной деятельности при организации поиска решения (фронтальная, коллективная, групповая или индивидуальная)»[54,59].

Таким образом, различия в подходах к задачам формируют разные навыки у учеников. Фиксированные ситуации способствуют развитию логического мышления и навыков вычислений, в то время как изменяющиеся задачи развивают гибкость мышления и способность адаптироваться к новым условиям. Важно учитывать эти аспекты при разработке учебных материалов и методик, чтобы обеспечить всестороннее развитие учащихся.

«Под решением задачи будем понимать процесс, представляющий собой поиск необходимой последовательности действий на основе анализа условия и требования задачи, направленных на определение результата задачи, а также выполнение этих действий, получение результата, его анализ и оценку» [27].

В методике обучения математике выделены четыре основных этапа процесса решения математической задачи:

- «– осмысление текста задачи и анализ её содержания;
- осуществление поиска решения и составление плана решения;
- реализация плана решения;
- анализ найденного решения, поиск других способов решения» [27].

При работе с сюжетной задачей «на первом этапе предполагается первоначальная работа с целью понимания сюжета, выявление величин, которыми описывается ситуация, установление различных зависимостей между этими величинами, определение отношений, заданных условием задачи. Результаты такого предварительного анализа часто бывает удобно зафиксировать в схематической записи (иногда говорят – краткой модели) текста задачи.

Второй этап работы над задачей является самым трудным для учащихся. Его результатом должна являться математическая модель ситуации, причем в качестве такой модели могут служить формула, уравнение, система уравнений, график и т. п.

Третий этап работы с задачей предполагает исследование построенной математической модели, интерпретацию результата исследования математической модели в заданную ситуацию, запись ответа.

На четвертом этапе работы с задачей можно предложить другие варианты решения»[62].

Л.М. Фридман и Е.Н. Турецкий процесс решения задачи подразделяют на восемь этапов:

- «1. Анализ задачи.
2. Схематическая запись задачи.
3. Поиск способа решения задачи.
4. Осуществление решения задачи.
5. Проверка решения задачи.
6. Исследование задачи.
7. Формулирование ответа задачи.
8. Анализ решения задачи» [60].

Сюжетные задачи, как основа для моделирования, позволяют не только проанализировать текущие процессы, но и визуализировать их динамику. Они создают контекст, в который помещаются различные элементы, характерные для конкретной ситуации.

Используя сюжетные задачи, можно легко идентифицировать ключевые факторы, влияющие на результат, и протестировать различные сценарии развития событий. Такой подход способствует более глубокому пониманию систем, с которыми мы работаем.

Кроме того, сюжетные задачи активизируют мышление и стимулируют креативность, что особенно важно в условиях современного быстро меняющегося мира. Решение таких задач требует от участников навыков

критического мышления и способности видеть взаимосвязи между казалось бы не связанными явлениями. Это развивает не только аналитические способности, но и командную работу, когда разные участники могут предоставить свои уникальные взгляды на проблему.

Суть метода моделирования заключается в том, что «для исследования какого-либо явления или объекта выбирают или строят другой объект, в каком-то отношении подобный исследуемому.

Построенный или выбранный объект изучается, и с его помощью решают исследовательские задачи, а затем результаты решения этих задач переносят на первоначальное явление или объект» [60, с. 121].

Таким образом, моделирование включает в себя:

- «– построение модели;
- исследование модели;
- анализ полученных результатов и перенос их на объект изучения» [60].

«Процесс решения сюжетной задачи – это теоретическое исследование, представляющее собой процесс математического моделирования» [60, с. 122].

«Математическое моделирование в учебных целях состоит из следующих этапов:

- 1) перевод исходной задачи с естественного языка на язык математики, что подразумевает создание математической модели задачи – формализацию;
- 2) решение задачи в контексте математической теории, на основе которой была построена модель — внутримодельное решение;
- 3) преобразование полученного результата математического решения обратно на язык, на котором была сформулирована исходная задача — интерпретация результата.

Математическое моделирование облегчает процесс выполнения оценок, проверок и общения.

Например, предварительным действием может служить создание чертежа, который соответствует заданным условиям, а также добавление новых элементов в него.

Процессы контроля направлены на выявление ошибок, путем сравнения чертежей, выполненных учащимися, с образцами из учебного пособия, а также на анализ тех характеристик, которые должен сохранить объект при различных преобразованиях.

Коммуникационные аспекты связаны с этапом управления учебной деятельностью, в рамках которого студенты изучают полученные результаты. В ходе этих процессов учащиеся, опираясь на свой опыт, разъясняют другим или себе суть изучаемого явления через созданную модель.

Кроме того, можно отметить и эстетическую составляющую моделирования, такую как стимулирование сознательного интереса учащихся, улучшение запоминания и повторения учебного материала.

Математическая модель, представляя численное выражение качества объекта, позволяет проводить эксперименты с его количественными характеристиками, выделяет вероятность определения пределов устойчивости и оптимальных режимов работы, углубляет понимание качественных аспектов объекта, раскрывая его внутренние закономерности» [22, с. 219].

Выводы по первой главе

В первой главе представлены теоретические основы реализации принципа наглядности при обучении математике. Раскрыты различные подходы к определению наглядности и принципа наглядности, выделены основные цели и функции наглядности.

Проведен анализ различных трактовок определения понятия «текстовая задача» в исследованиях известных математиков и методистов А.Я. Блоха, В.И. Крупича, А.А. Столяра и других.

На основе работ В.А. Далингера, Г.И. Саранцева, Т.А. Ивановой, Л.М. Фридмана раскрыты основные функции и этапы решения текстовых задач.

В диссертации демонстрируется, что текстовые задачи играют важную роль в развитии математического мышления учеников, и что ключевым методом для их решения является метод моделирования.

Построение математической модели при обучении решению текстовых задач требует от школьников умений строить различные модели в виде наглядных схем, таблиц, графиков, графов и т.п.

Следовательно, необходимо представить обзор средств реализации принципа наглядности при обучении математике, в частности, при обучении решению текстовых задач.

Исследование методических основ реализации принципа наглядности при обучении решению сюжетных задач будет раскрыто во второй главе диссертации.

Глава 2 Методические основы реализации принципа наглядности при обучении математике

2.1 Обзор средств реализации принципа наглядности при обучении математике

В педагогике выделяются такие виды средств наглядности, как «визуальные, аудиальные, кинестетические и речевые. Средства наглядности помогают активировать как зрительное, так и слуховое, и тактильное восприятие. В ходе образовательного процесса такие средства должны являться фундаментом, на котором будет развиваться познавательная активность учеников» [42].

«К визуальным средствам наглядности относятся иллюстрации, схематические изображения, фотографии. К аудиальным – разнообразные аудиозаписи. Образцы веществ, которые можно исследовать с помощью тактильных ощущений, относятся к кинестетическим средствам наглядности. К речевым средствам наглядности относится словесное описание учителем, которое способно вызвать у школьников образование психического образа. Психологами установлено, что наиболее активно в обучении задействованы зрительный и слуховой анализаторы, поэтому наиболее широко распространены аудиовизуальные средства наглядности» [47].

Прогресс в информационно-коммуникационных технологиях в сфере образования постоянно расширяет спектр методов подачи учебного материала, которые преподаватели активно внедряют в свою практику. Однако, используя даже новейшие средства наглядности, «педагог должен всегда контролировать процесс формирования у обучающихся правильных наглядных образов» [51].

Визуальные наглядные пособия в образовании представляют собой плоские или объемные изображения предметов и явлений, предназначенные для учебных целей.

Примерами наглядности являются таблицы и графики.

Например, таблицы делятся на три типа:

Тип 1. Справочные: содержат обобщенные сведения, способствуя систематизации знаний.

Тип 2. Иллюстративные: дополняют объяснения учителя визуальными образами.

Тип 3. Рабочие (таблицы-задания): предлагают задачи и упражнения для учащихся.

Применение таблиц в математике помогает обучающимся развивать образное мышление.

Также к средствам наглядности можно отнести рисунки и схемы:

- рисунки: используются для иллюстрации формул, теорем и задач, помогая визуализировать геометрические фигуры;
- схемы: представляют связи между понятиями, способствуя обобщению и повторению материала.

Что касается рисунков и схем, то они занимают центральное место в арсенале наглядных пособий на уроках математики. Для более глубокого понимания изученного материала или усвоения новых знаний целесообразно применять схематические рисунки при решении задач.

Применение наглядных пособий выполняет следующие функции:

- подтверждение и иллюстрация словесных объяснений учителя;
- конкретизация новых знаний и изученного материала;
- развитие образного мышления;
- повышение наглядности и информативности учебного процесса.

В своей диссертации Л.Е. Туканова отмечает, что «Проникновение информационных технологий через компьютеризацию в сферу образования позволило педагогам качественно изменить содержание, методы и средства обучения. Традиционные и современные средства наглядности взаимно не исключают, а дополняют друг друга. Компьютер стал мощным современным средством обучения и визуализации информации.

Таким образом, организуя преподавание дисциплин предметной подготовки с использованием новых дидактических средств обучения, можно одновременно решать педагогическую задачу: знакомить будущих преподавателей с технологиями применения нового учебного инструмента, новой формы ведения урока, новых способов представления наглядных пособий. Проведенное исследование свидетельствует о возможности обучать математике, соединяя в единое целое традиционные и инновационные методы обучения»[56].

Компьютерные технологии открывают совершенно новые возможности для наглядного обучения и становятся все более популярными в современных школах. Эффективность использования компьютеров в изучении математики в значительной степени зависит от наличия специализированного программного обеспечения. Оно позволяет объединить мощные вычислительные функции с графическим отображением данных, а также экономить учебное время, устраняя механические и рутинные вычисления. Такие технологии наделяют учащихся эффективными визуальными методами для решения различных задач.

В современных образовательных учреждениях использование таблиц, диаграмм, аудио- и видеоматериалов все чаще осуществляется через медиатехнологии.

Век информационных технологий открыл новые горизонты для визуального обучения. Интерактивные доски, мультимедийные презентации, обучающие видеоролики и виртуальная реальность стали неотъемлемыми инструментами в classrooms по всему миру. Эти технологии позволяют создавать динамичные и увлекательные учебные процессы, которые активно вовлекают студентов.

Современные исследования подтверждают, что визуальные элементы в обучении значительно повышают уровень усвоения информации. Например, визуальные метафоры и графические организаторы помогают студентам структурировать свои мысли и лучше запоминать материал. Это особенно

важно в условиях, когда внимание учащихся может легко отвлекаться, и наглядность становится важным инструментом для удержания фокуса на учебном материале.

Принципы наглядности находят применение не только в традиционном образовании, но и в корпоративном обучении, медицинском образовании, а также в онлайн-курсах. В каждой из этих сфер использование наглядных материалов помогает облегчить процесс обучения и сделать его более эффективным.

Для улучшения наглядности в математических классах учителя могут использовать различные онлайн-платформы:

- интеллект-карты: сервисы, такие как XMind и PoppletBubbl, позволяют создавать визуальные диаграммы, которые помогают учащимся структурировать и понимать информацию;
- графики и диаграммы: платформы, такие как Infogr, позволяют создавать интерактивные диаграммы и графики, демонстрируя процесс их построения;
- дистанционное обучение: платформы, такие как Zoom и Microsoft Teams, обеспечивают визуальную доступность для удаленных классов, содействуя пониманию материала;
- презентации: приложение OfficeMix позволяет добавлять аудио, видео и интерактивные элементы к презентациям PowerPoint, повышая вовлеченность учащихся и предоставляя обратную связь.

Интеграция этих визуальных инструментов в уроки математики делает обучение более наглядным и интерактивным. Учащиеся становятся активными участниками процесса обучения, что приводит к лучшему пониманию и сотрудничеству между учителями и учениками.

Наиболее эффективно такие интерактивные материалы могут быть представлены с помощью интерактивной доски. По мнению М. С. Артюхиной, «интерактивная доска может сочетать в себе функции контроля знаний и возможности различных форм коммуникации наглядных пособий, тренажеров

и заменителей устаревших средства обучения (плакаты, макеты, кодоскопы и т. д.)» [8, с. 76].

Интерактивные доски, такие как Padlet и Explain Everything, предоставляют значительные возможности для визуализации в учебном процессе, в том числе в преподавании математики. Для эффективного использования в математических классах такие доски должны включать:

- интерактивные математические инструменты: компас, линейка, транспортир и т. д.;
- редактор формул: для создания и редактирования математических выражений;
- интерактивные модели: для демонстрации математических объектов и их взаимодействия;

Одним из таких программных обеспечений является Smart Notebook для интерактивных досок Smart.

Цифровые ресурсы расширяют возможности визуализации математических понятий и процессов, позволяя:

- моделировать взаимодействие с геометрическими формами;
- усиливать интерпретирующую, иллюстрирующую и когнитивную функции наглядных средств.

В школьном образовании цифровые ресурсы можно использовать несколькими способами:

- «– специализированные учебные программы: предоставляют материалы для различных видов учебной деятельности и методические рекомендации;
- самостоятельный отбор материалов: отбор отдельных ресурсов в соответствии с конкретными образовательными целями.

Педагогические программные средства, такие как электронные учебники, являются интересным методическим решением, которое повышает наглядность обучения и активизирует познавательную активность учащихся» [8].

Использование компьютерных технологий предусмотрено в элективном курсе Н.Н. Орловой «Изображение геометрических тел в мультимедийных средах» [41]. Автором разработана «мультимедийная библиотека опорных формул, пакетов готовых геометрических тел и их конфигураций. Подобные задания больше подойдут, когда вводятся основные геометрические понятия: точка, отрезок, луч, прямая, треугольник.

Эти материалы могут использоваться при работе с интерактивной доской или при построении индивидуальных образовательных траекторий» [41].

Важнейшим этапом в работе с наглядными пособиями является «умение самостоятельно оперировать ими с соответствующими объяснениями» [17].

Одной из современных технологий является дополненная реальность.

А.В. Гриншкун в своем диссертационном исследовании подчеркивает «возрастающий потенциал такого рода технологической наглядности» [16, с. 10].

Технологии дополненной реальности и трехмерная анимация предоставляют новые возможности для визуализации математических понятий, особенно в стереометрии:

- дополненная реальность: улучшает наглядность геометрических построений, позволяя ученикам взаимодействовать с трехмерными объектами в реальном времени;
- трехмерная анимация: иллюстрирует абстрактные концепции, «разворачивая» их во времени, что делает их более понятными.

Наглядность является важным элементом обучения математике, так как она:

- способствует различным формам учебной деятельности;
- помогает решать проблемные задачи;
- используется для объяснения нового материала, закрепления знаний и решения задач.

Однако важно использовать наглядность умеренно. Чрезмерное ее применение может отвлекать учащихся и мешать им развивать собственное понимание математических концепций. Как только ученики осваивают определенный метод или способ решения задач, использование наглядных материалов следует постепенно уменьшать или исключить.

В.В. Репьев в своём пособии пишет: «Учитель должен проявлять большую чуткость и значительный такт в применении наглядности: наглядность надо использовать, когда есть в этом потребность; её следует исключить из педагогического процесса, если нет надобности в ней. При этом нельзя забывать, особенно при решении задач, об индивидуальных особенностях учащихся: одни из них нуждаются в наглядной опоре больше, другие меньше» [46, с. 189].

З.И. Слепкань отмечает, что «в использовании средств наглядности должна соблюдаться мера», и цитирует Д.Ж. Брунер: «Фильмы и различные наглядные пособия могут на короткий срок привлекать внимание, при частом же употреблении они могут воспитывать пассивного человека, ждущего, что поднимется занавес и его будут развлекать» [52, с.48].

2.2 Технология обучения решению сюжетных задач на основе наглядных моделей

Цель обучения решения сюжетных задач на основе наглядных моделей – ввести понятие сюжетной задачи; изучить основные методы решения сюжетной задачи; формировать умение поиска решения сюжетной задачи на основе наглядных моделей.

Задачи:

- сформировать понятие сюжетной задачи;
- сформировать навык решения сюжетной задачи на основе наглядных моделей.

Т.А. Иванова считает, что «умение решать задачи самостоятельно, без посторонней помощи формируется произвольно лишь у небольшой части обучающихся. Для большинства требуется помощь учителя в этом направлении. Необходимо научить школьников, приступая к решению задачи, проанализировать ее» [54].

Обучение решению задач, по мнению Г.И. Саранцева, «состоит в формировании у школьников умения выполнять действия, входящие в аналитико-синтетическую деятельность по решению задач, составлять цепочки действий, которые могут привести к решению, а также в выделении, накоплении и систематизации эвристического, в приобщении школьников к решению и составлению задач» [50, с.17].

По мнению Л.В. Шелеховой, цели могут быть сформулированы на трех уровнях, которые отличаются глубиной проработки материала по обучению решению сюжетных задач.

«Цели первого уровня (иметь представления + о чем) - иметь представления:

- о круге проблем, в ряду которых находятся проблемы и вопросы обучения решению сюжетных задач в процессе преподавания математики;
- об обязательных для изучения модулях и разделах, а также возможности выбора «индивидуальной траектории» в процессе обучения решению сюжетных задач;
- о существующих методических подходах в обучении решению сюжетных задач;
- о современном состоянии научных дисциплин, являющихся основой для обучения решению сюжетных задач, и перспективах их развития в будущем;
- об основных сферах применения получаемых знаний в процессе обучения решению сюжетных задач;

- об использовании сюжетных задач в качестве средства организации межпредметной интеграции;
- о вопросах и проблемах, по каким-либо причинам не рассматриваемых в процессе обучения решению сюжетных задач, но имеющих значение для понимания некоторых аспектов решения или приложения сюжетных задач» [63].

Цели второго уровня (знать + что) - знать:

- «– значение сюжетных задач в курсе математики;
- понятия, определения, термины (понятийный аппарат), необходимые для обучения решению сюжетных задач;
- признаки, параметры, характеристики, свойства элементов, отраженных в содержании сюжетной задачи;
- принципы, основы, теории, законы, правила, используемые в процессе обучения решению сюжетных задач;
- методы, средства, приемы, алгоритмы, способы решения сюжетных задач и их границы применимости;
- типологии сюжетных задач по различным критериям» [63].

Цели третьего уровня (деятельность, задаваемая глаголом + объект на который направлена данная деятельность):

- «– оформлять (представлять, описывать, характеризовать) данные, сведения, факты, результаты работы на языке символов (терминов, образов), введенных и используемых в процессе обучения решению сюжетных задач;
- высказывать (формулировать, выдвигать) гипотезы о причинах возникновения той или иной ситуации в процессе решения сюжетной задачи, о путях ее развития и последствиях;
- планировать деятельность, связанную с обучением решению сюжетных задач;
- классифицировать (систематизировать, дифференцировать) факты (явления, объекты, системы, методы, решения и т.д.), выявленные в

процессе обучения решению сюжетных задач и самостоятельно формулировать основания для классификации;

– рассчитывать (определять, находить, решать, вычислять, оценивать, измерять) признаки (параметры, характеристики, величины, состояния), используя известные модели (методы, способы, приемы, алгоритмы, законы, теории, закономерности) в процессе решения сюжетных задач;

– выбирать способы (методы, приемы, алгоритмы, модели, законы, критерии) для решения сюжетных задач;

– обобщать (интерпретировать) полученные результаты по заданным или определенным критериям;

– контролировать (проверять, осуществлять самоконтроль) до, в ходе и после решения сюжетной задачи;

– изменять (дополнять, адаптировать, развивать) методы (алгоритмы, средства, приемы, методики) для решения сюжетных задач определенного типа;

– формулировать (ставить, формализовать) проблемы (вопросы, цели), связанные с обучением решению текстовых задач;

– прогнозировать (предвидеть, предполагать, моделировать) развитие событий (ситуаций), возникающих в процессе обучения решению сюжетных задач» [63, с. 81].

Достижение обозначенных целей требует от учителя личного опыта решения сюжетных задач, владения методикой обучения. Необходима систематическая и планомерная работа по обучению учащихся различным способам и методам решения текстовых задач.

Как показывает практика, организация такой работы наиболее эффективно в малых группах, т.е. с применением групповой формы деятельности на этапе закрепления.

«Обучающая функция включает в себя две взаимосвязанные группы дидактических задач, соответствующих двум структурным компонентам умения решать задачи:

- задачи, направленные на приобретение знаний;
- задачи, направленные на овладение умениями (рисунок 2)» [63, с. 84].

Технология работы с текстовой (сюжетной) задачей Т.А. Ивановой включает следующие этапы:

- «1. Ознакомление с текстом задачи и анализ ее содержания.
2. Схематическая запись задачи.
3. Поиск плана решения задачи» [54, с. 185].

Согласно, Л.В. Шелеховой, решение текстовой задачи предполагает три этапа.

На первом этапе неотъемлемой частью ознакомления с содержанием является его анализ.

«Он включает в себя следующие умения (элементарные действия):

- 1) установить количество ситуаций (элементов), имеющих в задаче,
- 2) выделять величины в тексте;
- 3) выделять предложения, выражающие функциональные связи (зависимости) между величинами, и фиксировать эти связи;
- 4) выделять и фиксировать искомые величины» [63].

Анализ завершается схематической записью, которую можно назвать моделью текста задачи.

А это уже второй этап работы с задачей.

Автор отмечает, что моделью текста может служить:

- «– линейчатая или столбчатая диаграмма;
- отрезок с составляющими его частями;
- таблица;
- отрезок или луч с положением на нем движущихся объектов в различные моменты времени;
- графики равномерного движения и другие объекты» [63].

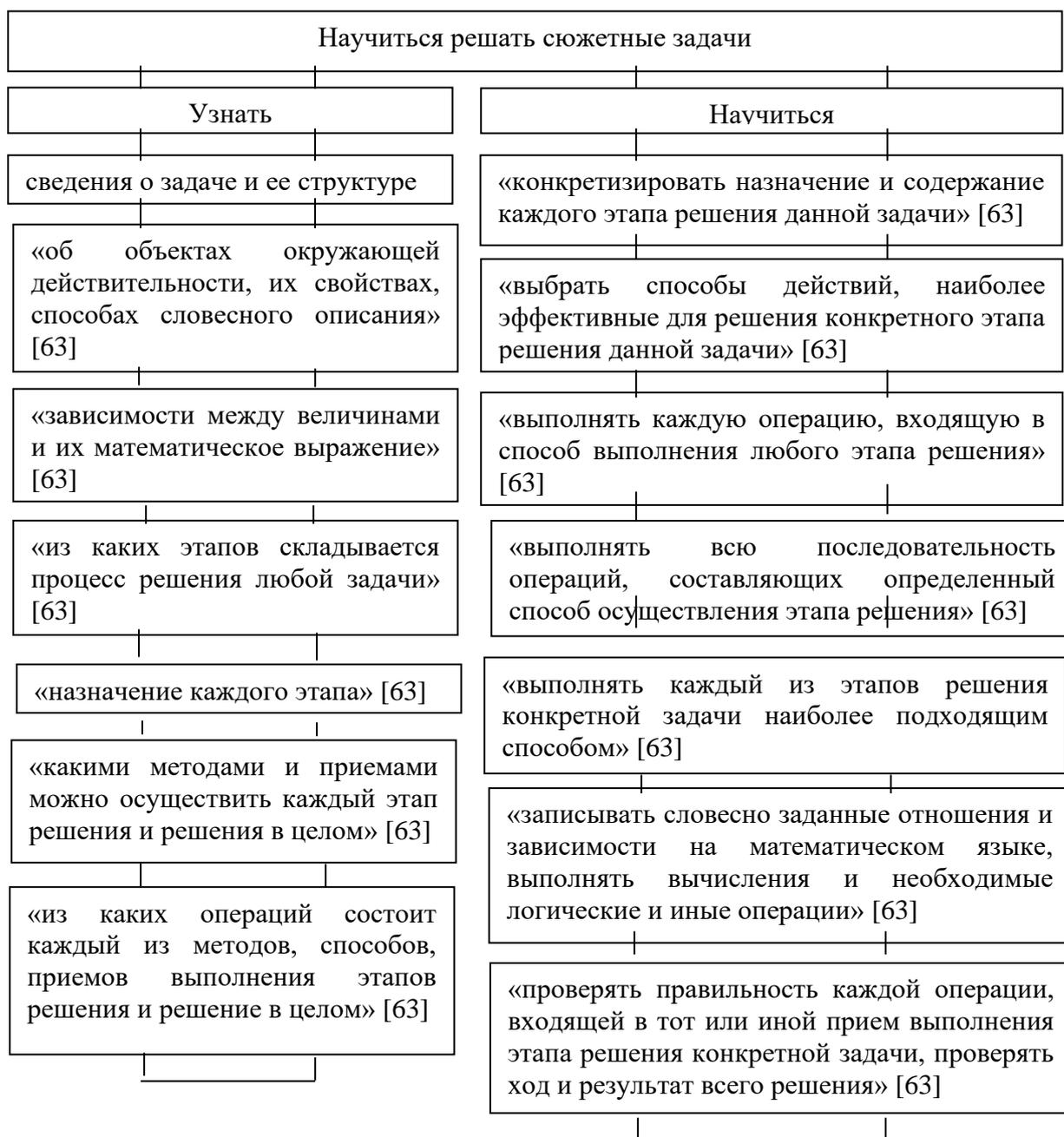


Рисунок 2 - Группы дидактических задач обучения решению сюжетных задач [63]

На третьем этапе происходит поиск плана решения задачи. «Он заключается в составлении элементарных задач, в переводе естественных отношений и зависимостей между величинами на формальный математический язык, в получении математической модели задачи» [63].

Основными умениями (элементарными действиями) по мнению Т.А. Ивановой, которыми должен овладеть ученик для реализации третьего этапа являются:

«1) Переводить отношения между величинами на язык равенств, уравнений, неравенств, их совокупностей и систем.

2) Записывать зависимости между величинами с помощью формул известных процессов и выражать величины формул» [55].

Особенности каждого этапа в процессе решения простых задач обусловлены тем, что простые задачи, с одной стороны, служат средством формирования понятий о значении арифметических действий, а с другой стороны, представляют собой подготовительный этап к обучению решению более сложных задач.

Сюжетные задачи становятся не просто рутинным элементом учебного процесса, а настоящим инструментом формирования позитивной образовательной среды. Они помогают ученикам не только углубить свои математические знания, но и развивают креативное мышление, которое необходимо для поиска нестандартных решений. Важно, чтобы учителя создали условия, при которых каждая задача воспринималась как увлекательный вызов, а не как очередное препятствие на пути к успеху.

Постепенное освоение алгоритмов и схем позволяет ученикам структурировать свою мысль и рационально подходить к решению. Например, визуальные материалы помогают увидеть взаимосвязи между элементами задачи, что, в свою очередь, углубляет понимание математических концепций. Педагоги могут интегрировать игровую составляющую, чтобы каждое решение воспринималось как маленькая победа, что в свою очередь мотивирует учащихся.

Запись условий и требований текстовых задач в табличной форме является эффективным способом обучения решению текстовых задач алгебраическим методом. Для более сложных задач следует использовать и другие, более «гибкие» модели поиска решений. При решении простых задач

важно выявить и отработать общую схему решения, что упростит процесс решения более сложных задач в будущем.

Решение сюжетной задачи, чаще всего, выполняется следующими способами: арифметический, алгебраический и геометрический.

Разберем каждый этап подробно на следующих примерах по технологии Т.А. Ивановой.

В учебном пособии Т.А. Ивановой приводятся решения следующих задач:

«Задача 1. В трех поселках 6000 жителей. Во втором поселке вдвое больше жителей, чем в первом, а в третьем – на 400 жителей меньше, чем во втором. Сколько жителей во втором поселке?» [54].

«Анализируя эту задачу, ученик должен осознать следующее: в задаче идет речь об одной ситуации, в которой действуют три величины. Обозначим их на естественном языке $Ч_1$, $Ч_2$, $Ч_3$ (число жителей первого, второго, третьего поселков соответственно). По условию известно, что $Ч_2 > Ч_1$ в 2 раза, $Ч_3 < Ч_2$ на 400. Искомая величина $Ч_2$.

Покажем три вида схематических записей этой задачи» [54].

Первый вид. Таблица в виде построчной записи (рисунок 3).

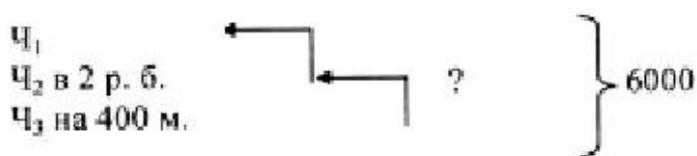


Рисунок 3 - Таблица в виде построчной записи

Второй вид. Линейчатая диаграмма (рисунок 4).

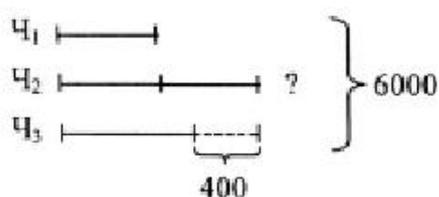


Рисунок 4 - Линейчатая диаграмма

Третий вид. Отрезок с составляющими его частями (рисунок 5).

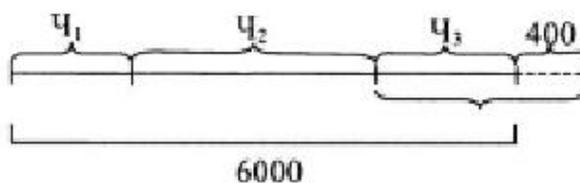


Рисунок 5 - Отрезок с составляющими его частями

Задача 2. «Из Москвы в Ленинград отправился пассажирский поезд, скорость которого равна 80 км/ч. Спустя 20 минут из Ленинграда в Москву отправился скорый поезд, скорость которого равна 90 км/ч. Через сколько часов после выхода поезда из Москвы произойдет встреча, если считать расстояние от Москвы до Ленинграда равным 650 км?»[54].

«В этой задаче речь идет о двух ситуациях (о движущихся объектах), каждая из которых характеризуется тремя величинами (S , v , t), находящимися в пропорциональной зависимости ($S = v \cdot t$).

В задачах на движение обычно показывается отрезок или луч и на нем положения движущихся тел в различные моменты времени. Как это выглядит показано на рисунке 6.

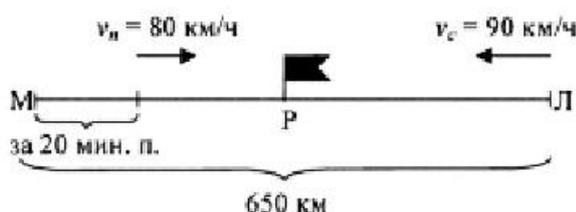


Рисунок 6 – Рисунок к задаче 2

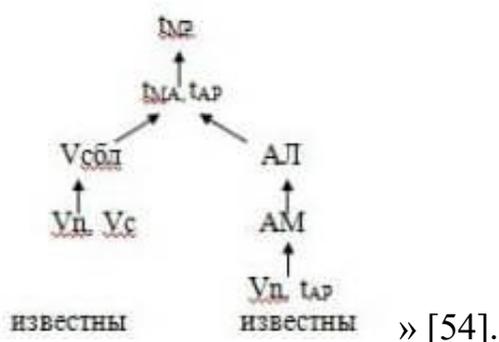
Найти время движения М до Р.

Переводя на математический язык отношения и зависимости, зафиксированные на рисунке, мы сразу же получаем серию арифметических задач в одно действие (сформулируем только требования):

– найти расстояние МА;

- найти расстояние АЛ;
- найти время движения пассажирского поезда на участке АР (время сближения поездов на участке АЛ);
- найти искомое время.

Здесь поиск плана осуществлен синтетическим путем. Если не осуществлять прямого перевода, то ту же последовательность элементарных задач можно получить, проводя классический анализ по схеме, представленной по схеме:



«Рассмотрим теперь задачу 1. Если ученик кратко записал условие в первом виде (рисунок), то он осуществляет перевод задачи на математический язык в следующем порядке:

- 1) $\mathcal{C}_2 = 2\mathcal{C}_1$;
- 2) $\mathcal{C}_3 = \mathcal{C}_2 - 400 = 2\mathcal{C}_1 - 400$;
- 3) $\mathcal{C}_1 + \mathcal{C}_2 + \mathcal{C}_3 = 6000$ или $\mathcal{C}_1 + 2\mathcal{C}_1 + 2\mathcal{C}_1 - 400 = 6000$.

Как видим, при таком подходе выбор неизвестного и составление уравнения осуществляется почти автоматически. Замена \mathcal{C}_1 буквой x приводит к общепринятым в математике обозначениям и записям. Как первые, так и вторые могут быть сделаны в таблице – краткой записи условия:

x	\mathcal{C}_1	\mathcal{C}_1		}	6000
$2x$	$2\mathcal{C}_1$	\mathcal{C}_2	← в 2 р. б.		
$2x - 400$	$2\mathcal{C}_1 - 400$	\mathcal{C}_3	← на 400 м.		
$\mathcal{C}_1 + 2\mathcal{C}_1 + 2\mathcal{C}_1 - 400 = 6000$ или $x + 2x + 2x - 400 = 6000$?	

» [54].

Л.Е. Туканова отмечает, что «в процессе обучения учащихся решению текстовых задач алгебраическим методом ведущим, определяющим является

этап моделирования, а результатом этого этапа являются составленные модели (уравнения, неравенства, системы) в зависимости от выбора неизвестной. Отобразить эту идею можно в самом тексте задачи, заменив требование по нахождению конкретной величины требованием составить возможные уравнения по условию задачи» [55].

«Тогда, например, к первой задаче эти действия выглядят так.

Если в качестве неизвестной выбрана величина:

- 1) $Ч_1$, то $Ч_2 = 2Ч_1$, $Ч_3 = Ч_2 - 400$, т.е. $Ч_1 + 2Ч_1 + (2Ч_1 - 400) = 6000$;
- 2) $Ч_2$, то $Ч_1 = \frac{1}{2} Ч_2$, $Ч_3 = Ч_2 - 400$, т.е. $\frac{1}{2} Ч_2 + Ч_2 + (Ч_2 - 400) = 6000$;
- 3) $Ч_3$, то $Ч_2 = Ч_3 + 400$, $Ч_1 = \frac{1}{2} (Ч_3 + 400)$, т.е. $\frac{1}{2} (Ч_3 + 400) + (Ч_3 + 400) + Ч_3 = 6000$ » [54].

«Сравнивая составленные уравнения, можно подметить такую закономерность: для получения более простой модели в задаче за неизвестную величину целесообразнее выбирать меньшую из сравниваемых величин. Важно, чтобы на уровне применения ученик осознавал, что составленные уравнения зависят от субъективного выбора величины в качестве неизвестной» [55, с. 186].

2.3 Описание педагогического эксперимента

Педагогический эксперимент проводился на базе МОАУ «СОШ с углубленным изучением немецкого языка № 61 им А.И. Морозова» г. Оренбурга. Для проведения эксперимента с целью проверки результативности обучения математике были привлечены 42 учащихся 9 классов: 9 «А» – 22 человека, 9 «Б» – 20 человека.

Целью эксперимента – апробация методических материалов и проверка рабочей гипотезы на практике.

Экспериментальное исследование состоит из двух этапов:

Этап 1. Констатирующий этап эксперимента - направлен на анализ умений и навыков учащихся по применению наглядности при решении сюжетных задач.

Этап 2. Поисковый этап эксперимента имеет целью проверить справедливость гипотезы исследования о том, что если при обучении математики использовать принцип наглядности, то это будет способствовать повышению качества подготовки школьников по математике. На этом этапе апробировались различные возможности реализации принципа наглядности при обучении решению сюжетных задач.

В ходе констатирующего этапа было проведено входное тестирование с целью выявления умений учащихся решать сюжетные задачи с использованием при решении различных наглядных схем (таблиц, моделей, графиков и т.п.).

Констатирующий этап эксперимента также показал, что большинство девятиклассников испытывают затруднения при решении текстовых задач. Используемые при этом наглядные схемы ограничиваются применением сведения решения задачи к построению модели в виде уравнения или системы уравнений. Такие схемы, как графы, таблицы, построение графиков и другие используются редко. Все это свидетельствует о том, что проблема реализации принципа наглядности на современном этапе школьного математического образования остается такой же актуальной.

Технология работы с текстовой (сюжетной) Т.А. Ивановой подходит для реализации контроля успехов и навыков обучающихся в конце изучения темы. Автор предлагает использовать многоуровневые контрольные работы. «Суть оценивания работы при таком подходе состоит в следующем.

Если ученик верно выполняет задания, относящиеся к уровню обязательной подготовки, то он получает оценку «3» или «зачет», если кроме обязательного, учащийся выполняет задания следующего – реконструктивного (преобразующего) уровня, то его работу можно оценить

как хорошую, т.е. поставить оценку «4». Поднимаясь на следующую ступеньку, т.е. выполняя задания продуктивного, творческого характера, ученик может получить оценку «5» при условии, что предыдущие задания выполнены верно» [54, с. 320].

Решение текстовой сюжетной задачи оценивается по следующим параметрам:

- общая ориентация в содержании текста задачи и понимание его целостного смысла. Определяется тип задачи, выделяются ситуации, рассматривающиеся в задаче, формулируются проблема и цель задачи;
- нахождение информации. Оценивается умение выделять условие и требование задачи, известные и неизвестные величины, избыточные и недостающие данные задачи, находить способ её решения;
- интерпретация текста. Оценивается умение представлять сюжетную задачу в виде табличной модели, в виде рисунка, схемы и др., делать выводы, выводить следствия из условия задачи, строить аргументированные выводы, правильно оформлять решение сюжетной задачи;
- рефлексия содержания текста задачи и её решения.

На поисковом этапе обучающимся была предложена контрольная работа, которая включала в себя пять заданий, ориентированных на выявление умений по:

- оформлению решений задачи в виде таблицы;
- применению при решении сюжетной задачи графического метода;
- применению в решении задач схем;
- применению матричного метода решения задач;
- применению метода графов.

Задания контрольной работы:

«Задача 1:

Расстояние между двумя городами скорый поезд проходит на 4 часа быстрее товарного и на 1 час быстрее пассажирского. Найти скорости

товарного и скорого поездов, если известно, что скорость товарного поезда составляет $\frac{5}{8}$ от скорости пассажирского и на 50 км/ч меньше скорости скорого» [5].

Решение:

Этап 1. Ознакомление с текстом задачи и анализ ее содержания.

Речь идёт о процессе движения, который характеризуется тремя величинами: расстояние, скорость, время (3 столбца таблицы). Движение этих объектов характеризуется тремя величинами: расстоянием, скоростью, временем. Связь между этими величинами выражается формулой: $s = v \cdot t$.

Этап 2. Схематическая запись задачи.

В задаче процесс: движение скорого, пассажирского и товарного поездов (3 строчки таблицы).

Можно составить проект таблицы.

Таблица 3 – Проект таблицы

Величины Процессы	Расстояние (км)	Скорость (км/ч)	Время (ч)
Скорый поезд			
Пассажирский поезд			
Товарный поезд			

Этап 3. Поиск плана решения задачи.

На данном этапе необходимо заполнить таблицу, руководствуясь условиями задачи.

Далее необходимо ввести неизвестные величины:

– обозначим x , км/ч – скорость товарного поезда,

– обозначим y , ч – время движения скорого поезда.

Составим модель:

$$(x + 50)y = \frac{8}{5}x(y + 1);$$

$$\frac{8}{5}x(y + 1) = x(y + 4).$$

После составления модели мы на основании уравнения один находим y , а уже их второго уравнения будем находить x .

Пусть x , км/ч – скорость товарного поезда ($x > 0$), y , ч – время движения скорого поезда ($y > 0$). Составляем таблицу.

Таблица 4 – Решение задачи

Величины Процессы	Расстояние (км)	Скорость (км/ч)	Время (ч)
Скорый поезд	$(x+50)y$	$x+50?$	y
Пассажирский поезд	$8/5x(y+1)$	$8/5x$	$y+1$
Товарный поезд	$x(y+4)$	$x?$	$y+4$

По условию задачи поезда прошли одно и тоже расстояние. Получаем систему уравнений:

$$8/5x(y + 1) = x(y + 4); (x + 50)y = x(y + 4).$$

По условию задачи $x > 0$, тогда

$$8(y + 1) = 5(y + 4)$$

$$(x + 0)y = x(y + 4), 3y = 12$$

$$(x + 50)y = x(y + 4),$$

$$y = 4x + 50 = 2x,$$

$$y = 4;$$

$$x = 50.$$

Полученные значения неизвестных удовлетворяют условию $x > 0$, $y > 0$, значит удовлетворяют условию задачи.

50км/ч – скорость товарного поезда.

50 + 50 = 100 (км/ч) – скорость скорого поезда.

Проверка решения задачи:

50км/ч – скорость товарного поезда,

4 + 4 = 8(ч) – время движения товарного поезда.

$50 \cdot 8 = 400(\text{км})$ – расстояние, которое прошёл товарный поезд;
 $50 \cdot 8/5 = 80 (\text{км/ч})$ – скорость пассажирского поезда.

$4 + 1 = 5(\text{ч})$ – время движения пассажирского поезда.

$80 \cdot 5 = 400(\text{км})$ – расстояние, которое прошёл пассажирский поезд. 4 ч – время движения скорого поезда.

$50 + 50 = 100(\text{км/ч})$ – скорость скорого поезда.

$100 \cdot 4 = 400(\text{км})$ – расстояние, которое прошёл скорый поезд. Каждый поезд прошёл одно и то же расстояние.

Задача решена верно.

Ответ: 50 км/ч – скорость товарного поезда, 100 км/ч – скорость скорого поезда.

«Задача 2. Два путешественника одновременно отправляются навстречу друг другу из двух разных мест, расположенных на расстоянии 36 километров. Через какое время и на каком расстоянии от начальной точки они встретятся, если первый турист, начавший свой путь из пункта А, движется со скоростью 4 км/ч, а второй – со скоростью 5 км/ч?» [19].

Решение:

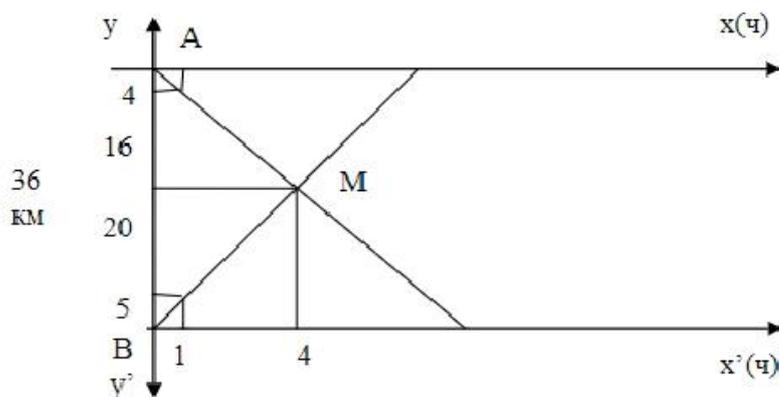


Рисунок 7 - Решение задачи 2

Ответ: Путешественники встретятся через 4 часа на расстоянии 16 км от А.

«Задача 3. Лесозаготовительная бригада каждый день превышала установленную норму на 16 кубометров, благодаря чему недельный план (на 6 рабочих дней) они смогли выполнить всего за 4 дня. Сколько кубометров леса в среднем заготавливала бригада за один день?» [35].

Рассмотрим лишь геометрический метод решения задачи.

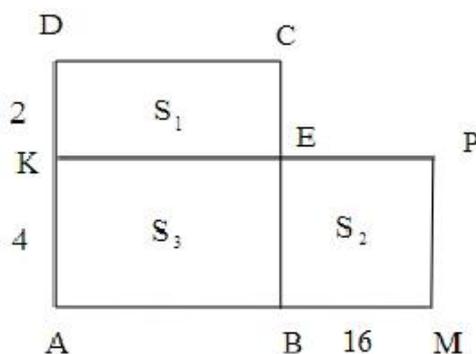


Рисунок 8 – Решение задачи 4

«Пусть отрезок АВ представляет собой производительность бригады в день в кубических метрах, а отрезок AD — количество дней. Тогда площадь прямоугольника ABCD будет соответствовать недельной норме бригады, обозначим её как S.

Так как бригада перевыполнила норму на 16 м^3 , добавим к отрезку АВ отрезок ВМ (где $ВМ = 16$), тогда АМ будет равен производительности бригады в день. Поскольку бригада выполнила норму за 4 дня, обозначим АК как 4 дня, тогда КD будет равен 2.

Площадь прямоугольника АМРК также представляет собой недельную норму бригады, следовательно, она равна S. Таким образом, площадь S1 (прямоугольника КЕСD) равна S2 (площади прямоугольника ВМРЕ)» [60], так как $S_1 + S_3 = S$ и $S = S_3 + S_2$, откуда следует, что $S_1 = S_2$.

Площадь S1 равна 2 KE ; S2 равна $16 * 4 = 64$; отсюда $64 = 2 \text{ KE}$, что позволяет вычислить $\text{KE} = 32$. Таким образом, $АВ = \text{KE} = 32$, а $АМ = 32 + 16 = 48$.

Ответ: 48 м³.

Задача 4. «В купе одного из вагонов поезда Москва-Одесса ехали москвич, ленинградец, туляк, киевлянин, харьковчанин, одессит. Их фамилии начинались буквами А, Б, В, Г, Д, Е. В дороге выяснилось, что: 1) А и москвич – врачи, Д и ленинградец – учителя, а туляк и В – инженеры; 2) киевлянин, Б и Е – участники Великой Отечественной войны, а туляк в армии не служил; 3) харьковчанин старше А, одессит старше В, а Е – самый молодой; 4) Б и москвич вышли в Киеве, а В и харьковчанин – в Виннице. Определить начальную букву фамилии и профессию каждого пассажира» [12, с. 122].

Составляем матрицу с двумя входами, по одному располагаем местожительство, по второму – фамилии пассажиров (рис. 9).

	М	Л	Т	К	Х	О
А						
Б						
В						
Г						
Д						
Е						

Рисунок 9 – Матрица

Элементы АМ, ДЛ, ТВ, АП, АТ, ДМ, ДТ, ВП, 8М несовместны (по первому условию задачи). Согласно второму условию, несовместны элементы БТ и ЕТ. На входе по столбцу Т остался только один элемент. Поэтому по строке Г все элементы, кроме ГТ, несовместны. Согласно третьему условию, несовместны элементы АХ, ВО, ЕХ, ЕО. По четвертому условию задачи несовместны элементы БМ, ВХ, БХ. Теперь ясно, что несовместны все элементы строки Е, за исключением ЕМ. Несовместны также все элементы строки Д, кроме ДХ, все элементы строки Б, кроме БП, все элементы строки А, за исключением АО. Таким образом, получаем ответ (рис. 10) [12, с. 122].

	М	Л	Г	К	Х	Ф
А						
Б						
В						
Г						
Д						
Е						

Рисунок 10 – Ответ задачи

Задача 5. «Три товарища – Иван, Дмитрий и Степан – преподают различные предметы (химию, биологию, физику) в школах Москвы, Ленинграда и Киева. Известно, что: 1) Иван работает не в Москве, а Дмитрий – не в Ленинграде; 2) москвич преподает не физику; 3) тот, кто работает в Ленинграде, преподает химию; 4) Дмитрий преподает не биологию. Какой предмет и в каком городе преподает каждый из товарищей?» [12, с. 122].

Выделим три множества: множество имен, множество учебных предметов, множество городов. Элементы множества обозначим точками (на рис. 11 точкам соответствуют первые буквы имен, предметов, городов).

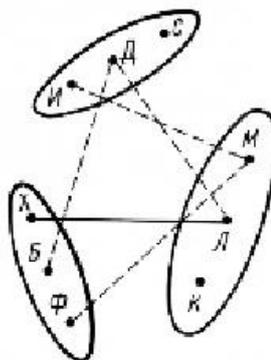


Рисунок 11 – Элементы множества

Две точки разных множеств, если они характеризуют признаки людей, соединим штриховой линией. Две точки разных множеств, если они соответствуют признакам одного человека, соединим сплошными линиями. Граф на рис. 10 содержит все указанные в задаче элементы множеств и отношения между ними. Задача на языке графов свелась к построению трех

треугольников со сплошными сторонами и вершинами в точках разных множеств.

«Строим штриховой отрезок ХД (рис. 12), потому что Л соответствует Х и Л не соответствует Д, т.е. Х не может соответствовать Д.

Используем типичную для таких задач операцию на графе: если у треугольника с вершинами в трех разных множествах одна сторона сплошная, а вторая штриховая, то и третья сторона должна быть штриховой.

Очевидно, что если какая-либо точка соединена штриховыми отрезками с двумя точками во втором множестве, ее нужно соединить с третьей точкой этого множества сплошным отрезком. Поэтому строим сплошной отрезок ФД.

Построим штриховой отрезок МД, потому что в треугольнике ДФМ сторона ДФ сплошная, а ФМ штриховая. Строим сплошной отрезок ДК, потому что отрезки ДМ и ДЛ штриховые. Теперь проводим сплошной отрезок ФК. Если в треугольнике с вершинами в разных множествах две стороны сплошные, то и третья сторона должна быть сплошной. Таким образом, построен первый сплошной треугольник ДФК. Строим сплошные отрезки МС, ИЛ, ХИ, БМ, БС». [12, с. 122].

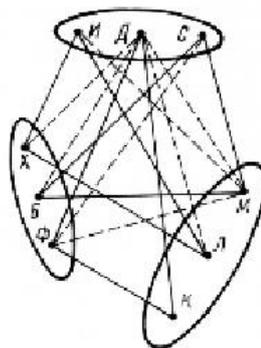


Рисунок 12 – Ответ задачи

«Вершины сплошных треугольников ДФК, ЛХИ и СМБ дают ответ на вопрос задачи: Степан преподает биологию в Москве, Иван живет в Ленинграде и преподает химию, Дмитрий преподает физику в Киеве» [12, с. 122].

Результаты выполненной контрольной работы представлены в таблице 5 и на рисунке 13.

Таблица 5 - Результаты выполнения контрольной работы

Класс	Справились с заданием	Не справились с заданием
9 А	91%	9%
9 Б	90%	10%

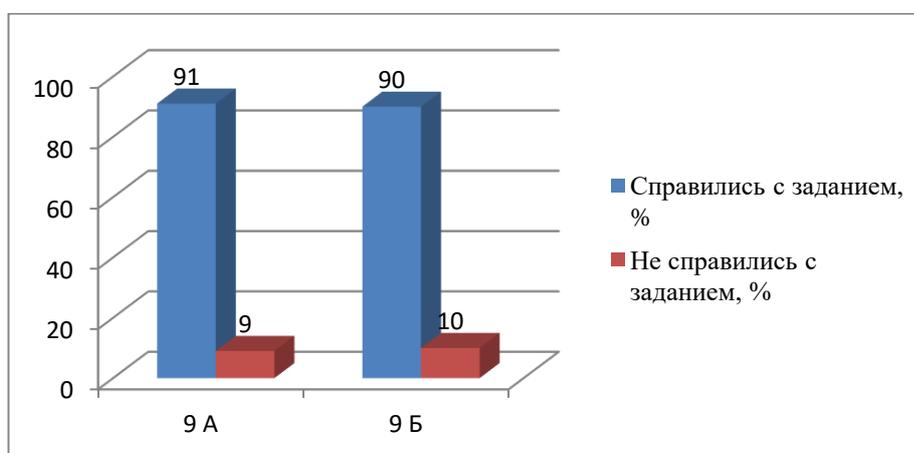


Рисунок 13 - Результаты выполнения контрольной работы

Как видно из результатов выполнения контрольной работы, большинство обучающихся справились с выполнением задания и смогли решить сюжетные задачи с помощью различных схем наглядности.

После проведения контрольной работы обучающимся было предложено ответить на вопрос: с использованием какого вида наглядности возникли трудности при решении задач. Результаты опроса представлены на рисунке 14.

Анализируя данные результаты можно сказать, что наибольшие трудности у обучающихся возникли при решении задач с использованием метода графов и матриц.

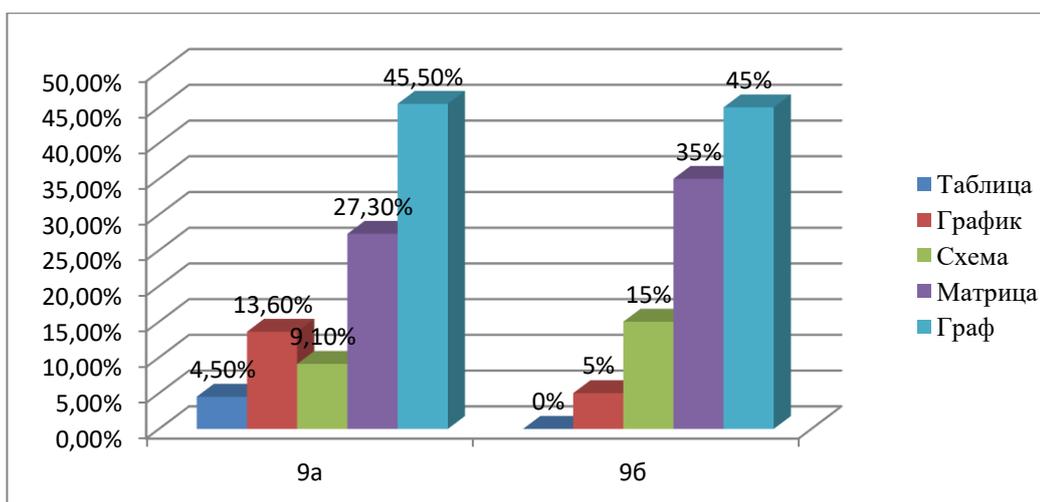


Рисунок 14 – Результаты опроса обучающихся

Таким образом, можно сделать выводы о том, что технология обучения решению сюжетных задач Т.А. Ивановой способствует достижению базового уровня знаний и умений обучающихся.

Выводы по второй главе

Во второй главе представлены методические основы реализации принципа наглядности на примере обучения решению сюжетных задач. Подробно представлена технология обучения Т.А. Ивановой, на основе которой были сформулированы методические рекомендации по каждому этапу решения текстовых задач. Для реализации указанной технологии была спроектирована система текстовых задач, апробированная на практике. Также в данной главе описан педагогический эксперимент, который проводился на базе МОАУ «СОШ с углубленным изучением немецкого языка № 61 им А.И. Морозова» г. Оренбурга. Для проведения эксперимента с целью проверки результативности обучения математике были привлечены 42 учащихся 9 классов: 9 «А» – 22 человека, 9 «Б» – 20 человека.

Результаты эксперимента свидетельствуют о том, что технология Т.А. Ивановой, ориентированная на применение различных схем наглядности при

обучении решению сюжетных задач способствует достижению обучающимися базового уровня знаний и умений.

Так как текстовые задачи включены в содержание большинства содержательно-методических линий школьного курса алгебры и начал математического анализа, то указанная технология может быть также успешно реализована и при обучении решению текстовых задач на работу, на движение, на прогрессии, на смеси и сплавы и другие.

В содержание ОГЭ и ЕГЭ по математике включается текстовая задача. Успешное решение таких задач выпускниками в рамках итоговой аттестации по математике, возможно, если учитель математики, начиная с начальной школы, а затем в 5-6 классах, постоянно знакомит обучающихся с различными наглядными схемами для решения задач.

Практика показывает, что иногда следует решить одну и ту же задачу разными методами и способами. Можно организовать групповую работу на уроке, предложив одной группе решить одним методом, другой – другим и т.д.

Сильным учащимся можно предложить более сложные задачи, в том числе олимпиадного характера.

Слабым учащимся следует оказывать посильную дифференцированную помощь, в том числе предлагать образцы различных наглядных схем в зависимости от типа текстовой задачи.

Такую же дифференцированную работу следует проводить и в домашней работе.

Заключение

Наглядность в обучении является одним из ключевых факторов, способствующих успешному формированию у учащихся различных форм мышления. Она служит источником получения объективных научных знаний о окружающем мире, а также способствует развитию речи и самостоятельного понимания.

В первой главе диссертации рассмотрены различные подходы к понятию наглядности и принципу наглядности в теории и методике обучения математике. Определены основные цели и функции принципа наглядности в обучении математике, а также рассмотрено использование наглядного моделирования в этом процессе. Подчеркнута тесная связь принципа наглядности с дидактическим принципом, который акцентирует внимание на связи теории с практикой. В этом контексте целесообразно применять учебно-познавательные задачи, которые выходят за рамки школьной программы и могут возникать в реальной жизни.

Текстовые задачи позволяют более точно раскрыть сущность математического моделирования, так как при их решении в большинстве случаев создается какая-нибудь модель (уравнение, система), а использование наглядных схем помогает найти правильное решение.

Во второй главе представлен обзор средств реализации принципа наглядности при обучении математике; описана технология обучения решению сюжетных задач на основе наглядных моделей Т.А. Ивановой.

В диссертации представлен опыт проведения экспериментальной работы в 9-х классах общеобразовательной школы. Обучение школьников применению различных средств наглядности и затем проверка сформированности у них умений применять их показана в данном эксперименте.

Сюжетные текстовые задачи на уроках математики, включенные в программу, начиная с младших классов, а затем в пятых-шестых служат

пропедевтикой и подготовительным этапом для перехода к изучению различных методов и приемов их решения в курсе алгебры основной школы.

В отличие от стандартных упражнений и примеров, такие задачи ориентированы на развитие критического мышления школьников, формирование познавательного интереса.

Таким образом, цели и задачи исследования решены, выдвинутая в начале исследования гипотеза подтверждена.

Апробированная на практике технология обучения решению сюжетных задач Т.А. Ивановой может быть применена на различных этапах уроков математики в основной и в старшей школе. Она может быть также эффективна при подготовке школьников к итоговой аттестации по математике в 9 и 11 классах.

Перспективы дальнейшего исследования проблемы реализации принципа наглядности при обучении математике связаны с определением их места в системе принципов обучения, с проблемой индивидуального подхода к слабоуспевающим учащимся.

В связи с цифровизацией и компьютеризацией школьного образования, учителя математики активнее используют различные средства наглядности.

Таким образом, перед учеными –методистами и исследователями возникают новые задачи, цель которых – определить возможности новых средств наглядности, не забывая и о традиционных средствах.

Список используемой литературы и используемых источников

1. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. 8-ое изд. М.: Просвещение, 2009. 430 с.
2. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. 8-ое изд. М.: Просвещение, 2009. 464 с.
3. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс (базовый и углубленный уровень) [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова. 10-ое изд. М.: Просвещение, 2022. 386 с.
4. Алгебра и начала математического анализа. 10 -11 класс (базовый уровень) [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / А.Г. Мордкович , П.В. Семенов, Л.А. Александров, Е.Л. Мардахаева. М.: Мнемозина, 2022. 719 с.
5. Алимов Ш.А. Алгебра: учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др. М.: Просвещение, 2012.
6. Амонашвили Ш.А. Песталоцци [Текст]. М.: Издательский дом, 1998. 224 с.
7. Арнольд И.В. Принципы отбора и составления арифметических задач. М.: Издательство АПН РСФСР, 1946. Выпуск 6.
8. Артюхина М.С. Особенности современных средств обучения в контексте интерактивных технологий / М.С. Артюхина // Вестник РУДН. 2014. №2. С.76-80.

9. Башмаков М.И. Развитие визуального мышления на уроках математики / М.И. Башмаков, Н.А. Резник // Математика в школе. 1991. №1. С.4.
10. Блох А.Я., Дорофеев В.А. и др.; Сост. В.И. Мишин. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика [Текст]: Учеб. пособие для студентов пед. Ин-тов по физ.-мат. Спец. М.: Просвещение, 1987.
11. Березин В.Н. Методические функции наглядности в обучении математике: диссертация... кандидата педагогических наук: 13.00.00. М., 1975. 154 с.
12. Василевский А.Б. Обучение решению задач по математике: Учеб. пособие для пед. Институтов. Мн.: Вышш.Шк., 1988. 255 с.
13. Венгер А. Л. Психическое развитие ребенка в процессе совместной деятельности / А.Л. Венгер // Вопросы психологии. 2001. №3. С.17-26.
14. Гастева С.А., Крельштейн Б.И., Ляпин С.Е., Шидловская М.М. Методика преподавания математики в восьмилетней школе / Под общей ред. С.Е. Лпина. М.: Просвещение, 1965. 739 с.
15. Гусейнов А.З. История развития педагогической мысли: учебное пособие для студентов гуманитар. фак. / А.З. Гусейнов; М-во образования и науки Рос. Федерации, Саратов. гос. ун-т им. Н.Г. Чернышевского. Саратов: Из-во Саратов. ун-та, 2005. 119 с.
16. Гриншкун А.В. Технология дополненной реальности как объект изучения и средство обучения в курсе информатики основной школы: дис... кандидата педагогических наук: 13.00.02 / Гриншкун Александр Вадимович; [Место защиты: Моск. гор. пед. ун-т]. М., 2018, 24 с.
17. Далингер В.А. Текстовые сюжетные задачи, их классификация и методические рекомендации по обучению учащихся их решению // Актуальная педагогика. 2016. №1. С.47-48.
18. Демидова Т.Е. Теория и практика решения текстовых задач: учеб. пособие для студентов высш. Пед. Учеб. заведений / Т.Е. Демидова, А.П. Тонких. М.: Академия, 2002. 288 с.

19. Дорофеев Г.В. Алгебра: учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова и др. М.: Просвещение, 2016
20. Дорофеев Г.В. Проверка решений текстовых задач // Математика в школе. 1974. №5. С.37-45.
21. Дорф П.Я. Наглядные пособия по математике и методика их применения: Пособие для учителей. М.: Учпедгиз, 1955. 160 с.
22. Дяченко С.И., Кулабухова М.В., Сафарян А.А. Математическое моделирование как основа формирования универсальных учебных действий при решении сюжетных задач // Вестник Таганрогского института имени А.П. Чехова. 2017. С. 213-219.
23. Евтушевский В., Глазырин А. Методика пригготовительного курса алгебры. Спб, 1876.
24. Ермаков И.В. Организация урока по математике. Курган: Издательство газеты «Советское зауралье», 1962г. 164 с.
25. Карпова Т.Н. Наглядное обучение математике как эффективный процесс формирования математических знаний школьников: монография / Т.Н. Карпова. Ярославль: Принт, 2016. 196 с.
26. Каптерев П.Ф. О педагогическом методе / Избранные педагогические сочинения. М., 1982. 533 с.
27. Колягин Ю.М., Оганесян В.А., Саннинский В.Я., Луканкин Г.Л. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. институтов. М.: Просвещение, 1975. 462 с.
28. Коменский Я.А. Великая дидактика. Из пед соч. / Я.А. Коменский. М.: Педагогика, 1974. 234 с.
29. Коменский Я.А. Избранные педагогические сочинения. М.: Педагогика, 1995. 620 с.

30. Красникова С.А. Различные подходы к понятию сюжетной задачи по математике // Вестник магистратуры. 2024. №11 (158). URL: http://elibrary.ru/title_about.asp?id=32775

31. Крупич В.И. Структура и логика процесса обучения математике в средней школе: Методические разработки по спецкурсу для слушателей ФПК. М.: Издательство МГПИ, 1985. 117 с.

32. Леонтьев А.Н. Избранные психологические произведения: в 2-х т. Т. II [Текст]: монография / А.Н. Леонтьев. М. Педагогика, 1983. 320 с.

33. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 9 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. М.: Мнемозина, 2023. 287 с.

34. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы [Текст]: учеб. для общеобразоват. организации: базовый и углубл. уровни / Л.С. Атанасян. 7-ое изд. перераб. и доп. М.: Просвещение, 2019. 287 с.

35. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10 класс [Текст]: учебное пособие под редакцией В.Е. Подольского: базовый уровень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.Б. Полонский, М.С. Якир. 4-ое изд. М.: Издательский центр «Вентана-Граф», 2019. 366 с.

36. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10 класс [Текст]: углубленный уровень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков. 2-ое изд. М.: Издательский центр «Вентана-Граф», 2019. 478 с.

37. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и углубленный уровни / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, В.М. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин. 3-е изд. М.: Просвещение, 2016. 466 с.

38. Методика начального обучения математики: учеб. пособие для пед. ин-тов / В.Л. Дрозд, А.Т. Катасонова, Л.А. Латотин и др.; под общей ред. А.А. Столяра и В.Л. Дрозда. М.: Вышэйш.шк., 1988. 254 с.
39. Мордкович А.Г. Алгебра. 9 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений: базовый уровень / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. М.: Мнемозина, 2023. 422 с.
40. Мордкович А.Г. Алгебра. 9 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений: углубленный уровень / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. М.: Мнемозина, 2019.
41. Орлова Н.Н. Обучение решению задач на комбинации геометрических тел с использованием мультимедийных технологий / Автореферат диссертации. М., 2016.
42. Педагогические технологии: учебное пособие / авт.-сост. Т.П. Сальникова. М.ТЦ Сфера, 2007. 128 с.
43. Песталоцци И.Г. Избранные педагогические сочинения [Текст]: в двух томах / И.Г. Песталоцци; под ред. В.А. Ротенберг, В.М. Кларина. М.: Педагогика, 1981. Т.1. 334 с.
44. Подласый И.П. Педагогика: учеб. для студ. Пед. вузов: в 2 кн. М.: ВЛАДОС, 2000. Кн. 1. 576 с.
45. Радугин А.А. Психология и педагогика: учеб. пособие для вузов. М.: Центр, 2002г. 256с.
46. Репьев В.В. Общая методика преподавания математики: пособие для педагогических институтов. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения РСФСР, 1958. 224 с.
47. Рубинштейн С.Л. Принцип творческой самодеятельности / С.Л.Рубинштейн. - Москва: Просвещение, 1922 – Т. 2
48. Рудник А.В. Переформулирование текста задачи как путь отыскания ее решения // из опыта преподавания математики в школе: пособие для учителей / сост. А.Д. Семушкин, С.Б. Суворова. М.: Просвещение, 1978. С.119-128.

49. Руссо Ж.Ж. Педагогические сочинения: в 2-х т. Т.1 / Под ред. Джибладзе Г.Н.; сост. А.Н. Джурицкий. М.: Педагогика, 1981.
50. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. – М.: Просвещение, 1995. 239 с.
51. Сергеева В.П. Психолого-педагогические теории и технологии начального образования / В.П. Сергеева. М.: Инфра-М, 2012. 245 с.
52. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике: метод. Пособие. К.: Рад.школа, 1983. 192 с.
53. Степаненко Г.А. Использование средств наглядности на уроках математики в начальной школе / Г.А. Степаненко, В.В. Зацепина // Таврический2 научный обозреватель. 2016. №1. С.63-68.
54. Теория и технология обучения математике в средней школе: учебное пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов / Иванова Т.А., Перевощикова Е.Н., Кузнецова Л.И., Григорьев Т.П. Н.Новгород: НГПУ, 2009. 355с.
55. Туканова Л.Е. Реализация принципа наглядности в современном педагогическом образовании: диссертация на соискание ученой степени к.п.н., М., 2010.
56. Туканова Л.Е. О подготовке будущего учителя к реализации принципа наглядности при обучении математики [Текст] / Л.Е. Туканова // Материалы Всероссийской заочной научно-практической конференции. Киров: ВятГГУ, 27 марта 2009, С. 2016-2019.
57. Усольцев А.П., Шамало Т.Н. Наглядность и ее функции в обучении // Педагогическое образование в России, 2016. №6. С.102-109.
58. Ушинский К.Д. Избранные педагогические сочинения: в 2-х т. Т 2. М., 1939.
59. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе / Л.М. Фридман. М.: Просвещение, 1983. 160 с.

60. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи: кн. Для учащихся ст. классов сред.шк. / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий. 3-е изд., дораб. М.: Просвещение, 1989. 192 с.
61. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика: учеб. пособие для учителей и студентов педвузов и колледжей / Л.М. Фридман. М.: Школьная пресса, 2002. С.20-51.
62. Шарова О.П. Сюжетные задачи в обучении математике / О.П. Шарова // Ярославский педагогический вестник. 2005. С.120-126.
63. Шелехова Л.В. Сюжетные задачи по математике / учебно-методическое пособие / Л.В. Шелехова. Майкоп: изд-во АГУ, 2007. 174 С.
64. Anna Rychenkova, Ekaterina Klimenko, and LudmilaBorodina. Ensuring the principle of visibility in the development of didactic tools in graphic disciplines // SHS Web of Conferences 16 CILDIAH-2022, 00104 (2023)
65. Ahlam Mohammed Al-Abdullatif, MahaSaadAlsaeed. Evaluating visible learning: Mathematics teachers' practices in technology-enhanced classrooms // Cogent Education Volume 6, 2019 - Issue 1
66. ByGoharMarikyan. Teaching Mathematics with Visuals // Athens Journal of Sciences- Volume 10, Issue 4, December 2023 – Pages 231-240
67. Santiago R. Simanca & Scott Sutherland The University at Stony Brook. Mathematical Problem Solving with Computers. 2002. 166 с.
68. Shiv Kant Tiwari. Visualization In Mathematics Teaching // JOURNAL OF ADVANCES IN MATHEMATICS. 2021.