

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)

Кафедра «Прикладная математика и информатика»
(наименование кафедры)

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

(код и наименование направления подготовки, специальности)

Технология программирования
(направленность (профиль)/специализация)

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему «Моделирование прямой задачи внутренней баллистики на основе решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений»

Студент	<u>Д. А. Шишкалов</u> (И.О. Фамилия)	_____	(личная подпись)
Руководитель	<u>А. И. Сафронов</u> (И.О. Фамилия)	_____	(личная подпись)
Консультанты	<u>К. А. Селиверстова</u> (И.О. Фамилия)	_____	(личная подпись)

Допустить к защите

Заведующий кафедрой к.т.н., доцент кафедры ПМИ, А.В. Очеповский
(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

(личная подпись)

«_____» _____ 20__ г.

Тольятти 2019

АННОТАЦИЯ

Тема: «Моделирование прямой задачи внутренней баллистики на основе решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений».

В выпускной квалификационной работе исследуется программное решение прямой задачи внутренней баллистики (ПЗВБ). В исследовании рассматривается задача моделирования ПЗВБ путем решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Выпускная квалификационная работа имеет структуру, она состоит из: введения, трёх глав, заключения, списка литературы.

Введение включает в себя цели и задачи работы, а также показывает актуальность исследования, которая заключается в отсутствии реализации моделирования ПЗВБ. В первой главе рассматриваются теоретические вопросы термодинамики и внутренней баллистики. Приводятся основные понятия и физические величины, необходимые в ходе исследования.

Во второй главе описывается обобщенный метод Дроздова для решения задач внутренней баллистики и приводится пример теоретического расчета на его основе. Вводится система дифференциальных уравнений, программный и математический аппарат, необходимый для её решения.

В третьей главе показан результат работы алгоритма с помощью графиков зависимости физических величин, а также проведен сравнительный анализ полученных результатов и теоретических расчетов.

Заключение содержит выводы по проведенному исследованию и рекомендации по использованию результатов в социальной и военной сферах.

Выпускная квалификационная работа содержит пояснительную записку объёмом 43 страницы, которая включает в себя 12 рисунков, 3 таблицы и список литературы из 20 источников, включая 6 источников на иностранном языке.

ABSTRACT

The title of the graduation work is «Modeling of the direct problem of internal ballistics based on the solution of the system of ordinary differential equations».

The aim of this graduation work is to create an algorithm for solving the direct problem of internal ballistics, by solving a system of differential equations.

The object of this work is the direct problem of internal ballistics.

The subject of this work is the modeling the direct problem of internal ballistics.

Introduction includes aims and objectives of the work and shows the relevance of the study. The first chapter covers the theory of thermodynamics and internal ballistics. It concentrate on the basic concepts and physical quantities.

The second chapter describes the Drozdov method solving the problems of internal ballistics and gives an example of theoretical calculation. The system of differential equations and the mathematical apparatus necessary for its solution are introduced.

The third chapter describes the algorithm of modeling, the result of its work with graphs of dependence of physical quantities and the comparative analysis of the received results and theoretical calculations is carried out.

The conclusion is devoted to the main findings and recommendations on the use of the results in the social and military spheres.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
Глава 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ТЕРМОДИНАМИКИ, ГОРЕНИЯ ПОРОХА И ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ	8
1.1 Термодинамическая система и термодинамические параметры. Исходные положения термодинамики	8
1.2 Уравнение состояния. Идеальные и реальные газы	11
1.3 Первое начало термодинамики	16
1.4 Применение первого начала термодинамики к обратимым процессам	21
1.5 Внутренняя баллистика. Периоды выстрела	27
Глава 2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, МАТЕМАТИЧЕСКИЙ И ПРОГРАММНЫЙ АППАРАТ ДЛЯ ЕЁ РЕШЕНИЯ	30
2.1 Обобщенный метод Н. Ф. Дроздова для решения задач внутренней баллистики	30
2.2 Выбор численного метода решения системы дифференциальных уравнений	33
2.3 Реализация программы для решения прямой задачи внутренней баллистики	34
Глава 3 ТЕСТИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ ДАННЫХ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ	37
3.1 Описание средства визуализации данных	37
3.2 Оценка эффективности предложенного решения	38
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	42
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	43

ПРИЛОЖЕНИЕ А	46
Код расчёта значений величин при $L = 9$	46
ПРИЛОЖЕНИЕ В	47
Код метода Рунге-Кутты 4 порядка	47
ПРИЛОЖЕНИЕ С	48
Пример полного расчета для пушки МТ-12	48

ВВЕДЕНИЕ

Исследование процессов внутренней баллистики в настоящее время встречается в разных сферах и необходимы для таких приспособлений, как: пороховых зарядов для систем пожаротушения, газогенераторов, пиропатронов в подушках безопасности, ракетных двигателей и др.

Экспериментальные исследования не всегда дают требуемый объем информации, так как при экспериментальном исследовании обычно проводятся замеры параметров (например, давления) в точке или в нескольких точках, а необходимо проводить замеры во множестве точек, распределённых по всей исследуемой области. Так же экспериментальные исследования требуют большого количества времени и затрат с финансовой точки зрения.

В связи с этим, встает необходимость моделирования исследуемой задачи для постановки вычислительных экспериментов. Используя это, можно рассчитать необходимые параметры и сопоставить с их с экспериментальными данными. В дальнейшем использовать модель как основное поле для экспериментов, которые в случае увеличения необходимых параметров, будут проверяться физическими экспериментами.

Объект бакалаврской работы: прямая задача внутренней баллистики.

Предмет бакалаврской работы: моделирование прямой задачи внутренней баллистики.

Цель бакалаврской работы: создание алгоритма решения прямой задачи внутренней баллистики, посредством решения системы дифференциальных уравнений.

Задачи бакалаврской работы, исходя из поставленной цели заключаются в следующем:

- изучение теоретических основ термодинамики и внутренней баллистики
- изучение аппарата математического моделирования
- анализ объекта моделирования

- описать программную реализацию моделирования прямой задачи внутренней баллистики
- провести сравнительный анализ полученных после моделирования данных и теоретического расчета

Первая глава посвящена теоретическим вопросам внутренней баллистики и термодинамики.

Во второй главе представлен математический аппарат: представлена система дифференциальных уравнений, обоснован и описан выбранный численный метод решения поставленной задачи.

В третьей главе представлен результат моделирования, который заключается в построении графиков зависимости физических величин. Проводится сравнение результатов, полученных в ходе моделирования и теоретических расчетов.

Глава 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ТЕРМОДИНАМИКИ, ГОРЕНИЯ ПОРОХА И ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ

1.1 Термодинамическая система и термодинамические параметры.

Исходные положения термодинамики

Термодинамика изучает макроскопические системы, состоящие из большого числа материальных полей или частиц.

Термодинамической системой называется совокупность материальных тел или полей, находящихся в механическом и тепловом взаимодействии, а также обменивающихся друг с другом веществом.

Механическое взаимодействие между телами осуществляется посредством механических сил (сил давления, электромагнитных и других сил); тепловое взаимодействие состоит в передаче тепла и осуществляется путем теплопроводности или радиации тепла; обмен веществом состоит в переносе вещества через границы области, занимаемой телом.

Системы могут быть открытыми и закрытыми. В открытой системе реализуются все три вида взаимодействий. В закрытой системе отсутствует обмен веществом.

Если термодинамическая система не может обмениваться теплотой с другими системами, то ее называют теплоизолированной, а если она вообще не взаимодействует с другими системами, то изолированной.

Все тела, не входящие в состав термодинамической системы, объединяются в понятие окружающей среда.

Поведение окружающей среды и изменения, происходящие в ней, при термодинамическом анализе не рассматриваются.

Если методами термодинамики исследуется поведение и свойства газа в канале (ствола) баллистического двигателя, то термодинамической системой в данном случае является газ, а окружающей средой – стенки ствола и снаряд.

Вещество, которое совершает работу в той или иной тепловой машине, обычно называют рабочим телом. В баллистическом двигателе – это продукты горения пороха.

В каждый данный момент термодинамическая система может быть охарактеризована рядом величин. Величины, характеризующие состояние термодинамической системы принято называть термодинамическими параметрами.

В термодинамике все параметры делятся на внутренние и внешние. Внешние параметры определяют характер состояния внешней среды. Внутренние параметры характеризуют состояние системы, которая существует при определённых внешних параметрах.

К числу основных термодинамических параметров относятся такие, которые определяются прямым измерением с помощью приборов. В их число входят: давление p кг/см², температура T^0 К, t^0 С и удельный объем w дм³/кг.

Названные величины характеризуют состояние системы в конкретный момент времени, благодаря этому их общие показатели называются параметры состояния. Если они известны, то состояние системы вполне определено.

Последовательность изменений состояния термодинамической системы в результате обмена энергией с окружающей средой называется термодинамическим процессом. При этом изменяется часть или все параметры состояния.

Если процесс протекает таким образом, что в каждый момент времени системы находится в равновесии, то процесс называется равновесным. В равновесии же система находится в том случае, если температура и давление в объеме, занимаемом системой, одинаковы в любой точке.

Процессы, при которых система не находится в равновесном состоянии, называются неравновесными.

Различаются также обратимые и необратимые процессы. Обратимый процесс может протекать как в прямом, так и в обратном направлении. Причём, когда происходит обратный процесс система находится в тех же состояниях,

что и при прохождении в прямом направлении. При необратимом процессе система не может быть возвращена в исходное состояние без дополнительного внешнего воздействия.

Работа является формой передачи упорядоченного, организованного движения, ибо при совершении работы все частицы тела движутся в одном направлении. Например, молекулы продуктов горения в камере заряженного артиллерийского орудия до начала движения снаряда движутся хаотично, а с началом его движения все молекулы наряду с беспорядочным перемещением получают определенное смещение в направлении движения снаряда. Различают также электрическую, химическую и другие работы в соответствии с определенной формой движения материи.

Однако техническая термодинамика рассматривает лишь механическую работу. В количественном отношении механическая работа является мерой обмена механической формой движения, т. е. мерой энергии, передаваемой в механической форме. Её количество измеряется в тех же величинах, что и энергия, а именно в кг*дм.

Теплообмен - обмен энергией, который происходит при беспорядочном движении молекул, из которых состоит тело. Такая энергия называется количеством теплоты.

Теплообмен не связан с изменением положения тел, составляющих термодинамическую систему и состоит в непосредственной передаче энергии от одного тела к другому, если они имеют температуру. Количество теплоты, как мера энергии, измеряется в ккал.

Говоря о теплоте, невозможно обойти стороной одно из основных понятий термодинамики – температуру. Температура тела есть мера его нагретости. Ее измерение производится с помощью термометров различного рода. С помощью термометров можно сравнить температуру тел, не приводя их в соприкосновение. Температура измеряется в градусах по шкале Цельсия $t^{\circ}\text{C}$ или Кельвина $T^{\circ}\text{K}$. Масштаб температур этих шкал одинаков, а различие состоит только в начале отсчета. При измерении температуры по шкале

Кельвина за 0°K принимается абсолютный нуль температуры, а при измерении по шкале Цельсия 0°C соответствует температуре таяния льда. Температуры, определенные по шкалам Кельвина и Цельсия, находятся в соотношении

$$T = t + 273,16 \quad (1.1)$$

1.2 Уравнение состояния. Идеальные и реальные газы

В состоянии равновесия между параметрами термодинамической системы существует взаимосвязь, выражающаяся уравнением

$$f(p, T, \omega) = 0 \quad (1.2)$$

Уравнение (1.2), связывающее между собой давление p , температуру T и удельный объем рабочего тела в равновесном термодинамическом процессе, называют уравнением состояния.

Оно может быть получено экспериментально и теоретически и имеет смысл только для равновесных систем. Находя приращение давления Δp из уравнения состояния (1.2.), получим

$$\Delta p = \left(\frac{\partial p}{\partial \omega}\right)_T \Delta \omega + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\omega \Delta T \quad (1.3)$$

Пусть $\Delta p = 0$, тогда с учетом того, что $\lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta T} = \left(\frac{\partial \omega}{\partial T}\right)_p$, из уравнения (1.3) можно получить связь между параметрами в дифференциальной форме

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial T}\right)_p = -\frac{\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\omega}{\left(\frac{\partial p}{\partial \omega}\right)_T} \quad (1.4)$$

Уравнение (1.4) позволяет установить связь между коэффициентом объемного расширения α при постоянном давлении, изотермическим коэффициентом сжатия β_T и термическим коэффициентом давления K , которые имеют вид

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{\omega} \left(\frac{\partial \omega}{\partial T}\right)_p ; \\ \beta_T &= -\frac{1}{\omega} \left(\frac{\partial \omega}{\partial p}\right)_T ; \\ K &= \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\omega \end{aligned} \quad (1.5)$$

С учетом (1.4) можно получить зависимость

$$\alpha = K\beta_{Tp} \quad (1.6)$$

При исследовании термодинамических процессов рабочее тело или газ может иметь различные свойства. Для того, чтобы получить более простые зависимости, принято исследование процессов проводить с идеальным рабочим телом, которое носит название идеального газа. В идеальном газе силы молекулярного взаимодействия отсутствуют, а сами молекулы рассматриваются как материальные точки. В этом случае уравнение состояния для 1 кмоль газа имеет вид

$$p = kN_A 10^3 \frac{T}{W_\mu} \quad (1.7)$$

где k – постоянная Больцмана;

$N_A = 6,02252 \cdot 10^{23}$ – число Авогадро;

T – абсолютная температура тела, ^0K ;

W_μ – мольный объем тела, $\text{дм}^3/\text{кмоль}$.

Величина $R_\mu = kN_A 10^3$ называется универсальной газовой постоянной и она равна $R_\mu = 8480 \frac{\text{кг} \cdot \text{дм}}{\text{кмоль} \cdot \text{град}}$, которая численно равна работе, совершаемой 1 кмолем газа при постоянном давлении при нагревании его на 1 градус.

Введя в уравнение (1.7) величину универсальной газовой постоянной R_μ , получим

$$pW_\mu = R_\mu T \quad (1.8)$$

где p – давление, $\text{кг}/\text{дм}^2$.

Уравнение (1.8) называется уравнением Менделеева-Клапейрона для идеального газа. С учётом того, что

$$\omega = \frac{W_\mu}{\mu} \text{ и } R = \frac{R_\mu}{\mu}, \text{ где } \omega - \text{удельный объем, } \frac{\text{дм}^3}{\text{кг}};$$

R – газовая постоянная, $\frac{\text{кг} \cdot \text{дм}}{\text{кг}}$, численно равная работе, совершаемой 1 кг газа при постоянном давлении при нагревании его на 1 градус.

Уравнение (1.8) преобразуется к виду

$$p\omega = RT \quad (1.8')$$

Уравнение (1.8') представляет собой уравнение Клапейрона для 1 кг идеального газа. Для ω кг газа оно запишется в виде

$$pW = \omega RT \quad (1.9)$$

где W – объем ω кг газа, дм^3 .

Зависимость $p_i = \omega_i R_i \frac{T}{W}$

$$(1.10)$$

где ω_i – вес $i^{\text{го}}$ газа в смеси идеальных газов;

R_i – газовая постоянная $i^{\text{го}}$ газа;

p_i – парциальное давление $i^{\text{го}}$ газа;

позволяет вычислить парциальное давление p_i газа в смеси идеальных газов.

При этом под парциальным давлением понимают давление, которое имел бы $i^{\text{й}}$ газ весом ω , в объеме, занимаемом смесью идеальных газов.

В соответствии с законом Дальтона давление смеси газов равно сумме их парциальных давлений

$$p = \sum_{i=1}^n p_i \quad (1.11)$$

Полученные для идеальных газов зависимости весьма просты по структуре и позволяют рассчитывать параметры с достаточной степенью точности в процессах с идеальным рабочим телом и реальным рабочим телом, которое при определенных условиях (малое давление и высокая температура) обладает свойствами, близкими к идеальному газу.

Однако при давлениях $p > 600 \text{ кг/см}^2$ и температуре $T < 1000 \text{ }^\circ\text{K}$, рабочее тело, например продукты горения пороха в стволе артиллерийского орудия, по своим свойствам значительно отличаются от идеального.

Реальное рабочее тело (реальный газ) состоит из молекул, имеющих вес, объем и взаимодействующих между собой.

На рисунке 1.1 показаны: а – зависимость потенциальной энергии $U_{\text{ном}}$ от расстояния между центрами двух молекул r ; б – сила $f = \frac{dU_{\text{ном}}}{dr}$, действующая на каждую из молекул.

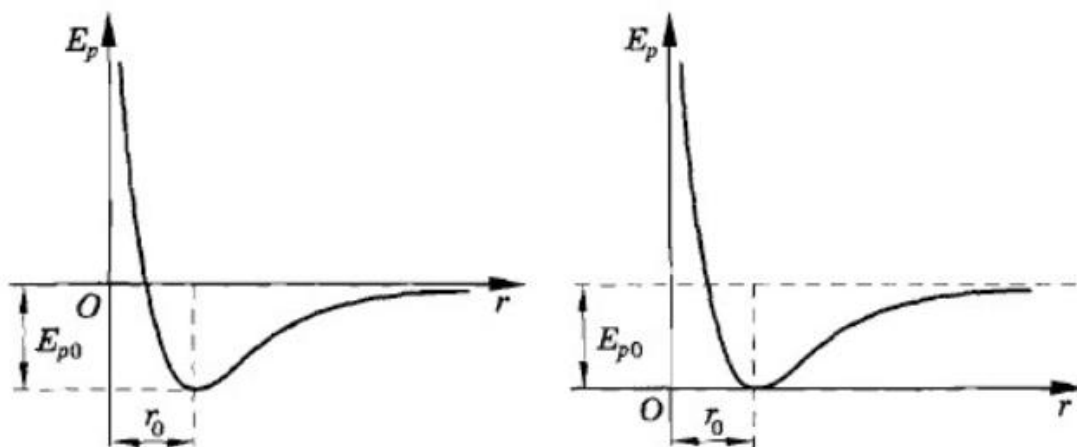


Рисунок 1.1 - Зависимости для потенциальной энергии и силы взаимодействия двух молекул.

Из графиков видно, что сила притяжения f двух молекул увеличивается с уменьшением величины r , а затем уменьшается и при $r = d_{\text{мин}}$ $f = 0$. При значениях $r < d_{\text{мин}}$ имеют место силы отталкивания, величина которых при $r \rightarrow 0$ стремится к бесконечности.

При столкновении молекул на расстоянии d , называемом диаметром молекулы, кинетическая энергия становится равной нулю, а потенциальная $U_{\text{ном}}$ становится равной начальной энергии kT . Поэтому расстояние d определяют из условия $U_{\text{ном}}(d) = kT$.

При очень малых расстояниях между молекулами, близких к их диаметру, возникают огромные силы отталкивания в результате чего газы не могут быть сжаты до объема меньшего, чем собственный объем всех молекул. Собственный объем молекул 1 кг газа обозначается буквой b .

С целью учета сил взаимодействия между молекулами и их собственного объема в уравнение состояния вводятся добавочные члены. Взаимодействие между молекулами, влияющее на величину давления p учитывается величиной

$p_{\text{пол}} = \frac{a}{\omega}$, где a – некоторый коэффициент. Собственный объем молекул, изменяющий свободный объем, занимаемый 1 кг газа ω , учитывается членом b .

В простейшем случае, когда $b = \text{const}$ и $p_{\text{пол}} = \frac{a}{\omega}$, $a = \text{const}$, уравнение состояния для 1 кг реального газа примет вид

$$p + \frac{a}{\omega^2} * \omega - b = RT \quad (1.12)$$

где a и b – зависящие от природы вещества т. е.

$$a = \frac{27R^2 T_k^2}{64 p_k}, \quad b = \frac{R T_k}{8 p_k},$$

где T_k , p_k – соответственно критические температура и давление.

Критические температура и давление имеют простой физический смысл заключающийся в том, что взаимное превращение жидкой и газообразной фаз возможно лишь при условиях $T < T_k$ и $p < p_k$. Уравнение (1.12) называют уравнением Ван-дер-Ваальса. Оно применимо лишь к определенной области состояний ввиду того, что величина a и b приняты постоянными.

Среди множества уравнений состояния, учитывающих реальность газа можно выделить наиболее известные:

- Уравнение Бертло

$$p + \frac{a}{T\omega} \omega - b = RT \quad (1.13)$$

- Уравнение Дитеричи

$$p \omega - h = RT e^{\frac{-c_1}{RT\omega}} \quad (1.14)$$

- Уравнение Битти-Бриджмена

$$p = \frac{RT}{\omega^2} (1 - \varepsilon) \omega + B - \frac{\lambda}{\omega^2} \quad (1.15)$$

- Уравнение Каммерлинга-Оннеса

$$p = RT + \frac{B_2}{\omega} + \frac{B_3}{\omega^2} + \dots \quad (1.16)$$

Последнее уравнение находит широкое применение во внутренней баллистике. Оно используется также в химической термодинамике при расчете состава продуктов горения по схеме реальных газов. Достоинством уравнения (1.16) является то, что коэффициенты B_2 , B_3 и т.д. позволяют более точно

учесть природу рабочего тела в широком диапазоне изменения температур и отказаться от постоянных величин, имеющих опытный характер, заменив их величинами, которые могут быть рассчитаны теоретически.

1.3 Первое начало термодинамики

Первое начало термодинамики представляет собой частный случай общего закона сохранения энергии. Этот закон утверждает, что материя может бесконечно переходить из одной формы в другую, и эти превращения обязательно сопровождаются энергетическими изменениями.

В 1842г. впервые было сделано обобщение количественного соотношения между теплотой и работой и высказан принцип взаимопревращаемости теплоты и работы. Первое начало термодинамики утверждает, что изменение энергии термодинамической системы равно разности между полученной системой количеством теплоты и совершенной ею работой L .

1. Внутренняя энергия и энтальпия.

Рассмотрим круговой процесс изменения состояния термодинамической системы, заключающийся в переходе от начального состояния к некоторому состоянию 2 по пути 1 в 2 и возвращении от состояния 2 к исходному по пути 2 в 1. Каждый из указанных переходов может быть, как обратимым, так и необратимым.

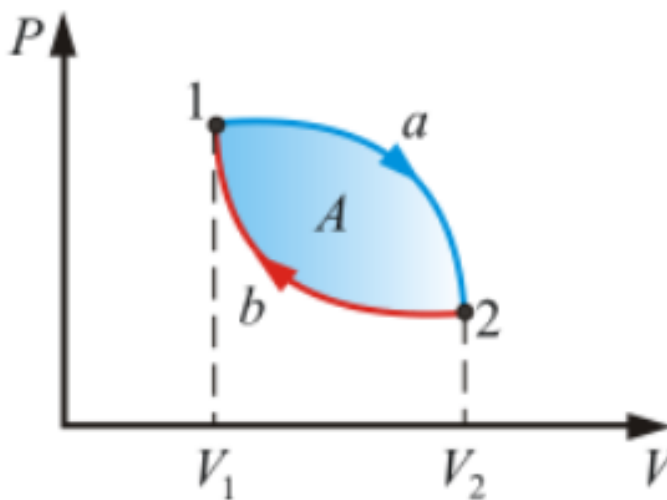


Рисунок 1.2 - Диаграмма кругового процесса.

Из первого начала термодинамики следует, что в круговом процессе разность между полученным системой от окружающей среды теплом $Q = \int dQ$ и произведенной ею работой изменения объема $L = \int dL$, где $dL = pdW$, т.е. величина $Q-L$, должна быть равна нулю.

Доказательство: Если $Q-L < 0$, то это означает, что в результате кругового процесса система, возвратившись в исходное состояние, совершила большую работу, чем полученная системой теплота. Если теперь некоторую часть произведенной системой работы, эквивалентную Q , превратить снова в теплоту и передать окружающей среде, то она вернется в исходное состояние, следовательно, термодинамическая система и окружающая ее среда будут находиться в том же состоянии, что и в начале, но при этом совершена некоторая положительная работа. Повторяя круговой процесс можно увеличить количество этой работы, полученной из ничего, что находится в противоречии с законом сохранения энергии. Значит: $dQ - dL = 0$
(1.17)

При изменении состояния рабочее тело может совершать работу. Под элементарной работой в механике понимают произведение силы на бесконечно малое перемещение. В общем случае величину элементарной работы можно определить так:

$$d'L = pdW = ydx \quad (1.18)$$

где y – обобщенная сила, x – обобщенная координата.

Аналогично вычисляется работа, совершаемая газом. Полная же работа расширения, совершенная газом, в процессе равна площади под кривой 2b1 или

$$L = \int_1^2 pdW \quad (1.19)$$

Для величины работы существенны не только начальное 1 и конечное 2 состояния газа, но и характер процесса, посредством которого газ переводится из одного состояния в другое. Из рисунка 1.2 видно, что площадь под кривой зависит от ее формы.

Согласно уравнению (1.17) интеграл $dQ - dL$, взятый по любому замкнутому контуру, равняется нулю. Отсюда следует, что значение интеграла $\int_1^2 d(Q - L)$ между состояниями 1 и 2 не зависит от рода процесса, т.е. от формы кривой 1a2, а определяется начальным и конечным состоянием системы.

Разность элементарных количеств теплоты и произведенной системой работы представляет собой полный дифференциал некоторой функции состояния, которую называют внутренней энергией и обозначают U .

$$dU = dQ - dL \quad (1.20)$$

то из равенства (1.17) следует, что $dQ - dL'$ также есть полный дифференциал некоторой другой функции состояния системы, которую называют энтальпией (J), тепловой функцией или теплосодержанием. Таким образом, дифференциал энтальпии

$$dJ = dQ - dL' \quad (1.21)$$

При равновесном процессе $dL = pdW$, а $dL' = -Wdp$, поэтому из уравнения (1.21) и (1.16) следует, что

$$dJ = du + pdW + Wdp$$

или

$$dJ = du + d(pW)$$

(1.22)

а после интегрирования

$$J = U + pW \quad (1.23)$$

С молекулярной точки зрения внутренняя энергия тела, представляющего собой совокупность большого числа частиц (атомов, молекул), есть энергия всех составляющих тела частиц и равна сумме их кинетической и потенциальной энергии.

Энтальпия, как это видно из уравнения (1.23), есть полная энергия, связанная с данным состоянием тела. Она состоит из внутренней энергии тела U и работы pW , которую следует затратить на то, чтобы тело объемом W ввести в среду, имеющую давление равное p . Величина pW может быть рассмотрена как потенциальная энергия связи данного тела с окружающей средой, когда эта

связь осуществляется только через давление. Можно также сказать, что энтальпия равняется сумме внутренних энергий системы и находящегося с ней в равновесии внешнего источника работы (в частности окружающей среды). Она является функцией температуры и может быть найдена для индивидуальных газов из таблиц.

Превышение J над U сопряжено с наличием внешней среды; оно тем больше, чем больше давление среды. Значит, если тело находится в равновесии с внешней средой, то с любым его состоянием связана энергия $U + pW$ численно равная энтальпии тела в данном состоянии.

Внутренняя энергия и энтальпия являются экстенсивными или аддитивными величинами, т.е. для сложной системы, состоящей из нескольких частей, внутренняя энергия и энтальпия равны соответственно сумме внутренних энергий и энтальпий отдельных частей, если только взаимодействием отдельных частиц можно пренебречь, т.е. $U = \sum_{i=1}^n U_i$.

Любая термодинамическая система в каждой из состояний обладает энергией E , представляет собой сумму кинетической энергии движения системы как целого $E_{\text{кин}}$, потенциальной энергии $E_{\text{пот}}$ обусловленной наличием силовых полей, и внутренней энергии U , которая не связана с движением всей системы как целого и состоит из собственной энергии отдельных частей, составляющих систему. При этом внутренняя энергия реальных газов, состоящих из N одинаковых молекул, равна кинетической энергии движения молекул, потенциальной энергии взаимодействия молекул и так называемой нулевой энергии U_0 . В свою очередь кинетическая энергия движения молекул состоит из кинетической энергии поступательного движения всех молекул $U'_{\text{кин}}$ и кинетической энергии вращательного движения молекул $U''_{\text{кин}}$.

$$U'_{\text{кин}} = \frac{3}{2} kNT ; U''_{\text{кин}} = \frac{\delta_{\text{вр}}}{2} kNT \quad (1.24)$$

Энергия колебательного движения молекул представляет собой сложную возрастающую функцию температуры, которая лишь в отдельных случаях может быть выражена аналитической зависимостью вида (1.24).

Значение потенциальной энергии $U_{\text{пот}}$ зависит от среднего расстояния между молекулами и является функцией объема и температуры. Для идеального газа $(dU/dW)_T = 0$, поэтому $U_{\text{пот}}$ является функцией только температуры. В этом случае, когда система замкнута (окружающей среды нет) и как целое не движется, полная энергия совпадает с ее внутренней энергией.

2. Аналитическое выражение первого закона термодинамики.

Тепловая энергия может переходить в механическую и обратно в строго определенных соотношениях

$$Q = AL \quad (1.25)$$

где $A = \frac{Q}{L} = \frac{1}{427} \frac{\text{ккал}}{\text{кгм}}$ – тепловой эквивалент работы.

Обратная величина $E = \frac{1}{A} = 427 \frac{\text{кгм}}{\text{ккал}}$ получила название механического эквивалента тепла. С учетом (1.25) применительно к неизолированному телу аналитическое выражение первого закона термодинамики имеет вид:

$$Q = \Delta U + AL \quad (1.26)$$

где Q – количество тепла, сообщенного системе;

ΔU – изменение внутренней энергии системы;

L – работа, совершенная системой.

Выражение (1.26) записано для ω кг, для 1 кг его можно записать следующим образом:

$$q = \Delta u + Al \quad (1.27)$$

где $l = \int_1^2 p d\omega$;

ω – удельный объем газа, являющегося рабочим телом.

В дифференциальной форме зависимость (1.27) имеет вид:

$$dq = du + Adl \quad (1.28)$$

$$dq = du + A p d\omega \quad (1.29)$$

при постоянном объеме $d\omega = 0$, тогда $dq = du$, а при постоянном давлении $dp = 0$ и $dq = di$. Следует обратить внимание на то, что уравнение (1.29)

справедливо как для обратимых, так и для необратимых процессов, но в их использовании есть ряд особенностей.

1.4 Применение первого начала термодинамики к обратимым процессам

1. Теплоемкость

Если известны аналитические выражения для внутренней энергии и энтальпии тела в функции параметров состояния, то с помощью первого начала термодинамики можно определить значение теплоемкости тела при постоянном объеме $C_\omega = \left(\frac{dq}{dT}\right)_\omega$ и при постоянном давлении $C_p = \left(\frac{dq}{dT}\right)_p$, а также их зависимость от параметров состояния. Связь между C_p и C_ω устанавливается уравнением Майера:

$$C_p = C_\omega + AR \quad (1.30)$$

Его анализ показывает, что удельная теплоемкость при постоянном давлении больше удельной теплоемкости при постоянном объеме ввиду того, что газы при $p=\text{const}$ совершают работу AR по преодолению сил внешнего давления. Из уравнения Майера следует, что удельная теплоемкость идеального газа зависит от природы газа и температура т.к. газовая постоянная R зависит также от природы и температуры газа. Теплоемкость увеличивается с увеличением температуры и уменьшением атомного веса, т.е.

$$C = C_0 + at + bt^2 \quad (1.31)$$

где C_0 – значение теплоемкости при $t = 0$ °С; a , b – постоянные величины.

Зависимость $C = C(t)$ имеет вид, показанным на рисунке 1.3

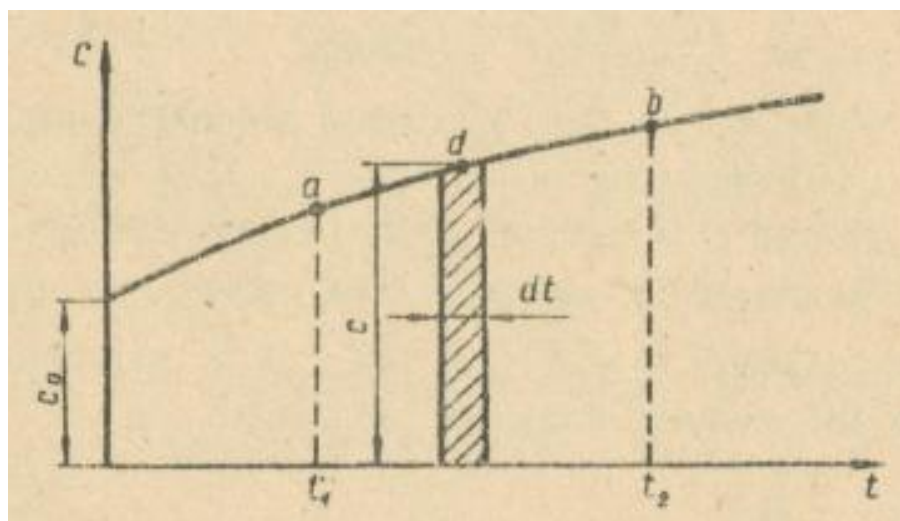


Рисунок 1.3 - Зависимость теплоемкости от температуры.

Площадь под кривой процесса ab есть количество тепла, сообщенного телу в процессе нагревания от температуры t_1 до t_2 .

В технических расчетах употребляют истинную и среднюю теплоемкость.

Истинная теплоемкость выражается определенной зависимостью (при заданной температуре t_k она равна C на рис. 1.3., т.е. $C = \frac{dq}{dt}$).

Средняя теплоемкость в интервале температур от 0 до t_k может быть определена по зависимости

$$C_m = \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} C dt = \frac{q_{ak}}{t_k} \quad (1.32)$$

Значения C_m могут быть взяты из таблиц. В качестве примера, приведена таблица значений теплоемкости при разных температурах для углекислого газа (CO_2).

Температура	Теплоемкость							
	μC_p	μC_ω	μC_{pm}	$\mu C_{\omega m}$	C_p	C_ω	C_{pm}	$C_{\omega m}$
0C	ккал/моль*град				ккал/кг*град			
0	8,565	6,579	8,565	6,579	0,1946	0,1495	0,1956	0,1495
500	12,137	10,151	10,646	8,660	0,9758	0,2307	0,2419	0,1968
1000	13,560	11,574	11,797	9,811	0,3081	0,2630	0,2681	0,2229
1500	14,190	12,204	12,503	10,517	0,3224	0,2773	0,2841	0,2390

2000	14,487	12,501	12,967	10,982	0,3202	0,2840	0,2946	0,2495
2500	14,590	12,604	13,284	11,298	0,3915	0,2864	0,3018	0,2567

Таблица 1.1 - Действительная и средняя весовая и мольная теплоемкость углекислого газа (CO₂).

2. Политропный процесс

Рассмотрим теплоемкость в произвольном процессе C_x , в котором либо один из параметров состояния, либо некоторая функция между двумя независимыми параметрами является постоянной величиной $x = \text{const}$, такой процесс называется политропным. Иначе говоря, политропный процесс – это процесс с постоянным значением теплоемкости C_x . Этот процесс занимает в практической термодинамике особое место по двум причинам. Во-первых, процессы, протекающие в тепловых машинах и явлениях более всего, соответствуют политропному процессу. Во-вторых, из уравнений политропного процесса путем соответствующих допущений и преобразований легко получить уравнение изопараметрических процессов: адиабатического ($dq = 0$), изохорического ($\omega = \text{const}$), изобарического ($p = \text{const}$), изотермического ($T = \text{const}$).

Количество теплоты, которое получает тело в политропном процессе

$$q = C_x(T_2 - T_1) \quad (1.33)$$

n	C_n	q	$T_2 - T_1$
0	+	+	+
$0 < n < 1$	+	+	+
$n = 1$	+	+	0
$1 < n < k$	-	+	-
$n = k$	0	0	-
$n > k$	+	-	-

Таблица 1.2 - Характеристики политропного процесса идеального газа
 Характер зависимости теплоемкости C_n от показателя политропы n

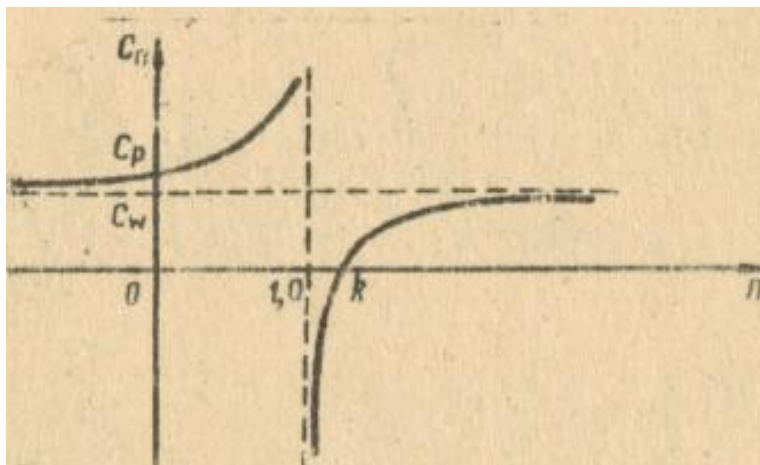


Рисунок 1.4 - Зависимость теплоемкости от показателя политропы.

В зависимости от величины $-\infty \leq n \leq +\infty$, графическое изображение политропных процессов в координатах $p - \omega$ имеет вид:

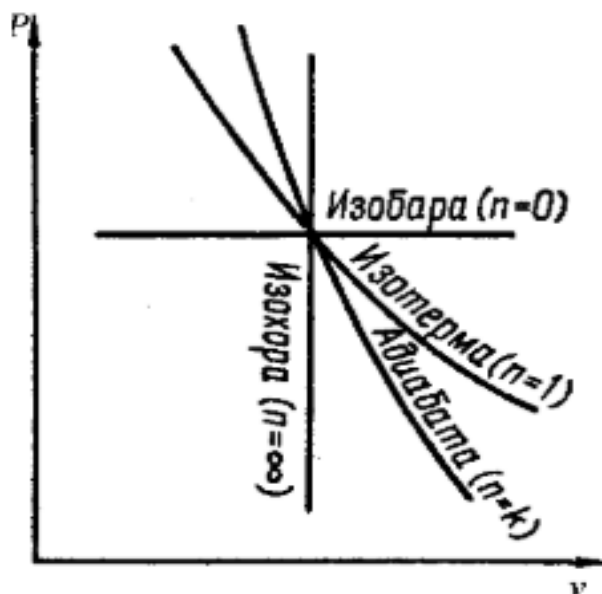


Рисунок 1.5 Влияние величины n на характер процесса.

При политропном процессе соотношения между параметрами состояния имеют вид:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^n ; \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^{n-1} ; \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (1.34)$$

Рассмотрим политропный процесс при различных значениях показателя политропы n :

a) при $n = \pm\infty$

Соотношения между параметрами можно найти следующим образом.

Пусть $n = +\infty$, тогда $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^\infty$ или $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\infty}} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$, откуда $\omega_2 = \omega_1$. Этот процесс называется изохорическим. В изохорическом процессе:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1}{p_2}; C = C_\omega; dq = du = C_\omega dT \quad (1.35)$$

В изохорическом процессе работа расширения газов отсутствует;

b) при $n = 0$

$p\omega^n = p\omega^0 = p = \text{const}$ – процесс изобарический. При изобарическом процессе уравнения первого закона термодинамики принимают вид

$$dq = du + A p d\omega; dq = di - A \omega dp = di \quad (1.36)$$

В изобарическом процессе тепло, сообщенное телу, идет на изменение энтальпии. Приращение внутренней энергии в процессе $du = C_\omega dT$, а $C = C_p$.

С учетом (1.34) для изобарического процесса можно записать

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (1.37)$$

Работа расширения газов в этом процессе будет

$$l = p(\omega_2 - \omega_1) \quad (1.38)$$

c) при $n = 1$

Уравнение процесса принимает вид $p\omega = \text{const}$, откуда $\frac{p_1}{p_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$;

$\frac{p\omega}{R} = T = \text{const}$ – процесс изотермический. При этом процессе $C = \infty$. Тепло, сообщенное телу, идет на совершение работы расширения.

$$l = RT \ln \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (1.39)$$

Так как $dT = 0$, то $di = du + d p\omega = d(p\omega)$

d) при $n = k$

Уравнение процесса имеет вид $p\omega^k = \text{const}$. Такой процесс называется адиабатическим. В этом процессе $q = 0$, система теплоизолированная и $C = 0$. Соотношения между параметрами в процессе:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^k ; \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^{k-1} ; \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (1.40)$$

Выражения для работы расширения принимают вид:

$$l = \frac{p_1 \omega_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right] ; l = \frac{RT_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \quad (1.41)$$

В адиабатическом процессе $du = C_{\omega} dT$, а $di = C_p dT$.

Следует отметить, что в огнестрельном оружии изохорический процесс реализуется в предварительном периоде выстрела, когда идет нарастание давления в постоянном объеме. Адиабатический же процесс реализуется во втором периоде выстрела, в периоде, когда снаряд увеличивает скорость за счет работы адиабатического расширения газа.

1.5 Внутренняя баллистика. Периоды выстрела

Внутренняя баллистика – это наука, которая изучает, как движется снаряд в канале ствола оружия под действием газов пороха, а также закономерности других процессов, которые происходят при выстреле в канале ствола.

Внутренняя баллистика изучает выстрел, как сложный процесс, в котором химическая энергия пороха, превращается в тепловую, а затем и в механическую работу снаряда и подвижных частей орудия. Для изучения процесса выстрела различают четыре последовательных периода:

- предварительный;
- первый или основной;
- второй;
- третий или период последствия газов.

Для более детального изучения, рассмотрим процессы, происходящие в каждом из периодов.

Предварительный период – это период с момента начала горения порохового заряда до полного врезания оболочки пули в нарезы ствола. За этот период в стволе создается давление газов, необходимое для начала движения пули с места, преодоления сил сопротивления оболочки пули врезанию в нарезы ствола. Такое давление называют давлением форсирования. Форсированное давление достигает 250-500 кг/см² в зависимости от устройства нарезов, массы пули и твердости её оболочки. Считают, что в этот период пороховой заряд горит в постоянном объеме, мгновенно происходит врезание оболочки в нарезы, а пуля начинает движение моментально после того, как в канале будет достигнуто давление форсирования.

Первый или основной период начинается в момент начала движения пули и заканчивается при полном сгорании порохового заряда. Во время этого периода горение заряда происходит в постоянно меняющемся объеме. В начале периода, скорость пули невелика, количество газов растет быстрее, чем объем запульного пространства (пространство между дном пули и дном гильзы),

давление газов быстро повышается и достигает максимальной величины. Такое давление называется максимальным давлением. В стрелковом оружии максимальное давление достигается после прохождения пулей 5-6 см. Затем давление начинает падать – из-за быстрого увеличения скорости пули, объем за пулей начинает увеличиваться быстрее притока новых пороховых газов. На конец периода объем составляет около 70% от максимального. В то время как скорость весь период возрастает и ее значение достигает 75% от максимальной. Незадолго до момента вылета пули из канала, порох сгорает полностью.

Время второго периода в несколько раз меньше времени основного периода. Он начинается в момент полного сгорания порохового заряда и заканчивается вылетом пули из канала ствола. После основного периода заканчивается приток пороховых газов, однако скорость пули продолжает увеличиваться за счет того, что сжатый, нагретый газ расширяется и оказывает давление на пулю. Из-за того, что объём продолжает увеличиваться, давление быстро падает. В зависимости от типа оружия дульное давление составляет около 350-950 кг/см². Дульная скорость, то есть скорость пули во время вылета из канала ствола немного меньше максимальной скорости. У некоторых видов короткоствольного оружия второй период полностью отсутствует, так как пороховой заряд не успевает сгореть полностью, до момента вылета пули.

Третий период, или период последствий газов начинается с момента вылета пули из канала ствола и длится до момента прекращения действия пороховых газов на пулю. После вылета пули из ствола, пороховые газы, двигающиеся со скоростью 1500-2000 м/с, продолжают воздействовать на нее. После прохождения нескольких сантиметров от дула, давление пороховых газов перестает действовать, и пуля достигает своей максимальной скорости. В этот момент третий период заканчивается и давление пороховых газов становится равным силам сопротивления воздуха.

График зависимости давления и скорости от времени, а также их значения на начало и конец каждого периода, можно увидеть на графике, который представлен ниже:

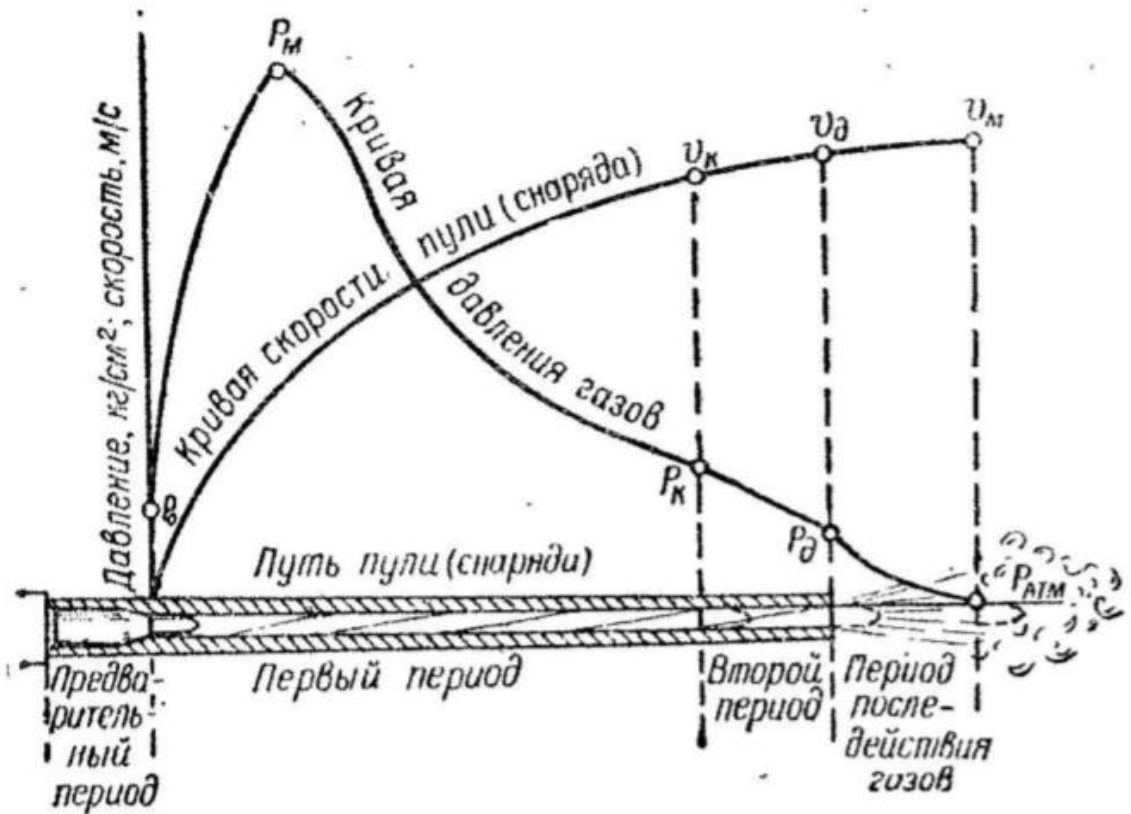


Рисунок 1.6 - Зависимость давления и скорости от времени.

На рисунке: P_0 – давление форсирования; P_m – наибольшее (максимальное) давление; P_k – и v_k – давление газов и скорость пули в момент конца горения пороха; P_d и v_d – давление газов и скорость пули в момент вылета её из канала ствола; v_m – наибольшая (максимальная скорость) пули; $P_{атм}$ – давление, равное атмосферному.

Выводы по главе 1

Выстрел – это сложный процесс, который можно описать при помощи термодинамических законов. При выстреле происходит переход энергии из одного вида в другой. Основная задача внутренней баллистики заключается в поиске зависимостей давления и скорости от времени и пути снаряда.

Глава 2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, МАТЕМАТИЧЕСКИЙ И ПРОГРАММНЫЙ АППАРАТ ДЛЯ ЕЁ РЕШЕНИЯ

2.1 Обобщенный метод Н. Ф. Дроздова для решения задач внутренней баллистики

Н. Ф. Дроздов впервые проинтегрировал систему дифференциальных уравнений внутренней баллистики без математических упрощений. Пользуясь его методом, можно решать задачи при любых характеристиках пороха ($f, \alpha, \delta, \theta, x$) и любых условиях заряжания ($p_0, \Delta, W_0, 2e_1, q, S$).

Ввиду сложности формул Дроздов составил вспомогательные таблицы двух типов, значительно облегчающие использование его формул:

- 1) к первому типу относятся таблицы для $p_m, p_k, \lambda_m, \lambda_k$ в зависимости от параметров заряжания B и Δ при определенных значениях $f, \alpha, \delta, \theta, x$ и p_0 ;
- 2) ко второму типу относятся таблицы вспомогательных функций $\lg z^{-1}(\gamma, \beta)$ и $\int_0^x z^{\frac{B}{B_1}} dx$, входящие в общее решение и значительно облегчающие расчеты в тех случаях, когда значения $f, \alpha, \delta, \theta, x$ и p_0 отличны от значений, принятых в таблице первого типа

Ниже используются следующие основные обозначения:

1. d – калибр ствола – (диаметр канала ствола по полям нарезов в дм).
2. S – площадь поперечного сечения канала ствола с учетом нарезов в дм^2 .
3. $L_{\text{кн}}$ – длина канала ствола (расстояние от дна канала до дульного среза в дм).
4. W_0 – объем каморы в дм^3 .
5. q – вес снаряда в кг .
6. ω – вес порохового заряда в кг .
7. T_1 – температура горения пороха в $^\circ\text{К}$.
8. f – сила пороха в кг дм кг^{-1} .

9. α – коволюм пороховых газов в $\text{дм}^3 \text{кг}^{-1}$.
10. δ – удельный вес пороха в кг дм^{-3} .
11. u_1 – скорость горения пороха при одной атмосфере в $\text{дм сек}^{-1} \text{дм}^2 \text{кг}^{-1}$.
12. $2e_1$ – начальный наименьший размер порохового зерна в мм.
13. $x, x\lambda$ – характеристики формы порохового зерна.
14. $z = \frac{e}{e_1}$ – относительная толщина сгоревшего слоя зерна.
15. ψ – относительный вес и объем сгоревшего заряда.
16. $\sigma = \frac{S}{S_1}$ – относительная поверхность горящего порохового зерна.
17. l – относительный путь снаряда в дм.
18. v – относительная скорость снаряда в м сек^{-1} .
19. p – среднее давление пороховых газов в данный момент времени.
20. $p_{\text{сн}}, p_{\text{кн}}$ – давление у дна снаряда и у дна канала.

$J_k = \int_0^{t_k} p dt = \frac{e_1}{u_1}$ – импульс давления пороховых газов в конце горения пороха.

21. $\Delta = \frac{\omega}{W_0}$ – плотность заряжания в кг дм^{-3} .
22. $l_0 = \frac{W_0}{S}$ – приведенная длина каморы в дм.
23. $1 + \theta$ – приведенная длина каморы в дм.

Подстрочные индексы:

0 – для момента начала движения снаряда.

m – для момента наибольшего давления.

k – для конца горения пороха.

d – для момента вылета снаряда.

Допущения при расчетах:

Уравнения классической внутренней баллистики выводятся для осредненных значений давления, температуры и относительного количества сгоревшего заряда, при этом осреднение T и ψ получается как следствие осреднения давления.

1. Отношение теплоемкостей постоянно и равно среднему значению для температур от T_l до T_d .
2. Коэффициент фиктивности φ постоянен и равен среднему значению.
3. Воспламенение пороха мгновенное.
4. Сопротивление врезанию пояска в нарезы учитывается величиной p_0 , называемой давлением форсирования.
5. Теплоотдача стенкам орудия учитывается косвенно в силе пороха.
6. Сила пороха считается постоянной.
7. $u = u_1 p$.

В общем виде при сделанных допущениях система уравнений может быть записана в следующем виде:

$$Sp \left(l + l_0 \left(1 - \frac{\Delta}{\delta} \right) - l_0 \Delta \left(\alpha - \frac{1}{\delta} \right) \psi \right) = f \omega \psi - \theta s \quad (2.1)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = Sp \quad (2.2)$$

$$\frac{d\psi}{dz} = \chi \sigma \quad (2.3)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{p}{J_k} \quad (2.4)$$

$$\text{где } \varepsilon = \varphi E ; E = \frac{m \vartheta^2}{2} ; \varphi = a + b \frac{\omega}{q}$$

Представляет интерес решение прямой задачи внутренней баллистики, сформулированной в виде данной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

2.2 Выбор численного метода решения системы дифференциальных уравнений

Задача Коши состоит в нахождении решения дифференциального уравнения при заданных начальных условиях. Для численного решения данной задачи на отрезке $[a, b]$ вводится сетка x_1, x_2, \dots, x_n узлов интегрирования. Если сетка является равномерной, то

$$x_i = a + i * h \quad (2.5)$$

где $i = 0, 1, \dots, n$;

$h = x_{i+1} - x_i$ - шаг сетки интегрирования.

В каждом узле интегрированной сетки записаны значения y_1, y_2, \dots, y_n , которые являются приближенными значениями для функции $y(x)$. В результате численного решения будет представлено в виде таблицы $\{x_i, y_i\}$, значений для каждого узла. Для того чтобы представить задачу Коши в дискретном виде (то есть заменить дифференциальное уравнение дискретным аналогом), существует несколько методов.

Основной численный метод для решения обыкновенных дифференциальных уравнений – метод Эйлера. Данный метод реализуется с помощью следующей формулы:

$$y_{i+1} = y_i + h * f(x_i, y_i) \quad (2.6)$$

Можно рассчитать ошибку метода Эйлера, если разложить искомую функцию в ряд Тейлора. Для $x = x_0$:

$$y(x) = y(x_0) + y'(x_0) * (x - x_0) + \frac{y''(\xi)}{2!} * (x - x_0)^2, \xi \in [x_0; x] \quad (2.7)$$

При $x = x_1$:

$$y(x_1) = y(x_0) + y'(x_0) * (x_1 - x_0) + \frac{y''(\xi_1)}{2!} * (x_1 - x_0)^2 = y(x_0) + f(x_0; y_0) * h + \frac{y''(\xi_1)}{2!} * h^2 \quad (2.8)$$

$$\text{или } y_{x_1} = y_1 + r_1(h),$$

(2.9)

где $r_1 h = \frac{y''(\varepsilon_1)}{2!} h^2$ остаточный член, $\varepsilon_1 \in [x_0; x_1]$, характеризующий локальную (шаговую) ошибку метода Эйлера, т.е. ошибку, совершаемую на одном шаге. На каждом следующем шаге ошибка увеличивается за счёт ошибки предыдущего шага, так образуется глобальная ошибка. Для метода Эйлера локальная ошибка равна $O(h^2)$, а глобальная $O(h)$.

Существуют, однако, другие способы для численного решения задачи Коши, которые имеют более высокую точность, чем метод Эйлера. Рассмотрим метод Рунге-Кутты четвертого порядка, который является более часто встречающимся. В его основе лежит аппроксимация с помощью квадратурной формулы Симпсона (в методе Эйлера аппроксимация – линейная). На каждом шаге, значение узла y_i вычисляется по формулам:

$$\begin{aligned} f_1 &= f(x_i, y_i), \\ f_2 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hf_1\right), \\ f_3 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hf_2\right), \end{aligned}$$

(2.10)

$$\begin{aligned} f_4 &= f(x_i + h, y_i + hf_1), \\ y_{i+1} &= y_i + \frac{1}{6}h(f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4) \end{aligned}$$

Локальная погрешность метода Рунге-Кутты $O(h^5)$, а глобальная $O(h^4)$. Таким образом, метод Рунге-Кутты является более точным по сравнению с методом Эйлера и его использование будет более грамотным.

2.3 Реализация программы для решения прямой задачи внутренней баллистики

Для реализации программы был выбран язык программирования C++. C++ – это компилируемый язык со статической типизацией на котором можно

создавать программы любого уровня сложности. С++ спроектирован и динамично развивается как язык, поддерживающий различные методы и технологии программирования, но реализующий их на платформе, обеспечивающей высокую техническую эффективность. Программа на С ++ представляет собой набор команд, которые говорят компьютеру о необходимости «чего-то». Этот набор команд обычно называется исходным кодом С++.

Достоинства:

- предсказуемое выполнение программ является важным достоинством для построения систем реального времени.
- имеется возможность работы на низком уровне с памятью, адресами.
- поддерживаются различные стили и технологии программирования.
- возможность создания встроенных предметно-ориентированных языков программирования.

Для расчёта данных программа выполняет несколько последовательных шагов.

Первый шаг заключается в вводе и расчёте исходных данных, для конкретной артиллерийской системы. Здесь вводятся константы и рассчитываются начальные значения величин.

```
const int NMax=600;  
const double PI=3.14159265358979323846;
```

Рисунок 2.1 – Пример исходных данных программы.

Далее с помощью исходных данных и численного метода решения дифференциальных уравнений производится вычисление необходимых параметров. Таких вычислений проводится несколько: после прохождения метаемым элементом небольшого расстояния внутри дульного канала, расчёт производится снова, чтобы получить несколько значений для каждой величины и построить графики. Пример расчёта для одного из значений пройденного расстояния, можно увидеть в приложении А.

Для расчёта был выбран метод Рунге-Кутты 4 порядке, его реализация представлена в приложении В. Расчёт проводится до тех пор, пока не будет выполнено условие достижения максимального значения для пройденного снарядом пути, то есть пока длина пройденного снарядом пути L меньше дульной длины L_d .

Вывод рассчитанных значений производится в файл. В файл записывается значение времени и рассчитанных параметров (давление на метаемый элемент, давление на дно канала и скорость метаемого элемента) для каждого рассматриваемого момента времени. Запись параметров проводится в экспоненциальном виде.

$$t \quad \text{ВРЕМЯ} = .63434E-02 \\ x \quad 30.024 \quad u \quad .10661E+05 \quad p_1 \quad .25692E+04 \quad p_0 \quad .22969E+04$$

Рисунок 2.2 – Пример рассчитанных данных для момента времени.

Пример полного расчёта представлен в приложении С.

Выводы по главе 2

Во второй главе была представлена постановка задачи, был выбран и описан метод для решения прямой задачи внутренней баллистики. Программа просчитывает необходимые величины в нескольких точках, что позволит построить графики зависимости этих величин от времени и проанализировать данные.

Глава 3 ТЕСТИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ ДАННЫХ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ

3.1 Описание средства визуализации данных

Для наглядного представления необходимо использовать средства визуализации данных. В качестве такого средства было выбрано интерактивное приложение SciDAVis.

Главная функция приложения SciDAVis состоит в анализе данных, представленных в виде функций, кусочно-заданных функций, таблиц, данных в текстовом файле и т.д., и построении их в виде графиков разного вида:

- Исходные точки на графике могут отмечаться какими-либо символами. Есть возможность оставить график без линий, а оставить только символы и получить график-скаттер
- Графики в виде столбчатых диаграмм, у которых точки соединяются только горизонтальными и вертикальными линиями.
- Графики, представляющие собой вертикальные столбики, обычно их называют Bar. Есть отдельный тип графиков, когда кроме вертикального верхнего уровня столбиков задаются еще и нижние уровни.
- Графики для рисования гистограмм.
- График, который заштриховывает или закрашивает область под собой.
- Есть возможность создавать круговые диаграммы.
- График, который изображается с помощью набора векторов. Есть возможность задания начальных и конечных координат вектора или начальной координаты и угла поворота
- Возможность изображать линии уровня
- Различные трехмерные графики.

Кроме того, программа позволяет выполнить аппроксимацию данных и построить сплайн.

3.2 Оценка эффективности предложенного решения

Оценим эффективность работы программы на примере расчета для противотанковой пушки МТ-12.

Входные параметры для данной артиллерийской системы следующие:

$d = 100$ мм – калибр ствола;

$\omega_0 = 6,5$ кг – вес порохового заряда;

$q = 4,55$ кг – вес снаряда;

$\Delta = \frac{6,5}{9,48} = 0,6856$ кг дм⁻³ – плотность заряжания.

После запуска программы были получены значения, которые представлены в приложении С. Для удобства при построении графиков представим эти данные в виде таблицы:

t, сек	p_1 , кг/см ²	p_0 , кг/см ²	v , м/с
0,0027328	1044,5	1577,5	1240,5
0,0044300	2277,9	3776,9	5125,2
0,0052335	2611,8	4042,0	7372,5
0,0058389	2544,5	3020,2	9166,6
0,0063434	2569,2	2296,9	10661
0,0067852	1515,0	1925,8	11773
0,0072007	1151,8	1678,4	12409
0,0075930	942,07	1503,5	12882
0,0079767	800,46	1332,0	13269
0,0083495	699,00	1198,3	13592
0,0087114	622,89	1093,1	13869
0,0089294	584,66	1035,3	14022

Таблица 3.1 – Полученные значения

Построим график зависимости давления на метаемый элемент от времени с помощью приложения SciDAVis.

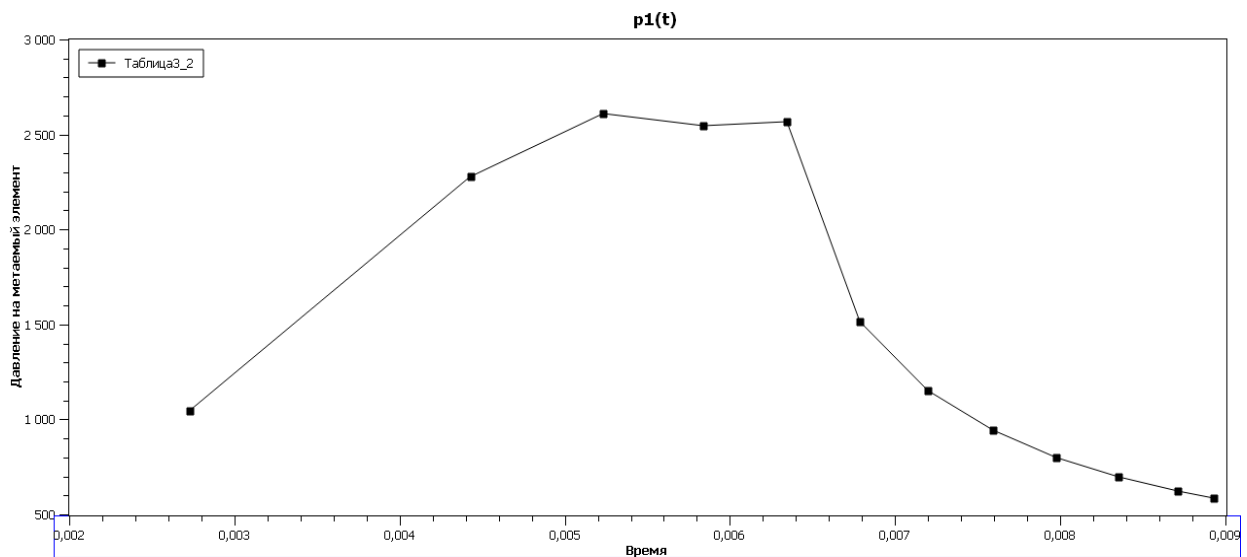


Рисунок 3.1 – График зависимости давления p_1 от времени

Проведём аппроксимацию данных, сглаживание графика и построим сплайн.

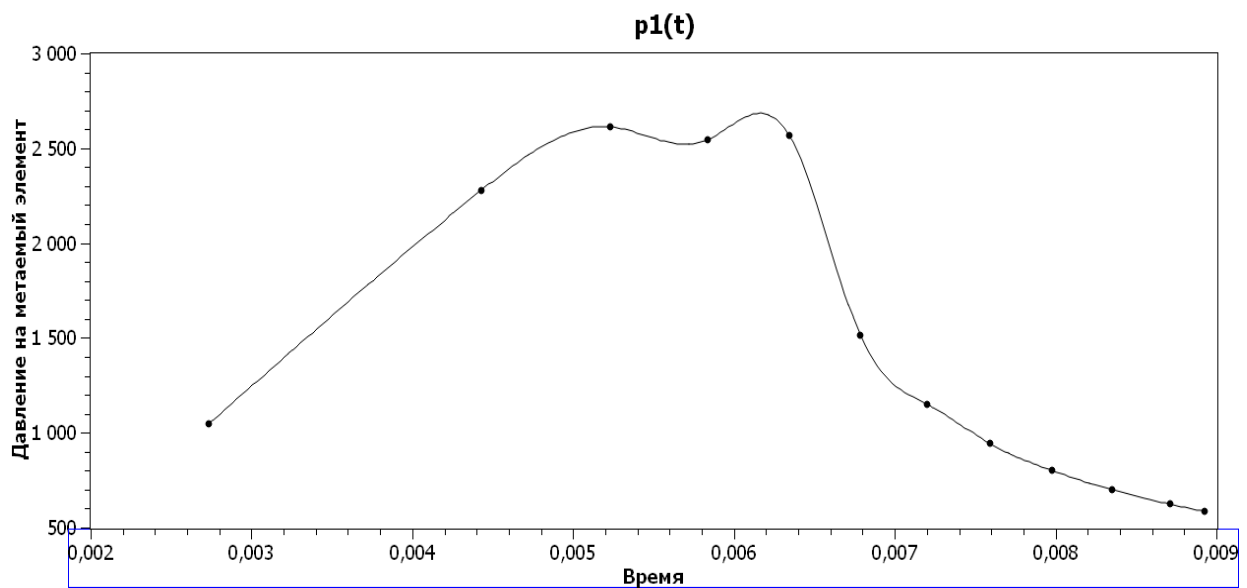


Рисунок 3.2 – Зависимость давления p_1 от времени

Построим сплайны для двух других зависимостей (давление на дно канала от времени и скорости метаемого элемента от времени).

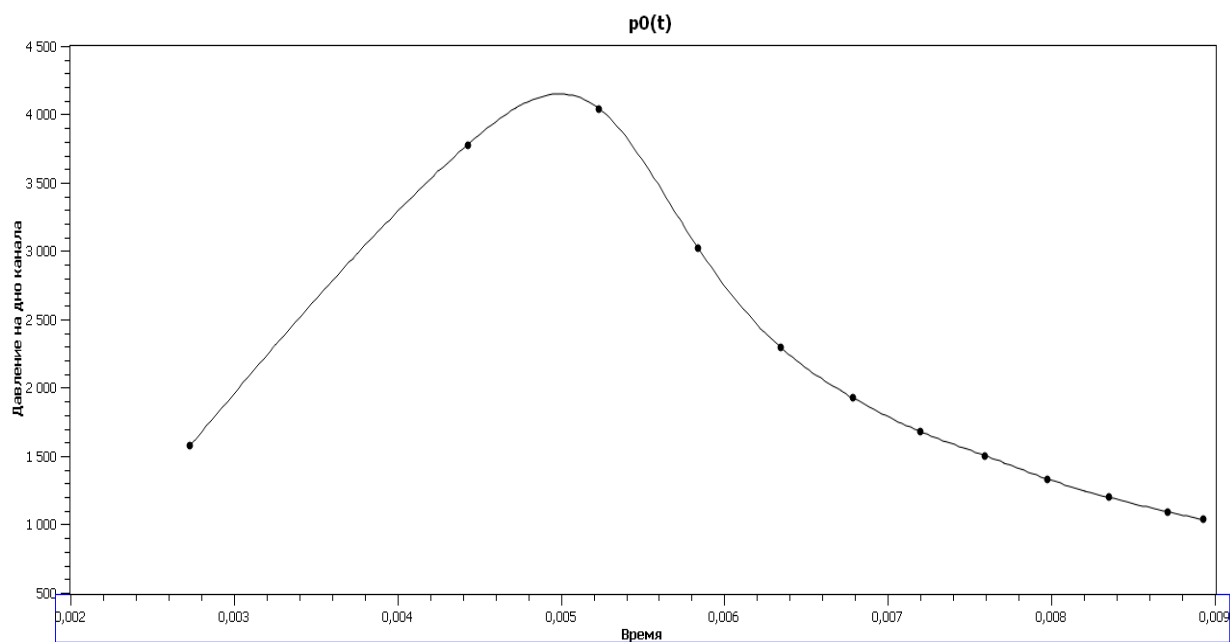


Рисунок 3.3 – Зависимость давления p_0 от времени

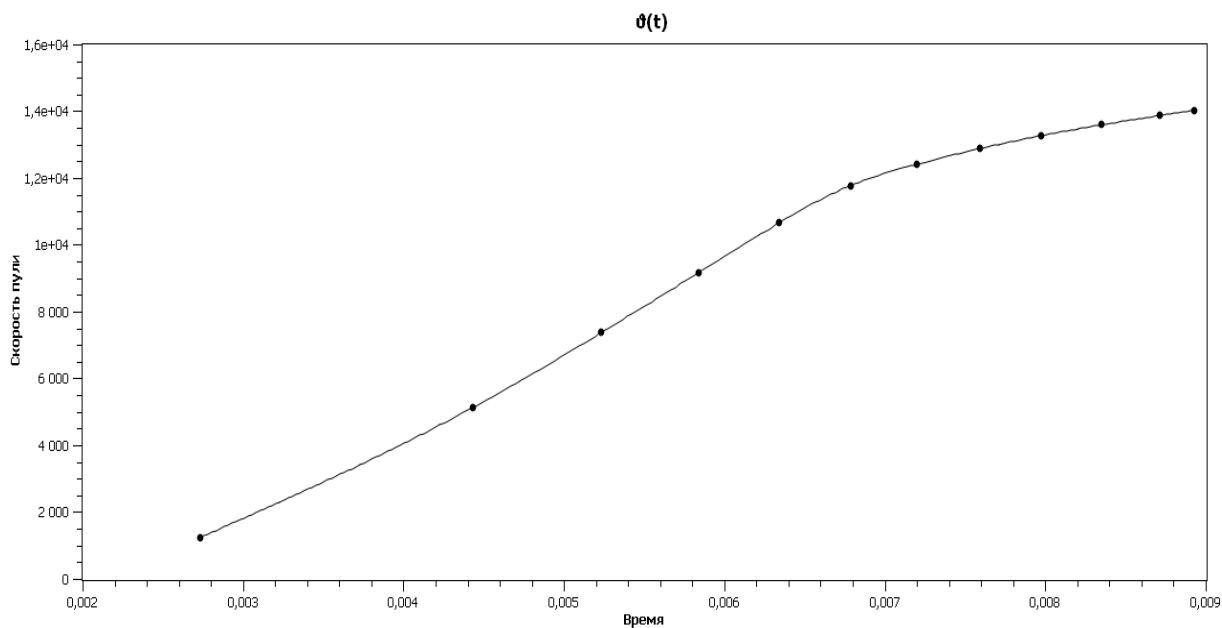


Рисунок 3.4 – Зависимость скорости метаемого элемента v от времени

Проведём анализ по полученным графикам: давление в начале резко возрастает до наибольшего значения, а затем постепенно уменьшается; скорость всё время возрастает и достигает своего максимального значения при $L = L_d$, то есть при вылете метаемого элемента из ствола орудия.

Выводы по главе 3

Были построены графики зависимости давления на метаемый элемент, давления на дно канала, скорости метаемого элемента от времени. Они

указывают на те же изменения в величинах, что и теоретический график из первой главы (рисунок 1.6), а значит расчёты были произведены верно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В выпускной квалификационной работе была представлена, теоретически обоснована и решена прямая задача внутренней баллистики.

В ходе исследования были достигнуты следующие цели:

1. Изучены теоретические основы термодинамики и внутренней баллистики.
2. Поставлена задача внутренней баллистики для классических артиллерийских систем.
3. Решена система обыкновенных дифференциальных уравнений с соответствующими начальными и граничными условиями.
4. Определены внутрибаллистические параметры для артиллерийской системы калибра 100 мм.
5. Построены графики величин, требуемых в прямой задаче внутренней баллистики и проведен сравнительный анализ с графиком, построенным на основе теоретического расчёта.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Учебники и учебные пособия

1. Боев, В.Д. Компьютерное моделирование. Пособие для курсового и дипломного проектирования [Текст]: учебное пособие / В.Д. Боев, Д.И. Кирик, Р.П. Сыпченко. — М.: Военная Академия связи, Санкт-Петербург, 2011.
2. Бахвалов, Н.С. Численные методы [Текст]: учебное пособие / Н.С. Бахвалов. - М.: Наука, 2006.
3. Вороненко, Б.А. Введение в математическое моделирование [Текст]: учебно-методическое пособие / Б.А. Вороненко и др. — СПб.:НИУ ИТМО; ИХиБТ, 2014.
4. Захаренков, В.Ф. Внутренняя баллистика и автоматизация проектирования артиллерийских орудий [Текст]: учебник / В.Ф. Захаренков. — СПб: Балт. гос. техн. ун-т., 2010.
5. Сафронов А.И. Использование нетрадиционной схемы метания в баллистических схемах [Текст] / А.И.Сафронов, Л.В.Комаровский /Международная конференция по математике и механике: Избранные доклады / Под общей редакцией Н.Р.Щербакова. — Томск, 2003
6. Газодинамические основы внутренней баллистики [Текст] / С. А. Бетехтин, А. М. Веницкий, М. С. Горохов, К. П. Станюкович, И. Д. Федотов. – Москва: Государственное издательство оборонной промышленности, 1957.
7. М. Е. Серебряков. Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет [Текст] / М. Е. Серебряков. – Москва: Государственное научно-техническое издательство оборонгиз, 1962.
8. И. Г. Русяк. Внутрикамерные гетерогенные процессы в ствольных системах [Текст] / И. Г. Русяк, В. М. Ушаков. – Екатеринбург: Уро РАН, 2001.

9. В. Н. Вилунов. Термогазодинамические основы внутренней баллистики ствольных систем [Текст] / В.Н. Вилунов, А.В. Губарев, Ю.В. Михайловский, Ю.И. Медведев, В.М. Ушаков. – Пенза: Издательство ПВАИУ, 1973.
10. М. С. Горохов. Внутренняя баллистика ствольных систем [Текст] / М. С. Горохов. – Москва: Издательство центрального научно-исследовательского института информации, 1985.
11. Е. В. Чурбанов. Внутренняя баллистика [Текст] / Е. В. Чурбанов. – Ленинград: Издательство военной артиллерийской академии им. М. И. Калинина, 1975.
12. А. Е. Кувеко. Внутренняя баллистика ствольных систем и ракетные двигатели твердого топлива [Текст] / А. Е. Кувеко, Ф. П. Миропольский. – Москва: Военно-воздушная инженерная академия им. Н.Е. Жуковского, 1987.

Электронные ресурсы

13. А. В. Алиев. Внутренняя баллистика РДТТ [Электронный ресурс] / РАРАН; А. В. Алиев и др.; под ред. А. М. Липанова и Ю. М. Милёхина; редкол. серии: В. В. Панов (пред.) и др. – М. : Машиностроение, 2007.
14. А. И. Сафронов, А. А. Морозов, В. М. Азовский. Анализ и баллистическое проектирование системы малого калибра с присоединённым зарядом [Электронный ресурс] / ИННОВАЦИИ. НАУКА. ОБРАЗОВАНИЕ: электронное научно-техническое издание № 4, 2016. <http://ojs.innovjourn.ru/index.php/innov/article/view/28>

Литература на иностранном языке

15. Donald E. Carlucci, Sidney S. Jacobson. Ballistics – Theory and Design of Guns and Ammunition Carlucci. — 1st Edition, Kindle Edition, 2007.
16. Carl E. Mungan. Internal ballistics of a pneumatic potato cannon. — Scientific article. European journal of physics, 2009.

17. Clive Woodley, Alain Carriere, Patrice Franco. Comparisons of internal ballistics simulations of 40mm gun firings. — Scientific article. International symposium on ballistics, Tarragona, Spain, 2007.
18. Ragini Acharya, Kenneth K. Kuo, Peter J. Ferrara. Comprehensive modeling and numerical simulation of interior ballistic processes in 120mm mortar with systematic experimental validation. — Scientific article. The Pennsylvania State University, 2008.
19. Rotariu Adrian, Cîrmaci Marius Valeriu, Nuțu Vasile, Istode Lucian, Viorel Țigănescu. A new model of projectile ballistic acceleration process based on closed vessel experimental data. — Cairo, Egypt: 12th WSEAS Conf. on Applied Mathematics, 2007.
20. Kapur J.N., Jain B.S. An exact analytical solution of the equations of internal ballistics for the pressure-index law of burning. — Scientific papers. Defense Science Journal, Vo. 10, No 2, pp 84-92, 2014.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Код расчёта значений величин при $L = 9$

L9:

```
W[0]=TE1;  W[1]=KA1;  W[2]=LM1;  W[3]=PZ1;
W[4]=DE1;  W[5]=AL1;  W[6]=F1;   W[7]=PF1;
W[8]=IK;   W[9]=QQ;   W[10]=DL1; W[11]=X3;
W[19]=TE2; W[20]=KA2; W[21]=LM2; W[22]=PZ2;
W[23]=DE2; W[24]=AL2; W[25]=F2;  W[26]=PF2;
W[27]=IK1; W[28]=Q;   W[29]=DL2; W[30]=X5;
L2=X4-X3;  LZ=X5-X4;
for(int i=0;i<5;i++) W[i+31]=0.0;
L4=L5=A1=A2=A3=A4=true;
PM=PQ=JU=V1=V2=BP=UCH=PG=0.0;
FF=5.0;
J=NET=0;
H8=false; MM=H7=A6=A7=true;
HP=HP1;  DH=DH1;
PM1=PM2=PM3=PM4=0.0;
A5=false; H5=true;
A7=false;
FCB=0.0;
fprintf(file2, W[8],W[27]);
```

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Код метода Рунге-Кутты 4 порядка

```
double n=(b-a)/h;

double X[(int)n];

double Y1[(int)n];

double Y2[(int)n];

double Y3[(int)n];

double Y4[(int)n];

double Y[(int)n]

X[0]=a; Y[0]=2;

for(int i=1; i<=n; i++){

    X[i]=a+i*h;

    Y1[i]=h*F(X[i-1],Y[i-1]);

    Y2[i]=h*F(X[i-1]+h/2.0,Y[i-1]+Y1[i]/2.0);

    Y3[i]=h*F(X[i-1]+h/2,Y[i-1]+Y2[i]/2);

    Y4[i]=h*F(X[i-1]+h,Y[i-1]+Y3[i]);

    Y[i]=Y[i-1]+(Y1[i]+2*Y2[i]+2*Y3[i]+Y4[i])/6;

}
```

ПРИЛОЖЕНИЕ С

Пример полного расчета для пушки МТ-12

.650D+01 .500D+00

.564D+01 .604D+01 .891D+01 .913D+01 .110D+02 .700D+02 .710D+02

.630D+02 .891D+01 .124D+01 .100D+01 .100D+01 .175D+01 .231D+01

ВРЕМ_ц= .27328E-02

10.001 .12405E+04 .10445E+04 .15775E+04

ВРЕМ_ц= .44300E-02

15.010 .51252E+04 .22779E+04 .37769E+04

ВРЕМ_ц= .52335E-02

20.010 .73725E+04 .26118E+04 .40420E+04

ВРЕМ_ц= .58389E-02

25.021 .91666E+04 .25445E+04 .30202E+04

ВРЕМ_ц= .63434E-02

30.024 .10661E+05 .25692E+04 .22969E+04

ВРЕМ_ц= .67852E-02

35.006 .11773E+05 .15150E+04 .19258E+04

ВРЕМ_ц= .72007E-02

40.037 .12409E+05 .11518E+04 .16794E+04

ВРЕМ_ц= .75930E-02

45.001 .12882E+05 .94207E+03 .15035E+04

ВРЕМ_ц= .79767E-02

50.022 .13269E+05 .80046E+03 .13320E+04

BPEM_{II}= .83495E-02

55.031 .13592E+05 .69900E+03 .11983E+04

BPEM_{II}= .87114E-02

60.001 .13869E+05 .62289E+03 .10931E+04

BPEM_{II}= .89294E-02

63.042 .14022E+05 .58466E+03 .10353E+04