

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Архитектурно-строительный институт

(наименование института полностью)

Кафедра «Промышленное, гражданское строительство и городское хозяйство»

(наименование кафедры)

08.04.01 Строительство

(код и наименование направления подготовки, специальности)

«Техническая эксплуатация и реконструкция зданий и сооружений»

(направленность (профиль))

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

на тему Диаграммный метод расчета железобетонного элемента,
усиленного наращиванием сечения

Студент

О.М. Маркова

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

Научный

Д.С. Тошин

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

руководитель

Руководитель программы

д.т.н., доцент, В.А. Ерышев

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

(личная подпись)

« ____ » _____ 2018 г.

Допустить к защите

Заведующий кафедрой ПГСИГХ

к.т.н., доцент, Д.С. Тошин

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

(личная подпись)

« ____ » _____ 2018 г.

Тольятти 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
Глава 1 Основные положения по теме исследования.....	8
1.1 Виды существующих методов усиления.....	8
1.1.1 Усиление железобетонных элементов без изменения напряженного состояния или конструктивной схемы.....	11
1.1.2 Методы усиления с изменением конструктивной схемы.....	17
1.2 Существующие методы расчета усиленных железобетонных конструкций.....	20
1.2.1 Метод предельных усилий.....	21
1.2.2 Диаграммный метод расчета.....	29
Выводы к первой главе.....	35
Глава 2 Разработка методики расчета усиленных железобетонных элементов по деформационной модели.....	36
2.1 Методика расчета неусиленных железобетонных элементов на основе деформационной модели.....	36
2.2 Разработка методики расчета усиленных железобетонных элементов на основе деформационной модели.....	40
2.3 Диаграммы деформирования.....	47
2.4 Средства автоматизации расчетного алгоритма.....	49
Выводы ко второй главе.....	54
Глава 3 Апробация алгоритма расчета усиленного железобетонного элемента по деформационной модели.....	55
3.1 Расчет железобетонного элемента без усиления.....	55
3.2 Расчет железобетонного элемента с усилением.....	60
3.2.1 Усиление при нагружении элемента $0,45M_{ult}$	61
3.2.2 Усиление при нагружении элемента $0,65M_{ult}$	65
3.2.3 Усиление при нагружении элемента $0,85M_{ult}$	68

3.3 Контроль корректности результатов.....	71
Выводы к третьей главе.....	75
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	76
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	77

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования: в настоящее время происходит рост числа реконструируемых зданий и объектов, требующих проведение таких работ. В силу тех или иных причин, неправильной технической эксплуатации, воздействия агрессивных факторов, со временем происходит снижение прочности и несущей способности железобетонных элементов, которые нуждаются в правильном усилении и методике оценки несущей способности, жесткости, трещиностойкости усиленной конструкции.

Метод расчета по предельным усилиям, который в настоящее время является наиболее используемым, не рассматривает напряженно-деформированное состояние конструкции до усиления и, как следствие, не учитывает влияние начальных напряжений и полученных деформаций усиливаемой части на конструкцию после усиления. Также, не представляется возможным учет распределения усилий между частями конструкции и перераспределения усилий в ходе последующего нагружения и включения элемента усиления в совместную работу.

Эти недостатки привели к поиску новых решений и методов расчета, которые основаны на деформационной модели с использованием диаграмм деформирования.

Работу любой железобетонной конструкции на всех этапах нагружения можно описать при помощи соответствующих диаграмм деформирования: связывающие напряжения и относительные деформации в заданной точке конструкции, это зависимости « σ - ϵ ». В современных нормах предложен новый подход к расчету железобетонных элементов с использованием нелинейной деформационной модели и диаграмм состояния бетона типа « σ - ϵ ». Он является единым для расчета по первой и по второй группам предельных состояний [1].

Применение в расчетах железобетонных конструкций диаграмм деформирования (или диаграммы состояния), которые выражены математическими зависимостями, дает возможность учесть физические представления о работе бетона и арматуры; описать деформации кривой линией; получить соответствие с опытными результатами; использовать полученные аналитические зависимости для составления алгоритмов в программах при автоматизированном проектировании железобетонных конструкций.

Необходимость разработки методики расчета усиленной конструкции с учетом упругопластического характера деформирования материалов и действующих напряжений, отвечающую современным тенденциям развития нормативных документов, является актуальной задачей и подчеркивает актуальность исследования.

Цель: разработка метода расчета железобетонного элемента, усиленного наращиванием сечения, на основе нелинейной деформационной модели.

Задачи диссертационной работы:

- выполнить анализ существующих способов усиления железобетонных элементов и методик их расчетов;
- разработать и реализовать при помощи Microsoft Excel алгоритм диаграммного расчета железобетонных элементов, усиленных наращиванием сечения;
- оценить результаты реализации диаграммного метода расчета усиленных железобетонных элементов с обоснованием достоверности получаемых результатов.

Объект исследования: железобетонный элемент, усиленный наращиванием сечения.

Предмет исследования: методика расчета прочности, жесткости и трещиностойкости железобетонного элемента, усиленного наращиванием сечения, с применением нелинейной деформационной модели.

Методы исследования: в ходе проведения работы были применены теоретические методы исследования.

Научная новизна диссертационной работы: предложенный метод расчета усиленных элементов позволяет на основании единого подхода провести оценку железобетонных элементов после усиления по несущей способности, жесткости, трещиностойкости с получением схем распределения напряжений по сечениям усиливаемой и усиливающей частям конструкции.

Практическая значимость: предложенный алгоритм может быть использован при расчете усиленных изгибаемых железобетонных конструкций.

Апробация работы: результаты проводимого исследования докладывались и обсуждались на студенческой конференции, а также опубликовывались в периодических изданиях:

1 Оськина О. М. Расчет железобетонных элементов, усиливаемых наращиванием сечения, с использованием деформационной модели // Молодой ученый. — 2017. — №10. — С. 78-80.

2 Журавлёва Т.А., Оськина О.М. Деформационная модель и ее применение в расчетах усиления конструкций // Студенческие Дни науки ТГУ: научно-практическая конференция (Тольятти, 3-29 апреля 2017 года): сборник студенческих работ/отв. за вып. С.Х. Петерайтис. – Тольятти: изд-во ТГУ, 2017 — С. 9-11.

3 Маркова О.М. Диаграммный метод в расчетах усиленных железобетонных элементов // Научный журнал. – 2017. - № 07 (20). – С. 17-19.

Объем и структура диссертационной работы: Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованных источников. Работа изложена на 81 страницах машинописного текста, содержит в своем составе 25 рисунков и 4 таблицы.

Глава 1 Основные положения по теме исследования

1.1 Виды существующих методов усиления

В ходе эксплуатации, железобетонные конструкции постоянно подвергаются воздействию внешних негативных факторов, приводящих к различного рода дефектам конструкции, которые в свою очередь негативно влияют на несущую способность и дальнейшую работу конструкции. К таким дефектам относится появление трещин, сколов, промасливание бетона, отслоение защитного слоя, недопустимые прогибы, повреждение, оголение и выпучивание арматуры. Одним из способов продления срока службы конструкции является ее усиление.

Усиление железобетонных конструкций – это распространенная практика, применяемая повсеместно в реконструкции промышленных и гражданских зданий и сооружений.

Усиление конструкций проводят в двух случаях:

- а) появление дефектов и повреждений в процессе эксплуатации (трещины, провисания, коррозия и пр.);
- б) планируемое увеличение нагрузки на конструкцию (надстройка и увеличение этажности, перепланировка и пр.).

При этом, усиление существующих конструкций требует значительно меньше затрат, чем замена старых конструкций на новые конструкции, однако является более технологически сложным. Кроме того для большей эффективности усиления требуется максимальная разгрузка усиливаемой конструкции. Но при этом, зачастую, усиление проводится без остановки производства или при кратковременных остановках.

Используются методы усиления как без изменения конструктивной схемы или напряженного состояния, так и с изменением. В первом случае усиление происходит за счет наращивания сечения конструкции, использования железобетонных и металлических обойм, железобетонных

рубашек. Во втором случае устраиваются преднапряженные распорки, стойки, подкосы, консоли, комбинированные и горизонтальные шпренгельные затяжки.

Вопросами усиления, начиная с начала прошлого века, занималось много инженеров и ученых – Струве А.В., Гвоздев А.А., Онуфриев Н.М., Пинаджян В.В., Литвинов И.М., Шаров И.Ф., Судариков А.А., Клейнлегель А., и др.; а также зарубежные ученые: Belarbia A., David E., Le-Trung K., Lee K., Ehasni M.R., Михуб Ахмад и др.

Классификация методов усиления приведена в развернутой схеме рисунка 1.1. Рассмотрим основные методы усиления железобетонных элементов.

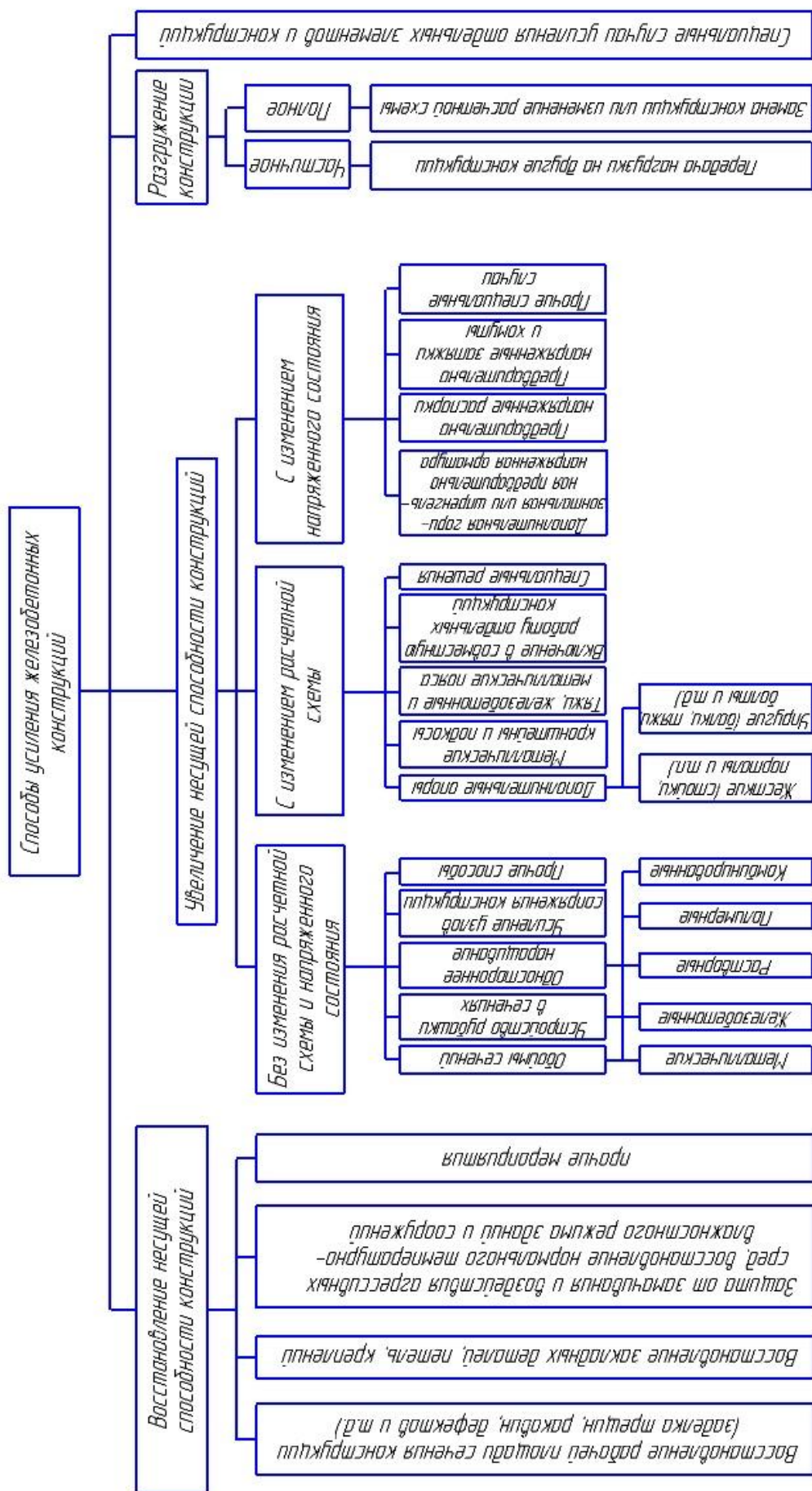


Рисунок 1.1 - Развернутая классификация усиления железобетонных конструкций

1.1.1 Усиление железобетонных элементов без изменения напряженного состояния или конструктивной схемы

Обоймы. Метод усиления посредством железобетонных и металлических обойм получил широкое распространение благодаря его надежности. Этот метод преимущественно используется для усиления железобетонных колонн (рисунок 1.3, а).

Металлические обоймы состоят из уголковых стоек, опорных подкладок и соединительных планок. В местах установки подкладок обнажают арматуру колонн и приваривают к подкладке и стойке обоймы.

Железобетонные обоймы охватывают элемент со всех его граней, с заложеной в них поперечной и продольной арматурой. При этом поперечной арматурой создается так называемый эффект обоймы, который способен значительно повысить несущую способность. Обычно толщина железобетонных обойм не превышает 10 см.

В России в 1919 г. усилением железобетонных колонн применением обойм с добавочной арматурой занимался инженер В.А. Струве. Он руководил проектом по повышению несущей способности железобетонных элементов паровозного депо в г. Изюм.

Большой вклад в развитие усиления при помощи обойм внес А.А. Гвоздев, занимавшийся изучением сцепления нового бетона со старым, совместно с А.П. Васильевым и С.А. Дмитриевым [3] в 1933-1935 гг. Эксперименты в этой сфере подтвердили надежность сращивания старого бетона и нового, при условии соблюдения технологии укладки бетона. Согласно их исследованиям, новый бетон необходимо укладывать на чистую шероховатую поверхность, проводить вибрирование. Также проблема совместной работы старого и нового бетона была поднята в статье В.В. Теряника, А.Ю. Бирюкова, А.О. Борисова, Р.В. Щипанова, посвященной разработке нового конструктивного решения устройства

обойм [3]. В статье предлагается ввести дополнительную прослойку из адгезионной обмазки или прослойку на расширяющемся цементе, что обеспечило бы лучшее сцепление между усиливаемой и усиливающей конструкцией.

В 1939-1940 гг под руководством В.В. Пинаджяна велось изучение железобетонных балок, усиленных обоймами и дополнительной арматурой [4]. В ходе эксперимента, балки подвергали нагрузке, имитировавшей нагрузку мостовых конструкций. Было предложено рассчитывать усиленные под нагрузкой элементы конструкций как монолитные. На основе результатов исследований сделали вывод, что существует возможность усиления обоймами железобетонных конструкций, находящихся под влиянием подвижных динамических нагрузок.

При усилении железобетонной обоймой принята следующая технология усиления:

- поверхности усиливаемой конструкции очищаются от загрязнений и делают засечки для лучшего сцепления с бетоном обоймы;
- по периметру конструкции устанавливается арматура в соответствии с проектом (предпочтительно плоские арматурные каркасы, которые соединены сваркой в объемный каркас);
- устанавливается разборно-переставная опалубка из щитов, в которую заливается бетонная смесь и уплотняется при помощи вибраторов;
- бетонировать обойму целесообразно методом мелкозернистой бетонной смеси, которая нагнетается в опалубку через инъекционные отверстия. При небольшой толщине обоймы инъектирование производят цементно-песчаным раствором.

При устройстве металлических обойм производят следующее:

- в местах установки опорных подкладок существующую арматуру обнажают и приваривают к подкладке и стойке обоймы;

- эффект усиления в этом случае достигается сваркой соединительных планок, увеличение эффекта усиления происходит при использовании предварительно напряженных поясов, которые образованы соединительными планками;

- обязательным условием усиления металлическими уголками и хомутами является плотное сопряжение с поверхностью конструкции, для чего производится ее шлифовка и удаление неровностей с поверхности.

Наращивание сечения. Этот метод подразумевает увеличение сечения с одной или двух сторон (рисунок 1.3, г).

В 1942 г. была опубликована работа И.М. Литвинова, в которой рассматривался способ наращивания усиливаемых элементов снизу, сверху или с боков для усиления полуразрушенных балок [5]. Конструкция усиления состояла из забетонированной дополнительной продольной и поперечной арматуры, образуя наращивание, тем самым увеличивая высоту или ширину существующего сечения. Для прикрепления дополнительной арматуры, вскрывается защитный слой вплоть до соответствующей арматуры конструкции, затем к ней привариваются новые стержни добавочной новой арматуры при помощи специальных отгибов или коротышей. Такой способ позволяет приваривать новую арматуру максимально близко к существующей арматуре конструкции, оставляя лишь зазор на толщину коротыша – от 10 до 40 мм. Поверхность бетона при этом должна находиться во влажном состоянии вплоть до нанесения нового слоя бетона. Предварительно она очищается от пыли, путем промывки водной струей под напором или продувания воздухом. Между старым и новым бетоном укладывается слой пластичного цементного раствора толщиной 1-2 мм. После укладки раствора, новый бетон необходимо уложить не позднее, чем через 1,5 ч.

Из-за относительно малой контактной поверхности соприкасания существующего бетона и наращиваемого, а также ввиду отсутствия

обжимающего усадочного явления, производится проверка на действие касательных усилий по контактными поверхностям.

При наращивании сечения, точно как и в устройстве железобетонной обоймы, зачищается поверхность бетона от пыли и арматуры от коррозии, поверхность увлажняется; при помощи механизированного инструмента снимается защитный слой бетона. После чего устанавливается добавочная арматура, привариваемая к старой арматуре при помощи коротышей. Устраивается опалубка и заливается бетонная смесь, после чего происходит ее уплотнение.

«Рубашки». Другой способ усиления – устройство «рубашки» (рисунок 1.3, б), часто используемый в случаях, когда выполнить усиление методом замкнутой обоймы не представляется возможным: например, если колонна примыкает к стене.

Эта конструкция представляет собой обетонки, не замкнутые с одной стороны, которые армируются поперечной и продольной арматурой, частично рабочей, частично принимаемой конструктивно. Поперечная арматура выполняется в виде отдельных стержней. В случае, когда они задаются конструктивно, максимальный шаг у них принимается 500 мм. Рабочая арматура принимается по расчету, устанавливается в сжатой зоне конструкции. Такой вид усиления применяется для усиления колонн и фундаментов.

Исследования в области этого метода проводились в 1937-1938 гг в лаборатории Московского метрополитена инженером Шаровым И.Ф., который занимался исследованием метода торкретирования рубашек и накладок с добавлением горизонтальной арматуры и хомутов. В 1938 г, Судариковым А.А. проводились испытания железобетонной балки, дополнительно усиленные косой и прямой арматурой с последующим ее обетонированием.

Технология устройства «рубашек» сходна с технологией одностороннего наращивания сечения, с тем лишь отличием, что тут происходит увеличение сечения конструкции не с одной стороны, а с трех.

Обобщенная технология работ по усилению конструкции методом увеличения сечения представлена на рисунке 1.2.

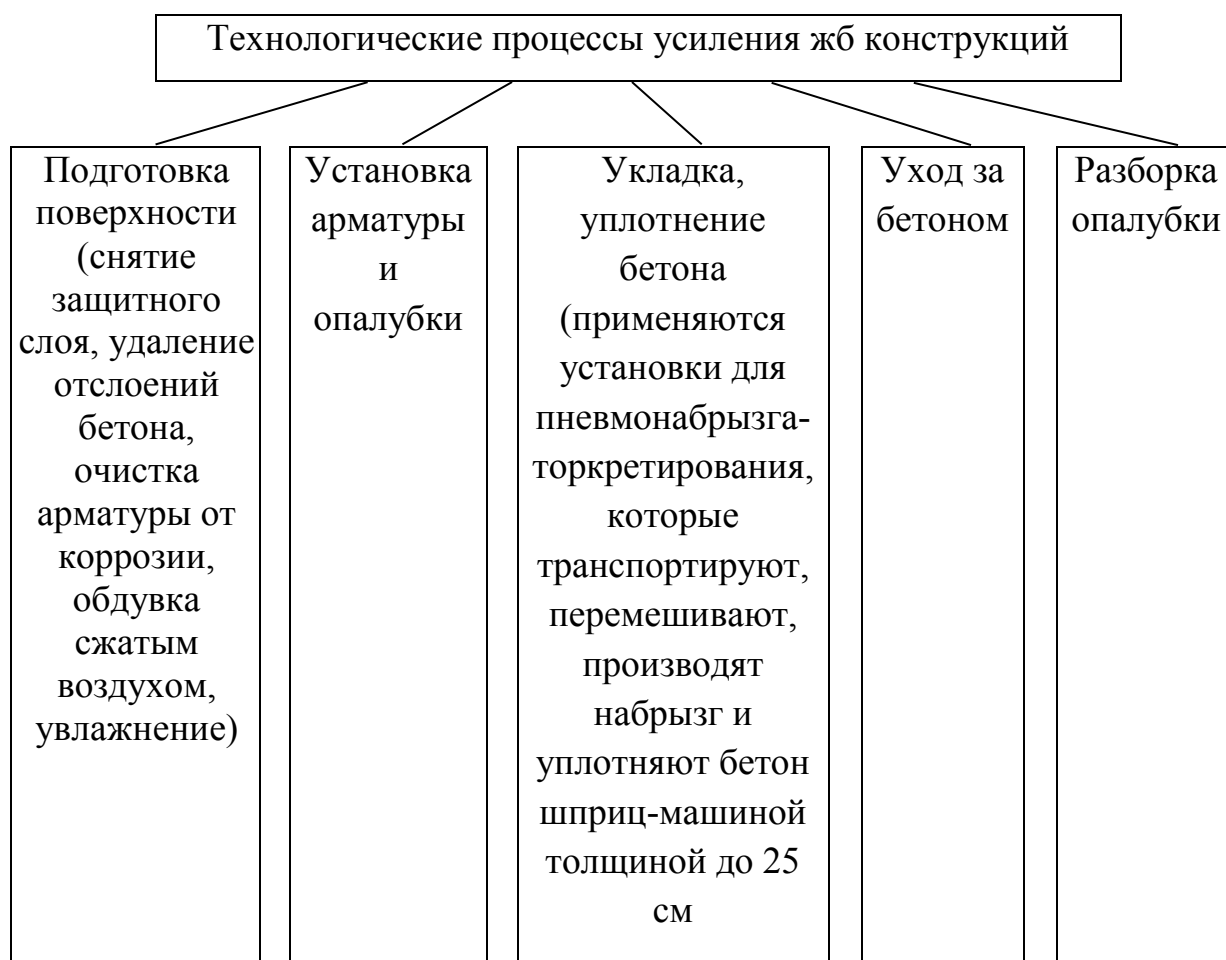
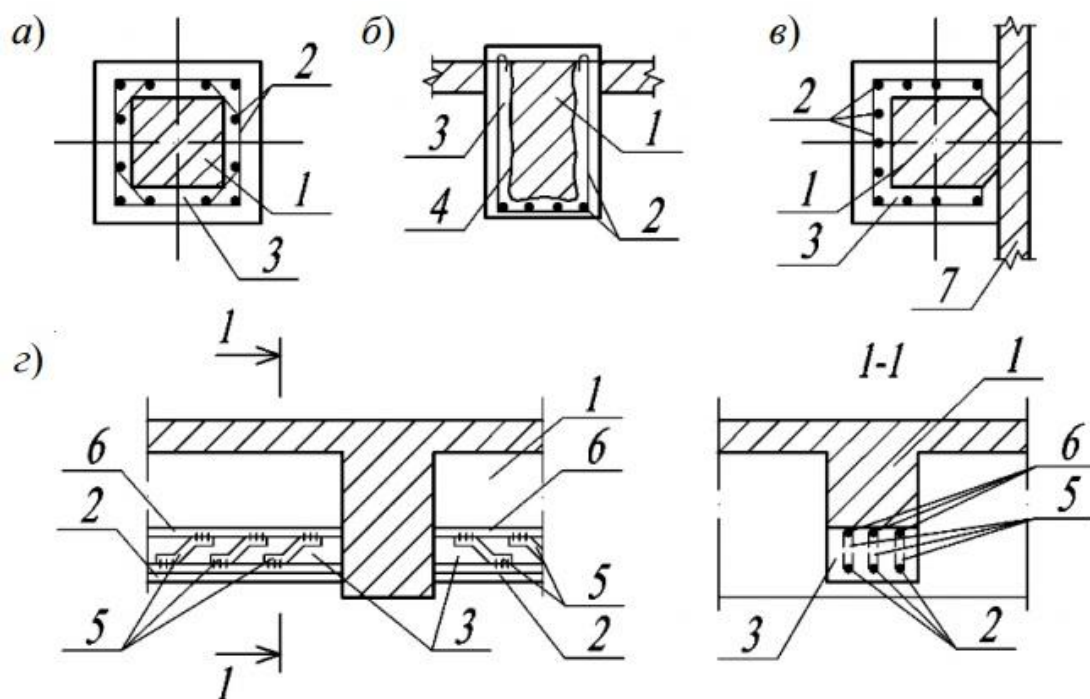


Рисунок 1.2 – Последовательность усиления железобетонных конструкций методами увеличения сечения



а – усиление колонны с помощью обоймы; б – балки методом рубашки; в – колонны методом рубашки; г – наращиванием сечения балки с одной стороны; 1 – усиливаемая конструкция; 2 – арматура усиления; 3 – бетон усиления; 4 – насечка на бетоне балки; 5 – соединительные коротыши; 6 – рабочая арматура; 7 –примыкающая к колонне стена; 8 – стяжка.

Рисунок 1.3 - Усиление железобетонных конструкций с увеличением сечения

К преимуществу усиления этими методами, связанных с увеличением сечения, можно отнести их экономичность, малый расход материалов, при достижении значительного эффекта усиления. Такая конструкция незначительно влияет на габариты помещения, позволяет наиболее незаметно произвести усиление и исправление дефектов конструкции, при этом сохраняя ее монолитность.

В то же время, существуют и значительные недостатки. В основном, эти недостатки связаны со сложностью ведения реконструктивных работ, их трудоемкостью и многодельностью. Для их проведения необходимо

грамотное техническое руководство. Также, является невозможным их проведение на действующих производствах без их остановки.

В расчетах элементов, усиленных обоймами, наращиванием сечений или устройством «рубашек» принимаются следующие положения:

- принимается, что конструкция работает как монолитная;
- существующая и дополнительная усиливающая арматура в предельном состоянии достигают своих расчетных сопротивлений;
- существующая и дополнительная усиливающая поперечная арматура работают совместно;
- при размещении существующей продольной арматуры на расстоянии более $0,5(h - x)$ от растянутой грани усиленного сечения, она принимается работающей в предельном состоянии с расчетным сопротивлением равным $0,8 \cdot R_a$;

Расчетом решаются следующие задачи:

- необходимость определения нужного количества добавочной арматуры, соответственно возросшей нагрузке;
- определение размеров и армирования обоймы сжатой колонны при возросшей нагрузке;
- определение армирования наращивания при возросшей нагрузке;
- при устройстве набетонок, определение высоты наращивания.

1.1.2 Методы усиления с изменением конструктивной схемы

К таким методам относятся:

- устройство дополнительных подкосов, опорных стоек, подвесок;
- использование разгружающих конструкций;
- вынос опор;
- повышение жесткости узлов.

В расчете для устройства усиления при помощи этих методов учитываются следующие факторы:

- перераспределение усилий и обеспечение несущей способности смежных конструкций;
- возникновение дополнительных напряжений и усилий при повышении статической неопределимости от температурных и других воздействий;
- обеспечение местной прочности и устойчивости усиливаемой конструкции, при помощи дополнительных ребер, диафрагм жесткости (если это необходимо);
- возможность несовпадения размеров существующих и новых конструкций и возможность компенсации этих несовпадений.

Начиная с 30-х годов прошлого века, активно начали использовать **разгружающие конструкции**, которые воспринимали нагрузки (частично или полностью), передававшиеся на существующие конструкции. Такой способ был весьма распространен благодаря его удобству и скорости выполнения. Однако не всегда оставался оправданным и рациональным, так как происходило уменьшение габаритов помещения конструкциями разгрузки, создавались перепады отметок высот перекрытий, которые создавали неудобства в плане функционала помещения, а также из экономических соображений.

В этом виде усиления различают:

- жесткие разгружающие элементы (в виде железобетонных и металлических стоек, полураскосов, подкосов, порталных рам, распределительных балок и т.д.);
- гибкие разгружающие элементы (в виде крестовых связей и стальных подвесок, упругоподатливых балок, двухконсольных кронштейнов и подкосов, шарнирно-стержневых цепей и т.д.).

Предварительно напряженные конструкции усиления. Методы, базирующиеся на предварительном напряжении конструкций усиления, появились к концу 40-х гг. В 1948 г. профессор Онуфриев Н. М.

предложил усиливать изгибаемые железобетонные элементы при помощи преднапряженных шпренгельных, горизонтальных или комбинированных затяжек [6]. В 1948-1949 гг. Стрункиным А. Д. был проведен эксперимент по исследованию железобетонных балок, которые были усилены стальными шпренгелями [7].

В 1936 г. инженером Лоссье А. для усиления опорных сечений были применены предварительно-напряженные хомуты [8]. Им было рекомендовано искусственно создавать напряжения, которые действовали бы в направлении, противоположном нормальным. Такие напряжения можно было создавать, например, при помощи твердой стальной проволоки или другими способами.

Большой вклад в развитие изучения методов усиления при помощи предварительно-напряженных элементов в Англии внесли Леонгард Ф., Кани Г., Юбиц Л., Лесарж Д. Так, в 1939 г там был запатентован новый способ для усиления балочных конструкций предварительно-напряженным шпренгелем. Начиная с 50х гг этим вопросом занимался Лозовой Ю.И. [9], затем Хило Е.Р. [10]. В большинстве случаев конструкции усиливают введением новых элементов: дополнительной арматуры, систем односторонних связей с начальными удлинениями/укорочениями, пространственных связей обжатия. Напряженное состояние наиболее просто создается термическим, термомеханическим или электротермическим способами. Был разработан способ усиления путем местного преднапряжения сжатой и растянутой зон, а также создания в них напряжений, обратных по знаку напряжениям, создаваемых эксплуатационной нагрузкой. Было осуществлено введение термонапрягаемых односторонних связей для усиления рам (одно- и многопролетных).

1.2 Существующие методы расчета усиленных железобетонных конструкций

Расчет усиления является более трудной задачей, чем проектирование новых конструкций. Здесь необходимо учитывать особенность конструкции, степень ее повреждения, состояние соседних конструкций, стесненность при выполнении работ по усилению, характер нагружения конструкции, технические возможности для проведения усиления.

При разработке проектов по усилению необходимо максимально сохранить целостность усиливаемой конструкции, установить действительный характер ее работы и фактические нагрузки. В соответствии с этим правильно рассчитать и выбрать наиболее оптимальный метод усиления, с учетом возможного увеличения нагрузки в перспективе. При этом предпочтение следует отдавать способам, которые не требуют разгрузки конструкции.

Для элементов усиления без предварительного напряжения в качестве рабочей арматуры используют стержневую арматуру класса А240, А400 (А400С), А500 (А500С), А600, проволоку классов В500 (В500С), Вр500. Для предварительно напряженных используют горячекатаную и термомеханически упрочненную арматуру периодического профиля классов А600, А800, канатную семипроволочную (К-7) класса К1400, К1500, К1600, К1700.

Расчет конструкций необходимо выполнять с учетом фактических характеристик арматуры и бетона, а бетон для усиления принимать на один класс выше класса бетона усиливаемой конструкции (но не ниже В15) [1].

В работе Д.С. Тошина [11] была выявлена закономерность между эффективностью работы усиливающей конструкции и уровнем нагружения

усиливаемой конструкции в процессе усиления. Чем выше степень нагружения конструкции, тем меньше будет эффективность ее работы после усиления. Разрушение усиленной конструкции может произойти со старого бетона, так как в нем происходит накопление напряжений элемента до усиления, в то время как бетон усиления испытывает только начальные напряжения. В нормах [1] допускается усиление конструкции, находящейся под максимальной нагрузкой, не превышающей 65% расчетной величины для усиливаемой конструкции. В этом случае эффективность усиления новым бетоном довольно высокая и достигает 90% от разрушающих значений.

Если возникает необходимость усиления конструкции под большей нагрузкой, то в расчет вводится коэффициент условий работы для бетона $\gamma_{br1}=0,9$ и для арматуры $\gamma_{sr1}=0,9$. В статье Н.М. Сняtkова, Д.С. Алексеева [12] сказано, что это требование СП не совсем обосновано, т.к. при любом уровне нагружения до усиления нужно учитывать начальные напряжения и деформации, а также их влияние на несущую способность после усиления.

1.2.1 Метод предельных усилий

Железобетонные статически неопределимые конструкции принято рассчитывать методами строительной механики упругих систем, а уже затем производить поэлементный расчет конструкций и стыков между элементами.

В действующих нормах проектирования [1] включены лишь общие рекомендации для проектирования усиленных железобетонных конструкций.

В качестве основного, для расчета используется метод предельных усилий, основанный на расчете конструкций по двум группам предельных состояний. Этот метод был разработан на основе метода разрушающих нагрузок, который применялся в СССР для расчета железобетонных

конструкций в 1938-1955 гг. и в котором определялась разрушающая нагрузка, соответствующая полной потере несущей способности. В методе предельных усилий же было учтено, что на работу конструкции большое влияние оказывает появление трещин, которые могут привести к коррозии арматуры, что влечет за собой снижение несущей способности.

Выделяется две группы предельных состояний конструкции.

К 1-ой группе относятся такие предельные состояния конструкции, при наступлении которых конструкция теряет свою несущую способность, осуществляется потеря пригодности к эксплуатации. Это общая потеря устойчивости и устойчивости положения конструкции, разрушения любого вида, сдвиги в соединениях и чрезмерные деформации ползучести или пластичности.

Ко 2-ой группе относится предельное состояние конструкции, при наступлении которого она перестает удовлетворять требованиям нормальной эксплуатации, но при этом сохраняет способность сохранять свое рабочее состояние. Это могут быть недопустимые прогибы, трещины и вибрация, вызывающие дискомфорт пользователей, нарушают внешний вид, могут повредить несущие и ненесущие элементы, содержимое здания, оказывают влияние на долговечность здания в целом.

Для привязки метода к расчету усиленных конструкций, применяются формулы СНиП для неусиленных конструкций, с учетом особенностей использования различных классов бетона и видов арматуры усиливаемой и усиливающих частей конструкции [1].

При этом если брать во внимание то, что усиление конструкции связано с ее повреждениями, которые снижают несущую способность, расчет следует проводить только по первой группе. Расчет по второй группе ведется, если имеет место увеличение расчетной нагрузки на конструкцию.

В методе используется допущение, что если конструкция повреждена на 50% или более от площади сечения элемента или арматуры, то несущая способность существующей усиливаемой конструкции не учитывается, принимается, что вся нагрузка передается на элементы усиления. Аналогичным образом поступают при армировании существующей конструкции высокопрочной проволокой, в случае обнаружения следов коррозии на ней. В рекомендациях по усилению строительных конструкций [13] указываются следующие моменты расчета:

а) в случае приваривания стержней усиления к существующей арматуре, ее расчетное сечение следует уменьшить на 25%.

б) Если рассчитывается элемент с предварительным напряжением, то вводится коэффициент условий работы m , который равен:

- для хомутов: $m=0,9$;

- для горизонтальных затяжек и предварительно напрягаемых распорок колонн: $m=0,85$;

- для шпренгельных систем: $m=0,8$.

в) В случае расчета усиления элементами без предварительного напряжения коэффициент принимается:

- при полной разгрузке конструкции $m=0,95$;

- при разгрузке конструкции 75% $m=0,9$;

- при разгрузке конструкции 50% $m=0,8$;

- при разгрузке конструкции 25% $m=0,7$.

Расчёт усиленной изгибаемой конструкции по прочности выполняется в следующей последовательности:

- при разных классах арматуры существующей и арматуры усиления приведённые площади сечения сжатой и растянутой арматуры находятся по формуле (1.1), формуле (1.2) соответственно:

$$A_{s,red} = A_s + R_{s,ad}A_{s,ad}/R_s, \quad (1.1)$$

$$A'_{s,red} = A'_s + R_{sc,ad}A'_{s,ad}/R_{sc}, \quad (1.2)$$

где $A_{s,red}$, $A'_{s,red}$ – приведённые площади сечения арматуры (сжатой и растянутой соответственно);

A_s , A'_s – площади арматуры конструкции до ее усиления;

$A_{s,ad}$, $A'_{s,ad}$ – то же, элементов усиления;

R_s , $R_{s,ad}$ – расчётные сопротивления растяжению арматуры существующей и арматуры усиления;

R_{sc} , $R_{sc,ad}$ – то же, сжатию.

- Следующим шагом рассчитывается расстояние от центра тяжести усиливающей арматуры до центра тяжести арматуры существующей по формуле (1.3):

$$a_{red} = \frac{R_{s,ad}A_{s,ad}(h_{0,red}-h_0)}{R_sA_s+R_{s,ad}A_{s,ad}}, \quad (1.3)$$

где $h_{0,red}$ – расстояние от центра тяжести растянутой арматуры усиления до сжатой грани усиленного элемента.

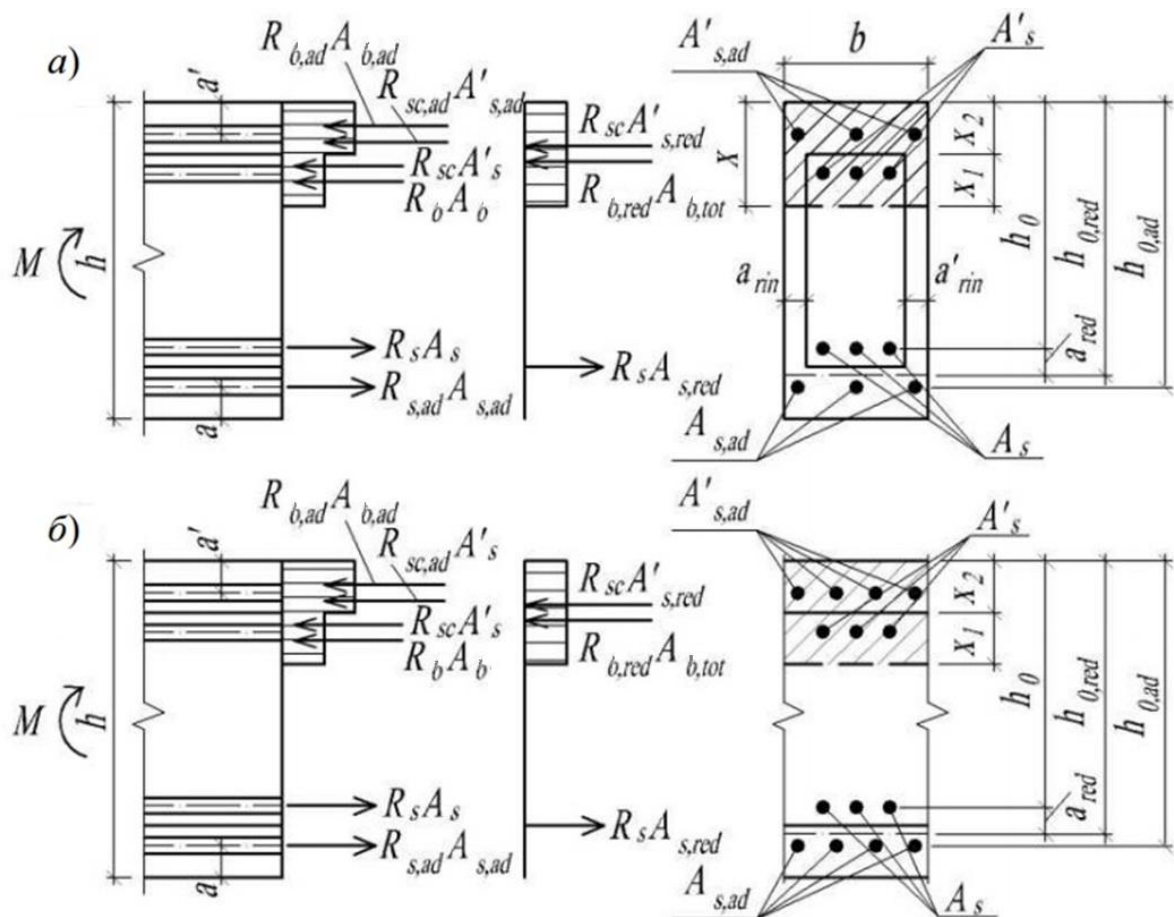
- Рабочая высота сечения элемента, равна сумме расстояния от центра тяжести существующей арматуры до сжатой грани сечения элемента и расстояния от центра тяжести арматуры усиления до центра тяжести существующей арматуры по формуле (1.4):

$$h_{0,red} = h_0 + a_{red}, \quad (1.4)$$

где h_0 – расстояние от центра тяжести существующей арматуры до сжатой грани сечения элемента;

a_{red} – расстояние от центра тяжести арматуры усиления до центра тяжести существующей арматуры.

Схема усилий и эпюра напряжений в сечении, нормальном к продольной оси изгибаемого элемента, усиленного обоймой (рисунок 1.4, а) и двусторонним наращиванием (рисунок 1.4, б) представлена на рисунке 1.4.



а – усиление обоймой; б – двусторонним наращиванием.

Рисунок 1.4 – Схема усилий и эпюра напряжений в сечении, нормальном к продольной оси изгибаемого усиленного элемента

- Относительная высота сжатой зоны бетона определяется по формуле (1.5):

$$\xi = \frac{R_s A_{s,red} - R_{sc} A'_{s,red}}{R_b b h_{0,red}}, \quad (1.5)$$

где b – ширина сечения усиливаемого элемента;

R_b – расчётное сопротивление бетона в сжатой зоне.

Важным моментом в расчете является то, что при расположении в сжатой зоне бетонов разных классов, для определения ξ и ξ_R берется расчётное сопротивление бетона, класс которого ниже.

- Согласно СП [1] находится значение относительной высоты сжатой зоны бетона ξ_R . При подсчёте ξ_R принимается условие, что предельное состояние конструкция достигает одновременно при достижении расчетного сопротивления растянутой арматуры, без учёта γ_s .

- Производится сравнение ξ и ξ_R .

- Приведённое расчётное сопротивление сжатой зоны бетона определяется по формуле (1.6):

$$R_{b,red} = \frac{R_b A_b + R_{b,ad} A_{b,ad}}{A_{b,tot}}, \quad (1.6)$$

где R_b – расчётное сопротивление основного бетона при сжатии;

$R_{b,ad}$ – то же, бетона усиления;

A_b – площадь сжатой зоны основного элемента;

$A_{b,ad}$ – то же, усиливающего элемента;

$A_{b,tot} = A_b + A_{b,ad}$ – суммарная общая площадь сечения сжатой зоны усиленного элемента.

В случае двустороннего наращивания высота сжатой зоны x определяется по формуле (1.7):

$$x = x_1 + x_2, \quad (1.7)$$

где x_1 – высота сжатой зоны бетона в основной части элемента;

x_2 – то же, в усиливающей части

Формула (1.6) соответственно принимает вид (1.8):

$$R_{b,red} = R_b - (R_b - R_{b,ad}) \cdot \frac{x_2}{x}. \quad (1.8)$$

В случае усилении обоймой площадь сжатого бетона определяется по формуле (1.9):

$$A_b = [b - (a_{rin} - a'_{rin})] \cdot x_1, \quad (1.9)$$

где a_{rin} и a'_{rin} – ширина обоймы;

- Высота сжатой зоны бетона определяется по формуле (1.10)

$$x = \frac{R_s A_{s,red} - R_{sc} A'_{s,red}}{R_{b,red} b}, \quad (1.10)$$

С учётом формулы (1.8) формула (1.9) может быть модифицирована в формулу (1.11):

$$x = \frac{R_s A_{s,red} - R_{sc} A'_{s,red} + b x_2 (R_b - R_{b,ad})}{R_b b}. \quad (1.11)$$

Если в ходе расчёта оказывается, что сжатая зона располагается в пределах бетона усиления, тогда принимается $R_{b,red} = R_{b,ad}$ и снова уточняется высота сжатой зоны бетона.

- Несущая способность усиленного элемента определяется согласно формуле (1.12):

$$M \leq R_{b,red} b x h_{0,red} - 0,5 x^2 + R_{sc} A'_{sc,red} h_{0,red} - a', \quad (1.12)$$

где x – высота сжатой зоны бетона;

a' – расстояние от центра тяжести сжатой арматуры усиления до сжатой грани бетона усиления.

Приведённые формулы применимы для расчёта конструкций прямоугольного сечения.

На стадии проектирования усиления обязательным является проведение расчётов требуемой толщины усиливающего бетона и площадей дополнительной арматуры усиления, которые обеспечивают совместно с основным элементом восприятие проектируемой нагрузки после усиления.

При этом являются возможными два случая:

- Необходимо определение площади добавленной арматуры растянутой зоны при известном моменте. Высота бетона усиления и дополнительная арматура усиления в сжатой зоне задается из конструктивных соображений. Минимально требуемая площадь арматуры находится из решения уравнений (1.9) и (1.11) как (1.12):

$$A_{s,ad} = A/2 + \sqrt{\frac{A^2}{4} - B}, \quad (1.12)$$

где

$$A = \frac{R_s A_s - R_{sc} A'_{sc,red} - R_{b,red} b h_{0,red}}{0,5 R_{s,ad}}, \quad (1.13)$$

$$B = \frac{2(M + R_{sc} A'_{sc,red} a' - R_s A_s h_{0,red}) R_{b,red} b + (R_s A_s - R_{sc} A'_{sc})^2}{R_{s,ad}^2}. \quad (1.14)$$

- Необходимо произвести усиление только сверху. Расчёт усиления при действии известного момента заключается в определении высоты наращивания бетона x_2 . Эту величину находят исходя из условия, чтобы площадь существующей арматуры растяжения являлась достаточной для восприятия действующего изгибающего момента.

Например, в случае расположения арматуры в один ряд только в растянутой зоне величина x_2 определится по формуле (1.15):

$$x_2 = \frac{M}{(R_s A_s)} - h_0 + 0,5x, \quad (1.15)$$

где

$$x = \frac{R_s A_s}{R_{b,red} b}. \quad (1.16)$$

В случае, когда высота сжатой зоны бетона меньше высоты наращивания, $R_{b,red}$ в формуле (1.16) принимается равным $R_{b,ad}$, а если $x > x_2$, то $R_{b,red}$ определяется по формуле (1.8).

Описанный метод расчета базируется на методе расчета по предельным усилиям, применяется довольно длительное время и является основным методом, но, несмотря на его преимущества, а также простоту расчетов, имеет свои недостатки. Основным таким недостатком является невозможность учесть напряженно-деформированное состояние конструкции до ее усиления, что противоречит требованию норм [1], в которых говорится, что расчет усиленных конструкций должен проводиться с учетом напряженно-деформированного состояния конструкции до ее усиления. Также, метод предельных усилий позволяет

рассчитывать только сечения стандартных сечений (прямоугольное, тавровое, двутавровое), не позволяя рассчитывать сечения произвольной формы.

Недостатки этого метода в области расчета усиленных конструкций привели к поиску новых решений, которые базируются на расчете по деформационной модели и диаграммах деформирования материалов.

1.2.2 Диаграммный метод расчета

Другая группа современных методов расчета железобетонных элементов состоит в рассмотрении напряженно-деформированного состояния сечения. В основе методов лежит так называемая деформационная модель, главными принципами которой являются применение гипотезы плоских сечений и фактических диаграмм деформирования. Этим самым предоставляется возможность рассчитывать конструкции по всем группам предельных состояний – деформациям, прочности, образованию трещин и их раскрытию.

Нелинейные модели расчетов упругопластических железобетонных элементов использовались в нормах некоторых стран. В их основе лежит предложение Е. Хвалла, практически реализованного К. Ежеком. В дальнейшем модель реализовывалась в работах А.Р. Ржаницына, Г.В. Никитина, А. Хабеля, К.Н. Гениева, О. Баумана, принимая в учет трещины в растянутой зоне сечения. Эти работы, а также работы Л.Ф. Лолейта, В.И. Мурашева, которые учитывали диаграмму Прандтля для сжатой зоны бетона в расчетах и наличие трещин в растянутой зоне, заложили предпосылки для деформационной модели, которая принята сейчас в Евростандартах.

В основе нелинейной деформационной модели лежит диаграммная методика, разработанная в 1987 г., коллективом авторов, в состав которых входит Н.И. Карпенко, В.Н. Байков, Т.А. Мухамедиев [14].

Метод расчета по деформационной модели стал активно изучаться в последнее время. К этому, отчасти, приводит тенденция усовершенствования теории железобетона. Это усовершенствование ведется внедрением диаграмм деформирования бетона и арматуры. Новый метод расчета железобетонных рам, которые усилены под нагрузкой с учетом физической нелинейности была предложена на основе работ Р.С. Санжаровского [15] и Н.М. Сняtkова [16].

В 1990 г в монографии Р.С. Санжаровского и С.В. Бондаренко [17] был изложен анализ существующих методов расчета усиленных железобетонных конструкций, а также даны новые теоретические положения и практические приемы для расчета. Рассматривались железобетонные элементы, усиленные после разгрузки и под нагрузкой. Большое внимание здесь уделялось устойчивости внецентренно-сжатых элементов и изменению граничных условий для усиления конструкций.

В 1995 г. Д.О. Астафьев [18] в своей работе развил теорию, в которой была учтена физическая и геометрическая нелинейность, различные физико-механические свойства материалов элемента усиления и усиливаемой конструкции, а также возраст и предысторию нагружений. Он разработал модель расчета усиливаемых стержневых железобетонных конструкций, в которой отражалось их состояние в течение всего времени эксплуатации, начиная с момента возведения конструкции и заканчивая возможным разрушением конструкции.

Первые исследования в области деформационной теории проводились А.А. Гвоздевым и Н.И. Карпенко. Использовалась гипотеза деформационной ортотропии материала, а направление ортотропии совпадает с направлением осей главных напряжений. В дальнейшем в этой области исследования вели Т. А. Балан, Г.Р. Бидный, В.С. Здоренко, С.Ф. Клованич и другие.

Развитие деформационных моделей велось по двум направлениям.

В первом, напряженно-деформационное состояние железобетона рассматривается в точке для бетона и стали на основании использования действительных их диаграмм состояния. Физические уравнения составляются исходя из совместности деформирования арматуры и бетона. В этом случае предусматривается упругопластическое деформирование бетона с арматурой. К моделям данного типа относятся теория пластичности Г.А. Гениева, Г. А. Тюпина, В.И. Киссюка.

Ко второму направлению относятся макроструктурные деформационные модели. Впервые было сформулировано В.И. Мурашевым в 1940 г. Данная модель включена в действующие нормы при расчете на действие изгибающего момента. Именно развитием этой модели занимались В.Н. Байков, А.А. Гвоздев, С.В. Бондаренко, А.С. Залесов и др.

В нормах СП 63.13330.2012 [1] расчет по деформационной модели приводится как универсальный. В составе норм приведена криволинейная диаграмма, наиболее приближенная к реальной работе конструкции. Но в качестве расчетных диаграмм приняты упрощенные двухлинейные и трехлинейные диаграммы деформирования бетона и арматуры (рисунок 1.5).

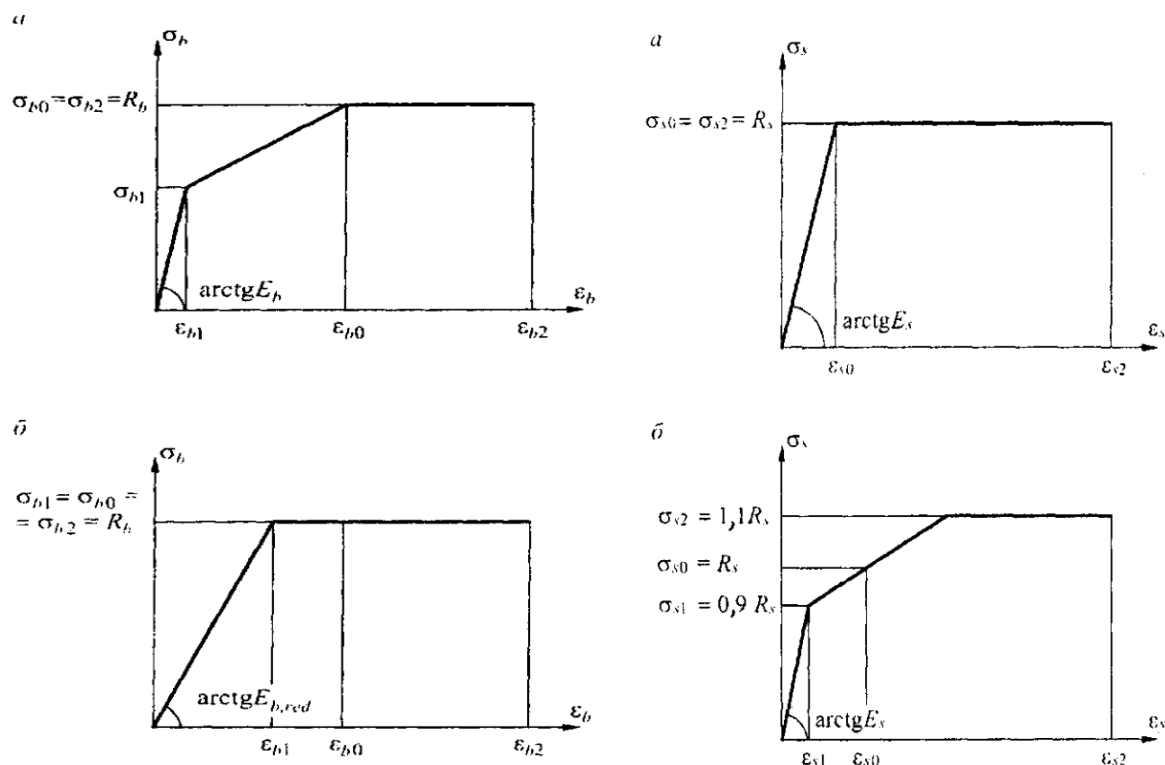


Рисунок 1.5 - Двухлинейная и трехлинейная диаграммы деформирования бетона и арматуры

При появлении нелинейных деформаций, более точные результаты расчета будут достигнуты расчетом в соответствии с диаграммой из приложения к СП 63.13330.2012 (рисунок 1.6) или диаграммой деформирования Карпенко.

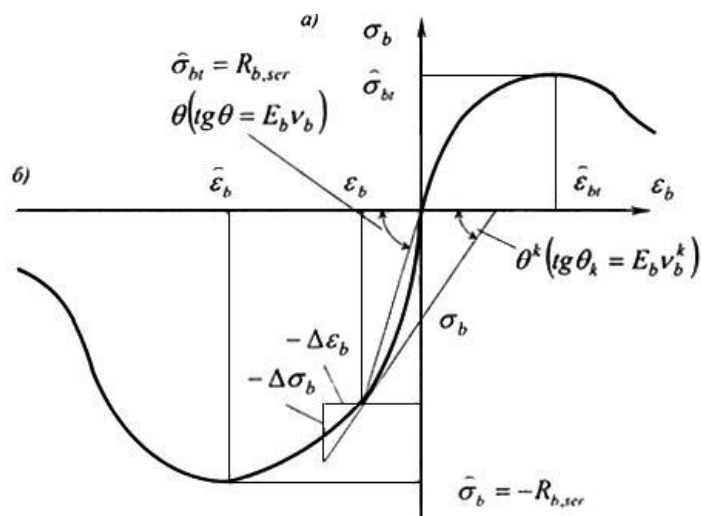


Рисунок 1.6 - Криволинейная диаграмма деформирования бетона

Стоит отметить, что, как указано в работе некоторых авторов [19], очертание диаграммы не так влияет на результат расчета, как координаты узловых точек, через которые диаграмма проходит в работу. У каждого вида диаграммы эти координаты задаются базовыми точками, которые нормируются и контролируются в зависимости от класса бетона, а также дополнительными точками, параметры которых задаются в виде производных параметров базовых точек. Большая часть нормируемых диаграммных параметров связана с механическими характеристиками бетона при его деформировании при условии однородного напряженного состояния. Эти характеристики определяются из стандартных испытаний на осевое сжатие и растяжение бетонных образцов. В то же время предельные деформации рассматриваются как характеристики работы при неоднородном напряженном состоянии бетона. При определении данных характеристик реализованы разные подходы. Зачастую эти величины задаются условно с оговоркой возможного уменьшения значения в зависимости от предъявляемых требований в каждом конкретном случае.

В Европейских нормах [20] вопрос применения диаграмм деформирования более изучен, чем в наших. В них приводится два вида диаграмм «напряжение-деформация». Это так называемые билинейные диаграммы – с горизонтальной и наклонной верхней ветвью. В каждом случае выбор диаграммы индивидуален. В случае использования графика с горизонтальной или наклонной ветвью - не накладывается ограничение на деформацию сжатия. А характеристики графика с наклонной верхней ветвью зависят от класса деформативности применяемой арматуры. Применение диаграммы с наклонной верхней ветвью может принести экономическую выгоду, т.к. предельная допустимая деформация применяется с коэффициентом 0,9, что предположительно соответствует максимальному расчетному напряжению. Однако использование такого

графика подразумевает более сложные расчеты. Поэтому, чаще используется график «б-ε» с горизонтальной верхней ветвью.

Также, описываются возможные варианты расчетов железобетона. Осуществляется расчет по идеализированным графикам зависимости «деформация-напряжение» (рисунок 1.7). Предпочтительнее применение графика «парабола - прямоугольник», однако допускается применение и других графиков – прямоугольного и билинейного.

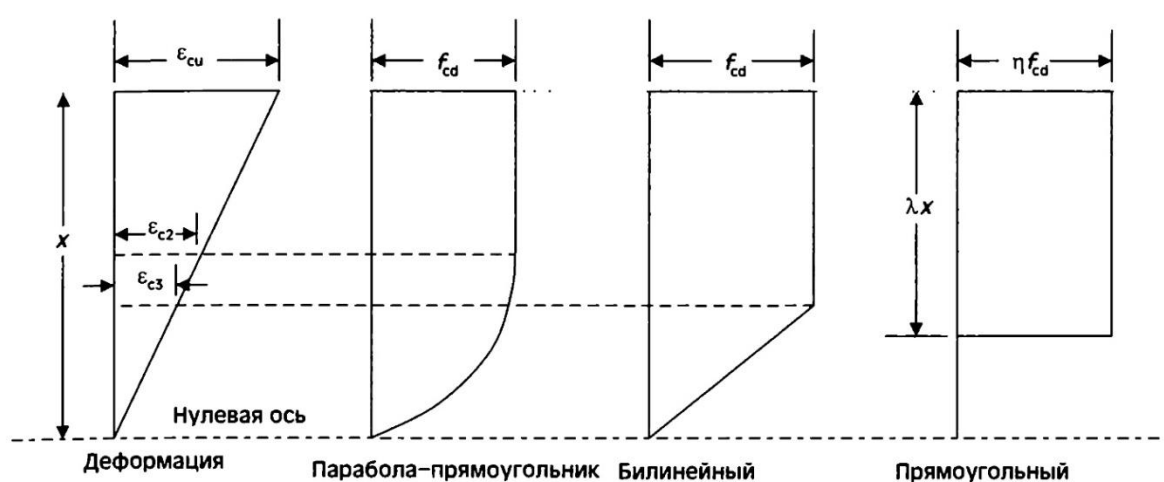


Рисунок 1.7 - Идеализированные зависимости «деформация-напряжение»

Выводы к первой главе

Проанализировав материал по исследуемой теме, сделаны следующие выводы:

- существуют различные способы усиления железобетонных конструкций, основанные как на увеличении сечения конструкции, так и на изменении напряженного состояния или конструктивной схемы. В целях исследования принято рассматривать вариант усиления методом наращивания сечения, как наиболее часто встречающегося в практике усиления конструкций;

- на настоящий момент не сформулирован единый подход расчета усиленных железобетонных конструкций с учетом всех факторов, характерных для усиления (учет напряжений, повреждений и т.д.), расчет ведут методом предельных усилий, как для не усиленных конструкций;

- СП 63.13330.2012 указывает о необходимости проведения расчета с учетом напряженно-деформированного состояния, которое было до усиления элемента, но в то же время, в СП отсутствует описание четкого алгоритма проведения расчета по усилению.

Глава 2 Разработка методики расчета усиленных железобетонных элементов по деформационной модели

2.1 Методика расчета не усиленных железобетонных элементов на основе деформационной модели

Расчет по деформационной модели подразумевает использование итерационного метода расчета, согласно которому искомые величины определяются путем последовательно проводимого приближения: напряженно-деформированное состояние, включая относительные деформации и напряжения в бетоне и арматуре, секущие модули деформаций, кривизны и жесткости сечения. При этом на каждом этапе итерационного процесса производится проверка прочности бетона в растянутой и сжатой зоне, сжатой и растянутой арматуры.

Реализацию итерационного метода расчета возможно произвести исходя из следующих подходов:

- последовательный подбор координаты линии распределения по высоте сечения средних относительных деформаций;
- задать предельные деформации бетона крайнего волокна бетона в сжатой зоне и растянутой арматуры;
- подбор коэффициентов упругопластических деформаций с назначением кривизны равной единицы в первой итерации и последующим ее уточнением в дальнейших циклах.

Недостаток первого подхода – это неопределенное количество итераций и многочисленные циклы последовательных вычислений. Второй подход весьма ограничен в своей области применения. Оптимальным подходом принимается третий вариант, который позволяет выполнить оценку по двум группам предельных состояний, и в большинстве случаев количество итераций не превышает 10-20.

В расчете элемента на однократное статическое нагружение, сечение разбивают на элементарные площадки A_{bi} и A_{sj} , обладающие гораздо меньшими размерами по сравнению с габаритами сечения. Число таких площадок A_{bi} у бетона зависит от требуемой точности расчета и назначается произвольно. Разбиение сечения на большее количество участков рационально при значительном градиенте деформаций, распределенных по сечению, либо в случае значительной неоднородности физико-механических свойств бетона. Количество же элементарных площадок арматуры A_{sj} равняется числу арматурных стержней в сечении. При этом в случае плоского изгиба – элементарные площадки рационально задавать в виде полосок (рисунок 2.1), расположенных перпендикулярно направлению действия изгибающего момента.

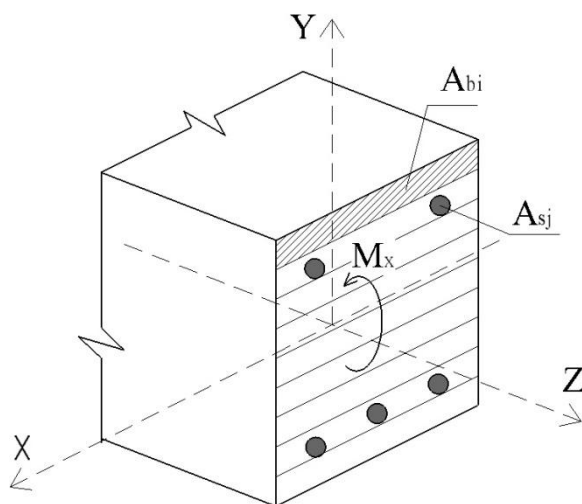


Рисунок 2.1 - Дискретная модель поперечного сечения в случае плоского изгиба

В случае наличия нескольких изгибающих моментов, площадки задаются в виде квадратов или прямоугольников (рисунок 2.2).

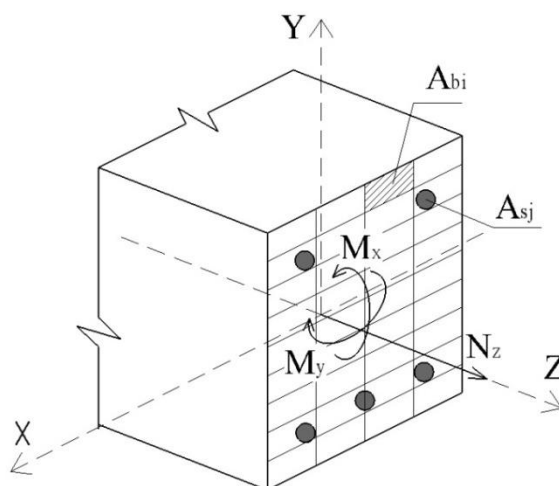


Рисунок 2.2 - Дискретная модель поперечного сечения при косом поперечном изгибе

В основной системе уравнений деформационной модели выражается зависимость усилий в нормальном сечении от деформаций в предположении линейного распределения деформаций бетона и арматуры по высоте (гипотезы плоских сечений).

При воздействии изгибающих моментов двух направлений и продольной силы, деформации произвольного сечения определяют с использованием системы уравнений.

В расчете железобетонных элементов по нормальному к продольной оси сечению на основе деформационной модели используются физические зависимости, обозначенные на формулах (2.1 - 2.3) (обозначения в соответствии с СП 63.13330.2012):

$$M_x = D_{11} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{12} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{13} \cdot \varepsilon_o, \quad (2.1)$$

$$M_y = D_{12} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{22} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{23} \cdot \varepsilon_o, \quad (2.2)$$

$$N = D_{13} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{23} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{33} \cdot \varepsilon_o, \quad (2.3)$$

где $D_{11}, D_{12}, D_{13}, D_{22}, D_{23}, D_{33}$ – жесткостные характеристики сечения;

$\frac{1}{r_x}, \frac{1}{r_x}$ - кривизна сечения.

Данные уравнения могут быть упрощены в зависимости от каждого конкретного случая. Например, при воздействии момента в одном направлении, отсутствии продольной силы сокращается количество уравнений и количество неизвестных.

Жесткостные характеристики $D_{11} - D_{33}$ определяются при помощи численного интегрирования по формулам (2.4) – (2.9). Для этого сечение бетона и арматуры предварительно разделяют на ряд участков с координатами $Z_{bx(y)i}$ и $Z_{sx(y)j}$ и площадью $A_{bx(y)i}$ и $A_{sx(y)j}$, соответственно. Тогда:

$$D_{11} = \sum_i A_{bi} \cdot Z_{bxi}^2 \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot Z_{sxj}^2 \cdot E_{sj} \cdot \nu_{sj}, \quad (2.4)$$

$$D_{22} = \sum_i A_{bi} \cdot Z_{byi}^2 \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot Z_{syj}^2 \cdot E_{sj} \cdot \nu_{sj}, \quad (2.5)$$

$$D_{12} = \sum_i A_{bi} \cdot Z_{bxi} \cdot Z_{byi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot Z_{sxj} \cdot Z_{syj} \cdot E_{sj} \cdot \nu_{sj}, \quad (2.6)$$

$$D_{13} = \sum_i A_{bi} \cdot Z_{bxi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot Z_{sxj} \cdot E_{sj} \cdot \nu_{sj}, \quad (2.7)$$

$$D_{23} = \sum_i A_{bi} \cdot Z_{byi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot Z_{syj} \cdot E_{sj} \cdot \nu_{sj}, \quad (2.8)$$

$$D_{33} = \sum_i A_{bi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot E_{sj} \cdot \nu_{sj}, \quad (2.9)$$

где $Z_{bx(y)i}, Z_{sx(y)j}$ – координаты центра тяжести каждого участка;

$A_{bx(y)i}, A_{sx(y)j}$ – площади участков;

E_b, E_{sj} - модули упругости бетона и арматуры соответственно;

ν_{bi}, ν_{sj} - секущие модули бетона и арматуры соответственно.

Деформации определяются по формулам (2.10) - (2.11):

$$\varepsilon_{bi} = \varepsilon_o + \frac{1}{r_x} \cdot Z_{bxi} + \frac{1}{r_y} \cdot Z_{byi}, \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_{sj} = \varepsilon_o + \frac{1}{r_x} \cdot Z_{sxj} + \frac{1}{r_y} \cdot Z_{syj}, \quad (2.11)$$

где ε_o - начальные деформации.

Значения секущих модулей деформации V_{bi} и V_{sj} по формулам (2.12) – (2.13):

$$V_{bi} = \frac{\sigma_{bi}}{E_b \cdot \varepsilon_{bi}}, \quad (2.12)$$

$$V_{sj} = \frac{\sigma_{sj}}{E_{sj} \cdot \varepsilon_{sj}}, \quad (2.13)$$

где σ_{bi} , σ_{sj} - сопротивление бетона и арматуры соответственно.

При расчете железобетонных элементов методом предельных усилий возможен расчет стандартных простых сечений – прямоугольник, двутавр и т.д. Деформационная модель и диаграммные методы дают возможность проводить расчеты любых произвольных поперечных сечений элементов, включая асимметричные.

В начале расчета, при первой итерации секущие модули V_{bi} и V_{sj} задаются исходя из упругой работы материала и принимаются равными единице. При последующих циклах значения секущих модулей уточняются и зависят от деформаций элементарных площадок сечения: то, на какой участок диаграммы они попадают, влияет на этот показатель. Процесс продолжается до стабилизации получаемых значений с каждой новой итерацией и достижения требуемой точности расчета.

2.2 Разработка методики расчета усиленных железобетонных элементов на основе деформационной модели

При расчете усиленного элемента необходимо принимать во внимание тот факт, что при нахождении жесткостных характеристик предусматривается, что свойства материала являются постоянными по сечению и однородными по деформативным характеристикам, которые определяются начальным модулем упругости E_b . В действительности же, значения физико-механических показателей бетона, определяющих жесткостные параметры элемента, могут увеличиваться или уменьшаться. Усиливаемый элемент в процессе его эксплуатации подвергается различным воздействиям.

При систематическом увлажнении – высыхании бетона, изменяющийся уровень влаги способствует возникновению в нем попеременных деформаций усадки и набухания.

В случае циклического характера температурных изменений окружающей среды, неизбежны и температурные деформации.

Снижение прочности также может вызываться коррозионными повреждениями, которое характеризуется глубинными поражениями по толщине конструкции.

Эти и другие факторы приводят к накоплению остаточных деформаций. При небольших непродолжительных нагрузках, бетон работает в упругой стадии и не испытывает остаточные пластические деформации. Однако при повышении величины нагрузки или длительности ее приложения, возникают остаточные деформации, влияющие на его напряженно-деформативное состояние, которое будет отличаться от состояния бетона новой усиливающей части элемента.

Отсюда можно сказать, что не совсем правильно производить расчет усиленного элемента как единое целое.

При решении задачи расчета усиления вводятся следующие основные допущения и предпосылки:

- работа конструкции после усиления осуществляется за счет совместной работы бетона основной части и бетона усиления;
- диаграмма деформирования бетона используется линейная (двух-, трехлинейная) или нелинейная;
- схема разрушения элемента – пластическая, то есть критерием разрушения является достижение максимальных значений в арматуре элемента;

На основе вышесказанного, была разработана модель изгибаемого железобетонного элемента, усиленного методом наращивания (увеличения сечения), которая позволяет оценить напряженно-деформированное состояние конструкции до усиления и после усиления. Модель предполагается реализовать в программном комплексе для ЭВМ.

В основу расчета была положена дискретная модель поперечного сечения изгибаемого железобетонного элемента. Для разработки дискретной модели, необходимо сечение разбить на n -е число элементарных площадок бетона и k -е число элементарных площадок арматуры, причем арматуру и бетон усиления необходимо принимать отдельными слагаемыми.

Использование программного комплекса для расчета данной модели заключается в учете физической нелинейности материала путем математического описания диаграмм деформирования бетона и арматуры с применением шагового итерационного метода по следующему алгоритму, реализуемому на ЭВМ:

1 Задается количество элементарных площадок бетона и арматуры и закладывается в вычислительный комплекс.

2 Составляется система уравнений сил и моментов, действующих на сечение.

3 Значения ν_{bi} и ν_{sj} задаются равные единице, определяются жесткостные характеристики $D_{11} - D_{ij}$.

4 По стандартной программе решается система уравнений.

5 Определяются продольные деформации для бетона и арматуры в центре элементарных площадок.

6 По диаграммам деформирования бетона и арматуры устанавливаются секущие модули ν_{bi} и ν_{sj} в зависимости от деформаций ε_{bi} и ε_{sj} .

7 Уточняются коэффициенты матрицы жесткости.

8 Расчет проводится заново, начиная с третьего пункта, с измененным значением секущих модулей ν_{bi} и ν_{sj} .

В отличие от не усиленных элементов, когда речь идет об усилении, необходима определенная модификация уже имеющихся формул для расчета. При нахождении жесткостных характеристик сечения, данные усиливающей части учитываются отдельными слагаемыми, которые включают в себя данные по размеру наращивания, его характеристикам, количеству арматуры. Таким образом, формулы (2.4)-(2.9) примут вид (2.14)-(2.19):

$$D_{11} = \sum_i A_{bi} Z_{bxi}^2 E_b \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} Z_{sxj}^2 E_{sj} \nu_{sj} + \sum_m A_{bm,ad} Z_{bxm,ad}^2 E_{b,ad} \nu_{bm,ad} + \\ + \sum_n A_{sn,ad} Z_{sxn,ad}^2 E_{s,ad} \nu_{sn,ad} , \quad (2.14)$$

$$D_{22} = \sum_i A_{bi} Z_{byi}^2 E_b \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} Z_{syj}^2 E_{sj} \nu_{sj} + \sum_m A_{bm,ad} Z_{byy,ad}^2 E_{b,ad} \nu_{bm,ad} + \\ + \sum_n A_{sn,ad} Z_{syy,ad}^2 E_{s,ad} \nu_{sn,ad} , \quad (2.15)$$

$$D_{12} = \sum_i A_{bi} Z_{bxi} Z_{byi} E_b \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} Z_{sxj} Z_{syj} E_{sj} \nu_{sj} + \sum_m A_{bm,ad} Z_{bxm,ad} Z_{byy,ad} E_{b,ad} \nu_{bm,ad} + \\ + \sum_n A_{sn,ad} Z_{sxn,ad} Z_{syy,ad} E_{s,ad} \nu_{sn,ad} , \quad (2.16)$$

$$D_{13} = \sum_i A_{bi} Z_{bxi} E_b \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} Z_{sxj} E_{sj} \nu_{sj} + \sum_m A_{bm,ad} Z_{bxm,ad} E_{b,ad} \nu_{bm,ad} + \\ + \sum_n A_{sn,ad} Z_{sxn,ad} E_{s,ad} \nu_{sn,ad} , \quad (2.17)$$

$$D_{23} = \sum_i A_{bi} Z_{byi} E_b \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} Z_{syj} E_{sj} \nu_{sj} + \sum_m A_{bm,ad} Z_{bym,ad} E_{b,ad} \nu_{bm,ad} + \\ + \sum_n A_{sn,ad} Z_{syn,ad} Z_{syy,ad} E_{s,ad} \nu_{sn,ad} , \quad (2.18)$$

$$D_{33} = \sum_i A_{bi} E_b \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} E_{sj} \nu_{sj} + \sum_m A_{bm,ad} E_{b,ad} \nu_{bm,ad} + \sum_n A_{sn,ad} E_{s,ad} \nu_{sn,ad} , \quad (2.19)$$

где последние два слагаемые с индексом *ad* относятся к части усиления – отдельно для бетона и для арматуры.

Индексы *i*, *j* характеризуют порядковый номер элементарной площадки бетонного участка основного сечения и порядковый номер арматурного стержня существующей арматуры.

Индексы *m*, *n* при этом характеризует номер элементарного участка бетона наращивания и порядковый номер стержня добавленной арматуры.

После нахождения жесткостных характеристик дальнейший расчет производится по приведенному алгоритму, как для не усиленных элементов до стабилизации получаемых значений.

Также в расчете необходимо обратить внимание на то, что усиление любой конструкции происходит после определенного периода ее работы и невозможно произвести ее полную разгрузку, т.е. усиление конструкций обычно происходит под нагрузкой. Соответственно, в усиливаемом

элементе, необходимо учитывать начальное нагружение элемента при расчете предельной нагрузки на усиленный элемент. Учет этого фактора в расчете происходит методом конечных приращений: сначала производится расчет элемента без усиления. Этот расчет производится на максимальные усилия, которые элемент испытывал на момент его усиления. Получаемые значения деформаций $\mathcal{E}_{bi}$ и $\mathcal{E}_{si}$, кривизны $1/r_x$ и деформаций выбранной оси $\mathcal{E}_0$ учитываются в дальнейшем расчете усиленного элемента в виде суммы этих показателей со значениями, полученными после усиления (2.20), (2.21):

$$\mathcal{E}_{bi,\Sigma} = \mathcal{E}_{bi} + \Delta\mathcal{E}_{bi}, \quad (2.20)$$

$$\mathcal{E}_{sj,\Sigma} = \mathcal{E}_{sj} + \Delta\mathcal{E}_{sj}, \quad (2.21)$$

где $\mathcal{E}_{sj,\Sigma}$, $\mathcal{E}_{bi,\Sigma}$ – деформации усиленного элемента с учетом начальных деформаций элемента до усиления;

$\mathcal{E}_{sj}$, $\mathcal{E}_{bi}$ – имеющиеся деформации элемента на момент его усиления;

$\Delta\mathcal{E}_{sj}$, $\Delta\mathcal{E}_{bi}$ – деформации элемента после усиления, полученные в конечных приращениях.

Деформации выбранной продольной оси усиленного элемента с учетом начальных деформаций элемента до усиления находится по формуле (2.22):

$$\mathcal{E}_{0,ad} = \mathcal{E}_0 + \Delta\mathcal{E}_{0,ad}, \quad (2.22)$$

где $\mathcal{E}_0$ – начальные деформации элемента на момент его усиления;

$\Delta\mathcal{E}_{0,ad}$ – деформации выбранной продольной оси элемента после усиления, полученные в конечных приращениях.

Кривизна усиленного элемента с учетом значений кривизны до усиления находится по формуле (2.23):

$$1/r_{x,ad} = 1/r_x + \Delta 1/r_{x,ad}, \quad (2.23)$$

где $1/r_x$ – кривизна элемента на момент его усиления;

$\Delta 1/r_{x,ad}$ – кривизна элемента после усиления, полученная в конечных приращениях.

Общая схема алгоритма расчета железобетонного элемента при его усилении состоит из двух этапов. На первом происходит расчет не усиленного элемента на момент его усиления. Второй этап включает в себя расчет усиленного элемента в конечных приращениях с учетом начальных нагружений, на нагрузку, прикладываемую дополнительно после усиления. Блок-схемы первого этапа расчета и второго этапа расчета показаны на рисунке 2.3 и рисунке 2.4.

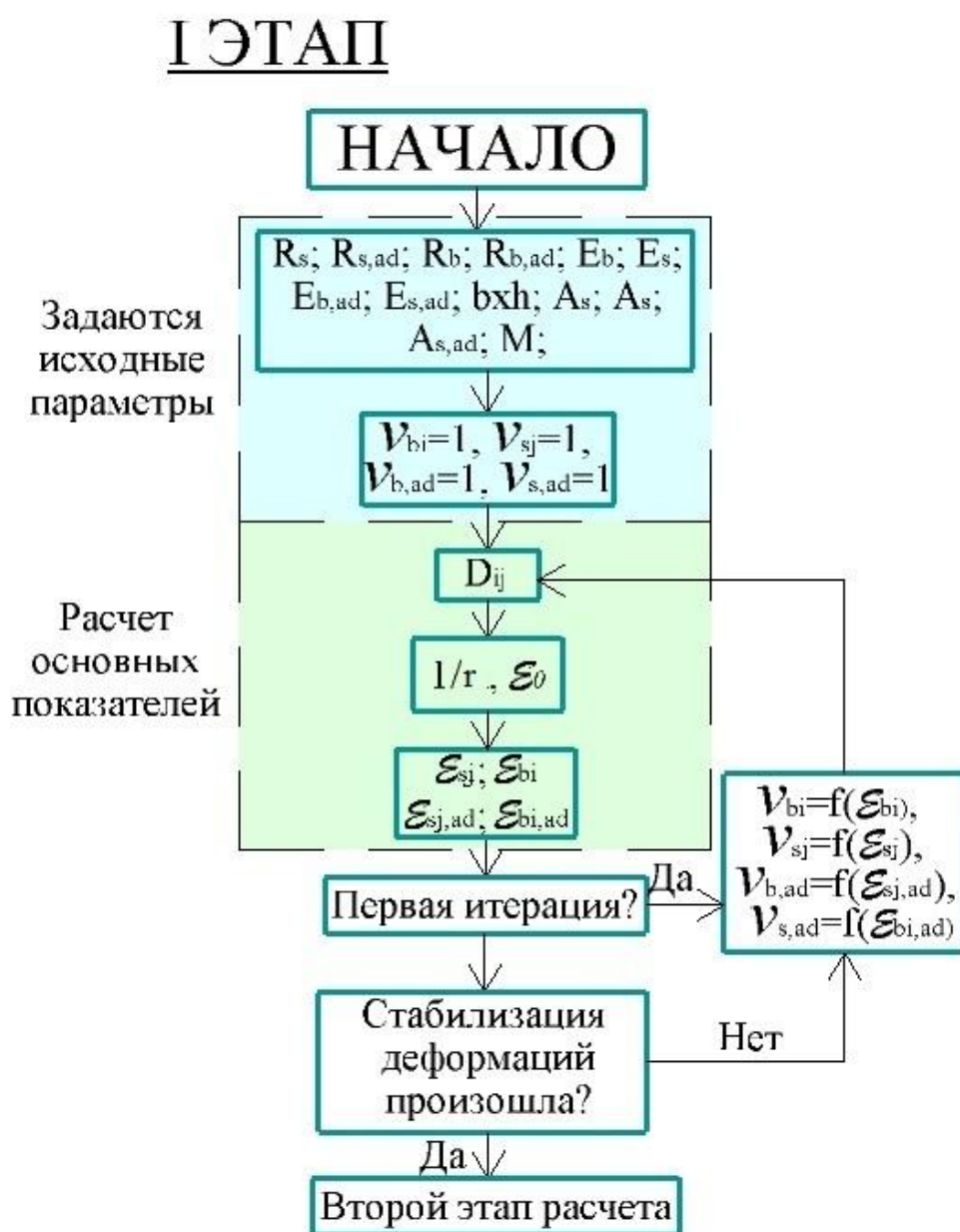


Рисунок 2.3 – Блок-схема первого этапа расчета усиленного железобетонного элемента с учетом начальных нагружений

II ЭТАП

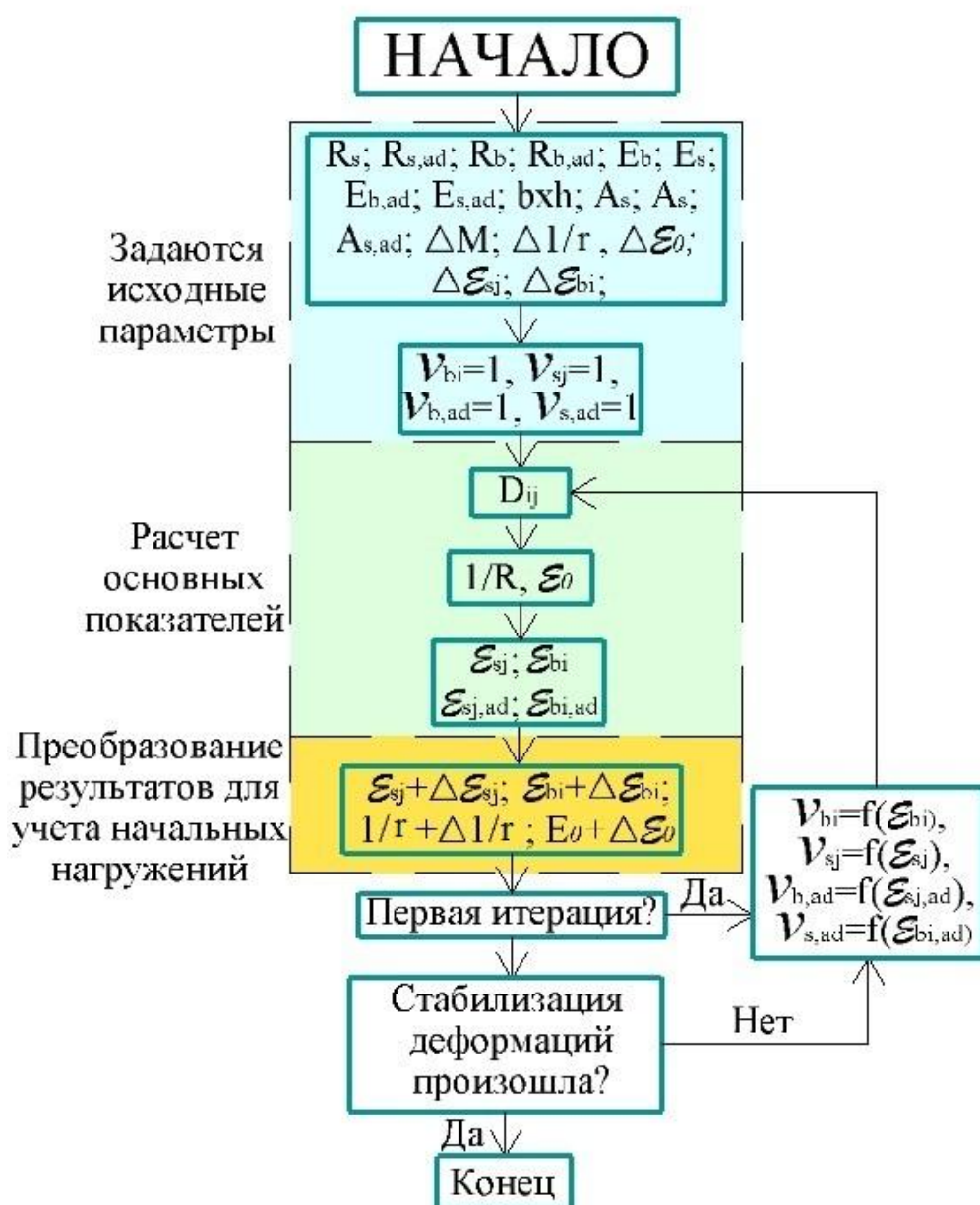


Рисунок 2.4 – Блок-схема второго этапа расчета усиленного железобетонного элемента с учетом начальных нагрузений

2.3 Диаграммы деформирования

Для проведения расчета возможно использование трех видов диаграмм деформирования бетона – двухлинейная, трехлинейная и криволинейная. Наиболее точно показывающей поведение бетона является криволинейная диаграмма, которая с другой стороны является наиболее

сложной при производстве вычислений. Двухлинейная диаграмма наиболее проста для вычислений, но является сильно упрощенной, как следствие расчеты согласно двухлинейной диаграммы выдают наибольшую погрешность в результатах. Более усредненным вариантом является трехлинейная диаграмма – она более приближена к криволинейной диаграмме, при этом расчеты, согласной этой диаграмме, достаточно просты и не вызывают таких затруднений, как в случае с криволинейной диаграммой.

В данной работе за основу при расчете принимается трехлинейная диаграмма деформирования бетона как наиболее оптимальный вариант в соотношении простоты расчетов и точности получаемых результатов.

При трехлинейной диаграмме деформирования, сжимающие напряжения σ_b , в зависимости от относительных деформаций бетона ε_b можно определить по формулам:

- при попадании ε_b на первый участок диаграммы по формуле (2.24):

$$\sigma_b = E_b \cdot \varepsilon_b, \quad (2.24)$$

- при попадании ε_b на второй участок диаграммы по формуле (2.25):

$$\sigma_b = 1 - \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \cdot \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_{b1}}{\varepsilon_{b0} - \varepsilon_{b1}} + \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \cdot R_b, \quad (2.25)$$

- при попадании ε_b на третий участок диаграммы по формуле (2.26):

$$\sigma_b = R_b, \quad (2.26)$$

где E_b - начальный модуль упругости бетона;

R_b - расчетное сопротивление бетона.

Значения E_b и R_b принимаются исходя из класса бетона по прочности на сжатие, указанных в таблицах 6.11 и 6.8 СП [1] соответственно.

Для арматуры предполагается использование двухлинейной или трехлинейной диаграмм деформирования.

В данной работе в качестве расчетной диаграммы деформирования арматуры, согласно СП 63.13330.2012, принимается двухлинейная

диаграмма деформирования (которая применяется в качестве расчетной для мягких сталей с физическим пределом текучести - арматуры классов B500, A240-A500).

Напряжения σ_s в арматуре при двухлинейной диаграмме деформирования зависят от относительных деформаций ε_s по формулам:

- при попадании ε_s на первый участок диаграммы по формуле (2.27):

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s, \quad (2.27)$$

- при попадании ε_s на второй участок диаграммы по формуле (2.28):

$$\sigma_s = R_s, \quad (2.28)$$

где E_s - начальный модуль упругости арматуры;

R_s - расчетное сопротивление арматуры.

Значения E_s принимаются согласно пункту 6.2.12 СП [1], а R_s принимаются согласно таблице 6.14 СП [1].

2.4 Средства автоматизации расчетного алгоритма

Расчет по деформационной модели является весьма перспективным и развивающимся направлением, однако он связан с высокой трудоемкостью проведения вычислений, т.к. включает в себя итерационные расчеты (последовательные циклические приближения). Чем большую точность вычислений необходимо получить в результате, тем больше трудозатрат они требуют. Для получения более точных данных, элемент необходимо разделять на большое количество элементарных площадок – расчет ведется для каждой из них. Соответственно, получить точный результат вручную не представляется возможным, а по затратам времени и трудозатратам это является не рациональным. Поэтому возникла необходимость в специальных расчетных программах, которые бы автоматически производили необходимые вычисления по заданному алгоритму.

Для проведения данной работы автоматизацию расчета предполагается проводить в программном комплексе Microsoft Excel. Программа расчета создается путем задания взаимосвязи ячеек в рабочем пространстве листа, благодаря чему есть возможность вносить изменения в массив данных, при этом не производя глобальных пересчетов. Можно задать и впоследствии изменять данные о бетоне, арматуре, размеры сечения, расположение участка наращивания и координаты арматуры. Исходные данные в окно программы закладываются в табличном виде, способствуя их систематизации (рисунок 2.5).

	a=	400
Размеры сечения	b=	700
Класс бетона сущ.	B20, Rb =	11,50
Класс арматуры сущ.	A300, Rs =	200000
Класс бетона наращ.	B25, Rb =	16,00
Класс арматуры наращ.	A300, Rs =	200000
Количество эл. Участков	n=	10
Ширина эл. участка	hn=	70
центр тяжести участков, z:	1	35
координаты участков	2	105
	3	175
	4	245
	5	315
	6	385
	7	455
	8	525
	9	595
	10	665
площадь арматуры	нижняя	606
	верхняя	0
	усиления	1257
	Eb=	27500
	Es=	200000
кривизна	бетон =	1
	армат=	1
толщина наращивания		100
центр тяж армат. Наращивания		770
площадь участка		28000
площадь участка наращивания		40000
	Eбнар=	30000
	Eснар=	200000
координаты арматуры	верхняя	0
	нижняя	30
	усиления	770
Действующие силы	M=	5000000
	N=	0

Рисунок 2.5 – Массив данных при автоматизированном расчете усиленного железобетонного элемента в Microsoft Excel

При заполнении таблицы массива данных, а также при вносимых в нее изменениях, автоматически просчитываются жесткостные характеристики сечения, и выдается их значение (рисунок 2.6).

D	E	F	G
	D11=	2,07869E+15	
	D12=	-3,79221E+12	
	D21=	-3,79221E+12	
	D22=	9272600000	

Рисунок 2.6 – Полученные значения жесткостных характеристик сечения при автоматизированном расчете усиленного железобетонного элемента в Microsoft Excel

Следующим шагом является постановка полученных значений в систему уравнений и определение начальных деформаций ε_0 и кривизны $1/r_x$, от которых уже определяются напряжения в каждом элементарном бетонном участке и в каждом стержне арматуры (рисунок 2.7).

D	E	F	G
	$N = D_{12} \cdot \frac{1}{R_x} + D_{22} \cdot \varepsilon_0$		
	$M = D_{11} \cdot \frac{1}{R_x} + D_{21} \cdot \varepsilon_0$		

Рисунок 2.7 – Система уравнений, заложенная в автоматизированном программном комплексе для определения начальных деформаций ε_0 и кривизны $1/r_x$

Положительное значение деформаций бетонных участков соответствует их растянутому состоянию. Когда деформации в растянутых

площадках бетона достигают значения $15 \cdot 10^{-5}$, эти площадки выбрасываются из дальнейшего расчета, а арматура, находящаяся в этих площадках, считается с применением коэффициента φ_s (2.29):

$$\varphi_s = 1 - 0,8 \cdot \frac{M_{crc}}{M}, \quad (2.29)$$

где M_{crc} – момент, при котором в бетоне возникает трещина;

M – момент, на который производится расчет.

Участки сечения с отрицательными деформациями работают на сжатие, следовательно, участвуют в дальнейших приближениях при расчете (рисунок 2.8).

Eb1=	3,60E-05
Eb2=	2,70E-05
Eb3=	1,80E-05
Eb4=	9,02E-06
Eb5=	4,80E-08
Eb6=	-8,93E-06
Eb7=	-1,79E-05
Eb8=	-2,69E-05
Eb9=	-3,59E-05
Eb10=	-4,48E-05
Eb, ad	4,61E-05
Es,ниж=	-0,000044832
Es,ad,ниж=	0,000048294
Es,верх=	0,000035952

Рисунок 2.8 – Полученные значения деформаций участков сечения при автоматизированном расчете усиленного железобетонного элемента в Microsoft Excel

При достижении значений деформаций, которые выходят за пределы упругой работы и первого участка диаграммы деформирования – происходит уточнение коэффициента ν_{bi} и ν_{sj} , которые при первой

итерации условно принимаются равным 1. Значение их находится как соотношение напряжений и деформаций рассматриваемых точек диаграмм бетона и арматуры, которые приняты в расчете, деленное на модуль упругости (2.30), (2.31).

$$\nu_{bi} = \frac{\sigma_{bi}}{E_b \cdot \varepsilon_{bi}}, \quad (2.30)$$

$$\nu_{sj} = \frac{\sigma_{sj}}{E_s \cdot \varepsilon_{sj}}. \quad (2.31)$$

Уточнение данных коэффициентов происходит в каждой последующей итерации для элементарных участков бетона и арматуры, относительные деформации которых выходят за пределы упругой работы.

Выводы ко второй главе

На основании вышесказанного, сделаны следующие выводы:

- на основе нелинейной деформационной модели предлагается метод расчета железобетонных элементов с усилением наращивания сечения, позволяющий с единых позиций производить оценку усиленных элементов по предельным состояниям двух групп, в т.ч. с учетом напряженного состояния в расчетном сечении элемента от действующих нагрузок в момент усиления;
- деформационный метод расчета усиленных железобетонных элементов базируется на существующих рекомендациях нормативных документов, расширяет область применения диаграммного метода и соответствует перспективным тенденциям развития нормативной базы;
- разработаны предложения по автоматизации расчетного алгоритма, позволяющие значительно сократить трудоемкость вычислительных процедур и минимизировать случайные ошибки вычислений.

Глава 3 Апробация алгоритма расчета усиленного железобетонного элемента по деформационной модели

3.1 Расчет железобетонного элемента без усиления

Для отработки алгоритма принято произвести оценку напряженно-деформированного состояния изгибаемого железобетонного элемента, усиленного под нагрузкой при различных уровнях нагружения. Условно принято, что усиление происходит в момент нагружения элемента нагрузкой, равной $0,45M_{ult}$; $0,65M_{ult}$; $0,85M_{ult}$. Такой подход позволяет проанализировать эффективность усиления в зависимости от широкого диапазона возможного начального нагружения к моменту усиления.

Для расчета был назначен железобетонный элемент сечением 500x800 мм с классом бетона В 25, арматура элемента класса А400 в растянутой и сжатой зоне – $5d25$ и $3d12$, процент армирования сечения $\mu=0,24\%$, $\mu'=0,61\%$. Общая схема сечения приведена на рисунке 3.1.

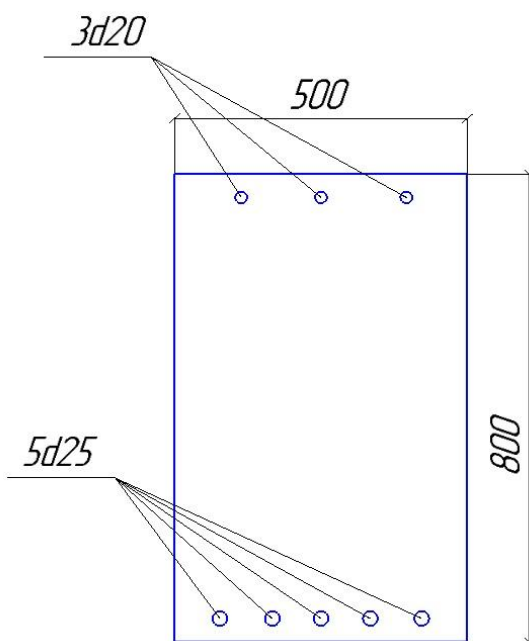


Рисунок 3.1 – Рассчитываемое железобетонное сечение без усиления

Для расчета по деформационной модели были приняты и построены трехлинейная диаграмма деформирования для бетона и двухлинейная для арматуры (рисунок 3.2, рисунок 3.3)

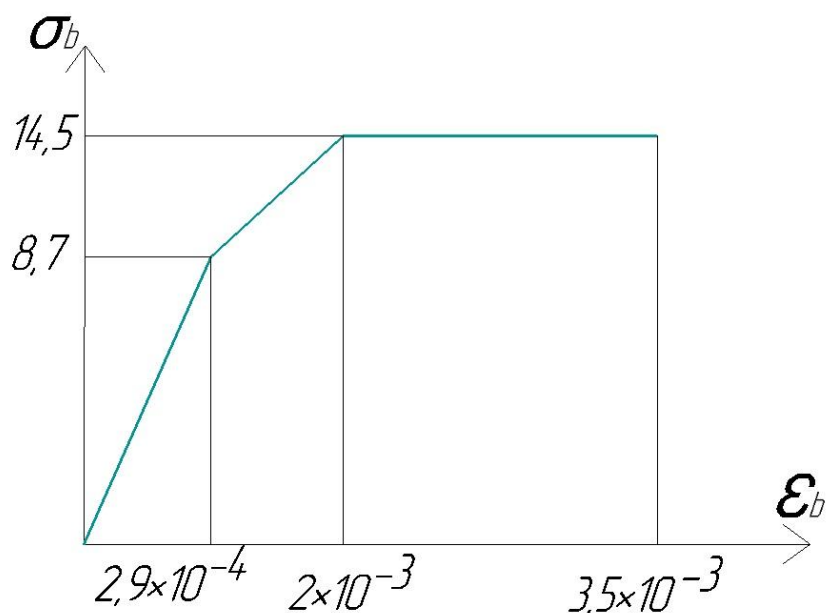


Рисунок 3.2 – Диаграмма деформирования бетона В25

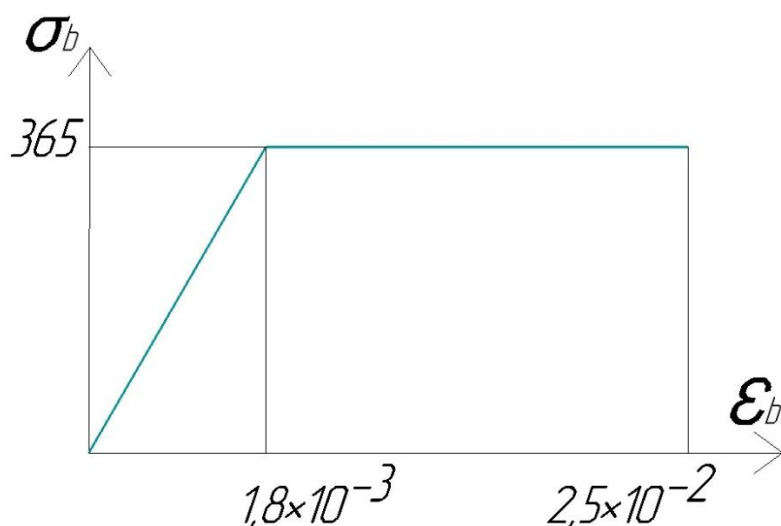


Рисунок 3.3 – Диаграмма деформирования арматуры А400

Для установления закономерности деформирования элемента под нагрузкой, сечение рассчитывается на воздействие разных моментов с

шагом 100 кНм, начиная с величины, равной 100 кНм. Максимальным моментом M_{ult} считается такое значение момента, при котором бетон, либо арматура достигают своих предельных значений (3.1), (3.2):

$$\varepsilon_b \geq \varepsilon_{b,ult}, \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_{s,ult}, \quad (3.2)$$

где ε_b , ε_s – деформации бетона и арматуры соответственно;

$\varepsilon_{b,ult}$, $\varepsilon_{s,ult}$ – максимально допустимые деформации бетона и арматуры соответственно.

Так как в данном сечении выполняется условие $\xi=0,134 < \xi=0,531$, то разрушение элемента – пластическое и начинается с арматуры растянутой зоны.

Таким образом, предельным моментом в данном случае будет считаться такой момент, при котором деформации арматуры растянутой зоны достигнут значения $2,5 \cdot 10^{-2}$ (предельное значение деформаций арматуры данного класса по двухлинейной диаграмме деформирования арматуры).

Рассчитывается элемент согласно заданному алгоритму в Excel. Полученные результаты в соотношении момент-кривизна предварительно вносятся в таблицу 3.1.

Таблица 3.1 - Результаты расчета элемента без усиления

М, кНм	Степень нагружения	$1/R_x, \text{м}^{-1}$	Стадия НДС
100	0,17	$1,428 \cdot 10^{-7}$	Стадия 1- работа без трещин
200	0,34	$2,856 \cdot 10^{-7}$	Стадия 1-работа без трещин
280	0,47	$9,532 \cdot 10^{-7}$	Конец стадии 1 – образование трещин
300	0,51	$1,811 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2- работа с трещинами
400	0,68	$2,918 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2- работа с трещинами
500	0,85	$2,34 \cdot 10^{-5}$	Стадия 2- работа с трещинами
590	1,0	$5,373 \cdot 10^{-5}$	Стадия 3- разрушение

Согласно расчету, первые трещины в сечении не усиленного элемента начинают развиваться при достижении воздействующего момента 280 кНм. И разрушение элемента начинается с арматуры растянутой зоны при достижении воздействия максимального момента 590 кНм.

На графике (рисунок 3.4) показан характер зависимости роста деформаций в сечении при увеличении действующего момента. Из графика видно, что в момент достижения арматурой предельного значения деформаций, бетон работает на 93% от своей несущей способности.

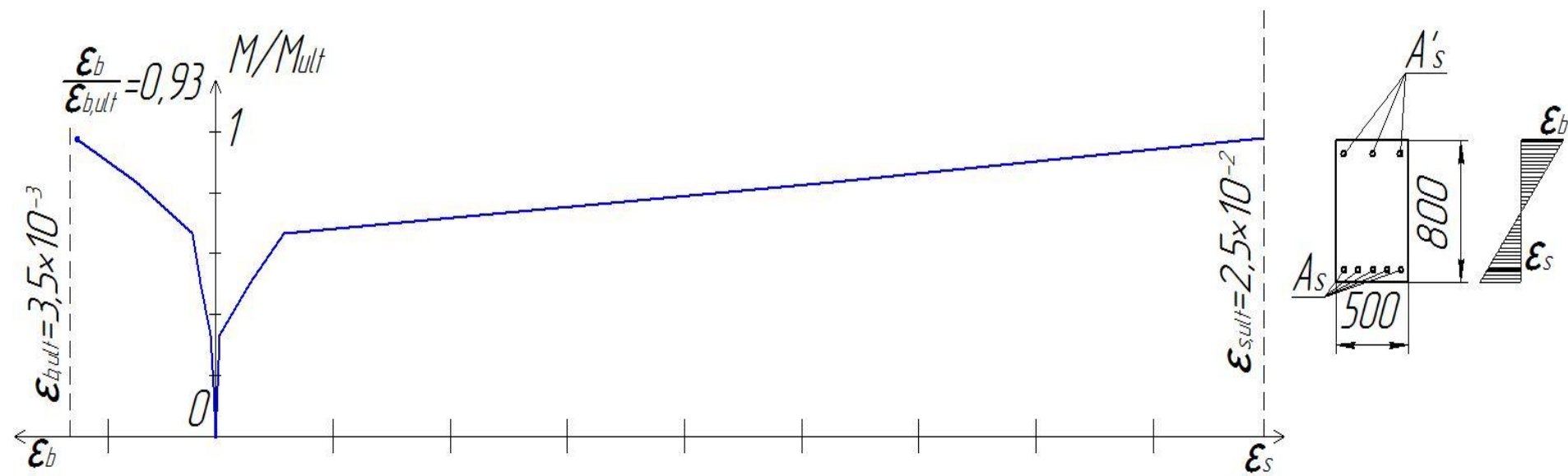


Рисунок 3.4 – График зависимости $M/M_{ult} - \epsilon_b$, $M/M_{ult} - \epsilon_s$

После нахождения $M_{ult}=590$ кНм для данного сечения, можно определить с какого момента нагружения производится усиление элемента.

Три варианта для расчета усиления:

1 При нагружении элемента $0,45M_{ult}= 266$ кНм;

2 При нагружении элемента $0,65M_{ult}= 400$ кНм;

3 При нагружении элемента $0,85M_{ult}= 500$ кНм.

3.2 Расчет железобетонного элемента с усилением

Для расчета усиления выбранный железобетонный элемент усиливается в растянутой зоне участком бетона класса В30 высотой 100 мм, и четырьмя арматурными стержнями $d=16$ мм из арматуры класса А400, процент армирования усиленного сечения μ - 0,24%, μ' – 0,68%. Размеры сечения вместе с усилением 900х500 мм. Общая схема рассчитываемого сечения приведена на рисунке 3.5.

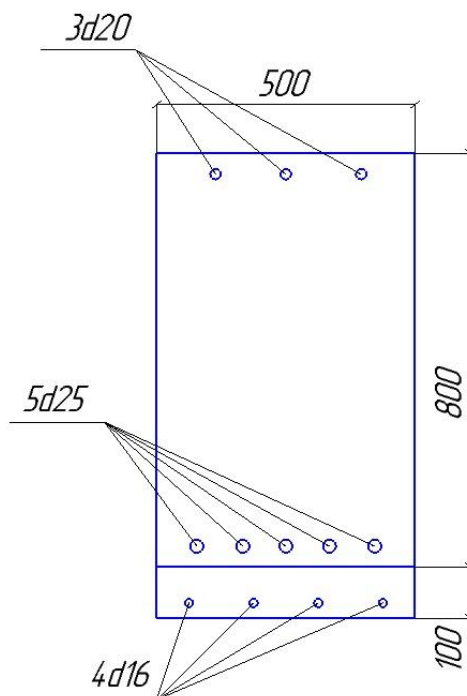


Рисунок 3.5 – Рассчитываемое железобетонное сечение
с усилением

В расчет вводится диаграмма для бетона усиления класса В30 (рисунок 3.6)

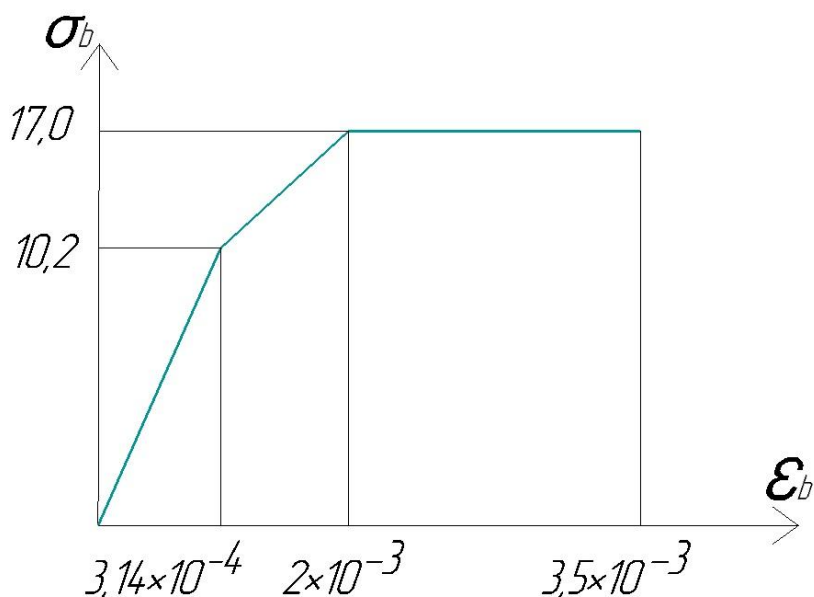


Рисунок 3.6 – Диаграмма деформирования бетона усиления.

Расчетные диаграммы деформирования для бетона основного элемента остаются прежними. Так как класс добавленной арматуры такой же, как и арматуры основного элемента, то диаграмма арматуры используется одинаковая для арматуры основного элемента и усиления.

3.2.1 Усиление при нагружении элемента $0,45M_{ult}$

Расчет усиления начинается с предположения проведения усиления сечения в момент, когда конструкция находится под нагружением, составляющим 45% от максимальной нагрузки M_{ult} , то есть при $M = 266$ кНм. При воздействии данного момента, производится усиление конструкции, и восприятие нагружения происходит по-разному у усиливаемой части (основного сечения) и нового бетона с арматурой усиления. Нарастание деформаций и напряжений в усиливающей части происходит с нуля. Однако, прикладываемое после усиления сечения нагружение, создает дополнительные напряжение и деформации основной

части, которые добавляются к уже существующим напряжениям и деформациям в элементе до его усиления.

Произведя расчеты, получаемые значения аналогично сводятся в таблицу 3.2.

Таблица 3.2 – Результаты расчета усиленного элемента при нагружении элемента $0,45M_{ult}$

М, кНм	Степень нагружения	$1/r_x, \text{м}^{-1}$	Стадия НДС	Примечание
100	0,09	$1,428 \cdot 10^{-7}$	Стадия 1-работа без трещин	
200	0,19	$2,856 \cdot 10^{-7}$	Стадия 1-работа без трещин	
266	0,25	$3,799 \cdot 10^{-7}$	Стадия 1-работа без трещин	- момент, после которого элемент усиливается
310	0,29	$4,293 \cdot 10^{-7}$	Конец стадии 1 – образование трещины	- первый шаг расчета элемента с усилением;
366	0,35	$4,921 \cdot 10^{-7}$	Стадия 2 - работа с трещинами	- первый шаг расчета с учетом образования трещин;
466	0,44	$6,262 \cdot 10^{-7}$	Стадия 2 - работа с трещинами	
566	0,53	$1,576 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2 - работа с трещинами	
590	0,56	$1,701 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2 - работа с трещинами	- начало третьей стадии НДС элемента без усиления
666	0,63	$2,096 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2 - работа с трещинами	
766	0,72	$2,819 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2 - работа с трещинами	
866	0,82	$3,6069 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2 - работа с трещинами	
966	0,91	$1,23 \cdot 10^{-5}$	Стадия 2 - работа с трещинами	
1060	1,0	$3,398 \cdot 10^{-5}$	Стадия 3 - разрушение	- предельный момент

В этом случае усиление происходит в момент, когда все части сечения еще полностью работают в пределах первого участка диаграммы деформирования, т.е. упругая работа сечения, и растягивающие усилия

еще достаточно малы, не вызывая трещин в элементе. Усиление позволяет увеличить момент, при котором элемент продолжает работать без трещин, приблизительно на 200 кНм, жесткость элемента увеличивается. В дальнейшем, при увеличении момента, происходит трещинообразование бетона растянутой зоны – в зависимости от начального уровня нагружения трещины начинают образовываться либо в бетоне усиления, либо в бетоне основного элемента. Разрушение элемента начинается с достижения в арматуре усиления предельного значения и, как следствие, ее разрушения при достижении момента 1060 кНм.

Аналогично, как и для не усиленного элемента, результаты по расчету сечения с усилением отображаются на графике (рисунок 3.7). Исходя из графика видно, что разрушение сечения происходит в момент достижения добавленной арматуры усиления предельных деформаций. К этому моменту существующая арматура исчерпывает свою несущую способность на 92%, а бетон – на 89%.

Эффективность выполненного усиления определяется по формуле (3.3)

$$\frac{M_{ult,ad}-M_{ult}}{M_{ult}} \cdot 100\% , \quad (3.3)$$

где $M_{ult,ad}$ – предельный момент элемента после усиления;

M_{ult} – предельный момент элемента до усиления.

Таким образом, согласно формуле (3.3), при осуществлении усиления железобетонного элемента в момент его нагружения $0,45M_{ult}$ несущая способность увеличивается почти на 80%:

$$\frac{1060 - 590}{590} \cdot 100\% = 79,66\%$$

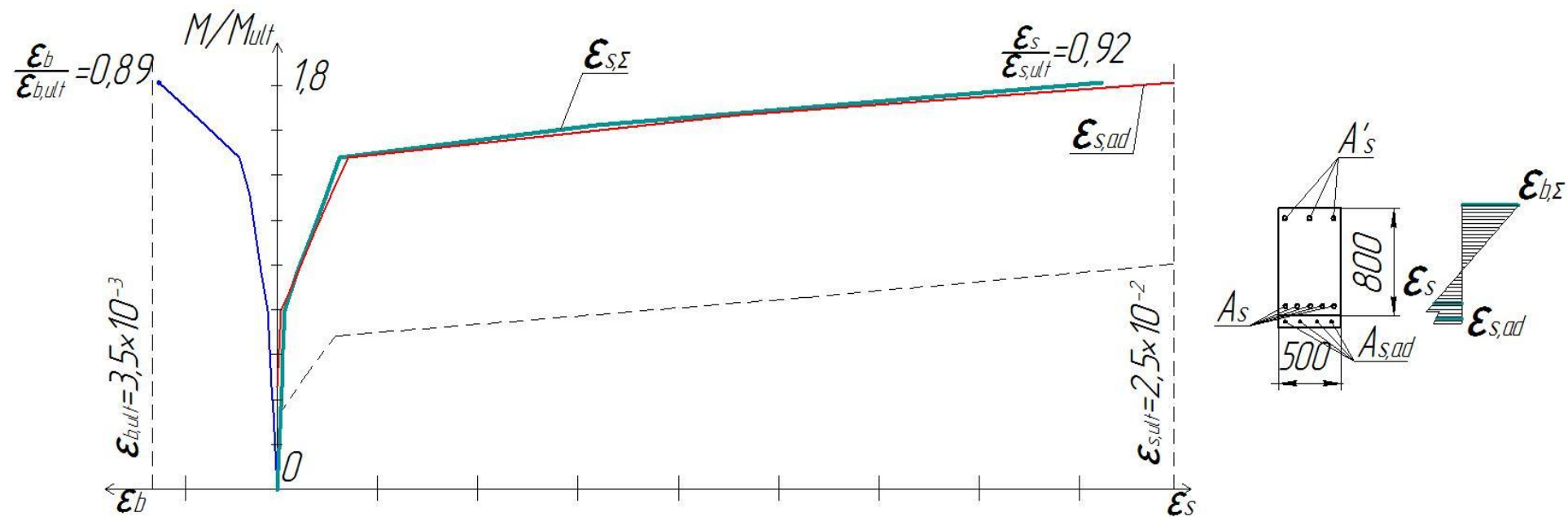


Рисунок 3.7 – График зависимости $M/M_{ult} - \epsilon_b$, $M/M_{ult} - \epsilon_s$ усиленного элемента

3.2.2 Усиление при нагружении элемента $0,65M_{ult}$

Расчет усиления начинается с предположения проведения усиления сечения в момент, когда конструкция находится под нагружением, составляющим 65% от максимальной нагрузки M_{ult} , то есть при $M = 400$ кНм. Расчет здесь производится аналогично, с изменением только момента усиления. Соответственно, полученные результаты должны показать снижение эффективности усиления.

Произведя расчеты, получаемые значения аналогично сводятся в таблицу 3.3.

Таблица 3.3 – Результаты расчета усиленного элемента при нагружении элемента $0,65M_{ult}$

М, кНм	Степень нагружения	$1/r_x, \text{м}^{-1}$	Стадия НДС	Примечание
100	0,11	$1,428 \cdot 10^{-7}$	Стадия 1-работа без трещин	
200	0,21	$2,856 \cdot 10^{-7}$	Стадия 1-работа без трещин	
280	0,3	$9,532 \cdot 10^{-7}$	Конец стадии 1 – образование трещин	
300	0,32	$1,811 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2- работа с трещинами	- первый шаг расчета с учетом образования трещин;
400	0,43	$2,918 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2- работа с трещинами	- момент, после которого элемент усиливается
500	0,53	$3,085 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2- работа с трещинами	- первый шаг расчета элемента с усилением
590	0,63	$3,226 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2- работа с трещинами	- предельный момент элемента без усиления
600	0,64	$3,242 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2- работа с трещинами	
700	0,74	$4,872 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2- работа с трещинами	
800	0,85	$6,446 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2- работа с трещинами	
900	0,96	$1,584 \cdot 10^{-5}$	Стадия 2- работа с трещинами	
940	1,0	$3,749 \cdot 10^{-5}$	Стадия 3- разрушение	- предельный момент

В этом случае усиление уже происходит в момент, когда растягивающие усилия увеличились и стали появляться первые трещины и пластические деформации. Разрушение элемента начинается при достижении момента 940 кНм.

Результаты по расчету сечения с усилением сечения в момент, когда конструкция испытывает на себе нагружение $M = 400$ кНм, отображаются на графике (рисунок 3.8). В этом случае разрушение сечения также происходит в момент достижения добавленной арматуры усиления предельных деформаций. К этому моменту существующая арматура исчерпывает свою несущую способность на 95% , а бетон – на 97%.

Таким образом, при осуществлении усиления железобетонного элемента в момент его нагружения $0,65M_{ult}$ эффективность усиления (согласно формуле 3.3) почти на треть меньше, чем в предыдущем варианте и увеличение несущей способности составляет почти 60%:

$$\frac{940 - 590}{590} \cdot 100\% = 59,32\%$$

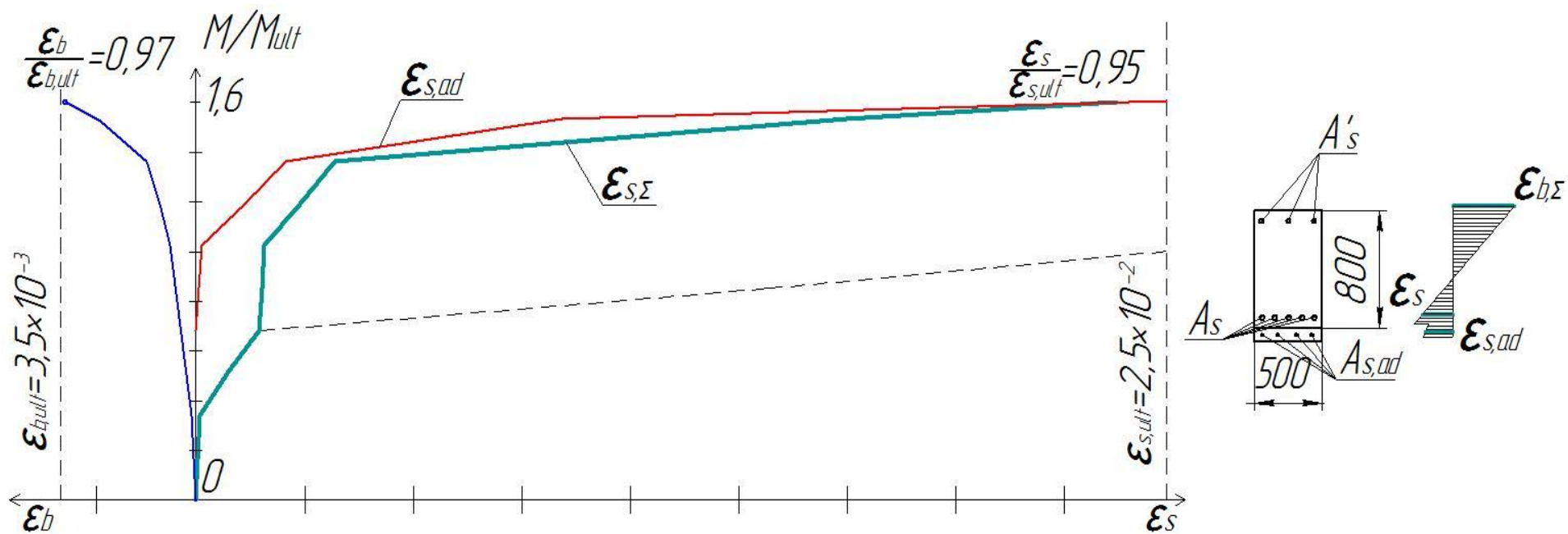


Рисунок 3.8 – График зависимости $M/M_{ult} - \epsilon_b$, $M/M_{ult} - \epsilon_s$ усиленного элемента

3.2.3 Усиление при нагружении элемента $0,85M_{ult}$

Расчет усиления начинается с предположения проведения усиления сечения в момент, когда конструкция находится под нагружением, составляющим 85% от максимальной нагрузки M_{ult} , то есть при $M = 500$ кНм. В этом случае усиление происходит практически без разгрузки элемента, когда действующая на конструкцию нагрузка близка к предельной нагрузке.

Произведя расчеты, получаемые значения аналогично сводятся в таблицу 3.4.

Таблица 3.4. – Результаты расчета усиленного элемента при нагружении элемента $0,85M_{ult}$

М, кНм	Степень нагружения	$1/r_x, м^{-1}$	Стадия НДС	Примечание
100	0,12	$1,428 \cdot 10^{-7}$	Стадия 1-работа без трещин	
200	0,25	$2,856 \cdot 10^{-7}$	Стадия 1-работа без трещин	
280	0,35	$9,532 \cdot 10^{-7}$	Конец стадии 1 – образование трещин	
300	0,37	$1,811 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2- работа с трещинами	- первый шаг расчета с учетом образования трещин;
400	0,49	$2,918 \cdot 10^{-6}$	Стадия 2- работа с трещинами	
500	0,62	$2,34 \cdot 10^{-5}$	Стадия 2- работа с трещинами	- момент, после которого элемент усиливается;
590	0,73	$2,36 \cdot 10^{-5}$	Стадия 2- работа с трещинами	- предельный момент элемента без усиления;
600	0,74	$2,361 \cdot 10^{-5}$	Стадия 2- работа с трещинами	- первый шаг расчета элемента с усилением;
700	0,86	$2,592 \cdot 10^{-5}$	Стадия 2- работа с трещинами	
810	1,0	$3,842 \cdot 10^{-5}$	Стадия 3- разрушение	- предельный момент

В таком варианте в сечении на момент усиления присутствуют достаточно большие деформации и напряжения. И хотя усиление приводит к повышению жесткости элемента, но потенциал усиления не успевает полностью реализоваться и здесь разрушение элемента начинается с разрушения арматуры основного элемента с растянутой зоны при достижении момента 810 кНм. При этом арматура усиления, с которой обычно начиналось разрушение элемента, не успевает даже наполовину достигнуть предельного значения.

Результаты по расчету сечения с усилением сечения в момент, когда конструкция испытывает на себе нагружение $M = 500$ кНм, отображаются на графике (рисунок 3.9). В этом случае разрушение сечения происходит уже при достижении существующей арматуры предельных деформаций. К этому моменту добавочная арматура усиления исчерпывает свою несущую способность всего на 45% , а бетон – на 98% своей несущей способности.

Таким образом, при осуществлении усиления железобетонного элемента в момент его нагружения $0,85M_{ult}$ эффективность усиления (согласно формуле 3.3) сводится к минимальной и увеличение несущей способности составляет чуть меньше 40 %:

$$\frac{810 - 590}{590} \cdot 100\% = 37,29\%$$

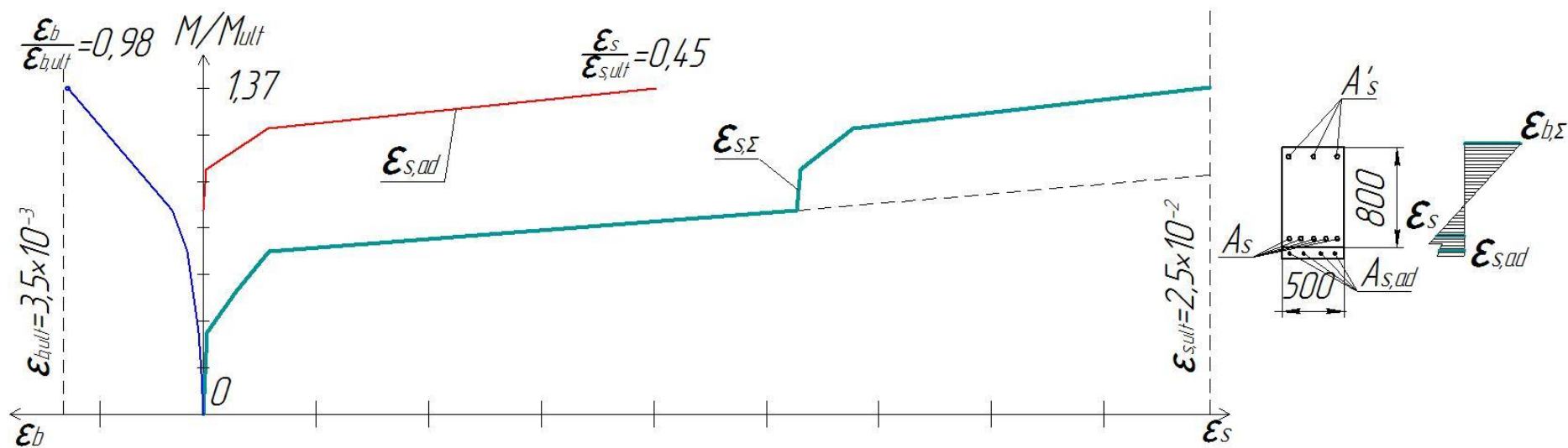


Рисунок 3.9 – График зависимости $M/M_{ult} - \epsilon_b$, $M/M_{ult} - \epsilon_s$ усиленного элемента

3.3 Контроль корректности результатов

В качестве контроля корректности полученных результатов был выполнен расчет аналогичного сечения методом предельных усилий и проведено сравнение получившегося предельного момента по деформационной модели и по предельным усилиям, проведен анализ полученных результатов и установлены преимущества применения деформационной модели к расчету усиленных железобетонных элементов.

Сначала производится проверочный расчет элемента без усиления.

Исходные данные: $b=50$ см, $h=80$ см, $a = 2,7$ см, $a'=3$ см, $h_0=77,3$ см, $A_s=24,54$ см², $A'_s=3,39$ см², арматура А400, $R_s=3620$ кг/см², $R_{sc}= 3620$ кг/см², бетон класса В25, $\gamma_{bi}=1$, $R_b=148$ кг/см²

Расчет:

$$x = \frac{R_s A_s - R_{sc} A'_s}{R_b b}, \quad (3.4)$$

$$x = \frac{3620 \cdot 24,54 - 3620 \cdot 3,39}{148,0 \cdot 50,0} = 10,346 \text{ см},$$
$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{10,346}{77,3} = 0,134 < \xi_R = \frac{0,8}{1 + R_s/700} = 0,531,$$

$$M_{ult} = R_b b x h_0 0,5x + R_{sc} A'_s h_0 - a', \quad (3.5)$$

$$M_{ult} = 148 \cdot 50 \cdot 10,346 \cdot 77,3 - 0,5 \cdot 10,346 + 3620 \cdot 3,39 \cdot 77,3 - 3,0 =$$
$$= 64,34 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot \text{см} = 631 \text{ кНм}$$

Расчет по деформационной модели дал результат в 590 кНм. Определяем погрешность результатов расчета по двум методам по формуле 3.6:

$$\frac{\Delta M_{ult}}{M_{ult}} \cdot 100\%, \quad (3.6)$$

где ΔM_{ult} – разница значений полученных моментов по двум методам расчета;

M_{ult} – больший по значению вычисленный момент.

Согласно формуле (3.6) получаем:

$$\frac{631 - 590}{631} \cdot 100\% = 6,4\%$$

Аналогично определяется погрешность расчета усиления.

Исходные данные: $b=50$ см, $h=90$ см, $a = 5,3$ см, $a'=3$ см, $h_0=84,7$ см, $A_s=32,58$ см², $A'_s=3,39$ см², арматура класса А400, $R_s=3620$ кг/см², $R_{sc}=3620$ кг/см², бетон основного бетона класса В25, бетон усиления класса В30, $\gamma_{bi}=1$, $R_b=148$ кг/см²

Расчет:

$$x = \frac{3620 \cdot 32,58 - 3620 \cdot 3,39}{148,0 \cdot 50,0} = 14,279 \text{ см}$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{14,279}{84,7} = 0,169 < \xi_R = \frac{0,8}{1 + R_s/700} = 0,531$$

$$M_{ult} = 148 \cdot 50 \cdot 14,279 \cdot 84,7 - 0,5 \cdot 14,279 \cdot 3620 \cdot 3,39 \cdot 84,7 - 3,0 = \\ = 91,98 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot \text{см} = 902 \text{ кНм}$$

Расчет по предельным усилиям дал результат в 902 кНм. Согласно графику, наиболее приближенное значение к полученному результату соответствует усилению элемента в момент нагружения $0,65M_{ult}= 940$ кНм. Определяем погрешность результатов согласно формуле (3.6):

$$\frac{940 - 902}{940} \cdot 100\% = 4,0\%$$

Для наглядности обобщим все полученные при расчетах значения на график зависимости «момент-кривизна» (рисунок 3.12).

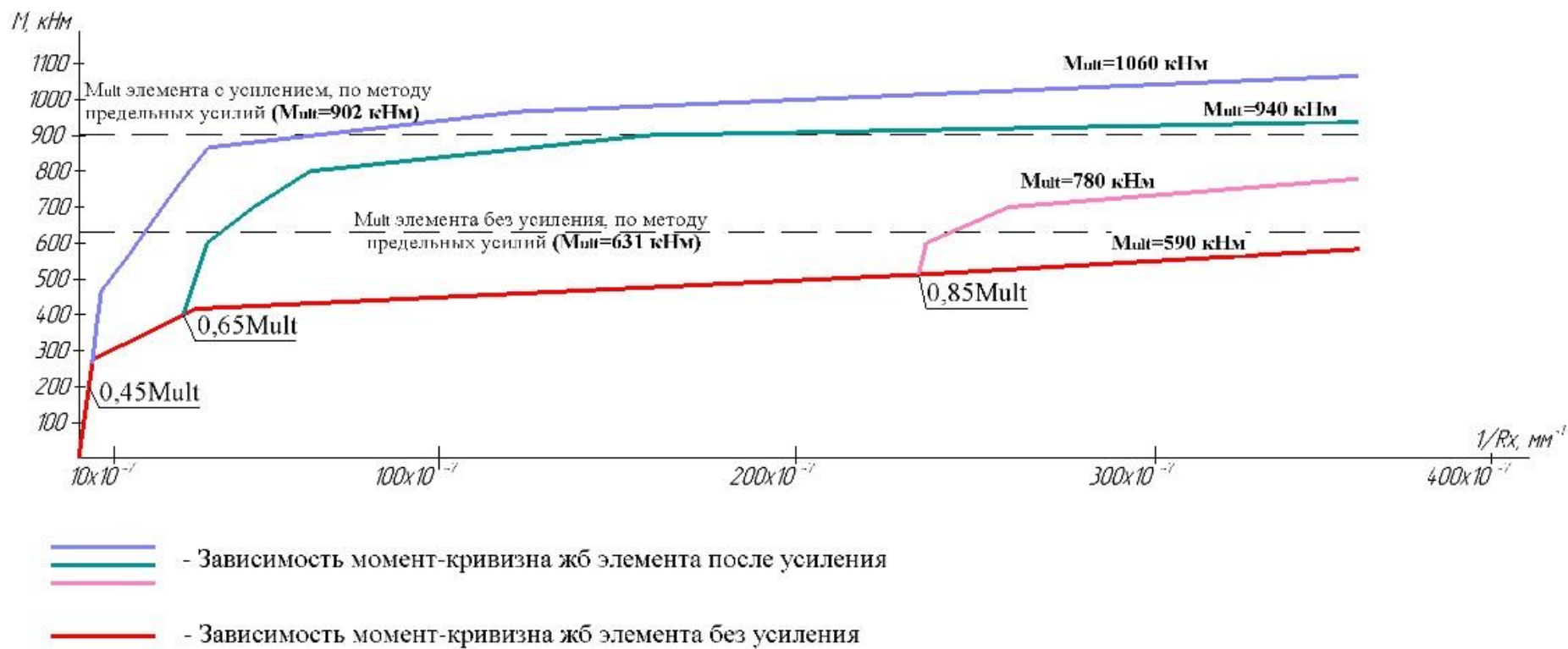


Рисунок 3.10 – График зависимости момент-кривизна

Анализируя график, можно сделать следующие выводы:

1 Прямая графика меняет угол наклона, образуя перелом, в характерных точках — когда в бетоне появляются трещины, когда состояние арматуры начинает соответствовать второму участку диаграммы деформирования.

2 Количество переломов на прямой соответствуют применяемым расчетным диаграммам арматуры и бетона.

3 В начале нагружения кривизна элемента и его деформации возрастают достаточно медленно, до момента образования трещин в бетоне, после чего жесткость элемента значительно падает.

Выводы к третьей главе

В ходе работы сделаны следующие выводы:

- На основании предложенного алгоритма был осуществлен расчет изгибаемого элемента, усиленного на различных уровнях нагружения;
- согласно расчетам доказано, что эффективность усиления тем выше, чем ниже уровень нагружения в момент усиления;
- жесткость элемента резко падает при появлении в элементе трещин и появлении текучести арматуры.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1 В результате проведенного анализа существующих методов усиления железобетонных конструкций, а также методов их расчетов, были выявлены значительные недостатки существующих методов расчета и предложен альтернативный метод расчета, основанный на использовании деформационной модели.

2 Был разработан алгоритм расчета по деформационной модели, который базируется на применении диаграмм деформирования. Для этого за основу было выбрано сечение, усиленное наращиванием сечения, а расчет велся в соответствии с трехлинейной диаграммой деформирования для бетона и двухлинейной для арматуры. При этом учитывался такой немаловажный фактор, как существующая нагрузка на конструкцию, от которой непосредственно зависела эффективность усиления. Условно был принят низкий, средний и высокий уровень нагружения, выявлена закономерность, что при высоком уровне нагружения материалы усиления даже наполовину не реализуют свой потенциал.

3 С помощью разработанного алгоритма возможно более полно изучить работу конструкции при усилении, эффективности использования прочностных характеристик усиливающей части и порядок разрушения сечения, что позволяет более рационально производить усиление железобетонных конструкций с более экономным использованием материалов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. СП 63.13330.2012 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения [Текст] : Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003 (с Изменениями N 1, 2). – Введ. 2013-01-01. – М. : Технорматив, 2016. – 126 с.
2. Гвоздев, А.А. Изучение сцепления нового бетона со старым [Текст] / Гвоздев А.А., Васильев А.П., Дмитриев С.А. - М.: ОНТИ, 1936. - 58 с.
3. Теряник, В.В. Новые конструктивные решения усиления сжатых элементов обоями [Текст] / В.В. Теряник, А.Ю. Бирюков, А.О. Борисов, Р.В. Щипанов // Научно-технический и производственный журнал «Жилищное строительство». – 2009. - № 7. - С. 8-9. – Библиогр.: 39 с.
4. Пинаджян, В.В. К вопросу усиления железобетонных конструкций [Текст] / В.В. Пинаджян // Строительная промышленность. – 1948. - № 3. – С. 14-17. – Библиогр.: 48 с.
5. Литвинов, И.М. Усиление и восстановление железобетонных конструкций [Текст] / Литвинов И.М. – М. : Стройиздат Наркомстроя, 1942. – 96 с.
6. Онуфриев, Н.М. Усиление железобетонных конструкций изменением их конструктивной схемы [Текст] / Онуфриев Н.М. - Л. : Стройиздат, 1949. - 254 с.
7. Стрункин, А.Д. Исследование работы железобетонных балок усиленных стальными шпренгелями [Текст] / А.Д. Стрункин // Строительная промышленность. – 1951. - №6. - С. 19-21. – Библиогр.: 39 с.
8. Лоссье, А. Недостатки железобетона и их устранение [Текст] / Лоссье А. - М. : Госстройиздат, 1958. - 179 с.

9. Лозовой, Ю.И. Усиление железобетонных балок покрытий многопролетных промышленных зданий [Текст] / Лозовой Ю.И., Хило Е.Р. – М. : Строительные конструкции, 1965. - вып.2. – 214 с.
10. Хило, Е.Р. Усиление железобетонных конструкций с изменением расчетной схемы и напряженного состояния. [Текст]: учеб. пособие для вузов / Хило Е.Р., Попович Б.С. - Львов, Вища школа, Издательство при Львовском университете, 1976. – 147 с.
11. Тошин, Д.С. Работа бетона при усилении конструкции под нагрузкой [Текст] / Д.С. Тошин // Академический вестник УРАЛНИИПРОЕКТ РААСН. – 2015. - С. 3-5. – Библиогр.: 35 с.
12. Снятков, Н.М. Расчет железобетонных элементов, усиленных под нагрузкой [Текст] / Н.М. Снятков, Д.С. Алексеев // Вестник ТГТУ. – 2004. – том 10. - №2. – С. 556-566. – Библиогр.: 566 с.
13. Рекомендации по оценке состояния и усилению строительных конструкций промышленных зданий и сооружений / НИИСК [Текст]. - М. : Стройиздат, 1989. – 104 с.
14. Карпенко, Н.И. О диаграммной методике расчёта деформаций стержневых элементов и её частных случаях [Текст] / Н.И. Карпенко, С.Н. Карпенко // Бетон и железобетон. – 2012. –№6. – С. 20–27. – Библиогр.: 37 с.
15. Санжаровский, Р.С. Устойчивость элементов строительных конструкций при ползучести [Текст] / Р.С. Санжаровский // – Л. : Изд. ЛГУ. – 1984. – Библиогр.: 217 с.
16. Снятков, Н.М. Анализ развития и совершенствования способов усиления и методов расчета усиленных железобетонных конструкций [Текст] / Н.М. Снятков // – Л. : Ленингр.инж.-строит.ин-т. – 1990. – 73 с.

17. Бондаренко, С.В. Усиление железобетонных конструкций при реконструкции зданий [Текст] / С.В. Бондаренко, Р.С. Санжаровский // – М. : Стройиздат. - 1990. – 352 с.
18. Астафьев, Д.О. Расчет реконструируемых железобетонных конструкций [Текст] : учеб. пособие для вузов / Д.О. Астафьев // – СПб. : СПбГАСУ, 1995. – 158 с.
19. Залесов, А.С. Расчёт железобетонных конструкций по прочности, трещиностойкости и деформациям [Текст] / А.С. Залесов, Э.Н. Кодыш, Л.Л. Лемыш, И.К. Никитин // - М. : Стройиздат, 1988. – 320 с.
20. ENV 1992-1-1, Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1: General Rules and Rules for Building [Text] – Brussels : European Committee for Standardization, 1992. – 657 p.
21. Ерышев, В. А. Методика расчета нормального сечения изгибаемого железобетонного элемента при разгрузке [Текст] / В.А. Ерышев, Д.С. Тошин // Известия высших учебных заведений. Строительство. — 2009. — № 6. — С. 97–104. – Библиогр.: 234 с.
22. Тошин, Д. С. Прикладные возможности деформационной модели железобетона [Текст] / Д.С. Тошин // Молодой ученый. — 2016. — № 29 (133). — С. 164–166. – Библиогр.: 255 с.
23. Тошин, Д. С. О дискретизации нормального сечения железобетонного элемента с неоднородными свойствами бетона при расчете по нелинейной деформационной модели [Текст] / Д.С. Тошин // Молодой ученый. — 2016. — № 27 (131). — С. 172–174. – Библиогр.: 258 с.
24. Оськина, О. М. Расчет железобетонных элементов, усиливаемых наращиванием сечения, с использованием деформационной модели [Текст] / О.М. Оськина // Молодой ученый. — 2017. — №10. — С. 78-80. – Библиогр.: 232 с.

25. Муленкова, В.И. Расчет и конструирование железобетонных и каменных конструкций [Текст]: учебное пособие для вузов / В.И. Муленкова, Д.В. Артюшин ; под редакцией М.А. Сухова // – Пенза : ПГУАС, 2014. – 118 с.
26. Маркова, О.М. Диаграммный метод в расчетах усиливаемых железобетонных элементов [Текст] / О.М. Маркова // Научный журнал. – 2017. - № 20. – С. 17-19. – Библиогр.: 115 с.
27. Тошин, Д.С. Применение диаграммного метода в расчетах усиливаемых конструкций [Текст] / Д.С. Тошин // Научное обозрение. – 2016. – №1. – С. 85-89. – Библиогр.: 145 с.
28. Тошин, Д.С. Поиск оптимального способа реализации итерационного приближения при расчете по деформационной модели [Текст] / Д.С. Тошин, М.П. Анисимова // Научное обозрение. – 2016. – №17. – С. 25-29. – Библиогр.: 152 с.
29. Журавлёва, Т. А. Расширенный порядок расчета усиления железобетонных элементов на основе деформационной модели [Текст] / Т.А. Журавлёва // Молодой ученый. — 2017. — №29. — С. 13-15. — Библиогр.: 212 с.
30. Журавлёва, Т. А. Применение диаграммного метода расчета при усилении железобетонных элементов присоединением стальных элементов [Текст] / Т.А. Журавлёва // Молодой ученый. — 2017. — №10. — С. 59-61. – Библиогр.: 224 с.
31. Карпенко, С.Н. Построение общей методики расчета железобетонных стержневых конструкций в форме конечных приращений [Текст] / С.Н. Карпенко // Бетон и железобетон. – 2005. – №1 – С. 13-18. – Библиогр.: 89 с.
32. Карпенко, Н.И. Расчет железобетонных стержневых конструкций с учетом режимов нагружения [Текст] / Н.И. Карпенко, Т.А.

Мухамедиев, Г.Р. Розенвассер, Л.М. Шварц // Строительная механика и расчет сооружений. – 1988. – №5. – С. 17-21. – Библиогр.: 76 с.

33. Карпенко, Н.И. Общие модели механики железобетона [Текст] / Н.И. Карпенко // – М. : Стройиздат. - 1996. – 416 с.

34. Walter, R. Reinforced concrete beams under repeated loads [Text] / R. Walter, G. Winter // Journal of structural Division, ASI, 1969, №95/6. – P. 1189-1211. – 1355 p.

35. Karsan, I.K. Behavior of Concrete under Compressive Loading [Text] / I.K. Karsan, J.O. Jirsa // Journal of Structural Division, ASCE., v.95, 1969, №12. – P. 2543-2563. – 2653 p.

36. Probst, E. The influence of rapidly alternating loading on concrete and reinforced concrete [Text] / E. Probst // Structural Engineer. V.9, 1931. – 353 p.

37. Tanigawa, Y. Hysteretic Characteristics of Concrete in Domain of High Compressive Strain [Text] / Y. Tanigawa, Y. Ushidada // AIJ. Proc. Annual Convention, 1978. – P. 449-450. – 650 p.