

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Архитектурно-строительный институт

(наименование института полностью)

Кафедра «Промышленное, гражданское строительство и городское хозяйство»

(наименование кафедры)

08.04.01 Строительство

(код и наименование направления подготовки, специальности)

«Техническая эксплуатация и реконструкция зданий и сооружений»

(направленность (профиль))

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

на тему «Методика расчета момента трещинообразования по нелинейной деформационной модели с использованием диаграмм состояния бетона и арматуры»

Студент

М. Ю. Косков

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

Научный

В. А. Ерышев

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

руководитель

Руководитель программы

д.т.н., доцент, В.А. Ерышев

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

(личная подпись)

« _____ » _____ 20 ____ г.

Допустить к защите

Заведующий кафедрой ПГСигХ

к.т.н., доцент, Д.С. Тошин

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

(личная подпись)

« _____ » _____ 20 ____ г.

Тольятти 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
Глава 1. Расчет железобетонных конструкций по образованию нормальных трещин в соответствии с действующими нормативными документами.	6
1.1 Категории требований к трещиностойкости.....	6
1.2 Трещинообразование. Предельное удлинение бетона.....	8
1.3 Стадии напряженно-деформированного состояния сечений железобетонного элемента	9
1.4 Основные положения расчета образования трещин по методу предельного состояния	11
1.5 Определение момента образования трещин в изгибаемых ненапряженных элементах	14
1.6 Исследования авторов предложенные в научной литературе	18
Выводы по первой главе	30
Глава 2. Деформационный метод расчета момента образования нормальных трещин.....	31
2.1 Предложение к аналитическому описанию диаграмм деформирования бетона и арматуры при статическом нагружении	31
2.2 Нормируемые диаграммы состояния бетона и арматуры ...	33
2.3 Основные расчетные предпосылки деформационного метода расчета	36
2.4 Проверка уравнения равновесия усилий в сечении элемента методом итераций	40
2.5 Определение момента образования трещин	42

2.6	Программа расчета на ЭВМ.....	43
	Выводы по второй главе.....	45
	Глава 3. Сравнительный анализ методики расчета с опытными данными	46
3.1	Характеристика образцов и схема испытаний.....	46
3.2	Расчет момента трещинообразования нормального сечения ненапряженного изгибаемого элемента и использованием двухлинейной диаграммы состояния бетона.....	48
3.3	Расчет момента трещинообразования нормального сечения ненапряженного изгибаемого элемента и использованием трехлинейной диаграммы состояния бетона.....	51
3.4	Определение момента образования трещин по расчетным деформациям арматуры растянутой зоны	54
3.5	Определение опытных значений прогибов в середине пролета образцов.....	55
3.6	Расчет момента трещинообразования по методу предельных состояний	56
3.7	Сводная таблица параметров деформирования.....	59
3.8	Зависимость момента образования трещин от коэффициента армирования.....	60
3.9	Расчет момента трещинообразования по методу, описанному И. К. Никитиным	61
	Выводы по третьей главе	65
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	66
	СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	67

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования.

Современные нормативные документы для проектирования рекомендуют в качестве расчетных, аппроксимирующих экспериментальные кривые деформирования бетона, стальной арматуры и устанавливающих связь между относительными деформациями и напряжениями, использовать кусочно - линейные (двухлинейные и трехлинейные) и криволинейные диаграммы, отвечающие механическим свойствам материалов.. Наряду с деформационными нелинейными моделями в практике проектирования длительное время применяется традиционная методика расчета по методу предельных состояний. Ввиду этого, сравнительный анализ данных методик, представленный в диссертации, является актуальной темой исследования.

Цель:разработать деформационную модель расчета момента образования трещин в изгибаемых железобетонных ненапряженных элементах.

Задачи диссертационной работы:

- провести обзор нормированных диаграмм материалов бетона и арматуры;
- разработать методику определения усилий в бетоне сжатой и растянутой зоны сечения элемента с использованием параметров диаграмм бетона и арматуры;
- разработать численный метод проверки уравнения равновесия усилий в сечении элемента;
- создать программный комплекс расчета момента образования нормальных трещин в железобетонных элементах;
- выполнить сравнительный анализ опытных и расчетных значений момента образования трещин и деформаций в арматуре.

Методы исследования.В процессе работы были применены теоретические методы исследования, имеющие прикладной характер.

Научная новизна диссертации.Переход от простых зависимостей метода предельных состояний, основанного преимущественно на эмпирических методах расчета на деформационные методы расчета с использованием диаграмм деформирования бетона.

Практическая значимость.Разработан алгоритм и численный метод решения на ЭВМ нелинейной задачи, по вычислению значений предельных изгибающих моментов приводящих к образованию нормальных трещин, с использованием нормируемых диаграмм деформирования материалов.

Объем и структура диссертации.Диссертационная работа состоит из введения , 3 глав, библиографического списка из 47наименований и заключения. Работа изложена на 72 страницах машинописного текста, содержит 24рисунка и 2таблицы.

Публикации:

1. Амарханов А.Г. Исследование железобетонных ферм на снеговые циклические нагрузки / А.Г. Амарханов, М.Ю. Косков // Новая наука: опыт, традиции, инновации: Международное научное периодическое издание по итогам Международной научно-практической конференции (Оренбург, 12 марта 2017) / – Стерлитамак: АМИ, 2017. – №3 – 2. – С. 62-64.
2. Ерышев В.А. К методике определения момента трещинообразования изгибаемых железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели / В.А. Ерышев, М.Ю. Косков // Вестник НГИЭИ. – 2017. – 12(79). – С. 32-42. (ВАК).

Глава 1. Расчет железобетонных конструкций по образованию нормальных трещин в соответствии с действующими нормативными документами.

1.1 Категории требований к трещиностойкости

«Трещиностойкостью железобетонной конструкции называют ее сопротивление образованию трещин в стадии I напряженно-деформированного состояния или сопротивление раскрытию трещин в стадии II напряженно-деформированного состояния» [1].

«К трещиностойкости железобетонной конструкции или ее частей при расчете предъявляют различные требования в зависимости от вида применяемой арматуры. Эти требования относятся к появлению и раскрытию нормальных и наклонных к продольной оси элемента трещин и подразделяются на три категории» [1]:

«первая категория – не допускается образование трещин» [1];

«вторая категория – допускается ограниченное по ширине непродолжительное раскрытие трещин при условии их последующего надежного закрытия (зажатия)» [1];

«третья категория – допускается ограниченное по ширине непродолжительное и продолжительное раскрытие трещин» [1].

«Предельная ширина раскрытия трещин, при которой обеспечиваются нормальная эксплуатация зданий, коррозионная стойкость арматуры и долговечность конструкции в зависимости от категории требований по трещиностойкости не должна превышать 0,05 - 0,4 мм» [1].

«Предварительно напряженные элементы, находящиеся под давлением жидкости или газов (резервуары, напорные трубы и т. п.) при полностью растянутом сечении со стержневой или проволочной арматурой, а

также при частично сжатом сечении с проволочной арматурой диаметром 3 мм и менее должны отвечать требованиям первой категории. Другие предварительно напряженные элементы в зависимости от условий работы конструкции и вида арматуры должны отвечать требованиям второй или третьей категории. Конструкции без предварительного напряжения, армированные стержневой арматурой классов А-I, А-II, А-III, Ат-IIIС, должны отвечать требованиям третьей категории» [1].

«Этим требованиям по трещиностойкости элементы должны удовлетворять и при расчете на усилия, возникающие при транспортировании и монтаже. Порядок учета нагрузок при расчете на трещиностойкость зависит от категории требований» [1].

«На концевых участках предварительно напряженных элементов в пределах длины зоны передачи напряжений с арматуры на бетон не допускается образование трещин при совместном действии всех нагрузок (кроме особых), вводимых в расчет с коэффициентом $\gamma_f = 1$ » [1].

«Это требование вызвано тем, что преждевременное образование трещин в бетоне на концевых участках элементов может привести к выдергиванию арматуры из бетона под нагрузкой и внезапному разрушению конструкции» [1].

«Трещины, если они возникают при изготовлении, транспортировании и монтаже в зоне, которая впоследствии под нагрузкой будет сжатой, приводят к снижению усилий образования трещин в растянутой при эксплуатации зоне, увеличению ширины их раскрытия и увеличению прогибов. Влияние этих трещин учитывают в расчетах конструкций. Для элементов, работающих в условиях действия многократно повторяющихся нагрузок и рассчитываемых на выносливость, образование таких трещин не допускается» [1].

1.2 Трещинообразование. Предельное удлинение бетона

Трещинообразование. «Появлению видимых трещин в растянутом бетоне изгибаемых элементов предшествует интенсивное образование микротрещин. Можно выделить четыре этапа процесса трещинообразования» [1]. «Первый этап характеризуется нарушением равномерности распределения деформаций бетона растянутой грани – деформации в тех сечениях, по которым в дальнейшем пройдут видимые трещины, интенсивно увеличиваются» [1]. Это связано с развитием микротрещин в данных сечениях. На втором этапе микротрещины достигают уровня арматуры, появляется неравномерность распределения деформаций по длине арматурного стержня. «Третий этап соответствует более высоким нагрузкам. При этом образуется перелом в графиках нагрузка – средние деформации арматуры» [1]. Можно наблюдать видимые трещины ($a_{\text{сгс}} = 0,05 - 0,1$ мм). Соответствующая нагрузка в опытах как правило принимается за нагрузку образования трещин. На четвертом этапе, во время роста нагрузки, трещины развиваются по высоте сечения. «При этом часть сечения элемента находится в условиях продолжающегося трещинообразования. Заканчивается этот этап тогда, когда образуются и достигнут своей максимальной высоты все основные трещины» [1].

Предельное удлинение бетона. В неармированных бетонных изгибаемых и внецентренно растянутых элементах появление трещин приводит к внезапному обрушению. Относительное предельное удлинение неармированного бетона составляет примерно $\varepsilon_{bt} = 7 \cdot 10^{-5} \dots 20 \cdot 10^{-5}$.

«Арматура, расположенная в растянутой зоне сечения, изменяет процесс образования трещин, придавая железобетону свойства так называемой фиктивной пластичности. С увеличением процента армирования раскрытие трещин уменьшается. Процент армирования с соответствующим повышением количества стержней можно довести до такой величины, при

которой трещины при возникновении будут иметь столь малое раскрытие, что их даже трудно обнаружить приборами. В результате возникла гипотеза о повышении предельной деформации растянутого армированного бетона при увеличении процента армирования и уменьшении толщины бетонного покрова. Однако исследования не подтвердили повышения пластических свойств армированного бетона при повышении процента армирования, поэтому при расчете железобетонных конструкций по образованию трещин независимо от насыщения элемента арматурой в нормах проектирования принято предельное удлинение бетона $2R_{bt}/E_b$ » [1].

«Тем не менее, и в настоящее время имеются различные точки зрения относительно предельной растяжимости бетона. Так, некоторые исследователи в расчетах по образованию трещин используют диаграммы сжатия и растяжения бетона с нисходящей ветвью. В этом случае расчетному моменту образования трещин M_{cr} может отвечать деформация наиболее растянутого волокна, превышающая предельные деформации бетона при осевом растяжении, причем эта деформация зависит от процента армирования, формы сечения, класса бетона и других факторов» [1].

1.3 Стадии напряженно-деформированного состояния сечений железобетонного элемента

С позиции исследования деформационного эффекта, возникающего из-за нарушения сплошности бетона в железобетонных элементах, наиболее интересным является случай разрушения от текучести арматуры.

«Как известно, с образованием трещин в растянутой зоне, изгибаемый железобетонный элемент вступает в новую стадию своей работы, поэтому при исследовании напряженно-деформированного состояния, вопрос о моменте их образования имеет принципиальное значение» [1].

Далее приведены основные стадии напряженно-деформированного состояния сечений железобетонных элементов:

Стадия I (рис. 1.1а). Работа бетона и арматуры практически упругая.

«Стадия Ia (рис. 1.1б). Трещин нет. Деформации бетона - упругопластические, деформации арматуры – квазиупругие. С увеличением нагрузки растягивающие напряжения в бетоне σ_{bt} приближаются к пределу прочности R_{bt} . При этом имеют место относительные взаимные смещения бетона и арматуры» [1].

$[\varepsilon_g(x) = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_{bt}(x)]$. Эпюра напряжений искривляется, нулевая линия перемещается к сжатому краю сечения, а фибровые деформации растянутого бетона достигают предельных напряжений.

«Стадия II (рис. 1.1в). Появились трещины. В процессе нагружения может возникнуть несколько уровней трещинообразования. В растянутой зоне в сечении с трещиной растягивающие усилия воспринимаются только арматурой. На участке между трещинами, являющимися зонами активного сцепления, бетон и арматура относительно взаимно смещаются. Напряжения в сжатом бетоне могут достигать значений R_b , но деформации еще меньше предельных. Эпюры напряжений бетона – криволинейные, при этом на диаграмме « $\sigma_b - \varepsilon_b$ » может появиться ниспадающая ветвь» [1].

«Стадия IIa (рис.1.1г). В этой стадии состояние сечения аналогично описанному в стадии II. Однако напряжение в растянутой арматуре в сечении с трещиной достигает предела текучести. Между имеющимися трещинами могут появляться новые (следующий уровень трещинообразования)» [1].

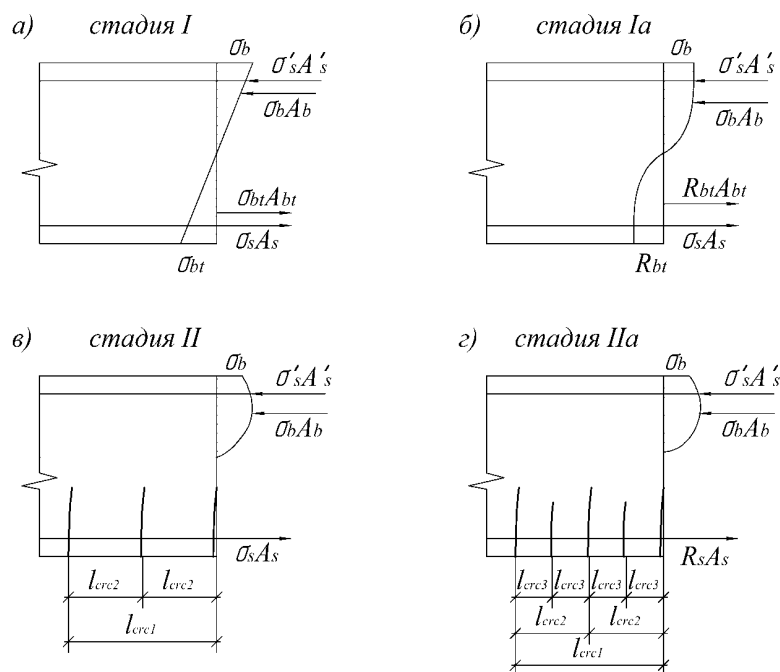


Рисунок 1.1 – Стадии напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов

1.4 Основные положения расчета образования трещин по методу предельного состояния

«Основные положения расчета по образованию трещин, производимому по методу, приведенному нормативной документации» [1]. «Для изгибаемых, растянутых и внецентренно сжатых ж/б элементов, усилия, которые воспринимает нормальное сечение в предельном состоянии непосредственно перед появлением трещин, определяются на основании следующих основных положений» [1].

1. «Сечения после деформации остаются плоскими, т.е. деформации по высоте элемента изменяются по линейному закону (рис. 1.2)» [1].
2. «Наибольшее относительное удлинение крайнего растянутого волокна бетона равно $2R_{bt,ser}/E_b$. Предельные деформации растянутого бетона, равные этой величине $(8...12) \cdot 10^{-5}$, с запасом оценивают растяжимость бетона в сечении перед образованием в ней трещины» [1].

3. «Напряжение в бетоне сжатой зоны определяется с учетом упругих (для изгибаемых ненапряженных и растянутых элементов при растягивающей силе N , большей усилия предварительного обжатия P) или неупругих деформаций бетона (для предварительно напряженных изгибаемых и внецентренно сжатых элементов); при этом неупругие деформации учитываются уменьшением ядрового расстояния r » [1].

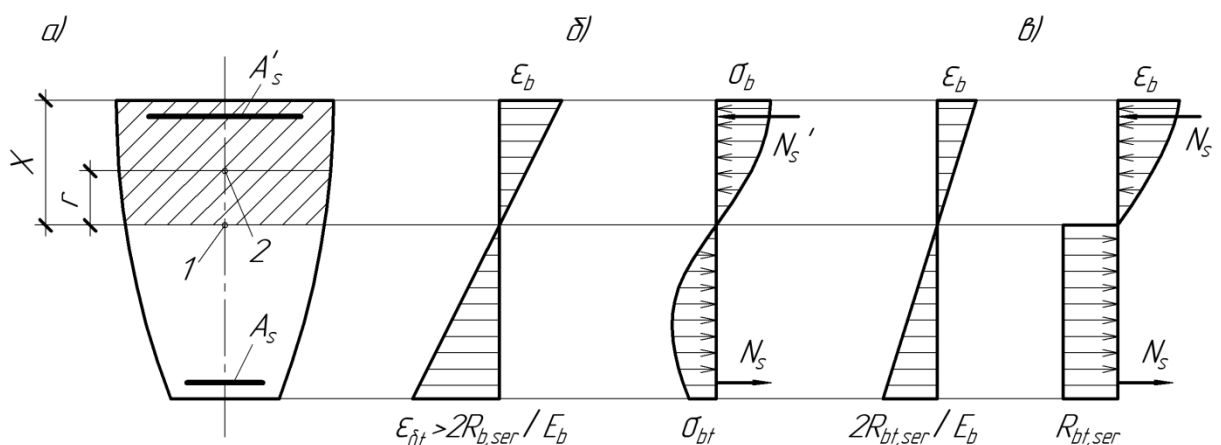


Рисунок 1.2 – К построению метода расчета по образованию нормальных трещин

На рисунке 1.2, а – схема расчетного сечения; б – наиболее вероятные схемы деформаций и напряжений в бетоне непосредственно перед образованием трещины; в – то же, принятые для расчета по СНиП 2.03.01-84; 1 – центр тяжести приведенного сечения; 2 – ядровая точка

«Этот подход условен и имеет целью упростить расчетный аппарат, но он не лишен и физического смысла. Для растянутых ($N > P$) и изгибаемых элементов без предварительного напряжения момент образования трещин сравнительно небольшой и при нем нелинейные деформации бетона сжатой зоны (если она есть) проявляются незначительно. В этом случае эпюра напряжений в сжатой зоне близка к треугольной. Для предварительно напряженных изгибаемых и внецентренно сжатых элементов при напряжениях в бетоне $\sigma_b > 0,6R_{b,ser}$ заметно проявляется нелинейная ползучесть, эпюра напряжений в сжатой зоне искривляется. При расчете по методу ядровых моментов практически важно учесть связанное с этим ис-

кривлением уменьшение расстояния до ядровой точки r (сжимающая сила, приложенная в этой точке, вызывает на растянутой от внешних нагрузок грани элемента нулевые напряжения)» [1].

4.«Напряжения в бетоне растянутой зоны распределены равномерно и равны по величине $R_{bt,ser}$, т.е. эпюра напряжений в растянутой зоне бетона прямоугольная при $\sigma_{bt} = R_{bt,ser}$. Фактическая эпюра напряжений в растянутом бетоне отличается от прямоугольной и имеет криволинейное очертание. Однако пока отсутствуют еще надежные способы непосредственных замеров напряжений в бетоне. В последнее время некоторыми исследователями в расчет вводится эпюра напряжений, отвечающая диаграмме растяжения бетона $\sigma_{bt}-\varepsilon_{bt}$ с нисходящей ветвью. В связи с этим можно отметить, что принятие прямоугольной эпюры упрощает расчет и, как показали многочисленные сопоставления теоретических и экспериментальных значений момента образования трещин $M_{crс}$, приводит к неплохой сходимости расчета и опыта»[1].

5.«Напряжения в ненапрягаемой арматуре равны алгебраической сумме напряжений, отвечающих приращению деформаций окружающего бетона, и напряжений, вызванных усадкой и ползучестью бетона. Напряжение в такой арматуре, расположенной вблизи крайнего растянутого волокна (без учета начальных напряжений от усадки и ползучести бетона) равно $(2R_{bt,ser}/ E_b)E_s = 2\alpha R_{bt,ser} \approx 30$ МПа» [1].

6. «Напряжения в напрягаемой арматуре равны алгебраической сумме её предварительного напряжения (с учетом всех потерь) и напряжения, отвечающего приращению деформаций окружающего бетона. Если такая арматура расположена вблизи крайнего растянутого волокна, то напряжение в ней $2\alpha R_{bt,ser} + \sigma_{sp}$ »[1].

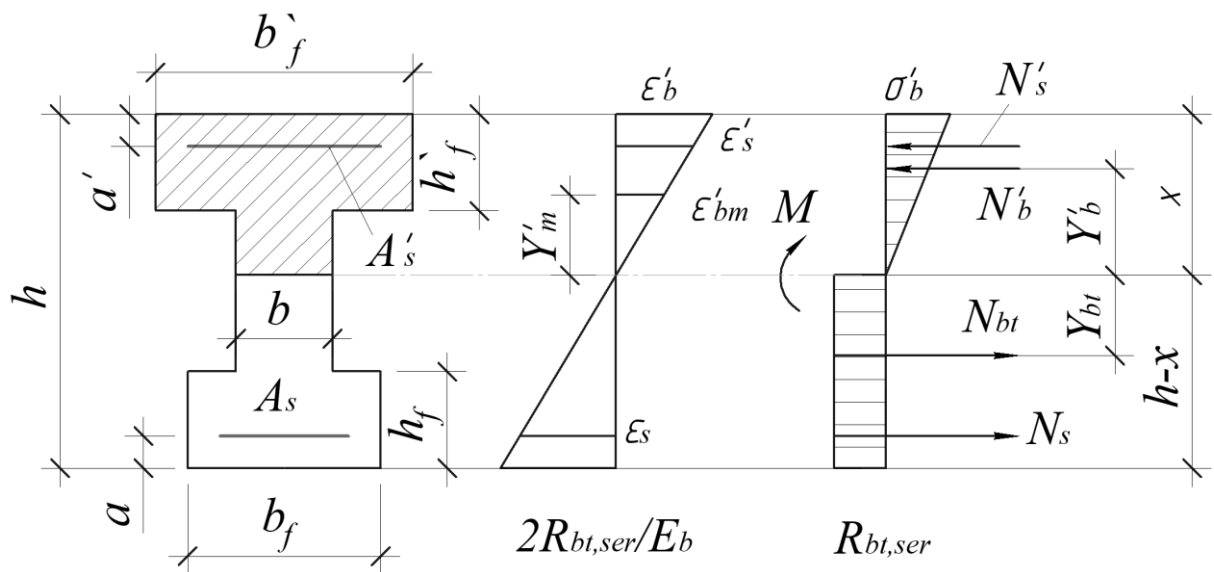


Рисунок 1.3 – Схемы усилий, напряжений и деформаций в сечении изгибаемого железобетонного элемента (расчет по образованию нормальных трещин)

1.5 Определение момента образования трещин в изгибаемых ненапряженных элементах

Рассмотрим сечение, симметричное относительно плоскости действия сил, железобетонного элемента с сжатой S' и растянутой S ненапрягаемой арматурой. «В соответствии с принятыми основными положениями расчета эпюры напряжений и деформаций имеют вид, показанный на рисунке 1.3» [1].

Вычислим напряжения для сжатой зоны бетона и в стержнях арматуры. «Напряжение в бетоне на уровне крайнего сжатого волокна при $\gamma = 1$ (неупругие деформации бетона не учитываются)» [1].

$$\sigma'_b = \frac{2R_{bt,ser}}{E_b} \frac{x}{h-x} E_b \bar{\nu} = 2R_{bt,ser} \frac{x}{h-x}. \quad (1.1)$$

Напряжение в бетоне на уровне центра тяжести площади сжатой зоны (среднее напряжение)

$$\sigma'_{bm} = \sigma'_b (y'_m / x). \quad (1.2)$$

Напряжение в растянутой и сжатой арматуре (без учета напряжений от усадки и ползучести бетона) соответственно:

$$\sigma'_s = \frac{2R_{bt,ser}}{E_b} \frac{x - a'}{h - x} E_s = 2R_{bt,ser} \frac{x - a'}{h - x} \alpha; \quad (1.3)$$

$$\sigma_s = \frac{2R_{bt,ser}}{E_b} \frac{h - x - a}{h - x} E_s = 2R_{bt,ser} \frac{h - x - a}{h - x} \alpha. \quad (1.4)$$

Отсюда усилия, воспринимаемые бетоном и арматурой непосредственно перед образованием трещин:

$$N_b = 2R_{bt,ser} \frac{x}{h - x} \frac{y'_m}{x} A_b = \frac{2R_{bt,ser} S'_{b,0}}{h - x}; \quad (1.5)$$

$$N'_s = 2R_{bt,ser} \frac{x - a'}{h - x} \alpha A'_s = \frac{2R_{bt,ser} \alpha S'_{s,0}}{h - x}; \quad (1.6)$$

$$N_s = 2R_{bt,ser} \frac{h - x - a}{h - x} \alpha A_s = \frac{2R_{bt,ser} \alpha S_{s,0}}{h - x}; \quad (1.7)$$

$$N_{bt} = R_{bt,ser} A_{bt}, \quad (1.8)$$

где $S'_{b,0}$, $S'_{s,0}$, $S_{s,0}$ – статические моменты площадей сечения соответственно сжатой зоны бетона, арматуры S' и относительно нулевой линии; A_{bt} – площадь сечения растянутой зоны бетона» [1].

«Из условия равенства нулю суммы проекций всех продольных сил получим выражение» [1]:

$$\frac{2}{h - x} (S'_{b,0} + \alpha S'_{s,0} - \alpha S_{s,0}) - A_{bt} = 0, \quad (1.9)$$

или формулу, приведенную в СНиП 2.03.01-84,

$$S'_{b,0} + \alpha S'_{s,0} - \alpha S_{s,0} = (h - x) A_{bt} / 2. \quad (1.10)$$

«Из равенства (1.10) можно найти положение нулевой (нейтральной) линии. После этого можем определить момент внутренних сил относительно

нулевой линии. Он равен внешнему моменту M_{crc} непосредственно перед образованием трещин» [1]

$$M_{crc} = N'_b y'_b + N'_s (x - a') + N_s (h - x - a) + N_{bt} y_{bt}, \quad (1.11)$$

Или, подставляя определенные ранее уравнения для напряжений в бетоне и арматуре, получим:

$$M_{crc} = R_{bt,ser} \left[\frac{2}{h-x} (S'_{b,0} y'_b + \alpha A'_s (x - a')^2 + \alpha A_s (h - x - a)^2) + A_{bt} y_{bt} \right] \quad (1.12)$$

где « y'_b - расстояние от равнодействующей усилий в сжатой зоне до нулевой линии, $y'_b = I_{b,0} / S'_{b,0}$; y_{bt} - расстояние от равнодействующей усилий в растянутой зоне до нулевой линии» [1].

Отсюда можно записать выражение, принятое в СНиП 2.03.01-84;

$$M_{crc} = R_{bt,ser} W_{pl}, \quad (1.13)$$

где

$$W_{pl} = \frac{2(I_{b0} + \alpha I_{s0} + \alpha I'_{s0})}{h-x} + S_{b0}; \quad (1.14)$$

I_{b0} , I_{s0} , I'_{s0} - моменты инерции площадей сечения соответственно сжатой зоны бетона, арматуры S и S' относительно нулевой линии; « W_{pl} - момент сопротивления приведенного сечения для крайнего растянутого волокна (с учетом неупругих деформаций растянутого бетона)» [1]. «Это геометрическая величина, отвечающая принятым эпюрам напряжений в сжатой (треугольной) и растянутой (прямоугольной) зонах сечения» [1].

Исходя из формулы (1.10), определим высоту сжатой зоны двутаврового сечения как сечения общего вида – прямоугольного, таврового и двутаврового. Используемые в этой формуле величины равны:

$$S'_{b0} = \frac{bh^3}{2} + (b_f - b)h_f \left(x - \frac{h_f}{2} \right)$$

$$S'_{s0} = A'_s (x - a'); \quad S_{s0} = A_s (h - x - a);$$

$$A_{bt} = b(h - x) + (b_f - b)h_f$$

После подстановки и преобразований получим:

$$x = \frac{bh^3 + (b_f - b)h_f h + (b'_f - b)h_f^2 + 2\alpha A_s (h - a) + 2\alpha A'_s a}{2bh + 2(b'_f - b)h'_f + (b_f - b)h_f + 2\alpha(A_s + A'_s)}$$

или

$$h - x = \frac{\frac{bh^3}{2} + (b'_f - b)h'_f (h - \frac{h'_f}{2}) + \alpha A_s a + \alpha A'_s (h - a)}{bh + (b'_f - b)h'_f + \alpha(A_s + A'_s) + (b_f - b)h_f / 2}.$$

Выражение для h -х можно записать обобщенно

$$h - x = S_{red} / A_{red}, \quad (1.15)$$

где « S_{red} – статический момент площади приведенного сечения, вычисленный без учета площади сечения растянутых свесов, относительно растянутой грани; A_{red} – площадь приведенного сечения, вычисленная без учета половины площади сечения растянутых свесов» [47].

Для упрощения вычислений W_{pl} составлены таблицы, которые приводятся в пособиях к СНиП 2.03.01-84. В них приведены значения коэффициента γ , с помощью которого момент сопротивления W_{pl} вычисляется по формуле

$$W_{pl} = \gamma W_{red}, \quad (1.16)$$

где « W_{red} – момент сопротивления приведенного сечения, определяемый как для упругого тела» [47].

Момент W_{pl} так же может быть вычислен по приближенной формуле

$$W_{pl} = [0,292 + 0,75(\gamma_1 + 2\mu_1\alpha) + 0,075(\gamma'_1 + 2\mu'_1\alpha)]bh^2, \quad (1.17)$$

$$\text{где } \gamma_1 = \frac{(b_f - b)h_f}{bh}; \quad \gamma'_1 = \frac{2(b'_f - b)h'_f}{bh};$$

$$\mu_1 = A_s / (bh); \quad \mu'_1 = A'_s / (bh); \quad \alpha = E_s / E_b.$$

При выводе этой формулы было принято: $x=0,5h$, $a/h=0,08$; $a'/h=0,08$. При значениях $\mu\alpha \leq 0,25$ и $\gamma'_1 \leq 0,3$ погрешность вычисления W_{pl} по формуле (1.17) незначительна.

1.6 Исследования авторов предложенные в научной литературе

Трещиностойкость железобетонных изгибаемых конструкций в работе [2] рассматривалось с учетом энергетических характеристик единичного потенциала упруго-пластических деформаций. Автор предполагает что, «различие в трещиностойкости бетона при изгибе, по сравнению с упругой стадией, обусловлено пластическим ограничением напряжений» [2] при формировании в истоке начальной трещины зоны ослабленных структурных связей, зоны предразрушения, размером r_{po} . Параметр пластического ограничения напряжений целесообразно выразить, как соотношение энергетических характеристик единичного потенциала упруго-пластических деформаций ω_{pt} и упругих деформаций растянутого бетона ω_{py} при отношении относительных высот зоны растяжения ξ_{po} и ξ_{py} .

Для установления резервов трещиностойкости целесообразно выявить наличие зависимости m_p от конструктивных параметров железобетона при изгибе: высоты прямоугольного сечения и степени армирования. «Возникновение зоны предразрушения в истоке начальной трещины вследствие процессов микротрещинообразования повышает предельную растяжимость бетона при изгибе ε_{pt} по сравнению с предельной растяжимостью ε_{po} при осевом растяжении» [2]. В результате этого на эпюре деформаций растянутого бетона в состоянии перед образованием начальной трещины уровень развития зоны предразрушения отсекает величину предельной растяжимости бетона при осевом растяжении ε_{po} , выделяя приращение предельной растяжимости при изгибе $\varepsilon_{pt} - \varepsilon_{po}$.

Формула, полученная на основе принципа пластического ограничения напряжений с введением энергетических характеристик и учета мас-

штабного фактора, дает достаточно хорошее совпадение с эмпирическим выражением

СНиП 2.03.01—84 до определенной высоты сечения.

При высоте прямоугольного сечения, характерного для балочных элементов, неучет масштабного фактора эмпирической формулой СНиПа приводит к существенной переоценке трещиностойкости при слабом армировании, что особенно существенно в условиях эксплуатации.

В работе [3] были выполнены испытания балочек из высокопрочного порошкового бетона на изгиб с трещинами в растянутой зоне и без трещин. Проведено сравнение моментов трещинообразования, рассмотрено влияние неупругих деформаций растянутой зоны на прочность бетона при изгибе. Получены данные об изменении прочности исследованного бетона на изгиб во времени. Автор приходит к выводам, что:

1. Изменение момента трещинообразования исследованного бетона носит необычный характер, проявляющийся в снижении момента трещинообразования после возраста 28 суток. Этот факт требует более подробного исследования с целью выявления причин и границ снижения прочности изгибаемых элементов со временем.

2. Наличие концентратора напряжений в виде трещины приводит к снижению коэффициента γ при одинаковой высоте сечения на величину от 8% до 36% в возрасте бетона от 7 до 28 суток.

3. Более высокое значение момента трещинообразования призм с трещиной, чем у призм без трещины в возрасте 60 суток, а также связанное с этим нехарактерное соотношение коэффициентов γ требует проведения дополнительных исследований.

В работе [4] на численном примере изгибаемого элемента (СНиП 2.03.01-84*, Еврокод-2, СНиП 52-01-2003, АСІ 318-11) представлен срав-

нительный анализ момента образования трещин в зависимости от длительности загрузки и процента армирования.

Строительные нормы	Длительность загрузки	Значение момента трещинообразования $M_{кр}$, кН·м							
		0,1%	0,25%	0,5%	1,0%	1,5%	2,0%	2,5%	3,0%
СНиП 2.03.01-84*	кратковременная	106,9	107,0	107,1	106,6	105,3	103,4	100,9	97,8
	длительная								
СНиП 52-01-2003 СП 52-101-2003	кратковременная	80,7	82,8	86,3	93,3	100,3	107,4	114,4	121,4
	длительная								
EN 1992-1-1:2004	$\varphi = 2,8$	78,7	85,2	96,0	117,7	139,3	161,0	182,6	204,3
	$\varphi = 3,2$	79,2	86,4	98,4	122,4	146,4	170,5	194,5	218,5
ACI 318-11	кратковременная	107,8	107,8	107,8	107,8	107,8	107,8	107,8	107,8
	длительная								

Рисунок 1.4 – Значения момента трещинообразования в зависимости от длительности загрузки и суммарного процента армирования сечения изгибаемого элемента

В работе [5] автор приводит сравнительную оценку теоретических и опытных значений момента трещинообразования в железобетонных составных конструкциях. Расчёт выполнялся с учетом относительного сосредоточенного сдвига в шве сопряжения элементов, пластических параметров железобетона и прочих особенностей, характерных для данного типа конструкций.

Приводятся результаты сравнения экспериментальных значений моментов образования трещин для составных железобетонных элементов, в том числе предварительно напряженных, которые показали, что учет в методике расчета таких ключевых характеристик, как относительный сосредоточенный сдвиг, пластические деформации сжатого бетона, классов бетона, составляющих элементов сечения обеспечивает хорошее согласование экспериментальных и расчетных данных.

В работе [6] «автором представлен метод учета усадочных деформаций (напряжений) в расчетах железобетонных конструкций по деформациям. Результаты данных исследований рекомендуется применять при проектировании конструкций из монолитного железобетона, там, где бетон набирает прочность в естественных условиях» [6].

«Расчетные зависимости, построенные по опытным данным без учета деформаций (напряжений) от усадки бетона, могут переоценивать жесткость железобетонных элементов с трещинами особенно с малым процентом армирования сечения при естественных условиях твердения бетона. В зоне активного сцепления по отношению к арматуре силы сцепления могут быть сведены к распределенной нагрузке, направленной по ее оси. Однако вблизи трещин при передаче нагрузки на арматуру следует учитывать расклинивающее действие арматуры на бетон» [6].

В работе [7] автор рассматривает бетон как композитный материал, имеющий множество начальных трещин, возникающих при твердении. За расчетный показатель трещинообразования принимается усилие (момент или продольная сила), когда микротрещины объединяются в макротрещины и становятся видимыми. Приводятся базовые положения по определению момента образования нормальных трещин в изгибаемых элементах по деформационной теории, рекомендованной СП 63.13330.2012. На основе двухлинейной расчетной диаграммы деформирования бетона при сжатии и растяжении получены выражения для определения момента образования трещин с учетом обычной и предварительно напряженной арматуры. По данным зависимостям проведены численные исследования, и результаты сопоставлены с известными опытными данными. Выявлено, что полученные по СП 63.13330.2012 результаты дают заниженные показатели момента образования трещин. Разработаны предложения по корректировке параметров расчетной двухлинейной диаграммы состояния бетона для лучшей сходимости с экспериментальными данными. Автор приходит к выводам:

1. При использовании двухлинейной диаграммы состояния бетона с приведенным модулем упругости E_{bred} для определения момента образования нормальных к продольной оси трещин значения получаются заниженными по сравнению с опытными данными в среднем на 31%.

2. «С целью уточнения теоретического момента образования трещин нормальных к продольной оси элемента в двухлинейной диаграмме состояния бетона рекомендовано принимать E_b с коэффициентом учета неупругих деформаций 0,85» [7].

3. В СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» было бы рациональным оставить методику определения упругопластического момента сопротивления сечения при образовании трещин по СНиП 2.03.01-84*.

В работе [8] автором ставилась задача совершенствования теоретических диаграмм деформирования бетона, разработанных академиком Н.И. Карпенко, при растяжении и сжатии для расчета момента трещинообразования и предельного момента в изгибаемых железобетонных элементах. Для этого в описывающих диаграммы уравнениях, были выбраны коэффициенты (корректировочные), значение которых следует использовать в диаграммном методе расчета. В виде образца сравнения в работе принимается методика расчета по методу предельных состояний СНиП 2.03.01-84*. Установлена достаточная сходимость теоретических и опытных результатов.

1. «Было установлено, что расхождение полученных результатов при определении момента образования трещин M_{crsi} предельного момента M_{ult} по сравниваемым методикам зависит от процента армирования и класса бетона по прочности на сжатие/растяжение» [8].

2. «Для получения лучшей сходимости расчетных данных при определении M_{crsi} M_{ult} , полученных по диаграммному методу, в выражениях, описывающих диаграммы деформирования бетона при сжатии и растяжении, подобраны корректирующие коэффициенты, значение которых рекомендуется использовать в расчетах по диаграммной методике по общим группам предельных состояний» [8].

3. «При вычислении $M_{crс}$, $M_{ultс}$ использованием предложенных зависимостей для железобетонных сечений, в которых $\xi \leq \xi_r$, существенных расхождений не наблюдается» [8].

В работе [9] автором рассматриваются методы расчета величины момента трещинообразования в железобетонном элементе без преднапряжения арматуры. «Согласно действующему СП 63.13330.2012, расчет момента образования трещин допускается производить по двум методам. Это расчет с использованием упругопластического момента сопротивления сечения и расчет по нелинейной деформационной модели» [9]. «В данной работе произведен сравнительный анализ величин моментов трещинообразования и значений сопутствующих параметров (высоты сжатой зоны, деформаций бетона и арматуры) рассчитанных по различным методикам. При выполнении расчета по нелинейной деформационной модели применялись двухлинейные и трехлинейные диаграммы состояния бетона с параметрами, приведенными в СП 63.13330.2012» [47].

В работе [10] представлен метод расчета трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов с участками нарушенного сцепления арматуры с бетоном, основанный на модели составных стержней. Приведен вывод основных зависимостей для определения момента образования трещин с учетом упругой и упругопластической работы бетона. «Дана качественная и количественная оценка влияния длины участка нарушенного сцепления на момент трещинообразования при различных процентах армирования образцов. Сделаны выводы о влиянии размеров участка нарушенного сцепления на момент трещинообразования в изгибаемых элементах.

Для балок со свободным сдвигом арматуры на опорах» [10]:

- «если длина участков нарушенного сцепления составляет более 40 % от общей длины элемента, при их расположении от опорной зоны до середины элемента происходит снижение $M_{crс}$ (по сравнению с балкой без нарушенного сцепления)» [10];

- «при более значительном проценте армирования ($p > 2,5 \%$) и полном отсутствии сцепления снижение $M_{сгс}$ достигает 33 % и соответствует моменту образования трещин в бетонной балке с отсутствием армирования» [10];

- «при малом проценте армирования ($p < 1,0 \%$) падение $M_{сгс}$ менее 9 %, даже при полном отсутствии сцепления арматуры с бетоном» [10].

«В элементах с дополнительным закреплением арматуры на опорах при большом проценте армирования снижение $M_{сгс}$ не превышает 12% при полном отсутствии сцепления, и арматура продолжает участвовать в работе элемента» [10].

В работе [11] автором рассматривается задача по определению момента трещинообразования в изгибаемых железобетонных конструкциях. «Показано, что усилие, при котором образуются трещины, в значительной степени зависит от коэффициента упругости бетона при растяжении, равного отношению упругой части деформации к предельным значениям растяжимости бетона. Приводится заключение, что анализ влияния коэффициента упругости бетона при растяжении на относительный показатель трещиностойкости бетонных и железобетонных конструкций показывает значимость этой характеристики при расчётах по второй группе предельных состояний и обуславливает необходимость его нормирования» [11]. Так же говорится, что экспериментов по определению трещиностойкости неармированного бетона мало и они имеют достаточно невысокую достоверность ввиду разброса получаемых данных вследствие хрупкости процесса разрушения. «Подобные опыты на армированных образцах позволяют получить значительно более надёжные результаты по определению коэффициента упругости растянутой зоны. Необходимо только выделить, какую часть момента трещинообразования конструкция воспринимает за счёт арматуры. Предложенная теория обладает такой возможностью» [11].

В работе [12] представлено построение численных моделей, достоверно описывающих процессы трещинообразования и развития трещин в железобетоне, позволяющее оценивать несущую способность и ресурс прочности того или иного конструктивного элемента без привлечения дорогостоящих натуральных экспериментов. В настоящей работе рассмотрена конечно-элементная модель разрушения бетона на примере четырехточечного изгиба балки прямоугольного сечения. Проведено сравнение результатов квазистатического расчета и решения, учитывающего силы инерции. В качестве обоснования целесообразности учета сил инерции приводится оценка вклада кинетической энергии в момент трещинообразования в общую механическую энергию системы, который составляет более 30%. Выполнено сопоставление характера распределения трещин, полученных расчетным путем и наблюдаемых в эксперименте. Установлено, что в эволюции процесса трещинообразования доминирующую роль играет механизм разрушения связей между арматурой и бетоном.

Результаты численного моделирования позволили установить, что на этапе активного трещинообразования на долю кинетической энергии приходится порядка 32% всей энергии балки, доля упругой энергии составляет ~68%. Это говорит о значительном вкладе сил инерции в процесс разрушения балки. Проведенный численный эксперимент показал, что адекватное моделирование характера взаимодействия арматуры с бетоном очень существенно для описания эволюции разрушения железобетонной балки. Необходимо как можно точнее моделировать это взаимодействие. Такой вариант моделирования предполагается осуществить в будущем. Сравнение результатов эксперимента и расчетов, полученных при моделировании двух типов нагружения, показало, что при силовом нагружении, в отличие от кинематического, наблюдается характерный скачок перемещений на этапе активного трещинообразования; расчетная кривая, соответствующая

силовому нагружению, в зоне активного трещинообразования дает значения, лучше соответствующие экспериментальным данным.

В работе [13] приведены результаты сравнения разных конечно-элементных подходов для моделирования процессов образования трещин в деформируемых телах.

В работе [14] разработаны новые выражения для описания диаграмм деформирования бетона при одноосном кратковременном растяжении/сжатии с использованием положений теории накопления повреждений, относящейся к перспективному направлению для описания процессов разрушения строительных материалов и конструкций из них, это достигнуто введением в зависимости « $\sigma - \epsilon$ » деформационного критерия повреждаемости. Проведена проверка достоверности получаемых по диаграммному методу с использованием предложенных диаграмм результатов на примере изгибаемых бетонных и железобетонных элементов. Для этого выполнено сравнение моментов трещинообразования M_{crsi} разрушающих моментов M_{ult} , вычисленных по методике СНиП 2.30.01-84*, принятой за эталонную, и по предлагаемому подходу.

В работах [15,16,17,18] рассматривается современное состояние теории накопления повреждений, которая является одним из перспективных направлений к описанию первой и второй стадии работы бетона при растяжении и сжатии.

В работе [19] основной целью автора является «разработка единой методики расчета прочности, жесткости, момента образования нормальных трещин и ширины их раскрытия в изгибаемых железобетонных элементах» [19]. «Для этого применена авторская нелинейная деформационная модель, которая основана на диаграммах деформирования материалов, полученных академиком Н.И. Карпенко. Расчет ширины раскрытия трещин с применением данной модели выполнен впервые, а сравнение результатов расчета с экспериментальными данными показало, что предложенная методика поз-

воляет достоверно определять величину a_{cr} . Данная методика расчета позволяет определять величину a_{cr} на всем интервале загрузки изгибаемого элемента после образования нормальных трещин, что подтверждает сравнение теоретических и экспериментальных данных (расхождение для рассмотренного примера составило менее 15 %)» [19].

В работе [20] рассмотрено определение момента трещинообразования железобетонного изгибаемого элемента с использованием диаграмм деформирования бетона. В основе расчета лежит I стадия напряженно-деформированного состояния. В сжатой зоне принята треугольная эпюра напряжения, в растянутой — двухлинейная трапецевидная. Представлены расчеты прямоугольного железобетонного сечения, таврового сечения без предварительно напряженной арматуры и двутаврового сечения с предварительно напряженной арматурой. Проведено сравнение моментов трещинообразования, полученных предлагаемым способом и способом ядровых моментов.

В работе [21] изложен метод расчёта железобетонных элементов, основанный на включении в систему внутренних усилий результирующего вектора напряжений вблизи вершины трещины, где значения упругих напряжений превышают расчётное сопротивление бетона растяжению. Данный метод позволяет достаточно точно по сравнению с классическими расчётными схемами определить характеристики напряженно-деформированного состояния конструктивных элементов во всех стадиях их работы. Его применение может оказаться полезным при обработке экспериментов, оценке остаточной несущей способности конструкций при технических обследованиях, в практике расчёта и проектирования железобетонных конструкций.

В работе [22] говорится о том, что в области макроразрушения вероятностная природа твердых пористых неоднородных тел приводит к осо-

бой иерархической картине трещинообразования и вложенной блочной структуре.

«На основе единого механизма повреждения бетона и горных пород в области макроразрушения предложена условно нормализованная иерархическая схема в трещинообразовании бетона. Она включает многоступенчатое появление трещин разного уровня, которые очерчивают соответственно вложенную блочную систему, состоящую из микро-, мезо- и макроструктуры» [22].

«Предложенная схема иерархии в трещинообразовании, несмотря на большой разброс, не противоречит многим картинам трещин из экспериментальных исследований. Наибольшее подтверждение она получила в результате раздробления высоких балок под равномерным ударно-волновым воздействием» [22].

«Условно нормализованная схема иерархии в трещинообразовании представляет собой базу для создания методики живучести при предотвращении катастроф, уточнения предельных величин раскрытия трещин и прогибов в больsherазмерных конструкциях» [22].

В статье [23] приводятся «результаты специально поставленных экспериментальных исследований внецентренно нагруженных железобетонных элементов составного сечения» [22]. «Построены графики экспериментальных деформаций сжатого бетона и растянутой арматуры в поперечном сечении опытного образца на разных уровнях силового сопротивления внецентренно сжатых элементов. Установлены характерные схемы трещинообразования в растянутом бетоне и характерные схемы разрушения сжатого бетона для рассматриваемых составных элементов» [23].

«Приведенные данные экспериментальных исследований процессов деформирования и трещинообразования в составных железобетонных элементах позволяют выполнить оценку эффективности предложенной уточненной модели сопротивления составных внецентренно сжатых железобе-

тонных элементов, которая учитывает структуру составного сечения и эффект нарушения сплошности при трещинообразовании» [24].

В работе [25] «методом конечных элементов в комплексе SCADoc осуществлено моделирование процесса трещинообразования в железобетонной балке и исследование ее напряженно-деформированного состояния под равномерно распределенной нагрузкой, увеличиваемой вплоть до разрушения балки» [25]. «Выявлено, что трещины в балке образуются скачкообразно, симметричными относительно центрального сечения парами. Учитывалось микротрещинообразование в бетоне в зоне сцепления с арматурой. Изгибная жесткость балки определялась через прогибы ее оси, получаемые в результате расчета. Установлено, что после образования трещин интегральная изгибная жесткость балки уменьшается примерно в трираза. Учет этого эффекта весьма важен при составлении комплексных расчетных схем сооружений с железобетонным каркасом» [25].

В статье [26] «приведены результаты экспериментальных исследований по разработанной методике и выполнен анализ деформирования и трещинообразования многоэтажных монолитных железобетонных конструктивных систем в предельных и запредельных состояниях» [26]. «Запредельное состояние моделировалось внезапным выключением из несущей системы опытного образца одного из вертикальных несущих элементов. Проанализирована схема образования, развития и раскрытия трещин при проектной нагрузке и запроектом воздействии. Выполнена количественная оценка приращений ширины раскрытия трещин в элементах конструктивной системы от внезапного выключения вертикального несущего элемента. Приведен анализ динамических догрузений несущих элементов системы, вызванных рассматриваемым аварийным воздействием. Установлены факторы, влияющие на количественные значения интенсивности динамического догружения» [26].

«Экспериментальными исследованиями фрагмента монолитного железобетонного каркаса здания изучены особенности статико-динамического деформирования такой конструктивной системы в предельных и запредельных состояниях» [26].

Выводы по первой главе

Метод предельных состояний, основанный на эмпирических зависимостях по опытным данным, показал свою надежность при вычислении момента образования трещин в изгибаемых элементах. Однако современные нормативные документы рекомендуют производить расчет на трещинообразование по нелинейной деформационной модели с использованием нормированных диаграмм деформирования бетона и арматуры.

Глава 2. Деформационный метод расчета момента образования нормальных трещин

2.1 Предложение к аналитическому описанию диаграмм деформирования бетона и арматуры при статическом нагружении

«Деформационный метод расчета железобетонных конструкций с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры за рубежом и в последние годы в нашей стране приобрел статус приоритетного, так как обеспечивает высокую степень надежности в оценке их прочностных и деформативных свойств. Расчет железобетонных элементов по образованию нормальных трещин по нелинейной деформационной модели производят на основе диаграмм осевого растяжения бетона и гипотезы плоских сечений» [27]. Современные нормативные документы [47] для проектирования «рекомендуют в качестве расчетных, аппроксимирующих криволинейные экспериментальные кривые деформирования бетона, стальной арматуры и устанавливающих связь между относительными деформациями и напряжениями, использовать кусочно – линейные (двухлинейные и трехлинейные) и нелинейные диаграммы, отвечающие механическим свойствам материалов» [47].

В настоящее время существуют несколько предложений по описанию диаграмм и установлению аналитических связей между напряжениями и деформациями, наиболее полно отвечающие опытным данным, представлены в работах [29,30,33]. Диаграммный метод расчета позволяет разрабатывать модели деформирования железобетонных конструкций при по-

вторных нагрузках, определять накопление остаточных деформаций в процессе их эксплуатации [34,35,38,42,43,44].

Расчеты железобетонных конструкций на ЭВМ по специализированным программам сводятся к установлению связей в физических соотношениях между усилиями и деформациями через коэффициенты жесткости. Процедура расчета включает: выделение по высоте сечения элементарных участков и, используя аналитические связи между напряжениями и деформациями в диаграммах деформирования материалов, для каждого участка определяются значения напряжений и после проверки равновесия усилий в сечениях вычисляются внутренние усилия, величина которых не должна превышать усилий от внешних воздействий [28;29;30]. Нелинейная задача решается методом численного моделирования [28], в приращениях [35], методом последовательных приближений (итераций), последовательно изменяя значения деформаций (кривизны) до выполнения условия равновесия усилий в сечении с заданной точностью [31,32,40,41]. Когда в расчетах используется криволинейная диаграмма деформирования бетона с восходящими и ниспадающими ветвями, точность расчета, как показали исследования [38, 39,45], зависит от количества участков разбиения сечения.

Процедуры приведения к разрешающим уравнениям в программных комплексах являются закрытыми для пользователей, что затрудняет освоение методов расчета железобетонных конструкций по нелинейной деформационной модели магистрантами в учебном процессе и проектными организациями. При использовании в расчетах, рекомендуемых нормами, кусочно-линейных диаграмм в регулярных сечениях формируются ограниченное количество участков: два для двухлинейных диаграмм, три для трехлинейных диаграмм, процедура последовательных приближений значительно упрощается и можно применять в расчетах доступные в учебном процессе и практике проектирования системы автоматизированного проек-

тирования AutoCAD компании Autodesk, в программе Microsoft Excel. Кроме того важно определить насколько результаты расчета зависят от вида диаграмм и насколько они отличаются от результатов расчета, выполненных по методу предельного состояния [31, 40], который за длительную историю применения в практике проектирования показал свою высокую надежность и работоспособность.

2.2 Нормируемые диаграммы состояния бетона и арматуры

«Диаграммы состояния бетона применяют в расчетах железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели. В качестве расчетных диаграмм состояния бетона, определяющих связь между напряжениями и относительными деформациями, могут быть использованы любые виды диаграмм бетона: криволинейные (рис. 2.3), в том числе с ниспадающей ветвью, кусочно-линейные (двухлинейные и трехлинейные), отвечающие поведению бетона. При этом должны быть обозначены основные параметрические точки диаграмм» [1].

«В качестве рабочих диаграмм состояния тяжелого, мелкозернистого и напрягающего бетона, определяющих связь между напряжениями и относительными деформациями, принимают упрощенные трехлинейную и двухлинейную диаграммы (рисунок 2.1, 2.2)» [1].

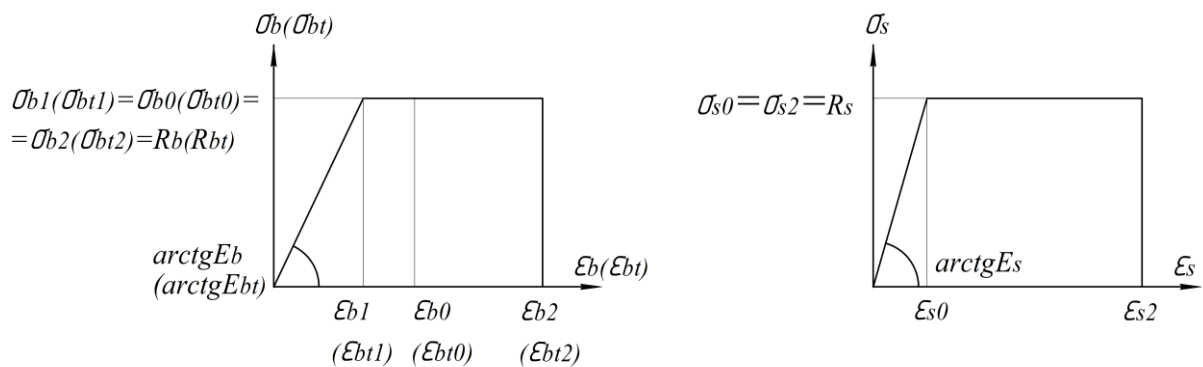


Рисунок 2.1 – Кусочно-линейные (двухлинейные) диаграммы бетона и арматуры

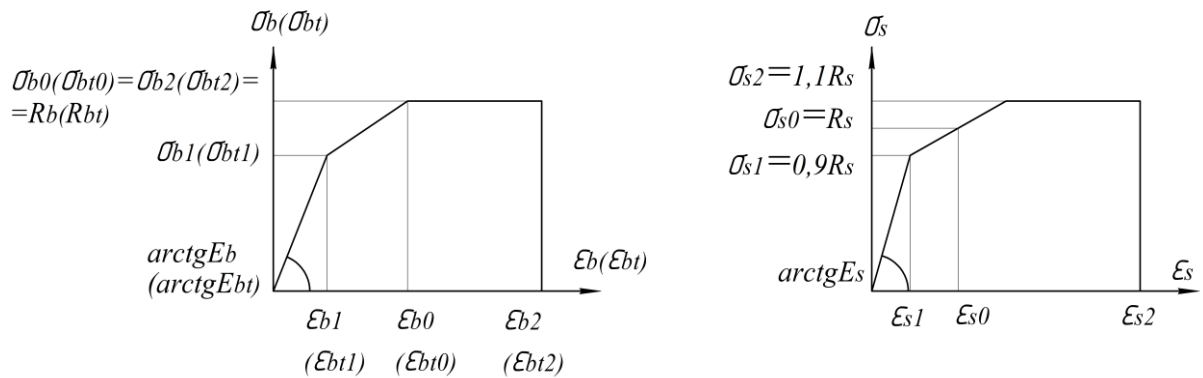


Рисунок 2.2 – Кусочно-линейные (трехлинейные) диаграммы бетона и арматуры

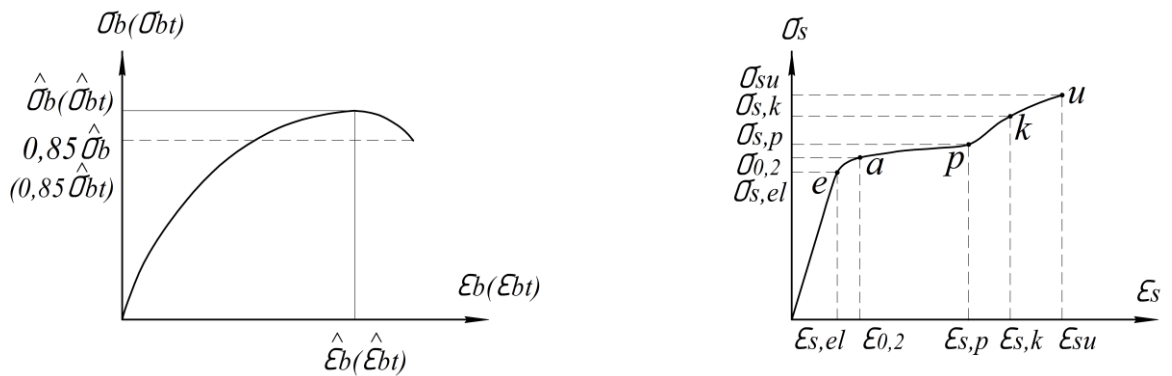


Рисунок 2.3 – Криволинейные диаграммы деформирования бетона и арматуры

«При трехлинейной диаграмме сжимающие напряжения бетона σ_b в зависимости от относительных деформаций укорочения бетона ϵ_b определяют по формулам» [1]:

$$\text{при } 0 \leq \epsilon_b \leq \epsilon_{b1}$$

$$\sigma_b = E_b \epsilon_b; \quad (2.1)$$

$$\text{при } \epsilon_{b1} < \epsilon_b < \epsilon_{b0}$$

$$\sigma_b = 1 - \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \frac{\epsilon_b - \epsilon_{b1}}{\epsilon_{b0} - \epsilon_{b1}} + \frac{\sigma_{b1}}{R_b} R_b \quad (2.2)$$

$$\text{при } \epsilon_{b0} \leq \epsilon_b \leq \epsilon_{b2}$$

$$\sigma_b = R_b. \quad (2.3)$$

Значения напряжений σ_{b1} , относительных деформаций ε_{b1} и ε_{b2} (при непродолжительном действии нагрузки) соответственно принимают: $\sigma_{b1} = 0,6R_b$, $\varepsilon_{b1} = \frac{\sigma_{b1}}{E_b}$, $\varepsilon_{b2}=0,0035$.

При двухлинейной диаграмме сжимающие напряжения бетона σ_b в зависимости от относительных деформаций ε_b определяют по формулам:

$$\text{при } 0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b1}, \text{ где } \varepsilon_{b1} = \frac{R_b}{E_{b,red}}$$

$$\sigma_b = E_{b,red}\varepsilon_b; \quad (2.4)$$

$$\text{при } \varepsilon_{b1} \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b2}$$

$$\sigma_b = R_b. \quad (2.5)$$

«Линейные диаграммы учитывают только нелинейность деформаций ползучести и не описывают нелинейность упруго – мгновенных деформаций. В расчетах на прочность при проектировании конструкций на длительные эксплуатационные нагрузки статического характера такой подход вполне объясним. При кратковременных нагружениях, нагрузках динамического, сейсмического характера, изменяющихся по некоторым циклическим закономерностям, расчет конструкций необходимо выполнять с учетом необратимости части нелинейных упруго - мгновенных деформаций, их деформаций 2-го рода и псевдопластических деформаций» [1].

«Бетон в этом случае характеризуется нелинейными зависимостями между напряжениями и деформациями (нелинейными физическими соотношениями), а диаграммы имеют криволинейный вид» [1].

«Исходные диаграммы деформирования арматуры для железобетонных конструкций описываются двумя диаграммами. Первая диаграмма связывает напряжения σ_s с деформациями ε_s в трещине и описывается уравнениями для свободной арматуры, при этом в формулах индекс b формально заменяется на индекс s . Вторая диаграмма $\sigma_s - \varepsilon_{sm}$ связывает напряжения в арматуре в трещинах σ_s со средними ее деформациями

ε_{sm} , которые из-за сцепления арматуры с бетоном оказываются меньше деформаций ε_s . Работу растянутого бетона на участке с трещинами учитывают коэффициентом ψ_s . Вводится коэффициент, так называемый средний, секущего модуля деформаций арматуры на участке между трещинами ν_{sm} » [1].

«В качестве расчетной диаграммы состояния арматуры средней принимают двухлинейную диаграмму по типу диаграммы Прандтля, которую описывают зависимостями» [1]:

$$\begin{aligned} \text{при } 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{s0} \\ \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \text{при } \varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{s2} \\ \sigma_s = R_s \end{aligned} \quad (2.7)$$

«Значение максимальной относительной деформации ε_{s2} , определяющей границу пластического участка диаграммы, принимают равной $\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{bu}$ » [1].

«Значение относительной деформации ε_{s0} , определяющей границу упругого участка диаграммы, принимают равной» [1]:

$$\varepsilon_{s0} = \frac{R_s}{E_s}. \quad (2.8)$$

«Для высокопрочных арматурных сталей принимают криволинейную или кусочно-линейную зависимости, смоделированные по данным экспериментальных диаграмм деформирования арматуры. Максимальные относительные деформации такой арматуры могут определяться как соответствующие условному или физическому пределу текучести» [1].

2.3 Основные расчетные предпосылки деформационного метода расчета

Критерием образования трещин является достижение на крайнем волокне растянутого бетона значений относительных деформаций, превышающих предельные деформации бетона при осевом растяжении [29, 37, 47].

Рассмотрим сечение, симметричное относительно плоскости действия сил, железобетонного элемента с многорядным армированием ненапрягаемой арматурой (рис.2.4). В соответствии с принятыми положениями, используя двухлинейные диаграммы состояния бетона и арматуры, эпюры деформаций и напряжений имеют вид, показанный на рисунке 2.4 (б,в). Основным действием в процессе определения момента трещинообразования является проверка уравнения равновесия усилий, которое согласно эпюры напряжений имеет вид

$$N_{b2} + N_{b3} + \sum_{i=1}^k \sigma_{si} A_{si} - N_{b1} - \sum_{j=1}^n \sigma_{sj} A'_{sj} = 0 \quad (2.9)$$

при условии: $\varepsilon_{bt,ult} = \varepsilon_{bt2} = 0,00015$ (согласно СП, рассматривается непродолжительное действие нагрузки), $\sigma_b = \varepsilon_b E_b$, $\sigma_{si} = \varepsilon_{si} E_s$, $\sigma_{sj} = \varepsilon_{sj} E_s$,

«где ε_{bt2} – предельные относительные деформации бетона при осевом растяжении на крайнем волокне растянутой зоны, σ_b и ε_b - соответственно напряжение и относительные деформации сжатия на крайнем волокне сжатой зоны бетона» [1]; ε_{si} и σ_{si} - соответственно деформации и напряжения в арматуре растянутой зоны бетона; ε_{sj} и σ_{sj} - соответственно деформации и напряжения в арматуре сжатой зоны; N_{b1} - усилие в бетоне сжатой зоны на участке распределения напряжений $x = h_1$ (x - высота сжатой зоны бетона); N_{b2} - усилие в бетоне растянутой зоны на участке распределения напряжений h_2 ; N_{b3} - усилие в бетоне растянутой зоны на участке распределения напряжений h_3 ; E_s - модуль упругости стали.

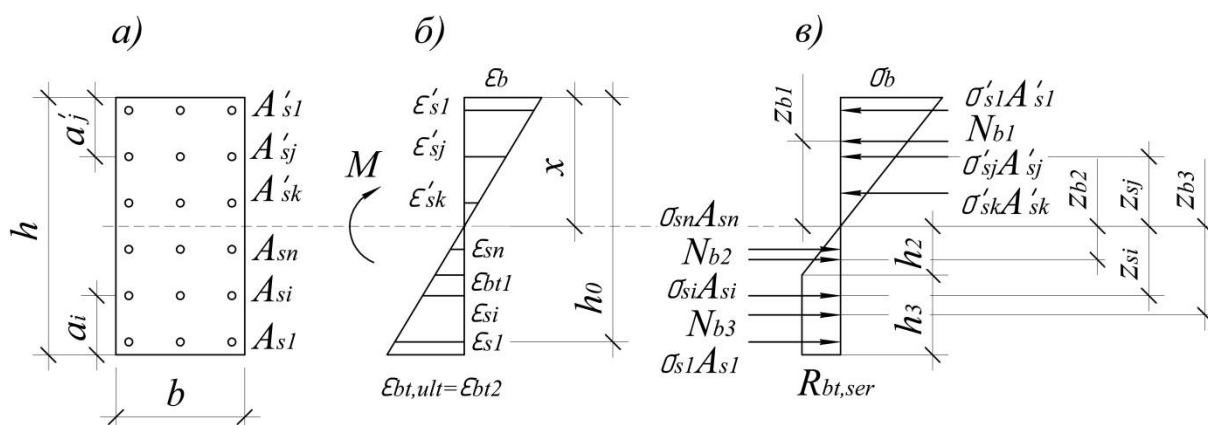


Рисунок 2.4 – Расчетная схема нормального сечения (а) изгибаемого железобетонного элемента с многорядным армированием и эпюрами распределения деформаций (б) и напряжений (в) непосредственно перед образованием трещин при использовании двухлинейной диаграммы бетона на растяжение

Из линейного закона распределения деформаций по высоте сечения следует

$$\frac{1}{\rho} = \chi = \frac{\varepsilon_{bt2}}{h - x} = \frac{\varepsilon_b}{x} = \frac{\varepsilon_{bn} + \varepsilon_{bt2}}{h}. \quad (2.10)$$

Из уравнения (10) выразим высоту сжатой зоны x и деформации ε_b через кривизну

$$x = \frac{\chi h - \varepsilon_{bt2}}{\chi}, \quad \varepsilon_b = \chi h - \varepsilon_{bt2}. \quad (2.11)$$

Из условия подобия, с учетом (11) определяются высоты участков напряжений h_2, h_3 :

$$h_2 = \frac{\varepsilon_{bt1}}{\chi}, \quad h_3 = \frac{(\varepsilon_{bt2} - \varepsilon_{bt1})}{\chi} \quad (2.12)$$

и значения деформаций в стержнях рабочей арматуры ε_{si} и ε'_{sj} :

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_{bt2} - \chi a_i; \quad \varepsilon'_{sj} = \chi h - \varepsilon_{bt2} - \chi a_j, \quad (2.13)$$

где a_i и a_j расстояния от центров тяжести i – ой и j – ой арматуры соответственно до грани элемента растянутой зоны ($i = 1 \dots k$) и до грани элемента сжатой зоны ($j = 1 \dots n$).

С учетом выражений (2.10), (2.11), (2.12) и (2.13) уравнение равновесия (2.9) запишется в виде

$$\frac{R_{bt}b}{2\chi}(2\varepsilon_{bt2} - \varepsilon_{bt1}) - \frac{(\chi h - \varepsilon_{bt2})^2}{2\chi} E_b b - \sum_{j=1}^n \varepsilon'_{sj} E_s A'_{sj} + \sum_{i=1}^k \varepsilon_{si} E_s A_{si} = 0, \quad (2.14)$$

где R_{bt} - расчетное сопротивление бетона для предельных состояний второй группы, E_b - модуль деформаций бетона.

Назначаются: геометрические размеры сечения, армирование, класс бетона по прочности на сжатие и по таблицам свода правил определяются прочностные и деформационные характеристики бетона и арматуры.

Если расчет момента трещинообразования производится с применением трехлинейной диаграммы бетона на растяжение, то к эпюрам напряжений в растянутой зоне добавляется участок напряжений высотой h_4 в форме трапеции и результирующим усилием N_{b4} (рисунок 2.5).

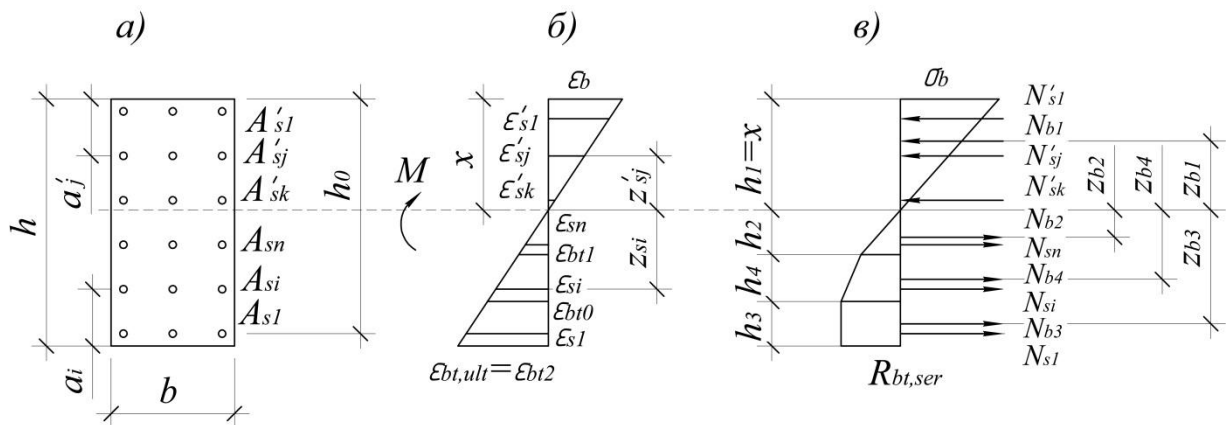


Рисунок 2.5 – Расчетная схема нормального сечения (а) изгибаемого железобетонного элемента с многорядным армированием и эпюрами распределения деформаций (б) и напряжений (в) непосредственно перед образованием трещин при использовании трехлинейной диаграммы бетона на растяжение

тяжение

С учетом соотношений:

$$h_1 = x = \frac{\chi h - \varepsilon_{br2}}{\chi}; h_2 = \frac{\varepsilon_{br1}}{\chi}; h_3 = \frac{\varepsilon_{br2} - \varepsilon_{b0}}{\chi}; h_4 = \frac{\varepsilon_{b0} - \varepsilon_{br1}}{\chi}$$

уравнение равновесия запишется в виде

$$\frac{R_{br} b}{\chi} (\varepsilon_{br2} - 0,5\varepsilon_{br1} - 0,2\varepsilon_{b0}) - \frac{(\chi h - \varepsilon_{br2})^2}{2\chi} E_b b - \varepsilon'_s E_s A'_s + \varepsilon_s E_s A_s = 0, \quad (2.15)$$

где $\varepsilon'_s = \chi h - \varepsilon_{br2} - \chi a'$; $\varepsilon_s = \varepsilon_{br2} - \chi a$; $\varepsilon_b = \chi h - \varepsilon_{br2}$.

2.4 Проверка уравнения равновесия усилий в сечении элемента методом итераций

Проверку уравнения равновесия (2.14) выполняется методом последовательных приближений (методом итераций). В первом приближении принимается $\varepsilon_b^{(1)} = \varepsilon_{br2}$, т.е. линия деформаций разделяет сечение по высоте на две равные части ($x = h/2$). По формулам (2.10), (2.11), (2.12) и (2.13) вычисляются: кривизна χ , высота сжатой зоны x , высоты участков напряжений в растянутой зоне h_2 и h_3 , относительные деформации в арматуре ε_{si} и ε'_{sj} , значения которых подставляются в уравнение (2.14).

С учетом принятых на схеме знаков (отрицательные значения усилий в сжатой зоне и положительные – в растянутой зоне) по результатам вычисления уравнения (2.14) могут возникнуть два случая:

- в первом случае сумма слагаемых в левой части меньше нуля;
- во втором случае левая часть больше нуля.

При возникновении первого случая необходимо выполнить следующие операции:

- во втором приближении необходимо уменьшить деформации первого приближения $\varepsilon_b^{(1)}$ и определить новую величину деформации $\varepsilon_b^{(2)}$

$$\varepsilon_b^{(2)} = \varepsilon_b^{(1)} - \Delta\varepsilon_b^{(1)}, \quad (2.16)$$

принимая $\Delta\varepsilon_b^{(1)} = 0,1\varepsilon_b^{(1)}$ (увеличивается угол наклона прямой линии деформаций к горизонтальной оси, уменьшается высота сжатой зоны при постоянных значениях ε_{br2});

- проверить уравнение равновесия (2.14) и, если левая часть уравнения вновь меньше нуля, то деформацию на втором цикле итераций $\varepsilon_b^{(2)}$ следует еще раз уменьшить на величину $\Delta\varepsilon_b^{(2)} = \Delta\varepsilon_b^{(1)}$;

- последовательное уменьшение деформаций по формуле (2.16) выполняется до тех пор, пока левая часть уравнения не изменит знак.

После изменения знака уравнения равновесия (2.12) оценивается точность решения. Точность решения считается достаточной при значении

$$\Delta\varepsilon_b^{(k)} \leq 0,01\varepsilon_b^{(1)} \quad (2.17)$$

Если на цикле приближения ($l - 1$) знак изменился и условие (2.17) не выполняется, то деформации в (l) приближении увеличиваются

$$\varepsilon_b^{(l)} = \varepsilon_b^{(l-1)} + \Delta\varepsilon_b^{(l)}, \quad (2.18)$$

где $\Delta\varepsilon_b^{(l)} = 0,1\Delta\varepsilon_b^{(l-1)}$ при постоянных значениях ε_{br2} .

Вычисления выполняются до тех пор, пока не будет достигнута достаточная (заданная) точность выполнения условия (2.17).

При реализации второго случая, т.е. когда левая часть уравнения оказалась больше нуля, алгоритм проверки уравнения равновесия (2.14) выполняется в той же последовательности. Однако деформации на крайнем волокне сжатой зоны, принятые в первом приближении $\varepsilon_b^{(1)}$, увеличиваются на втором цикле итераций на величину приращения

$$\varepsilon_b^{(2)} = \varepsilon_b^{(1)} + \Delta\varepsilon_b^{(1)} \quad (2.19)$$

при постоянных значениях деформаций на крайнем волокне растянутой зоны ε_{bt2} .

Вычисления выполняются до тех пор, пока не будет достигнута достаточная (заданная) точность выполнения условия (2.17).

В случае расчета по трехлинейной диаграмме, проверка уравнения равновесия (2.15) выполняется в той же последовательности, что и для двухлинейной диаграммы.

Расстояния усилий до нейтральной оси составляют:

- для усилий в арматуре N_s и N'_s :

$$z_s = \frac{\varepsilon_{bt2}}{\chi}; \quad z'_s = \frac{\chi h - \varepsilon_{bt2} - a' \chi}{\chi}; \quad (2.20)$$

- для усилий в бетоне N_{b1}, N_{b2} и N_{b3} соответственно:

$$z_{b1} = \frac{2(\chi h - \varepsilon_{bt2})}{3\chi}; \quad z_{b2} = \frac{2\varepsilon_{bt1}}{3\chi}; \quad z_{b3} = \frac{\varepsilon_{bt2} - \varepsilon_{b0}}{2\chi}. \quad (2.21)$$

Эпюра напряжений на участке h_4 представляется в виде прямоугольника и треугольника, тогда расстояния до нейтральной оси выделенных из трапеции элементов соответственно равны

$$z'_{b4} = \frac{\varepsilon_{b0} + \varepsilon_{bt1}}{2\chi}; \quad z''_{b4} = \frac{2\varepsilon_{b0} + \varepsilon_{bt1}}{3\chi}. \quad (2.22)$$

2.5 Определение момента образования трещин

После завершения серии последовательных приближений определяется момент внутренней пары сил по отношению к нулевой линии. Он равен значению внешнего момента M_{crc} перед образованием трещин:

$$M_{crc} = \frac{R_{bt} b}{6\chi^2} (3\varepsilon_{bt2}^2 - \varepsilon_{bt1}^2) + \frac{(\chi h - \varepsilon_{bt2})^3}{3\chi^2} E_b b + \sum_{j=1}^n \varepsilon'_{sj} E_s A'_{sj} z_{sj} + \sum_{i=1}^k \varepsilon_{si} E_s A_{si} z_{sj}, \quad (2.23)$$

$$\text{где: } z_{si} = h - x - a_i; \quad z_{sj} = x - a_j; \quad z_{b1} = \frac{2}{3} \left(\frac{\chi h - \varepsilon_{bt2}}{\chi} \right); \quad z_{b2} = \frac{2\varepsilon_{bt1}}{3\chi}; \quad z_{b3} = \frac{\varepsilon_{bt2} + \varepsilon_{bt1}}{\chi}$$

; деформации арматуры ε'_{sj} и ε_{si} вычисляются по формулам (2.5); кривизна χ - по формуле (2.2).

При определении момента трещинообразования M_{crc} в формуле (2.15) используются величины χ , ε'_{sj} , ε_{si} , z_{si} , z_{sj} , полученные на последнем цикле итераций, после выполнения условия (2.9).

При расчете по трехлинейной диаграмме бетона, момент трещинообразования M_{crc} вычисляется по формуле

$$M_{crc} = \frac{R_{br} b}{6\chi^2} S + \frac{(\varepsilon_{bt2} - \chi a)^2}{\chi} E_s A_s + \frac{E_b b (\chi h - \varepsilon_{bt2})^3}{3\chi^2} + \frac{(\chi h - \varepsilon_{bt2} - a' \chi)^2}{\chi} E_s A'_s, \quad (2.24)$$

$$\text{где } S = 3\varepsilon_{bt2}^2 - 0,4\varepsilon_{bt0}^2 - 1,4\varepsilon_{bt1}^2 - 1,2\varepsilon_{bt0}\varepsilon_{bt1}.$$

При вычислении момента трещинообразования M_{crc} в формулу (2.16) вводятся величины χ , ε'_{sj} , ε_{si} , z_{si} , z_{sj} , z_{b1} , z_{b2} , z_{b3} , z_{b4} , полученные на последнем цикле итераций, после выполнения условия (2.9).

2.6 Программа расчета на ЭВМ

Расчеты выполнены в программе MicrosoftExcel. В ходе работы в программу вносятся характеристики элемента, после чего проводится расчет кривизны и уравнения равновесия. Если получившееся значение удовлетворяет условию программы, то рассчитывается момент трещинообразования. Если нет – уменьшается величина ε_b , и расчет выполняется заново. На рисунке 2.6 приведена блок схема выполнения расчета.

Таблицы с результатами расчетов представлены в главе 3 в разделах 3.2., 3.3.

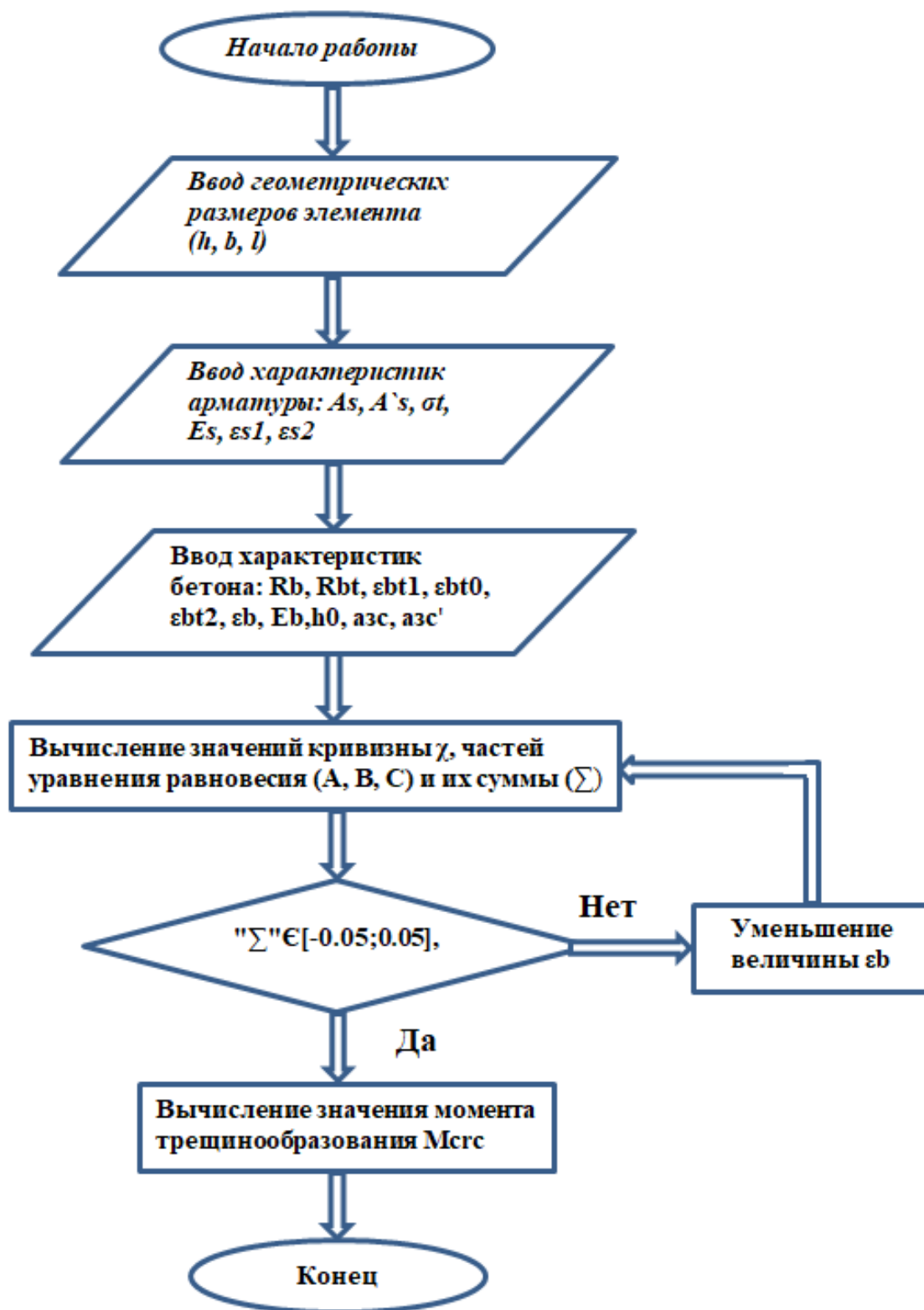


Рисунок 2.6 – Блок схема расчетной программы

Выводы по второй главе

1) Предложена методика проверки уравнения равновесия усилий в сечении элемента методом последовательных приближений (методом итераций) с заданной точностью, где за переменный параметр принимаются относительные деформации бетона на крайнем волокне бетона сжатой зоны.

2) Разработан алгоритм и программа на ЭВМ расчета момента образования трещин в изгибаемых железобетонных элементах по деформационной модели с использованием нормированных двухлинейных и трехлинейных диаграмм деформирования бетона и арматуры.

Глава 3. Сравнительный анализ методики расчета с опытными данными

3.1 Характеристика образцов и схема испытаний

Выполним сравнительный анализ значений параметров итерационного процесса и момента трещинообразования M_{crc} , полученных расчетом по предложенной методике нелинейной деформационной модели с применением двухлинейной, трехлинейной диаграмм деформирования бетона на растяжение и по методу предельного состояния в соответствии с рекомендациями СНиП 2.03.01-84 Бетонные и железобетонные конструкции. Объектом исследований являются железобетонные изгибаемые по балочной схеме образцы прямоугольного сечения: высотой $h=18$ см, шириной $b=12$ см и длиной 210 см (рисунок 3.1). Образцы изготовлены из одного состава бетона, варьировалось армирование в сжатой и растянутой зонах бетона (по два стержня). Диаметры ненапрягаемой арматуры класса А400 в сжатой и растянутой зоне равные и составляли: для образцов с шифром К-8, К-10 и К-12 соответственно 8, 10 и 12 мм. Параметры армирования: A_s , μ – площадь и процент насыщения бетонного сечения арматурой в растянутой зоне бетона, A'_s, μ' – площадь и процент насыщения бетонного сечения арматурой в сжатой зоне бетона ($\mu = \mu'$; $A_s = A'_s$) представлены в таблице 1. По результатам испытаний стандартных образцов определены механические характеристики бетона и арматуры: σ_m – предел текучести стали; R_{br} – прочность бетона на растяжение; E_b – модуль деформации бетона.

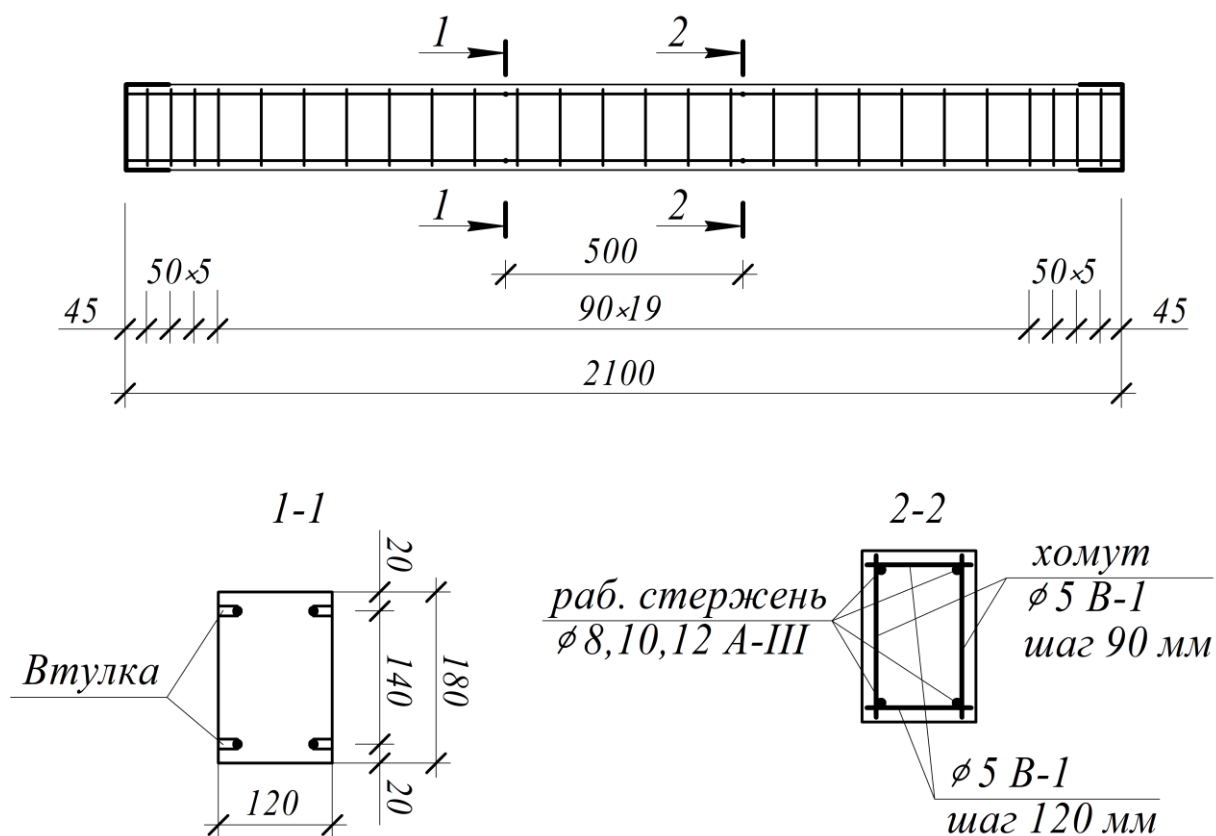


Рисунок 3.1 – Конструкция образцов

Загружение образцов производилось по схеме «чистого изгиба» (Рис.2.2).

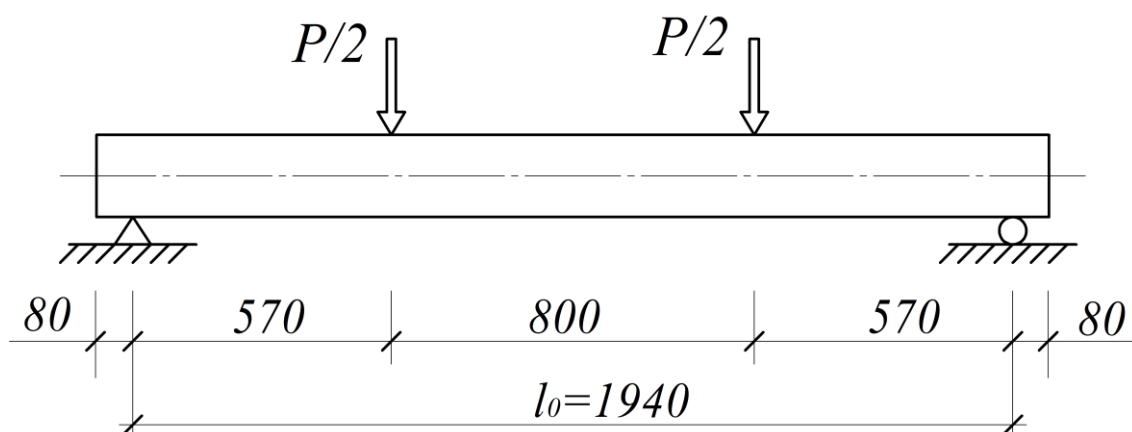


Рисунок 3.2 – Схема нагружения

Основные прочностные и деформационные характеристики железобетонных образцов приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 - Прочностные и деформационные характеристики арматуры и бетона

Шифр образца	Арматура			Бетон		
	$\mu = \mu', \%$	$A_s = A'_s, \text{см}^2$	$\sigma_m, \text{МПа}$	$R_b, \text{МПа}$	$R_{bt}, \text{МПа}$	$E_b, \text{МПа}$
К – 8	0,52	1,005	478	30,6	2,2	30700
К – 10	0,82	1,57	522			
К - 12	1,18	2,26	502			

3.2 Расчет момента трещинообразования нормального сечения ненапряженного изгибаемого элемента и использованием двухлинейной диаграммы состояния бетона

В соответствии с принятыми основными положениями расчета, с применением двухлинейной диаграммы деформирования бетона на растяжение, эпюры деформаций и напряжений имеют вид, показанный на рисунке 3.3(б,в).

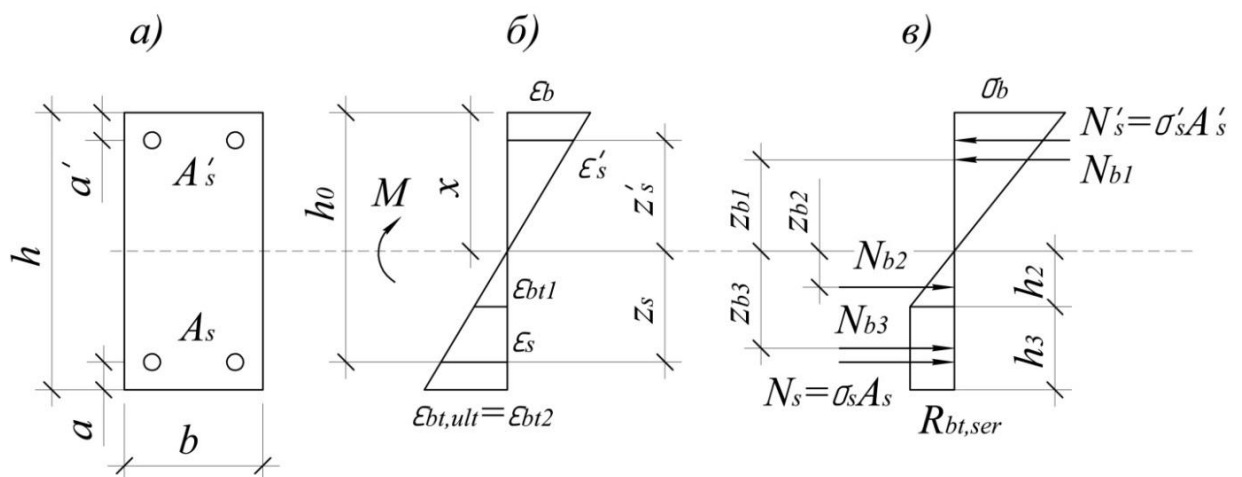


Рисунок 3.3 – К расчету момента трещинообразования нормального сечения железобетонного ненапряженного изгибаемого элемента с использованием двухлинейной диаграммы состояния растяжения бетона

На рисунке 3.3 приводятся следующие обозначения: а – схема расчетного сечения с симметричным армированием; б – эпюра деформаций; в – эпюра напряжений.

Для двухрядного армирования ($i = 1$ и $j=1$) уравнение равновесия (2.6) с применением в качестве расчетной двухлинейной диаграммы принимает вид

$$\frac{R_{bt}b}{2\chi}(2\varepsilon_{br2} - \varepsilon_{br1}) - \frac{(\chi h - \varepsilon_{br2})^2}{2\chi} E_b b - \varepsilon'_s E_s A'_s + \varepsilon_s E_s A_s = 0, \quad (3.1)$$

где $\varepsilon'_s = \chi h - \varepsilon_{br2} - \chi a'$; $\varepsilon_s = \varepsilon_{br2} - \chi a$.

Для симметричного армирования ($A_s = A'_s$; $a = a'$):

$$\frac{R_{bt}b}{2\chi}(2\varepsilon_{br2} - \varepsilon_{br1}) - \frac{(\chi h - \varepsilon_{br2})^2}{2\chi} E_b b + (2\varepsilon_{br2} - \chi h) E_s A_s = 0. \quad (3.2)$$

Соответственно упрощается уравнение момента M_{crc} (2.11) непосредственно перед образованием трещин

$$M_{crc} = \frac{R_{bt}b(3\varepsilon_{br2}^2 - \varepsilon_{br1}^2)}{6\chi^2} + \frac{(\chi h - \varepsilon_{br2})^3}{3\chi^2} E_b b + \varepsilon'_s E_s A'_s z'_s + \varepsilon_s E_s A_s z_s, \quad (3.3)$$

где $\varepsilon'_s = \chi h - \varepsilon_{br2} - \chi a'$; $z'_s = \frac{\chi h - \varepsilon_{br2} - \chi a'}{\chi}$; $\varepsilon_s = \varepsilon_{br2} - \chi a$; $z_s = \frac{\varepsilon_{br2} - \chi a}{\chi}$.

Процедура последовательного приближения при проверке уравнения равновесия выполнялась в табличной форме в программе MicrosoftExcel. Далее приводятся расчетные таблицы, выполненные по двухлинейной диаграмме, для образцов с шифрами К-8 (Рис. 3.4), К-10 (Рис. 3.5), К-12 (Рис. 3.6).

Образец №1															
№	εb2	χ	A, кг	B, кг	C, кг	Σ	Геометрические размеры			Арматура		Бетон			
							h	18	см	Арматура	AIII	Бетон	B30		
1	0,00015	1,6667E-05	1808,443	0	2486,7	-678,257	b	12	см	As	1,0048	см	Rb	306	кг/см2
2	0,00014	1,6111E-05	1870,803	-20,096	2240,888	-390,181	l	210	см	As'	1,0048	см	Rbt	22	кг/см2
3	0,00013	1,5556E-05	1937,617	-40,192	2001,201	-103,776				σt	4780	кг/см2	εbt1	7,17E-05	кг/см2
4	0,0001295	1,5528E-05	1941,084	-41,1968	1989,39	-89,5027				Es	2000000	кг/см2	εbt0	0,0001	
5	0,000129	0,0000155	1944,562	-42,2016	1977,595	-75,2342				εs1	0,00239		εbt2	0,00015	
6	0,0001285	1,5472E-05	1948,053	-43,2064	1965,817	-60,9704				εs2	0,025		εb	0,00015	
7	0,000128	1,5444E-05	1951,557	-44,2112	1954,057	-46,7112				Rs	=	σt	εb	0,00015	
8	0,0001275	1,5417E-05	1955,074	-45,216	1942,314	-32,4568							h0	16	см
9	0,000127	1,5389E-05	1958,603	-46,2208	1930,589	-18,2072							азс, азс'	2	см
10	0,0001265	1,5361E-05	1962,144	-47,2256	1918,881	-3,96232									
11	0,00012645	1,5358E-05	1962,499	-47,3261	1917,711	-2,53809									
12	0,0001264	1,5356E-05	1962,854	-47,4266	1916,542	-1,11392									
13	0,00012637	1,5354E-05	1963,067	-47,4868	1915,84	-0,25944									
14	0,0001263	0,00001535	1963,565	-47,6275	1914,203	1,73428									
15	0,0001262	1,5344E-05	1964,276	-47,8285	1911,865	4,582289									
Mrcr	25212,58761	кг*см	2,521259	кН*м											

№	εb	χ	x	εs	εs'	h2	h3	Σ
1	0,00015	1,6667E-05	9	0,00012	0,000117	4,299674	4,700326	-678,257
2	0,00014	1,6111E-05	8,689655	0,00012	0,000108	4,447939	4,862406	-390,181
3	0,00013	1,5556E-05	8,357143	0,00012	9,89E-05	4,606794	5,036063	-103,776
4	0,0001295	1,5528E-05	8,339893	0,00012	9,84E-05	4,615035	5,045072	-89,5027
5	0,000129	0,0000155	8,322581	0,00012	0,000098	4,623306	5,054114	-75,2342
6	0,0001285	1,5472E-05	8,305206	0,00012	9,76E-05	4,631606	5,063188	-60,9704
7	0,000128	1,5444E-05	8,28777	0,00012	9,71E-05	4,639936	5,072294	-46,7112
8	0,0001275	1,5417E-05	8,27027	0,00012	9,67E-05	4,648297	5,081433	-32,4568
9	0,000127	1,5389E-05	8,252708	0,00012	9,62E-05	4,656687	5,090605	-18,2072
10	0,0001265	1,5361E-05	8,235081	0,00012	9,58E-05	4,665108	5,099811	-3,96232
11	0,00012645	1,5358E-05	8,233315	0,00012	9,57E-05	4,665951	5,100733	-2,53809
12	0,0001264	1,5356E-05	8,231548	0,00012	9,57E-05	4,666796	5,101656	-1,11392
13	0,00012637	1,5354E-05	8,230488	0,00012	9,57E-05	4,667302	5,10221	-0,25944
14	0,0001263	0,00001535	8,228013	0,00012	9,56E-05	4,668485	5,103502	1,73428
15	0,0001262	1,5344E-05	8,224475	0,00012	9,55E-05	4,670175	5,10535	4,582289

Рисунок 3.4 – Расчетная таблица подвухлинейной диаграмме, арматура диаметром 8 мм (образец К-8)

Образец №2															
№	εb2	χ	A, кг	B, кг	C, кг	Σ	Геометрические размеры			Арматура		Бетон			
							h	18	см	Арматура	AIII	Бетон	B30		
1	0,00015	1,6667E-05	1808,443	0	2486,7	-678,257	b	12	см	As	1,57	см	Rb	306	кг/см2
2	0,00014	1,6111E-05	1870,803	-31,4	2240,888	-401,485	l	210	см	As'	1,57	см	Rbt	22	кг/см2
3	0,00013	1,5556E-05	1937,617	-62,8	2001,201	-126,384				σt	4780	кг/см2	εbt1	7,17E-05	кг/см2
4	0,0001295	1,5528E-05	1941,084	-64,37	1989,39	-112,676				Es	2000000	кг/см2	εbt0	0,0001	
5	0,000129	0,0000155	1944,562	-65,94	1977,595	-98,9726				εs1	0,00239		εbt2	0,00015	
6	0,0001285	1,5472E-05	1948,053	-67,51	1965,817	-85,274				εs2	0,025		εb	0,00015	
7	0,000128	1,5444E-05	1951,557	-69,08	1954,057	-71,58				Rs	=	σt	εb	0,00015	
8	0,0001275	1,5417E-05	1955,074	-70,65	1942,314	-57,8908							h0	16	см
9	0,000127	1,5389E-05	1958,603	-72,22	1930,589	-44,2064							азс, азс'	2	см
10	0,0001265	1,5361E-05	1962,144	-73,79	1918,881	-30,5267									
11	0,000126	1,5333E-05	1965,699	-75,36	1907,191	-16,8519									
12	0,0001255	1,5306E-05	1969,266	-76,93	1895,518	-3,18187									
13	0,0001254	0,0000153	1969,981	-77,244	1893,186	-0,44845									
14	0,0001253	1,5294E-05	1970,697	-77,558	1890,854	2,284771									
15	0,0001252	1,5289E-05	1971,413	-77,872	1888,523	5,017799									
Mrcr	26836,86202	кг*см	2,683686	кН*м											

№	εb	χ	x	εs	εs'	h2	h3	Σ
1	0,00015	1,6667E-05	9	0,00012	0,000117	4,299674	4,700326	-678,257
2	0,00014	1,6111E-05	8,689655	0,00012	0,000108	4,447939	4,862406	-401,485
3	0,00013	1,5556E-05	8,357143	0,00012	9,89E-05	4,606794	5,036063	-126,384
4	0,0001295	1,5528E-05	8,339893	0,00012	9,84E-05	4,615035	5,045072	-112,676
5	0,000129	0,0000155	8,322581	0,00012	0,000098	4,623306	5,054114	-98,9726
6	0,0001285	1,5472E-05	8,305206	0,00012	9,76E-05	4,631606	5,063188	-85,274
7	0,000128	1,5444E-05	8,28777	0,00012	9,71E-05	4,639936	5,072294	-71,58
8	0,0001275	1,5417E-05	8,27027	0,00012	9,67E-05	4,648297	5,081433	-57,8908
9	0,000127	1,5389E-05	8,252708	0,00012	9,62E-05	4,656687	5,090605	-44,2064
10	0,0001265	1,5361E-05	8,235081	0,00012	9,58E-05	4,665108	5,099811	-30,5267
11	0,000126	1,5333E-05	8,217391	0,00012	9,53E-05	4,673559	5,10905	-16,8519
12	0,0001255	1,5306E-05	8,199637	0,00012	9,49E-05	4,682041	5,118322	-3,18187
13	0,0001254	0,0000153	8,196078	0,00012	9,48E-05	4,683741	5,120181	-0,44845
14	0,0001253	1,5294E-05	8,192517	0,00012	9,47E-05	4,685442	5,12204	2,284771
15	0,0001252	1,5289E-05	8,188953	0,00012	9,46E-05	4,687145	5,123902	5,017799

Рисунок 3.5 – Расчетная таблица по двухлинейной диаграмме, арматура диаметром 10 мм (образец К-10)

Образец №3															
№	ε _b	χ	A, кг	B, кг	C, кг	Σ	Геометрические размеры			Арматура		Бетон			
							h	18	см	Арматура	AIII	Бетон	B30		
1	0,00015	1,66667E-05	1808,443	0	2486,7	-678,257	b	12	см	As	2,2608	см	Rb	306	кг/см2
2	0,00014	1,61111E-05	1870,803	-45,216	2240,888	-415,301	l	210	см	As'	2,2608	см	Rbt	22	кг/см2
3	0,00013	1,55556E-05	1937,617	-90,432	2001,201	-154,016				σ _t	4780	кг/см2	ε _{bt1}	7,17E-05	кг/см2
4	0,0001295	1,55278E-05	1941,084	-92,6928	1989,39	-140,999				ε _s	2000000	кг/см2	ε _{bt0}	0,0001	
5	0,000129	0,0000155	1944,562	-94,9536	1977,595	-127,986				ε _{s1}	0,00239		ε _{bt2}	0,00015	
6	0,0001285	1,54722E-05	1948,053	-97,2144	1965,817	-114,978				ε _{s2}	0,025		ε _b	0,00015	
7	0,000128	1,54444E-05	1951,557	-99,4752	1954,057	-101,975				Rs	=	σ _t	ε _b	307000	кг/см2
8	0,000127	1,53889E-05	1958,603	-103,9968	1930,589	-75,9832							h ₀	16	см
9	0,000126	1,53333E-05	1965,699	-108,5184	1907,191	-50,0103							асс, асс'	2	см
10	0,000125	1,52778E-05	1972,847	-113,04	1883,864	-24,0567									
11	0,0001247	1,52611E-05	1975,001	-114,39648	1876,879	-16,2745									
12	0,0001244	1,52444E-05	1977,161	-115,75296	1869,902	-8,49398									
13	0,0001241	1,52278E-05	1979,325	-117,10944	1862,931	-0,71527									
14	0,000124	1,52222E-05	1980,047	-117,5616	1860,608	1,877243									
15	0,0001239	1,52167E-05	1980,77	-118,01376	1858,287	4,469556									
M _{сrc}	28802,31422	кг*см	2,880231	кН*м											

№	ε _b	χ	x	ε _s	ε _{s'}	h ₂	h ₃	Σ
1	0,00015	1,66667E-05	9	0,000116667	0,000117	4,299674	4,700326	-678,257
2	0,00014	1,61111E-05	8,689655	0,000117778	0,000108	4,447939	4,862406	-415,301
3	0,00013	1,55556E-05	8,357143	0,000118889	9,89E-05	4,606794	5,036063	-154,016
4	0,0001295	1,55278E-05	8,339893	0,000118944	9,84E-05	4,615035	5,045072	-140,999
5	0,000129	0,0000155	8,322581	0,000119	0,000098	4,623306	5,054114	-127,986
6	0,0001285	1,54722E-05	8,305206	0,000119056	9,76E-05	4,631606	5,063188	-114,978
7	0,000128	1,54444E-05	8,28777	0,000119111	9,71E-05	4,639936	5,072294	-101,975
8	0,000127	1,53889E-05	8,252708	0,000119222	9,62E-05	4,656687	5,090605	-75,9832
9	0,000126	1,53333E-05	8,217391	0,000119333	9,53E-05	4,673559	5,10905	-50,0103
10	0,000125	1,52778E-05	8,181818	0,000119444	9,44E-05	4,690554	5,127628	-24,0567
11	0,0001247	1,52611E-05	8,171096	0,000119478	9,42E-05	4,695676	5,133228	-16,2745
12	0,0001244	1,52444E-05	8,16035	0,000119511	9,39E-05	4,70081	5,13884	-8,49398
13	0,0001241	1,52278E-05	8,14958	0,000119544	9,36E-05	4,705955	5,144465	-0,71527
14	0,000124	1,52222E-05	8,145985	0,000119556	9,36E-05	4,707673	5,146342	1,877243
15	0,0001239	1,52167E-05	8,142388	0,000119567	9,35E-05	4,709391	5,148221	4,469556

Рисунок 3.6 – Расчетная таблица по двухлинейной диаграмме, арматура диаметром 12 мм (образец К-12)

3.3 Расчет момента трещинообразования нормального сечения ненапряженного изгибаемого элемента и использованием трехлинейной диаграммы состояния бетона

Для двухрядного армирования ($i = 1$ и $j=1$) с симметричным армированием ($A_s = A'_s$; $a = a'$) уравнение равновесия (12) с применением в качестве расчетной трехлинейной диаграммы принимает вид

$$\frac{R_{bt} b}{\chi} (\varepsilon_{br2} - 0,5\varepsilon_{bt1} - 0,2\varepsilon_{b0}) - \frac{(\chi h - \varepsilon_{br2})^2}{2\chi} E_b b + (2\varepsilon_{br2} - \chi h) E_s A_s = 0. \quad (3.4)$$

После выполнения итерационного процесса и выполнения условия (2.9) вычисляется значение $M_{сrc}$ по формуле (2.16).

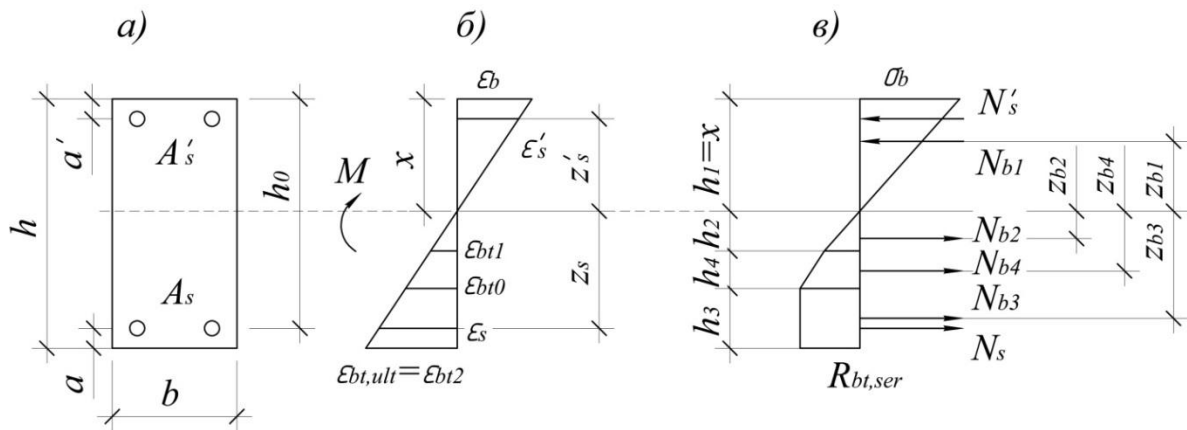


Рисунок 3.7 – К расчету момента трещинообразования нормального сечения железобетонного ненапряженного изгибаемого элемента с использованием трехлинейной диаграммы состояния растяжения бетона

На рисунке 3.7 приводятся следующие обозначения: а – схема расчетного сечения с симметричным армированием; б – эпюра деформаций; в – эпюра напряжений.

Далее приводятся расчетные таблицы, выполненные по трёхлинейной диаграмме, для образцов с шифрами К-8 (Рис. 3.8), К-10 (Рис. 3.9), К-12 (Рис. 3.10).

Образец №1													
№	εb	γ	A, кг	B, кг	C, кг	Σ	Геометрические размеры		Арматура	Бетон			
1	0,00015	1,66667E-05	1718,665798	2486,7	0	-768,034	h	18	см	Арматура	AIII	Бетон	B30
2	0,00014	1,61111E-05	1777,930136	2240,888276	20,096	-442,862	b	12	см	As	1,0048	Rb	306
3	0,00013	1,55556E-05	1841,427641	2001,201429	40,192	-119,582	l	210	см	As'	1,0048	Rbt	22
4	0,000129	0,0000155	1848,02774	1977,594968	42,2016	-87,3656	σt	4780	кг/см2	εbt1	4,29967E-05	кг/см2	
5	0,000128	1,54444E-05	1854,675322	1954,057209	44,2112	-55,1707	εs	2000000	кг/см2	εbt0	0,0001		
6	0,000127	1,53889E-05	1861,3709	1930,588895	46,2208	-22,9972	εs1	0,00239		εbt2	0,00015		
7	0,0001269	1,53833E-05	1862,043118	1928,245912	46,42176	-19,781	εs2	0,025		εb	0,00015		
8	0,0001268	1,53778E-05	1862,715822	1925,903632	46,62272	-16,5651	Rs	=	σt	εb	307000	кг/см2	
9	0,0001267	1,53722E-05	1863,389011	1923,562056	46,82368	-13,3494				h0	16	см	
10	0,0001266	1,53667E-05	1864,062688	1921,221184	47,02464	-10,1339				αэс, αэс'	2	см	
11	0,0001265	1,53611E-05	1864,736851	1918,881016	47,2256	-6,91856							
12	0,0001264	1,53556E-05	1865,411503	1916,541555	47,42656	-3,70349							
13	0,0001263	0,00001535	1866,086643	1914,2028	47,62752	-0,48864							
14	0,0001262	1,53444E-05	1866,762272	1911,864752	47,82848	2,725999							
15	0,0001261	1,53389E-05	1867,43839	1909,527413	48,02944	5,940417							
Mкр	23970,99436	кг*см	2,397099436	кН*м									

№	εb	γ	x	εs	εs'	h1	h2	h3	h4	Σ
1	0,00015	1,66667E-05	9	0,000116667	0,000117	9	2,579805	3	3,420195	-768,034
2	0,00014	1,61111E-05	8,689655172	0,000117778	0,000108	8,689655	2,668763	3,103448	3,538133	-442,862
3	0,00013	1,55556E-05	8,357142857	0,000118889	9,89E-05	8,357143	2,764076	3,214286	3,664495	-119,582
4	0,000129	0,0000155	8,322580645	0,000119	0,000098	8,322581	2,779983	3,225806	3,677763	-87,3656
5	0,000128	1,54444E-05	8,287769784	0,000119111	9,71E-05	8,28777	2,783962	3,23741	3,690858	-55,1707
6	0,000127	1,53889E-05	8,252707581	0,000119222	9,62E-05	8,252708	2,794012	3,249097	3,704183	-22,9972
7	0,0001269	1,53833E-05	8,249187432	0,000119233	9,61E-05	8,249187	2,795021	3,250271	3,705521	-19,781
8	0,0001268	1,53778E-05	8,24566474	0,000119244	9,6E-05	8,245665	2,796031	3,251445	3,706859	-16,5651
9	0,0001267	1,53722E-05	8,242139501	0,000119256	9,6E-05	8,24214	2,797041	3,25262	3,708199	-13,3494
10	0,0001266	1,53667E-05	8,238611714	0,000119267	9,59E-05	8,238612	2,798053	3,253796	3,70954	-10,1339
11	0,0001265	1,53611E-05	8,235081374	0,000119278	9,58E-05	8,235081	2,799065	3,254973	3,710881	-6,91856
12	0,0001264	1,53556E-05	8,23154848	0,000119289	9,57E-05	8,231548	2,800077	3,256151	3,712224	-3,70349
13	0,0001263	0,00001535	8,228013029	0,0001193	9,56E-05	8,228013	2,801091	3,257329	3,713567	-0,48864
14	0,0001262	1,53444E-05	8,224475018	0,000119311	9,55E-05	8,224475	2,802105	3,258508	3,714912	2,725999
15	0,0001261	1,53389E-05	8,220934444	0,000119322	9,54E-05	8,220934	2,80312	3,259689	3,716257	5,940417

Рисунок 3.8 – Расчетная таблица по трёхлинейной диаграмме, арматура диаметром 8 мм (образец К-8)

Образец №2															
№	sb	χ	A, кг	B, кг	C, кг	Σ	Геометрические размеры			Арматура			Бетон		
							h	18	см	Арматура	AIII	см	Бетон	B30	кг/см2
1	0,00015	1,66667E-05	1718,665798	2486,7	0	-768,034	b	12	см	As	1,57	см	Rb	306	кг/см2
2	0,00014	1,61111E-05	1777,930136	2240,888276	31,4	-431,558	l	210	см	As'	1,57	см	Rbt	22	кг/см2
3	0,00013	1,55556E-05	1841,427641	2001,201429	62,8	-96,9738	σt	4780	кг/см2	es	2000000	кг/см2	ebt1	4,29967E-05	кг/см2
4	0,000129	0,0000155	1848,02774	1977,594968	65,94	-63,6272	es1	0,00239		es2	0,025		ebt2	0,00015	
5	0,000128	1,54444E-05	1854,675322	1954,057209	69,08	-30,3019	Rs	=	σt	Et	=		eb	0,00015	
6	0,0001278	1,54333E-05	1856,010581	1949,357966	69,708	-23,6394	h0			h0	16	см	эс, эс'	2	см
7	0,0001276	1,54222E-05	1857,347764	1944,661508	70,336	-16,9777									
8	0,0001274	1,54111E-05	1858,686876	1939,967839	70,964	-10,317									
9	0,0001273	1,54056E-05	1859,357156	1937,622053	71,278	-6,9869									
10	0,00012725	1,54028E-05	1859,692478	1936,449422	71,435	-5,32194									
11	0,0001272	0,0000154	1860,02792	1935,276966	71,592	-3,65705									
12	0,00012715	1,53972E-05	1860,363483	1934,104686	71,749	-1,9922									
13	0,0001271	1,53944E-05	1860,699168	1932,93258	71,906	-0,32741									
14	0,00012705	1,53917E-05	1861,034974	1931,76065	72,063	1,337323									
15	0,000127	1,53889E-05	1861,3709	1930,588895	72,22	3,002005									
Mrc		25780,91162	кг*см	2,578091162	кН*м										

Рисунок 3.9 – Расчетная таблица по трёхлинейной диаграмме, арматура диаметром 10 мм (образец К-10)

Образец №3															
№	sb	χ	A, кг	B, кг	C, кг	Σ	Геометрические размеры			Арматура			Бетон		
							h	18	см	Арматура	AIII	см	Бетон	B30	кг/см2
1	0,00015	1,66667E-05	1718,665798	2486,7	0	-768,034	b	12	см	As	2,2608	см	Rb	306	кг/см2
2	0,00014	1,61111E-05	1777,930136	2240,888276	45,216	-417,742	l	210	см	As'	2,2608	см	Rbt	22	кг/см2
3	0,00013	1,55556E-05	1841,427641	2001,201429	90,432	-69,3418	σt	4780	кг/см2	es	2000000	кг/см2	ebt1	4,29967E-05	кг/см2
4	0,000129	0,0000155	1848,02774	1977,594968	94,9536	-34,6136	es1	0,00239		es2	0,025		ebt2	0,00015	
5	0,0001289	1,54944E-05	1848,690353	1975,238088	95,40576	-31,142	Rs	=	σt	Et	=		eb	0,00015	
6	0,0001288	1,54889E-05	1849,353441	1972,881896	95,85792	-27,6705	h0			h0	16	см	эс, эс'	2	см
7	0,0001287	1,54833E-05	1850,017005	1970,526393	96,31008	-24,1993									
8	0,0001286	1,54778E-05	1850,681046	1968,171578	96,76224	-20,7283									
9	0,0001285	1,54722E-05	1851,345563	1965,817454	97,2144	-17,2575									
10	0,0001284	1,54667E-05	1852,010558	1963,464021	97,66656	-13,7869									
11	0,0001283	1,54611E-05	1852,676031	1961,111279	98,11872	-10,3165									
12	0,0001282	1,54556E-05	1853,341982	1958,759229	98,57088	-6,84637									
13	0,000128	1,54444E-05	1854,675322	1954,057209	99,4752	0,093313									
14	0,0001278	1,54333E-05	1856,010581	1949,357966	100,3795	7,032135									
15	0,0001276	1,54222E-05	1857,347764	1944,661508	101,2838	13,9701									
Mrc		27995,24674	кг*см	2,799524674	кН*м										

Рисунок 3.10 – Расчетная таблица по трёхлинейной диаграмме, арматура диаметром 12 мм (образец К-12)

3.4 Определение момента образования трещин по расчетным деформациям арматуры растянутой зоны

Для определения величины момента образования трещин в работе использовались графики зависимости момента образования трещин от деформаций арматуры, построенные по результатам испытаний железобетонных образцов. Принималась величина относительных деформаций арматуры $\varepsilon_s = 11,93$, полученная в результате расчета по двухлинейным и трехлинейным диаграммам (рисунки 3.4-3.6, 3.8-3.10). Для данного значения относительных деформаций по графикам определялся момент трещинообразования для каждого вида образцов. Определение момента M_{cr} по опытным графикам представлено на рисунке 3.11

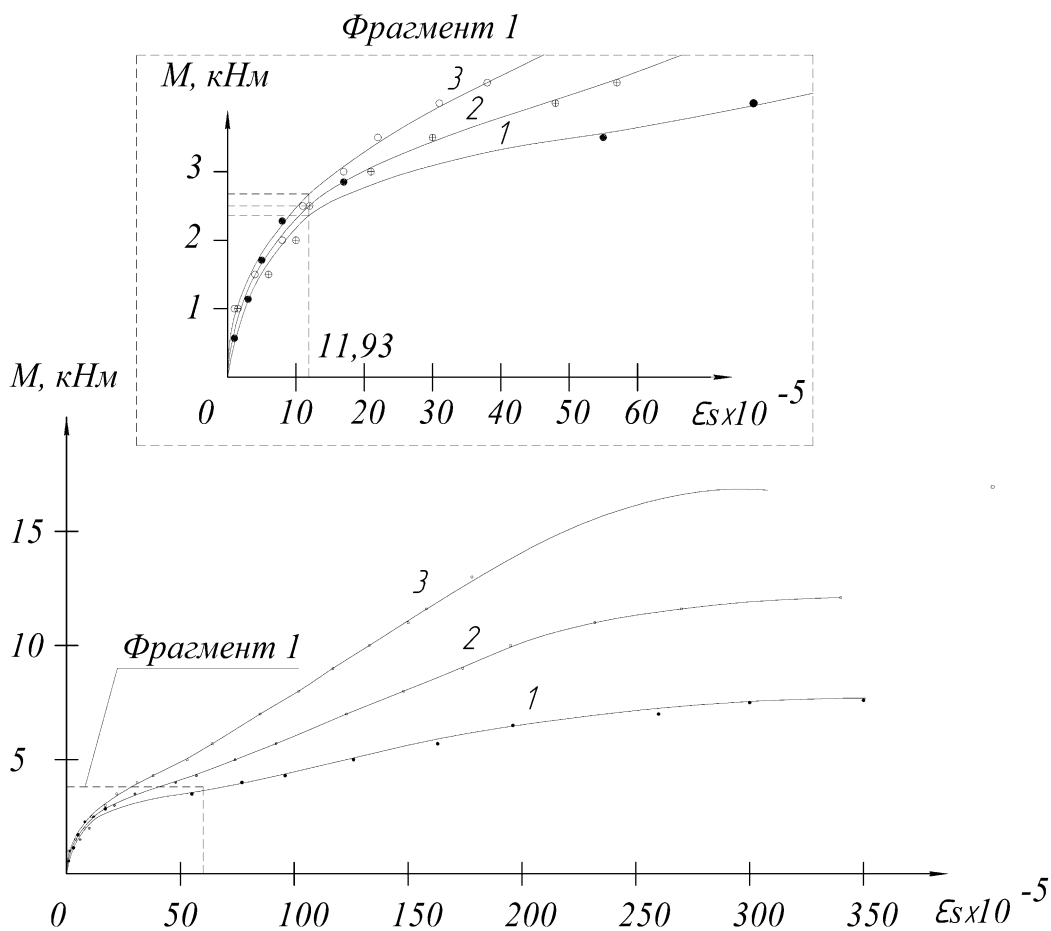


Рисунок 3.11 – Определение момента трещинообразования по расчетным значениям деформаций в арматуре

Обозначения на рисунке 3.11:1 – для образцов с \varnothing 8мм, $M_{\text{сгс}} = 2,362$ кНм, 2 – для образцов с \varnothing 10мм, $M_{\text{сгс}} = 2,499$ кНм, 3 – для образцов с \varnothing 12мм, $M_{\text{сгс}} = 2,673$ кНм.

3.5. Определение опытных значений прогибов в середине пролета образцов

На основании результатов вычисления момента трещинообразования и с использованием опытных зависимостей «момент-прогиб» были найдены значения прогибов в середине пролета для трех видов образцов.

Графики зависимости момента образования трещин от прогибов представлены на рисунке 3.12.

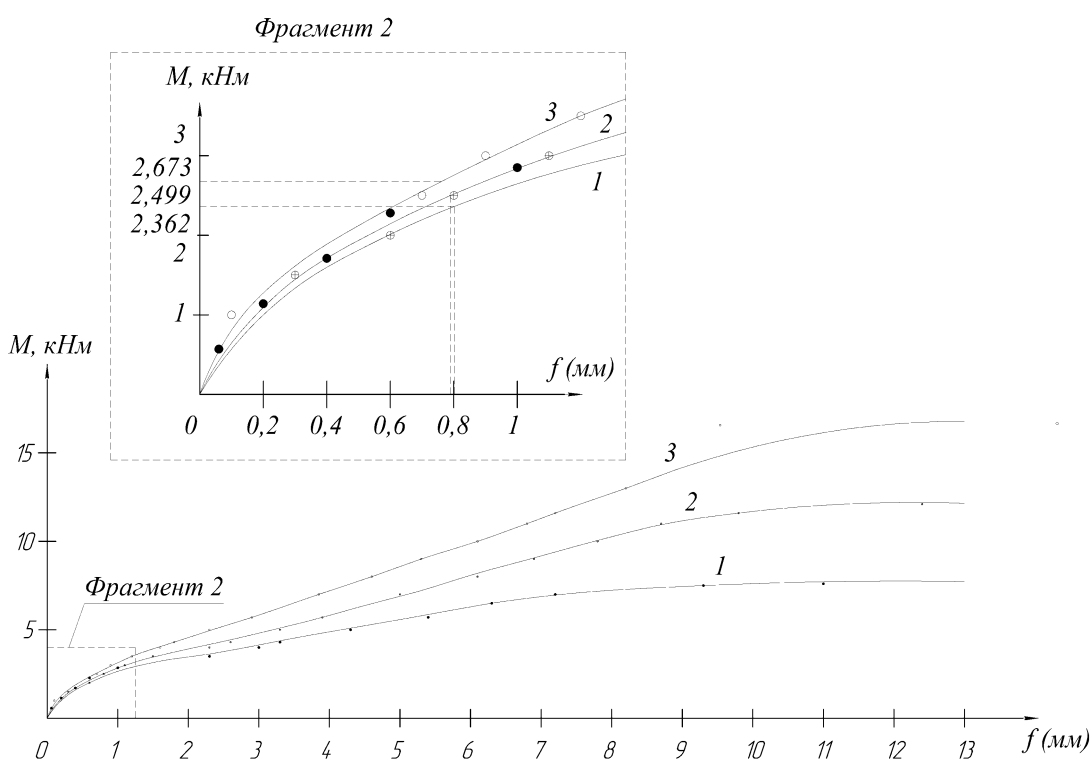


Рисунок 3.12 – Определение прогибов в середине пролетов элементов по опытным значениям $M_{\text{сгс}}$

Обозначения на рисунке 3.12: 1 – для образцов с \varnothing 8мм, $f = 0,8$ мм, 2 – для образцов с \varnothing 10мм, $f = 0,79$ мм, 3 – для образцов с \varnothing 12мм, $f = 0,76$ мм.

3.6 Расчет момента трещинообразования по методу предельных состояний

В данном разделе выполним расчет момента образования трещин, в исследуемых балках, на основе метода предельных состояний. Характеристики образцов приведены в разделе 3.1. Расчетная схема приведена на рисунке 3.13.

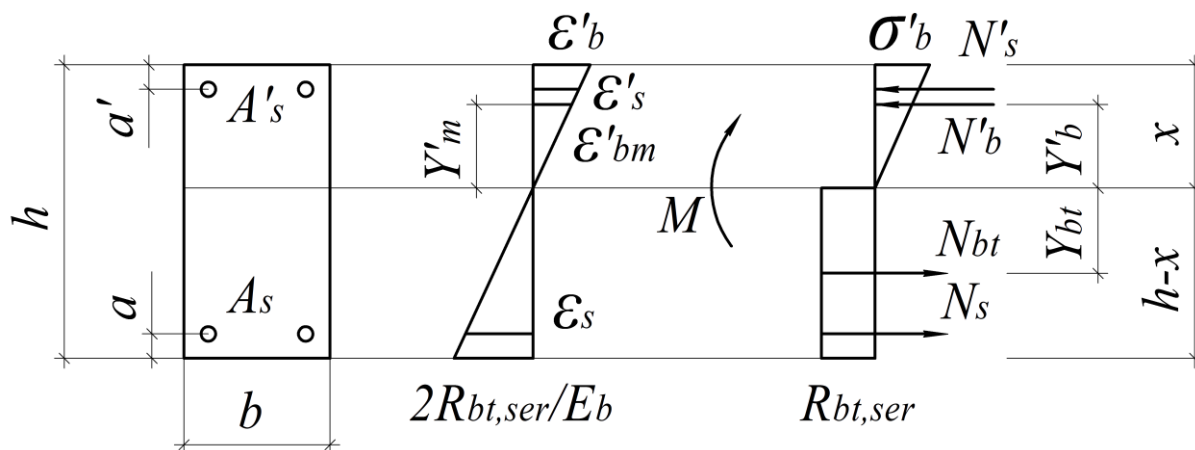


Рисунок 3.13 – расчетная схема распределения усилий и деформаций при расчете по методу предельных состояний

Расчет для образцов с шифром К-8, К-10, К-12.

Определяем площадь бетона в поперечном сечении:

$$A = b \cdot h \quad (3.5)$$

где h – высота сечения балки, b – ширина сечения балки

$$A = 12 \cdot 18 = 216 \text{ см}^2$$

Вычисляем отношение модулей упругости арматуры и бетона:

$$\alpha = E_s / E_b \quad (3.6)$$

$$\alpha = 200000 / 30700 = 6,515$$

Далее находим площадь приведенного сечения для трех серий балок:

$$A_{red} = A + \alpha(A_s + A'_s) \quad (3.7)$$

Для серии К-8:

$$A_{red} = 216 + 6.515 \cdot (1,005 + 1,005) = 229,095 \text{ см}^2$$

Для серии К-10:

$$A_{red} = 216 + 6.515 \cdot (1,57 + 1,57) = 236,46 \text{ см}^2$$

Для серии К-12:

$$A_{red} = 216 + 6.515 \cdot (2,26 + 2,26) = 245,45 \text{ см}^2$$

Определяем расстояние до центра тяжести приведенного сечения:

$$y_0 = \frac{S_{red}}{A_{red}} = \frac{0,5bh^2 + aA_s\alpha}{A_{red}} \quad (3.8)$$

Для серии К-8:

$$y_0 = \frac{0,5 \cdot 12 \cdot 18^2 + 2 \cdot 1,005 \cdot 6,515}{229,095} = 8,54 \text{ см}$$

Для серии К-10:

$$y_0 = \frac{0,5 \cdot 12 \cdot 18^2 + 2 \cdot 1,57 \cdot 6,515}{236,46} = 8,31 \text{ см}$$

Для серии К-12:

$$y_0 = \frac{0,5 \cdot 12 \cdot 18^2 + 2 \cdot 2,26 \cdot 6,515}{245,45} = 8,04 \text{ см}$$

Вычисляем моменты инерции площадей сечения бетона и арматуры:

$$I_b = \frac{bh^3}{12} \quad (3.9)$$

$$I_b = \frac{12 \cdot 18^3}{12} = 5832 \text{ см}^4$$

$$I_s = A_s\alpha(y_0 - a)^2 \quad (3.10)$$

Для серии К-8:

$$I_s = 1,005 \cdot 6,515 \cdot (8,54 - 2)^2 = 280,05 \text{ см}^4$$

Для серии К-10:

$$I_s = 1,57 \cdot 6,515 \cdot (8,31 - 2)^2 = 407,26 \text{ см}^4$$

Для серии К-12:

$$I_s = 2,26 \cdot 6,515 \cdot (8,04 - 2)^2 = 537,15 \text{ см}^4$$

$$I_s = A_s \alpha (h - y_0 - a)^2 \quad (3.11)$$

Для серии К-8:

$$I_s = 1,005 \cdot 6,515 \cdot (18 - 8,54 - 2)^2 = 364,38 \text{ см}^4$$

Для серии К-10:

$$I_s = 1,57 \cdot 6,515 \cdot (18 - 8,31 - 2)^2 = 604,88 \text{ см}^4$$

Для серии К-12:

$$I_s = 2,26 \cdot 6,515 \cdot (18 - 8,04 - 2)^2 = 932,93 \text{ см}^4$$

Определяем момент инерции приведенного сечения:

$$I_{red} = I_b + I_s + I_s \quad (3.12)$$

Для серии К-8:

$$I_{red} = 5832 + 280,05 + 364,38 = 6476,43 \text{ см}^4$$

Для серии К-10:

$$I_{red} = 5832 + 407,26 + 604,88 = 6844,14 \text{ см}^4$$

Для серии К-12:

$$I_{red} = 5832 + 537,15 + 932,93 = 7302,08 \text{ см}^4$$

Находим момент сопротивления приведенного сечения для крайнего растянутого волокна по формуле 1.16:

$$W_{pl} = \gamma W_{red} = \gamma \cdot \frac{I_{red}}{y_0}$$

$\gamma = 1,3$ – для прямоугольных сечений

Для серии К-8:

$$W_{pl} = 1,3 \cdot \frac{6476,43}{8,54} = 1014,97 \text{ кН} \cdot \text{см}^2$$

Для серии К-10:

$$W_{pl} = 1,3 \cdot \frac{6844,14}{8,31} = 1090,98 \text{ кН} \cdot \text{см}^2$$

Для серии К-12:

$$W_{pl} = 1,3 \cdot \frac{7302,08}{8,04} = 1186,36 \text{ кН} \cdot \text{см}^2$$

Вычисление момента трещинообразования производим по формуле (1.13) приведенной в СНиП 2.03.01-84:

$$M_{crc} = R_{bt,ser} W_{pl}$$

Для серии К-8:

$$M_{crc} = 0,22 \cdot 1014,97 = 223,29 \text{ кН} \cdot \text{см} = 2,233 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Для серии К-10:

$$M_{crc} = 0,22 \cdot 1090,98 = 240,01 \text{ кН} \cdot \text{см} = 2,4 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Для серии К-12:

$$M_{crc} = 0,22 \cdot 1186,36 = 260,99 \text{ кН} \cdot \text{см} = 2,61 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

По результатам расчета момент трещинообразования составляет 2,233 кНм; 2,4 кНм; 2,61 кНм соответственно для образцов серий К-8, К-10, К-12.

3.7 Сводная таблица параметров деформирования

Далее приведена сводная таблица, содержащая данные по трем сериям образцов при различных способах расчета момента трещинообразования – по двухлинейным диаграммам, по трехлинейным диаграммам, по методу предельных состояний, по результатам эксперимента.

Таблица 3.2 – Результаты расчетов

Шифр образ-ца		$\varepsilon_b \times 10^{-5}$	$\varepsilon_b \times 10^{-5}$ $\varepsilon_s \times 10^{-5}$	$\varepsilon_s \times 10^{-5}$ $\chi \times 10^{-5}$, 1/см	$\chi \times 10^{-5}$, 1/см	$\varepsilon'_s \times 10^{-5}$ $\chi, \text{см}$	$\varepsilon'_s \times 10^{-5}$ $\chi, \text{см}$	h_2 ,	h_3 ,	h_4 ,	$M_{\text{крс}}$,	$f_{\text{крс}}$, мм
								см	см	см	кН·м	
К-8	двухли-нейная	12,637	11,929	1,5354	9,566	8,23	4,667	5,102		2,521	0,639	
	трехли-нейная	12,63	11,93	1,5335	9,56	8,228	2,801	3,257	3,713	2,397	0,638	
	СНиП	12,499	11,35	1,49	9,518	8,385	-	-	-	2,233	0,62	
	опыт	-	11,93	-	-	-	-	-	-	-	2,362	0,8
К-10	двухли-нейная	12,54	11,94	1,53	9,48	8,196	4,684	5,12		2,684	0,637	
	трехли-нейная	12,71	11,921	1,5394	9,631	8,256	2,793	3,248	3,703	2,578	0,641	
	СНиП	12,541	11,346	1,493	9,555	8,4	-	-	-	2,4	0,622	
	опыт	-	11,93	-	-	-	-	-	-	-	2,499	0,79
К-12	двухли-нейная	12,41	11,954	1,5228	9,364	8,149	4,706	5,144		2,88	0,634	
	трехли-нейная	12,8	11,91	1,544	9,711	8,288	2,784	3,237	3,691	2,799	0,643	
	СНиП	12,57	11,34	1,494	9,61	8,422	-	-	-	2,61	0,621	
	опыт	-	11,93	-	-	-	-	-	-	-	2,673	0,76

3.8 Зависимость момента образования трещин от коэффициента армирования

В этом разделе представлен график зависимости момента трещинообразования от коэффициента армирования (рис. 3.14).

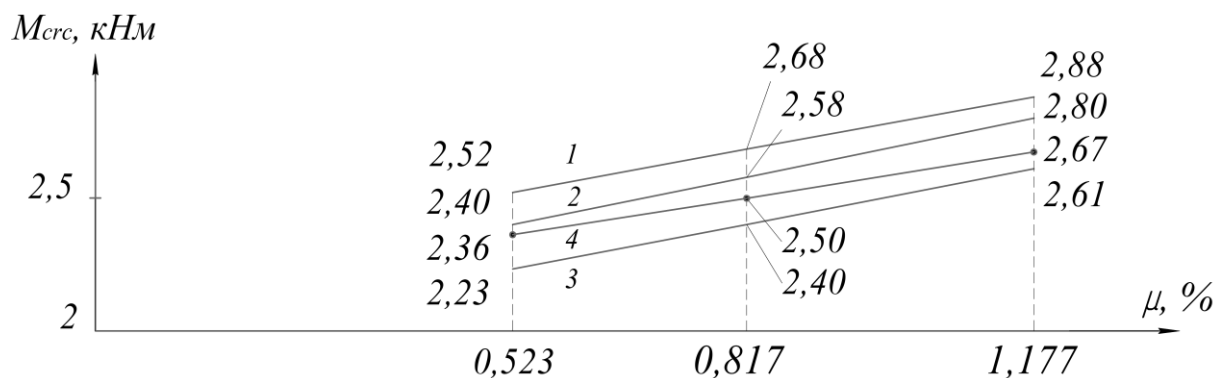


Рисунок 3.14 – Зависимость момента образования трещин от коэффициента армирования

Обозначения на рисунке 3.14: 1 – по двухлинейной диаграмме, 2 – по трехлинейной диаграмме, 3 – по методу предельных состояний

3.9 Расчет момента трещинообразования по методу, описанному И. К. Никитиным

В монографии «Расчет железобетонных конструкций из тяжелого бетона по прочности, трещиностойкости и деформациям» [26] приводится методика определения момента трещинообразования с использованием двухлинейных диаграмм деформирования материалов. В данном разделе выполнен расчет момента образования трещин для трех серий образцов на основе предложенной методики. Приведено сравнение полученных результатов с данными, полученными в разделах 3.2-3.6.

Расчетные характеристики образцов приведены в разделе 3.1.

Выполняется расчет для образцов с шифром К-8, К-10, К-12.

Расчетные характеристики сечения железобетонного элемента:

$h=18$ см, $b=12$ см, $l=210$ см, $a=a'=2$ см.

$R_{bt,ser}=R_{bt,n}=22$ кг/см²

$R_{b,ser}=R_{b,n}=306$ кг/см²

$E_b=307000$ кг/см²

Арматура горячекатаная, без предварительного напряжения

$E_s= 2000000$ кг/см²

Для серии К-8: $A_s=A'_s= 1,005$ см² (2ø8)

Для серии К-10: $A_s=A'_s= 1,57$ см² (2ø10)

Для серии К-12: $A_s=A'_s= 2,26$ см² (2ø12)

Уравнение равновесия имеет вид:

$$\frac{R_{bn}}{20}bx^2 + 30A'_sx - 30A_s a' = \frac{11}{15}R_{bt,n}b(h^2 - 2hx + x^2) + 30A_s(h - a) - 30A_s x \quad (3.13)$$

Принимая относительные характеристики:

$$\alpha_s = \frac{30}{R_{bt,n}} \frac{A_s}{bh}, \quad \alpha'_s = \frac{30}{R_{bt,n}} \frac{A'_s}{bh}, \quad r = \frac{R_{bn}}{10R_{bt,n}}, \quad \delta_s = \frac{a}{h}, \quad \delta'_s = \frac{a'}{h}$$

Получаем после алгебраических преобразований решение квадратного уравнения в виде:

$$\xi = \frac{x}{h} = Z - \sqrt{Z^2 - \frac{0,733 + \alpha_s(1 - \delta_s) + \alpha'_s \delta'_s}{0,733 - 0,5r}}, \quad (3.14)$$

$$\text{где } Z = \frac{0,733 + (\alpha_s + \alpha'_s) / 2}{0,733 - 0,5r}$$

Момент трещинообразования находится по формуле:

$$M_{crc} = R_{bt,n} bh^2 \left[0,4526(1 - \xi)^2 + \frac{r\xi^3 / 3 + (\xi - \delta'_s)^2 \alpha'_s + (1 - \xi - \delta_s)^2 \alpha_s}{1 - \xi} \right] \quad (3.15)$$

Расчет для серии К-8

$$\alpha_s = \alpha'_s = \frac{30}{22} \cdot \frac{1,005}{12 \cdot 18} = 0,00634,$$

$$r = \frac{306}{10 \cdot 22} = 1,3909, \quad \delta_s = \delta'_s = \frac{2}{18} = 0,1111$$

$$Z = \frac{0,733 + 0,00634}{0,733 - 0,5 \cdot 1,3909} = \frac{0,74727273}{0,03755} = 19,6895$$

$$\xi = 19,6895 - \sqrt{19,6895^2 - \frac{0,733 + 0,00634(1 - 0,1111) + 0,00634 \cdot 0,1111}{0,733 - 0,5 \cdot 1,3909}}$$

$$\xi = 0,5065$$

Находим высоту сжатой зоны бетона:

$$x = \xi \cdot h, \quad x = 0,5065 \cdot 18 = 9,117$$

Вычисляем момент трещинообразования:

$$M_{crc} = 22 \cdot 12 \cdot 18^2 [0,4526(1 - 0,5065)^2 + \frac{1,3909 \cdot 0,5065^3}{3} + \frac{(0,5065 - 0,1111)^2 \cdot 0,00634}{1 - 0,5065} + \frac{(1 - 0,5065 - 0,1111)^2 \cdot 0,00634}{1 - 0,5065}]$$

$$M_{crc} = 2,02 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Расчет для серии К-10

$$\alpha_s = \alpha'_s = \frac{30}{22} \cdot \frac{1,57}{12 \cdot 18} = 0,00991,$$

$$r = \frac{306}{10 \cdot 22} = 1,3909, \quad \delta_s = \delta'_s = \frac{2}{18} = 0,1111$$

$$Z = \frac{0,733 + 0,00991}{0,733 - 0,5 \cdot 1,3909} = \frac{0,74291}{0,03755} = 19,7845$$

$$\xi = 19,7845 - \sqrt{19,7845^2 - \frac{0,733 + 0,00991(1 - 0,1111) + 0,00991 \cdot 0,1111}{0,733 - 0,5 \cdot 1,3909}}$$

$$\xi = 0,50648$$

Находим высоту сжатой зоны бетона:

$$x = \xi \cdot h, \quad x = 0,50648 \cdot 18 = 9,117$$

Вычисляем момент трещинообразования:

$$M_{crc} = 22 \cdot 12 \cdot 18^2 [0,4526(1 - 0,50648)^2 + \frac{1,3909 \cdot 0,50648^3}{3} + \frac{(0,50648 - 0,1111)^2 \cdot 0,00991}{1 - 0,50648} + \frac{(1 - 0,50648 - 0,1111)^2 \cdot 0,00991}{1 - 0,50648}]$$

$$M_{crc} = 2,039 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Расчет для серии К-12

$$\alpha_s = \alpha'_s = \frac{30}{22} \cdot \frac{2,26}{12 \cdot 18} = 0,01427,$$

$$r = \frac{306}{10 \cdot 22} = 1,3909, \delta_s = \delta'_s = \frac{2}{18} = 0,1111$$

$$Z = \frac{0,733 + 0,01427}{0,733 - 0,5 \cdot 1,3909} = \frac{0,74727}{0,03755} = 19,9007$$

$$\xi = 19,9007 - \sqrt{19,9007^2 - \frac{0,733 + 0,01427(1 - 0,1111) + 0,01427 \cdot 0,1111}{0,733 - 0,5 \cdot 1,3909}}$$

$$\xi = 0,50644$$

Находим высоту сжатой зоны бетона:

$$x = \xi \cdot h, \quad x = 0,50644 \cdot 18 = 9,116$$

Вычисляем момент трещинообразования:

$$M_{crc} = 22 \cdot 12 \cdot 18^2 [0,4526(1 - 0,50644)^2 + \frac{1,3909 \cdot 0,50644^3 / 3 + (0,50644 - 0,1111)^2 \cdot 0,01427}{1 - 0,50644} + \frac{(1 - 0,50644 - 0,1111)^2 \cdot 0,01427}{1 - 0,50644}]$$

$$M_{crc} = 2,062 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

По результатам расчета получаем следующие значения момента трещинообразования:

Для образцов серии К-8: 2,02 кН·м

Для образцов серии К-10: 2,039 кН·м

Для образцов серии К-12: 2,062 кН·м

Сравнив полученные данные со значениями из таблицы 3.2. можно сделать вывод, что величины момента, полученные по этому методу, являются заниженными и не в полной мере отражают фактическую работу конструкции.

Выводы по третьей главе

Выполнен сравнительный анализ расчетных значений момента образования трещин по предложенной методике с опытными данными. Расхождение результатов расчета и опытных данных приводит к неопределенным решениям при проектировании железобетонных конструкций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработаны расчетные зависимости для нелинейной деформационной модели с использованием двухлинейных и трехлинейных диаграмм, рекомендуемые СП 63.13330.2012, включающие: проверку уравнений равновесия методом последовательных приближений и выражения для моментов трещинообразования, значения которых может воспринять регулярное сечение изгибаемого железобетонного элемента непосредственно перед образованием трещин.

2. Значения моментов трещинообразования, полученные расчетом по нелинейной деформационной модели с использованием кусочно – линейных диаграмм превышают (в пределах 10%) значения, полученные по методу предельных состояний, кроме того их величина зависит от вида диаграммы. Расхождение результатов расчета приводит к неопределенным решениям при проектировании железобетонных конструкций.

3. Для использования кусочно – линейных диаграмм в практических расчетах на трещинообразование необходимо произвести корректировку в СП предельных и граничных значений деформаций в диаграммах деформирования бетона на осевое растяжение. За «эталон» рекомендуется принять результаты расчета по традиционному методу предельных состояний (СНиП 2.03.01-84 Бетонные и железобетонные конструкции), который за длительную историю применения в практике проектирования показал свою высокую надежность и работоспособность.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Залесов А. С., Кодыш Э.Н., Лемыш Л. Л., Никитин И. К. Расчет железобетонных конструкций по прочности, трещиностойкости и деформациям. М.: Стройиздат. 1988. – 320 с.
2. Литвинов Р.Г. Трещиностойкость железобетонных элементов при изгибе // Бетон и железобетон . 1992. №11. С. 24 – 26.
3. Андрианов А.А. Влияние поверхностных трещин на прочность бетонных элементов // Вестник МГСУ . 2011. №3. С. 140 – 142.
4. Дадаян Т.Л., Карапетян Л.Г. Определение момента трещинообразования и жесткости сечений железобетонных конструкций по нормам различных стран // Технологии бетонов. 2013. №2. С. 39 – 41.
5. Горностаев С.И., Амелин В.Ю. Сопоставление опытных и теоретических значений моментов трещинообразования составных железобетонных конструкций // Технические науки – от теории к практике. 2013. №21. С. 102 – 109.
6. Ерышев В.А., Латышева Е.В. Учет усадочных деформаций на напряженное состояние арматуры и бетона при трещинообразовании // Вектор науки ТГУ. 2010. №4 (14). С. 98 – 101.
7. Трекин Н.Н., Кодыш Э.Н. Расчет по образованию нормальных трещин на основе деформационной модели // Промышленное и гражданское строительство. 2016. №7. С. 74 – 78.
8. Карпенко Н.И., Радайкин О.В. К совершенствованию диаграмм деформирования бетона для определения момента трещинообразования и разрушающего момента в изгибаемых железобетонных элементах // Строительство и реконструкция. 2012. №3 (41). С. 10 – 15.
9. Окусок С.А. Расчет момента трещинообразования железобетонного элемента без предварительного напряжения арматуры на основании

требований СП 63.13330.2012 // Строительство и реконструкция . 2015. №6 (62). С. 14 – 20.

10. Рудный И.А. Расчет трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов с участками нарушенного сцепления арматуры с бетоном // Вестник гражданских инженеров. 2014. №5 (46). С. 44 – 49.

11. Иваненко А.Н., Иваненко Н.А., Пересыпкин Е.Н. Трещиностойкость железобетонных конструкций как функция предельной растяжимости бетона // Инженерный вестник Дона. 2014. №3. С. 62-76.

12. Быков А. А., Матвеев В. П., Сероваев Г. С., Шардаков А. П., Шестаков И. Н. Анализ влияния динамических явлений на процесс разрушения железобетонной балки от квазистатического нагружения (расчет, эксперимент) // Механика твердого тела. 2015. №4. С. 118-129.

13. Gamino A.L., Sousa J.L.A.O., Manzoli O.L., Bittencourt T.N. A comparative study between smeared and embedded crack models for finite element analysis of reinforced concrete beams // Proceedings of FraMCoS. Korean Concrete Institute, 2010.

14. Радайкин О. В. К построению диаграмм деформирования бетона при одноосном кратковременном растяжении/сжатии с применением деформационного критерия повреждаемости // Вестник гражданских инженеров. 2017. №6 (65). С. 71-78.

15. Lemaitre J. A Course on Damage Mechanics. New York: Springer Verlag, 1992. 210 p.

16. Zdenek P. Bazanl. Stability of structures Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories. Dover publications, INC: Mineola, New York, 2003. 1034 p.

17. Kachanov L. M. Introduction to Continuum Damage Mechanics. Dordrecht, Boston: Martinus Nijhoff, 1986. 135 p.

18. Lemaitre J. Engineering Damage Mechanics. Springer-New-York, 2005. 402 p.

19. Карпенко Н. И., Соколов Б. С., Радайкин О. В. К оценке прочности, жесткости, момента образования трещин и их раскрытия в зоне чистого изгиба железобетонных балок с применением нелинейной деформационной модели // Известия вузов. Строительство. 2016. №3. С. 5-12.

20. Веселов А. А., Хегай А. О., Хегай М. О., Николаева С. П. Расчет железобетонных элементов по образованию трещин // Вестник гражданских инженеров. 2016. №3 (56). С. 52-55.

21. Evgeny N. Peresipkin, Vladimir P. Pochinok, Victor S. Shevtsov, Sergey V. Shevtsov // Impact of Concrete Type on Crack Resistance of Reinforced Concrete Constructions. Europeanresearcher, 2012, Vol.(21), № 5-2. P. 622-625.

22. Скоробогатов С. М. Иерархия трещинообразования бетона в изгибаемых железобетонных элементах // Транспорт Урала. 2014. №2. С. 62 – 66.

23. Казаков Д. В. Некоторые результаты экспериментальных исследований процессов деформирования и трещинообразования в составных железобетонных элементах // Строительство и реконструкция. 2011. №4 (32). С. 16 – 21.

24. Казаков. Д. В. Специфика деформирования составных внецентренно сжатых железобетонных конструкций // Строительство и реконструкция. 2010. №5(31). С. 8-17.

25. Котов А. А. Исследование железобетонной балки методом конечных элементов // Вестник гражданских инженеров. 2016. №5 (58). С. 79-85.

26. Федорова Н. В., Кореньков П. А. Анализ деформирования и трещинообразования многоэтажных железобетонных рамно-стержневых конструктивных систем зданий в предельных и запредельных состояниях // Промышленное и гражданское строительство. 2016. №11. С. 8 – 13.

27. Кодыш Э. Н., Никитин И. К., Трекин Н. Н. Расчет железобетонных конструкций из тяжелого бетона по прочности, трещиностойкости и деформациям. – Монография, М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2010. – 352 с.

28. Акимов П. А. О развитии дискретно-континуального подхода к численному моделированию состояния несущих систем высотных зданий // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 3. С. 16–20.

29. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.

30. Мурашкин Г. В., Мордовский С. С. Применение диаграмм деформирования для расчета несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов // Жилищное строительство. 2013. № 3. С. 38–40.

31. Травуш В. И., Колчунов В. И., Ключева Н. В. Некоторые направления развития теории живучести конструктивных систем зданий и сооружений // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 3. С. 4–11.

32. Федоров В. С., Баширов Х. З. Методика расчета прогиба составных железобетонных конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 3. С. 21–28.

33. Карпенко Н. И., Ерышев В. А., Латышева Е. В. К построению диаграмм деформирования бетона повторными нагрузками сжатия при постоянных уровнях напряжений // Строительные материалы. 2013. № 6. С. 48–52.

34. Ерышев В. А., Латышева Е. В., Бондаренко А. С. Методика экспериментальных исследований напряженно-деформированного состояния линейных железобетонных элементов при осевом нагружении повторными и знакопеременными нагрузками // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. 2010. № 3. С. 51–56.

35. Карпенко Н. И., Ерышев В. А., Латышева Е. В., Бондаренко А. С. Деформации железобетонного элемента с учетом усадочных деформаций // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета, серия: Строительство и архитектура. 2013. № 31 (50). Ч. 2. Строительные науки. С. 344–358.

36. Карпенко Н. И., Карпенко С. Н., Петров А. Н., Палювина С. Н. Модель деформирования железобетона в приращениях и расчет балок-стенок и изгибаемых плит с трещинами. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2013. 156 с.

37. Бондаренко В. М., Колчунов В. И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона: монография. М.: Издательство АСВ. 2004. 472с.

38. Nikolay I. Karpenko, Valery A. Eryshev, Ekaterina V. Latysheva. Stress-strain Diagrams of Concrete Under Repeated Loads with Compressive Stresses// Procedia Engineering, Volume 111, 2015, Pages 371-377.

39. Карпенко Н. И., Соколов Б. С., Радайкин О. В. К определению деформаций изгибаемых железобетонных элементов с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры // Строительство и реконструкция. 2012. № 2 (40). С. 11–18.

40. Соколов Б. С., Радайкин О. В. К определению кривизны бетонных и железобетонных элементов вдоль пролета с учетом совместного действия изгибающих моментов и перерезывающих сил // Строительство и реконструкция. 2015. № 2 (58). С. 38–41.

41. Федоров В. С., Шавыкина М. В., Юсупова Е. В. Прогибы железобетонных конструкций в предельном состоянии // Строительство и реконструкция. 2017. № 4 (72), С. 80–85.

42. Афанасьева Ю.С., Ерышев В.А. Исследование деформирования бетона повторными нагрузками сжатия при постоянных уровнях напряжений //Вестник НГИЭИ. 2015. №6 (49). С.20 – 24.

43. Ерышев В. А., Латышев Д. И., Бондаренко А. С. К методике описания диаграммы малоциклового нагружения // Известия ОрелГТУ. 2009. № 1. С. 22–28.

44. Ерышев В. А. Методика расчета деформаций бетона при сложных режимах нагружения: монография. Тольятти, ТГУ. 2014. С. 130.

45. Сальников А. С., Колчунов Вл. И., Яковенко И. А. Расчетная модель образования трещин первого вида в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 3. С. 46–50.

46. СНиП 2.03.01-84. Бетонные и железобетонные конструкции. Нормы проектирования. М. : ЦИТП Госстроя СССР, 1989. 88с.

47. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. М. : МинрегионРоссии. 2013. 175с.