

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тольяттинский государственный университет»

Архитектурно-строительный институт

(наименование института полностью)

Кафедра «Промышленное, гражданское строительство и городское  
хозяйство»

(наименование кафедры)

08.04.01 Строительство

(код и наименование направления подготовки, специальности)

«Техническая эксплуатация и реконструкция зданий и сооружений»

(направленность (профиль))

## МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

на тему Применение деформационной модели к расчету железобетонных конструкций, усиленных присоединением стальных элементов

Студент

Т. А. Журавлёва

(И.О. Фамилия)

\_\_\_\_\_ (личная подпись)

Научный

Д.С. Тошин

(И.О. Фамилия)

\_\_\_\_\_ (личная подпись)

руководитель

Руководитель программы

д.т.н., доцент, В.А. Ерышев

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

\_\_\_\_\_ (личная подпись)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

**Допустить к защите**

Заведующий кафедрой ПГСигХ

к.т.н., доцент, Д.С. Тошин

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

\_\_\_\_\_ (личная подпись)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Тольятти 2018

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Глава 1 Существующие методы усиления железобетонных конструкций и диаграммы деформирования материалов .....	7
1.1 Метод усиления предварительно-напряженными распорками .....	7
1.2 Метод усиления стальной обоймой.....	13
1.3 Диаграммы деформирования материалов.....	16
Вывод к первой главе.....	32
Глава 2 Методика расчета усиления железобетонной конструкции с применением нелинейной деформационной модели .....	33
Вывод ко второй главе.....	44
Глава 3 Проведение расчета по деформационной модели и анализ полученных результатов.....	45
3.1 Исходные данные .....	45
3.2 Расчеты по нелинейной деформационной модели .....	48
3.3 Сравнительный анализ полученных результатов .....	57
Вывод к третьей главе.....	63
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	64
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	65

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Актуальность**

В настоящее время широко развивается применение деформационной модели при проектировании конструкций из композита бетона и арматуры.

В современных строительных нормах прописан подход к расчету прочности, жесткости и стойкости к образованию трещин элементов из композита бетона и стальной арматуры с использованием нелинейной деформационной модели и диаграмм состояния материалов, то есть зависимости напряжений от относительных деформаций.

Учет в расчете железобетонных конструкций диаграмм деформирования составляющих ее материалов, к которым применяются математические зависимости, позволяют учесть все физические закономерности совместной работы железобетонной конструкции в целом, описать процесс деформирования непрерывной кривой, получить соотношение между опытными и расчетными данными, и применить полученную аналитическую зависимость при составлении алгоритмов, нацеленных на разработку усиления конструкций с применением средств вычислительной техники.

В 21 веке, ввиду развития теории композитного материала, всесторонне исследуется нелинейная деформационная модель расчета, основывающаяся на диаграммах деформирования материалов. Эти диаграммы зависят от свойства материалов, но не зависят от геометрии самой конструкции.

В работе предлагается развить широту применимости деформационной модели к расчету железобетонных конструкции из, усиленных присоединением стальных элементов, то есть горячекатаных равнополочных уголков.

**Цель диссертационной работы** – это разработка метода расчета железобетонной конструкции, усиленной присоединением стальных элементов (горячекатаных равнополочных уголков), на основе нелинейной деформационной модели.

**Задачи магистерской диссертации:**

Для реализации поставленной цели диссертационной работы необходимо решить следующие задачи:

- Анализ существующих способов усиления железобетонных конструкций и методик их расчета, диаграмм деформирования материалов (бетона, стальных элементов);
- Разработка алгоритма диаграммного расчета железобетонных конструкций, усиленных присоединением стальных элементов, его реализация при помощи вычислительной техники;
- Численная оценка результатов реализации диаграммного метода расчета усиливаемых железобетонных конструкций, с обоснованием достоверности полученных результатов.

**Объект исследования** – железобетонная конструкция, усиленная присоединением стальных элементов.

**Предмет исследования** – метод расчета железобетонных конструкций, усиленных присоединением стальных элементов.

**Научная новизна исследований** – заключается в осмысленной проработке алгоритма расчета усиления железобетонной конструкции с оценкой деформаций и напряжений на каждом элементарном участке поперечного сечения при различных усилиях.

**Методы или методология проведения исследования**

В состав исследований по теме работы входит «проектный» расчет.

## **Теоретическая, научная и практическая значимость полученных результатов.**

Выполненный анализ в рамках исследования позволяет более точно представить работу и напряженное состояние усиливаемой конструкции.

Предложенный порядок алгоритма последовательного итерационного уточнения (приближения) получаемых расчетов позволяет уточнить результаты расчета конструкций из композита бетона и стальной арматуры еще во время проведения проектирования, а так же дать оценку характеристик прочности по факту материалов при поверочном расчете и осмотра в рамках проведения обследования.

**Автором защищается** алгоритм расчёта, в основе которого лежит нелинейная деформационная модель; который нацелен на проведение расчета усиления горячекатаными уголками из стали железобетонных конструкций с применением метода последовательного итерационного уточнения.

### **Апробация результатов исследования**

Основные положения анализа в диссертационной работе представлены автором на конкурсе научных проектов студентов на финансовую помощь из бюджетных резервов Тольяттинского государственного университета в 2017 году.

Также автором диссертационной работы в период обучения в магистратуре опубликованы следующие научные статьи:

1) «Применение диаграммного метода расчета при усилении железобетонных элементов присоединением стальных элементов» в научном журнале Молодой ученый №10 в 2017 году;

2) «Расширенный порядок расчета усиления железобетонных элементов на основе деформационной модели» в научном журнале Молодой ученый №29 в 2017 году;

3) «Диаграммный метод расчета железобетонных конструкций, усиленных присоединением стальных элементов» в научном журнале НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ: новое время №5 в 2017 году;

4) «Деформационная модель и ее применение в расчетах усиления конструкций» в рамках студенческих дней наук в ТГУ в 2017 году (в соавторстве);

5) «Метод расчета усиливаемых сжатых элементов по деформационной модели» в 2017 году в научном журнале Научное обозрение (в соавторстве с научным руководителем Тошиным Д.С.).

### **Структура и объем диссертационной работы**

Работа включает в себя введение, три главы, список используемых источников из 45-ти позиций, включая 10 на английском языке.

Объем диссертационной работы:

- 70 страниц машинописного текста;
- 24 графических элемента;
- 5 таблиц.

# **Глава 1 Существующие методы усиления железобетонных конструкций и диаграммы деформирования материалов**

## **1.1 Метод усиления предварительно-напряженными распорками**

Данный способ усиления обеспечивает плотное прилегание предварительно-напряженных вертикальных металлических уголков к ниже- и вышерасположенным конструкциям. Способ усиления предварительно-напряженными распорками достаточно эффективно увеличивает несущую способность за счет пропорциональности площади поперечного сечения распорок. Распорки – есть два стальных горячекатаных уголка соединёнными планками.

К верхней и нижней частям каждой распорки прикрепляются опорные уголки, через которые усилие распора распространяется непосредственно на консоли (рисунок 1). Распорки устанавливаются с перегибом в середине по их высоте. С целью создания предварительного напряжения сжатия распорки с помощью болтов для натяжения выпрямляются, принимая вертикальное положение. Наряду с этим распорки надежно включены в «коллективную» работу непосредственно с железобетонной колонной, при этом частично разгрузив ее.

Усиление колонн из железобетона предварительно напряженными распорками рационально при длине распорок не более пяти метров, так как в этом случае отсутствует потребность в большом расходе металла для обеспечения устойчивости самих распорок.

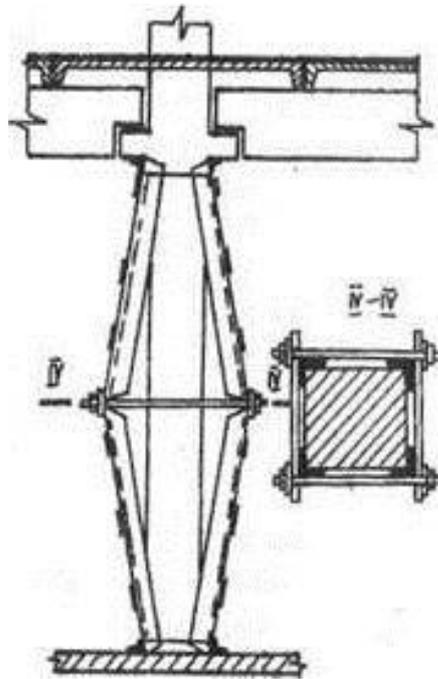


Рисунок 1 – Схема усиления железобетонной колонны  
предварительно-напряженными распорками

При расчете усиления железобетонной колонны предварительно-напряженными распорками усиленная конструкция рассматривается как железобетонная колонна с дополнительной жесткой арматурой (рисунок 2).

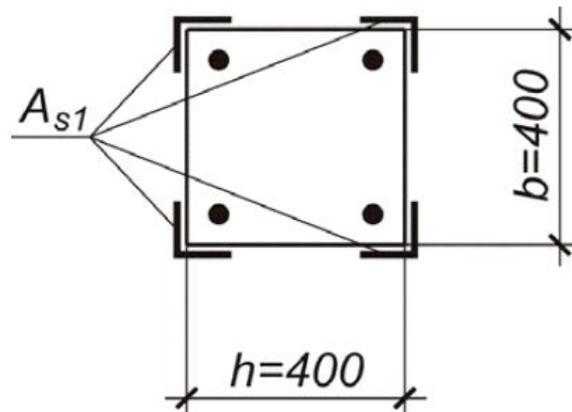


Рисунок 2 – Расчетное сечение конструкции, усиленной  
предварительно напряженными распорками

Расчет усиления внецентренно-сжатой железобетонной конструкции предварительно-напряженными распорками [1] выполняется в следующей последовательности:

Определяется коэффициент  $\varphi$  в зависимости от гибкости при отношении высоты этажа  $l_0$  к стороне поперечного сечения  $h$  [2, таблица 6.2; 1, приложение 3].

Определяется требуемая площадь поперечного сечением распорок, выполненных из равнополочных металлических уголков по следующей формуле 1:

$$A_{s1} = \frac{\frac{N_1}{\varphi} - (R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot A + R_{sc} \cdot A_s')}{m \cdot R_y}, \quad (1)$$

где  $N_1$  – значение величины продольной расчетной силы в железобетонной колонне при определенной грузовой площади, кН;

$R_b$  – значение расчетного сопротивления бетона осевому сжатию, МПа;

$\gamma_{b1}$  – коэффициент условий работы, учитывающий особенности работы бетона непосредственно в конструкции;

$A$  – площадь поперечного сечения усиливаемой железобетонной колонны, см<sup>2</sup>;

$R_{sc}$  – расчетное сопротивление арматуры растяжению, МПа;

$A_s'$  – поперечное сечение распорок;

$m$  – коэффициент условий работы для предварительно напряженных распорок;

$R_y$  – значение расчетного сопротивления растяжению стальных распорок.

Далее по сортаменту ГОСТ 8509-93 «Уголки стальные горячекатаные равнополочные» [3] определяется подходящий по площади стальной уголок.

Проверяется значение гибкости самой распорки в момент установки в промежутке от места перегиба до упора в бетонную часть колонн выше и ниже расположенных элементов (рисунок 3) по формуле 2:

$$\lambda = \frac{l_{01}}{i_1}, \quad (2)$$

где  $l_{01}$  – расчетная длина распорки, равная половине высоты этажа;

$i_1$  – инерционный радиус распорки относительно оси 1-1, который равен радиусу инерции одного найденного по сортаменту горячекатаного стального уголка распорки  $i_1 = i_x$ .

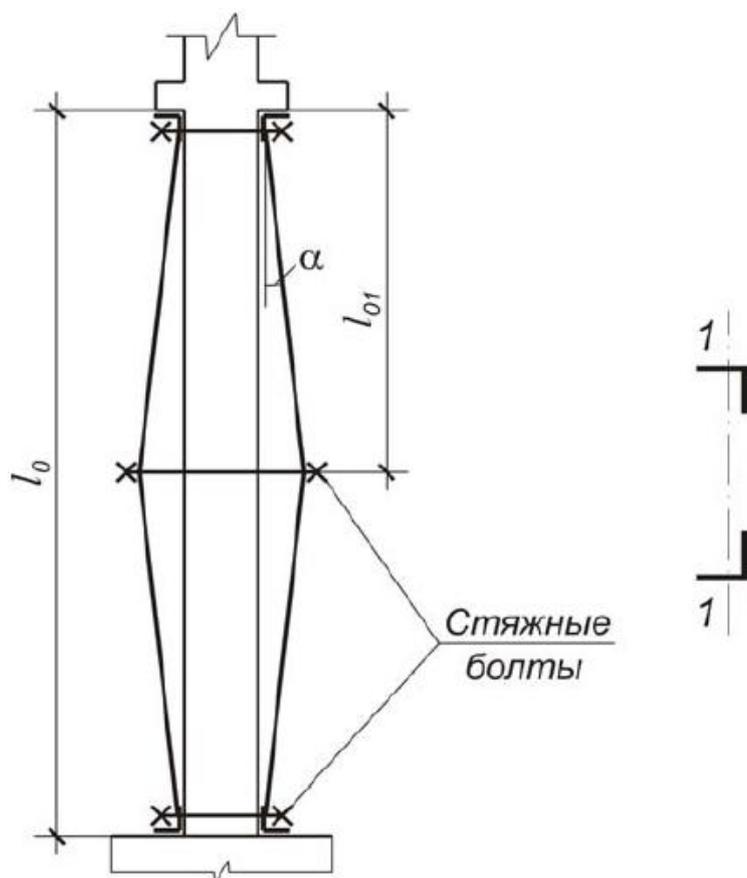


Рисунок 3 – Для проверки гибкости распорки при монтаже и определению величины перегиба  $\alpha$

Если полученное значение гибкости меньше 100, то сечение принятого уголка распорки достаточно. Если наоборот, то необходимо увеличить площадь поперечного сечения уголка.

Далее проводятся расчеты по подбору уголка для обеспечения прочности бетона усиливаемой колонны, в который упирается металлическая распорка. В рассматриваемом случае используется консоль постоянного сечения, т.е. скрытая консоль (рисунок 4).

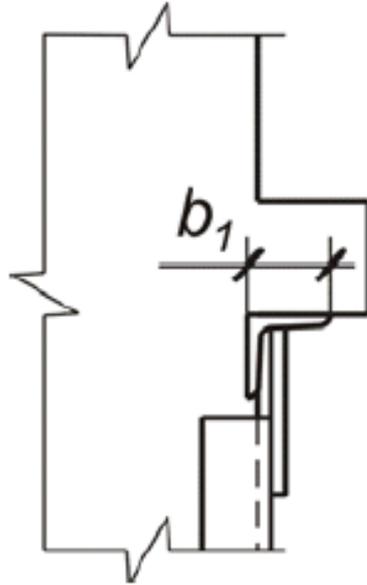


Рисунок 4 – Вспомогательная схема для расчета упорного уголка

Величина примыкания  $b_1$  упорного уголка к усиливаемой железобетонной колонне определяется по ниже расположенной формуле 3:

$$b_1 = \frac{N}{0,8 \cdot R_b \cdot b}, \quad (3)$$

где  $N$  – усилие, передаваемое на консоль при выпрямлении распорки, которое определяется по формуле 4;

$b$  – ширина поперечного сечения колонны.

$$N = \sigma_{sp} \cdot \frac{A_{s1,f}}{2}, \quad (4)$$

где  $\sigma_{sp}$  – величина предварительного напряжения распорки, значение которой варьируется в пределах 60...80 МПа;

$A_{s1,f}$  – площадь поперечного сечения распорок.

Величина перегиба распорки при назначенном значении предварительного напряжения определяется следующим образом:

1) При определенном значении коэффициента  $\varphi$  определяется величина продольной силы, воспринимаемой колонной после усиления, по формуле 5:

$$N_f = \varphi \cdot \gamma_b \cdot \gamma_{bl} \cdot A + R_{sc} \cdot A_s' + m \cdot R_y \cdot A_{sl,f} \quad (5)$$

Величина продольной силы с учетом дополнительной нагрузки от веса распорок определяется по формуле 6:

$$N_1' = N_1 + N_{don}, \quad (6)$$

где  $N_{don}$ , – учет дополнительной нагрузки от веса распорок определяется по формуле 7:

$$N_{don} = 4 \cdot g \cdot l, \quad (7)$$

2) Проверяется условие (8) между значениями продольной силы, которую колонна воспринимает после проведения мероприятий по усилению, и продольной силы с учетом дополнительной нагрузки от веса распорок:

$$N_f > N_1'. \quad (8)$$

Выполнение условия (8) свидетельствует о достаточной несущей способности усиленной железобетонной колонны предварительно-напряженными распорками.

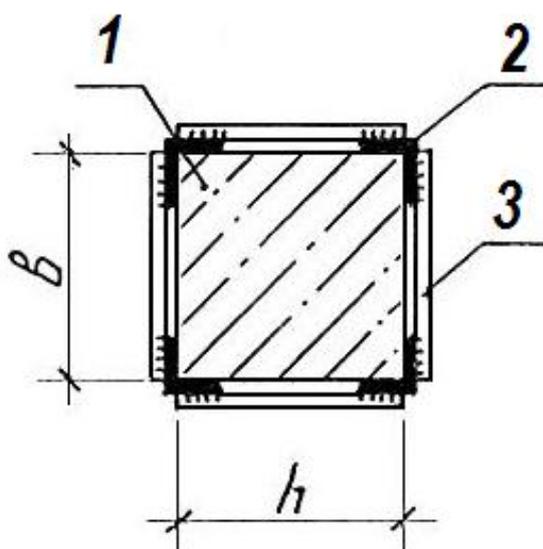
Если условие (8) не выполняется, то требуется увеличить поперечное сечение стальных уголков распорок  $A_{sl,f}$ .

3) Запас прочности вычисляется по формуле 9:

$$\frac{N_f - N_1'}{N_1'} \cdot 100\%. \quad (9)$$

## 1.2 Метод усиления стальной обоймой

Стальная обойма представляет собой комплекс, состоящий из стоек углового профиля, соединительных планок, опорных подкладок (рисунок 5).



1 – усиливаемый элемент; 2 – металлическая обойма из уголков;

3 – соединительные планки;

$b, h$  – ширина и высота сечения, соответственно

Рисунок 5 – Поперечное сечение железобетонной колонны, усиленной металлической обоймой

Эффективность включения стальной обоймы в работу железобетонной конструкции зависит от плотности прилегания стальных уголков к поверхности колонны из железобетона и предварительного напряжения поперечных стальных планок. Для «лучшего» прилегания стальных уголков бетонная поверхность по граням железобетонных колонн тщательно выравнивается путем скалывания неровностей и зачеканкой цементно-песчаным раствором.

Предварительное напряжение соединительных планок осуществляется путем термической обработки. Для этого планки скрепляют с помощью сварки с одной стороны к уголкам обоймы, затем нагреваю с помощью газовой горелки до температуры, варьирующейся от 100 до 120°С и в разогретом состоянии скрепляют сваркой другой конец планки. Сжатие планок производится инвариантно от среднего по высоте колонны пояса. При снижении температуры поверхности планок происходит обжатие поперечных сечений колонны, что означает увеличение несущей способности [1].

Расчет усиления конструкции металлической обоймой [1] выполняется как расчет самостоятельной системы (рисунок 6) в следующей последовательности:

Определяется значение продольной силы  $N_1$ , передающейся на конструкцию усиления, то есть металлическую сквозную колонну, обрамляющую железобетонную колонну по формуле 10:

$$N' = N_1 - N, \quad (10)$$

где  $N$  – продольная сила, воспринимаемая железобетонной колонной.

Определяется величина требуемой площади поперечного сечения уголков по формуле 11:

$$A_{s1} = \frac{N'}{\varphi \cdot R_y \cdot m}, \quad (11)$$

где  $m$  – коэффициент условий работы, который выбирается в зависимости от степени разгрузки ( $m=0,7$  – разгрузка на 25%,  $m=0,8$  разгрузка на 50%,  $m=0,95$  разгрузка на 100%).

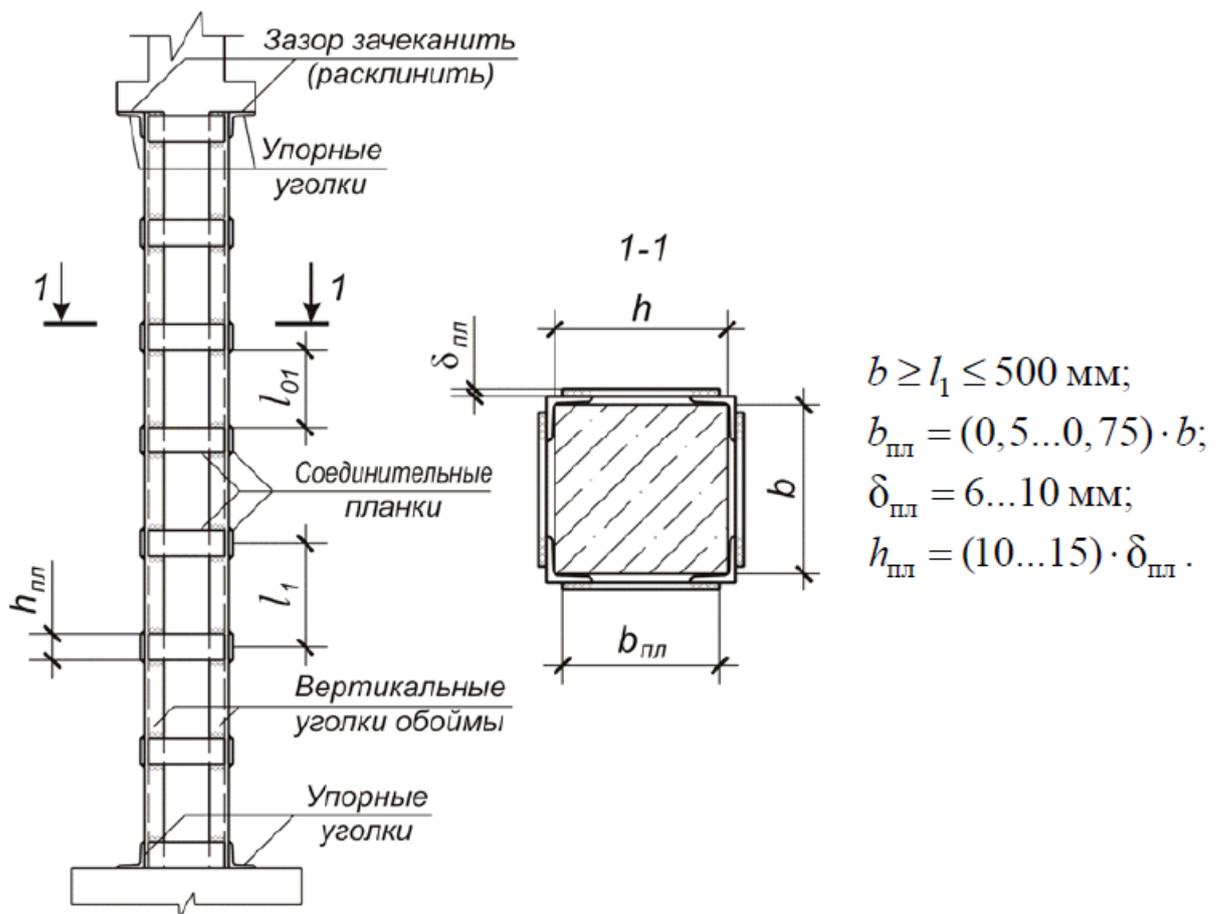


Рисунок 6 – Схема усиления колонны стальной обоймой

По сортаменту ГОСТ 8509-93 «Уголки стальные горячекатаные равнополочные» [3] по площади подбирается стальной уголок.

Величина фактической несущей способности металлической обоймы в следующем порядке:

1) Определяется значение расчетной длины вертикальных уголков стальной обоймы при условии их упора к колонне из бетона и арматуры и раскрепления поперечными планками. С учетом запаса прочности расчетная длина  $l_{01}$  стального уголка принимается равной ширине поперечного сечения усиливаемой железобетонной колонны.

2) Определяется значение гибкости по формуле 12:

$$\lambda = \frac{l_{01}}{i_x}, \quad (12)$$

где  $i_x$  – радиус инерции одного уголка, см.

В зависимости от радиуса инерции выбранного стального равнополочного уголка выбирается коэффициент  $\varphi$  [4].

3) Определяется значение продольного усилия, воспринимаемого вертикальными уголками стальной обоймы по формуле 13:

$$N'_f = \varphi \cdot R_y \cdot A_{s1,f} \cdot m, \quad (13)$$

4) Проверяется условие (8).

Выполнение условия (8) свидетельствует о достаточной несущей способности усиленной железобетонной колонн металлической обоймой.

Если условие (8) не выполняется, то требуется увеличить поперечное сечение вертикальных уголков  $A_{s1,f}$ .

5) Определяется запас прочности по формуле 9.

### **1.3 Диаграммы деформирования материалов**

В процессе проектирования железобетонных конструкций параметры деформаций и прочности составляющих железобетонной конструкции (бетона и стальной арматуры) принимаются в соответствии с классом материалов и остаются постоянными по сечению конструкции в период эксплуатации. Процесс набора прочности является длительным процессом, исчисляющегося годами при благоприятных условиях эксплуатации. А при эксплуатации в неблагоприятных условиях непосредственно для бетона может наблюдаться снижение параметров прочности и деформаций материала.

По этой причине требуется расширение и углубление исследований в области анализа непосредственной деятельности бетона и железобетона, а также принцип их существования и силового сопротивления.

Разработка современных методик расчета (проектирования) конструкций из железобетона на прочность и деформативность невозможна без учета нелинейных свойств бетона.

В нынешних нормах по проектированию конструкций из композита бетона и арматуры содержатся исключительно неуточненные предложения по проектированию и расчету. Определение численных значений усилий и уровня нагружения элементов конструкций выполняется путем поверочного расчета с применением временных и постоянных нагрузок согласно нормативным документам, а также параметров прочности и деформаций соответствующих материалов. При этом активные напряжения в требуемый промежуток времени при такой комбинации могут существенно отличаться от расчетных величин [5].

Способ определения напряжений в конструкциях при непосредственной эксплуатации сложившимися нагрузками позволяет проводить оценочные мероприятия по определению напряженно-деформированного состояния (далее НДС) элементов конструкции, способствовать установлению причин появления повреждений и при своевременном внедрении снизить риск возникновения аварийных ситуаций, одновременно обеспечить техническую безопасность эксплуатации объекта.

Выявленная проблематика – причина отбора новых вариантов решений, которые основаны на использовании нелинейной деформационной модели и нелинейных диаграмм состояния соответствующих материалов.

Учитывая всю сложность проблематики, при ведении расчетов конструкций из композита бетона и стальной арматуры базируются на использовании характеристик прочности и деформативности бетона. Учет дополнительных факторов, таких как другие виды НДС, возможные повреждения конструкции и так далее выполняют путем видоизменения исходных данных.

В соответствии с принципами строительных правил по проектированию конструкций из бетона и железобетона диаграмма

деформирования (состояния) представляет из собой связь между напряжениями и относительными деформациями.

Метод расчета комплексной конструкций, включающей в себя бетон, стальные элементы, по деформационной модели на основе диаграмм состояния материалов впервые для норм проектирования Российской Федерации был включен в такой нормативный документ, как свод правил СП 52-101-2003 «Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры».

В мире разработка конструкций из железобетона на основе диаграмм деформирования материалов приобрело широкое распространение. Диаграммы деформирования материалов под воздействием внешней нагрузки входят в иностранные нормативные документы таких стран, как Белоруссия, Китай, Индия, Бразилия, Япония и другие.

Свод правил 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» является Актуализированной редакцией строительных норм и правил 52-01-2003 с тем же названием. Свод правил закрепляет за методом расчета конструкций из бетона и стальной арматуры на основе деформационной модели обоснованность его использования при проектировании и решении полезных задач строительства.

Дополнительно СП 63.13330.2012 обеспечивает соблюдение требований технической безопасности технического регламента о безопасности зданий и сооружений (закон правительства Российской Федерации от 30.12.2009г. № 384-ФЗ).

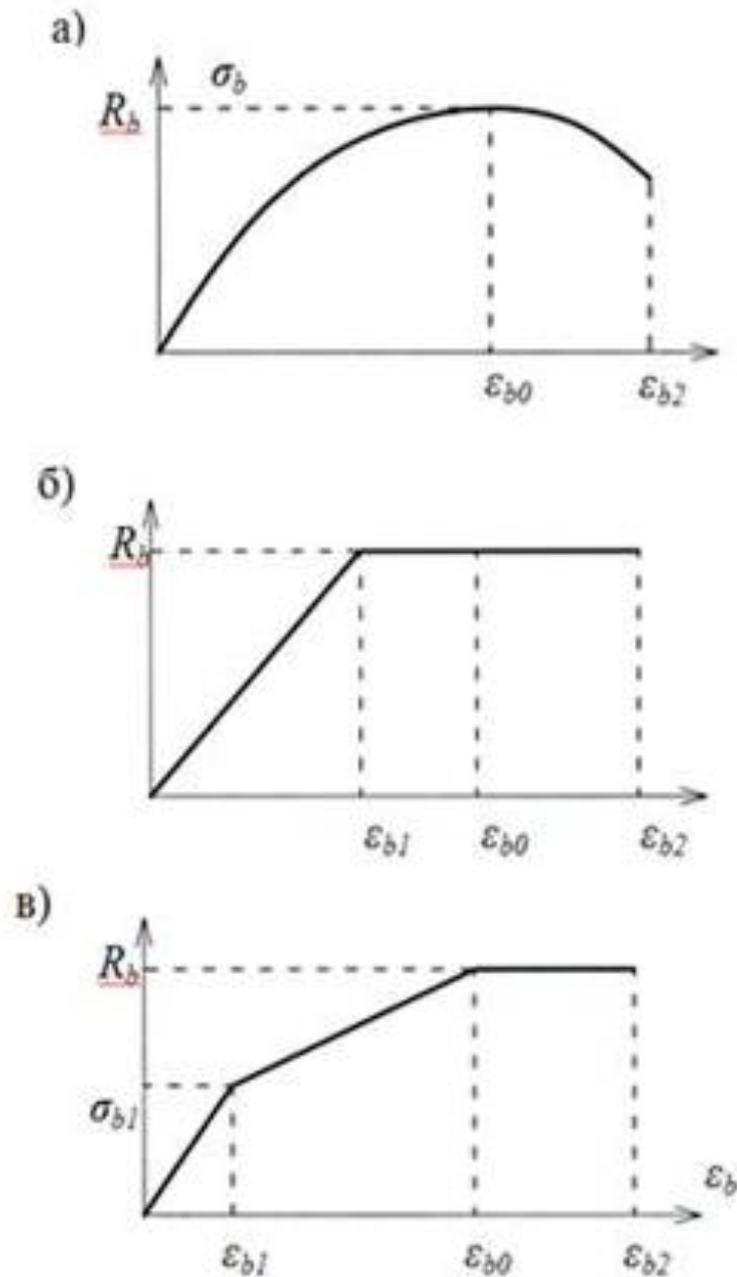
Таким образом, деформационная модель принимает все многофункциональность при расчете конструкций из бетона и стальной арматуры. Доступность исследуемого метода расчета можно объяснить тем, что он позволяет с единых позиций выполнять проектирование конструкций из железобетона с проверкой требований по первой и второй

групп предельных состояний (по прочности и деформативности); возможностью применения при анализе усиливаемых конструкций из композита бетона и арматуры; адаптацией к программированию порядка расчета и автоматизированию подсчетов и т. п. [6].

Модели деформирования материалов, представленные в российских и зарубежных нормативных документах по расчету (проектированию) конструкций из железобетона бывают двух видов:

- основные, криволинейные, в основе которых лежит оценка НДС приближенные к фактической работе;
- расчетные модели, параболически линейные, в основе которых лежит облегчение работы непосредственно с диаграммами деформирования материалов конструкции.

Вид диаграммы состояния бетона по типу Прандтля (рисунок 7) выбирается с учетом уточнения конкретных значений относительных деформаций.



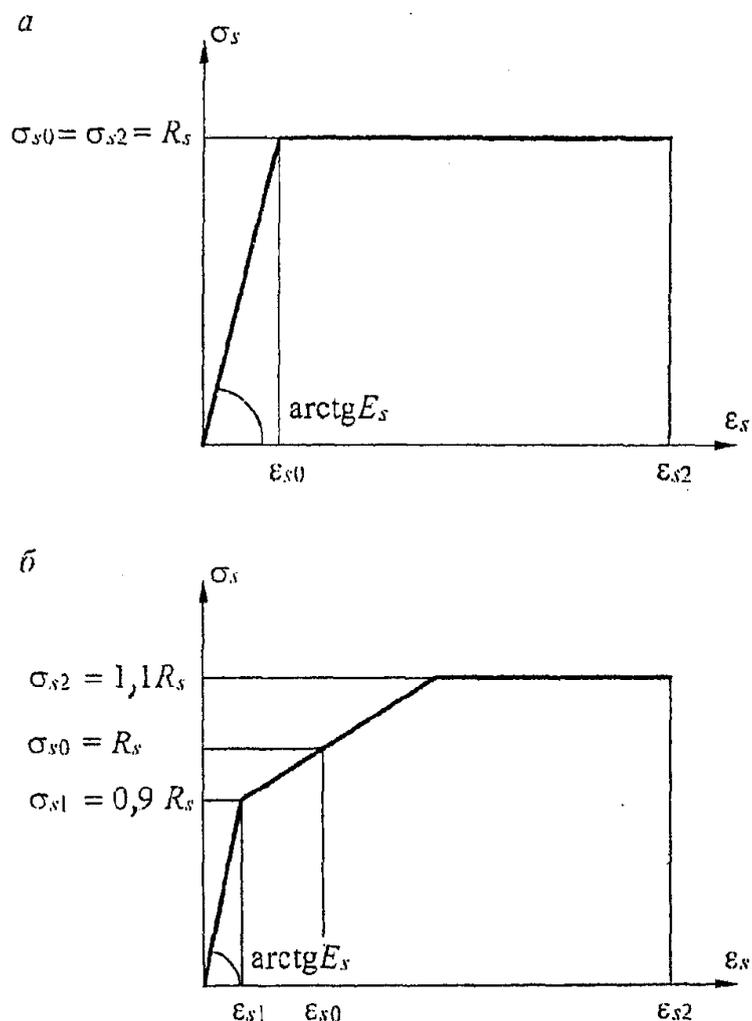
а) – криволинейная, б) – двухлинейная, в) – трехлинейная

Рисунок 7 – Диаграммы состояния сжатого бетона

Вид диаграммы состояния стальной арматуры по типу Прандтля (рисунок 8) выбирается с учетом значения предела текучести определенного класса стальной арматуры:

– для классов арматуры А240-А500 применяется двухлинейная диаграмма;

– для классов арматуры А600-А1000, В<sub>р</sub>1200-В<sub>р</sub>1500 и арматурных канатов К1400-К1600 применяется трехлинейная диаграмма.



а) – двухлинейная; б) – трехлинейная

Рисунок 8 – Диаграммы состояния растянутой арматуры

В зависимости от механических свойств материала, для описания ее модели деформирования используются теория линейности упругости, теория параметров пластичности и ползучести.

Модель расчета на основе нелинейной деформационной модели охватывает не только уравнения баланса внешних и внутренних сил в той или иной конструкции (формула 14) и условие деформаций нормального

сечения включающего в себя гипотезу плоских сечений, но и диаграммы деформирования материалов конструкции при установленной связи напряжений и деформаций.

Связь (14) момента относительно оси  $X$   $M_x$ , продольной силы  $N$ , возникающих в поперечном сечении конструкции, и деформаций прямо пропорциональна жесткостным характеристикам:

$$\{M\} = [D] \cdot \{\varepsilon\}, \quad (14)$$

в более уточненном виде связь (15) выглядит следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ N \end{Bmatrix} = \begin{vmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{vmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \left(\frac{1}{r}\right)_x \\ \left(\frac{1}{r}\right)_y \\ \varepsilon_0 \end{Bmatrix}, \quad (15)$$

На основе полученных при расчете образца величин напряжений и деформаций бетона, стальных элементов строятся некие кривые, которые и есть диаграммы деформирования материалов. В установленной системе координат осей абсцисс «X» и ординат «Y» отмечаются значения деформаций  $\varepsilon$  и напряжений  $\sigma$ , соответственно.

Посредством данного расчета можно иметь в виду основные условия так называемой деятельности материала, и, следовательно, можно определить НДС поперечного сечения на любых этапах эксплуатации конструкции [7].

Основа принципа осуществления нелинейной модели – условное «дробление» расчетного поперечного сечения на элементарные участки как можно малой площади. Предварительно задаются известные закономерности деформирования материалов поперечного сечения конструкции.

Сохраняя основные идеи и положения нелинейной деформационной модели, и дополняя их особенностями реализации в условиях усиления

сжатых элементов, сформулируем основные предпосылки разрабатываемого метода расчета (рисунок 9).

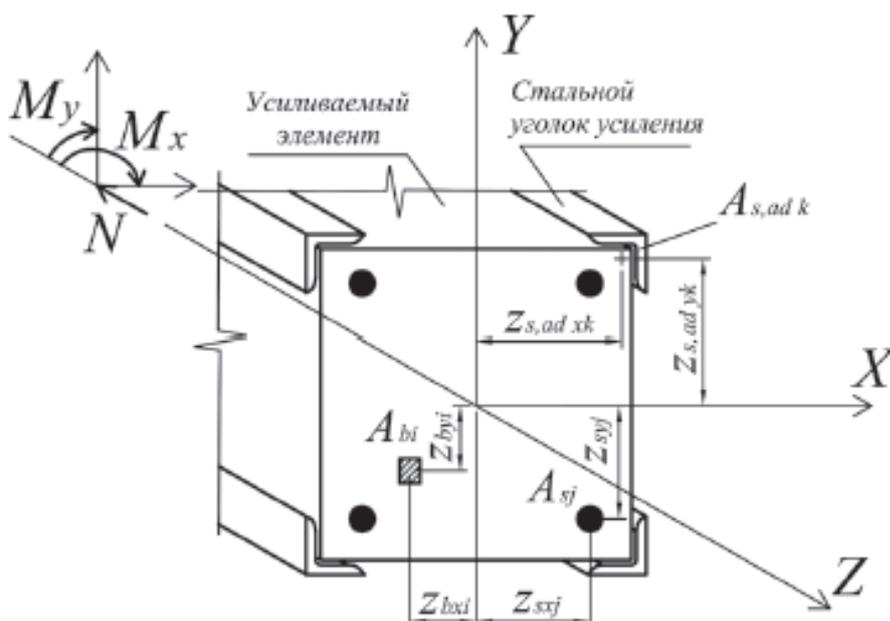


Рисунок 9 – Расчетная схема поперечного сечения внецентренно сжатого элемента, который усилен стальными уголками

НДС в рассматриваемом поперечном сечении, нормальном к продольной оси элемента, определяется системой уравнений равновесия внешних и внутренних усилий для конструкции, на которые действуют момент относительно оси X  $M_x$ , продольная сила  $N$  определяется решением системы уравнений (16):

$$\left\{ \begin{array}{l} M_x = \sum_i \sigma_{bi} \cdot A_{bi} \cdot z_{bxi} + \sum_j \sigma_{sj} \cdot A_{sj} \cdot z_{sxj} + \sum_k \sigma_{s,ad,k} \cdot A_{s,ad,k} \cdot z_{s,ad,xk} \\ M_y = \sum_i \sigma_{bi} \cdot A_{bi} \cdot z_{byj} + \sum_j \sigma_{sj} \cdot A_{sj} \cdot z_{syj} + \sum_k \sigma_{s,ad,k} \cdot A_{s,ad,k} \cdot z_{s,ad,yk} \\ N = \sum_i \sigma_{bi} \cdot A_{bi} + \sum_j \sigma_{sj} \cdot A_{sj} + \sum_k \sigma_{s,ad,k} \cdot A_{s,ad,k} \end{array} \right\}, \quad (16)$$

где  $M_x$  – момент от внешней нагрузки, кН·м;

$N$  – продольная сила, кН;

$\sigma_{bi}, \sigma_{sj}, \sigma_{s,ad,k}$  – значение напряжений бетона, стальной арматуры и элементов усиления на уровне центра тяжести  $i$ -,  $j$ -, и  $k$ -ых участков составляющих конструкцию, соответственно, МПа;

$A_{bi}, A_{sj}, A_{s,ad,k}$  – значение площадей  $i$ -,  $j$ -, и  $k$ -ых элементарных участков бетона, стальной арматуры и элементов усиления, соответственно, м<sup>2</sup>;

$z_{bxi}, z_{sxj}, z_{saxm}$  – значение координаты центра тяжести  $i$ -,  $j$ -, и  $k$ -ых элементарных участков бетонной части конструкции, стержневой арматуры и стальных уголков относительно определенной оси, соответственно, м;

Распределение деформаций  $i$ -,  $j$ -, и  $k$ -ых элементарных участков бетона, стержневой арматуры и стальных уголков, соответственно, от внешних усилий по поперечному сечению (формулы 17-19), зависит от гипотезы плоских сечений и обладает линейной зависимостью:

$$\varepsilon_{bi} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} \cdot z_{bxi} + \frac{1}{r_y} \cdot z_{byi}, \quad (17)$$

$$\varepsilon_{sj} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} \cdot z_{sxj} + \frac{1}{r_y} \cdot z_{syj}, \quad (18)$$

$$\varepsilon_{s,ad,k} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} \cdot z_{s,ad,xk} + \frac{1}{r_y} \cdot z_{s,ad,yk}, \quad (19)$$

где  $\varepsilon_0$  – значение относительных деформаций волокна на уровне выбранной оси;

$\frac{1}{r_x}; \frac{1}{r_y}$  – кривизна продольной оси в плоскости работы воздействующих

моментов  $M_x$  и  $M_y$ .

Связь между деформациями бетона  $\varepsilon_{bi}$ , стальной арматуры  $\varepsilon_{sj}$  и элемента усиления  $\varepsilon_{s,ad,k}$  и соответствующими напряжениями  $\sigma_{bi}$ ,  $\sigma_{sj}$  и  $\sigma_{s,ad,k}$  (формулы 20-22) осуществляется с применением диаграмм

деформирования соответствующих материалов, принятых в расчете и максимально отвечающих принятым условиям нагружения:

$$\sigma_{bi} = E_b \cdot \nu_{bi} \cdot \varepsilon_{bi}, \quad (20)$$

$$\sigma_{sj} = E_{sj} \cdot \nu_{sj} \cdot \varepsilon_{sj}, \quad (21)$$

$$\sigma_{s,ad,k} = E_{s,ad,k} \cdot \nu_{s,ad,k} \cdot \varepsilon_{s,ad,k}, \quad (22)$$

где  $E_b, E_s, E_{s,ad}$  – начальный модуль упругости бетона, модуль упругости стальной арматуры и элемента усиления, соответственно;

$\nu_{bi}, \nu_{sj}, \nu_{s,ad,k}$  – значение коэффициента упругопластических деформаций  $i$ -ого бетона,  $j$ -ой стальной арматуры и  $k$ -го элемента усиления, соответственно, определяемые по принятым диаграммам состояния материалов.

При условии контроля выполнения работ по обеспечению совместной работы усиливаемой и усиливающей конструкций диаграмма деформирования бетона внецентренно сжатого элемента принимается с учетом эффекта обоймы [8].

Диаграммы состояния бетона при растяжении учитываются до образования трещин. После превышения значений предельных деформаций растяжения и появления трещин бетон растянутой зоны не учитывается, так как бетон плохо работает на растяжение.

Напряжение в пределах элементарного участка поперечного сечения, нормального к продольной оси элемента, считается одинаково распределенным. С учетом этого при дискретизации поперечного сечения элемента на небольшое количество элементарных участков, распределение напряжений по сечению может иметь резко ступенчатый характер. При увеличении количества элементарных участков дискретизации поперечного сечения элемента, эпюра распределения напряжений имеет более плавный характер, что в итоге повышает точность результатов расчета.

В основу деформационной модели расчета (проектирования) конструкций из бетона и стальной арматуры по поперечному сечению, нормальному к продольной оси элемента, выделены следующие закономерности (формулы 23-25) принятые в соответствии с основными положениями расчета конструкций из бетона и железобетона:

$$M_x = D_{11} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{12} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{13} \cdot \varepsilon_0, \quad (23)$$

$$M_y = D_{12} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{22} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{23} \cdot \varepsilon_0, \quad (24)$$

$$N = D_{13} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{23} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{33} \cdot \varepsilon_0, \quad (25)$$

где  $D_{11}, D_{12}, D_{22}$  – жесткостные характеристики нормального сечения железобетонной конструкции, учитывая элементы усиления (стальные уголки) в общем случае определяются по следующим выражениям (формулы 26-31):

$$D_{11} = \sum_i A_{bi} \cdot z_{bxi}^2 \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot z_{sxj}^2 \cdot E_s \cdot \nu_{sj} + \sum_k A_{s,ad,k} \cdot z_{s,ad,k}^2 \cdot E_{s,ad,k} \cdot \nu_{s,ad,k}, \quad (26)$$

$$D_{12} = D_{21} = \sum_i A_{bi} \cdot z_{byi} \cdot z_{bxi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot z_{syj} \cdot z_{sxj} \cdot E_s \cdot \nu_{sj} + \sum_k A_{s,ad,k} \cdot z_{s,ad,k} \cdot z_{s,ad,k} \cdot E_{s,ad,k} \cdot \nu_{s,ad,k}, \quad (27)$$

$$D_{22} = \sum_i A_{bi} \cdot z_{bxi} \cdot z_{byi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot z_{sxj} \cdot z_{syj} \cdot E_s \cdot \nu_{sj} + \sum_m A_{s,ad,k} \cdot z_{s,ad,yk} \cdot z_{s,ad,xk} \cdot E_{s,ad,k} \cdot \nu_{s,ad,k}, \quad (28)$$

$$D_{31} = D_{31} = \sum_i A_{bi} \cdot z_{bxi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot z_{sxj} \cdot E_s \cdot \nu_{sj} + \sum_k A_{s,ad,k} \cdot z_{s,ad,xk} \cdot E_{s,ad,k} \cdot \nu_{s,ad,k}, \quad (29)$$

$$D_{23} = D_{32} = \sum_i A_{bi} \cdot z_{byi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot z_{syj} \cdot E_s \cdot \nu_{sj} + \sum_k A_{s,ad,k} \cdot z_{s,ad,yk} \cdot E_{s,ad,k} \cdot \nu_{s,ad,k} \quad (30)$$

$$D_{33} = \sum_i A_{bi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot E_s \cdot \nu_{sj} + \sum_k A_{s,ad,k} \cdot E_{s,ad,k} \cdot \nu_{s,ad,k} \quad (31)$$

где  $\sum_i A_{bi}; \sum_j A_{sj}; \sum_k A_{s,ad,k}$  – сумма площадей участков бетона, стальной арматуры и стального уголка соответственно;

$z_{bxi}; z_{sxj}; z_{s,ad,xk}$  – расстояние от центра тяжести бетонного участка, арматурного стержня и стального уголка до оси X (рисунок 9);

$z_{byi}; z_{syj}; z_{s,ad,yk}$  – расстояние от центра тяжести бетонного участка, арматурного стержня и стального уголка до оси Y (рисунок 9).

Индексы  $b, s$  и  $s,ad,k$  обозначают принадлежность указанной характеристики к бетону, арматурному стержню и стальному уголку соответственно; индексы  $i, j, k$  обозначают определенный участок с номерным знаком по порядку к бетону, арматурному стержню и стальному уголку соответственно.

Общие значения кривизн, деформаций конструкции из бетона и стальной арматуры  $\frac{1}{r_x}; \frac{1}{r_y}; \varepsilon_0$  при моментах  $M_x, M_y$  и продольной силы  $N$  определяются характеристиками жесткости (формулы 26-31), величина которых, в свою очередь, зависит от площадей поперечного сечения соответствующих материалов  $A_{bi}, A_{sj}, A_{s,ad,k}$ , координат относительно выбранных осей X и Y  $z_{bxi}; z_{sxj}; z_{s,ad,xk}$ , деформативных свойств материалов  $E_b, E_s, E_{s,ad}$  и коэффициентами упругопластических деформаций в материалах в рамках отдельных элементарных участков в области соответствующих центров тяжести  $v_{bi}, v_{sj}, v_{s,ad,k}$ .

Реализация деформационной модели с учетом изложенных законов, положений и допусков, при всех своих плюсах не имеет определенного порядка действий. Модель требует выполнение расчета с применением метода последовательного приближения, то есть итерационного приближения результатов расчета, который обеспечивает равновесие внешних и внутренних сил в нормальном поперечном сечении железобетонной конструкции.

Метод последовательных приближений решает ряд математических задач с помощью поэтапных (итерационных) приближений, сводящиеся к

решению и строящиеся рекуррентно, то есть каждое следующее приближение вычисляется, исходя из предыдущего; начальное приближение устанавливается произвольно.

Практическая реализация расчета по деформационной модели с использованием метода последовательного приближения возможна тремя следующими основными подходами:

1 Последовательным подбором расположения линии распределения средних относительных деформаций по высоте поперечного сечения, определяемой, высотой зоны сжатия и относительными деформациями крайнего волокна зоны сжатия бетонной части от  $\varepsilon_{bi} = 0$  до  $\varepsilon_{bi} = \varepsilon_{b,ult}$ .

2 Заданием предельных значений относительных деформаций растянутой зоны арматурной стали и бетонной крайнего волокна зоны сжатия.

3 Поэтапной поправкой коэффициентов деформаций пластической упругости бетонной части  $\nu_{bi}$ , арматурной стали  $\nu_{sj}$  и элемента усиления  $\nu_{s,ad,k}$  с назначением первоначальных (в большинстве расчетов только в первой итерации вычислений) величин равных единице.

Подход №1 позволяет показать конечный результат с требуемой точностью. Его минус – это неясность в количестве этапов по утвержденному алгоритму [5].

Подход №2 поэтапного приближения ограничен в области применения и может быть успешно осуществлен для расчета несущей способности конструкции из композита бетона и стальной арматуры [9].

Подход №3 наиболее оптимален. С помощью данного подхода можно выполнять оценку работы исследуемой конструкций по прочности и деформациям, т.е. по первой и второй группам предельных состояний, соответственно. Практический опыт расчетов по данному алгоритму обеспечивает достижение результативности при количестве итерационных

приближений в пределах от 10 до 20 в большинстве случаев расчета. Основная последовательность метода итерационного приближения до и после усиления приведена в виде блок-схемы (рисунки 10 и 11).

Таким образом, установлено, что самый приемлемый вариант расчета конструкции из композита бетона и стальной арматуры с применением нелинейной деформационной модели опирается на реализации метода последовательного приближения с поэтапной поправкой коэффициентов упругопластических деформаций в сжатой зоне бетонной части, арматурной стали и элемента усиления в итерациях. Расчет конструкций может быть выполнен с учетом нелинейной деформационной модели, представленной непосредственно через диаграммы состояния материалов, составляющих саму конструкцию.

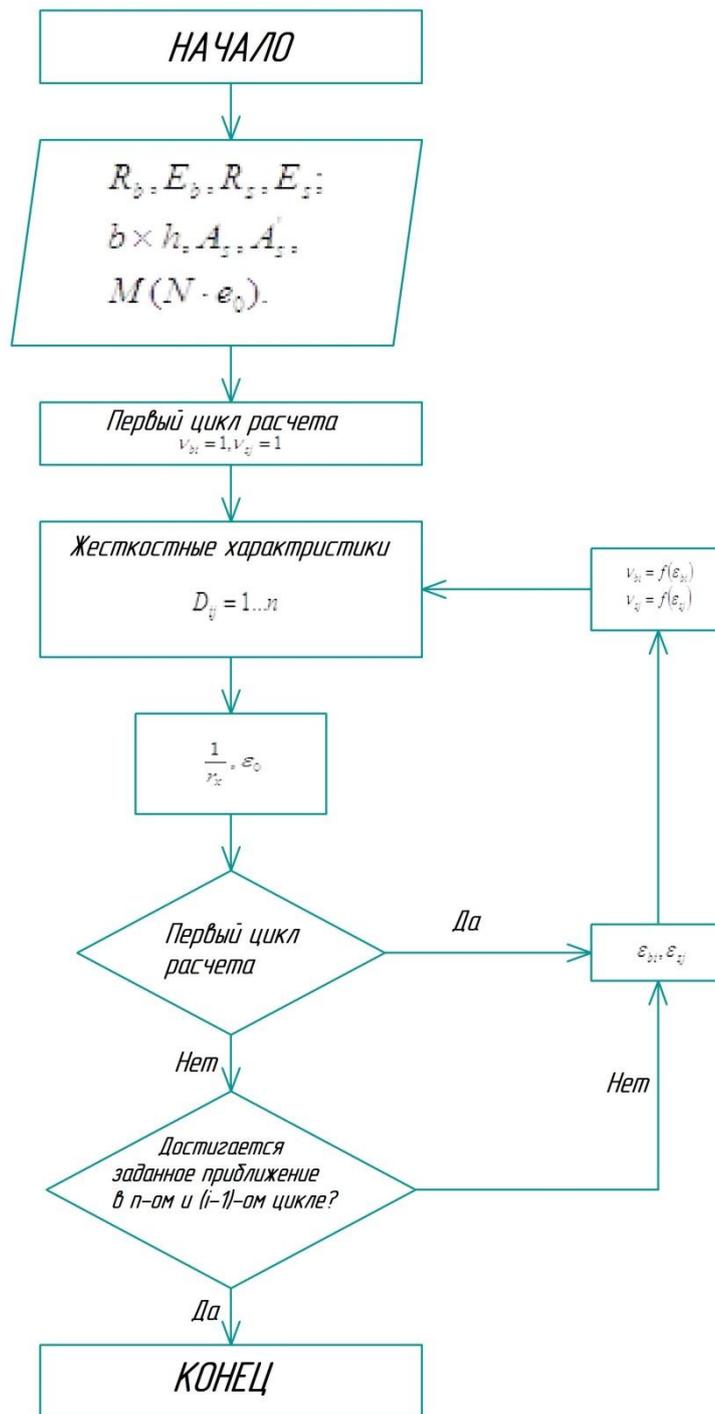


Рисунок 10 – Блок-схема алгоритма последовательного приближения до усиления

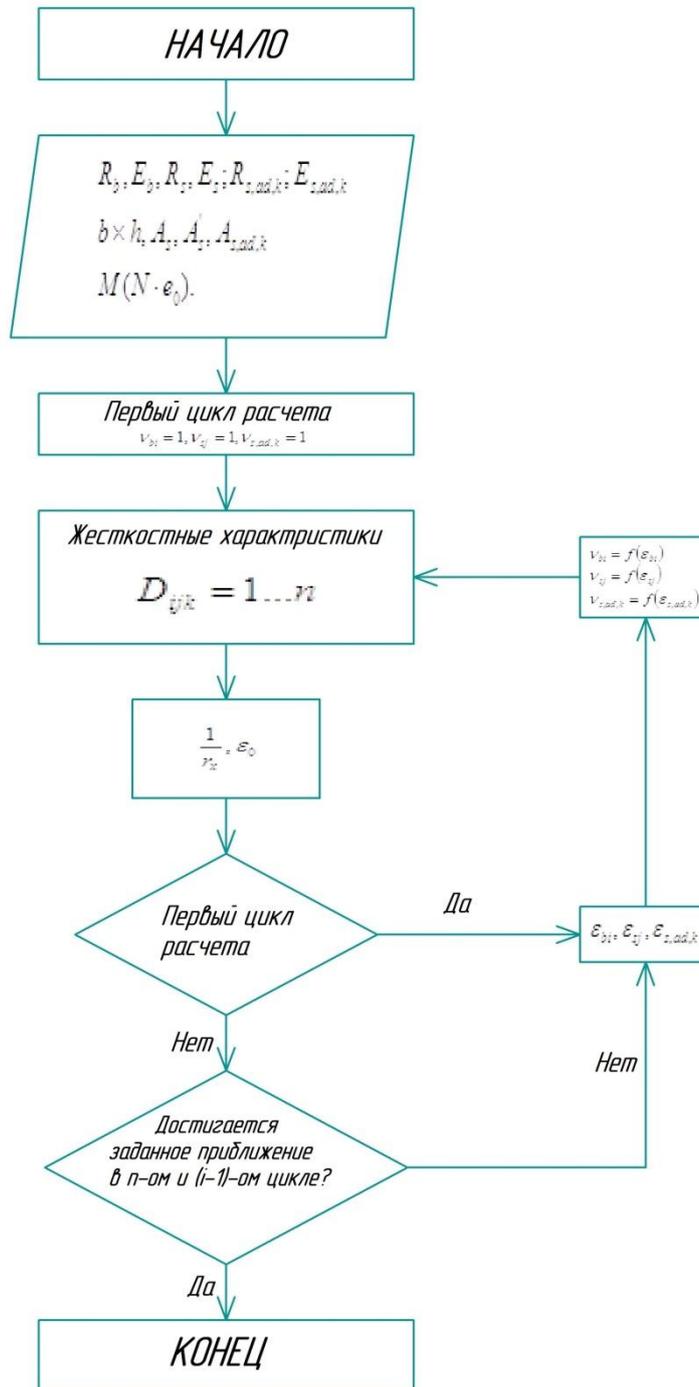


Рисунок 11 – Блок-схема алгоритма последовательного приближения после усиления

## **Вывод к первой главе**

Рассмотрены популярные методы усиления железобетонных конструкций путем присоединения стальных элементов, такие как усиление предварительно-напряженными распорками и стальной обоймой.

Рассмотрены примеры наиболее популярных видов диаграмм деформирования бетона, стальных элементов. Также проведен анализ алгоритма создания диаграмм. Представлены аргументы приемлемости применения алгоритма расчета, учитывающего поэтапное приближение к конечному результату посредством поправки коэффициентов деформаций упругой пластичности бетона и стальной арматуры.

Приведены блок-схемы последовательного поэтапного (итерационного) приближения при расчете по деформационной модели до и после усиления исследуемой конструкции.

Обозначены важнейшие положения, предпосылки и допущения, как основа расчета по деформационной модели.

## Глава 2 Методика расчета усиления железобетонной конструкции с применением нелинейной деформационной модели

Диаграммы состояния материалов – связь между напряжениями и деформациями. В соответствии с СП 63.13330.2012 данные диаграммы получаются в результате испытаний образцов бетона на сжатие по оси, и в целом имеют характер криволинейности с нарастающим участком до значений наиболее максимальных напряжений и деформаций, а также и с убывающим участком.

Зависимость главных параметров в ходе расчета конструкций из бетона и стальной арматуры, относительно деформаций и напряжений в виде диаграммы с нарастающей и убывающей ветвями представлена на рисунке 12.

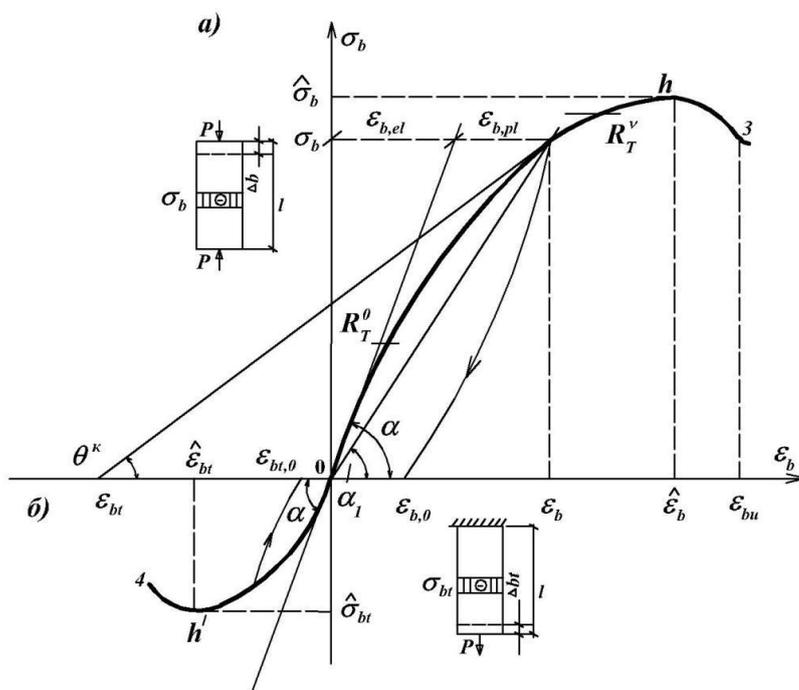


Рисунок 12 – Диаграммы деформирования бетона на сжатие и растяжение

В базу алгоритма расчета заложена нелинейная связь (формула 32) между напряжениями  $\sigma_b$  и деформациями  $\varepsilon_b$  в бетоне, диаграммы деформирования бетона изложены в работе д.т.н. Н. И. Карпенко [10]:

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b^0 \cdot \nu_b}, \quad (32)$$

где  $\nu_b$  – коэффициент изменения секущего модуля бетонной части;

$\tilde{\nu}_0$  – значение коэффициента на начало разгрузки;

$E_b^0$  – начальный модуль упругости бетонной части [11].

Сообщение прочностных и деформативных свойств бетона отражается в диаграммах « $\varepsilon_b$ - $\sigma_b$ » на сжатие (рисунок 12, а) и « $\varepsilon_{bt}$ - $\sigma_{bt}$ » на расширение (рисунок 12, б), которые строящиеся на результатах испытаний железобетонных образцов на сжатие или растяжение при соответствующем росте нагрузки небольшими дозами до разрушения [5]. При расчете конструкций с использованием диаграмм состояния значения  $\sigma_b$  и  $\sigma_{bt}$  принимают соответствующие значения нормативных значений сопротивления бетона  $R_{b,n}$  и  $R_{bt,n}$ , и расчетных  $R_b$  и  $R_{bt}$  характеристик бетона при сжатии и растяжении [5]. Диаграммы сжатия и растяжения существенно отличаются своими параметрами: сопротивление бетонной части растяжению на порядок меньше чем на сжатие, а предельные деформации на сжатие  $\varepsilon_b$  в 15 раз превышают  $\varepsilon_{bt}$  на растяжение [5].

Свойства деформаций бетонной части конструкции характеризуются начальным модулем упругости  $E_b$ , который зависит от класса бетона по прочности на сжатие, то есть нормативной прочности. Начальный модуль упругости тяжелого бетона определяется по формуле 33:

$$E_b = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_{b,ei}}, \quad (33)$$

где  $\sigma_b$  – напряжения сжатой части бетона;

$\varepsilon_{ei}$  – относительные деформации.

Модуль упругости бетона определяется при напряжениях составляющих 20% от расчетного сопротивления сжатию  $R_b$ , то есть как функция угла наклоняемой касательной к диаграмме из начала координат осей и характеризует только свойства упругости бетонной части.

Далее расчет усиления сжатой железобетонной конструкции стальными элементами (равнополочными уголками) проводится по следующей методике.

Поперечное сечение конструкции разбивается на участки как можно больше малых размеров в сравнении с исходными параметрами (рисунок 14). В отдельном случае, при внешней работе момента в одной из плоскостей симметрии поперечного сечения, рациональным является его деление на несколько можно малые полоски (рисунок 13), что уменьшает трудозатраты дискретизации сечения и число слагаемых в разрешающих уравнениях [5]. По такому же принципу в армировании выделяются: единичная стержневая арматура со своей площадью или группы стержней, и горячекатаные стальные уголки с суммарной площадью  $A_{sj}$  и  $A_{s,ad,k}$ , соответственно [12].

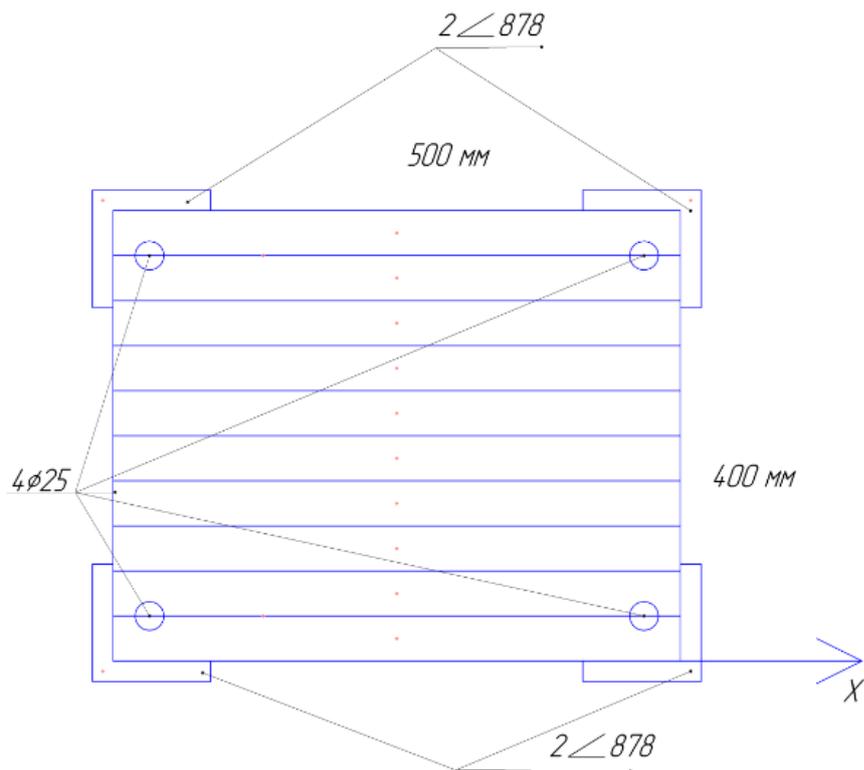


Рисунок 13 – Сечение, нормальное к продольной оси элемента с указанием действующих усилий

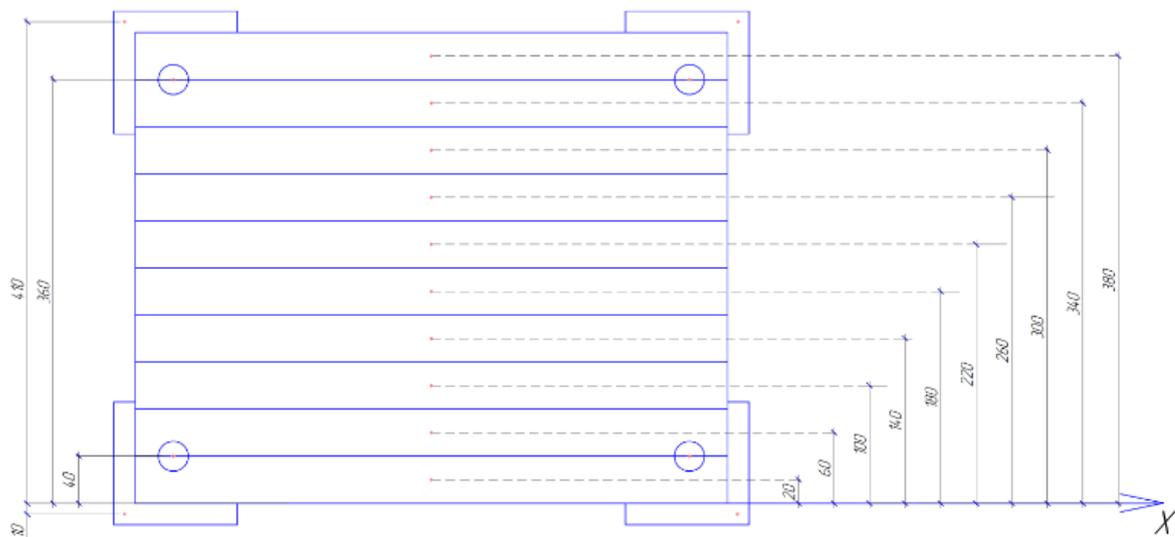


Рисунок 14 – Разбиение на элементарные участки поперечное сечение конструкции с указанием центров тяжести

Для практической реализации деформационной модели используют упрощенные формы уравнений (формулы 23 и 25):

$$M_x = D_{11} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{12} \cdot \varepsilon_0, \quad (34)$$

$$N = D_{12} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{22} \cdot \varepsilon_0. \quad (35)$$

Уравнения образуют систему. Решением уравнения будет являться значения кривизны  $\frac{1}{r_x}$  и деформаций продольной оси  $\varepsilon_0$ . Для решения системы уравнений необходимо изначально определиться со значением продольной силы  $N$  и значением эксцентриситета  $e_0$ .

А затем определить жесткостные характеристики  $D_{11}, D_{12}, D_{22}$  (формулы 26-28).

Также для проведения расчета итерационного метода приближения требуется установить начальные значения коэффициентов изменения секущего модуля. При первой итерации коэффициенты равны единице, как для бетона  $\nu_{bi}$ , так и стержневой стальной арматуры  $\nu_{sj}$ , соответственно.

Также на первом этапе проведения расчета требуется определиться с диаграммами материалов железобетонной конструкции. Для определения напряжений и относительных деформаций используются диаграммы деформирования материалов, составляющих конструкцию (бетона, стержневой арматуры, стальных уголков)

Для бетона принята трёхлинейная диаграмма деформирования (рисунок 15).

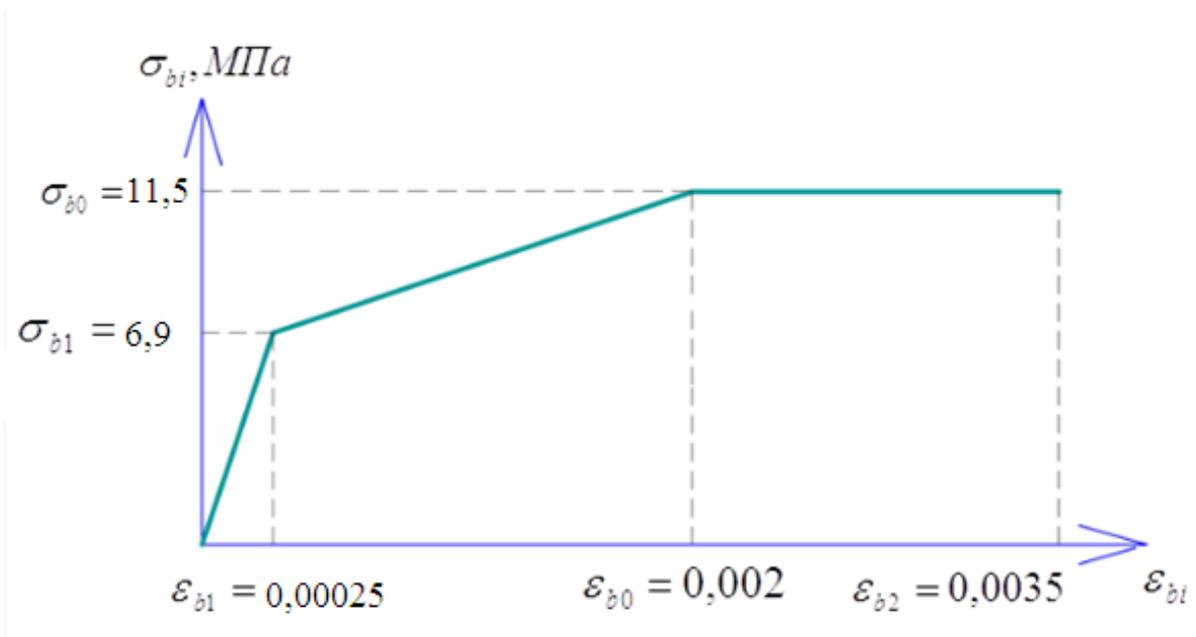


Рисунок 15 – Трёхлинейная диаграмма деформирования бетона В20

На диаграмме приняты следующие значения:

- $\sigma_{b0} = 11,5 \text{ МПа}$  принято равным по значению расчетного сопротивления бетона сжатию согласно [9] или в зависимости от класса бетона;

- $\sigma_{b1} = 6,9 \text{ МПа}$  соответствует 60 процентам от значения  $\sigma_{b0} = 11,5 \text{ МПа}$ ;

- $\varepsilon_{b1} = 0,00025$  – есть отношение сжимающих напряжений  $\sigma_{b1} = 6,9 \text{ МПа}$  на начальный модуль деформаций бетона  $E_b = 27 \cdot 10^3 \text{ МПа}$ ;

- $\varepsilon_{b0} = 0,002$  принято согласно [9] при непродолжительном действии нагрузки при сжатии;

- $\varepsilon_{b2} = 0,0035$  принято согласно [9].

Для стержневой арматуры принята двухлинейная диаграмма, с учетом класса арматуры А400. деформирования (рисунок 16).

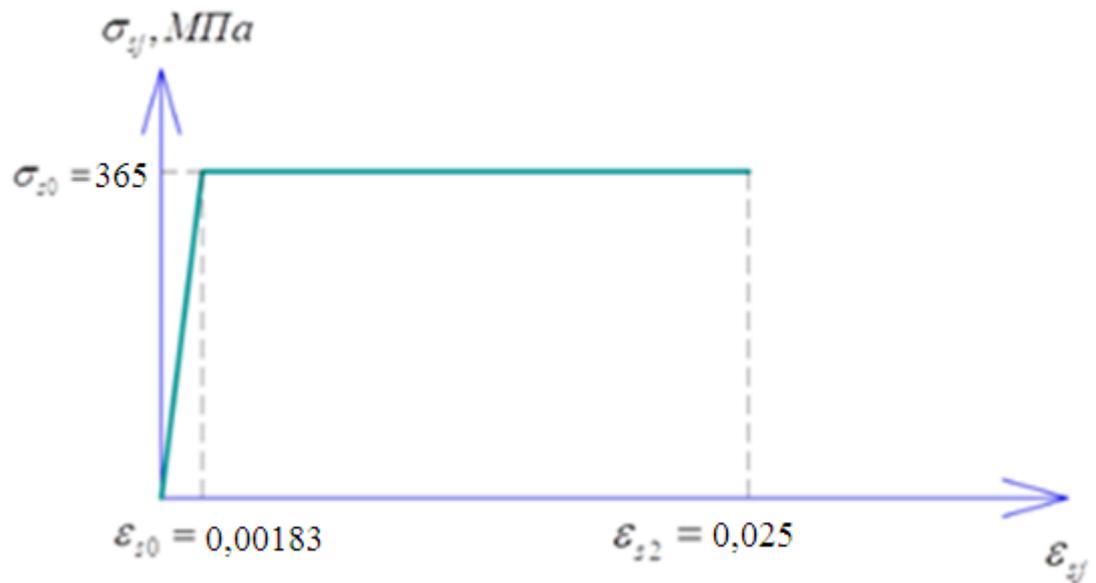


Рисунок 16 – Двухлинейная диаграмма деформирования стержневой арматуры А400

На диаграмме приняты следующие значения:

–  $\sigma_{s0} = 365 \text{ МПа}$  принято равным по значению расчетного сопротивления бетона сжатию согласно [9] или от класса арматуры;

–  $\varepsilon_{s0} = 0,00183$  – есть отношение расчетного сопротивления растяжению арматуры  $R_s = 365 \text{ МПа}$  на модуль упругости арматуры  $E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;

–  $\varepsilon_{s2} = 0,025$  принято согласно [9].

Для стального горячекатаного уголка №7 принята двухлинейная диаграмма, с учетом класса арматуры А215. деформирования (рисунок 17).

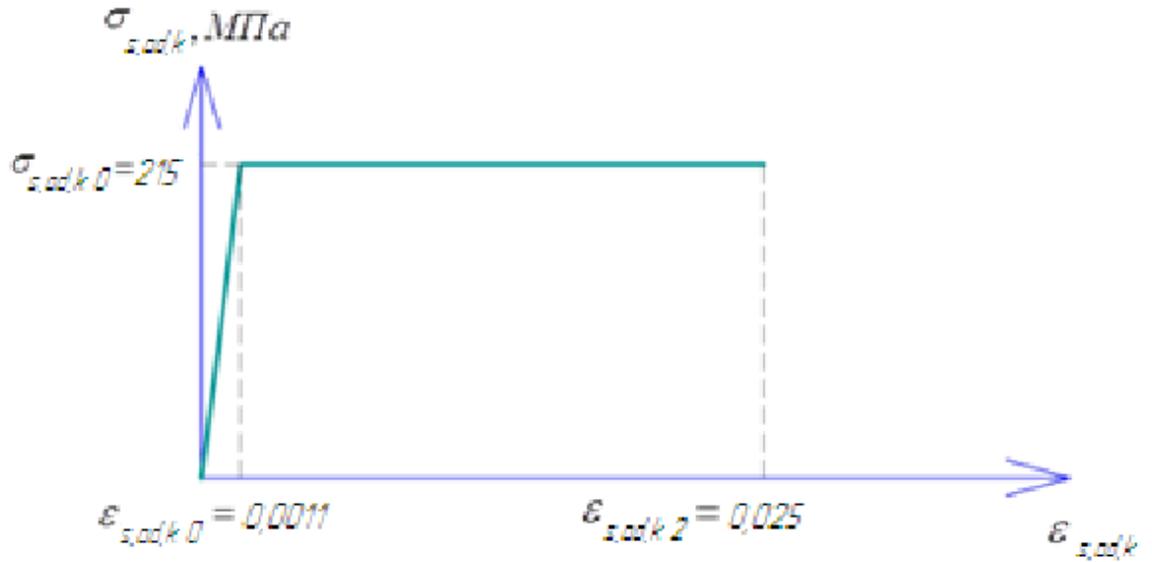


Рисунок 17 – Двухлинейная диаграмма деформирования уголка №7

На диаграмме приняты следующие значения:

- $\sigma_{s,ad,k0} = 230 \text{ МПа}$  принято равным по значению расчетного сопротивления арматуры растяжению согласно [9] или от класса арматуры;
- $\varepsilon_{s,ad,k0} = 0,00115$  – есть отношение расчетного сопротивления растяжению арматуры  $R_{s,ad,k} = 230 \text{ МПа}$  на модуль упругости арматуры  $E_{s,ad,k} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;
- $\varepsilon_{s,ad,k2} = 0,025$  принято согласно [9].

Далее определяются значения относительных деформаций на каждом индивидуальном участке бетона, стержневой арматуры и элементов усиления по следующим упрощенным выражениям (формулы 17-19):

$$\varepsilon_{bi} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} \cdot z_{b,xi}, \quad (36)$$

$$\varepsilon_{sj} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} \cdot z_{s,xj}, \quad (37)$$

$$\varepsilon_{s,ad,k} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} \cdot z_{s,ad,xk}. \quad (38)$$

После определения относительных деформаций бетона, стержневой арматуры и элементов усиления определяются соответствующие напряжения.

Бетон:

– при  $\varepsilon_{bi} < 0,00029$  (диаграмма деформирования, рисунок 15) напряжения есть произведение начального модуля деформаций на значение относительных деформаций (формула 39):

$$\sigma_b = E_b \cdot \varepsilon_b, \quad (39)$$

– при  $0,00029 < \varepsilon_b < 0,002$  напряжения определяются по нижерасположенной формуле 40:

$$\sigma_b = \left[ \left( 1 - \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \right) \cdot \left( \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_{b1}}{\varepsilon_{b0} - \varepsilon_{b1}} + \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \right) \right] \cdot R_b, \quad (40)$$

– при  $0,002 < \varepsilon_b < 0,0035$  напряжения равны значению расчётного сопротивления бетона сжатию (формула 41):

$$\sigma_b = R_b. \quad (41)$$

–  $\varepsilon_{bi} > 0,0035$  бетон разрушается.

Арматура:

– при  $\varepsilon_{sj} < 0,00175$  (диаграмма деформирования, рисунок 16) напряжения есть произведение модуля упругости стержневой арматуры на значение относительных деформаций (формула 42):

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s, \quad (42)$$

– при  $0,00175 < \varepsilon_{sj} < 0,0025$  напряжения равны значению расчётного сопротивления арматуры растяжению (формула 43):

$$\sigma_s = R_s. \quad (43)$$

–  $\varepsilon_{sj} > 0,0025$  стальная арматура разрушается.

Горячекатаный уголок №7:

– при  $\varepsilon_{s,ad,k} < 0,0011$  (диаграмма деформирования, рисунок 17)

напряжения есть произведение модуля упругости стержневой арматуры на значение относительных деформаций (формула 44):

$$\sigma_{s,ad,k} = E_{s,ad,k} \cdot \varepsilon_{s,ad,k}, \quad (44)$$

– при  $0,00175 < \varepsilon_{s,ad,k} < 0,0025$  напряжения равны значению расчётного сопротивления арматуры растяжению (формула 45):

$$\sigma_{s,ad,k} = R_{s,ad,k}. \quad (45)$$

–  $\varepsilon_{s,ad,k} > 0,0025$  стальная арматура разрушается.

После определения напряжений бетона, стержневой арматуры и элементов усиления определяются соответствующие коэффициенты упругопластических деформаций для последующего уточнения результатов, как отношение напряжения к произведению относительных деформаций и модуля деформаций, в случае арматуры и стальных уголков модуля упругости (формулы 46-48):

$$\nu_{bi} = \frac{\sigma_{bi}}{\varepsilon_{bi} \cdot E_b}, \quad (46)$$

$$\nu_{sj} = \frac{\sigma_{sj}}{\varepsilon_{sj} \cdot E_s}, \quad (47)$$

$$\nu_{s,ad,k} = \frac{\sigma_{s,ad,k}}{\varepsilon_{s,ad,k} \cdot E_{s,ad,k}}. \quad (48)$$

При определении уточненных коэффициентов упругопластических деформаций, они становятся начальными значениями при последующих итерациях расчета.

Расчет заканчивается при выполнении условия «урегулирования» деформаций, то есть результаты расчета в  $n$ -ой и  $(n+1)$ -ой этапах отличаются на малую величину, которая была в предыдущей итерации.

Цикл считается оконченным при выполнении следующего условия (формула 49):

$$\sqrt{\frac{1}{3} \cdot \left[ \left( \frac{\varepsilon_{o,n-1} - \varepsilon_{o,n}}{\varepsilon_{o,n-1} + \varepsilon_{o,n}} \right)^2 + \left( \frac{\left( \frac{1}{r} \right)_{n-1} - \left( \frac{1}{r} \right)_n}{\left( \frac{1}{r} \right)_{n-1} + \left( \frac{1}{r} \right)_n} \right)^2 \right]} = \Delta, \quad (49)$$

где  $\varepsilon_{o,n-1}; \varepsilon_{o,n}$  – значение относительных деформации продольной оси Z на (n-1) и n-ой этапах расчета;

$\left( \frac{1}{r} \right)_{n-1}; \left( \frac{1}{r} \right)_n$  – значение кривизны продольной оси на (n-1) и n-ой этапах расчета.

Величина  $\Delta$  по значению небольшая и зависит от потребной точности, устанавливающейся в рамках  $10^{-3} \div 10^{-2}$ .

## **Вывод ко второй главе**

Методика оценки параметров прочности и жесткости железобетонных конструкций при сложившихся внешних воздействиях подготовлена на основе известной деформационной модели расчета конструкций из бетона и стальной арматуры.

Во второй главе приведен алгоритм расчета конструкции, усиленной присоединением стальных элементов (горячекатаных уголков). Развитие деформационной модели для рассматриваемого способа усиления сохраняется на основе основополагающихся предпосылках и допущениях. Установлено, что наиболее приемлемый вариант расчета конструкции с использованием деформационной модели основан на выполнении итерационного процесса с поэтапным уточнением коэффициентов упругопластических деформаций бетонной части, стержневой арматуры и элементов усиления в итерациях.

## Глава 3 Проведение расчета по деформационной модели и анализ полученных результатов

### 3.1 Исходные данные

Для проведения расчетов по предложенной в предыдущей главе работы методике применен программный продукт Microsoft Excel. Данный комплекс позволяет вносить изменения в исходные данные для упрощения ведения расчетов.

В качестве основных данных расчетов с применением деформационной модели принято следующее:

- класс бетона на сжатие B20;
- класс арматуры на растяжение A400;
- количество арматурных стержней – 4 шт;
- диаметр арматурных стержней – 25 мм;
- показатель, характеризующий сопротивление бетонной части образца сжатию  $R_b=11,5$  МПа;
- показатель, характеризующий сопротивление стальной арматуры, образца растяжению и сжатию, соответственно,  $R_s=R'_s=365$  МПа;
- показатель, характеризующий сопротивление стальной арматуры, образца растяжению  $R_{s,ad,k}=230$  МПа;
- начальный модуль упругости бетонной части образца при сжатии и растяжении  $E_b=2,7 \cdot 10^4$  МПа;
- модуль упругости арматуры, стальных уголков  $E_s=E_{s,ad,k}=2 \cdot 10^5$  МПа;
- площадь поперечного сечения железобетонного образца, исходя из размеров сторон,  $b=0,4$  и  $h=0,5$  м  $A_b=0,2$  м<sup>2</sup>;
- количество элементарных бетонных полосок  $n=10$  шт;
- площадь поперечного сечения  $i$ -го участка железобетонного образца  $A_b=0,02$  м<sup>2</sup>;

- площадь сечения одного стержня арматуры  $A_s=0,00491 \text{ м}^2$ ;
- площадь поперечного сечения элемента усиления (одного стального горячекатаного уголка №7)  $A_{s,ad,k}=0,000878 \text{ м}^2$ ;
- расстояния до центра тяжести  $i$ -ых бетонных участков  $z_{bi}$  (значения приняты от 20 мм до 380 мм с шагом 40 мм );
- расстояния до центра тяжести  $j$ -ых участков стержневой арматуры  $z_{sj}$  (значения приняты 40 мм и 360 для сжатой и растянутой арматуры, соответственно);
- расстояния до центра тяжести  $m$ -ых участков стальных уголков №7  $z_{s,ad,k}$  (значения приняты 10 мм и 410 мм для нижнего и верхнего стального уголка, соответственно);
- коэффициент упругости  $i$ -ых бетонных участков  $\nu_{bi}$  (для первой итерации принимает значение, равное 1, при дальнейших итерациях значение уточняется);
- коэффициент упругости  $j$ -ых участков стержневой арматуры  $\nu_{sj}$  (для первой итерации принимает значение, равное 1, при дальнейших итерациях значение уточняется);
- коэффициент упругости  $k$ -ых участков стальных уголков  $\nu_{s,ad,k}$  (для первой итерации принимает значение, равное 1, при дальнейших итерациях значение уточняется);
- эксцентриситет  $e_0=0,15 \text{ м}$ ;
- значения продольных сил  $N=500\dots5000 \text{ кН}$  с шагом 500 кН;
- значения моментов  $M=75\dots750 \text{ кН}\cdot\text{м}$  с шагом 75 кН·м (исходя из значений продольных сил, эксцентриситета);
- «чистая» высота конструкции  $L_0 = 4,8 \text{ м}$ .

Схемы поперечных сечений конструкций до и после усиления представлены на рисунках 18 и 19, соответственно.

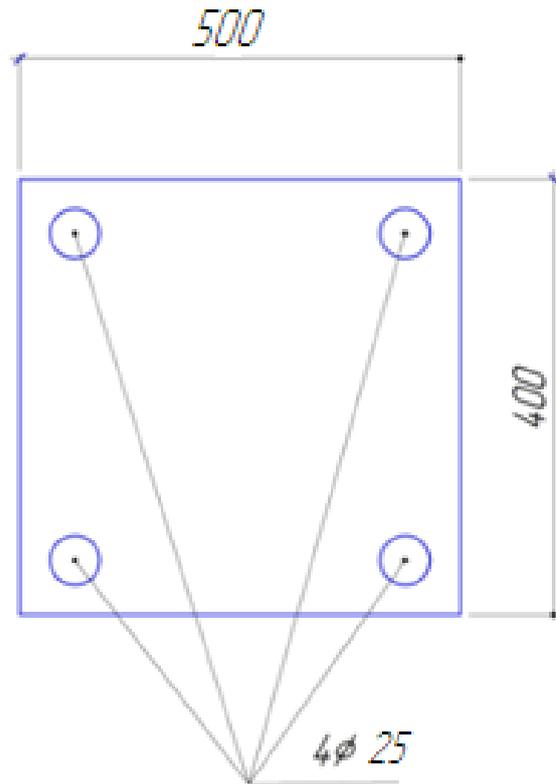


Рисунок 18 – Схема поперечного сечения железобетонной конструкции до усиления

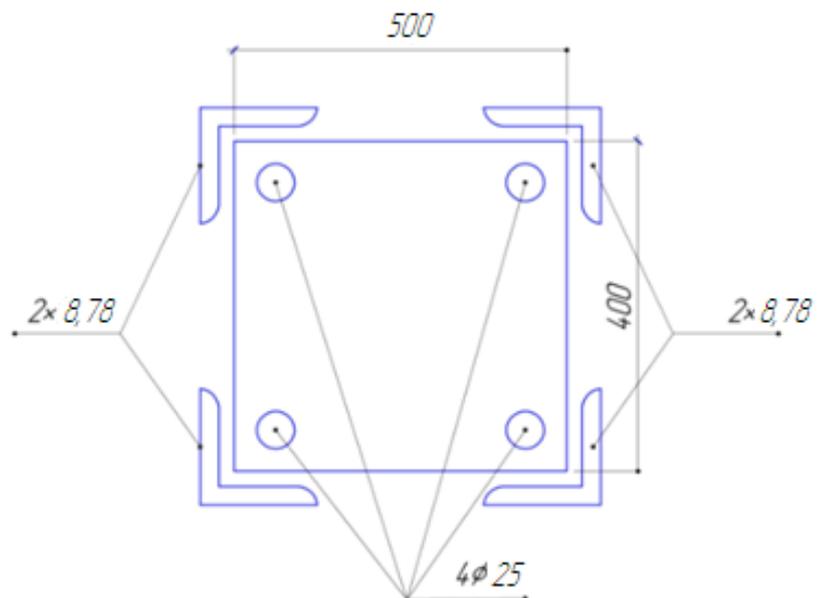


Рисунок 19 – Схема поперечного сечения железобетонной конструкции после усиления

### 3.2 Расчеты по нелинейной деформационной модели

Произведены расчеты по определению деформаций и напряжений, элементарных  $i$ - и  $j$ -ых участков бетона и стержневой арматуры, соответственно, до усиления.

Результаты расчета сведены в таблицу №1

Таблица 1 – Результаты определения деформаций и напряжений железобетонной конструкции до усиления

N, кН	Бетон		Стержневая арматура	
	Деформации $\epsilon$	Напряжения $\sigma$ , МПа	Деформации $\epsilon$	Напряжения $\sigma$ , МПа
100	0,0000743	2,01	0,0000660	13,3
200	0,0001485	4,01	0,0001316	26,32
300	0,0002223	6,00	0,0001975	39,5
400	0,0002971	7,02	0,0002633	52,66
500	0,0003713	7,22	0,0003291	65,82
600	0,0004445	7,41	0,0003939	78,78
700	0,0007824	8,30	0,0006926	138,52
800	0,0011153	9,17	0,0009869	197,38
900	0,0014483	10,05	0,0012813	256,26
1000	0,003190	11,5	0,0018846	355
1080	0,003455	11,5	0,0025	355
1100	0,0035401	>11,5 разрушение	0,0026009	>355 разрушение

Затем выполнены расчеты по определению деформаций и напряжений, элементарных  $i$ - и  $j$ -ых элементарных участков бетона и стержневой арматуры, соответственно, после усиления.

Результаты расчета сведены в таблицу 2.

Таблица 2 – Результаты определения деформаций и напряжений железобетонной конструкции после усиления

N,кН	Бетон		Стержневая арматура	
	Деформации $\varepsilon$	Напряжения $\sigma$ , МПа	Деформации $\varepsilon$	Напряжения $\sigma$ , МПа
100	0,0000382	1,03	0,0000536	10,72
200	0,0000784	2,12	0,0001079	21,58
300	0,0001528	4,13	0,0001619	32,38
400	0,0001910	5,16	0,0002158	43,16
500	0,0002287	6,18	0,0002699	53,98
600	0,0002674	6,95	0,0003230	64,6
700	0,0003057	7,05	0,0003778	75,54
800	0,0003438	7,15	0,0004317	86,34
900	0,0006369	7,92	0,0004856	97,12
1000	0,0009299	8,69	0,0007422	148,44
1100	0,0018648	11,14	0,0012547	250,94
1200	0,0026136	11,5	0,0018161	363,22
1300	0,0028000	11,5	0,0022095	355

Продолжение таблицы 2

1370	0,0034493	11,5	0,0022750	355
1400	0,0035009	>11,5 разрушение	0,0026001	>355 разрушение

Для более наглядного представления полученных результатов расчета составлены графики зависимостей деформаций и напряжений бетона и стержневой арматуры до и после усиления от продольной силы  $N$  (рисунки 20, 21 и 22, соответственно).

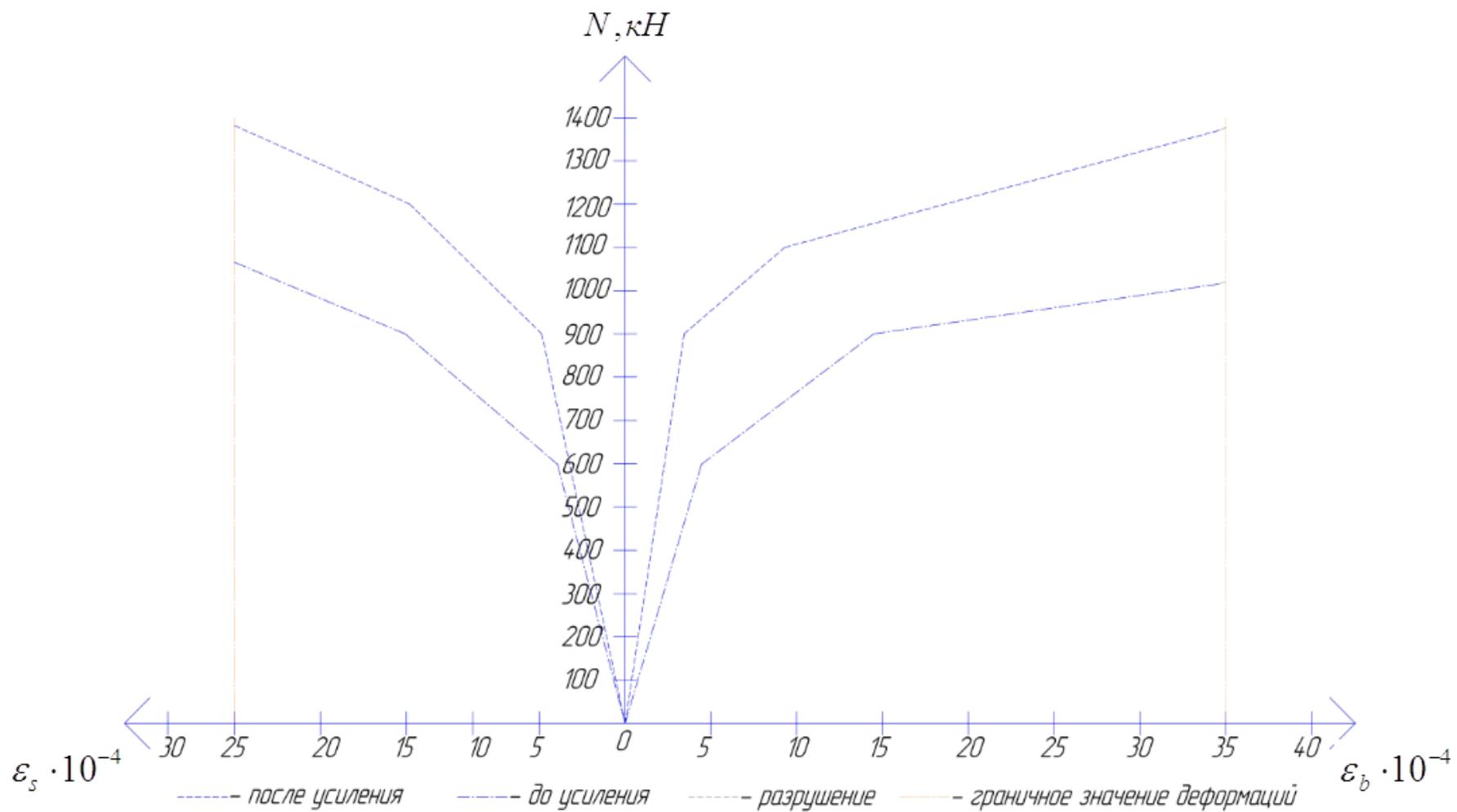


Рисунок 20 – График зависимости деформаций стержневой арматуры и бетона от продольной силы до и после усиления

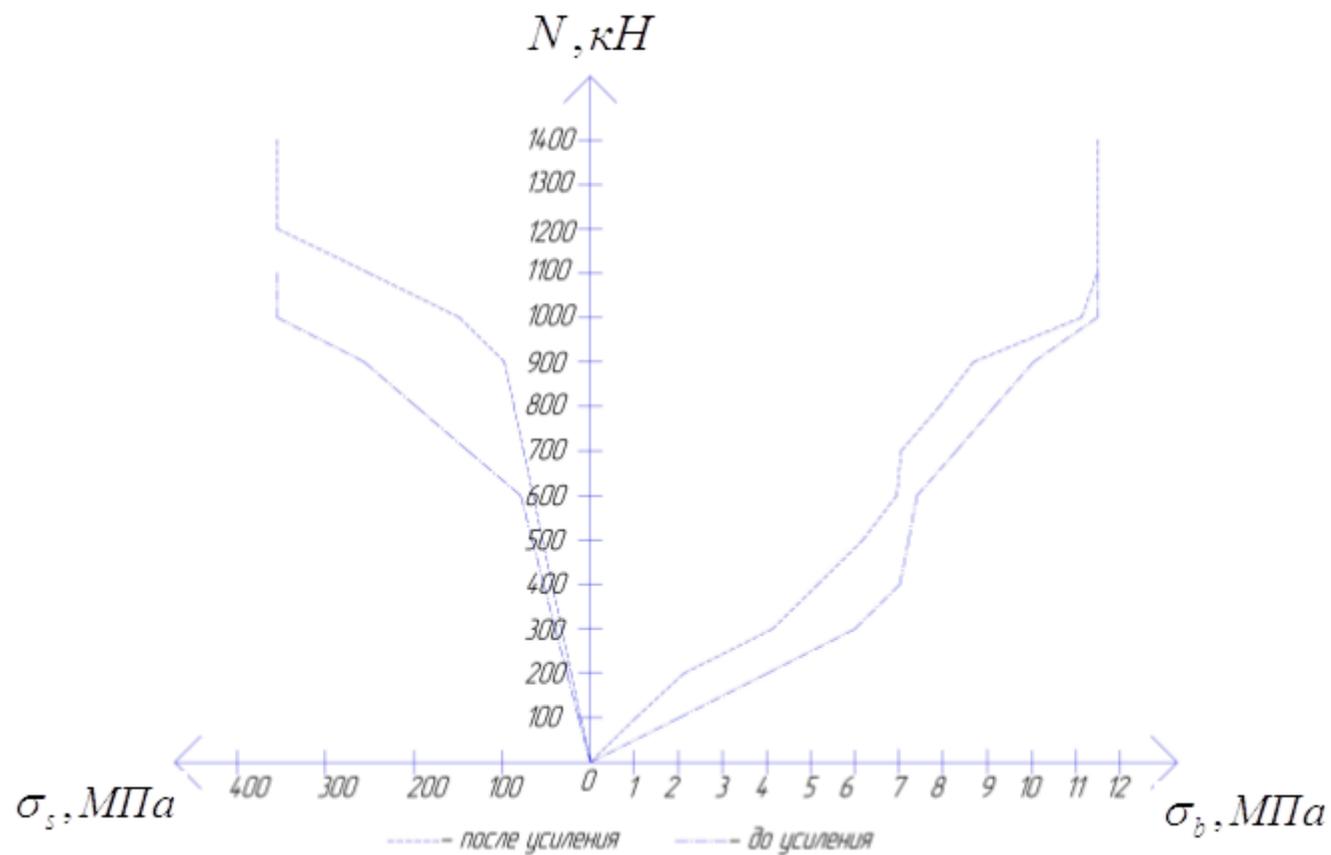


Рисунок 21 – График зависимости напряжений стержневой арматуры и бетона от продольной силы до и после усиления

Выполнены расчеты по определению деформаций и напряжений, элементарных  $k$ -ых элементарных участков верхнего и нижнего уголков.

Результаты расчета сведены в таблицу 3.

Таблица 3 – Результаты определения деформаций и напряжений верхнего и нижнего уголков.

N,кН	Верхний уголок (сжатый)		Нижний уголок (растянутый)	
	Деформации $\epsilon$	Напряжения $\sigma$ , МПа	Деформации $\epsilon$	Напряжения $\sigma$ , МПа
100	0,0000263	5,26	0,0000486	9,72
200	0,0000525	10,5	0,0000972	19,44
300	0,0000788	15,76	0,0001455	29,1
400	0,000105	21,6	0,000194	38,9
500	0,000131	26,2	0,000243	48,6
600	0,000158	31,6	0,000292	58,4
700	0,000184	36,8	0,000489	97,8
800	0,000385	77	0,000686	137,2
900	0,000587	117,4	0,000883	176,6
1000	0,000788	157,6	0,001081	216,2
1100	0,000989	197,8	0,001513	355
1200	0,001493	298,6	0,001946	355
1300	0,001997	355	0,002378	355
1400	0,0025	355	0,0025	355

Для более наглядного представления полученных результатов расчета составлен график зависимостей деформаций и напряжений стального уголка от воздействующей продольной силы  $N$  (рисунок 22).

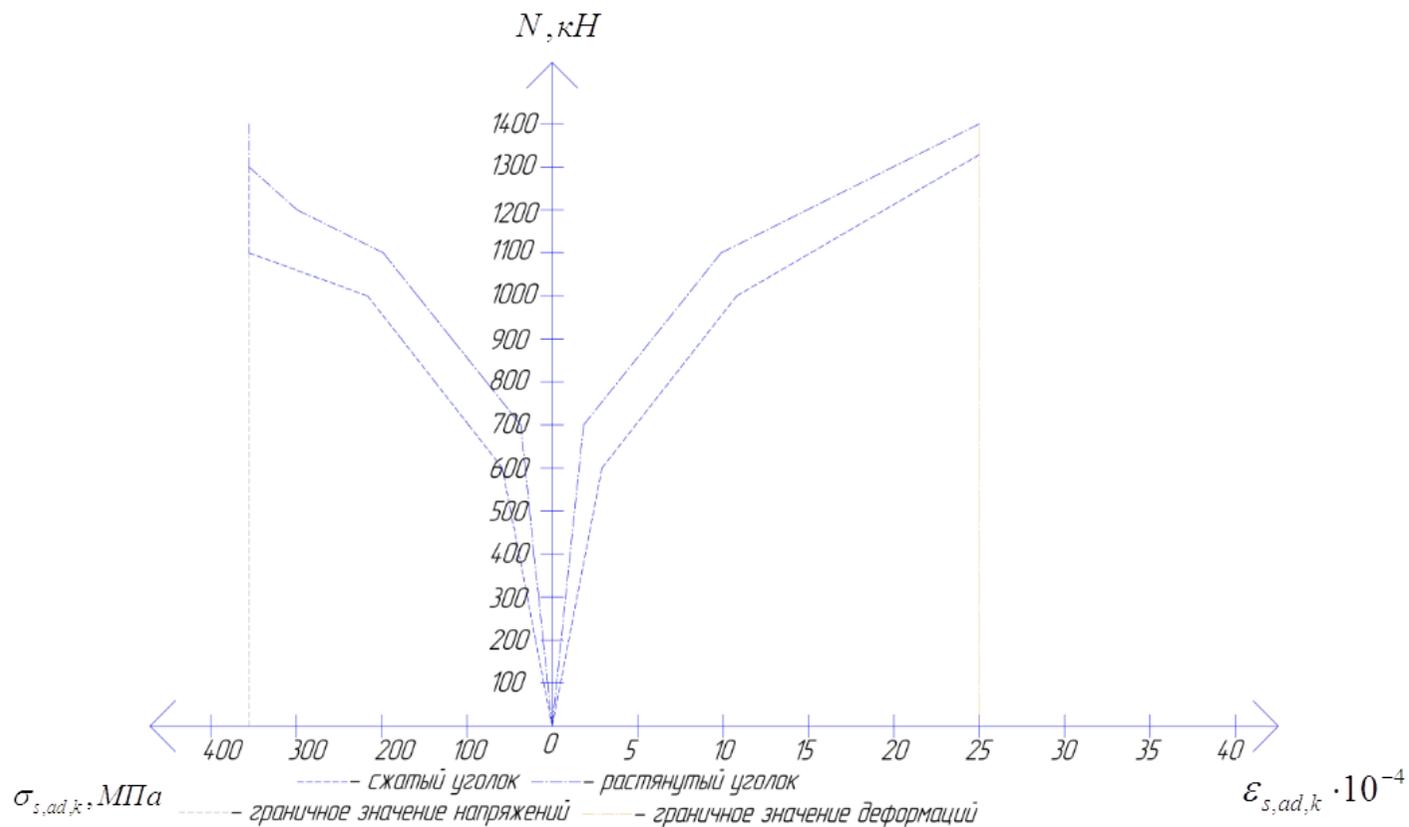


Рисунок 22 – График зависимости деформаций и напряжений уголка от продольной силы

Зависимость деформаций бетона, стальных элементов носит криволинейный характер. При усилении железобетонного образца деформации каждого компонента конструкции в численном выражении значительно меньше, приблизительно на 20%, чем до усиления. Данный результат говорит о «правильном» подборе площади поперечного сечения элемента усиления (уголка). Для увеличения % запаса прочности уголок рекомендуется увеличить в поперечном сечении.

До усиления бетонная часть исследуемого образца начнет разрушаться при значении продольной силы  $N=1000$  кН, а после усиления при  $N=1400$  кН. Это свидетельствует о том, что для того чтобы усиленный железобетонный элемент выдерживает нагрузку на 40 % большую, чем до усиления при заданном «площадном» значении элементов усиления, то есть запас прочности составляет  $\approx 40\%$ .

До и после усиления стальная арматура железобетонного образца разрушается, только в случае увеличения нагрузки приблизительно на 3% после начала разрушения бетонной части.

Зависимости напряжений стальной арматуры и бетона носят криволинейный характер. Очертание графиков зависимостей напряжений от продольной силы  $N$  полностью схожи с очертанием диаграмм деформирования, изначально заложенных в качестве исходных данных.

Данные графики составлены при условии того, что 60% бетона поперечного сечения железобетонного образца исключено, так как в период ведения расчетов «возникали» положительные деформации при значении большем  $1,5 \cdot 10^{-5}$ .

За предельный момент в данном случае принят момент, при котором значение деформаций достигнет значения предельных относительных деформаций стержневой арматуры А400 по двухлинейной диаграмме деформирования арматуры, т.е.  $2,5 \cdot 10^{-2}$ .

Результаты расчета стадий НДС представлены в таблицах 4 и 5.

Таблица 4 – Результаты определения стадии НДС до усиления

Момент M, кН·м	Продольная сила N, кН	Кривизна $1/r_x, м^{-1} \cdot 10^{-8}$	Стадия НДС до усиления
20	100	22,83	Стадия 1- трещинообразования не происходит
40	200	41,85	Стадия 1- трещинообразования не происходит
60	300	60,87	Стадия 1- трещинообразования не происходит
80	400	79,99	Стадия 1- трещинообразования не происходит
100	500	98,92	Конец стадии 1 – происходит трещинообразование
120	600	117,94	Стадия 2 – работа с трещинами
140	700	242,34	Стадия 2 – работа с трещинами
160	800	366,73	Стадия 2 – работа с трещинами
180	900	489,67	Стадия 2 – работа с трещинами
200	1000	900	Стадия 2 – работа с трещинами
220	1100	-	Стадия 3 – разрушение образца
240	1200	-	Стадия 3 – разрушение образца
260	1300	-	Стадия 3 – разрушение образца
280	1400	-	Стадия 3 – разрушение образца

Согласно результатам расчета конструкции до усиления, трещинообразование происходит при достижении момента  $M=500$  кН·м, разрушение элемента начинается с арматуры растянутой зоны при достижении воздействия максимального момента 200 кН·м.

Таблица 5 – Результаты определения стадии НДС после усиления

Момент M, кН·м	Продольная сила N, кН	Кривизна $1/r_x, м^{-1} \cdot 10^{-8}$	Стадия НДС после усиления
20	100	10,92	Стадия 1 – трещинообразования не происходит
40	200	21,85	Стадия 1 – трещинообразования не происходит
60	300	32,75	Конец стадии 1 – происходит трещинообразование
80	400	43,72	Стадия 2 – работа с трещинами
100	500	54,65	Стадия 2 – работа с трещинами
120	600	65,58	Стадия 2 – работа с трещинами
140	700	76,51	Стадия 2 – работа с трещинами
160	800	87,45	Стадия 2 – работа с трещинами
180	900	97,67	Стадия 2 – работа с трещинами
200	1000	181,22	Стадия 2 – работа с трещинами
220	1100	263,97	Стадия 2 – работа с трещинами
240	1200	346,73	Стадия 2 – работа с трещинами
260	1300	710,83	Стадия 2 – работа с трещинами
280	1400	900	Стадия 3 – разрушение образца

Согласно результатам расчета конструкции после усиления, трещинообразование происходит при достижении момента  $M=300$  кН·м, разрушение элемента начинается с арматуры растянутой зоны при достижении воздействия максимального момента 1400 кН·м.

Дополнительно оставлен график (рисунок 23) зависимости кривизны от действующей продольной силы.

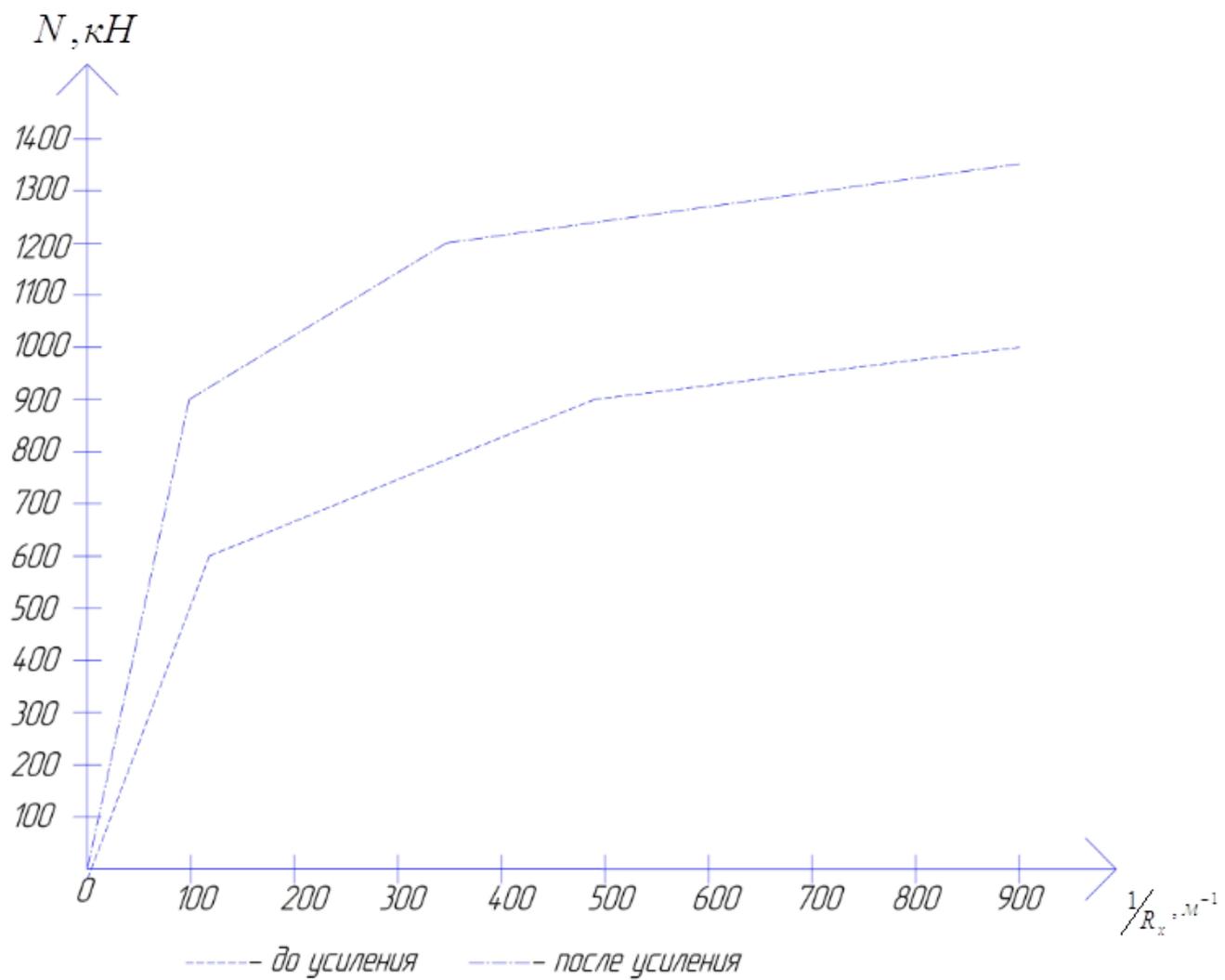


Рисунок 23 – График зависимости кривизны от продольной силы

### 3.3 Сравнительный анализ полученных результатов

Для качественной оценки полученных результатов произведен расчет подобного поперечного сечения методом предельных усилий.

Высота сжатой зоны  $x$  определяется по формуле 50:

$$x = (h_0 - e) + \sqrt{(h_0 - e)^2 + \frac{2 \cdot R_s \cdot A_s \cdot e + R'_s \cdot A'_s \cdot e'}{b \cdot R_b}}, \quad (50)$$

где  $h_0$  – рабочая высота сечения, определяемая по формуле 51:

$$h_0 = h_y - a, \quad (51)$$

где  $h_y$  – высота сечения, равная 0,5 м,

$a$  – расстояние от оси X до центра тяжести растянутой арматуры, равное 0,04 м;

$$h_0 = 0,5 - 0,04 = 0,46 \text{ м};$$

$e$  – расстояние от направления усилия (продольной силы  $N$ ) от центра тяжести растянутой арматуры, определяемое по формуле 52:

$$e = e_0 \cdot \eta + \frac{h_0 - a}{2}, \quad (52)$$

где  $\eta$  – коэффициент, определяющий гибкость конструкции, при отношении длины  $L_0$  к высоте  $h_y$  поперечного сечения элемента.

Если отношение по значению больше 10, то коэффициент назначается согласно графика (рисунок 24).

В случае величины отношения меньшей 10, то коэффициент равен единице.

Так как  $L_0 / h_y = 6 / 0,5 = 12$ , то определяется значение коэффициента  $n$  по формуле 53:

$$n = \frac{N}{b \cdot h \cdot R_b}, \quad (53)$$
$$n = \frac{1200}{0,4 \cdot 0,5 \cdot 11,5 \cdot 10^3} = 0,5217.$$

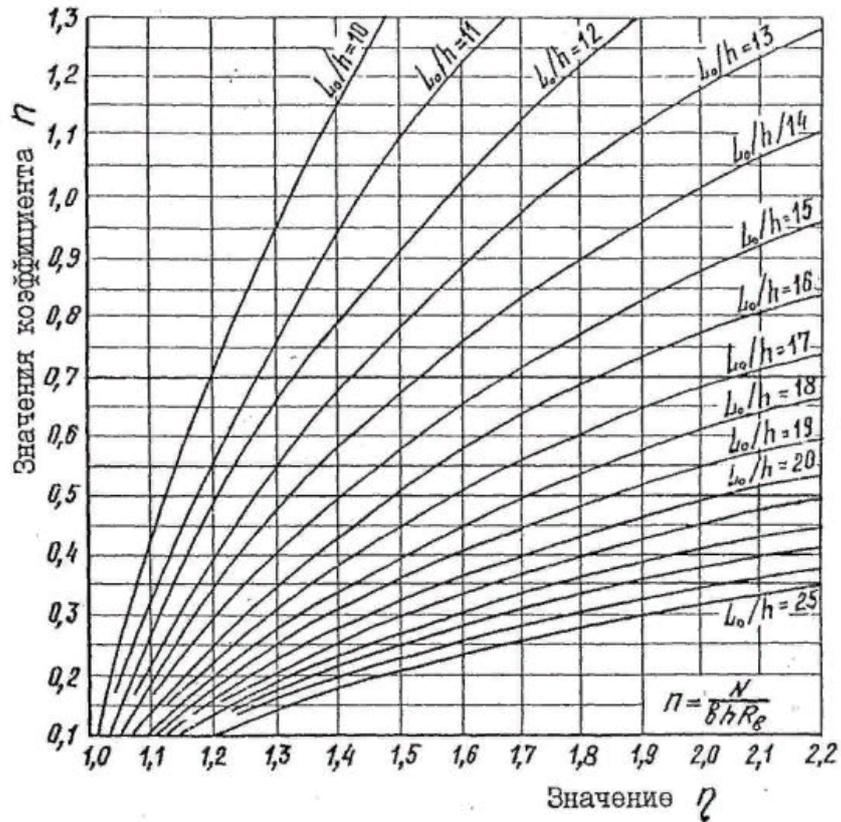


Рисунок 24 – График коэффициентов  $n$

Согласно  $L_0/h_y = 12$  и значению коэффициента  $n = 0,5217$  значение  $\eta = 1,21$ .

$$e = 0,2 \cdot 1,21 + \frac{0,46 - 0,04}{2} = 0,452 \text{ м.}$$

$e'$  – расстояние от направления усилия (продольной силы  $N$ ) от центра тяжести сжатой арматуры, определяемой по следующей ниже формуле 54:

$$e' = e - z, \quad (54)$$

где  $z$  определяется по формуле 55:

$$z = h_0 - a', \quad (55)$$

$$z = 0,46 - 0,04 = 0,42 \text{ м.}$$

$$e' = 0,452 - 0,42 = 0,032 \text{ м.}$$

Значение высоты сжатой зоны конструкции:

$$x = (0,46 - 0,452) + \sqrt{0,46 - 0,452 + \frac{2 \cdot 365 \cdot 10^3 \cdot 9,82 \cdot 10^{-4} \cdot 0,452 + 365 \cdot 10^3 \cdot 9,82 \cdot 10^{-4} \cdot 0,032}{0,4 \cdot 11,5 \cdot 10^3}} = 0,28 \text{ м.}$$

Так как высота сжатой зоны  $x=0,28 \text{ м} > 0,55 \cdot h_0=0,55 \cdot 0,46=0,25 \text{ м}$ , то условие удовлетворено.

Способность сечения нести заданную нагрузку  $N_0$  определяется по формуле 56:

$$N_0 = \frac{0,4 \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2 + R_s \cdot A_s \cdot z}{e} \cdot K, \quad (56)$$

где  $K$  – коэффициент условия работы, равный 0,85, в соответствии с категорией технического состояния (ограниченно работоспособная).

$$N_0 = \frac{0,4 \cdot 11,5 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 0,46^2 + 365 \cdot 10^3 \cdot 9,82 \cdot 10^{-4} \cdot 0,42}{0,452} \cdot 0,85 = 1015,3 \text{ кН.}$$

Так как  $N_0 = 1015,3 \text{ кН} < N = 1200 \text{ кН}$ , то требуется провести мероприятия по усилению сечения конструкции.

Усиление производится путем установки стальных горячекатаных равнополочных уголков №7 ( $R_y = 230 \cdot 10^3 \text{ кПа}$ ) с обрешеткой в виде металлических пластинок.

Усилия (растяжение, сжатие), передаваемые на элементы усиления, размещенные по одной стороне колонны, определяется по формуле 57:

$$N_y = (N - N_0) \cdot \left( \frac{1}{2} \pm \frac{e_0}{h} \right), \quad (57)$$

Усилие сжатия:

$$N_y = (1200 - 1015,3) \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{0,2}{0,5} \right) = 166,2 \text{ кН.}$$

Усилие растяжения:

$$N_y = (1200 - 1015) \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{0,2}{0,5} \right) = 18,47 \text{ кН.}$$

Необходимая площадь сечения элемента усиления определяется по формуле 58:

$$A_n = \frac{N_y}{R_y \cdot \gamma_c \cdot 2}, \quad (58)$$

$$A_n = \frac{166,2}{230 \cdot 10^3 \cdot 0,8 \cdot 2} = 0,0004 \text{ м}^2 = 4 \text{ см}^2.$$

Усилие, воспринимаемое элементами усиления, определяется по формуле 59:

$$N_{oy} = A_n \cdot R_y \cdot \gamma_c, \quad (59)$$

$$N_{oy} = 2 \cdot 8,78 \cdot 10^{-4} \cdot 230 \cdot 10^3 \cdot 0,8 = 323,1 \text{ кН}.$$

Так как  $N_{oy} = 323,1 \text{ кН}$  больше, чем  $N_y = 166,2 \text{ кН}$ , то условие прочности выполнено.

Несущая способность конструкции в целом определяется по формуле 60:

$$N_{общ} = N_0 + N_{oy}, \quad (60)$$

$$N_{общ} = 1015,3 + 323,1 = 1338,4 \text{ кН}.$$

Расчет по предельным усилиям дал результат равный 1338,4 кН. Согласно графику (рисунок 22), наиболее приближенное значение к полученному результату 1370 кН.

Определяется погрешность полученных результатов:

$$\frac{1370 - 1338,4}{1370} \cdot 100\% = 2,31\%.$$

## **Вывод к третьей главе**

В период длительной эксплуатации конструкций из железобетона в них накапливаются повреждения, образованные либо при эксплуатации, либо на момент транспортировки или ее монтажа, которые приводят к «перебоям» прочностных характеристик бетонной поверхности конструкций.

Основываясь на сформулированной рабочей предпосылке о нелинейных деформациях бетонной части образца ранее во второй главе была разработана методика расчета прочности внецентренножатых элементов.

Произведен расчет железобетонной конструкции, усиленной присоединением стальных элементов (равнополочных горячекатаных уголков), на основании чего построены графики зависимостей деформаций, напряжений от увеличения продольной силы.

Определены стадии НДС.

Построен график зависимости кривизны от увеличения продольной силы.

Проведена контроль качества проведенных результатов, как по предельным усилиям, так и по деформационной модели, погрешность измерений составила 2,31%.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В рамках выполнения магистерской диссертации был предложен расчет по прочности нормальных сечений внецентренно сжатых железобетонных конструкций, усиливаемых стальными равнополочными горячекатаными уголками. В расчет положено использование деформационной модели конструкции вместе с упрощенными диаграммами деформирования составляющих ее материалов.

Разработана блок-схема алгоритма, в базу которого был положен итерационный метод поэтапного приближения конечных результатов. Блок-схемы реализованы в табличной форме с использованием подпрограммы Microsoft EXCEL.

Принятые результаты расчета научной работы в виде алгоритма расчета железобетонных конструкций, усиленных присоединением стальных элементов. Аналитические средства определения действия активных напряжений в конструкции рекомендуется к применению при осуществлении обследовательских осмотров строительных конструкций, решении проверок, и проектировании способа и мероприятий по усилению.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Муленкова, В.И. Расчет и конструирование железобетонных и каменных конструкций [Текст]: учебное пособие / Муленкова В.И., Артюшин Д.В. под редакцией М.А. Сухова. – Пенза : ПГУАС, 2014. – 118 с.
- 2 СП 63.13330.2012 Бетонные и железобетонные. Основные положения. Свод правил [Текст]: СП 52–101–2003. – М. : ФГУП ЦПП, 2006. – 54 с.
- 3 Уголки стальные горячекатаные равнополочные. Сортамент [Текст]: ГОСТ 8509–93. – М. : Изд-во стандартов, 1993.
- 4 Стальные конструкции. Нормы проектирования [Текст]: СНиП II-23-81\*. Госстрой России – М.: ФГУП ЦПП, 2005. – 90 с.
- 5 Анисимова, М.П. Применение деформационной модели к расчету изгибаемых железобетонных элементов с неоднородными свойствами материалов [Текст] / М.П. Анисимова // Диссертация магистра – Тольятти. 2017. – 70 с.
- 6 Бондаренко, В.М. Элементы теории реконструкции железобетона [Текст] / В.М. Бондаренко, А.В. Боровских, С.В. Марков, В.И. Римшин; под общ. ред. В.М. Бондаренко. – Н. Новгород : Нижегород. гос. арх.-строит. университет, 2002. – 190 с.
- 7 Тошин, Д. С. Работа бетона при усилении конструкции под нагрузкой [Текст] / Д.С. Тошин // Академический вестник УралНИИпроект РААСН. – 2015. – № 3. – С. 66–68.
- 8 Тошин, Д. С. Метод расчета усиливаемых сжатых элементов по деформационной модели [Текст] / Тошин Д.С., Журавлёва Т.А. // Научное обозрение. – 2017. – № 22. – С. 29–32.
- 9 СП 52–101–2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры [Текст]. Москва, 2004. – 165 с.

10 Карпенко, Н. И. Общие модели механики железобетона [Текст] / Н.И. Карпенко. – М. : Стройиздат, 1996. – 412 с.

11 Ерышев, В.А. Методика расчета нормального сечения изгибаемого железобетонного элемента при разгрузке [Текст] / В.А. Ерышев, Д.С. Тошин // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2009. – № 6. – С. 97–104.

12 Тошин, Д. С. О дискретизации нормального сечения железобетонного элемента с неоднородными свойствами бетона при расчете по нелинейной деформационной модели [Текст] / Тошин Д.С. // Молодой ученый. — 2016. — №27. — С. 172–174.

13 Иващенко, Е.И. Разработка методов расчета железобетонных элементов на основе действительных диаграмм деформирования материалов с учетом фактического изменения площади их поперечных сечений [Текст] : дис. ... канд. тех. наук: 05.23.01 /Иващенко Евгений Игоревич. – М., – 2006. – 230 С.

14 Берг, О.Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона [Текст] /О.Я. Берг. В 2ч. Ч.1. – М . : Стройиздат, 1961. – 287 с.

15 Карпенко, Н.И. Диаграммы деформирования бетона, их трансформация в зависимости от различных факторов и использование в расчетах конструкций [Текст] / Н.И.Карпенко, Т.А. Мухамедиев, М.А. Сапожников // НИИЖБ.– 1987. – С. 4 – 24.

16 Карпенко, Н.И. К расчету прочности нормальных сечений изгибаемых элементов [Текст] / Н.И. Карпенко, Т.А. Мухамедиев // Бетон и железобетон, 1983, №4. – С.11–12.

17 Карпенко, Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами [Текст]. – М., Стройиздат, 1976. - 208 с.

18 Ганага, П.Н. Закономерность изменения секущего модуля деформаций в однородных твердых телах [Текст] / П.Н. Ганага // Известия ВУЗов. Строительство и архитектура, 1988, №11. – с. 1–5.

19 Панфилов, Д.А. Обзор существующих диаграмм деформирования бетона при сжатии в отечественных и зарубежных нормативных документах [Текст] / Д.А. Панфилов, А.А. Пищулев, К.И. Гимадетдинов // Промышленное и гражданское строительство. 2014. №3. С. 80–84.

20 Тошин, Д.С. Применение диаграммного метода в расчетах усиливаемых конструкций [Текст] / Д.С. Тошин // Научное обозрение. – 2016. – №1. – С. 85–89.

21 Ерышев, В. А. Метод расчета железобетонных конструкций на прочность с применением упрощенных диаграмм деформирования материалов [Текст] // Научное обозрение. – 2016. – №4. – С. 21-25.

22 Ерышев, В. А. Оценка степени коррозионного поражения эксплуатируемых железобетонных конструкций покрытия [Текст] / В.А. Ерышев, Е.В. Ерышева, Д.С. Тошин // Градостроительство, реконструкция и инженерное обеспечение устойчивого развития городов Поволжья: сб. докладов Всероссийской науч. практич. конф. / ТГУ. – Тольятти, 2004. С. – 101–104.

23 Болотова, А. С. Анализ методов и средств контроля качества монолитных железобетонных конструкций [Текст] / А.С. Болотова, В.Н. Свиридов // Научное обозрение. – 2016. – № 11. – С. 61–65.

24 Александров, Е. Н. Анализ напряженно-деформированного состояния изгибаемых элементов с комбинированным армированием на основе диаграмм деформирования фибробетона [Текст] / Е.Н. Александров, А.Д. Истомин // Научное обозрение. – 2016. – № 4. – С. 35–39.

25 Тошин, Д. С. Поиск оптимального способа реализации итерационного приближения при расчете по деформационной модели [Текст] / Д.С. Тошин, М.П. Анисимова // Научное обозрение. – 2016. – № 17. – С. 25–29.

26 Тошин, Д. С. Способ определения напряжений в строительных конструкциях при сложившихся эксплуатационных нагрузках [Текст] / Д.С. Тошин // Научное обозрение. – 2016. – № 17. – С. 16–19.

27 Тошин, Д.С. Нелинейный расчет деформаций изгибаемых железобетонных элементов при разгрузке с применением деформационной модели [Текст] : Дис. ... к-та тех. наук.: 05.23.01 / Тошин Дмитрий Сергеевич // –Тольятти, 2009. – 132 с.

28 EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General rules and rules for buildings.

29 СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003 // ФАУ «ФЦС». – 2012. – С. 156.

30 Пищулев, А.А. Совершенствование расчета прочности нормальных сечений изгибаемых железобетонных конструкций с поврежденной сжатой зоной бетона [Текст] : автореферат дис. кандидата технических наук: 05.23.01/ Пищулев Андрей Александрович, - Самара, 2010. - 20 с.

31 Пищулев, А.А. Совершенствование расчета прочности нормальных сечений изгибаемых железобетонных конструкций с поврежденной сжатой зоной бетона [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Пищулев Андрей Александрович - Самара, 2010.- 192 с.

32 Римшин, В.И. Повреждения и методы расчета усиленных железобетонных конструкций [Текст]: дис. д. техн. наук : 05.23.01. – защищена 30.03.01 / Римшин Владимир Иванович, – М., 2001.- 333 с.

33 Новиков, Д.А. Прочность и деформативность усиленных железобетонных элементов с коррозионными повреждениями: диссертация кандидата технических наук [Текст]: 05.23.01: защищена 22.01.2013 / Новиков Дмитрий Андреевич; – М. , 2013.- 146 с.

34 Тошин, Д. С. Нелинейный метод расчета железобетонных элементов по нормальному сечению с переменными свойствами бетона [Текст] / Д.С. Тошин // Научное обозрение. – 2016. – № 22. – С. 38–41.

35 Ортега, Дж. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными [Текст] / Дж. Ортега, В. Рейнболдт // Мир. – 1975. – С. 560.

36 Panfilov D. A. The methodology for calculating deflections of reinforced concrete beams exposed to short duration uniform loading (based on nonlinear deformation model) [Text] / D.A. Panfilov, A.A. Pischulev // Procedia Engineering. – 2014. – Vol. 91. – P. 188–193.

37 Журавлёва, Т.А. Применение диаграммного метода расчета при усилении железобетонных элементов присоединением стальных элементов [Текст] / Т.А. Журавлёва // Молодой ученый. – 2017. – № 10. – С. 59–61.

38 Soroushian, P. Strein Rate-Dependent Interaction Diagrams for Reinforced Concrete Sections [Text] / K. Obaseki, P. Soroushian // J.ACI, 1986, №1. - P. 108-116.

39 Loe, J. Analysis of total deflection of Reinforced concrete box beams under repeated loading [Text] / J. Loe, J. Wong // J.ACI, 1984, proc.V.81, №1. - P . 87-95.

40 Kripanarayanan, K.M. Shot-time diflections of besm under single and repeated load cycles [Text] / K.M. Kripanarayanan, D.E. Branson // J.ASI, 1972, proc.69.№2. - P. 110-118.

41 Tanigawa, Y. Hysteretic Characteristics of Concrete in Domain of High Compressive Strain [Text] / Y. Tanigawa, Y. Ushidada // ALL Proc. Annual Convention, 1978. - P. 449-450;.

42 Telford, T. RC Elements Under Cyclic Loading. State of the Art Report [Text] / T. Telford. – London, 1996.-190 p.

43 Walter, R. Reinforced concrete beams under repeated loads [Текст] / R. Walter, G. Winter // Journal of structural Division, ASI, 1969, №95/6. - P. 1189-1211.

44 Yankelevsky, D.Z. Model for Cyclic Compressive Behaviour of Concrete [Text] / D.Z. Yankelevsky, H.W. Reinhardt // Journal of Structural engineering, V.1 13, 1987, №2. - P. 228-240.

45 Probst, E. The influence of rapidly alternating loading on concrete and reinforced concrete [Text] / E. Probst // Structural Engineer. V.9, 1931.