МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Тольяттинский государственный университет»**

институт математики, физики и информационных технологий
кафедра «Алгебра и геометрия»

# МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

**Б А К А Л А В Р С К А Я  Р А Б О Т А**

Направление подготовки бакалавра: 44.03.05 Педагогическое *образование*
Направленность (профиль): *Математика и информатика*

Студент А.А. Царева ___________

Руководитель: к.п.н., доцент кафедры алгебры и геометрии И.В. Антонова ____________

**Допустить к защите**
Заведующий кафедрой: д.п.н., проф. Р.А. Утеева ___________

«_____»___________2016 г.

Тольятти - 2016

**СОДЕРЖАНИЕ**

# ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность исследования.** В соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (ФГОС ООО) одной из основных задач является развитие и становление личности ребенка в своей индивидуальности, самобытности, уникальности и неповторимости [33]; школьное образования должно соответствовать временем, современному обществу, которое характеризуется мобильностью, комуникабельностью, многообразием связей, активным внедрением информационно-коммуникационных технологий [31].

В настоящий время согласно Примерной основной образовательной программе основного общего образования необходимо развивать самостоятельность учащихся при решении текстовых задач на движение, которые занимают особое место при обучении математике. Математическая задача на движение несомненно помогает школьнику вырабатывать правильные математические понятия, в полной мере выяснить различные стороны взаимосвязей в окружающей его жизни, а также дает возможность использовать изучаемые теоретические понятия. Решение задач способствует формированию у детей полноценных знаний, определяемых программой. Через решение задач на движение учащиеся знакомятся с важными не только познавательными, но и воспитательными фактами.

В теории и методике обучения математике вопросы методики обучения учащихся решению задач на движение в общеобразовательной школе рассматривали в работах Т.А. Ивановой, З.П. Матушкиной, Л.М. Фридмана, А.В. Шевкина и др.

Все вышесказанное определяет актуальность данного исследования.

Кроме того, актуальность темы исследования обусловлена сложившимся к настоящему времени *противоречием* между необходимостью обучения учащихся решению задач на движение в курсе алгебры основной школы в соответствии с требованиями ФГОС основного общего образования и фактическим состоянием методики обучения их решения учащихся основной школы.

**Проблема исследования** состоит в обосновании эффективности применения и решения на уроках математики различных типов задач на движение и выявлении методических особенностей обучения школьников решению данных задач в общеобразовательной школе.

**Объект исследования:** процесс обучения математике в основной школе.

**Предмет исследования:** методические особенности обучения учащихся решению различных типов задач на движение в школьном курсе математики основной школы.

**Цель исследования:** выявить методические особенности обучения учащихся решению задач на движение при обучении математике в основной школе и разработать методические материалы по теме исследования.

**Задачи исследования:**

1. Рассмотреть понятие текстовой задачи и определить их место в обучении математике.

2. Представить классификацию текстовых задач на движение и раскрыть методы их решения.

3. Привести анализ программы и школьных учебников по теме исследования.

4. Выявить методические особенности обучения учащихся решению основных видов задач на движение в курсе алгебры основной школы.

5. Рассмотреть задачи ОГЭ по теме исследования.

6. Разработать систему задач по обучению учащихся 8- 9 классов основной школы решению основных видов задач на движение.

Для решения задач были использованы следующие **методы исследования**: анализ методической литературы; анализ школьных программ и учебников; анализ опыта работы учителей математики.

**Теоретическая значимость исследования** состоит в том, что в нем: рассмотрено понятие текстовой задачи и определено их место в обучении математике; представлена классификация текстовых задач на движение и раскрыты методы их решения; выявлены методические особенности обучения решению задач на движение в курсе алгебры основной школы.

**Практическая значимость** работы заключается в том, что в ней представлена система задач по обучению учащихся основной школы решению основных типов задач на движение и методические рекомендации по их применению, которые могут использоваться учителями математики и студентами в ходе прохождения педагогической практики.

**На защиту** выносятся: система задач по обучению учащихся основной школы решению основных типов задач на движение и методические рекомендации по их применению.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения, и списка литературы.

**Во введении** сформулированы основные характеристики исследования: актуальность, противоречие, проблема, объект, предмет, цель, задачи и методы исследования.

**Глава I** бакалаврской работы посвящена методическим аспектам обучения учащихся решению задач на движение. Рассмотрено понятие «текстовой задачи» и их место в обучении математике. Представлена классификация текстовых задач на движение и методы их решения. Выявлены методические особенности обучения учащихся основной школы решения задач на движение.

**В Главе II** представлена система задач по обучению учащихся основной школы решению основных типов задач на движение и методические материалы по их применению. Рассмотрены задачи ОГЭ по теме исследования.

**В заключении** сформулированы основные результаты и выводы проведённого исследования. Список литературы содержит 39 наименований.

# ГЛАВА I. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

## § 1. Понятие «текстовой» задачи и их место в обучении математике

При изучении начального курса математики понятие «задача» используется в разных конструкциях – «практическая задача», «арифметическая задача», «сюжетная задача», «текстовая задача». Например, в «Методике начального обучения» под редакцией А.А. Столяра и В.Л. Дрозда арифметическими текстовыми задачами являются «задачи, имеющие житейское, физическое содержание и решаемые с помощью арифметических действий» [19].

Г.В. Бельтюкова и М.А. Бантова под словом «задача» имеют ввиду жизненную ситуацию, которая связана с числами и решается арифметическими действиями или счетом [1].

А.М. Пышкало и Л.П. Стойлова [31] под понятием «текстовая задача» понимают описание определенной ситуации на простом языке, с требованием выдать количественную оценку какого-либо компонента данной ситуации, либо установить отсутствие или наличие каких-то отношений о величинах и объектах, о неизвестных и известных значениях данных величин, о взаимодействиях между ними, а также содержат вопрос с указанием на то, что необходимо найти. Вопрос может быть предложением, как в повелительной, так и в вопросительной форме.

Л.М. Фридман считает, что *текстовые задачи* представляют собой словесные модели, в которых учащимся надо найти значения (одной или даже нескольких) неизвестной величин. Нахождение таких величин возможно потому, что оно определяется другими неизвестными и известными величинами и их взаимными соотношениями с неизвестной величиной. В задаче присутствуют для решения все данные, но бывают операции, которые должны к ним привести. Трудность выражается в определении пути решения. Сложность структуры, ее индивидуальность часто может скрывать математическую сущность задач и возникает необходимость постоянно строить рассуждение, подходящее к приведенному условию [34].

Ю.М. Колягин [13] говорит, что *текстовая задача* - это описание определенной ситуации, одной или нескольких на обычном языке, где содержится требование дать количественную оценку какого-то компонента указанной ситуации или установить наличие, либо отсутствие определенного отношения между компонентами задачи, может также потребоваться определение вида данного отношения.

С понятием «задача» тесно связано понятие «вопрос», «упражнение», «проблемная ситуация». С.Л. Рубинштейн, Л.М. Фридман в своих работах рассматривают отношения между понятиями «задача» и «проблемная ситуация», «задача» и «вопрос». Г.И. Саранцев в своей монографии [28], которая посвящена упражнениям в обучении математике рассматривает соотношения между понятиями «задача» и «упражнение». Автор делает вывод, что «упражнения – многоаспектное явление обучения, обладающее такими основными признаками:

1) является носителем действий, адекватных содержанию обучения математике;
2) является средством формирования знаний, умений и навыков;
3) служит способом организации и управления учебно-познавательной деятельностью учащихся;
4) является одной из форм реализации методов обучения;
5) служит средством связи теории с практикой» [28].

Так же он говорит о том, что в контексте многих учебников математики школьные задачи являются упражнениями, поэтому типологии задач можно считать типологиями упражнений.[28]

Крепкое и полное усвоение учащимися основ курса математики очень важно для развития их математической культуры, ввиду того, что задачи в обучении математики занимают очень большое место. Они формируют практические навыки применения математики, развивают алгоритмическое и логическое мышления, служат основным средством развития пространственного воображения, являются средством эвристического и творческого начал. При изучении теоретических знаний задачи помогают мотивировать введение понятий, выявлению их основных свойств, быстрому усвоению математической терминологии и терминологии символики, раскрывают взаимосвязи понятий. Функции задач состоят в том, чтобы в деятельности решения задач выработать прочные умения применять теорию на практике, уметь выделять общие способы решения, применять их на новых задачах, развивать творческое и логическое мышление, память, внимание, воображение [11].

*Решить математическую задачу* – это значит найти такую последовательность общих положений математики (теорем, определений, правил, формул, аксиом, законов) которые применяя к следствиям задачи или к ее условию (результатам промежуточного решения) получаем то, что требуется к задаче – ее ответ.

В каждой задаче есть условие (исходные данные), заключение - требование, которое необходимо выполнить, и субъект – это тот, кто выполняет требование.

При решении любой задачи надо выделять определенные этапы:

*1 этап – это анализ условия:*

– проведение начального анализа текста (представление ситуации, выделение условия и требования);

– выделение неизвестных, известных, искомых величин;

– установление связи между данными и искомыми;

– конструирование модели данной ситуации (предметные, схематические, графические) и соотношение элементов задачи с элементами модели;

– установление полноты всех данных задачи (достаточность, недостаточность, избыточность);

– определение типа задачи.

*2 этап – это планирование решения задачи:*

– разложение составной задачи на простые задачи;

– переведение зависимости данных и искомых на тематический язык;

– подбор рациональных способов решения задач;

– проведение рассуждения синтетическим и аналитическим способом;

– активизирование необходимых теоретические знаний для решения задачи.

*3 этап – это реализация найденного плана решения задачи:*

– установление адекватности построенной математической модели исходной задаче;

– выбор математических связей между величинами;

– установление соответствия промежуточного и конечного результатов;

– оформление решения.

*4 этап - это осуществление контроля и коррекции решения:*

– определение соответствия полученных результатов исходной задаче;

– выполнение проверки решения разными способами;

– нахождение других способов решения задачи;

– оценивание полученных результатов;

– обобщение результатов решения [5].

Л.В. Виноградова в книге «Методика преподавания математики в средней школе» отмечает, что при решении задач могут быть применены следующие *методы*: арифметический; геометрический; алгебраический; алгоритмический метод; эвристический, который подходит для решения нестандартной задачи [5].

Подводя итог, делаем следующий вывод: задачи, решаемые в школьном курсе математики и алгебры, очень разнообразны. Считаем логичным каким-либо образом их сгруппировать. Это важно и для систематизации методов и приемов решения, а также для разработки методики обучения школьников решению задач. Под задачей мы будем понимать задание, которое должен выполнить субъект или вопрос, на который необходимо найти ответ, опираясь на указанные условия и все вытекающие из них следствия.

## §2. Классификация текстовых задач на движение и методы их решения

Текстовые задачи в методической литературе разделяют по определенным основаниям на разные виды [4]. Выбирают основание для ее проведения в зависимости от целей, классификации, затем на его основе получают определенные группы текстовых задач, которые объединяют или метод решения, или количество действий, которые надо выполнить. С целью решения задач, их можно разделить на группы по основанию:

– содержанию: на проценты, на движение, на смеси и так далее;

– методам решения: арифметические, алгебраические (составление уравнений, неравенство и их систем), геометрические (через использование геометрических фигур и их свойств), комбинированные;

– по характеру требований: задачи на вычисление, построение, доказательство, преобразование, объяснение, конструирование;

– специфике языка: текстовые (условие представлено на естественном языке), сюжетные (присутствует фабула), абстрактные (предметные)[26].

В методической литературе обычно выделяют следующие виды текстовых задач на движение:

– задачи на встречное движение;

– задачи на движение в одном направлении;

– задачи на движение в разных направлениях;

– задачи на движение по водоему (в стоячей воде, по течению реки, против течения реки).

Задачи на движение включает три величины: скорость, время, расстояние, которые связаны пропорциональной зависимостью.

Рассматривая классификацию задач на движение, необходимо отметить следующее: различают простые и составные задачи на движение [38].

Составные задачи на движение подразделяют на:

– задачи на движение в одном направлении,

– задачи на сближение объектов,

– задачи на удаление объектов,

– задачи на движение по реке.

Кроме того, некоторые задачи на движение могут рассматриваться как:

– задачи на нахождение четвертого пропорционального;

– задачи на нахождение неизвестного по двум разностям;

– задачи на пропорциональное деление.

Представим ниже в виде Схемы 1, какие методы решения текстовых задач на движение используется в курсе математики основной школы.

Схема 1

Как видно из схемы 1, все методы решения задач рассчитаны на определенные знания школьников.

С понятиями путь – $S$, скорость – $V$, время – $t$ учащиеся знакомы еще с начальной школы.

Так, учащимся основной школы известно, $S = V \cdot t$ (расстояние равно скорости, умноженной на время) - это формула пути. Она устанавливает зависимость между тремя основными величинами, характерными для движения любого объекта [37].

В основном, в задачах на движение рассматривается движение, по крайней мере, двух объектов. Поэтому введем следующие обозначения, которые будут использоваться в чертежах к задачам на движение:

$S$ – расстояние между пунктами, из которых начато движение объектов (пешеходов, велосипедистов и т.д.);

$S_1$ – расстояние, пройденное первым объектом до встречи (или за определенное время);

$V_1$ – скорость движения первого объекта;

$t_1$ – время движения первого объекта;

$S_2$, $V_2$, $t_2$ - аналогичные характеристики для второго объекта;

$V_{сбл}$ – скорость сближения объектов;

$V_{уд}$ – скорость удаления объектов;

$t_{встр}$ – время, через которое произошла встреча объектов

В начале шестого класса, ученик должен знать [38]:

– скорость по течению равна сумме собственной скорости и скорости течения реки.

– скорость против течения равна разности собственной скорости и скорости течения реки.

– скорость по озеру равна собственной скорости.

– собственная скорость равна половине суммы скорости по течению и скорости против течения.

Для средних классов, (то есть с 7 по 9 класс) характерен алгебраический способ решения задач, так как учащиеся седьмых классов только начинают изучать курс геометрии и некоторые свойства геометрических фигур ещё не знают (например, свойства подобных треугольников), поэтому применять сразу геометрический метод при решении алгебраических задач они еще не могут. В то же время в седьмом классе изучается линейная функция и её график, графическое решение систем двух линейных уравнений с двумя переменными [35].

Как было отмечено выше, при решении текстовых задач на движение может быть использован и геометрический метод.

М.А. Бантова определяет чертеж (наряду с краткой записью, таблицей) в иллюстрацию задачи [1].

А.А. Столяр и В.Л. Дрозд пишут об использовании чертежей на основе отрезков, о том, что отрезки можно «складывать и вычитать» [19].

Л.С. Лунина предлагает очень четкую структуру графического метода решения задач. Она пишет: «Мы под геометрическим методом решения алгебраических задач будем понимать метод решения, заключающийся в использовании геометрических представлений (изображений), законов геометрии и элементов аналитических методов (уравнений, арифметических выражений и др.). Геометрическое представление условия текстовой задачи будем называть геометрической моделью задачи»

А.П. Тонких и Т.Н. Демидова считают, что «Геометрический метод решения текстовых задач базируется на основных понятиях планиметрии (точка, отрезок, длина, площадь, треугольник, прямоугольник и др.), а также на свойствах плоских фигур и графиков». Решить задачу геометрическим методом - это найти ответ на требование задачи с использованием геометрических построений или свойств геометрических фигур [18].

Решение задач геометрическим методом может быть с помощью двух приёмов: конструктивным (чисто графическим) и вычислительным (графико – вычислительным). В каждом из этих приемов используется различные способы решения задач.

При решении задач конструктивным приёмом график или диаграмма вычерчиваются точно по значениям величин, содержащихся в условии задачи. Ответ обычно получается приближённый, но приемлемый для практических целей. Часто от просто «считывается с чертежа» или находится при помощи измерений длин отрезков или других элементов чертежа.

При решении определенных задач можно применять несколько методов. Один метод будет являться основным (ведущим), а другой – это способ реализации основного метода [4].

Чтобы решить задачу алгебраическим методом, необходимо соотношения в условии задачи между величинами перевести на математический язык. Приводим примерную таблицу решения задачи алгебраическим способом.

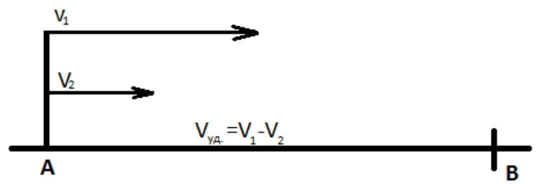
| **№ действия** | **Что надо сделать** |
|---|---|
| 1 | Выбрать одну из неизвестных величин, по условию задачи, и обозначить ее буквой *х. Обычно через х обозначают ту величину, которую надо найти (искомая величина). Случается, что удобнее обозначить через х другую неизвестную величину, связанную с искомой*). |
| 2 | Остальные неизвестные величины, содержащиеся в условие задачи, выражают через х. (*При этом необходимо строго следить за тем, чтобы все однородные величины были приведены (или привести к одной единице измерения) в единицах одного наименования*). |
| 3 | Составить уравнение на основании данных условия задачи в зависимости между величинами. |
| 4 | Решить составленное уравнение |
| 5 | Проверить, удовлетворяет ли найденный корень условию задачи. |
| 6 | Записать ответ |

Краткая запись всех задач оформляется в таблице. Два столбика заполняем по условию задачи, а третий по первым двум. Этот столбик даёт уравнение. Далее определяем, к какому типу относится задача: на сравнение или на сложение величин, если это необходимо.

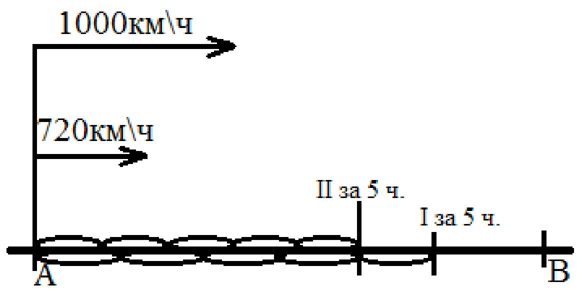
Рассмотрим каждый вид задач на движение с помощью разных методов.

## 1. Задачи на движение в одном направлении

### *1.1. Задачи на движение в одном направлении из одного пункта*




**Задача №1.** Из Твери до Норильска вылетели одновременно по одному и тому же маршруту два самолета. Один со скоростью 1000 км/ч, а другой 720 км/ч. На сколько километров первый самолет обгонит второй за 5 ч?[39]




**Решение:**

*1 способ*

1) $1000-720=280$ (км/ч) – скорость первого больше скорости второго.

2) $280\cdot 5=1400$ (км) – первый обгонит второго.

Ответ: на 1400(км).

*2 способ*

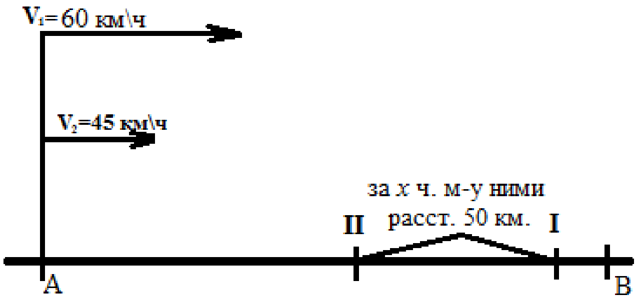
1) $1000\cdot 5=5000$ (км) – пролетел первый самолет за 5 часов.

2) $720\cdot 5=3600$ (км) – пролетел второй самолет за 5 часов.

3) $5000-3600=1400$ (км) – первый обгонит второго.

**Ответ:** на 1400 км.

**Задача №2.** Грузовая и легковая машина выехали в одно время из пункта А в пункт В. Легковая машина ехала со скоростью 60 км/ч, грузовая 45 км/ч. Через какое время легковая машина опередит грузовую на 50 км?[16]




**Решение:**

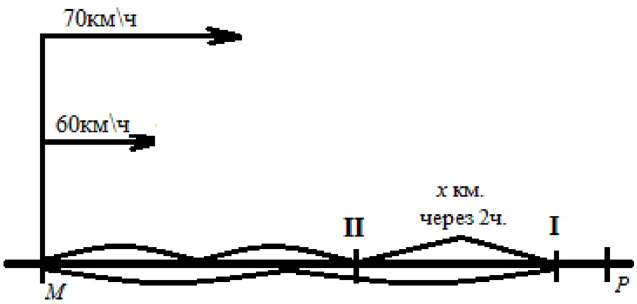
1) $60-45=15$ (км/ч) – скорость первого больше скорости второго.

2) $50:15=3\frac{1}{3}$ (ч) – когда первый опередит второго на 50 км.

3) $3\frac{1}{3}ч.=3ч.20мин.$

**Ответ:** через 3ч. 20 мин.

**Задача №3.** Одновременно из Москвы в Рязань выехали две машины, их скорость 70 км/ч и 60 км/ч. Какое расстояние будет между машинами через 2 часа?[15]




**Решение:**

1) $70\cdot 2=140$ (км) – проехала первая машина за 2 часа.

2) $60\cdot 2=120$ (км) – проехала вторая машина за 2 часа.

3) $140-120=20$ (км) – расстояние между машинами через 2 часа.

**Ответ:** 20 км.

**Задача №4.** Из города в деревню в одно время выехали велосипед и мотоцикл. Велосипед за 2 ч проезжает 20 км, а мотоцикл за 4 ч проезжает 180 км. Сколько времени должно пройти до того момента, когда расстояние между ними будет 120 км? [17]

**Решение:**

| | Расстояние | Время | Скорость |
|---|---|---|---|
| Велосипедист | 20 км. | 2 ч. | $\frac{20}{2} = 10$ км\ч |
| Мотоциклист | 180 км. | 4 ч. | $\frac{180}{4} = 45$ км\ч |

1) $45 - 10 = 35$ (км/ч) - скорость удаления мотоцикла.

2) $120 : 35 = 3\frac{3}{7}$ (ч) – когда первый опередит второго на 120км.

**Ответ:** через $3\frac{3}{7}$ часа.

**Задача №5.** Одновременно два мальчика выехали за города, один на мопеде, другой на скутере, через 1,5 ч расстояние между ними было 20 км. С какой скоростью двигался мальчик на мопеде, если мальчик на скутере двигался 30 км/ч?[10]

**Решение:**

| | Скорость | Время | Расстояние |
|---|---|---|---|
| На скутере | 30 км\ч | 1,5 ч. | 45 км. |
| На мопеде | $x$ км\ч | 1,5 ч. | $1{,}5 \cdot x$ км. |

$1{,}5 \cdot x + 20 = 45$

$1{,}5 \cdot x = 25$

$\frac{3}{2} \cdot x = 25$

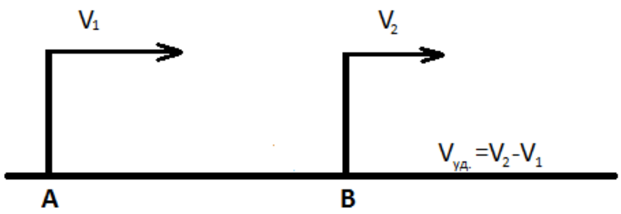
$x = 25 : \frac{3}{2}$

$x = \frac{25 \cdot 2}{3}$

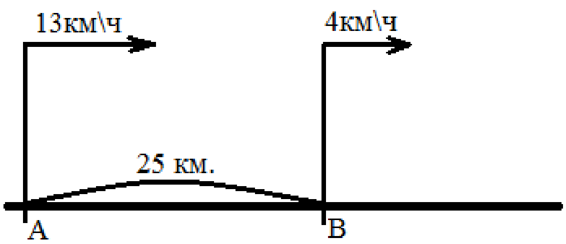
$x = 16\frac{2}{3}$

**Ответ:** $16\frac{2}{3}$ (км/ч) скорость мальчика на мопеде.

*1.2 Задачи на одно направление из разных пунктов*




**Задача №6.** Расстояние между селом и городом 25 км. В одно время и в одном направлении из села выехал велосипедист, а из города вышел пешеход. Сколько надо времени  чтобы велосипедист догнал пешехода? Пешеход двигается со скоростью  4 км/ч, а велосипедист -  13 км/ч? [39]



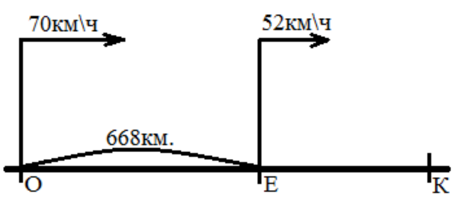

**Решение:**

1) $13-4=9$ (км/ч) – скорость сближения

2) $25:9=2\frac{7}{9}$ (ч) – время до встречи.

**Ответ:** через $2\frac{7}{9}$ часов.

**Задача №7.** По направлению к Красноярску  одновременно отправились два состава, один из Оренбурга, другой из Екатеринбурга. Оренбургский поезд двигался 70 км/ч, а екатеринбургский 52 км/ч. Через сколько времени оренбургский поезд догонит екатеринбургский,  если расстояние между этими городами 668 км?[14]



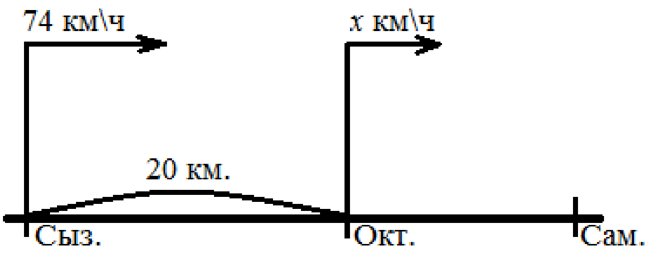
**Решение:**

1) $70-52=18\,(\text{км/ч})$ – скорость сближения.

2) $668:18=37\dfrac{2}{37}(\text{ч})$ – время до встречи.

**Ответ:** через $37\dfrac{2}{37}$ часов.

**Задача №8.** Расстояние от Октябрьска до Сызрани 20 км. Из этих городов в Самару одновременно выехали два автомобиля. Автомобиль из Сызрани 74 км/ч и догоняет автомобиль из Октябрьска через 1 час. С какой скоростью едет автомобиль, выехавший из Октябрьска?[15]




**Решение:**

Пусть $x$ км/ч - скорость второго автомобиля, тогда скорость сближения автомобилей будет $74-x$ км/ч. Из условия известно, что между городом Сызранью и Октябрьском 20 км., а автомобили встретились через час. Составим уравнение:

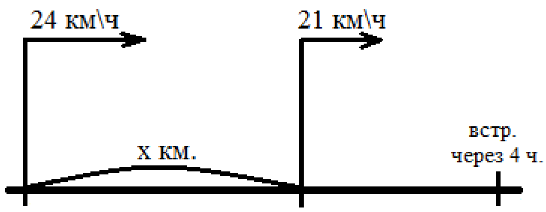
$$\frac{20}{74-x}=1$$

$$20=74-x$$

$$x=54$$

**Ответ:** 54 км/ч - скорость второго автомобиля.

**Задача №9.** От двух пристаней отошли одновременно в одном направлении два парохода: один со скоростью 21 км/ч, другой- 24 км/ч. через 4ч второй догнал первый. Найдите расстояние между пристанями [16].




**Решение:**

Пусть $x$ км. – расстояние между пристанями. Известно, что встретились пароходы через 4 часа. Найдем скорость сближения и составим уравнение:

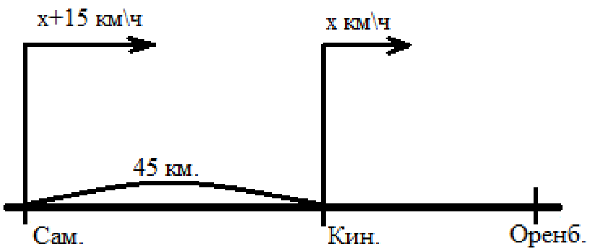
1) $24-21=3$(км/ч) – скорость сближения

2) $\frac{x}{3}=4$

$x=12$

**Ответ:** 12 км. - между пристанями.

**Задача №10.** Самара, Кинель и Оренбург расположены на прямой автодороге, город Кинель расположен между Самарой и Оренбургом. Из Самары в Оренбург выехал первый автомобиль, и одновременно с ним из Кинеля в Оренбург выехал второй автомобиль. Через какое время первый автомобиль догонит второй, если скорость первого автомобиля на 15 км/ч больше скорости второго, а расстояние между городами Самарой и Кинелем равно 45 км?[17]




**Решение:**

По условию известно, что скорость первого автомобиля на 15 км/ч больше скорости второго, следовательно это и будет скоростью сближения. Что бы найти время через которое один автомобиль догонит второй, нужно расстояние между городами разделить на скорость сближения.

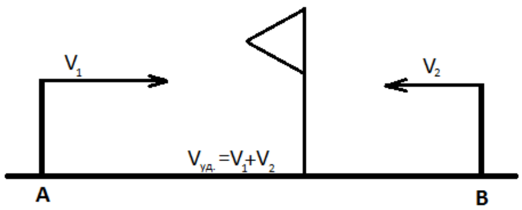
1) $45:15=3$(ч) – время до встречи.

**Ответ:** через 3ч.

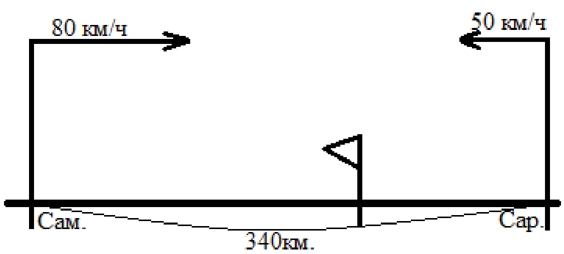
Отметим, что задачи на движение в одном направлении № 1, 2, 3, 4, 6, 7, 10 решаются в 5 – 6 классах арифметическим методом, а № 5, 8, 9 решаются в 7 – 8 классах алгебраическим методом.

## 2. Задачи на встречное движение.

При решении задач на встречное движение существенной характеристикой является скорость сближения движущихся объектов. Расстояние, на которое сближаются движущиеся объекты за единицу времени, называют скоростью сближения. При встречном движении скорость сближения равна сумме скоростей движущихся объектов, т.е. $V_{сбл}=V_1+V_2$.[25]




**Задача №11.** Расстояние между Самарой и Саратовом 340 км. Из Самары в Саратов со скоростью 80 км/ч выехал легковой автомобиль, а через два часа навстречу ему из Саратова выехал грузовой автомобиль со скоростью 50 км/ч. На каком расстоянии от Саратова встретятся автомобили?[15].




**Решение:**

1) $80\cdot2=160$(км) – проехал легковой автомобиль за 2 часа.

2) $340-160=180$(км) – стало между автомобилями когда начал движение грузовой.

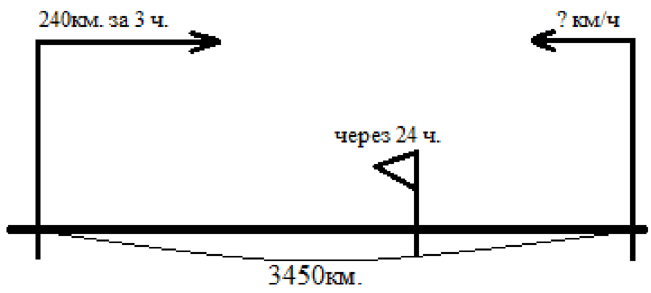
3) $80+50=130$ (км/ч) – скорость сближения автомобилей.

4) $180:130=1\frac{5}{13}$ (ч) – время до встречи после выезда грузового автомобиля.

5) $50\cdot 1\frac{5}{13}=\frac{50\cdot 18}{13}=\frac{900}{13}=69\frac{3}{13}$ (км) – от Саратова встретятся автомобили.

**Ответ:** $69\frac{3}{13}$ км.

**Задача №12.** Расстояние между пунктом А и В 3450 км. Два поезда из этих пунктов вышли навстречу друг другу в одно время и встретились через 24 часа. Найдите скорость второго поезда, если первый поезд за 3 часа проходил 240км[15].




**Решение:**

Пусть $x$ км/ч – скорость второго поезда. По условию между ними 3450км. И встретятся они через 24 часа. Найдем скорость первого поезда и составим уравнение:

1) $240:3=80$ (км/ч) – скорость первого поезда.

2) $\frac{3450}{80+x}=24$

$3450=24\cdot(80+x)$

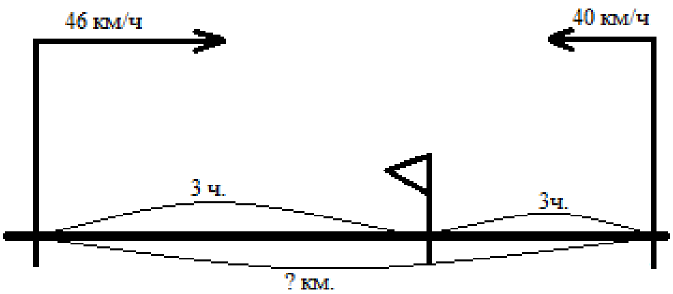
$3450=1920+24\cdot x$

$1530=24\cdot x$

$x=63{,}75$

**Ответ:** $63{,}75$ км/ч скорость второго поезда.

**Задача №13.** Найдите расстояние между пристанями, если известно, что от них одновременно навстречу друг другу вышли два катера: первый со скоростью 40 км/ч, а второй со скоростью 46 км/ч. Катера встретились через 3 часа[21].



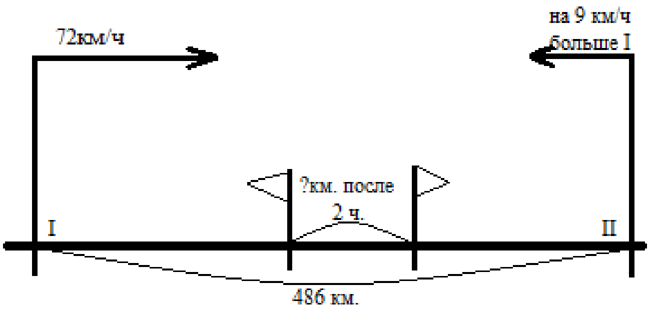

**Решение:**

1) $46+40=86$ (км/ч) – скорость сближения.

2) $86\cdot 3=258$ (км) – расстояние между пристанями.

Ответ: 258 (км)

**Задача №14.** Одномоментно навстречу друг другу с двух станций выехали два поезда. Скорость одного 72 км/ч, а скорость второго на 9 км/ч больше. Какое расстояние будет между поездами через 2 часа, если расстояние между станциями 486 км? [14]




**Решение:**

1) $72+9=81$ (км/ч) – скорость второго поезда.

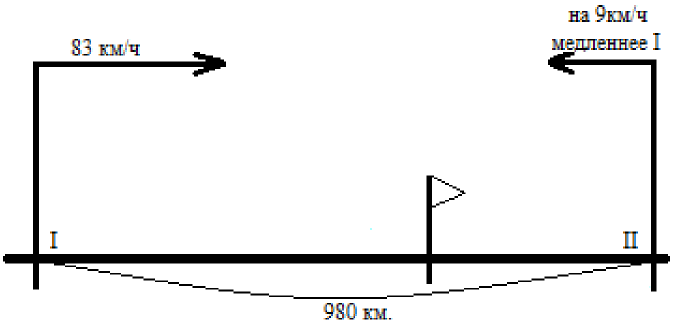
2) $72+81=153$ (км/ч) – скорость сближения.

3) $153\cdot 2=306$ (км) – пройдут оба поезда за 2 часа.

4) $486-306=183$ (км) – расстояние между поездами через 2 часа.

**Ответ:** 183 км.

**Задача №15.** Между населенными пунктами 980 км. Навстречу одновременно из них выехали два автомобиля. Один ехал 83 км/ч, что на 9 км/ч медленнее. Через какое время автомобили встретятся? [15]




**Решение:**

1) $83-9=74$(км/ч) – скорость второго автомобиля.

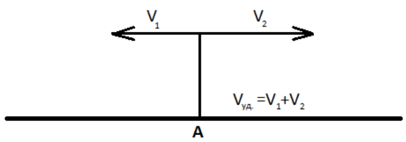
2) $83+74=157$ (км/ч) – скорость сближения.

3) $980:157=6\frac{38}{157}$ (ч) – встретятся.

**Ответ:** через $6\frac{38}{157}$ ч.

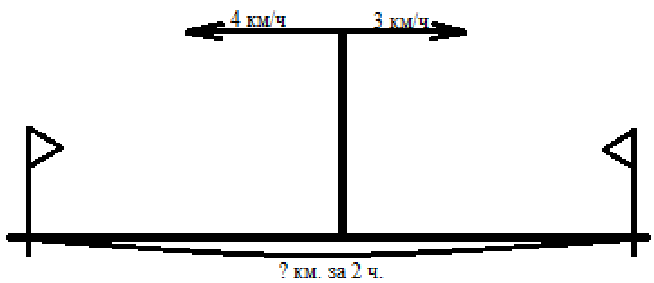
Отметим, что задачи на движение в одном направлении № 11, 13, 14, 15 решаются в 5 – 7 классах арифметическим методом, а №12 решаются в 8 классе алгебраическим методом.

### 3. Задачи на движение в противоположных направлениях




При решении задач такого типа суммарная скорость имеет другое название. Расстояние, на которое удаляются движущиеся предметы за единицу времени, называют скоростью удаления [36]. При движении в противоположных направлениях скорость удаления равна сумме скоростей движущихся объектов, т.е. $V_{уд}=V_1+V_2$.

**Задача №16.** Два мальчика вышли в одно время из школы в противоположных направлениях. Скорость одного 3 км/ч, скорость второго 4 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут мальчики через 2 часа? Насколько километров в час мальчики удаляются друг от друга? [15]




**Решение:**

1) $4+3=7$(км/ч) – скорость удаления (на таком расстоянии будут мальчики через 1 час)

2) $7\cdot 2=14$(км) – расстояние через 2 часа.

**Ответ:** 14 км.

**Задача №17.** Из двух пунктов V и X выехали навстречу друг другу одновременно два автобуса. Один приехал в X через 1 часа 15 минут после встречи, а другой - в V 48 минут после встречи. Расстояние между пунктами равно 90 км. Найдите с какой скоростью двигались автобусы [38].

**Решение:**

Пусть $x$ и $y$ скорости первого и второго автобусов соответственно. $z$ – время до встречи автобус.

| | Скорость | Расстояние | Время |
|---|---|---|---|
| I автобус | $x$ км\ч | $1\frac{1}{4}\cdot x$ | $1\frac{1}{4}$ ч. |
| II автобус | $y$ км\ч | $\frac{4}{5}\cdot y$ | $\frac{4}{5}$ ч. |

$$\begin{cases} 1\frac{1}{4}\cdot x+\frac{4}{5}\cdot y=90 \\ x=\dfrac{90}{1\frac{1}{4}+z} \\ y=\dfrac{90}{\frac{4}{5}+z} \end{cases}$$

$$\frac{5}{4}\cdot\frac{90}{\frac{5}{4}+z}+\frac{4}{5}\cdot\frac{90}{\frac{4}{5}+z}=90$$

$$\frac{450}{5+4z}+\frac{360}{4+5z}=90$$

$$450(4+5z)+360(5+4z)=90(4+5z)(5+4z)$$

$$1800+2250z+1800+1440z=90(20+16z+25z+20z^2)$$

$$3600+3690z=1800+3690z+1800z^2$$

$$1800z^2=1800$$

$$z^2=1$$

$$z=1$$

$$x=\frac{90}{\frac{5}{4}+1};\ x=40$$

$$y=\frac{90}{\frac{4}{5}+1};\ y=50$$

**Ответ**: 40км/ч и 50км/ч

**Задача №18.** Из двух станций, расстояние между которыми 846 км, навстречу друг другу вышли в одно время два поезда. Поезда идут без остановок, и в некоторый момент времени они встретились. Если бы оба поезда двигались со скоростью первого поезда, то их встреча произошла бы на 1час 20 минут раньше времени их фактической встречи. Если бы оба поезда двигались со скоростью второго поезда, то их встреча произошла бы на 1час 50 минут позже времени их фактической встречи. Какая скорость у первого поезда?[16].

**Решение:**

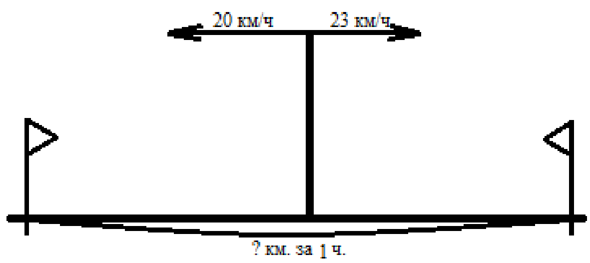
Пусть x км/ч скорость первого поезда, у км/ч – скорости второго. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{846}{\frac{11}{6}x} + \dfrac{4}{3} = \dfrac{846}{x+y} \\ \dfrac{846}{\frac{11}{6}y} - 2 = \dfrac{846}{x+y} \end{cases}$$

Решив систему уравнений получим $x = 64$, $y = 102$.

**Ответ:** 64км/ч.

**Задача №19.** С одного стадиона одновременно в противоположных направлениях выбежало два спортсмена. Скорость одного из них 20 км / ч, а другого – 23 км/ ч. На каком расстоянии друг от друга будут спортсмены через час? [17]




**Решение:**

1) $20 + 23 = 43$(км/ч) – скорость удаления спортсменов, это же и будет расстоянием через час.

**Ответ**: 43 км.

Отметим, что задачи на движение в разных направлениях № 16, 17, решаются в 5 – 7 классах арифметическим методом, а №17, 18 решаются в 8-9 классах алгебраическим методом.

### 4. Задачи на движение по водоему

При решении задач на движение по реке помогают знания из жизненного опыта [36] $V_{катера} = V_{собств}$.

*4.1. Задачи на движение по озеру.*

*Озеро* – стоячая вода, поэтому при движении она не помогает, но и не препятствует движению катера (или другого объекта). Очевидно, что катер движется с той скоростью, которая называется собственной скоростью катера (скоростью, обусловленной мощностью его двигателя).

**Задача №20.** Сколько времени понадобится моторной лодке, чтобы пересечь озеро, если собственная скорость лодки 15 км/ч, а длина озера 6 км?[15]

**Решение:**

Задача на применение формулы движения в одном направлении в одно действие:

1) $15:6=2\frac{1}{2}$(ч) – время которое понадобиться лодке, что бы пересечь озеро.

**Ответ:** $2ч30мин$

**Задача №21.** Скорость катера по озеру равна 20 км/ч. Какой путь он пройдет за 4 часа? [14]

**Решение:**

Задача на применение формулы движения в одном направлении в одно действие:

1) $20\cdot 4=80$(км) – путь пройденный катером.

**Ответ:** 80км.

**Задача №22.** Квадрацикл за 4 часа проплыл по озеру 50 км. Найдите его собственную скорость[21].

**Решение:**

Задача на применение формулы движения в одном направлении в одно действие:

1) $50:4=12\frac{1}{2}$(км/ч) – время которое понадобиться лодке, что бы пересечь озеро.

**Ответ:** 12,5км/ч

**Задача №23.** Два спортсмена переплывают бассейн длиной 25м. туда и назад несколько раз. Один плывет со скоростью 6 км/ч, другой 7 км/ч. Сколько раз пересечет бассейн каждый спортсмен за 30 минут? [23]

**Решение:**

Сначала переведем метры в километры 25м.=0,025 км., а минуты в часы 30мин.=$\frac{1}{2}$ ч.

1) $\frac{25}{1000}:6=\frac{25}{6000}=\frac{1}{240}$(ч) – первый спортсмен проплывает бассейн.

2) $\frac{25}{1000}:7=\frac{25}{7000}=\frac{1}{280}$(ч) - второй спортсмен проплывает бассейн.

3) $\frac{1}{2}:\frac{1}{240}=\frac{240}{2}=120$ (раз)

4) $\frac{1}{2}:\frac{1}{280}=\frac{280}{2}=140$ (раз)

Ответ: первый 120 раз, а второй 140 раз.

**Задача №24.** Из одного порта в другой с постоянной скоростью начал двигаться теплоход, а через 3 часа следом за ним со скоростью, на 3 км/ч большей, отчалил второй теплоход. Расстояние между потами равно 172 км. В пункт назначения оба теплохода причалили одновременно. Найдите скорость первого теплохода [15].

**Решение:**

Пусть $x$ км/ч – скорость первого теплохода. Тогда $x+3$км/ч – скорость второго. По условию расстояние между портами 172 км., а второй вышел на 3 часа позже. Составим уравнение:

$$\frac{172}{x}=\frac{172}{x+3}+3$$

$$\frac{172}{x}=\frac{172+3x+9}{x+3}$$

$$172\cdot(x+3)=x\cdot(181+3x)$$

$$172x+516=181x+3x^2$$

$$3x^2+9x-516=0$$

$x^2 + 3x - 172 = 0$
$D = 9 + 720 = 729$
$x = \frac{9+27}{2} = 18$

**Ответ:** 18км/ч

**4.2.** *Задачи на движение по течению реки (часто говорят – «вниз» по реке)* скорость катера увеличивается, т.к. движущаяся вода как бы «подталкивает», т.е. увеличивает его движение. В этом случае к собственной скорости катера необходимо прибавить скорость течения реки: $V_{катера} = V_{собств.} + V_{теч.реки}$.[42]

*Задачи на движение против течения реки («вверх» по реке)* скорость катера уменьшается, т.к. река замедляет его движение, «сносит» катер. В этом случае от собственной скорости катера следует вычесть скорость течения реки $V_{катера} = V_{собств.} - V_{теч.реки}$ [36]

**Задача №25.** Найдите собственную скорость байдарки, если известно, что скорость течения реки 4 км/ч. Она прошла по течению 35 км и, обратно прошла ещё 25 км, затратив на весь путь 6 часов. [14].

**Решение:**

Пусть *x* км/ч – собственная скорость байдарки. Следовательно скорость по течению реки *x+4* км/ч, а против *x-4* км/ч. По условию по течению она прошла 35 км., а против 25. Время в пути 6 ч. Составим уравнение:

$$\frac{35}{x+4} + \frac{35}{x-4} = 6$$

Решив уравнение получим: $x = 10$.

**Ответ:** 10 км/ч

**Задача №26.** Плот плывет по реке. Через час после отплытия плота отправляется моторная лодка, проплывает 55 км и возвращается обратно. За это время плот проплыл 15 км. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч [14].

**Решение:**

Пусть $x$ км/ч – собственная скорость лодки. Следовательно скорость по течению реки $x+5$ км/ч, а против $x$-$5$ км/ч. По условию она проплыла 55 км. И вернулась обратно. Найдем время плота в пути, а лодка на час меньше плыла по условию. Найдем время плота и составим уравнение:

1) $15:5=3(\text{ч})$ – время плота в пути.

2) $\frac{55}{x+5}+\frac{55}{x-5}=2$

Решив уравнение получим $x=83{,}5$ км/ч

**Ответ:** 83,5км/ч

**Задача №27.** Катер прошёл от одной лодочной станции до другой, расстояние между которыми по реке равно 39 км, сделал стоянку на 30 мин и вернулся обратно через 2 часа после выезда. Найдите скорость течения реки, если известно, что скорость катера в стоячей воде равна 30 км/ч [29].

**Решение:**

Пусть $x$ км/ч - скорость течения реки. Тогда $30+x$ км/ч - скорость катера по течению реки, а $30-x$ км/ч - против течения реки. Скорость в пути без остановки $2ч.-30мин.=1ч.30мин=1\frac{1}{2}ч.$ Составим уравнение:

$$\frac{39}{30+x}+\frac{39}{30-x}=\frac{3}{2}$$

Решив уравнение получим $x=5$км/ч – скорость течения реки

**Ответ:** 5 км/ч

**Задача №28.** Квадрацикл проходит по течению реки до пункта назначения 140 км и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите скорость квадрацикла в стоячей воде, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в пункт отправления квадрацикл возвращается через 15 часов после отплытия из него [21].

**Решение:**

Пусть $x$ км/ч – собственная скорость квадрацикла. Следовательно скорость по течению реки $x+3$ км/ч, а против $x$-$3$ км/ч. По условию он проплыл 140 км. И вернулся обратно. Найдем время в пути, без учета остановки и составим уравнение:

1) $15-6=9$ (ч) – время на дорогу туда и обратно.

2) $\frac{140}{x+3}+\frac{140}{x-3}=9$

Решив уравнение получим $x=65$ км/ч.

**Ответ:** 65км/ч.

**Задача №29.** В 4 часа утра рыболовное судно выехало из речного порта против течения реки, через определенное время встало на якорь, 3 часа проходил отлов рыбы и рыболовное судно возвращается обратно в этот же день в 11 часов утра. Как далеко от речного порта отплывало судно, если собственная скорость судна 11 км/ч, а скорость течения реки 3 км/ч? [29]

**Решение:**

Пусть $x$ км. - расстояние до места отлова. Найдем время, затраченное на дорогу и составим уравнение:

1) $11-4-3=4$ (ч) – время затраченное рыбаком только на дорогу туда и обратно, без учета отлова.

2) $\frac{x}{11+3}+\frac{x}{11-3}=4$

$\frac{x}{14}+\frac{x}{8}=4$

$8x+14x=448$

$22x=448$

$x=20\frac{4}{11}$

**Ответ:** $20\frac{4}{11}$ км.

Отметим, что задачи на движение по водоему № 20 - 23 решаются в 6 – 7 классах арифметическим методом, а № 24 - 29 решаются в 8-9 классах алгебраическим методом.

Таким образом, анализ методической литературы показал, что существуют следующие типы текстовых задач на движение: задачи на встречное движение, задачи на движение в одном направлении, задачи на движение в разных направлениях, задачи на движение по водоему (в стоячей воде, по течению реки, против течения реки); основными методами их решения являются арифметический и алгебраический.

## § 3. Задачи на движение в программе основной школы и в школьных учебниках математики

В Примерной основной образовательной программе основного общего образования по математике [33] предусмотрено, что учащийся в 5-6 классах по разделу «Текстовые задачи» должен научиться:

– решать простые сюжетные задачи разных типов на все арифметические действия;

– создавать модели условий задач в виде таблиц, схем, рисунков, в которых даны значения двух из трёх взаимосвязанных величин, с целью нахождения решения задачи;

– уметь находить способ поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию или наоборот;

– планировать решение задачи;

– определять этапы решения задачи;

– представлять вычислительные результаты в задаче;

– производить исследование полученного решения задачи;

– уметь решать задачи разных типов (на работу, на покупки, на движение), которые связывают три величины, уметь выделять эти величины и отношения между ними;

– знать в задачах движения по водоему различия скорости объекта в стоячей воде, по течению реки и против течения;

– уметь решать простые логические задачи методом рассуждений.

При изучении других предметов и в повседневной жизни школьники должны уметь выдвигать гипотезы, т.е. делать прикидку, о возможных предельных значениях искомых величин в задаче[39].

Вообще, решение текстовых задач в 5-6 классах традиционно является одним из основных видов учебной деятельности. У учащихся на данном этапе развиваются логическое мышление, идет приобретение простых навыков математического моделирования и абстрагирования.

Школьники к окончанию 6 класса должны уметь решать следующие задачи, предусмотренные программой:

– задачи, которые требуют понимания смысла отношений «больше на …(в…)», «меньше на…(в…)», а также задачи на зависимости между величинами (скоростью, временем и расстоянием),

– задачи, которые решаются алгебраическим методом,

– задачи с использованием метода пропорций.

Приводим сравнительную характеристику учебников математики 5-6 классов по количеству задач

| Название учебника | Количество задач на движение в % | |
|---|---|---|
| | 5 класс | 6 класс |
| Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов и др. Математика. УМК для 5 - 6 классов | 16 | 12 |
| Г.В. Дорофеев, Л.Г. Петерсон. Математика. Учебник для 5 кл в 2-х частях. Учебник для 6 кл. в 2-х частях | 14 | 13 |
| Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин. Математика. УМК для 5-6 классов | 15 | 10 |
| И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. Математика.5,6кл. | 18 | 8 |

В учебниках авторов Н.Я. Виленкина, В.И. Жохова и Г.В [3]. Дорофеева, Л.Г. Петерсона [7] общее количество задач немного больше и они распределены по всему учебному материалу. В данных учебниках задачи на движение содержатся в каждом параграфе, они могут предлагаться школьникам на любом этапе урока, как в устной работе, так и при изучении нового материала, а также при закреплении и при повторении ранее изученного, также могут быть заданиями для домашней работы. В двух других учебниках количество задач несколько меньше. В учебнике Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина [10], при изучении подробного материала нет задач на ускорение, а при изучении остального материала - все задачи распределены строго по темам.

Учебник В.И. Жохова и Н.Я. Виленкина [2] для 5 класса разбит на две главы: натуральные числа и дробные числа. В первой главе имеются задачи с натуральными числами на все действия, во второй главе - задачи с пониманием смысла дроби. Также во второй главе уделяется внимание решению задач, часть из них на встречное движение, данные в этих задачах выражены десятичными дробями. Во всех предлагаемых задачах используется самый разнообразный сюжет. Все сюжеты взяты из повседневной жизни: походы в лес, поездки на дачу, транспортные экскурсии по разным городам, путешествия по водоемам и многие другие.

1. В предложенных задачах рассматриваются реальные ситуации, например, прогулки от школы до дома, до кинотеатра, по парку, от кафе до стадиона, путешествия от одного населенного пункта до другого; соревнования на велосипедах, автомобилях и т.п.; движение на различных видах транспорта; движение по течению реки и против течения на разных суднах. В задачах делается упор на решение задач алгебраическим методом. Меньше внимания уделяется на решение задач арифметическим способом. После прохождения темы "Решение задач с помощью уравнений" алгебраический метод преобладает [38].

2. Учебник 6 класса также разбит на две главы: обыкновенные дроби и рациональные числа. В теме "Умножение и деление обыкновенных дробей" формирование навыков арифметических действий с обыкновенными дробями завершается. Расширение действий с дробями дает возможность решать задачи на движение, где требуется найти какую-то часть пройденного пути, выполняется деление или умножение на дробь. Сами сюжеты задач в 6 классе имеют такую же направленность, как и в 5 классе [12].

В этих учебниках задачи решаются арифметическим и алгебраическим методами.

Задачи на движение в учебнике И.Ф. Шарыгина и Г.В. Дорофеева [10], решаются арифметическим способом. Есть отдельный пункт: "Разные арифметические задачи", в нем представлены нестандартные способы решения задач. Они подробно разбираются.

3. В учебнике И.Ф. Шарыгина и Г.В. Дорофеева для 6 класса, большое внимание уделяется задачам на движение: на нахождение собственной скорости судна; пути пройденного судном по течению реки и против течения за определенный промежуток времени; пути лайнера при попутном ветре, при встречном ветре. Также имеются задачи со сказочным сюжетом. Например: Вини-Пух вышел из дома Пяточка к дому Кристофера Робина. Он проходит за 1 мин 50 м. Через две минуты вслед за ним вышел Пятачок, который за 1 мин проходит 60 м. На каком расстоянии от дома Пяточка находиться дом Кристофера Робина, если они пришли туда одновременно [39]?

4. В учебнике А.Г. Мордковича и И.И. Зубарева [12] для 5 класса выделены параграфы для перевода задачи на математический язык и на составление математической модели. В нем большее внимание уделено задачам на проценты, чем задачам на движение. Задачи на движение представлены только для ознакомления/

5. В учебнике 6 класса этих авторов встречаются самые разные сюжеты: средняя скорость движения, путь, проделанный за заданное время; путь, проделанный с определенной скоростью и время движения; средняя скорость движения и время на преодоление заданного расстояния [39].

Авторы в этих учебниках используют алгебраические и арифметические методы решения задач.

6. Г.В. Дорофеев, Л.Г. Петерсон в своем учебнике "Математика 5 класс" (в 2 частях) целый параграф посвятили переводу задач на математический язык и составление математической модели. На решение

задач на движение выделен целый пункт. Задачи решаются арифметическим способом [7].

7. В учебнике Г.В. Дорофеева и Л.Г. Петерсона [6] для 6 класса (в 3 частях) рассматриваются задачи на движение по реке. В них сюжеты также весьма разнообразны: нахождение времени, скорости полета насекомых и птиц; нахождение расстояния между пунктами и так далее. Задачи решаются арифметическим и алгебраическим методами.

Далее мы рассмотрим, какое место занимают задачи на движение в наиболее используемых учебниках алгебры основной общеобразовательной школы.

В Примерной основной образовательной программе основного общего образования по математике предусмотрено [25], что школьник в 7-9 классах по разделу *«Текстовые задачи»* должен научиться (с целью использования как в повседневной жизни, так и возможности продолжения образования):

- *на базовом уровне:*

– решать несложные сюжетные задачи на все арифметические действия различных типов;

– уметь строить модель условия задачи (в виде таблиц, схем, рисунков или уравнений), где даны значения двух из трёх взаимосвязанных величин, для поиска решения задачи;

– осуществлять способ поиска решения задачи, где рассуждение строится от условия к требованию и наоборот;

– составлять план решения задачи;

– выделять основные этапы решения задачи;

– интерпретировать результаты задачи, исследовать полученное решение задачи;

– решать задачи различных типов (на работу, покупки, движение), связывающих три величины, выделять эти величины и отношения между ними;

– знать различие скоростей объекта в стоячей воде, против течения и по течению реки;

– уметь решать методом рассуждений несложные логические задачи.

– *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

– уметь делать прикидку, т.е. выдвигать гипотезы о возможных предельных значениях данных в задаче величин.

- *на базовом и углублённом уровнях:*

– решать простые, сложные задачи и задачи повышенной трудности, выделять в них математическую основу;

– распознавать разные типы и виды задач;

– использовать краткие записи как модели текстов сложных задач и задач повышенной сложности для создания поисковой схемы и решения задач, выбирать модель текста задачи оптимальную для предложенной в задаче ситуации;

– знать и применять три способа поиска решения задач (от требования к условию, от условия к требованию и комбинированный);

– различать модель текста, модель решения задачи, конструировать разные модели текста задачи к одной модели решения сложных задач;

– моделировать рассуждения при нахождении решения задач с помощью граф-схемы;

– выделять этапы решения и содержание каждого этапа;

– уметь выбирать наиболее удачный метод решения задачи и понимать выбор метода, предусматривать различные методы, находить различные решения задачи, если это реально;

– анализировать возникающие затруднения при решении задач;

– выполнять разные преобразования предлагаемой задачи, моделировать новые или обратные задачи из предложенной;

– интерпретировать полученные результаты, анализировать полученное решение;

– изменять условия задачи (количественные или качественные данные), анализировать полученное преобразованное;

– продумывать различные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при движении (скорость, время, расстояние). При решении задач на движение двух объектов в одном и в противоположных направлениях, прогнозировать разные ситуации на основе изменений условий задачи при движении по водоему;

– исследовать разнообразные ситуации при решении задач на движение по водоему, рассматривать различные системы отсчёта;

– объяснять аналогичность задач разных типов, связывающих три величины (на движение). Уметь выделять эти величины и отношения между ними, а также применять их при решении, конструировать собственные задачи подобных типов;

– овладеть основными способами решения сюжетных задач: арифметический, алгебраический, геометрический, перебор вариантов, графический, уметь применять их в новых ситуациях по сравнению с уже изученными.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

– моделировать новые для данной задачи ситуации с учётом реальных характеристик; решать и составлять задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, для которых не требуется точное вычисление;

– уметь решать задачи на движение по водоему, применяя различные системы отсчёта;

– моделировать задачные ситуации, приближенные к реальности.

В учебнике алгебры Г.К. Муравиной [17] и др. 7 класса учащиеся встречаются с текстовыми задачами на движение, начиная с первого пункта 1 «Числовые выражения».

В этом учебнике задачи на движение встречаются также в параграфе 2 «Уравнение», задачи на встречное движение, задачи на движение по замкнутой траектории, задачи в одном направлении в параграфе 3, задачи на движение по водоему в параграфе 4. Таким образом, в данном разделе содержится 13 задач на движение.

По планированию отводится по 2 часа на темы: «Решение задач с помощью уравнений» и «Решение задач с помощью систем уравнений». В теме «Решение задач с помощью уравнений» есть две разобранные задачи, и 11 задач предлагаются в качестве самостоятельной работы. Представленные задачи одного уровня сложности.

В учебнике алгебры под редакцией С.А. Теляковского [14] для 7 класса в параграфе 3 «Уравнение с одной переменной» представлены задачи на движение. В данный раздел входят такие задачи как:

1) «Движение по водоему» - 1 задача;
2) «На встречное движение» - 1 задача;
3) «В одном направлении» - 1 задача.

Задачи на движение представлены и в параграфе 9 «Решение задач с помощью уравнений». Всего задач на движение в этом учебнике - 4.

По планированию отводится по 2 часа на темы: «Решение задач с помощью уравнений» и «Решение задач с помощью систем уравнений». В теме «Решение задач с помощью уравнений» рассматриваются две разные задачи, и две предлагаются как самостоятельная работа. Эти задачи одного уровня сложности.

В учебнике алгебры Г.К. Муравиной [23] и др. для 8 класса задачи на движения встречаются в Главе 4 «Квадратные корни» и в параграфе 27 «Решение задач с помощью системных уравнений». В этом разделе так же встречаются задачи на движение «по течению реки» всего 1 задача, а на встречное движение 3 задачи. По этому разделу всего задач на движение - 4. Не представлены задачи на движение в одном направлении и в противоположные стороны.

По планированию на тему: «Решение задач с помощью квадратных уравнений» отводится 2 часа, «Решение задач с помощью рациональных уравнений» отводится 3 часа. В теме «Решение задач с помощью квадратных уравнений» разбирается 2 задачи и 2 задачи предлагаются для самостоятельного решения. Все задачи одного уровня сложности.

В учебнике алгебры под ред. Мордковича [21] и др. для 8 класса есть задачи на движение в Главе 4 «Квадратные уравнения», в параграфе 23 «Рациональные уравнения»:

1) На встречное движение – 2 задачи;
2) По водоему – 2 задачи;
3) Движение в одном направлении – 1 задача.

Задачи на движение вдогонку, на движение в противоположных направлениях не представлены.

По планированию на тему «Решение задач с помощью рациональных уравнений» отводится 2 часа, в учебнике приводится одна разобранная задача и две для самостоятельного решения. Все задачи одного уровня сложности. Задачи, представленные здесь решаются с помощью дробно-рациональных уравнений.

В учебнике алгебры под редакцией С.А. Теляковского [15] для 8 класса представлены задачи в параграфе 9 «Формула корней квадратного уравнения» и в параграфе 10 «Рациональные уравнения».

В данных параграфах присутствуют задачи на движение:

1) На движение в одном направлении – 4 задачи;
2) На встречное движение – 2 задачи;
3) На движение по водоему – 3 задачи.

Данные задачи решаются алгебраическим способом и геометрическим способами с применением логического метода решения

В учебнике алгебры под ред. А.Г. Мордковича [21] и др. для 9 класса представлены только в Главе 2 «Системы уравнения», в параграфе 6 «Системы уравнения как методическая модель реальной ситуации». В теме

«Производные линейной и квадратичной функции» с помощью текстовой задачи на движение вводится формула для нахождения средней скорости и термин «мгновенная скорость». Всего задач на движение в одном направлении – 2 задачи , задач на движение по водоему – 2 задачи.

В учебнике алгебры 9 класса под ред. Теляковского [16] задачи на движение встречаются только в параграфе 2 «Уравнения и системные равнения», в параграфе 6 «Системные уравнения с двумя переменными», в параграфе 14 «Решение задач с помощью системы уравнения 2-ой степени».

В учебнике для 9 класса представлены задачи на движение такие как:

1) Встречное движение – 2 задачи;
2) В противоположные направления – 1 задача;
3) В одном направлении – 2 задачи.

В данном учебном пособии не представлены задачи на движение по водоему.

В данном параграфе мы проанализировали учебники алгебры 7-9 классов разных авторов. Мы хотели бы порекомендовать для хорошей подготовки к успешной итоговой государственной аттестации следующие учебные пособия: под редакцией Макарычева Ю. Н. «Для углубленного изучения математики 7- 9 классов» и Мордковича А. Г. «Для профильного обучения». В этих учебниках рассматриваются задачи разнообразной тематики и уровня сложности, которые предлагаются на экзаменах в 9 классах.

Таким образом, проанализировав учебники, мы можем сказать, что в них чаще всего встречаются текстовые задачи на движение в одном направлении и на встречное движение, что недостаточно и это может сказаться при сдаче учащимися ОГЭ.

## § 4. Методические особенности обучения решению задач на движение

Обучение школьников решению задач – одна из сложнейших методических проблем. Ей занимались следующие авторы: Л.М. Фридман и Е.Н. Турецкий, Г.И. Саранцева, Д. Пойа и другие.

Понятие «задача» включает в себя два вида деятельности. Один это процесс решения; второй - процесс составления задач.

Эти процессы взаимообратные. Им свойственен противоположный ход мыслей. Составление - это синтез, объединение частей в единое целое. Решение задачи - это анализ, то есть обратный процесс, разбивание целого на части. Рассмотрим приемы обучения решению задач на движение. [34]

1. Математическая задача на движение создается в результате конструирования реально предполагаемого процесса, с целью решения проблемы бытового, производственного или социального характера.

2. Эмпирический путь возникновения задачи – это возникновение на основе наблюдений, анализа, сравнения, вычислений, графических построений и т.п.

3. Между понятиями, и свойствами задач на движение существуют взаимосвязи. Они используются для составления задач. Задачи можно составлять эквивалентными, когда условие или требование или то и другое равносильны. Можно составить задачу аналогичную по сюжету, методу или используемым в ней приемам решения. Можно составить задачу, обратную данной, и, как правило, не одну.

Е.П. Виноградова утверждает, что формирование умений решать и составлять задачи приводит к развитию мышления как логического, так и интуитивного, а также влияет на целостное развитие личности, и на формирование психических процессов, таких как память, воображение, воля, эмоции и т.д. [4]

Т.И. Ивановна считает, что умение решать задачи самостоятельно, без посторонней помощи формируется непроизвольно лишь у небольшой части школьников. Для большинства требуется помощь учителя в этом направлении. Необходимо научить учащихся, приступая к решению задачи, проанализировать ее.

Надо формировать у учащихся школы умение решать как стандартные, так и не стандартные задачи, ведь решение нестандартной задачи - процесс творческий. В нем усмотреть интуитивное и логическое достаточно сложно. Но создание базы при решении задач на движение необходимо как для логики, так и для интуиции.

Г.И. Саранцев полагает, что логические и специфические (эвристические) приемы, входящие в работу по решению задач, формируются у учащихся при реализации технологических процессов, таких как усвоение правил, определений, оценки [28] Чаще всего это происходит в процессе специальной работы над задачей. Сначала должна быть совместная деятельность учителя и школьника, а затем уже самостоятельное решение. В учебниках к каждому пункту, параграфу прилагается большой список задач. Возникает вопрос - как правильно выбрать задачу, чтобы она на достаточном уровне обеспечивала достижение целей обучения и развития школьников, в частности обучению решению задач на движение?

Выше названный автор относит к базовым компонентам умения решать задачи методы и приемы решения задач, поиска решения задач, и, конечно, действия, входящие в состав данных методов. Основные из них мной уже были перечислены выше.

Обучение решению задач, по мнению Г.И. Саранцева [28], состоит в формировании у школьников умения выполнять действия, входящие в аналитико-синтетическую деятельность по решению задач, составлять цепочки действий, которые могут привести к решению, а также в выделении, накоплении и систематизации эвристического, в приобщении школьников к решению и составлению задач.

Многие логические и специфические умения (эвристические приемы), входящие в деятельность по решению задач, формируются у учащихся при реализации технологических процессов, таких как, усвоение правил, определений и т.п. Но чаще это происходит в процессе специальной работы над задачей, изначально в совместной деятельности учителя и школьника, а потом уже в самостоятельном решении, в составлении задач учащимися. В учебниках к каждому пункту, параграфу очень большой список задач. Как выбрать задачу, чтобы она на достаточном уровне обеспечивала достижение целей обучения и развития учащихся, в частности и цели обучения решению задачи?

С этой целью надо выбрать небольшое число задач, которые могут раскрыть все факты и идеи наиболее ярко и наглядно. Такие задачи называют ключевыми. Усвоение решений таких опорных задач, вместе с содержащимся в учебнике теоретическим материалом, создает учащимся хорошие условия для решения любых задач по данной тематике или даже по нескольким темам  сразу. Опорные задачи рекомендуют использовать также для обучения решения задач логическими методами [36].

Т.А. Иванова выделила особенности методики обучения школьников решению задач[4]:

1) Выделить ключевые задачи по определенной теме. В учебниках математики 5 - 6 классов обычно такие задачи уже выделены, на них показываются нужные правила и алгоритмы. В учебниках алгебры, алгебры и начало анализа  образцы решения задач расположены в текстах соответствующих параграфов, а вот являются ли они ключевыми - необходимо определить учителю.

2) Разработать и реализовать технологию работы с ключевыми задачами на уроке. Ключевая задача - это, единица усвоения**.** Технология работы с ключевыми задачами подобна технологии организации усвоения дидактических единиц. Но предметом усвоения является не сама задача, а  её результат, способ решения, отдельный приём, использованный в решении, или прием составления, основанный на этой задаче, и т.д. Вообще. предметом усвоения являются умения, познавательные средства, связанные с составлением и решением задач. Содержательная часть, состоящая из поиска

решения и рефлексивно-оценочная часть, состоящая из анализа результата или решения, должны быть такими, чтобы школьники с большей долей самостоятельности могли выделить элементы, в связи с которыми данные задачи выбраны в качестве ключевой. Поиск решения показывает сам учитель, или он производится таким образом «учитель-ученик», или при проведении фронтальной работы под руководством учителя, или в работе индивидуально, в парах, в группах. В окончании этапа решения, в рефлексивно-оценочной части, в порядке осознания ценностей полученных результатов по задаче делаются выводы.

Следовательно, уровень развития школьников проявляется в том, какие задачи и как они самостоятельно решают. Количество решенных задач переходит в качество, то есть это умение решать задачи бывает лишь у части учащихся. У большинства школьников для формирования умений решать задачи необходима целенаправленная работа учителя. Значительную роль в решении задач играют ключевые задачи, их отбор и специальная работа над ними [6].

Задачи на движение специфичные и для их решения удобно записывать данные условия в виде таблицы (скорость, время, расстояние), а также использовать схемы, которые отражают процесс движения.

Подготовкой к решению задач на движение является:

- обобщение представлений школьников о движении как некотором процессе, т.е анализ наблюдений за движением различных видов транспорта и т.п.;
- введение понятия «скорость движения» и характеристики скорости движения как расстояния, пройденного за единицу времени;
- повторение единиц измерения времени и длины;
- знакомство с различными единицами измерения скорости;
- формирование четкого представления учащихся о зависимости между скоростью, временем и расстоянием.

В процессе решения задач на движение формируется представление школьников об определенных средних скоростях движения: пешехода, велосипедиста, теплохода, автомобилиста и др. Также формируется представление о равномерном и неравномерном движении.

При ознакомлении с задачами на движение с прямо и обратно пропорциональной зависимостью недопустимо заучивание приемов решения задач.

Затем вводятся составные задачи:

- на встречное движение объектов,
- на удаление объектов,
- на движение в одном направлении,
- на движение по реке.

Школьники работают над задачами на движение, которые по способу решения можно отнести к задачам:

- на нахождение четвертого пропорционального;
- на нахождение неизвестного по двум разностям;
- на пропорциональное деление.

Закрепление осуществляется включением в содержание уроков задач на различные виды движения, а также решения разными способами с последующим отбором наиболее рациональных.

Особое внимание стоит обратить решению задач на «встречное движение» и на «противоположное движение».

Методика обучения решения задач «на встречное движение» основывается на четких представлениях учащихся о скорости равномерного движения, которые обобщаются на отведенных этому вопросу уроках. Смысл слов выясняется на основании жизненных наблюдений «двигаться навстречу друг другу», «в противоположных направлениях», «выехали одновременно из двух пунктов и встретились через…» и т.п.

Если производить наглядную инсценировку каждого из случаев с помощью самих учащихся важно с постепенным усложнением учить школьников рисовать схему таких задач «в отрезках» [36].

Перед решением задач следует иллюстрировать на схеме и в инсценировке, что такое «встречное движение», что в «противоположных направлениях», что после встречи, если скорости тел не изменились, они будут «удаляться» друг от друга с той же скоростью, с какой «сближались». Значит, скорость удаления должна быть равна сумме скоростей движущихся тел.

В результате решения задач ученики должны быть усвоены такие связи:

– если известны расстояния и время движения, то надо узнать скорость действием деления;

– если известна скорость и время движения, надо узнать расстояние действием умножения;

– если известны расстояние и скорость, надо найти время движения действием деления.

Затем, опираясь на полученные знания, учащиеся будут решать составные задачи, в том числе задачи на пропорциональное деление, на нахождение неизвестного по двум разностям с величинами $S$, $V$, $t$ и на нахождение четвертого пропорционального,

При работе с составными задачами надо использовать чертежи, потому как чертеж помогает правильно использовать, определять и представлять жизненную ситуацию, которая отражена в задаче.

Задачи на пропорциональное деление вводятся по-разному: можно предложить готовую задачу, а можно сначала составить ее, и после их решения сравнить как сами задачи, так и их решения [32].

Полезны упражнения на составление задач школьниками с последующим их решением и упражнения по преобразованию задач. Это составление задач подобных решению, составление и решение задач по их краткой схематической записи.

Прежде чем ввести задачи на встречное движение очень важно сформировать правильные понятия об одновременном движении. Важно, чтобы учащиеся четко представляли себе, что если два тела вышли навстречу друг другу одновременно, то до встречи они будут в пути одинаковое время и пройдут все расстояние [39].

После этого надо знакомить учащихся с решением задач на встречное движение. Целесообразно на одном уроке ввести все 3 вида, получая новые задачи путем переделывания задач в обратные. Этот прием позволяет детям самим найти решение, так как задача нового вида будет получена из задачи, уже решенной детьми.

Уже на следующих уроках проводится работа по закреплению умения решать задачи рассмотренных видов.

Здесь полезно предлагать различные упражнения творческого характера, например, может ставиться вопрос типа: «Могли ли велосипедисты встретиться на середине пути? И при каких условиях? Если после встречи они будут продолжать движение, то кто их них придет раньше и др.?

Задачами на движение в противоположных направлениях могут быть предложены также как задачи на встречное движение. Проведя подготовительную работу, необходимо, чтобы ученики пронаблюдали движение двух тел при одномоментном выходе их одного пункта. Учащиеся должны знать, что при таком движении расстояние между движущимися телами увеличивается. Необходимо также показать как выполняется чертеж. При ознакомлении с решением задач такого вида также же можно на одном уроке решать три взаимообратные задачи, после этого выполнить сначала сравнение самих задач, а затем их решений [38].

На этапе закрепления школьники должны уметь решать подобные задачи, разные упражнения, как и в случаях, где проводят сравнение соответствующих задач на встречное движение и в противоположных направлениях, а также производить сравнение решений этих задач.

Рассмотрев главные положения методики работы над составными задачами в школе, приходим к следующим выводам.

При ознакомлении с задачами школьники должны знать основное отличие составной задачи от простой. Представлять, что такую задачу нельзя решить сразу, т. е. одним действием, что для ее решения необходимо выделить простые задачи, восстановив целую систему связей между данными и исходными. Также при работе с составными задачами [29] такого вида необходимо использовать схемы, чертежи, занимательные задачи и задачи развивающего характера, которые повышают интерес у детей, способствуют осознанному освоению знаний, умений и навыков, помогают развивать мышление, память, речь и т.п [30].

Текстовые задачи являются одним из важных средств обучения математике. С их помощью школьники получают опыт работы с величинами, познают взаимосвязи между ними, набирают опыт применения математики к решению практических задач. Использование алгебраических, геометрических, арифметических, логических способов решения задач развивает логику, сообразительность, умение ставить вопросы, отвечать на них, то есть развивает естественный язык, подготавливает учащихся к дальнейшему обучению. Использование исторических задач и разнообразных способов их решения не только обогащает опыт мыслительной деятельности школьников, но и позволяет им, в полной мере, осваивать важный культурно-исторический пласт истории человечества, связанный с нахождением решения задач [27].

В заключение хотим отметить, что методика обучения решению задач будет эффективна тогда, когда в результате ее применения происходит повышение уровня умения учащимися решать задачи; выработке способности решать составные задачи помогают упражнения творческого характера. К ним относятся решение задач повышенной трудности, решение задач, имеющих несколько решений, решение задач несколькими способами, решение задач с недостающими и лишними данными, а так же упражнения в составлении и преобразовании задач [20].

## ВЫВОДЫ ПО ПЕРВОЙ ГЛАВЕ

1. Раскрыто понятие «текстовой задачи» и указано их место в обучении математике.
2. Составлена классификация текстовых задач на движение, раскрыты основные методы их решения.
3. Рассмотрены задачи на движение в программе школьных учебников в основной общеобразовательной школе.
4. Разобраны методические особенности обучения школьников решению основных видов задач на движение в курсе алгебры основной школы.

# ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ОБУЧЕНИЮ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

## §5. Анализ задач ОГЭ по теме исследования

Предлагаем рассмотреть в этой главе текстовые задачи на движение за 9 класс по алгебре, входящие в систему государственной (итоговой) аттестации [17]. Данная система была разработана и применена в десяти территориях России в рамках эксперимента по введению профильного обучения, который проводило Министерство образования и науки Российской Федерации.

Создание данной системы преследовало цель открытости, объективности независимости проведения оценки учебных знаний учащихся, результаты ее должны помочь осознанному выбору дальнейшего пути получения образования детям. Экзаменационный материал отвечает современным подходам к построению измерений и альтернативные возможности решения по сравнению с действующим экзаменом.

Материал экзамена рассчитан на выпускников девятых классов общеобразовательных учреждений. Он находится в рамках Обязательного минимума содержания образования по математике в основной школе. Сам подбор заданий при этом осуществлен в соответствии с требованиями к уровню подготовки школьников, с учетом образовательных стандартов[39].

Данная работа состоит из двух частей.

Представим основные виды задач на движение, используемые в заданиях ОГЭ. Данные виды задач используются в части 1 – задание 16 и в части 2 – задание 22.

Вторая часть направлена на дифференцированную проверку повышенных уровней подготовки учащихся. Она состоит из пяти заданий из различных разделов курса, которая предусматривает запись хода решения задач. Задания во второй части располагаются по степени сложности – от более простых до более сложных, требующих не только хорошего владения материалом, но и высокого уровня математического развития.

**Примеры тестовых задач, входящих в первую часть ОГЭ.**

*1. Задачи на движение в одном направлении*

**Задача №1.** За три часа мопед прошел $a$ км. Скорость велосипеда в 2 раза меньше скорости мопеда. Какое расстояние пройдет велосипед за 5 ч?[6]

*1.* $\frac{5a}{6}$ км; *2.* $\frac{6}{5a}$ км; *3.* $\frac{15}{2a}$ км; *4.* $\frac{2a}{15}$ км.

**Решение:**

Второй и третий столбик заполняем по условию задачи.

| | Скорость | Время | Расстояние |
|---|---|---|---|
| Мопед | | 3 ч | $a$ км |
| Велосипед | | 5 ч | |

Т.к. $V=\frac{S}{t}$, то скорость мопеда $\frac{a}{3}$ км/ч, а скорость велосипеда в 2 раза меньше скорости мопеда, то скорость велосипеда $\frac{a}{3}:2=\frac{a}{6}$. Так как $S=V\cdot t$, то велосипед прошёл $\frac{a}{6}\cdot 5=\frac{5a}{6}$:

| | Скорость | Время | Расстояние |
|---|---|---|---|
| Мопед | $\frac{a}{3}$ км/ч | 3 ч | $a$ км |
| Велосипед | $\frac{a}{6}$ км/ч | 5 ч | $\frac{5a}{6}$ км. |

**Ответ:** 1.

**Задача №2.** Расстояние между городом и деревней 7 км. Скорость велосипеда от деревни до города была на 1 км/ч больше, чем на обратной дороге, на которую он затратил на 2 минуты больше. Какая первоначальная скорость велосипеда? [6]

Пусть $x$ км/ч – скорость велосипеда от деревни до города. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

1) $\frac{7}{x+1}-\frac{7}{x}=\frac{1}{30}$; 2) $\frac{7}{x-1}-\frac{7}{x}=\frac{1}{30}$;

3) $\frac{7}{x-1}+\frac{7}{x}=2$; 4) $\frac{7}{x-1}-\frac{7}{x}=1$.

**Решение**:

| | Скорость | Время | Расстояние |
|---|---|---|---|
| От деревни до города | $x$ км/ч | $\frac{7}{x}$ ч. | 7 км |
| Обратная дорога | $x-1$ км/ч | $\frac{7}{x-1}$ ч., на2 мин >, чем | 7 км |

Минуты переводим на часы. $2мин.=\frac{2}{60}ч.=\frac{1}{30}ч.$Получим уравнение:

$\frac{7}{x-1}-\frac{7}{x}=\frac{1}{30}$.

**Ответ:** 2.

**Задача №3.** Легковой автомобиль проезжает расстояние между двумя городами за 5 часов, а пассажирский поезд – за 4 часа. Скорость легкового автомобиля на 25 км/ч меньше скорости пассажирского поезда. Найдите скорость пассажирского поезда[17].

Обозначим скорость пассажирского поезда буквой $x$ и составим уравнение по условию задачи.

1) $4x=5x-25$

2) $\frac{4}{x}=\frac{5}{x-25}$

3) $4(x-25)=5x$

4) $4x=5(x-25)$

**Ответ:** 4.

**Задача №4.** Турист на велосипеде от леса до города двигался со скоростью 15 км/ч, а обратно – со скоростью 10 км/ч. Сколько времени ушло у него на дорогу от леса до города, если на весь путь туда и обратно турист потратил 1 ч? [6]

Пусть $x$ часов – время, затраченное на дорогу от леса до города. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

1) $15x=10(1-x)$

2) $\frac{15}{x}+10(1-x)=1$

3) $15x+10(1-x)=1$

4) $15(1-x)=10x$

**Ответ:** 1.

**Задача №5.** За 2,5 часа самолет пролетел 0,8 своего маршрута. Летит он со скоростью 850 км/ч. Какова длина маршрута самолёта? [17]

Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквой $x$ обозначена длина маршрута (в км)?

1) $0{,}8x = 850 \cdot 2{,}5$

2) $\frac{0{,}8}{x} = 850 \cdot 2{,}5$

3) $x = 0{,}8 \cdot 850 \cdot 2{,}5$

4) $\frac{x}{0{,}8} = 850 \cdot 2{,}5$

**Ответ:** 1.

*2. Задачи на встречное движение*

**Задача №6.** Расстояние между двумя железнодорожными станциями равно 420 км. Два состава вышли из них в одно время и встретились через 3 часа. Найдите скорость каждого состава, если у одного она на 20 км/ч больше, чем у другого[17].

Обозначаем буквой $x$ большую скорость состава и по условию задачи составляем уравнение:

1) $3x + 3x + 20 = 420$

2) $\frac{420}{x} + \frac{420}{x-20} = 3$

3) $3x + 3(x-20) = 420$

4) $\frac{420}{x} - \frac{420}{x-20} = 20$

**Ответ:** 3.

*3.Задачи на движение по водоему*

**Задача №7.** Расстояние по реке между двумя городам 14 км. На путь от одного города до другого против течения катер затратил на 1 час больше, чем на путь по течению реки. Какова собственная скорость катера, если скорость течения реки 2 км/ч? [6]

Обозначим буквой $x$ собственную скорость катера (в км/ч) и составим уравнение по условию задачи.

1) $\frac{14}{x-2} - \frac{14}{x+2} = 1$

2) $14(x+2) - 14(x-2) = 1$

3) $\frac{14}{x+2} - \frac{14}{x-2} = 1$

4) $14(x-2) - 1 = 14(x+2)$

**Ответ:** 1.

**Задача №8.** Расстояние между двумя причалами 25 км. Моторная лодка шла от одного причала до другого и обратно. По течению реки моторная лодка плыла на 1 час меньше, чем на путь против течения реки. Узнайте скорость течения реки, если собственная скорость моторной лодки 8 км/ч. [17]

Обозначаем буквой $x$ скорость течения реки (в км/ч) и составляем уравнение по условию задачи.

1) $\frac{25}{8+x}-\frac{25}{8-x}=1$

2) $\frac{25}{8-x}-\frac{25}{8+x}=1$

3) $25(8+x)-25(8-x)=1$

4) $\frac{25}{8+x}+\frac{25}{8-x}=1$

**Ответ:** 2.

**Задача №9.** Прогулочный катер прошел по реке 40 км. По течению реки он плыл 5 ч и 2 ч против течения. Скорость течения реки равна 3 км/ч. Найдите собственную скорость прогулочного катера? [17]

Обозначим буквой $x$ собственную скорость катера (в км/ч) и составим уравнение по условию задачи.

1) $2(x+3)+5(x-3)=40$

2) $\frac{x+3}{5}+\frac{x-3}{2}=40$

3) $5(x+3)+2(x-3)=40$

4) $\frac{5}{x+3}+\frac{2}{x-3}=40$

**Ответ:** 3.

**Задача №10.** Баржа прошла вверх по реке 48 км и вернулась назад. Время на весь маршрут составляет 7 часов. Собственная скорость баржи 12 км/ч. Найдите скорость течения реки. [17]

Обозначим скорость течения реки буквой х и составим уравнение по условию задачи.

1) $\frac{7}{12-x}+\frac{7}{12+x}=48$

2) $\frac{48}{12-x}+\frac{48}{12+x}=7$

3) $\frac{12-x}{7}+\frac{12+x}{7}=48$

4) $24(12+x)+24(12-x)=7$

**Ответ:** 2.

**Задача №11.** Квадрацикл за одинаковое время проходит 30 км по течению реки и 18 км против течения реки. Найдите собственную скорость квадрацикла, если известно, что скорость течения реки 2 км/ч. [6]

Обозначим собственную скорость квадрацикла x и составим уравнение по условию задачи.

1) $\frac{3}{x-2}=\frac{18}{x+2}$

2) $30(x+2)=18(x-2)$

3) $\frac{30}{x}=\frac{18}{x-2}$

4) $\frac{30}{x+2}=\frac{18}{x-2}$

**Ответ:** 4.

Также в заданиях ОГЭ встречаются задачи на сложные вычисления задач на движение. Рассмотрим виды задач 22 части 2 ОГЭ.

*1.Задачи в одном направлении*

**Задача №1.** Два спортсмена одновременно стартовали в одном направлении с одного места по круговому стадиону. Через час, когда одному спортсмену оставалось 8 км до окончания первого круга, он узнал, что второй спортсмен прошел первый круг 3 минуты назад. Вычислите скорость первого спортсмена, если она на 9 км/час меньше скорости второго спортсмена[17].

**Решение:**

Пусть скорость второго спортсмена $x$ км/час, тогда скорость первого спортсмена $x+9$ км/час. Чтобы найти расстояние надо скорость умножить на время. Первый спортсмен бежал $57\text{мин}=\frac{57}{60}\text{часа}$, а второй спортсмен 1 час .

Расстояние первого спортсмена $\frac{57}{60}\cdot(x+9)$ км., а расстояние второго спортсмена $x\cdot 1$км. Так как второй спортсмен пробежал на 8км меньше, составляем уравнение учитывая это условие: $\frac{57}{60}\cdot(x+9)=x+8$ и решаем его. Раскроем скобки $\frac{57}{60}\cdot x+\frac{171}{20}=x+8$. Переносим в левую часть уравнения

$\frac{171}{20}-8=x-\frac{57}{60}\cdot x$, далее получаем $\frac{3}{60}\cdot x=\frac{11}{20}$, а теперь $x=\frac{11}{20}:\frac{3}{60}$ и наконец $x=11$км.

**Ответ:** 11 км/час скорость первого спортсмена.

**Задача №2**. По круговой трассе, длина которой 32 км, одномоментно, с одного места и в одном направлении стартовали две машины. Скорость первой равна 119 км/ч, и через 40 минут после старта она опередила вторую машину на один круг. Вычислите скорость второй машины[17].

**Ответ:** 71км/ч.

**Задача №3.** По трассе едет автомобиль, первые 720 км со скоростью 120 км/ч, затем 190 км со скоростью 76 км/ч, а потом 240 км - со скоростью 96 км/ч. Вычислите среднюю скорость автомобиля за период его следования[6].

**Ответ:** 115км/ч.

**Задача №4**. Из города в село, расстояние между которыми 35 км, одновременно выехали на машине и на велосипеде. Зная, что в час машина проезжает на 65км. больше, чем велосипед. Определите скорость, с которой двигался велосипед, если известно, что он приехал в город на 1,5 часа позже, чем автомобиль. (Ответ дайте в км/ч). [6]

**Ответ:** 17,5 км/ч.

**Задача №5.** Мотоцикл выехал с постоянной скоростью из одного города в другой, расстояние между которыми равно 45 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 15 км/ч больше прежней. По пути следования он сделал остановку на 1 час. В результате он затратил на обратный путь столько же времени. Найдите скорость мотоцикла в первый день. Ответ дайте в км/ч. [17]

**Ответ:** 22,5км/ч.

*2.Задачи на встречное движение*

**Задача №6.** Из пункта C и пункта D навстречу друг другу в одно время вышел мотоцикл и велосипед. Мотоцикл прибыл в пункт D на 13 часов раньше, чем велосипед прибыл в пункт С, а встретились они через 1 час 45 минут после выезда. Сколько часов был в пути велосипед? [17]

**Решение:**

Возьмем расстояние между пунктами С и Д за 1. Время которое затратил велосипедист обозначим за *x*. Тогда велосипедист - $x-13$

Скорость у велосипедиста будет - $\frac{1}{x}$. А у мотоциклиста $\frac{1}{x-13}$. Скорость их сближения после выезда $\frac{1}{x}+\frac{1}{x-13}$, по условию они встретились через 1 час 45 минут. Переведем в часы $1ч45мин.=1{,}75ч.$. Составим уравнение:

$$1{,}75\cdot\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-13}\right)=1$$

Решив уравнение получим $x=15$.

**Ответ:** 15 часов.

**Задача №7.** Расстояние между двумя областными центрами M и N равно 730 км. Из центра M в центр N выехал автобус, а через три часа после этого навстречу ему из центра N выехал со скоростью 85 км/ч легковой автомобиль. Найдите скорость автобуса, если эти транспортные средства встретились на расстоянии 390 км от центра M. [17]

**Ответ:** 65 км/ч.

*3.Задачи по водоему*

**Задача №8.** Рейдовый катер в 6 часов утра отчалил от станции против течения реки, через определенное время, встав на якоре, оставался в покое 2 часа, затем вернулся на станцию в 11 часов утра этого же дня. На каком расстоянии от станции он отплыл, если известна скорость течения - 2 км/ч, а собственная скорость рейдового катера - 6 км/ч? [17]

**Решение:**

Пусть это расстояние равно *x* км. Скорость рейдового катера при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое катер доплывёт от места отправления до места назначения и обратно, равно $11-6-2$ часа. Из условия задачи следует, что это время равно 3 часа. Составляем уравнение:

$$\frac{x}{4}+\frac{x}{8}=3$$

Решив уравнение, получаем $x = 8$.

**Ответ:** 8 км.

**Задача №9.** Прогулочный корабль проходит по течению реки 25 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Вычислите скорость прогулочного корабля в стоячей воде, если скорость течения реки 2 км/ч, время стоянки 2 часа, а в пункт отправления прогулочный корабль вернулся через 12 часов после отправления. [6]

**Ответ:** 4 км/ч.

**Задача №10.** Расстояние между двумя лодочными станциями равно 75 км. С лодочной станции А на лодочную станцию В по течению реки отправился плот, а вслед за ним через полчаса отплыла лодка, которая, прибыв на лодочную станцию В, сразу повернула назад и вернулась на лодочную станцию А. К этому времени плот прошёл 44 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. [6]

**Ответ:** 16 км/ч.

**Задача №11.** По течению реки баржа прошла 40 км. Затем повернув обратно, прошла ещё 30 км, затратив на весь путь 5 часов. Известно, что скорость течения реки 5 км/ч. Вычислите собственную скорость баржи. [17]

**Ответ:** 15км/ч.

**Задача №12.** По течению реки теплоход проходит до места назначения 165 км. Затем после стоянки идет в пункт отправления. Какая скорость теплохода в стоячей воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч, а стоянка теплохода - 5 часов, также известно, что в пункт отправления теплоход вернулся через 18 часов после своего отплытия. [6]

**Ответ:** 26 км/ч.

Таким образом, проанализировав материалы ОГЭ, мы можем сказать, что в них встречаются не все основные типы текстовых задач на движение, больше - текстовых задач на движение по водоему, отметим, что задач на движение в противоположных направлениях вообще не представлено.

## § 6. Системы задач по обучению учащихся основной школы решению задач на движение

Данная система задач предназначена для учащихся 8-9 классов для углубленного изучения предмета и успешного прохождения ОГЭ.

Система упражнений составлена по принципу от простого к сложному, а так же в них учитываются виды задач на движение и методы их решения [20].

Если применять уравнения учащиеся учатся с 5-6-го класса (иногда и с начальной школы), то первый опыт применения систем уравнений они получают только в 7-м классе. С этого времени у них формируется стереотипное представление об этом приеме решения задач: надо ввести два неизвестных и составить два уравнения с ними.

На первых порах с помощью системы учащиеся решают задачи, которые можно решить и без системы, поэтому они могут давать не тот способ решения, на который рассчитывает учитель. Не надо отказываться от таких решений, а надо использовать их для сопоставления двух способов решения задачи — это помогает глубже понять каждый из них.

Надо показать применение нового приема решения на знакомых задачах. Например, как задача на движение по водоему, которую учащиеся могли решать как арифметическим методом, так и с помощью составления линейного уравнения [25].

Представим систему задач на движение для учащихся 8-9 классов

*Задачи на движение в одном направлении:*

**Задача №1.** Два путника вышли из одного места в одном направлении и в одно время. Один прошел расстояние в 6 км на 30 мин быстрее, чем другой. Найдите скорость каждого путника, если один из них двигался со скоростью, на 3 км/ч быстрее, чем другой [6].

**Решение:**

Эта задача начального уровня сложности, на движение в одном направлении. Обозначим за х – скорость первого путника, а 30мин. переведем в часы: $30\textit{мин} = \frac{30}{60}\textit{ч.} = \frac{1}{2}\textit{ч.}$ Используя данные задачи, составим таблицу для наглядности:

| | Скорость | Расстояние | Время |
|---|---|---|---|
| I путник | $x$ км/ч | 6 км. | $\frac{6}{x}$ ч. |
| II путник | $x+3$ км/ч | 6 км. | $\frac{6}{x+3}$ ч. на $\frac{1}{2}$ ч. быстрее первого |

Составим уравнение:

$$\frac{6}{x} = \frac{6}{x+3} + \frac{1}{2}$$

Решив уравнение получим $x = 5$км/ч. - скорость первого путника, тогда скорость второго будет равно 8 км/ч.

**Ответ:** 5км/ч, 8км/ч.

**Задача №2.** Для того, чтобы ликвидировать опоздание на 1 час, поезд на перегоне в 640 км увеличил скорость, с которой шел по расписанию, на 20 км/ч. Какова скорость поезда по расписанию?[6]

**Решение:**

Эта задача среднего уровня сложности и для решения необходимо вспомнить связь между скоростью, временем движения, и расстоянием. Обозначим за $x$ – скорость поезда по расписанию. Составим таблицу для упрощения данных задачи.

| | Скорость | Расстояние | Время |
|---|---|---|---|
| По расписанию | $x$ км/ч | 640 км. | $\frac{640}{x}$ ч. с опозданием на 1 час |
| Увеличенная | $x+20$ км/ч | 640 км. | $\frac{640}{x+20}$ ч. |

Составим уравнение:

$$\frac{640}{x+20}=\frac{640}{x}-1$$

Решив уравнение получим $x=105$.

**Ответ:** 105 км/ч – скорость по расписанию.

**Задача №3.** Расстояние в 600 км пассажирский поезд прошел на час быстрее товарного. Какова скорость каждого поезда, если скорость товарного поезда на 30 км/ч меньше, чем скорость пассажирского? [17]

**Решение:**

Эта задача высокого уровня сложности. Для ее решения введем 2 переменные: x - скорость пассажирского поезда и y – время пассажирского поезда.

| | Скорость | Расстояние | Время |
|---|---|---|---|
| Пассажирский | $x$ км/ч | 600 км. | $y$ ч. |
| Товарный | $x-30$ км/ч | 600 км. | $y+1$ ч. |

$\begin{cases} x\cdot y=600 \\ (x-30)\cdot(y+1)=600 \end{cases}$ Выразим из первого уравнения $x$: $x=\frac{600}{y}$. И подставим во второе: $\left(\frac{600}{y}-30\right)\cdot(y+1)=600$

$$600+\frac{600}{y}-30y-30=600$$

$$30y^2+30y-600=0$$

$$y^2+y-20=0$$

$$D=1+80=81$$

$y_{1.2}=\frac{-1\pm 9}{2}$; $y_1=4$; $y_2=-5$ - не удовлетворяет условию задачи.

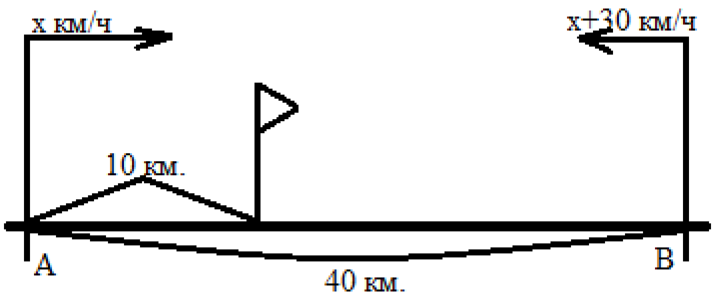
$$x=\frac{600}{4}=150$$

Получаем, что скорость пассажирского поезда равна 150 км/ч, а товарного $150+30=180$ км/ч.

**Ответ:** 150 км/ч, 180км/ч.

*Задачи на встречное движение:*

**Задача №4.** Расстояние между населенными пунктами 40 км. Из этих пунктов выехали мотоциклист и велосипедист навстречу друг другу в одно время. Скорость мотоциклиста на 30 км/ч больше. Встретились они на расстоянии 10 км от одного из населенных пунктов. Найдите скорость велосипедиста[6].




**Решение:**

Эта задача начального уровня на встречное движение. Пусть $x$ – скорость велосипедиста, а $x+30$ - скорость мотоциклиста.

Скорость мотоциклиста больше, значит, они встретились рядом с пунктом из которого выехал велосипедист. Делаем вывод, что велосипедист проехал 10 км, а мотоциклист – 40 км.

Время в пути у них было одинаковое.

Следовательно, решение задачи сводиться к решению уравнения:

$$\frac{10}{x}=\frac{40}{x+30}$$

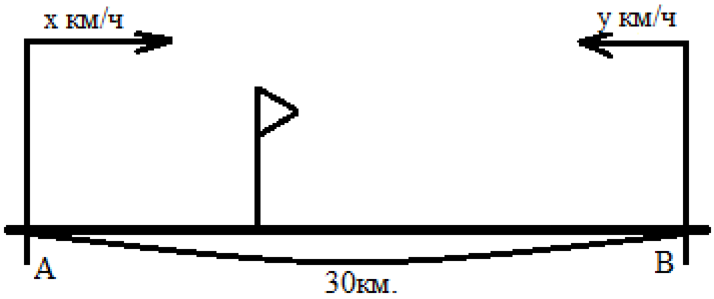
$$10x+300=40x$$

$$50x=300$$

$$x=6$$

**Ответ:** 6км/ч.

**Задача №5.** Из одного населенного пункта в другой навстречу друг другу едут два велосипеда. Расстояние между населенными пунктами составляет 30 км. Сделаем предположение, что если один велосипед выедет на 2 ч. раньше другого, то они встретятся через 2,5 часа после отъезда второго велосипеда; если же второй велосипед выедет заранее на 2 часа первого велосипеда, то их встреча произойдет через 3 часа после отъезда первого. Вычислите с какой скоростью движется каждый велосипед.[17]




**Решение:**

Эта задача среднего уровня сложности. Для решения определим скорость 1-го велосипеда - $x$ км/ч, а скорость 2-го велосипеда - $y$ км/ч. Если 1-ый велосипед выедет на $2$ ч. раньше 2-го, то, согласно условию, он будет ехать до встречи $4{,}5$ ч., тогда как 2-ой $2{,}5$ ч. За $4{,}5$ ч. 1-ый проедет путь $4{,}5 \cdot x$ км., а за $2{,}5$ ч. 2-ой проедет путь $2{,}5 \cdot y$ км.

Встреча двух велосипедов означает, что суммарно они проехали путь $30$ км, т.е. $4{,}5x + 2{,}5y = 30$. Это и есть первое уравнение.

Если 2-ой выедет на $2$ ч. раньше 1-го, то, согласно условию, он будет ехать до встречи $5$ ч., тогда как 1-ый – $3$ ч. Рассуждая, как и в предыдущем случае, приходим к уравнению: $3x + 5y = 30$.

В итоге, получилась система уравнений:

$$\begin{cases} 4{,}5x + 2{,}5y = 30 \\ 3x + 5y = 30 \end{cases}$$

Решив систему уравнений, мы находим корни: $x = 5$, $y = 3$.

Таким образом, 1-ый велосипед едет со скоростью 5 км/ч, а 2-ой – 3 км/ч.

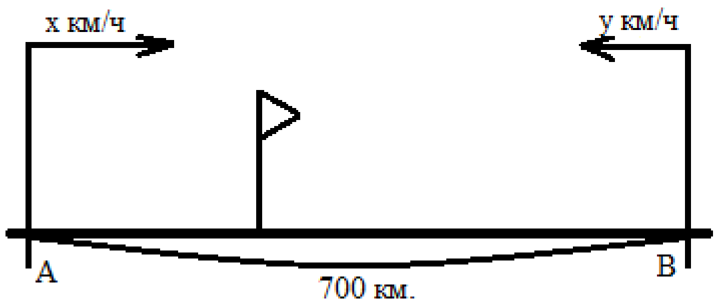
**Ответ:** 5 км/ч, 3 км/ч.

**Задача №6.** Расстояние между двумя городами 700 км. Из них в одно - время навстречу вышли два пассажирских поезда, которые встретились через 5 часов. Если бы 2-ой поезд вышел на 7 часов раньше 1-го, то они бы встретились через два часа после выхода 1-го поезда. Рассчитайте скорость каждого пассажирского поезда.[6]

**Решение:**

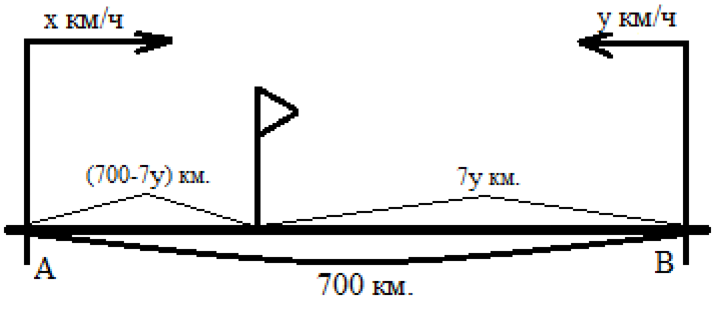
Эта задача высокого уровня сложности на встречное движение. Для ее решения введем две переменные. Пусть $x$ км/ч, $y$ км/ч – скорости 1-го и 2-го поездов.

Сначала рассмотрим 1-ый случай:




Из начального условия известно, что 700 км. оба поезда пройдут за 5 часов со скоростью сближения $x+y$, т.е. $\frac{700}{x+y}=5$.

2-ой случай:




Те же условия, но 1-ый поезд начал движение через $7$ часов после 2-го. За $7$ часов 2-й поезд прошел $7y$ км., осталось $(700-7y)$ км., и только тогда начинает двигаться 1-ый поезд. Поездам нужно пройти $(700-7y)$ км. с общей скоростью $x+y$ км/ч и они встретятся через $2$ часа, т.е.

$$\frac{700-7y}{x+y}=2.$$

Упростим полученные уравнения.

$$\frac{700}{x+y}=5 \Rightarrow x+y=140;$$

$$\frac{700-7y}{x+y}=2 \Rightarrow 2x+9y=700$$

$$\begin{cases} x+y=140 \\ 2x+9y=700 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=140-y \\ 2(140-y)+9y=700 \end{cases}$$

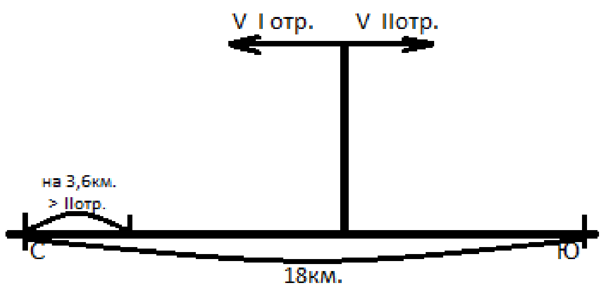
$$\begin{cases} x=140-y \\ y=420 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=80 \\ y=60 \end{cases}$$

**Ответ:** 80 км/ч, 60 км/ч.

*Задачи на движение в противоположных направлениях:*

**Задача №7.** Из одного пункта вышли в одно время два отряда. Один направился на юг, а другой – на север. Спустя 3 ч расстояние между отрядами было равно 18 км, причем первый отряд прошел на 3,6 км больше, чем второй. С какой скоростью шел каждый отряд?[17]




**Решение:**

Это задача начального уровня сложности на движения в противоположных направлениях, которую можно решить алгебраическим методом.

1) $18-3{,}6=14{,}4$ (км) - прошли бы отряды, если бы двигались со скоростью 2- ого.

2) $14{,}4:2=7{,}2$ (км) – прошел второй отряд.

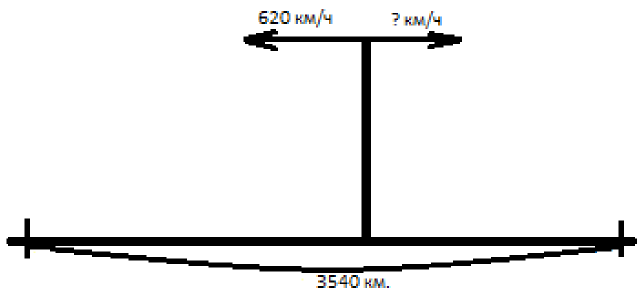
3) $7{,}2:3=2{,}4$ (км/ч) – скорость второго отряда.

4) $18-7{,}2=10{,}8$ (км) – прошел первый отряд.

5) $10{,}8:3=3{,}6$ (км/ч) – скорость первого отряда.

**Ответ:** 3,6 км/ч, 2,4 км/ч.

**Задача №8.** С аэродрома вылетели в 8 часов одновременно два вертолета в противоположных направлениях. В 11 ч. между ними было уже расстояние 3540 км. Первый летел со скоростью 620км/ч. С какой скоростью летел второй вертолет? Решите задачу двумя способами.[17]




**Решение:**

Эта задача среднего уровня сложности на движение в противоположных направлениях. Пусть $x$ – скорость второго вертолета. Из условия можно легко определить время, за которое вертолеты преодолеют вместе расстояние в 3540 км.

*1 способ:*

1) $11-8=3$ (ч) – время полета вертолетов.

Заполним вспомогательную таблицу.

| | Расстояние | Скорость | Время |
|---|---|---|---|
| I вертолет | 3540 км | 620 км/ч | 3 ч. |
| II вертолет | | $x$ км/ч | 3 ч. |

Составим уравнение:

$(620+x)\cdot 3=3540$

$1860+3x=3540$

$3x=1680$

$x=560$

*2способ:*

1) $11-8=3$(ч) – время полетов вертолетов.

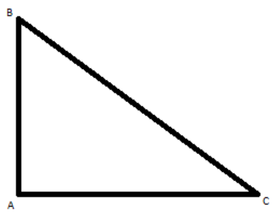
2) $620\cdot 3=1860$(км) – расстояние пройденное первым вертолетом.

3) $3540-1860=1680$(км) - расстояние пройденное вторым вертолетом.

4) $1680:3=560$(км/ч) – скорость второго вертолета.

**Ответ:** 560км/ч

**Задача №9.** От вершины прямого угла по его сторонам начинают одновременно двигаться два тела. Через $15$с. расстояние между ними стало равно $3$м. С какой скоростью двигалось каждое тело, если известно, что первое прошло за $6$с. такое же расстояние, какое второе прошло за $8$с?[6]




**Решение:**

Данная задача высокого уровня сложности. Она показывает связь между данным курсом алгебры и курсом геометрии. Пусть $x$ – скорость первого тела, тогда скорость второго тела - $\frac{6}{8}x=\frac{3}{4}x$.

Следовательно: $AB=15x$, $AC=\frac{45}{4}x$, $BC=3$.

По теореме Пифагора получаем:

$$225x^2 + \frac{2025}{16}x^2 = 9$$

$$x^2 = \frac{16}{625}$$

$$x = \frac{4}{25}$$

$$x = 0{,}16$$

Скорость второго соответственно: $\frac{3 \cdot 16}{4 \cdot 100} = \frac{12}{100} = 0{,}12$

Ответ: 0,16м/с, 0,12м/с.

*Задачи на движение по водоему:*

**Задача №10.** Расстояние между двумя населенными пунктами на реке равно 60 км. Это расстояние катер проходит по течению реки за 2 часа, а против течения за 3 часа. Найдите собственную скорость движения катера и скорость движения катера по реке.[17]

Эта задача начального уровня, но для её решения необходимо вспомнить, как находить скорость, зная время и расстояние. Пусть х – собственная скорость катера, у – скорость течения реки. Задача сводиться к решению системы:

$$\begin{cases} 2 \cdot (x + y) = 60 \\ 3 \cdot (x - y) = 60 \end{cases}$$

$$2x + 2y = 60$$

$$x = \frac{60 - 2y}{2}$$

$$x = 30 - y$$

$$3 \cdot (30 - y - y) = 60$$

$$30 - 2y = 20$$

$$2y = 10$$

$$y = 5$$

$$x = 30 - 5 = 25$$

Следовательно, собственная скорость катера равна 25км/ч, а по течению реки – $25 + 5 = 30$ км/ч.

**Ответ:** 25км/ч, 30км/ч.

**Задача №11.** Между двумя причалами на реке расстояние 14 км. Моторная лодка проходит это расстояние за 2 часа, а против течения за 2 часа 48 минут. Вычислите скорости течения реки и моторной лодки в стоячей воде[17].

**Решение:**

Данная задача среднего уровня сложности. Для начала переведем 2 часа 48 минут в часы, это составит $\frac{14}{5}$ часа.

Пусть $x$ км/ч – скорость моторной лодки в стоячей воде, а $y$ км/ч – скорость течения реки. Если лодка движется по течению, то она имеет скорость $x+y$ км/ч и пройдет 14 км за время $\frac{14}{x+y}=2$. Если лодка движется против течения, она идет со скоростью $x-y$ км/ч и пройдет 14 км за время $\frac{14}{x-y}=\frac{14}{5}$.

Решим полученную систему:

$$\begin{cases} \frac{14}{x+y}=2 \\ \frac{14}{x-y}=\frac{14}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{7}{x+y}=1 \\ \frac{1}{x-y}=\frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\pm\begin{cases} x+y=7 \\ x-y=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x=12 \\ 2y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=6 \\ y=1 \end{cases}$$

**Ответ:** 6 км/ч; 1 км/ч.

**Задача №12.** Населенные пункты В и С находятся ниже пункта А по течению реки на 30 км и 45 км соответственно. Катер отходит от населенного пункта А, доходит до С, поворачивает назад и приходит в пункт В, на весь путь уходит 4 часа 40 минут. В другой раз этот же катер идет от населенного пункта, доходит до пункта А и сразу идет назад и причаливает в пункт В, затратив на весь путь 7 часов. Вычислите собственную скорость катера и скорость течения реки [17].

**Решение:**

Эта задача высокого уровня сложности. Примем за $x$ – собственную скорость катера, а $y$ км/ч – скорость течения реки. Время движения переведем в часы, 4 часа 40 минут равно $\frac{14}{3}$.

Опишем первый рейс: $A \to C \to B$.

Из А в С катер шел 45 км. по течению со скоростью $x + y$ км/ч, время в пути составило $\frac{45}{x+y}$ ч.

Из С в В катер шел 15 км против течения, т.е. $\frac{15}{x-y}$ ч. Суммарное время в пути составило $\frac{14}{3}$ ч., т.е. $\frac{45}{x+y} + \frac{15}{x-y} = \frac{14}{3}$.

Опишем второй рейс: $C \to A \to B$.

Из С в А катер шел 45 км против течения, т.е. в пути $\frac{45}{x-y}$ ч. Из А в В шел 30 км по течению, т.е. был в пути $\frac{30}{x+y}$ ч. Общее время в пути составило 7ч., т.е. $\frac{45}{x-y} + \frac{30}{x+y} = 7$.

Решаем полученную систему:

$$\begin{cases} \frac{45}{x+y} + \frac{15}{x-y} = \frac{14}{3} \\ \frac{45}{x-y} + \frac{30}{x+y} = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{3\cdot 15}{x+y}+\dfrac{15}{x-y}=\dfrac{14}{3} \\ \dfrac{3\cdot 15}{x-y}+\dfrac{2\cdot 15}{x+y}=7 \end{cases}$$

Произведем замену переменных: $\begin{cases} \dfrac{15}{x+y}=a \\ \dfrac{15}{x-y}=b \end{cases}$

$$\begin{cases} 3a+b=\dfrac{14}{3} \\ 2a+3b=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=\dfrac{14}{3}-3a \\ 2a+3\left(\dfrac{14}{3}-3a\right)=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=\dfrac{14}{3} \end{cases}$$

Переходим к замене:

$$\begin{cases} \dfrac{15}{x+y}=1 \\ \dfrac{15}{x-y}=\dfrac{5}{3} \end{cases}$$

$$\pm\begin{cases} x+y=15 \\ x-y=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x=24 \\ 2y=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=12 \\ y=3 \end{cases}$$

**Ответ:** 12 км/ч, 3 км/ч.

Данная система задач может применяться при обучении теме «Квадратные уравнения» для учащихся 8 класса и теме «уравнение систем уравнений» для учащихся 9 класса, при обучении решению данных задач в течение учебных лет в 8-9 классов основной школы.

## ВЫВОДЫ ПО ВТОРОЙ ГЛАВЕ

1. Проведен обзор текстовых задач, входящих в ГИА-9.
2. Разработана система задач по всем темам школьного курса алгебры для самостоятельной подготовки учащихся к сдаче экзамена за 9 класс в новой форме (ОГЭ-9). Данная система задач создана с учетом психологических особенностей учащихся, в ней представлены задачи различных типов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты данной дипломной работы:

– проанализирована психолого-педагогическая и учебно-методическая литература;

– рассмотрено понятие текстовой задачи;

– определены роль и место текстовых задач в курсе алгебры;

– выявлена типология текстовых задач;

– изучены психолого-педагогические основы формирования умения решать текстовые задачи;

– выявлены этапы обучения и методы решения текстовых задач;

– проведен обзор наиболее популярные учебники по математике, таких авторов, как Ш.А. Алимов, С.М. Никольский, Ю.Н. Макарычев, рассмотрено место текстовых задач в этих учебниках, и количество часов, отведенное на их изучение;

– проведен обзор текстовых задач, входящих в ГИА-9;

– разработана система задач по всем темам школьного курса алгебры для самостоятельной подготовки учащихся к сдаче экзамена за 9 класс в новой форме (ОГЭ-9). Данная система задач создана с учетом психологических особенностей учащихся, в ней представлены задачи различных типов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бантова М.А., Бельтюкова Г.В. «Методика преподавания математики в начальных классах» Москва. "Просвещение". 1984 г С. 333

2. Виленкин Н.Я. и др. Математика 5 М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969.— 323 с.

3. Виленкин Н.Я. Математика 6 класс: учебник для общеобразовательных учреждений/Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков – 8-е изд. – М.: Мнемозина, 2001. – 379 с.

4. Виноградова Е.П., Математика Часть III-Орск: Издательство ОГТИ 2014-116 с.

5. Виноградова Л.В. Методика преподавания математики в средней школе: учеб. Пособие/ Л.В. Виноградова. – Ростов н\Д.: Феникс, 2005. – С.49-51, 55, 57

6. ГИА – 2013. Математика: типовые экзаменационные варианты: 30 вариантов/под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко. – М.: «Национальное образование», 2013. – С. 30

7. Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г. Математика - 5 кл. "Баллас", "С-инфо", 2-е изд., перераб. - М.: 2011; Ч.1 - 176с, Ч.2 – 240 с.

8. Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г. Математика - 6 кл. "Баллас", "С-инфо", 2-е изд., перераб. - М.: 2010; Ч.1 - 1112с, Ч.2 - 128с., Ч.3 – 176 с.

9. Дорофеев Г.В., Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных учебных заведений/Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунилович, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева. – М.: Дрофа, 2001. – 288 с.

10. Дорофеева Г.В., Шарыгина И.Ф. - Математика. 6 класс: учебник для общеобразовательных учебных заведений/Г.В. Дорофеев, Шарыгина И.Ф. С.Б. Суворова, Е.А. Бунилович, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева. – М.: Дрофа, 2001. – 288 с.

11. Зайцева Г.И. «Роль задач в обучении математике» URL:// http://festival.1september.ru/articles/518010/ (Дата обращения 11.05.2016)

12. Зубарева И.И., Мордкович А.Г. Математика - 5 кл. М.: Издание: 8-е изд., стер. — М: Мнемозина, 2008 - 264 с..

13. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике. М.: Просвещение, 1977. Ч. I. С.110

14. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 7 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений/Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. – 12-е изд., испр.- М.: Мнемозина, 2012.–336 с.

15. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений/Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. – 12-е изд., испр.- М.: Мнемозина, 2012. – 384 с.

16. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 9 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений/Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. – 12-е изд., испр.- М.: Мнемозина, 2012. – 383 с.

17. Материалы для организации повторения ГИА 9 URL: http://www.openclass.ru/node/185599 (Дата обращения: 27.04.2016)

18. Мельник Н.В. Развитие логического мышления при изучении математики.// М.: «Просвещение», 1997 г. – С.21.

19. Методика начального обучения математике./под ред. А.А. Столяра, В. Л. Дрозда. М.: 2009., С.231

20. Методика обучения решению задач на движение. Мир знаний. Электронный журнал для учителей» *Режим доступа к журн.*:http://mirznanii.com/info/obuchenie-shkolnikov-resheniyu-sostavnykh-zadach_174853 (Дата обращения: 07.09.2016)

21. Мордкович А.Г., Алгебра 7-9 класс: методическое пособие для учителя.- 3-е изд. – М.: Мнемозина, 2004. – 144с.

22. Муравин Г.К., Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных учреждений/Г.К. Муравин, К.С. Муравина, О.В. Муравина. – 7-е изд., дораб. – М.: Дрофа, 2009. – 286с.

23. Муравин Г.К., Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных учреждений/Г.К. Муравин, К.С. Муравина, О.В. Муравина. – 11-е изд., дораб. – М.: Дрофа, 2010. – 354с.

24. Муравин Г.К., Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных учреждений/Г.К. Муравин, К.С. Муравина, О.В. Муравина. – 11-е изд., дораб. – М.: Дрофа, 2010. – 318с.

25. Педагогический проект "Текстовые задачи школьного курса математики (базовый уровень), направленных на формирование специальных математических учебных действий и соответствующих им УУД при подготовке учеников к ГИА, ЕГЭ» URL: http://school-collection.edu.ru/catalog/res/d92c7ae3-a9f1-4ff3-afb0-e1f1783fee48. (Дата обращения 17.05.2016)

26. Перевощикова Е.Н. Обучение решению текстовых задач: цели и диагностика.-Математика в школе.-1998 №2 С.62.

27. Решение старинных задач [Text] / Малых А.,Мусихина И. // Математика: Прил. к газ. "Первое сентября". - 2002. - N 27-28.-С. 31-34. 2002.

28. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. – М.: Просвещение, 1995 С.17

29. Скворцова, С.С. Урок на тему «Составные задачи» / С.С. Скворцова // Начальная школа. –2008. – №8. – С.52–54.

30. Стойлова Л.П. Математика [Текст]: Учеб. Пособие для студ. Высш. Пед. Учеб. Заведений/ Л.П. Стойлова – 2-е издание , стереотип. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 424с.

31. Стойлова Л.П., Пышкало А.М. Основы начального курса математики М.: Просвещение, 1988. — 320с.

32. Титова Е. И., Чапрасова А. В. Различные трактовки понятия «задача» и методика их решения // Молодой ученый. — 2014. — №6. — С.760-762. Режим доступа к журналу URL: http://moluch.ru/archive/65/10503/ (Дата обращения 20.04.2016)

33. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. Приказ Мин. образования и науки РФ от 17.05.2012г.№413.URL: http://минобр-науки.рф/документы/2362 (дата обращения 25.04.2016).

34. Фридман Л.М. Психолого – педагогические основы обучения математике в школе: Кн. для учителей. М.: Просвещение,1983.192с.

35. Шарова О. П. Текстовые задачи в обучении математике. URL: http://vestnik.yspu.org/releases/uchenue_praktikam/27_3/ (Дата обращения 11.03.2016)

36. Шарыгин И.Ф., Бузинер М.А., Гордин Р.К. и лр. Информационно-поисковая система по учебным задачам// Математика в школе. – 1993-№2

37. Шевкин А.В. «Обучение решению текстовых задач в 5-6 классах»: Книга для учителя. – 2-е изд., доработ. – М.: Галс плюс, 1998. – 168 с.: ил. – ISBN 5-87769-019-1

38. Шикова, Р.Н. Методика обучения решению задач, связанных с движением тел // Начальная школа. – 2000. – №5. – С.64–69

39. Шикова, Р.Н. Решение задач на движение в одном направлении // Начальная школа. – 2000. – №12. – С.39–42