

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)

Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование кафедры)

44.04.01 «Педагогическое образование»
(код и наименование направления подготовки)

«Математическое образование»
(направленность (профиль))

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

на тему **«МЕТОДИКА ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ
ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМ ЧИСЛАМ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЫ»**

Студент С.М. Теплов _____
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Научный
руководитель Н.А. Демченкова _____
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Руководитель программы д.п.н., профессор, Р.А. Утеева _____
(ученая степень, звание, И.О. Фамилия) (личная подпись)
« ____ » _____ 2018 г.

Допустить к защите

Заведующий кафедрой д.п.н., профессор, Р.А. Утеева _____
(ученая степень, звание, И.О. Фамилия) (личная подпись)
« ____ » _____ 2018 г.

Тольятти 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ	
§1. Самостоятельная работа как форма учебной деятельности.....	9
§2. Цели, задачи и функции самостоятельной работы.....	17
§3. Виды и формы самостоятельной работы.....	19
§4. Анализ проведенных диссертационных исследований и опыта работы учителей математики по организации самостоятельной работы учащихся...	25
Выводы по первой главе.....	28
ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМ ЧИСЛАМ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ	
§5.Методика организации самостоятельной работы учащихся на уроках математики.....	30
§6.Методические особенности организации самостоятельной работы учащихся при обучении действительным числам.....	37
§7. Организация самостоятельной работы при подготовке к государственной итоговой аттестации учащихся одиннадцатых классов по теме «Действительные числа».....	47
§ 8. Элективный курс «Действительные числа в задачах на вычисления»....	52
§ 9. Констатирующий этап эксперимента.....	69
Выводы по второй главе.....	71
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	73
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	74
ПРИЛОЖЕНИЯ	84

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Развитие информатизации современного общества требует от каждого человека умения быстро и качественно находить нужную информацию, пользоваться ею и пополнять свои знания в течение всей жизни. В настоящее время образовательные учреждения должны формировать у учащихся систему соответствующих умений самостоятельного приобретения знаний. Чтобы современный учащийся смог стать конкурентоспособным и востребованным специалистом в своей будущей профессии, ему необходим высокий уровень развития таких умений, которые будут способствовать постоянному пополнению собственных знаний, развитию самоорганизации и самоконтроля. Цель педагога заключается не только в ознакомлении учащихся с новым материалом, но и в организации процесса обучения, при котором ученик сам должен научиться приобретать новые знания. В связи с этим организация самостоятельной работы учащихся считается приоритетной методической проблемой.

Выходя из стен образовательного учреждения, выпускник должен быть готов к постоянно меняющимся условиям социума, ему необходимо быстро принимать решения в нестандартных жизненных ситуациях, уметь осуществлять правильный выбор в конкретных случаях и нести за него ответственность. Поэтому современные образовательные стандарты российского образования своей главной задачей считают формирование базовых компетентностей современного человека:

- ценностно-смысловые;
- общекультурные;
- учебно-познавательные;
- информационные;
- коммуникативные;
- социально-трудовые;

– компетенции личностного самосовершенствования [34, С.133].

З.В. Патрина считает, что «постоянно растущий объём информации, её многопрофильность, привели к тому, что ни у кого не вызывает сомнения тезис о невозможности знать и уметь всё. Таким образом, наиболее ценным стало умение добиться цели через смежные знания, искать и находить решение. Одной из целей обучения в настоящее время является достижение такого уровня развития учащихся, когда они оказываются в силах самостоятельно ставить цель деятельности, актуализировать необходимые для решения задачи знания и способы деятельности; планировать свои действия, корректировать их осуществление, соотносить полученный результат с поставленной целью, то есть самостоятельно осуществлять учебную деятельность. Самостоятельность является одним из главнейших качеств учащихся и важнейшим условием их обучения» [28, С.87].

Проблема методики организации самостоятельной работы является актуальной для учителей всех общеобразовательных предметов, в том числе и математики. Уровень развития самостоятельности учащихся влияет на результативность учебной деятельности, поэтому для успешного овладения школьными знаниями необходимо в ходе процесса обучения решать задачи по развитию навыков самостоятельной работы, которые способствует проявлению этих навыков в других видах деятельности, в которые включается ученик.

Невозможно всему научить человека, но возможно заложить в него интерес к накоплению знаний, саморазвитию и обучить его приемам самостоятельной работы. В условиях быстрого обновления информации способность развивать у учащихся навыки самостоятельной работы является основной задачей каждого педагога.

К сожалению, у учащихся общеобразовательных учреждений уровень сформированности навыков самостоятельной работы очень низкий. После одиннадцати лет обучения в школе у ребят недостаточно развиты:

самостоятельность мышления; самоанализ своей деятельности по решению той или иной задачи; навыки самоконтроля.

Анализ диссертационных исследований, научной и учебно-методической литературы, практического опыта, а также результатов проведённого нами констатирующего этапа педагогического эксперимента позволили выявить следующие **противоречия** между: потребностью общества в личности, обладающей высоким уровнем организации самостоятельной работы и недостаточной сформированностью данного качества у учащихся средних общеобразовательных учреждений. Это противоречие обуславливает актуальность исследования по теме «Методика организации самостоятельной работы учащихся при обучении действительным числам в курсе математики общеобразовательной школы».

Проблема исследования заключается в выявлении методических особенностей организации самостоятельной работы учащихся общеобразовательной школы при обучении математике.

Объект исследования: процесс обучения математике в общеобразовательной школе.

Предмет исследования: методика организации самостоятельной работы учащихся (на примере темы «Действительные числа») в общеобразовательной школе.

Цель исследования заключается в разработке методических рекомендаций по организации самостоятельной работы учащихся при обучении математике в общеобразовательной школе.

Гипотеза исследования: Если рационально и систематически использовать различные виды самостоятельных работ при изучении математики, то в процессе обучения будет наблюдаться положительная динамика развития самостоятельности мышления и навыков самоконтроля.

Задачи исследования:

1. На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы уточнить понятие «самостоятельная работа учащихся», определить структуру самостоятельной работы.

2. Описать цели, задачи и функции самостоятельной работы учащихся.

3. Выделить виды и формы самостоятельной работы учащихся.

4. Разработать методику организации самостоятельной работы учащихся на уроках математики.

5. Выделить и описать методические особенности организации письменных самостоятельных работ при изучении действительных чисел.

6. Составить систему упражнений для организации самостоятельной работы учащихся при обучении действительным числам в курсе математики общеобразовательной школы.

7. Составить программу элективного курса «Действительные числа в задачах на вычисления» для старших классов.

8. Представить результаты педагогического эксперимента.

Для решения поставленных задач будут применяться следующие **методы исследования:** анализ психолого-педагогической, научной и учебно-методической литературы; изучение, наблюдение и обобщение школьной практики; анализ собственного опыта работы в школе; различные виды эксперимента по проверке основных положений исследования; статистические методы обработки результатов; экспертиза разработанного элективного курса.

Основные этапы исследования:

1 семестр (2016/17 уч.г.): анализ ранее выполненных исследований по теме диссертации, анализ школьных учебников по математике, нормативных документов (стандартов, программ), анализ опыта работы школы по данной теме.

2 семестр (2016/17 уч.г.): определение теоретических и методических основ исследования по теме диссертации.

3 семестр (2017/18 уч.г.): подборка системы упражнений для подготовки к государственной итоговой аттестации учащихся одиннадцатых классов, связанная с действительными числами, элективный курс по теме «Действительные числа в задачах на вычисления».

4 семестр (2017/18 уч.г.): оформление диссертации, корректировка ранее представленного материала, уточнение аппарата исследования, описание результатов экспериментальной работы, формулирование выводов.

Новизна проведенного исследования заключается в том, что в нем предложены методические рекомендации по организации самостоятельной работы учащихся при обучении теме «Действительные числа» в курсе алгебры общеобразовательной школы.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в нем:

- раскрыта методика организации самостоятельной работы учащихся при обучении математике в общеобразовательной школе;
- выявлены методические особенности организации самостоятельной работы учащихся при обучении теме «Действительные числа».

Практическую значимость результатов исследования составляют методические рекомендации организации самостоятельной работы учащихся при обучении теме «Действительные числа» учащихся 10-11-х классов и разработанные методические материалы (элективный курс «Действительные числа в задачах на вычисления»; система задач), которые могут быть использованы учителями математики общеобразовательной школы и студентами педагогических направлений подготовки.

На защиту выносятся:

1. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы при обучении действительным числам в курсе математики общеобразовательной школы.

2. Системы задач по теме «Действительные числа» для учащихся 10-11 классов общеобразовательной школы.

3. Элективный курс «Действительные числа в задачах на вычисления».

Достоверность результатов и выводов, полученных в ходе проведенного исследования, обеспечивается сочетанием теоретических и практических методов исследования, анализом педагогической практики и личным опытом работы в общеобразовательной школе.

Апробация результатов исследования осуществлена путём выступлений на: VIII международной научной конференции «Математика. Образование. Культура» (к 240-летию Карла Фридриха Гаусса), г. Тольятти, (апрель 2017); первом этапе научной студенческой конференции «Дни науки» института математики, физики и информационных технологий ТГУ (г. Тольятти, апрель 2017 г., апрель 2018г.).

Экспериментальная проверка предлагаемых методических разработок и рекомендаций, программы элективного курса осуществлена в период работы учителем математики на базе МБУ «Лицей №60» г.о. Тольятти.

Основные результаты исследования отражены в 2 публикациях [70; 71].

Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы (92 наименований) и Приложений.

Объем работы составляет 86 страницы.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

§1. Самостоятельная работа как форма учебной деятельности

Учебная деятельность обучающегося включает в себя не только работу ученика в классе, но также внеклассную, домашнюю и самостоятельную работу по предмету. При самостоятельной работе учащиеся формируют мотивацию, самоконтроль, самоорганизованность, целенаправленность, самостоятельность и другие важные личностные качества. Самостоятельная работа представляет собой одну из важных и часто обсуждаемых проблем в преподавании.

История возникновения понятия самостоятельной работы

Понятие самостоятельности берет свое начало еще с древности. Многие мыслители того времени, а именно, Аристоксен, Платон, Сократ, Аристотель в своих трудах глубоко и всесторонне обосновали значимость в обучении самостоятельного, активного овладения знаниями. Исследователи показали, что развитие форм мышления у людей может быть наиболее успешно в момент самостоятельной деятельности. Данная деятельность доставляет детям радость и удовлетворение, и тем самым, борется с пассивностью при получении новых знаний. Развитие идеи о возможностях применения самостоятельности в обучении получает свое отражение в работах Франсуа Рабле [81, С.81], Томаса Мора [81, С.117], Мишеля Монтеня [81, С.189], которые даже в эпоху средневековья в разгар расцвета в обучении методов схоластики, догматизма и зубрежки, пишут о необходимости обучать детей самостоятельности, воспитывать в них вдумчивых, критически мыслящих людей. Данные мысли в дальнейшем

отражены в педагогических трудах Ж.Ж.Руссо [65], Я.А.Каменского [31, 32], И.Г.Песталоцци [64] и других.

Понятие «самостоятельность учащихся» в педагогической литературе появилось с конца XVIII и рассматривалось как один из главных принципов обучения. В педагогической работе К.Д. Ушинского [76] вопрос о формировании самостоятельности и активности обучающихся является центральным, данный вопрос обосновывает пути и средства организации самостоятельной работы учащихся с учетом возрастных особенностей.

В современных педагогических исследованиях роль учителя, как организатора учебного процесса, обязательно связана с понятием самостоятельной работы, которая представляет собой совокупность разнообразных видов индивидуальной и групповой деятельности ученика, осуществляемая на урочных и внеурочных занятиях, это учебная деятельность, но без участия педагога.

Понятие внеурочной деятельности в Российской педагогической энциклопедии [57] рассматривается как «...неотъемлемая часть образовательного и воспитательного процесса любого учебного заведения, которая основана на принципах самостоятельной деятельности учащихся».

Определения понятия самостоятельной работы учащихся

В современной психолого-педагогической литературе существуют несколько подходов для определения понятия «самостоятельная работа». Некоторые авторы, такие как, М.А. Данилов [16], О.А. Нильсон [54], А.В. Усова [15], определяют ее как специфический вид учебно-познавательной деятельности или, как сочетание нескольких видов.

Н.Д. Никандаров под самостоятельной работой понимает: «Деятельность учащегося, которая протекает без непосредственного руководства учителя, хотя направляется и организуется им» [53, С. 163].

Я.Г. Гендлер [12], Б.П. Есипов [20], А.С. Лында [39] и др. считают, что

«Самостоятельная работа – это такая работа, которая требует от учащихся активной мыслительной деятельности, инициативы, применения ранее полученных знаний на практике» [20, С.15].

А.М. Лушников указывает: «Главное назначение самостоятельной работы заключается в том, чтобы с помощью индивидуального поиска углубить и конкретизировать свои знания, показать творческий подход к исследуемой проблеме, сформировать навыки работы с книгой, развить умение анализировать прочитанное, систематизировать необходимый материал, вести записи, предлагать и отстаивать в дискуссии свою точку зрения. Самостоятельная работа является хорошим способом подготовить себя к научным исследованиям, творческому решению задач учебно-воспитательного процесса и, в итоге, к профессиональному становлению» [38, С. 8].

И.А. Зимняя пишет об учебной деятельности: «Ученые под данной деятельностью имеют в виду работу ученика на занятии. Однако, организация учебной деятельности помимо классной включает также: внеклассную, домашнюю и самостоятельную работу ученика в процессе изучения различных предметов. Самостоятельная работа ученика представляет собой наименее рассмотренный процесс, но, в то же время, он представляет огромный интерес для повышения эффективности образовательной деятельности. Ведь именно в данной работе быстрее всего может сформироваться самостоятельность, мотивация, самоорганизованность, целенаправленность, самоконтроль и другие важные личностные качества современного человека. Самостоятельная работа обучающегося может служить главной основой его позиции в образовательном процессе» [24, С. 61].

П.И. Пидкасистый подчеркивал: «Самостоятельная работа может выступать в качестве специального средства педагогики, которое необходимо для организации самостоятельной деятельности школьника в учебном процессе, поэтому данная работа обязана включать методы

научного или учебного познания» [59].

А.Г. Молибог указывал: «Самостоятельная работа является главной основой образования. Данная работа необходима для подготовки творческой личности, в то время как все другие формы учебной деятельности лишь вспомогательные для той или другой степени эффективности образовательного процесса» [72, С. 164].

Ш.И. Ганелин писал: «Самостоятельная работа это набор заданий составленных педагогом, которые рассчитаны на выполнение в определенное время и требующие со стороны учеников определенного умственного напряжения, самостоятельной мыслительной активности. Данные задания даются для лучшего восприятия и осмысления новых знаний, для выработки и совершенствования умений и навыков самостоятельной работы школьников, для закрепления знаний, тренировки в умениях и навыках творческого применения знаний» [9, С.169].

А.Н. Леонтьев подчеркивал: «С психологической точки зрения самостоятельная работа должна быть осознана самими учениками как свободная по выбору, внутренне мотивированная деятельность. Данная деятельность предполагает выполнение учениками целого ряда входящих в нее действий: понимание цели своей деятельности, принятие учебной задачи, придание ей личностного, подчинению выполнению данной задачи других интересов и форм занятости ученика, самоорганизации в распределении учебных действий во времени, самоконтроле в их выполнении» [36, С. 329].

Ю.Б. Зотов писал: «Как дидактическое явление, самостоятельная работа представляет собой, с одной стороны, учебное задание, т.е. то, что должен выполнить ученик, объект его деятельности, с другой стороны – форму проявления соответствующей деятельности, памяти, мышления, творческого воображения при выполнении учеником учебного задания, которое, в конечном счете, приводит школьника либо к получению

совершенно нового, ранее неизвестного ему знания, либо к углублению и расширению сферы действия уже полученных знаний» [43, с. 131].

Таким образом, самостоятельная работа – это деятельность, которая выполняется без непосредственного участия учителя, но по его заданию в специально предоставленное для этого время; при этом учащиеся сознательно стремятся достигнуть поставленной в задании цели, проявляя свои усилия и выражая в той или иной форме результаты своих умственных и физических действий.

Основные требования к организации самостоятельной работы учащихся

П.И Пидкасистый пишет: «Основные требования к организации самостоятельной работы учащихся:

- наличие конкретной цели на любом уровне самостоятельности;
- соответствие учебным возможностям учащихся;
- обеспечение сочетания разнообразных видов самостоятельных работ и управление самим процессом работы;
- назначение самостоятельной работы – развитие познавательных способностей, инициативы в принятии решения, творческого мышления;
- содержание работы, форма ее выполнения должны вызывать интерес учащихся, желание выполнить работу до конца;
- самостоятельные работы организуются так, чтобы они вырабатывали навыки и привычку к труду;
- злоупотребление самостоятельной работой на уроке может быть вредным, равно как и ее недооценка» [59].

Самостоятельная работа предполагает выполнение учениками целого ряда определяющих действий:

- осознание учеником целей самостоятельной деятельности;
- принятия учебной задачи с точки зрения личностной важности;

- осознанный выбор выполнения данной учебной задачи в угоду других интересов;
- самоорганизация в процессе распределения необходимых действий по времени;
- самоконтроль в процессе деятельности [26,С.24].

Самостоятельная работа как высшая форма обучения, обусловлена индивидуально-психологическими и личностными особенностями учащегося как ее главного субъекта. По мнению А.К. Осницкого: «Школьник должен иметь навыки для моделирования собственной деятельности, т.е. он должен уметь выделить важные условия, которые необходимы для реализаций поставленных целей, найти в своем прошлом опыте представления об изучаемом объекте и соотнести его с окружающей действительностью» [73, С.101].

Е.И.Пассов[41], Л.П. Малишевская [67], Г.В.Рогова [25] и др. внесли значительный вклад в изучение научной организации и проведения самостоятельной работы, который позволяет педагогам наметить основные этапы ее организации.

Основными этапами организации самостоятельной работы в школе являются:

1. *Подготовительный этап.* На данном этапе педагог рассказывает школьникам о цели их работы, показывает возможности для ее более успешного выполнения, предлагает всем ученикам в случае необходимости обращаться к нему за консультацией, а также рассказывает о возможностях использования дополнительной литературой.

2. *Процесс самостоятельной работы учащегося на уроке.* На данном этапе нужно не только занять школьника умственным трудом и побудить его выполнить заданные требования, а обеспечить заинтересованность со стороны ученика к умственной деятельности. Тем самым осуществить постепенный переход от работы воспроизводящего характера (по образцам) к более сложной, которая требует развитых умений

и навыков пользования специальной литературой, что в дальнейшем приведет к самостоятельной работе.

3. *Итогово-обобщающий этап.* Данный этап предусматривает применение самостоятельной работы на уроках в более сложном варианте, чем домашняя работа.

4. *Заключительный этап* предоставляет выбор учащимся вариантов творческих заданий для своего самообразования.

Для учащегося самостоятельная работа должна стать свободной по выбору, внутренне мотивированной деятельностью, которая приносит удовлетворение познавательных потребностей [36].

При постановки целей и задач выполнения самостоятельной работы необходимо учесть следующие требования:

1. Самостоятельная работа обязана иметь целенаправленный характер. Достичь этого можно четкой формулировкой цели работы. Задача педагога заключается в поиске такой формулировки задания, которая вызвала бы у обучающихся интерес к самостоятельной работе и желание сделать ее как можно лучше. Ученики должны четко понимать, как определяется задача и каким образом будет проверяться ее выполнение. Все это придает работе учеников смысл, а целенаправленный характер деятельности способствует более успешному ее выполнению. Недооценка данного требования может привести к тому, что ученики не смогут понять цели деятельности, сделают не то, что необходимо, или вынуждены в процессе выполнения много раз обращаться за разъяснениями к учителю. В дальнейшем все это приводит к ненужной потере времени и снижению уровня самостоятельности обучающихся.

2. Самостоятельная работа обязана быть именно самостоятельной и побуждать школьника работать. Тем не менее, здесь нужно избегать крайностей: сложность и объем самостоятельной деятельности, который дается на всех этапах обучения, должны быть по силам школьникам. Очень

важно, чтобы ученики были подготовлены к выполнению самостоятельной работы и с теоретической, и с практической точек зрения.

3. На начальном этапе у обучающихся необходимо сформировать простые навыки самостоятельной работы. В данном случае перед самостоятельной работой должен быть наглядный показ приемов работы с педагогом, который сопровождается объяснениями, записями в тетрадях и на доске. Самостоятельная работа, которая выполнена учениками после показа приемов работы педагогом, носит характер подражания. Данная работа не формирует самостоятельности в истинном смысле слова, но, тем не менее, она представляет важное значение для формирования навыков и умений, для развития самостоятельности, при которой ученики смогут разрабатывать и применять данные методы решения задач.

4. В большинстве случаев для самостоятельной работы нужно давать такие задания, для выполнения которых нет готовых действий по образцам и шаблонам, а требуется использование знаний в новых, нестандартных ситуациях. Только в данном случае самостоятельная работа будет способствовать развитию соответствующих навыков учеников.

5. При организации самостоятельной работы важно учитывать, что для овладения знаниями, навыками и умениями каждому ученику требуется разное время. Поэтому необходимо применять дифференцированный подход к ученикам. Наблюдая за работой класса в целом, также и отдельных учеников, педагог должен вовремя видеть и переключать ученика который успешно справился с более легким заданием на выполнение более сложного.

6. Все задания, которые даются ученикам для самостоятельной работы, должны вызывать у них интерес. Интерес можно достичь новизной, необычностью предлагаемых задач, раскрытием перед школьниками практического применения задачи или метода.

7. Самостоятельную работу учеников нужно планомерно включать в учебный процесс. Только при таком условии у школьников будут вырабатываться четкие умения и навыки.

8. Организацию самостоятельной работы нужно осуществлять через совокупность изложения материала педагогом с самостоятельной работой школьника по получению новых знаний, умений и навыков. В данном деле нужно избегать крайностей, ведь лишнее увлечение и частое применение самостоятельной работой приведет к снижению темпов изучения программного материала, что снизит темп продвижения обучающихся в познании нового.

9. При выполнении учащимися самостоятельной работы руководящая роль в данном процессе должна принадлежать педагогу. Педагог продумывает всю систему самостоятельных работ и планомерно включает их в учебный процесс. Учитель определяет цель, содержание и объем всех самостоятельных заданий, их роль на уроке, применение методов обучения различным видам самостоятельной работы. Учитель обучает школьников методам самоконтроля и осуществляет контроль за качеством выполнения самостоятельной работы.

Итак, самостоятельная работа является высшей формой учебной деятельности учащегося, формой самообразования, которая связана с его работой не только в школе, но и дома.

§2. Цели, задачи и функции самостоятельной работы учащихся

Весь учебный процесс направлен на достижение одной важной цели – развитие и воспитание творческой, многогранной личности с правилами поведения, с системой ценностей, сложившимися приоритетами и верными представлениями о мире в целом. Тем самым любая деятельность педагога должна иметь целенаправленный характер. Однако, учитель только организует и направляет деятельность учеников, которая напрямую зависит и от собственных усилий обучающихся. Правильно организованная самостоятельная работа выступает средством для:

- сознательного усвоения знаний по предмету;

- овладения приемами и способами самообразования;
- формирования потребности в самостоятельном получении знаний.

Самостоятельную работу обучающихся нужно организовывать на различных учебных уровнях, например от воспроизведения заданных действий согласно образцу и узнавания объектов методом сравнения с предоставленным образцом до разработки новой модели и алгоритма действий, применяемых в нестандартных ситуациях [14, С.167].

Данное указание помогает определить цели организации самостоятельной работы:

- простое усвоение знаний, приобретение навыков и умений;
- получение опыта творческой и научно-информационной работы;
- формирование способности выстраивать индивидуальное направление самообучения.

Общей *целью* самостоятельной работы школьников при изучении математики является развитие математического мышления.

Задачи самостоятельной работы учащегося заключаются в следующем:

- усвоение новых знаний, углубление и повторение ранее приобретенных знаний с целью их обобщения и систематизации;
- формирование практических умений и навыков по изучаемым темам;
- применение полученных знаний, приобретенных умений, навыков на практике.

По мнению И.В. Усковой: «Самостоятельная работа призвана выполнять несколько *функций*:

- *Образовательная функция* предусматривает усвоение определённой системы знаний, умений, навыков и способов деятельности по предмету, и их применение на практике; формирование метапредметных умений, связанных освоением обучающимися межпредметных понятий и универсальных учебных действий.

– *Развивающая функция* состоит в стимулировании познавательной активности школьников, в развитии их творческих способностей.

– *Воспитательная функция* самостоятельной работы заключается в воспитании у учащихся ответственного отношения к выполнению самостоятельной работы на основе мотивации к обучению и познанию, честности и аккуратности в планировании и осуществлении самостоятельной учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, умение следовать намеченной образовательной траектории, воспитание навыков самоконтроля, самооценки, формирование готовности к саморазвитию и самообразованию» [83, С.234].

Самостоятельная работа обладает очень серьезным потенциалом для формирования различных умений учеников. Так, главными из них являются следующие умения и навыки: умение работать с книгой (учебник, математический текст, справочник, таблицы и др.), работать по алгоритму, предписанию и плану. Навыки работы учеников по плану особенно успешно развиваются на уроках геометрии, в то время как умение работать по образцу успешно развивается на уроках алгебры. Успешность применения самостоятельной работы довольно часто зависит от навыков систематизации учебного материала, самоконтроля и самоанализа [8, С.22].

Таким образом, развитие внутренней и внешней самоорганизации учащихся нужно рассматривать как главную цель образовательного процесса. Организация самостоятельной работы и ее руководство является ответственной и сложной задачей, которая способствует выстроить траекторию обучения для каждого учащегося. Данные задачи призваны выполнять образовательные, развивающие и воспитательные функции.

§3. Виды и формы самостоятельной работы учащихся

Все виды самостоятельной работы школьников, которые применяются в образовательном процессе, можно разделить соответственно следующим признакам:

- по характеру учебной деятельности учеников;
- по дидактической цели;
- по содержанию задач;
- по степени самостоятельности;
- по элементу творчества и т.д.

В зависимости от *характера учебной деятельности* самостоятельные работы принято разделять на следующие *виды*:

1. Обучающие самостоятельные работы. Смысл таких работ заключается в выполнении учащимися данных педагогом заданий в ходе объяснения нового материала. Цель данных работ направлена на формирование интереса к учебному материалу, увлечение работой в школе. Также такой вид самостоятельной работы может помочь выделить пробелы в знаниях учеников по прошлому материалу. Самостоятельные работы по развитию знаний проводят на этапе подготовки к получению нового материала, при первичном закреплении, т.е. сразу после показа нового материала, в момент, когда знания учеников еще не так прочны. Так как данные самостоятельные работы проводят сразу после объяснения нового материала, то проверка нужна немедленно. Данная проверка создает четкую картину происходящего на уроке, позволяет оценить степень понимания школьниками нового материала на самом начальном этапе обучения.

Необходимо отметить, что такой вид самостоятельной работы можно применять в таких случаях:

- в момент установки связи нового материала с усвоенными ранее полученными знаниями;

– для создания ситуации поиска и раскрытия перспективы предстоящей учебной деятельности;

– в момент переноса полученных умений познавательной деятельности на получение новых знаний.

Однако, если обучающийся в процессе самостоятельной работы может продумать факты, на основании которых изложен новый материал или решается учебная задача, то его уровень продуктивности и дальнейшей работы значительно повышается.

2. Тренировочные самостоятельные работы. К такому виду работ относятся задания на распознавание различных объектов и свойств.

В данных заданиях довольно часто необходимо воспроизвести или применить теоремы, свойства математических объектов и т.д. Тренировочные самостоятельные работы чаще всего состоят из похожих заданий, которые содержат существенные признаки, и свойства данного правила или определения. Данная работа позволяет формировать основные знания по изучаемой теме и тем самым позволяет создавать основу для дальнейшего освоения нового материала. Ученики при выполнении тренировочных самостоятельных работ могут просить помощи учителя, могут пользоваться учебником и своими записями в тетрадях. Все это позволит создать благоприятный климат для отстающих учеников. В таких условиях отстающие ученики быстро включаются в работу. Тренировочные самостоятельные работы могут включать выполнение заданий по различным разноуровневым карточкам. Данная самостоятельная работа оказывает существенное влияние на уровень знаний школьников, на формирование их познавательных навыков, а также на скорость освоения нового материала.

3. Закрепляющие самостоятельные работы. Данный вид самостоятельных работ способствует развитию логического мышления и требует комбинированного применения правил и теорем. Данные работы показывают, насколько глубоко и точно усвоен новый материал учениками. В конце по результатам проверки таких заданий педагог определяет

количество времени, которое необходимо уделить повторению и закреплению этой темы. В дидактических материалах существует огромное количество примеров таких работ.

4. Так же имеет важное значение в обучении применение так называемых **повторительных (обзорных или тематических) работ.**

5. Самостоятельные работы развивающего характера. В данном виде работ могут быть представлены задания по составлению докладов на заданные темы, подготовительный этап к олимпиадам, научно-творческим конкурсам и др. а на уроках это может быть самостоятельная работа, в которую включены задания исследовательского типа.

6. Наибольший интерес вызывают у школьников **творческие самостоятельные работы**, предполагающие развитый высокий уровень самостоятельности. В данной работе ученики открывают для себя новые стороны уже приобретенных знаний, они учатся применять такие знания в неожиданных и необычных ситуациях. Творческие самостоятельные работы обычно включают в себя задания, при выполнении которых нужно находить несколько способов для их решений.

7. Контролируемые самостоятельные работы. Главная функция данных работ вытекает из названия – функция контроля. Существуют условия, которые необходимо соблюдать при составлении данных заданий:

- задания для контроля должны быть одинаковыми по своему содержанию и объему;

- задания должны иметь направленность на отработку основных навыков;

- задания должны обеспечивать достоверную проверку уровня знаний;

- задания должны стимулировать учеников и позволять им показывать свои знания [25, С.32].

А.В. Усова в зависимости от *дидактической цели* самостоятельной работы предлагает следующую классификацию. Самостоятельные работы, направленные на:

- получение новых знаний, развитие умения самостоятельно получать знания;
- закрепление и уточнение полученных знаний;
- развитие умения применять полученные знания в решении не только учебных, но и практических задач;
- развитие умений или навыков практической направленности;
- развитие умений и навыков творческого характера, умения применять знания в разных ситуациях.

В каждом виде решение одной и той же задачи может происходить различными способами. Указанные виды тесно взаимосвязаны друг с другом. Данная связь обуславливает тем, что одни и те же виды работ могут использоваться для решения различных задач [75].

П.И. Пидкасистый, говоря о самостоятельной работе, в соответствии с *уровнями развития самостоятельной деятельности*, выделяет следующие **виды** работ: реконструктивно-вариативные, творческие, воспроизводящие, эвристические. Автор считает, что познавательная деятельность ученика состоит из воспроизводящего и творческого процесса, при этом на каждом этапе отношение этих двух процессов меняется [59].

По мнению Б.Ш. Искаковой [27, С.6] главными **видами** самостоятельной работы являются (рис. 1):

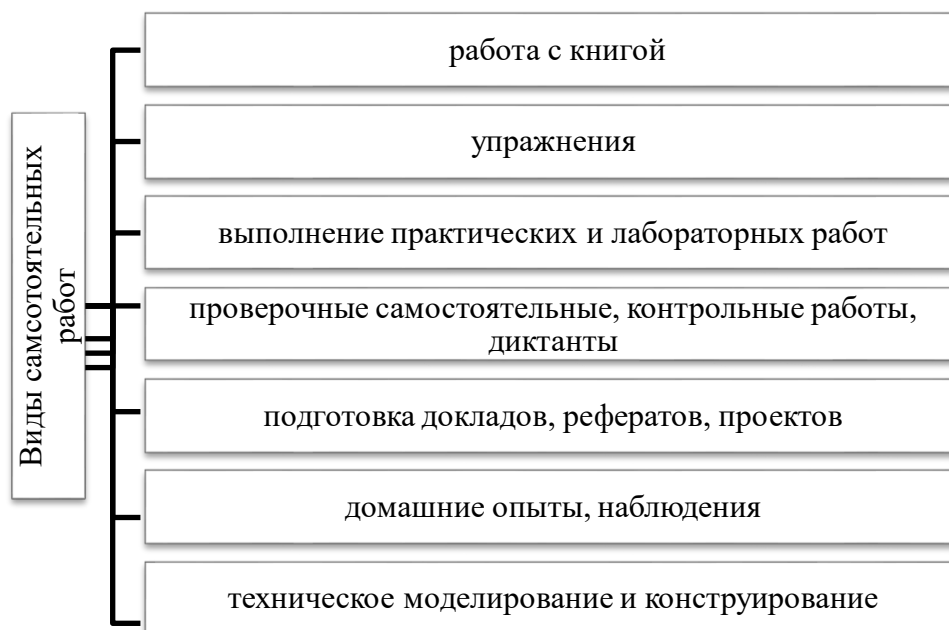


Рис.1. Виды самостоятельных работ по Б.Ш. Исаковой

В учебном процессе согласно различным принципам выделяют следующие **формы** самостоятельной работы:

1) по количеству обучающихся:

– *индивидуальная* форма работы предполагает деятельность учащегося по выполнению общих для всего класса заданий, без контакта с одноклассниками, но в едином для всех темпе. Данная форма наиболее часто используется при закреплении знаний, формировании умений и навыков, а также для контроля знаний. Индивидуальная форма самостоятельной работы на уроке требует от педагога более тщательной подготовки, большой затраты сил и времени. Однако данная форма не всегда может создать условия для самостоятельной деятельности учеников. Довольно часто отстающие ученики либо ничем не занимаются, т.к. не могут справиться с уровнем задания, либо спрашивают у одноклассников о способе решения;

– *групповая* форма организации самостоятельной работы учащихся предполагает наличие малых учебных групп, в которых выражен интеракционный характер взаимодействия между учениками и учителем. Данная форма работы позволяет выстраивать отношения взаимной ответственности и поддержки;

– *фронтальная* форма работы учащихся на уроке предполагает одновременную работу педагога со всем классом. Данная форма работы позволяет: установить доверительные отношения с классом, так как ученик участвует в работе класса посредством своего рассказа, объяснения или беседы и активизировать деятельность и познавательные интересы учащихся[52, С.76].

2) по месту проведения:

– *индивидуальная* форма работы предполагает, что учитель проводит занятия с учащимся один на один, при этом ученик получает персональные задания, которые выполняет без помощи со стороны;

– *классно-урочная* форма работы имеет следующие особенности: постоянный состав учащихся одного возраста; работа по собственному годовому плану; учебный процесс осуществляется в виде отдельных, но взаимосвязанных частей; руководящая роль педагога; применение различных видов познавательной деятельности;

– *лекционно-семинарская* форма работы, в чистом виде, в большинстве случаев используется только в практике высшего образования, т.е. тогда, когда у учащихся развиты универсальные учебные действия и умения самостоятельно приобретать знания[42, С.291].

§4. Анализ проведенных исследований и опыта работы учителей математики по организации самостоятельной работы учащихся

В данном параграфе, прежде всего, приведем анализ диссертационных исследований, которые посвящены *вопросам организации самостоятельной работы учащихся на уроках математики*.

А.Т. Пирназаров в диссертационном исследовании [60] рассматривал организацию самостоятельной работы учеников с помощью индивидуализации и дифференциации учебной деятельности, при этом утверждая, что подобное рассмотрение помогает, учителю математики

рационально организовать весь учебный процесс, в котором самостоятельная работа учеников выступает ведущим методическим приемом усвоения материала.

С.В. Митрохина проводит исследования процесса развития творческой активности учащихся, как важном средстве способствующему развитию интереса к самостоятельной работе при решении математических задач. Автор считает, что результативность учебного процесса учеников зависит от развития творческих способностей [44].

М.А. Ситникова предлагает методику организации самостоятельной работы на занятиях по математике с использованием информационных коммуникационных технологий. Результаты формирующего эксперимента, которые получил автор, позволили ему сделать выводы, что разработанная методика позволит повысить качество математического образования студентов колледжа при совместном использовании методов организации самостоятельной работы обучающихся и информационных технологий [68].

Е.В. Попов пишет: «Современная педагогика приоритетным направлением развития школьного образования определяет гуманистический подход к организации процесса обучения. Главным принципом гуманистической модели учебного процесса является развитие личности ученика. Степень развития учащегося определяется и оценивается его способностью самостоятельно приобретать новые знания и применять их в учебной и практической деятельности» [61, С.63].

Т.М. Аникина, Н.В. Быкова, Н.В. Попова в статье [62, С.93] выделяют отдельный вид самостоятельной работы учащихся - это работа с тестами. Главными преимуществами данного вида деятельности являются:

- задания разного уровня сложности, обеспечивают интерес учеников с различным уровнем подготовки;
- выработка устойчивых умений и знаний;
- легкость отслеживания подготовленности и определения уровня полученных знаний по изученной теме отдельными учениками;

– простота и скорость первичной оценки.

Ж.С. Нурмуханбетова, С.Е. Кунанбай, Б.С. Ханжарова, в статье [80, С.110] исследуют вопросы организации и проведения самостоятельной работы учеников как одной из форм дифференциации процесса обучения математике. Учитывая индивидуальные особенности современных школьников, рассматривают четыре варианта самостоятельных работ, проводимых на уроках математики: первый из них самый простой, а четвертый – наиболее сложный. Второй и третий варианты имеют промежуточную сложность и являются примерно равноценными. Распределение вариантов между учащимися различных групп при проведении каждой самостоятельной работы должно быть подчинено цели обеспечения условий для поступательного развития способностей всех без исключения учащихся.

В статье [40, С.100] В.В. Малиновский описывает особенности системы математических упражнений для самостоятельной работы учащихся. Автор указывает, что для того чтобы школьник мог самостоятельно изучить некоторый материал и при этом быть уверенным в правильности применения освоенных при этом методов выполнения заданий, этап прохождения через возможные ошибки, который в настоящее время возложен на учителя, необходимо ввести учебники. В.В. Малиновский предлагает следующие группы задания представленные на рисунке 2.

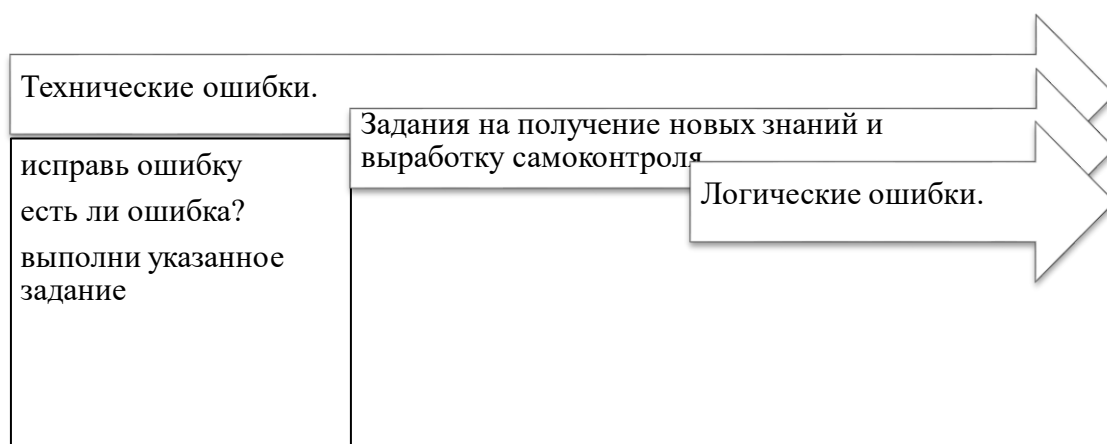


Рис.2. Группы заданий предложенные В.В. Малиновским

Автор указывает, что введение в учебник упражнений указанных видов позволит выработать у обучающихся навык самоконтроля при выполнении математических заданий.

А.Н. Бережнева, А.И. Голиков в статье [6, С.304] исследуют познавательную самостоятельность во взаимосвязи трех компонентов мотивационного, когнитивного и конативного, в статье они выделяют критерии уровня сформированности познавательной самостоятельности. Для развития уровня познавательной самостоятельности в процессе обучения авторы выбрали технологию проблемного обучения. По результатам педагогического эксперимента они сделали вывод, что у категории учащихся с положительной мотивацией высокий уровень сформированности познавательной самостоятельности.

Таким образом, на основании проведенного анализа научно-методической литературы можно сделать выводы:

- проектирование содержания основного общего образования в соответствии со стандартом второго поколения предполагает создание условий, которые обеспечивают самостоятельное планирование и осуществление учебной деятельности.
- успеху самостоятельной работы способствует соблюдение педагогически продуманной последовательности, а именно усложнение содержания заданий, видов работ, способов их выполнения;
- учащимся необходимо научиться обобщать, анализировать, делать выводы по основным проблемам изучения конкретных тем;
- учитель выдает учащимся дополнительные задания для развития навыков самостоятельной работы в разных формах;
- активность учеников зависит от степени трудности установочных указаний преподавателя.

Выводы по первой главе

В первой главе рассматриваются теоретические основы организации самостоятельной работы учащихся при обучении математике в общеобразовательной школе.

На основании анализа психолого-педагогической и педагогической литературы, сделаны выводы о том, что:

- самостоятельная работа – это деятельность, которая выполняется без непосредственного участия учителя, но по его заданию в специально предоставленное для этого время; при этом учащиеся сознательно стремятся достигнуть поставленной в задании цели, проявляя свои усилия и выражая в той или иной форме результаты своих умственных и физических действий;

- самостоятельная работа является высшей формой учебной деятельности учащегося, форма самообразования, которая связана с его работой не только в школе, но и дома;

- развитие внутренней и внешней самоорганизации учащихся нужно рассматривать как главную цель образовательного процесса. Организация самостоятельной работы и ее руководство является ответственной и сложной задачей, которая способствует выстроить траекторию обучения для каждого учащегося. Данные задачи призваны выполнять образовательные, развивающие и воспитательные функции.

Стоит отметить, что анализ диссертационных исследований, научной и учебно-методической литературы и практического опыта учителей математики позволили выявить противоречия между: потребностью общества в личности, обладающей высоким уровнем организации самостоятельной работы и недостаточной сформированностью данного качества у учащихся средних общеобразовательных учреждений.

Актуальным также остается вопрос о том, как организовать деятельность учащихся, при которой каждый ученик сможет развивать навыки самостоятельной работы.

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

§5. Методика организации самостоятельной работы учащихся на уроках математики

Рассмотрим некоторые приемы организации самостоятельной работы учащихся на уроках математики при изучении темы «Действительные числа»:

- использование тетрадей с печатной основой;
- использование математических диктантов;
- использование письменных инструкций к занятию;

1. Использование тетрадей с печатной основой

В.С. Нодельман пишет: «Самостоятельная работа является важным и обязательным этапом процесса усвоения знаний. Она играет роль своеобразного мостика, который должен пройти каждый ученик на пути от понимания учебного материала к овладению им» [66, С.16].

Н.Ш. Мельникова пишет: «Организация самостоятельной работы на уроке вызывает большие трудности. Здесь нельзя ограничиваться фронтальными воздействиями. Учителю необходимо:

- дифференцировать работу учащихся;
- организовать управление работой учащихся;
- приблизить самостоятельную работу к реальной практической деятельности» [42].

Составляя из дидактических материалов брошюры, содержащие задания одного варианта, можно имея 6-10 книжек, получить комплект брошюр на целый класс, благодаря чему появляется возможность обеспечить дифференцированный подход.

Значительно труднее обеспечить управление самостоятельной работой учащихся. В этом плане дидактические материалы оказываются неэффективными. Помочь направить, не подсказывая, каждого ученика на правильный путь одному учителю трудно. Кардинальным решением проблемы управления самостоятельной работой учащихся является программное обучение. С внедрением в массовую школу компьютерных классов и оснащением учебного процесса обучающими программами оно станет реальностью. У каждого учителя математики на каждом уроке в каждом классе – а самостоятельная работа проводится именно с такой частотой – будет возможность работать в кабинете, оборудованном персональными ЭВМ. Сейчас же управление самостоятельной работой учащихся можно в значительной мере поручить *тетрадам с печатной основой*, содержащим задания с пропусками.

Аналогичные задания с пропусками учитель может подготовить самостоятельно. Учащиеся заполняют пропуски, после чего учитель выборочно показывает с помощью графопроектора некоторые работы и обсуждает их с классом.

В.С. Нодельман пишет: «Выделяют два требования при составлении заданий с пропусками:

– пропуски не должны приводить к двусмысленности, неоднозначности в тексте и особенно в той его части, которая определяет условие задачи;

– пропускаются ключевые слова, правильное заполнение которых свидетельствует о понимании материала»[66, С.16].

Рассмотрим задания с пропусками для учащихся 8 класса на примере изучения тем «Рациональные числа» и «Иррациональные числа» [17, С.45].

Задание 1: «Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

а) Всякое рациональное число, как целое так и дробное, можно представить в виде _____, где m _____, а

n _____. Одно и то же рационально число можно представить в таком виде _____ способами.

б) Каждое рационально число может быть представлено в виде _____ десятичной _____ дроби.

в) Каждая бесконечная десятичная _____ дробь представляет некоторое _____ число.

г) Иррациональными числами называются бесконечные _____ десятичные дроби.

д) Рациональные и иррациональные числа составляют множество _____ чисел» [17, С.45].

Задание 2: «Из чисел $6; 41; -8; \frac{9}{17}; -4\frac{5}{13}; 5,21; -6, (2);$

$0,515115111 \dots$ выпишите:

а) натуральные _____

б) целые _____

в) рациональные _____

г) иррациональные _____

д) действительные _____» [17, С.46].

Задание 3: «Запишите в виде обыкновенной дроби бесконечную периодическую дробь:

а) $4,(7);$ б) $1,(45);$ в) $0,2(7);$ г) $0,3(14)$ » [17, С.45].

Решение:

а) $x = 4,777 \dots$ б) $x =$ _____ в) $x =$ _____ г) $x =$ _____

$10x =$ _____ $100x =$ _____ $100x =$ _____ $1000x =$ _____

$9x =$ _____ $10x =$ _____ $99x =$ _____ $10x =$ _____

$x =$ _____ $90x =$ _____ $x =$ _____ $990x =$ _____

$x =$ _____ $x =$ _____

Задание 4: «Проверьте себя:

а) Приведите пример двух рациональных чисел, стоящих между $\frac{1}{6}$ и $\frac{2}{7}$.

Ответ: _____

б) Приведите пример двух иррациональных чисел, стоящих между числами $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{5}$.

Ответ: _____

в) Всякая ли бесконечная десятичная дробь является иррациональным числом?

Ответ: _____»[17, С.47].

2. *Использование математических диктантов.*

Рассмотрим как формируются навыки самоконтроля учащихся при проведении математических диктантов.

Математические диктанты проводят после изучения соответствующего материала каждого параграфа учебника.

С.Г. Манвелов считает: «При разработке содержания диктантов следует: исходить из заданий для проверки знания объяснительного текста изучаемого пункта учебника; включать задания, решения которых слабо усвоены, или задания на повторение; использовать задания, способствующие усвоению сущности приемов самоконтроля, применяемых при решении математических задач; все задания максимально приближать к содержанию изучаемого материала» [66, С.12].

По мнению учителя математики Н.Ш. Мельниковой: При проведении диктантов учитель должен четко представлять себе результативность следующих видов работ:

- проверка диктантов только учителем;
- взаимопроверка работ соседями по парте;
- взаимопроверка работ соседями по варианту;
- самопроверка.

Наиболее высокий процент объективных оценок на начальном этапе обучения самоконтролю бывает при взаимопроверке соседей по варианту.

Самый низкий процент – соседей по парте, так как обмен работами в этом случае приводит к перемене варианта задания [42].

Приведем содержание диктанта по теме «Действительные числа» для учащихся 8 классов (Таблица 1) [33, С.8].

Таблица 1.

Математический диктант по теме «Действительные числа»

Вариант 1	Вариант 2
1. Запишите числа: $-1,2$; $\sqrt{6}$; $\sqrt{121}$; $\frac{8}{13}$; $\sqrt{2,5}$. Подчеркните числа, которые принадлежат множеству иррациональных чисел.	1. Запишите числа: $-1,2$; $\sqrt{6}$; $\sqrt{121}$; $\frac{8}{13}$; $\sqrt{2,5}$. Подчеркните числа, которые принадлежат множеству рациональных чисел.
2. Округлите число 999,99 до десятых.	2. Округлите число 999,99 до десятков.
3. Вычислите: $\sqrt{(-55)^2}$.	3. Вычислите: $\sqrt{(-72)^2}$.
4. Можно ли представить дробь $\frac{7}{12}$ в виде конечной десятичной дроби?	4. Можно ли представить дробь $\frac{5}{18}$ в виде конечной десятичной дроби?
5. В коробке лежат только черные и белые шары в соотношении 2:9. Может ли общее количество шаров выражаться числом 74?	5. В математическом кружке мальчиков в 7 раз больше, чем девочек. Может ли общее число участников кружка выражаться числом 21?
6. Сколько натуральных чисел находится на промежутке $[-6; 3)$?	6. Сколько целых чисел находится на промежутке $(-2; 1]$?
7. Множество каких чисел является пересечением множеств натуральных и целых чисел?	7. Множество каких чисел является пересечением множеств целых и рациональных чисел?
8. Запишите множество $A = \{1; 2; 3; 4\}$; $B = \{1; 3; 5\}$. Найдите объединение этих множеств.	8. Запишите множество $A = \{1; 3; 5\}$; $B = \{2; 4; 6\}$. Найдите объединение этих множеств.

Ответы:

	1	2	3	4	5	6	7	8
I	$\sqrt{6}; \sqrt{2,5}$.	1000,0.	55.	Нет.	Нет.	Два.	Натуральных	$\{1; 2; 3; 4; 5\}$.
в.							чисел.	
II	$-1,2; \sqrt{121}; \frac{8}{13}$.	1000.	72.	Нет.	Нет.	Три.	Целых	$\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
в.							чисел.	

Итак, проведение математических диктантов по рассматриваемой методике дает возможность многоплановому развитию навыков самоконтроля учащихся в процессе их самостоятельной учебной деятельности.

3. Использование письменных инструкций к занятию.

Основная задача преподавателя состоит в развитии интереса к учению.

К.Д. Ушинский писал: «...учение, лишенное всякого интереса, и взятое только силой принуждения, ... убивает в ученике охоту к учению, без которой он далеко не уйдет» [66, С.71].

Жизнь постоянно требует, чтобы воспитание интереса было развивающим активность и самостоятельность мышления, приучающим к труду и активной умственной деятельности. Однако, каждый преподаватель знает, как трудно на уроке побудить уделять большое внимание организации и проведению самостоятельной работы учащихся [92].

Н.Н. Михайлова считает: «Важным условием повышения эффективности самостоятельной работы является умение преподавателя руководить познавательной деятельностью учащихся. Познавательный интерес носит избирательный характер. Большой интерес можно возбудить к тому, в чем возникает потребность, что имеет жизненно важное значение, следовательно, обучение нужно строить, связывая его с жизнью, чтобы перед учащимися вставляли задачи значимые, в решение которых включался бы он активно» [66, С.71].

С целью успешной реализации связи обучения с трудом следует: практическое задание подбирать с учетом повышения теоретического и практического уровня профессиональной подготовки; при изучении теоретического материала сохранять их систему и логику; трудовые действия обосновывать теоретически.

Например, будущим экономистам важно уметь производить расчеты по банковским процентам, необходимым для расчета ежемесячного платежа по кредитованию. Навык выражения и применения формул для решения таких задач может быть отработан на уроках алгебры и начала анализа, для этого можно использовать рекламные буклеты из любого банка, в которых указаны условия кредитования физических лиц [88].

Учащимся ставить задача: «Взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы: каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года; с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать одним платежом часть долга. Если ежегодно выплачивать по 58 564 рублей, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r » [46].

Для решения данной задачи можно составить **письменную инструкцию**. Такие инструкции представляют собой краткое изложение основных требований, предъявляемых к заданию, и способов его выполнения. Методика составления и применения письменных инструкций включает в себя два этапа: первый – определение целей обучения, объема и содержания учебного материала, подлежащего усвоению; второй – выделение системы вопросов и задач, а также дробление материала на части. Одно из основных назначений письменных инструкций – побуждение учащихся к самостоятельной деятельности.

Цель обучающая.

Экономика. Закрепить знания учащихся по решению задач на оптимизацию различных процессов и выработать навык по применению полученных знаний к определенным экономическим вопросам, связанных с его жизнью.

Математика. Закрепить навык решения задач на проценты с помощью формул «сложных процентов», научить переводить реальные предметные ситуации в различные математические модели.

Профессиональная значимость. Умение использовать знания математики и экономики в практической деятельности.

Цель воспитательная. На основе связи специальных и общеобразовательных дисциплин прививать учащимся уверенность в необходимости овладения всем комплексом знаний для успешного обучения профессии экономиста.

Учебно-методическая инструкция

Экономика.

1. Область применения «сложных процентов».
2. Последовательность операций при решении задач на «сложные проценты».
3. Формулы расчета банковских процентов и платежей.
4. Виды экономических задач.

Математика.

1. Обозначить с помощью переменных сумму кредита и ежегодные выплаты.
2. Выразить формулу изменения долга на июль месяц.
3. Выразить ежемесячные выплаты, если долг будет выплачен двумя равными платежами, и приравнять их к условию задачи.
4. Выразить ежемесячные выплаты, если долг будет выплачен четырьмя равными платежами, и приравнять их к условию задачи.
5. Найти отношение между найденными выплатами.
6. Подставить полученное отношение в формулу изменения долга на июль месяц.
7. Найти процент, на который увеличивается долг каждый январь.

Инструкции выдаются каждому учащемуся. В процессе выполнения этой работы учащиеся работают с учебником, справочной литературой, делают выводы из проделанной работы.

§6. Методические особенности организации письменных самостоятельных работ при изучении действительных чисел в школьном курсе математики

По мнению М.Р. Леонтьевой письменные работы по своему основному дидактическому назначению можно разделить на два вида: *обучающие* и *контролирующие*[37, С.4].

Обучающие самостоятельные работы

Обучающие работы в свою очередь можно разделить на две группы: работы по формированию знаний и работы по формированию навыков.

Цель работ по формированию знаний состоит в том, чтобы в процессе самостоятельной деятельности учащихся довести до сознания ученика содержание нового понятия, раскрыть его необходимые признаки, показать связь с ранее известными понятиями. Эти работы проводятся при первичном закреплении знаний, т.е. сразу после объяснения нового материала.

По мнению М.Р. Леонтьевой «Чтобы новые знания стали достоянием ученика, чтобы он мог ими оперировать в жизни, они должны быть не просто понятны, но и закреплены в сознании и памяти» [37, С.5].

Из особенностей первичного закрепления знаний вытекают некоторые особенности обучающих работ, проводимых на данном этапе отработки знаний и навыков.

М.Р. Леонтьева пишет: «Обучающие работы необходимо строить так, чтобы в процессе их выполнения ученик узнавал новое понятие среди множества уже известных понятий, воспроизводил определения, рассмотренные свойства математических объектов, доказывал теоремы, применял новые методы решения задач и т.п.» [37, С.5].

При выполнении обучающих работ можно разрешать учащимся пользоваться учебником, записями в тетради, таблицами, справочным материалом, плакатами и т.д.

Место этих работ во всей системе самостоятельных работ особое. Они производятся тогда, когда вводятся новые понятия, рассматриваются теоремы или свойства математических объектов.

Деятельность ученика при выполнении данных работ элементарна, протекает в форме простого воспроизведения изученного. Однако, эти работы способствуют накоплению опорных фактов, так необходимых в дальнейшем изучении математики [37, С.6].

По мнению М.Р. Леонтьевой: «Задания в работах по формированию знаний должны быть репродуктивного характера. Однако, возможно включение заданий вариативного характера, например, на составление задач.

Это обогатит работу и даст возможность ученику проявить свои математические способности. Но необходимо помнить, что такого рода задания являются нелегкими» [37, С.6].

Приведем пример работы на формирование понятия действительного числа. В эту работу следует включить задания, при выполнении которых ученик должен:

- выбрать из ряда чисел рациональные или иррациональные числа;
- сравнить действительные числа;
- преобразовать выражения, содержащие арифметические квадратные корни.

В соответствии с этим можно предложить, например, такую работу.

Задание 1. Какое из чисел $\sqrt{0,036}$, $\sqrt{0,36}$, $\sqrt{36 \cdot 10^6}$, $\sqrt{3600}$ является иррациональным [42]?

- 1) $\sqrt{0,036}$ 2) $\sqrt{0,36}$ 3) $\sqrt{36 \cdot 10^6}$ 4) $\sqrt{3600}$

Задание 2. Какое из чисел $\sqrt{14,4}$, $\sqrt{0,144}$, $\sqrt{144 \cdot 10^4}$, $\sqrt{1440}$ является рациональным [3]?

- 1) $\sqrt{14,4}$ 2) $\sqrt{0,144}$ 3) $\sqrt{144 \cdot 10^4}$ 4) $\sqrt{1440}$

Задание 3. Среди чисел $\sqrt{\frac{9}{25}}$, $\sqrt{0,64}$, $\sqrt{289}$, $\sqrt{1,6}$, $\sqrt{361}$, $\sqrt{0,09}$, $\sqrt{0,144}$ найдите иррациональное [2].

- 1) $\sqrt{\frac{9}{25}}$ 2) $\sqrt{0,64}$ 3) $\sqrt{289}$ 4) $\sqrt{1,6}$
5) $\sqrt{0,09}$ 6) $\sqrt{361}$ 7) $\sqrt{0,144}$ 8) все числа рациональны.

Задание 4. Укажите рациональное число среди данных $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})$; $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$; $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ [42].

- 1) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})$ 2) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$
3) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ 4) нет рационального числа.

Задание 5. Укажите рациональное число среди данных $\sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3})$; $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$; $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$ [42].

1) $\sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3})$ 2) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ 3) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$ 4) нет рационального числа.

Задание 6. Расположите в порядке возрастания числа $3\sqrt{5}$; $2\sqrt{6}$ и 6 [21].

Ответ: _____ .

Задание 7. Расположите числа $7\sqrt{3}$; $8\sqrt{2}$; $4\sqrt{7}$; $5\sqrt{6}$ в порядке убывания [21].

Ответ: _____ .

Задание 8. Найдите сумму целых чисел, между которыми заключено число $3\sqrt{3}$ [21].

1) 23 2) 17 3) 19 4) 11

Задание 9. Какому промежутку принадлежит число $\sqrt{6}$ [21]?

1) $(-\infty; 2)$ 2) $[2; 2,5)$ 3) $[2,5; 3)$ 4) $[3; +\infty)$

Ответы:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	4,7	3	2	$2\sqrt{6}; 6; 3\sqrt{5}$	$5\sqrt{6}; 7\sqrt{3}; 8\sqrt{2};$	4	2
						$4\sqrt{7}$		

Приведем еще пример обучающей работы, которую можно провести при изучении учащимися понятия действительного числа.

Задание 1: Выпишите рациональное число: $1,5$; $\sqrt{4}$; $-1,52$; $\sqrt{7}$; $1,4(77)$; $\sqrt{5,29}$ [2].

Задание 2: Выпишите иррациональное число: 0 ; π ; $\sqrt{3,24}$; $\sqrt{5}$; $-448,09$; $2, (201)$ [2].

Задание 3: Вычислите

а) $0,1\sqrt{200} - 2\sqrt{0,08} + 4\sqrt{0,5} - 0,4\sqrt{50}$;

б) $5\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{1}{2}\sqrt{20} + \sqrt{500} - 0,2\sqrt{3125}$;

в) $\sqrt{176} - 2\sqrt{99} - \sqrt{891} + \sqrt{1584}$;

г) $\sqrt{1,25} - \frac{1}{14}\sqrt{245} + \sqrt{180} - \sqrt{80}$ [2].

Задание 4: Запишите в виде обыкновенной дроби десятичную периодическую дробь 7, (31); 0,26(6); 0,5(5); 0,237(7) [42].

Задание 5: Сравните: а) $2 + \sqrt{5}$ и $\sqrt{7}$; б) $-3,86$ и $-\sqrt{11}$ [21].

Задание 6: Расположите в порядке возрастания $3\sqrt{2}$; $-2\sqrt{3}$; -2 ; $\frac{\pi}{2}$; $\sqrt{17}$; $-\pi$ [21].

Задание 7: Вычислите и отметьте, каким числом является значение выражения $(\sqrt{245} - 3)(3 + 7\sqrt{5})$ [2].

Задание 8: Найдите число равноудаленное от чисел $\frac{46}{47}$ и $\frac{47}{46}$ [21].

Задание 9: Найдите значение выражения [42]:

а) $\sqrt{11, (1)}$; б) $\sqrt{65^2 - 56^2}$; в) $(\sqrt{29} - \sqrt{17})(\sqrt{17} + \sqrt{29})$ г) $\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}}$

Задание 10: Сравните [21]:

а) $\sqrt{3,9} + \sqrt{8}$ и $\sqrt{1,1} + \sqrt{17}$; б) $\sqrt{10} - \sqrt{2,1}$ и $\sqrt{11} - \sqrt{3,1}$.

Задание 11: Вычислите [2]:

а) $(\sqrt{7} - 2\sqrt{10} + \sqrt{2}) \cdot 2\sqrt{5}$;

б) $\sqrt{(16 - 6\sqrt{7} + \sqrt{7}) \cdot 3}$;

в) $\sqrt{\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} - 2\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} + 7}$.

Цель работ по формированию навыков состоит в том, чтобы у учащихся формировались и совершенствовались навыки выполнения тождественных преобразований, решения задач, уравнений и неравенств, навыки построения графиков различных функций.

По мнению М.Р. Леонтьевой: «При составлении заданий для таких работ следует исходить из принципа «от простого к сложному». Содержание

и порядок вопросов и заданий в работе должны определять течение мысли учащегося, фиксировать внимание на трудных моментах, вырабатывать логику суждений. Каждое предыдущее задание должно помогать выполнять последующее, а последующее – готовить к восприятию новых заданий и закреплять предыдущие. Упражнения, следующие одно за другим, должны в принципиальном отношении незначительно отличаться друг от друга. Это отличие может заключаться в весьма небольшом изменении условия (новые коэффициенты, иное расположение членов, иные знаки, более высокие показатели степени и т.п.)» [37, С.8].

Рассмотрим работу на формирование навыков преобразования выражений, содержащих действительные числа.

Таблица 2.

Самостоятельная работа по формированию навыков преобразования выражений

Вариант 1	Вариант 2
<p>1. Вычислите:</p> <p>а) $\sqrt[3]{50} \cdot \sqrt[3]{20}$;</p> <p>б) $3^4 \cdot 3^{-13} \cdot 3^{-5} \cdot 3^{11}$;</p> <p>в) $2 \cdot 125^{-\frac{1}{3}}$;</p> <p>г) $(2^{0,5})^{-0,5} \cdot (0,5)^{-1,25}$.</p> <p>2. Сократите дробь и найдите значение выражения при $x = 2$:</p> $\frac{x + y}{x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}}}$ <p>3. Сравните числа:</p> $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2} \text{ и } \sqrt[7]{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^2}$	<p>1. Вычислите:</p> <p>а) $\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[4]{3}$;</p> <p>б) $2^{-1} + (-3)^{-3}$;</p> <p>в) $\left(2^{-\frac{1}{7}}\right)^{1,4} \cdot 4^{\frac{1}{10}}$;</p> <p>г) $0,00032^{0,4}$.</p> <p>2. Сократите дробь и найдите значение выражения при $x = 2$:</p> $\frac{x^{\frac{3}{2}} - y^{\frac{3}{2}}}{x + x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} + y}$ <p>3. Сравните числа:</p> $\sqrt[5]{\left(1\frac{1}{4} - 1\frac{1}{5}\right)^3} \text{ и } \sqrt[5]{\left(1\frac{1}{6} - 1\frac{1}{7}\right)^3}$

Приведем пример работы по алгебре для учащихся 8-ых классов по формированию навыков практического применения знаний о действительных числах:

Задача 1 [84]. Сравните числа:

- а) $1,(34)$ и $1,34$; б) $\sqrt{7}$ и 3 ; в) $\sqrt{5}$ и 2 ;
- г) $\sqrt{17,3}$ и 4 ; д) $-54,72$ и $-54,679$; е) $3,1415$ и $\frac{22}{7}$.

Задача 2 [85]. Дан прямоугольник со сторонами 2 и $\sqrt{3}$, в него вписаны два треугольника, как показано на рисунке 3.

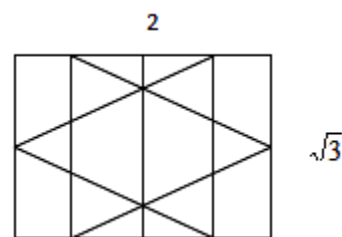


Рисунок 3

а) Докажите, что треугольники являются равносторонними.

б) Выясните, соизмеримы ли высота вписанного треугольника и диагональ прямоугольника.

в) Выясните, каким числом (рациональным или иррациональным) выражается отношение площадей треугольника и прямоугольника.

Задача 3 [87]. Докажите, что дробь $0,1234567\dots$, в которой после запятой выписаны подряд все натуральные числа, не является периодической, т.е. не задает рациональное число.

Задача 4 [87]. Выберите два произвольных рациональных числа и покажите, что между ними содержится хотя бы одно иррациональное число.

Задача 5 [86]. Докажите, что корнями уравнения $x^2 - 13x - 11 = 0$ являются два иррациональных числа, сумма и произведение которых не только рациональные, но даже целые.

Задача 6 [86]. Докажите, что на прямой $y = 7x - 3$ координаты любой точки либо обе рациональные, либо обе иррациональные.

Решение:

- а) $1,(34) < 1,34$; б) $\sqrt{7} < 3$; в) $\sqrt{5} > 2$; г) $\sqrt{17,3} > 4$;
 д) $-54,72 < -54,679$ е) $3,1415 < \frac{22}{7}$.

2. а) Рассмотрим вписанный треугольник ABC.

AC – основание, AB и BC – боковые стороны, BH – высота.

$$AC = \sqrt{3}, BH = \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3}{2}. \text{ По теореме Пифагора: } AB = \sqrt{\left(\frac{AC}{2}\right)^2 + BH^2}$$

$$AB = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{3}. \text{ Сторона } BC \text{ находится аналогично.}$$

$AB=BC=AC=\sqrt{3}$, следовательно треугольник равносторонний.

б) Найдем диагональ l прямоугольника. По теореме Пифагора:

$$l = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4+3} = \sqrt{7}. \text{ Найдем отношение высоты треугольника к}$$

диагонали прямоугольника: $\frac{BH}{l} = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{7}} = \frac{3}{2\sqrt{7}}$, следовательно, высота

треугольника и диагональ прямоугольника несоизмеримы.

3. Предположим, что эта дробь является периодической, тогда ее период содержит n знаков, т.е., начиная с некоторого места, будет повторяться одна и та же последовательность из n цифр. И где-то обязательно встретятся подряд n нулей, а поэтому из периодичности дроби вытекало бы, что ее период состоит из одних нулей, т.е. эта дробь является конечной. Но такой вывод противоречит способу задания дроби. Следовательно, число $0,1234567\dots$ является иррациональным.

4. Выберем, например, числа $4,3786$ и $4,32792$. Первые цифры искомого числа α подбираем так, чтобы $4,32786 < \alpha < 4,32792$, например, $\alpha = 4,32788\dots$. Чтобы оказалось α иррациональным. Можно сконструировать

его в виде $\alpha = 4,32788 + 0,00001 \cdot a$, где a – иррациональное число.

Например, если $a = 0,123\dots9101112\dots$, то $\alpha = 4,32788123457\dots$.

Возьмем два рациональных числа 1 и 2 , между ними содержится число $\sqrt{2}$ – иррациональное число.

5. Пусть x_1 и x_2 – корни данного уравнения. По теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 13 \\ x_1 \cdot x_2 = 11 \end{cases}.$$

Решив данную систему получим: 1) $x_1 = 13 - \frac{3 - \sqrt{53}}{2}$, $x_2 = \frac{3 - \sqrt{53}}{2}$.

$$2) x_1 = 13 - \frac{3 + \sqrt{53}}{2}, x_2 = \frac{3 + \sqrt{53}}{2}.$$

6. Пусть x - иррациональное число, а $y = 7x - 3$ - рациональное число, тогда $x = \frac{y+3}{7}$ - рациональное число, как частное двух рациональных чисел. Получили противоречие. Следовательно y - иррациональное число.

Контролирующие самостоятельные работы

Основное место в самостоятельной деятельности учащихся занимают контролируемые самостоятельные работы, которые предназначены для контроля знаний, умений и навыков, полученных при изучении отдельной темы.

В работе М.Р. Леонтьевой написано: «Контролирующие работы принято разделять на следующие виды: проверочные, контрольные, обзорные и итоговые. Каждый из видов имеет свои особенности, свои цели. Поэтому требования, предъявляемые к составлению этих работ, должны быть различны» [37, С.10].

Рассмотрим *проверочные* работы и составим самостоятельную работу, которую можно предложить учащимся 10-ых классов после изучения темы «Действительные числа». В данной работе могут быть включены задания не только репродуктивного, но и реконструктивного характера, которые будут составлять основную часть всей работы.

Таблица 3.

Проверочная самостоятельная работа по теме «Действительные числа»

Вариант 1	Вариант 2
1. Вычислите: $\frac{\left(\frac{1}{7^3} \cdot \frac{2}{7^3}\right)^3}{7^{-3}}$.	1. Вычислите: $\frac{6^{-4}}{\left(6^{-\frac{3}{5}} \cdot 6^{\frac{1}{5}}\right)^5}$.
2. Вычислите $\left(\sqrt[3]{\sqrt{8}}\right)^2$.	2. Вычислите $\left(\sqrt[3]{\sqrt{25}}\right)^3$.
3. Упростите выражение	3. Упростите выражение

$\left(\frac{1}{a^{\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1} \cdot a^{\sqrt{2}+1}$. 4. Запишите бесконечную периодическую дробь 0,(43) в виде обыкновенной дроби. 5. Сократите дробь $\frac{\sqrt{a^3-a}}{a-2a^{\frac{1}{2}}+1}$. 6. Сравните числа $(2,3)^{\sqrt{2}}$ и $\left(2\frac{2}{9}\right)^{\sqrt{2}}$. 7. Вычислить $\sqrt{9+\sqrt{17}} \cdot \sqrt{9-\sqrt{17}}$.	$(a^{\sqrt{3}+1}) \cdot \frac{1}{a^{4+\sqrt{3}}}$. 4. Запишите бесконечную периодическую дробь 0,3(6) в виде обыкновенной дроби. 5. Сократите дробь $\frac{b+4\sqrt{b+4}}{b^{\frac{2}{3}}+2b}$. 6. Сравните числа $(0,6)^{\sqrt[3]{5}}$ и $\left(\frac{5}{6}\right)^{\sqrt[3]{5}}$. 7. Вычислить $\sqrt[3]{\sqrt{52}-5} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{52}+5}$.
---	---

По завершению изучения темы «Действительные числа» в 8-ых классах, учащимся может быть предложена *контрольная* работа в виде теста, состоящего из двух частей. В первой части представлены задания с выбором ответа, а во второй части – с подробным объяснением. Работа рассчитана на 20 минут.

Таблица 4.

Контрольная работа по теме «Действительные числа»

Вариант 1 Часть 1	Вариант 2 Часть 1
1) Переведите обыкновенную дробь $2\frac{1}{6}$ в периодическую дробь: а) 2,(16); б) 0,16; в) 2,1(6); г) 2,16. 2) Переведите периодическую дробь 4,(15) в обыкновенную дробь: а) $4\frac{15}{100}$; б) $4\frac{15}{90}$; в) $4\frac{1}{15}$; г) $4\frac{5}{33}$. 3) Упростите $\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2} - 3\sqrt{2}$. а) $-3 - 2\sqrt{2}$; б) $-5\sqrt{2}$; в) $3 - 4\sqrt{2}$; г) $-\sqrt{2}$. 4) Выбрать иррациональное число: а) $\sqrt{100}$; б) 2,1(5); в) $\sqrt{7}$; г) $3\frac{1}{7}$.	1) Переведите обыкновенную дробь $3\frac{5}{11}$ в периодическую дробь: а) 3,(5); б) 3,4(5); в) 3,5(11); г) 3,(45). 2) Переведите периодическую дробь 0,2(3) в обыкновенную дробь: а) $\frac{23}{99}$; б) $\frac{23}{90}$; в) $\frac{7}{30}$; г) $\frac{7}{33}$. 3) Упростите $4\sqrt{5} - \sqrt{(4-\sqrt{5})^2}$. а) $5\sqrt{5} - 4$; б) $3\sqrt{5} - 4$; в) $-\sqrt{5}$; г) 0. 4) Выбрать рациональное число: а) $\sqrt{11}$; б) 1,(75); в) $\sqrt{-4}$; г) $\sqrt{8}$.
Часть 2	Часть 2
1) Вычислить значение выражения $1,(7) \cdot \frac{3}{4} : 2,(6) + 2,53(8)$. 2) Сравнить значения данных выражений:	1) Вычислить значение выражения $\left(2,1(3) \cdot \frac{5}{8} + 0,4(6)\right) - 2,(5)$. 2) Сравнить значения данных выражений:

а) $2\sqrt{5}u\sqrt{2,5}$; б) $\sqrt{140}u\frac{1}{7+4\sqrt{3}} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}}$. 3) Упростить выражение $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(5-\sqrt{5})^2}$.	а) $\sqrt{6}u\ 3\sqrt{0,6}$; б) $\frac{1}{5\sqrt{2}-7} - \frac{1}{5\sqrt{2}+7}u\sqrt{250}$. 3) Упростить выражение $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$.
---	---

Ответы:

Часть 1	1	2	3	4	Часть 2	1	2 (а)	2 (б)	3
I	В	Г	В	В	I	$3\frac{7}{180}$	больше	меньше	3
II	Б	В	Б	Б	II	$2\frac{11}{45}$	больше	больше	1

§7. Организация самостоятельной работы учащихся при подготовке к государственной итоговой аттестации учащихся одиннадцатых классов по теме «Действительные числа»

При подготовке учащихся одиннадцатых классов к государственной итоговой аттестации, необходимо повторить знания о множестве действительных чисел и умения преобразовывать выражения с действительными числами. Для этого учитель может использовать системы упражнений, которые отвечают требованиям к уровню подготовки учащихся и элементам содержания рассматриваемой темы.

В.А. Байдак выделяет следующие требования к системе упражнений: «задачи должны быть подчинены единой цели – способствовать усвоению знаний и умений не ниже заданных в государственном образовательном стандарте; система задач должна строиться с учетом возрастных психологических особенностей учащихся и быть рассчитана на разных учеников, допускать возможность проявления учащимися своей индивидуальности; необходимо разнообразие задач за счет варьирования по разным параметрам (числовым данным, сюжетам) и с учетом разных уровней подготовки учащихся для развития познавательной самостоятельности; система задач должна способствовать организации элементарной исследовательской и творческой деятельности учащихся; система задач должна учитывать требования к структуре, сложности и трудности задач и их

решений, к их содержанию и повторяемости; система задач должна быть полной (в ней должны содержаться, по крайней мере, по одной задаче из каждого класса эквивалентности)»[5, С.25].

Эти требования были взяты за основу для создания системы упражнений для подготовки учащихся одиннадцатых классов к сдаче единого государственного экзамена.

В ходе анализа кодификатора требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения ЕГЭ по математике и кодификатора элементов содержания по математике для составления КИМ для проведения ЕГЭ [30] были выделены следующие требования и элементы, связанные с понятием действительного числа:

Таблица 5.

Требования к уровню подготовки выпускников и элементы содержания для составления КИМ

<i>Требования к уровню подготовки</i>	<i>Элементы содержания по математике</i>
Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма. Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования. Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции [30].	Целые числа. Степень с натуральным показателем. Дроби, проценты, рациональные числа. Степень с целым показателем. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и её свойства. Свойства степени с действительным показателем [30].

Учитывая требования к системе упражнения и результат проанализированных кодификаторов, составим систему упражнений для подготовки учащихся одиннадцатых классов к государственной итоговой аттестации, связанную с действительными числами.

Система упражнений будет состоять из четырех блоков, в каждом из которых будем по отдельности рассматривать упражнения, направленные на закрепление знаний, умений и навыков при вычислении и преобразовании

рациональных, иррациональных, логарифмических и тригонометрических выражений.

Блок I. Вычисление числовых рациональных выражений.

Пример 1: Найдите значение выражения: $2^9 \cdot 9^{10} : 18^7$.

Решение: $2^9 \cdot 9^{10} : 18^7 = 2^9 \cdot 9^{10} : (2 \cdot 9)^7 = \frac{2^9 \cdot 9^{10}}{2^7 \cdot 9^7} = 2^2 \cdot 9^3 = 4 \cdot 729 = 2916$.

Ответ: 2916.

Прототипы задания №1.

Найдите значение выражения:

- | | |
|-----------------------------------|---------------------------------|
| 1) $3^4 \cdot 5^8 : 15^4$; | 6) $5^6 \cdot 2^6 : 10^4$; |
| 2) $4^7 \cdot 11^4 : 44^4$; | 7) $5^6 \cdot 3^4 : 15^4$; |
| 3) $4^{10} \cdot 9^{10} : 36^8$; | 8) $11^7 \cdot 2^{12} : 22^7$; |
| 4) $2^7 \cdot 25^5 : 50^4$; | 9) $9^8 \cdot 25^7 : 225^6$. |
| 5) $3^5 \cdot 25^6 : 75^5$; | |

Пример 2: Найдите значение выражения: $\left(7\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\right) \cdot 25,6$.

Решение: $\left(7\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\right) \cdot 25,6 = \left(7\frac{4}{8} - \frac{3}{8}\right) \cdot 25,6 = 7\frac{1}{8} \cdot 25,6 = \frac{57}{8} \cdot 25,6 = \frac{57 \cdot 25,6}{8} = 57 \cdot 3,2 = 22,4$.

Ответ: 22,4.

Прототипы задания №2.

Найдите значение выражения:

- | | |
|--|---|
| 1) $\left(7\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\right) \cdot 25,6$; | 6) $\left(\frac{5}{8} + 3\frac{3}{4}\right) \cdot 40$; |
| 2) $\left(4\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \cdot 0,24$; | 7) $\left(-\frac{1}{4} - 6\frac{2}{3}\right) \cdot 96$; |
| 3) $\left(2\frac{1}{3} - 1\frac{3}{8}\right) \cdot 12$; | 8) $\left(-\frac{5}{8} + \frac{1}{4}\right) \cdot 1,28$; |
| 4) $\left(1\frac{4}{5} + \frac{1}{4}\right) \cdot 200$; | 9) $\left(-1\frac{1}{6} + 3\frac{1}{3}\right) \cdot 450$ [87, С.181]. |
| 5) $\left(1\frac{4}{5} + 5\frac{2}{3}\right) \cdot 468,75$; | |

Блок II. Вычисление числовых иррациональных выражений.

Пример 3: Найдите значение выражения: $\sqrt{936^2 - 864^2}$.

Решение: $\sqrt{936^2 - 864^2} = \sqrt{(936 - 864) \cdot (936 + 864)} = \sqrt{72 \cdot 1800} =$
 $\sqrt{72 \cdot 2 \cdot 900} = \sqrt{144 \cdot 900} = 12 \cdot 30 = 360.$

Ответ: 360.

Прототипы задания №3.

Найдите значение выражения:

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $\sqrt{325^2 - 300^2};$ | 6) $\sqrt{890^2 - 168^2};$ |
| 2) $\sqrt{35^2 - 28^2};$ | 7) $\sqrt{34^2 - 16^2};$ |
| 3) $\sqrt{320^2 - 192^2};$ | 8) $\sqrt{1066^2 - 616^2};$ |
| 4) $\sqrt{610^2 - 272^2};$ | 9) $\sqrt{425^2 - 200^2}.$ |
| 5) $\sqrt{772^2 - 380^2};$ | |

Пример 4: Найдите значение выражения: $4^{\sqrt{7}+2} \cdot 4^{1-\sqrt{7}}.$

Решение: $4^{\sqrt{7}+2} \cdot 4^{1-\sqrt{7}} = 4^{\sqrt{7}+2+(1-\sqrt{7})} = 4^{(1+2)+(\sqrt{7}-\sqrt{7})} = 4^3 = 64.$

Ответ: 64.

Прототипы задания №4.

Найдите значение выражения:

- | | |
|---|---|
| 1) $3^{\sqrt{2}+4} \cdot 3^{-3-\sqrt{2}};$ | 6) $4^{\sqrt{5}+1} \cdot 4^{2-\sqrt{5}};$ |
| 2) $2^{\sqrt{6}+6} \cdot 2^{-4-\sqrt{6}};$ | 7) $2^{\sqrt{3}+5} \cdot 2^{-2-\sqrt{3}};$ |
| 3) $9^{\sqrt{3}+10} \cdot 9^{-8-\sqrt{3}};$ | 8) $5^{\sqrt{2}+9} \cdot 5^{-4-\sqrt{2}};$ |
| 4) $7^{\sqrt{2}+6} \cdot 7^{-2-\sqrt{2}};$ | 9) $2^{\sqrt{11}+10} \cdot 2^{-8-\sqrt{11}};$ |
| 5) $7^{\sqrt{3}+4} \cdot 7^{1-\sqrt{3}};$ | 10) $5^{\sqrt{6}+7} \cdot 5^{-5-\sqrt{6}}$ [85,С.85]. |

Блок III. Вычисление числовых логарифмических выражений.

Пример 5: Найдите значение выражения: $\log_6 126 - \log_6 3,5.$

Решение: $\log_6 126 - \log_6 3,5 = \log_6 \frac{126}{3,5} = \log_6 36 = 2.$

Ответ: 2.

Пример 6: Найдите значение выражения: $133 \log_{13} \sqrt[7]{13}.$

Решение: $133 \log_{13} \sqrt[7]{13} = 133 \log_{13} 13^{\frac{1}{7}} = 133 \cdot \frac{1}{7} \log_{13} 13 = 19 \cdot 1 = 19.$

Ответ: 19.

Прототипы задания №5.

Найдите значение выражения:

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1) $16^{\log_4 13}$; | 16) $\frac{\log_5 \sqrt[4]{14}}{\log_5 14}$; |
| 2) $64^{\log_8 7}$; | 17) $\frac{\log_5 \sqrt[3]{26}}{\log_5 26}$; |
| 3) $9^{\log_3 \sqrt{7}}$; | 18) $\log_8 112 - \log_8 1,75$; |
| 4) $\frac{\log_9 22}{\log_{81} 22}$; | 19) $17 \cdot 4^{\log_4 14}$; |
| 5) $\frac{\log_5 5}{\log_{16} 5}$; | 20) $11 \cdot 9^{\log_9 18}$; |
| 6) $\log_2 3 \cdot \log_3 4$; | 21) $11 \cdot 8^{\log_8 9}$; |
| 7) $\log_4 3 \cdot \log_3 16$; | 22) $17 \cdot 11^{\log_{11} 11}$; |
| 8) $\log_3 5 \cdot \log_5 27$; | 23) $13 \cdot 9^{\log_9 14}$; |
| 9) $\log_4 \log_6 36$; | 24) $16 \cdot 14^{\log_{14} 15}$; |
| 10) $\log_9 \log_2 8$; | 25) $15 \cdot 14^{\log_{14} 4}$; |
| 11) $\log_{11} 12,1 + \log_{11} 10$; | 26) $3 \cdot 7^{\log_7 15}$; |
| 12) $\log_5 6,25 + \log_5 4$; | 27) $4 \cdot 7^{\log_7 1}$; |
| 13) $\log_3 5,4 + \log_3 5$; | 28) $10 \cdot 4^{\log_4 17}$; |
| 14) $6^{\log_{36} 16}$; | 29) $2 \cdot 13^{\log_{13} 2}$ [49, С.19]. |
| 15) $3^{\log_9 4}$; | |

Блок IV. Вычисление числовых тригонометрических выражений.

Пример 7: Найдите значение выражения: $\frac{18 \sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ}{\sin 80^\circ}$.

Решение: $\frac{18 \sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ}{\sin 80^\circ} = \frac{9 \cdot 2 \sin 40^\circ \cos 40^\circ}{\sin 80^\circ} = \frac{9 \sin 80^\circ}{\sin 80^\circ} = 9$.

Ответ: 9.

Пример 8: Найдите значение выражения: $\frac{4 \cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$.

Решение: $\frac{4 \cos 146^\circ}{\cos 34^\circ} = \frac{4 \cos(180-34)^\circ}{\cos 34^\circ} = \frac{-4 \cos 34^\circ}{\cos 34^\circ} = -4$.

Ответ: -4 [85, С. 25].

Прототипы задания №6.

Найдите значение выражения:

- | | |
|--|--|
| 1) $\frac{10 \sin 16^\circ \cdot \cos 16^\circ}{\sin 32^\circ}$; | 11) $\frac{2 \cos 28^\circ}{\cos 152^\circ}$; |
| 2) $\frac{6 \sin 116^\circ \cdot \cos 116^\circ}{\sin 232^\circ}$; | 12) $\frac{9 \sin 132^\circ}{\sin 228^\circ}$; |
| 3) $\frac{38 \sin 58^\circ \cdot \cos 58^\circ}{\sin 116^\circ}$; | 13) $4 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,5$; |
| 4) $\frac{18 \sin 117^\circ \cdot \cos 117^\circ}{\sin 234^\circ}$; | 14) $16 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,5$; |
| | 15) $-20 \operatorname{tg} 52^\circ \cdot \operatorname{tg} 142^\circ$; |

5) $\frac{18 \sin 111^\circ \cdot \cos 111^\circ}{\sin 222^\circ};$

6) $\frac{28 \sin 147^\circ \cdot \cos 147^\circ}{\sin 294^\circ};$

7) $\frac{28 \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}{\sin 40^\circ};$

8) $\frac{30 \sin 80^\circ \cdot \cos 80^\circ}{\sin 160^\circ};$

9) $\frac{30 \sin 56^\circ \cdot \cos 56^\circ}{\sin 112^\circ};$

10) $\frac{6 \cos 207^\circ}{\cos 27^\circ};$

16) $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ и $\alpha \in$

$(\pi; 2\pi);$

17) $2 \operatorname{tg} 15^\circ \cdot \operatorname{tg} 105^\circ;$

18) $\frac{6 \cos 207^\circ}{\cos 27^\circ};$

19) $2 \operatorname{tg} 15^\circ \cdot \operatorname{tg} 105^\circ$ [87, С. 183].

§8. Элективный курс «Действительные числа в задачах на вычисления»

Предметные элективные курсы, которые позволяют спроектировать каждому учащемуся индивидуальную образовательную программную траекторию, являются одной из составляющих профильного обучения старшеклассников.

Программа элективного курса «Действительные числа в задачах на вычисления» предназначена для учащихся 11 класса, планирующих сдавать ЕГЭ профильного уровня. Она направлена на углубление, обобщение знаний и умений обучающихся по числовой содержательной линии.

Для ее реализации достаточно знаний и умений по математике, полученных в основной школе. Содержание материала, представленного в программе, построено таким образом, что учащиеся на элективном курсе углубляют базовые знания, полученные на уроках алгебры и начал анализа, и получают умения решать задачи повышенной сложности.

Актуальность предлагаемой программы определяется следующими соображениями:

1) материал, предлагаемый в данной программе, углубляет знания учащихся по теме действительные числа;

2) способствует формированию познавательных универсальных учебных действий учащихся, с помощью задач на вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа;

3) ориентирует на создание условий для социального, профессионального самоопределения, творческой самореализации личности одаренного ребенка.

Педагогическая целесообразность предлагаемой программы объясняется следующими мотивами:

- обеспечить более глубокое и осознанное изучение действительных чисел;
- создает условия для решения и анализа задач на вычисления, содержащих действительные числа.

Цель и задачи программы элективного курса:

Цель: Закрепление теоретических знаний по теме действительные числа и выработка навыков и умений обучающихся при решении задачи на вычисление.

Задачи курса:

- повторить и систематизировать знания о множестве действительных чисел;
- рассмотреть типы задач на вычисления с действительными числами;
- рассмотреть алгоритмы решения задач на вычисления с действительными числами;
- повысить уровень вычислительной культуры обучающихся.

Отличительные особенности данного элективного курса:

- курс построен по модульному принципу, который позволяет успешно организовать исследовательскую деятельность обучающихся на занятиях;
- обобщает материал по теме действительные числа и задачам на вычисления рациональных, иррациональных, тригонометрических и логарифмических выражений, содержащих действительные числа;

– способствует формированию познавательных УУД учащихся.

Программа элективного курса рассчитана на 17 часа (1 ч. в неделю).

Форма занятия:

Занятия курса организуются в нескольких формах:

- индивидуальной;
- фронтальной.

Особенности организации учебных занятий:

– в ходе изучения проводятся краткие теоретические опросы по знанию формул и основных понятий;

– в ходе курса учащимся предлагаются различного типа сложности задачи;

– процесс изучения содержания программного материала распределен во времени с учетом его достаточности для качественного изучения содержащихся в программе знаний;

– содержание построено таким образом, что изучение всех последующих тем обеспечивается предыдущими или знаниями базовых курсов; между частными и общими знаниями прослеживаются связи.

Виды деятельности:

– фронтальная работа над решением задач, под руководством учителя;

– фронтальная работа над решением задач, под руководством обучающихся;

– коллективная проверка выполнения упражнений;

– обсуждение способов решения задач на вычисления;

– самостоятельная работа обучающихся с научной литературой;

– взаимопроверку.

Виды занятий:

– урок-лекция;

– урок-практикум;

– урок-семинар;

– итоговая контрольная работа.

Ожидаемые результаты и способы определения их результативности

В результате изучения программы данного элективного курса учащиеся должны:

– знать краткую историю и вклад ученых в развитие понятия множества действительных чисел;

– знать и уметь определять какие числа называются натуральными, целыми, рациональными, иррациональными, действительными;

– уметь представлять действительные числа в виде бесконечных десятичных дробей;

– уметь изображать действительные числа на координатной прямой и координатной плоскости;

– знать свойства порядка, сложения, вычитания, умножения и деления действительных чисел;

– уметь сравнивать складывать, умножать, вычитать и делить действительные числа;

– уметь преобразовывать и вычислять значения рациональных и иррациональных выражений, алгебраических дробей, тригонометрических и логарифмических выражений;

– уметь решать задачи на вычисления, содержащие действительные числа.

Выполнение практических занятий имеет целью закрепить и увеличить у обучающихся теоретические знания и развить математические навыки и умения, необходимые в практической деятельности и по повседневной жизни,

Основными формами проведения итогов реализации данной образовательной программы являются следующие:

– текущий контроль уровня усвоения материала осуществляется в результате выполнения обучающимися домашних заданий и коллективной и индивидуальной проверках выполненных задач на вычисления.

– итоговый контроль осуществляется проведением уроков-семинаров, на которых обучающиеся представляют свои проекты и диагностической работы, которая состоит из трех частей.

Данная программа может быть использована, как в общеобразовательных, так и в классах с профильным изучением математики.

Таблица 6.

УЧЕБНО - ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№	Содержание темы	Кол-во часов	Виды занятий
I	Задачи на вычисление значений рациональных и иррациональных выражений и дробей	6	
1	Из истории развития действительного числа.	1	Урок-лекция Уроки-практикумы. Урок-семинар.
2	Задачи на преобразование и вычисление рациональных выражений и алгебраических дробей	2	
3	Задачи на преобразование и вычисление иррациональных выражений	2	
4	Семинар по теме: Цепные дроби	1	
II	Задачи на вычисление значений тригонометрических выражений	5	
5	Задачи на преобразование и вычисление числовых тригонометрических выражений	2	Уроки-практикумы. Урок-семинар.
6	Задачи на преобразование и вычисление буквенных тригонометрических выражений	2	
7	Семинар по теме: Рациональные приближения и трансцендентность	1	
III	Задачи на вычисление значений логарифмических выражений	6	
8	Задачи на преобразование и вычисление числовых логарифмических выражений	2	Уроки-практикумы. Урок семинар.
9	Задачи на преобразование и вычисление буквенных логарифмических выражений	2	
10	Семинар по теме: Реальные задачи	1	
11	Контрольная работа	1	

СОДЕРЖАНИЕ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА

Занятие №1. Из истории развития действительного числа.

Основная цель – изучить основные исторические этапы развития понятия действительного числа.

Вопросы и примеры задач.

Вопрос 1. Каким образом и в какое время появились отрицательные и дробные числа?

Вопрос 2. С какими новыми системами счисления вы познакомились на занятии?

Вопрос 3. Когда и при каких обстоятельствах были сформулированы понятия натуральных, целых, рациональных, иррациональных, действительных чисел?

Вопрос 4. В чем заключается сущность теорий Р. Дедекинда, Г. Кантора, К. Вейерштрасса?

Вопрос 5. Какие выражения называются рациональными?

Вопрос 6. Какие выражения называются иррациональными?

Вопрос 7. Какие выражения называются дробно-рациональными?

Задание 1. Сосчитайте, сколько звезд на небе.

Задание 2. Запишите число 56 в шестидесятеричной системе счисления вавилонян.

Задание 3. Запишите число 325 в позиционной системе счисления Индии.

Задание 4. Найдите расстояние от берега до корабля на море.

Занятие №2. Задачи на преобразование и вычисление рациональных выражений и алгебраических дробей.

Основная цель – научиться решать задачи разного уровня сложности на преобразование и вычисление рациональных выражений и алгебраических дробей.

Вопросы и примеры задач.

Вопрос 1. Какие выражения называются рациональными?

Вопрос 2. Какие выражения называются дробно-рациональными?

Вопрос 3. Какие преобразования рациональных выражений и алгебраических дробей вы знаете?

Вопрос 4. В периодической десятичной дроби $0,242424\dots$ первую цифру после запятой заменили на 4. Во сколько раз полученное число больше исходного?

Вопрос 5. Число $\frac{1711}{2011}$ обратили в бесконечную десятичную дробь, затем стерли первую цифру после запятой и обратили получившуюся десятичную дробь в обыкновенную. Какую дробь получили?

Задание 1. Найдите значение выражения:

- | | |
|--|---|
| а) $\left(\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}\right) \cdot 25,8$; | е) $61a - 11b + 50$, если $\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5} = 9$; |
| б) $(432^2 - 568^2) : 1000$; | ж) $3p(a) - 6a + 7$, если $p(a) = 2a - 3$; |
| в) $\frac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457}$; | з) $2x + y + 6z$, если $4x + y$,
а $12z + y = 7$; |
| г) $\frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2}$; | и) $a(36a^2 - 25) \left(\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5}\right)$,
при $a = 36,7$. |
| д) $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если $p(b) =$
$= \left(b + \frac{3}{b}\right) \left(3b + \frac{1}{b}\right)$, при $b \neq 0$; | |

Задание 2. Найдите значение выражения:

$$7 \frac{19}{2015} \cdot 6 \frac{19}{2016} - 13 \frac{1996}{2015} \cdot 2 \frac{1997}{2016} - 9 \cdot \frac{19}{2015}.$$

Задание 3. Про различные числа a и b известно, что $\frac{a}{b} + a = \frac{b}{a} + b$.

Найдите $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

Задание 4. Известно, что $a^2 + b = b^2 + c = c^2 + a$. Какие значения может принимать выражение $a(a^2 - b^2) + b(b^2 - c^2) + c(c^2 - a^2)$?

Задание 5. Числа x и y таковы, что $x + y = xy = 17$. Найдите значение выражения $(x^2 - 17x) \left(y + \frac{17}{y}\right)$.

Задание 6. Найдите значение выражения $\left(\frac{3}{2x-y} - \frac{2}{2x+y} - \frac{1}{2x-5y}\right) : \left(\frac{y^2}{4x^2-y^2}\right)$, при $x = \frac{4}{3}$, $y = \frac{7}{3}$.

Задание 7. Вычислите $\frac{2xy(x^3+y^3)}{x^2-xy+y^2} + \frac{(x+y)(x^4-y^4)}{x^2-y^2}$, при $x = -1, \underbrace{6 \dots 6}_{44} 7$ и $y = -1, \underbrace{3 \dots 3}_{45} [90]$.

Занятие №3. Задачи на преобразование и вычисление иррациональных выражений.

Основная цель – научиться решать задачи разного уровня сложности на преобразование и вычисление иррациональных выражений.

Вопросы и примеры задач.

Вопрос 1. Какие выражения называются иррациональными?

Вопрос 2. Какие основные виды преобразований иррациональных выражений вы знаете?

Задание 1. Найдите $\frac{g(2-x)}{g(2+x)}$, если $g(x) = \sqrt[3]{x(4-x)}$ при $|x| \neq 2$.

Задание 2. Найдите $h(5+x) + h(5-x)$, если $h(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-10}$.

Задание 3. Отметьте на числовой прямой точки $A(1)$ и $B(4)$. С помощью циркуля и линейки постройте точку:

а) $C(\sqrt{7})$; б) $D(1 - \sqrt{7})$; в) $E(\frac{2}{\sqrt{7}})$; г) $G(2 - \sqrt{5})$.

Задание 4. Постройте на координатной плоскости xOy график соотношения:

а) $[x] = [y]$; б) $[x] < [y]$; в) $[x - 1] > [y + 1]$.

Задание 5. Пусть $\alpha \in [-4; 0]$. Найдите отрезок наименьшей длины, содержащий все числа вида:

а) $1 + 2\alpha^2$; б) $5\alpha^3$; г) $\frac{2\alpha+1}{3\alpha-1}$.
в) $5\alpha + \alpha^2$;

Задание 6. Вычислить:

а) $\sqrt[3]{100 + 51\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$; г) $\sqrt[3]{29\sqrt{2} - 45} - \sqrt[3]{45 + 29\sqrt{2}}$;
б) $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{99 + 70\sqrt{2}}$; д) $\sqrt[4]{14 + \sqrt{288}}$;
в) $\sqrt[3]{26 - 15\sqrt{3}} + \sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}}$; е) $\sqrt[4]{28 - 16\sqrt{3}}$.

Задание 7. Проверить равенство:

а) $\sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}}(2 - \sqrt{3}) = 1$; б) $\sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7} = 2$.

Задание 8. Упростите выражение и найдите его значение

при $a = 6: \sqrt{a + 4\sqrt{a-4}} - \sqrt{a - 4\sqrt{a-4}}$;

Задание 9. Вычислить: $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$ [49, С. 23].

Задание 10. Ненулевые числа a и b удовлетворяют равенству $a^2 b^2 (a^2 b^2 + 4) = 2(a^6 + b^6)$. Докажите, что хотя бы одно из них иррационально.

Задание 11. Найдите все действительные числа x такие, что оба числа $x + \sqrt{3}$ и $x^2 + \sqrt{3}$ – рациональные.

Задание 12. Число x таково, что среди четырех чисел $x - \sqrt{2}$, $x - \frac{1}{x}$, $x + \frac{1}{x}$, $x^2 + 2\sqrt{2}$ ровно одно не является целым. Найдите все такие x [86].

Занятие №4. Задачи на преобразование и вычисление числовых тригонометрических выражений.

Основная цель – научиться решать задачи разного уровня сложности на преобразование и вычисление числовых тригонометрических выражений.

Вопросы и примеры задач.

Задание 1. Вычислить:

а) $\sqrt{\sin^2 1 + \sin^2 2 - 2 \sin 1 \cdot \sin 2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \sin 1 + \sin^2 1} +$
 $+ \sqrt{1 + \sin^2 2 - 2 \sin 2};$

б) $\sqrt{\cos^2 6 + \cos^2 7 + 2 \cos 6 \cdot \cos 7} + \sqrt{\frac{1}{4} - \cos 7 + \cos^2 7} +$
 $+ \sqrt{1 + \cos^2 6 - 2 \cos 6}.$

Задание 2. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{\sin^2 5 - 2 \sin 5 \cdot \sin \frac{11\pi}{6} + \sin^2 \frac{11\pi}{6}} - \sqrt{\sin^2 \frac{5\pi}{6} - 2 \sin \frac{5\pi}{6} \cdot \sin 5 + \sin^2 5};$

б) $\sqrt{\cos^2 4 - 2 \cos 4 \cdot \cos \frac{2\pi}{3} + \cos^2 \frac{2\pi}{3}} + \sqrt{\cos^2 4 - 2 \cos 4 \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos^2 \frac{\pi}{3}}.$

Задание 3. Вычислить:

а) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \arccos \frac{3}{5}\right);$ в) $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \arcsin \frac{3}{5}\right);$

б) $\cos\left(\frac{\pi}{6} + \arccos\left(-\frac{3}{5}\right)\right);$ г) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{5}{13}\right).$

Задание 4. Докажите тождество:

а) $\arcsin \frac{4}{5} - \arccos \frac{2}{\sqrt{5}} = \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$;

б) $\arccos \frac{1}{2} + \arccos \left(-\frac{1}{7}\right) = \arccos \left(-\frac{13}{14}\right)$;

в) $\arcsin \frac{4}{5} + \arcsin \frac{5}{13} + \arcsin \frac{16}{65} = \frac{\pi}{2}$.

Задание 5. Вычислить: $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \operatorname{arctg} \frac{2}{7}\right)$.

Задание 6. Покажите, что:

а) $\cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{4}$;

б) $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ = \frac{1}{8}$.

Задание 7. Вычислите $\frac{2 \cos 40^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$.

Задание 8. Найдите значение выражения $\operatorname{ctg} 50^\circ - 4 \cos 50^\circ$.

Задание 9. Найдите значение выражения

$$\sin^4 \frac{\pi}{24} + \cos^4 \frac{5\pi}{24} + \sin^4 \frac{19\pi}{24} + \cos^4 \frac{23\pi}{24}.$$

Решение: Заметим, что $\sin \frac{19\pi}{24} = \sin \left(\pi - \frac{5\pi}{24}\right) = \sin \frac{5\pi}{24}$,

$\cos \frac{23\pi}{24} = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{24}\right) = -\cos \frac{\pi}{24}$. Обозначим для краткости $\alpha = \frac{\pi}{24}$, $\beta = \frac{5\pi}{24}$.

Искомую сумму обозначим S . Тогда $S = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \sin^4 \beta + \cos^4 \beta$.

Преобразуем сумму четырех степеней синуса и косинуса:

$$\begin{aligned} \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha &= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2} (2 \sin \alpha \cos \alpha)^2 \\ &= 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \cos 4\alpha}{2} = \frac{3 + \cos 4\alpha}{4}. \end{aligned}$$

Теперь имеем: $S = \frac{3 + \cos 4\alpha}{4} + \frac{3 + \cos 4\beta}{4} = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} (\cos 4\alpha + \cos 4\beta) = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} \left(\cos \frac{5\pi}{6} + \cos \frac{5\pi}{6}\right) = \frac{3}{2}$.

Ответ: $\frac{3}{2}$ [86].

Занятие №5. Задачи на преобразование и вычисление буквенных тригонометрических выражений.

Основная цель – научиться решать задачи разного уровня сложности на преобразование и вычисление буквенных тригонометрических выражений.

Вопросы и примеры задач.

Задание 1. Выполнить упражнение:

Известно, что $\sin t + \cos t = 0,6$. Вычислите:

а) $\sin^3 t + \cos^3 t$; б) $\operatorname{tg} t \sin t + \operatorname{ctg} t \cos t$.

Известно, что $\operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t = 2,3$. Вычислите:

а) $t g^2 t + c t g^2 t$; б) $t g^3 t + c t g^3 t$.

Известно, что $\sin t \cos t = -0,5$. Вычислите:

а) $\sin^2 t + \cos^2 t$; в) $\sin^6 t + \cos^6 t$;

б) $\sin^4 t + \cos^4 t$; г) $\sin^8 t + \cos^8 t$.

Известно, что $\sin t \cos t = -\frac{12}{49}$. Вычислите:

а) $\operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t$; б) $t g^2 t + c t g^2 t$.

Задание 2. Докажите равенство:

а) $\frac{\sin 50^\circ + \cos 50^\circ}{\sqrt{2} \sin 85^\circ} = 1$; б) $\frac{\cos 40^\circ - \sqrt{3} \sin 40^\circ}{\sin 190^\circ} = 2$.

Задание 3. Найдите два значения x из промежутка $[2\pi; 0]$, удовлетворяющие равенству:

а) $\cos 21^\circ - \cos 51^\circ = 2 \sin x \cdot \sin 396^\circ$;

б) $\sin 5^\circ + \sin 65^\circ = 2 \sin 395^\circ \cos x$ [49, С. 69-172].

Задание 4. Вычислите $(\sin \alpha - \cos \alpha)(\sin \beta + \cos \beta)$, если $\sin(\alpha + \beta) = 0,8$ и $\cos(\alpha + \beta) = 0,3$.

Ответ: $-0,5$.

Задание 5. Найдите $\sin 2\alpha$, если $\sin \alpha + \cos \alpha = 1,3$.

Ответ: $0,69$.

Задание 6. Найдите все значения x из интервала $(8; 12)$, для которых справедливо равенство: $2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} \sin x = \sqrt{6 - 6 \cos \frac{14\pi}{5}}$.

Ответ: $\frac{13\pi}{5}$.

Задание 7. Вычислите $\operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{4} - 2\alpha \right)$, если $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Решение: Поскольку $\sin \alpha$ положителен и $\frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, угол α расположен во второй четверти: $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{3}{5}$.

$$\begin{aligned} \text{Отсюда } \operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{3}, \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{24}{7} \text{ и } \operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{4} - 2\alpha \right) &= \frac{\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} - \operatorname{tg} 2\alpha}{1 + \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} \operatorname{tg} 2\alpha} = \\ &= \frac{-1 - \frac{24}{7}}{1 - \frac{24}{7}} = \frac{31}{17}. \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{31}{17}$ [86].

Занятие №6. Задачи на преобразование и вычисление числовых логарифмических выражений.

Основная цель – научиться решать задачи разного уровня сложности на преобразование и вычисление числовых логарифмических выражений.

Вопросы и примеры задач.

Задание 1. Сравните числа:

а) $\log_3 4$ и $\sqrt{2}$; б) $\log_2 3$ и $\sqrt[3]{7}$.

Задание 2. Вычислите:

а) $16(\log_9 45 - 1) \cdot \log_{11} 9 \cdot \log_5 121$;
 б) $\log_{15} 3 \cdot \log_5 3 \cdot \log_{\sqrt{3}} 5 \cdot (1 + \log_3 5)$;
 в) $3 \log_2 10 \cdot \log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \dots \cdot \log_{1000} 999$;
 г) $(\log_4 6 + \log_6 4 + 2)(\log_4 6 - \log_{24} 6) \log_6 4 - \log_4 96$;
 д) $\log_6 4 + \log_6 9 + \log_4 6 \cdot \log_{\sqrt{6}} 2 - \log_5 2 \cdot \log_2 5$.

Задание 3. Найдите значение выражения:

а) $(\log_2 16) \cdot (\log_6 36)$;	е) $\frac{\log_3 18}{2 + \log_3 2}$;
б) $\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13}$;	ж) $\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2$;
в) $\log_5 9 \cdot \log_3 25$;	з) $\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25$;
г) $(1 - \log_2 12) \cdot (1 - \log_6 12)$;	и) $(3^{\log_2 3})^{\log_3 2}$;
д) $6 \log_7 \sqrt[3]{7}$;	к) $\frac{\log_2 3,2 - \log_2 0,2}{3^{\log_9 25}}$.

Задание 4. Найдите значение выражений:

а) $\log_3 5$, если $\log_6 2 = a$, $\log_6 5 = b$;
 б) $\log_{35} 28$, если $\log_{14} 7 = a$, $\log_{14} 5 = b$.

Задание 5. Выясните, какое из чисел больше:

а) $2 \log_2 5$ или $3 \log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{24}$; б) $11^{\lg 121}$ или $10 \cdot 10^{\lg^2 11} + 11$.

Ответ: а) первое; б) первое.

Задание 6. Вычислите:

а) $\frac{\log_5 30}{\log_{150} 5} - \frac{\log_5 750}{\log_6 5}$; б) $\frac{\log_2 70}{\log_{280} 2} - \frac{\log_2 560}{\log_{35} 2}$

Решение: а) Применив свойство логарифмов, получим: $\frac{\log_5 30}{\log_{150} 5} - \frac{\log_5 750}{\log_6 5} =$
 $= \log_5 30 \cdot \log_5 150 - \log_5 750 \cdot \log_5 6 = \log_5 (5 \cdot 6) \cdot \log_5 (25 \cdot 6) -$
 $-\log_5 (125 \cdot 6) \cdot \log_5 6 = (1 + \log_5 6)(2 + \log_5 6) - (3 + \log_5 6) \log_5 6 = 2;$
 Аналогично выполняется задание под буквой «б».

Ответ: а) 2; б) 3 [86].

Занятие №7. Задачи на преобразование и вычисление буквенных логарифмических выражений.

Основная цель – научиться решать задачи разного уровня сложности на преобразование и вычисление буквенных логарифмических выражений.

Вопросы и примеры задач.

Задание 1. Докажите тождество:

$b^{\log_a c} = c^{\log_a b}$, если a, b, c – положительные числа, отличные от 1.

Задание 2. Найдите координаты центра симметрии графика функции:

$y = x + \lg \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 10x + 24}$ [48, С. 89-118].

Задание 3. Даны равенства:

а) $\log_a b + \log_b c + \log_c a = \log_b a + \log_c b + \log_a c = 3,5;$

б) $\log_a b + \log_b c + \log_c a = \log_b a + \log_c b + \log_a c = -1,5.$

Найдите $\log_a b$. Если ответов несколько, укажите их в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответы: а) 0,5; 1; 2; б) -2; -0,5; 1.

Задание 4. Известно, что $\log_a b = 7$. Найдите $\log_{\frac{a}{b}}(a^3 b)$.

Ответы: $-\frac{5}{3}$.

Задание 5. Известно, что $\log_a b = \sqrt{5}$. Найдите $\log_{a^4 \sqrt[5]{b^6}} \frac{b^3 \sqrt{b}}{\sqrt[5]{a}}$.

Ответы: $\frac{20\sqrt{5}-3}{18\sqrt{5}+60}$.

Задание 6. Какие значения может принимать выражение $\log_{b_{21}b_{50}} b_1 b_2 \dots b_{70}$, где $b_1, b_2 \dots$ – члены геометрической прогрессии?

Ответы: 35.

Задание 7. Выразите:

а) $\log_{300} 120$ через a и b , где $a = \log_2 3$ и $b = \log_3 5$.

б) $\log_{600} 900$ через a и b , где $a = \log_5 2$ и $b = \log_2 3$.

Ответы: а) $\frac{2(1+a+ab)}{2+3a+ab}$; б) $\frac{3+a+ab}{2+a+2ab}$.

Задание 8. Известно, что $(\log_x^2 y + \log_z^2 t)(\log_y^2 z + \log_x^2 t) = 37$ и $\log_y t + \log_t y = 5$. Найдите $\log_x z + \log_z x$.

Ответы: ± 4 [86].

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

1. Абзалиева А.Г. Результаты использования современных педагогических технологий в преподавании предметов естественно – научного математического цикла [Текст] // Практика и тенденции социального партнерства в системе школа-СПО-вуз. Часть II (Казань, март 2013 г.). – Казань: КНИТУ, 2013. – С. 15-20.

2. Агаханова Б.С. Порядок приближения цепными дробями [Текст] / Б.С. Агаханова // Журн. «Вестник Дагестанского государственного университета» - 2004. - №4. – С. 54-56.

3. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Задачи с целыми числами [Текст] / Е.В, Галкин // Учебное пособие для учащихся 7-11 классов. – Челябинск: Взгляд, 2005. – 271 с.

4. Гашков С.В. Современная элементарная алгебра в задачах и решениях [Текст] /С.В. Гашков // М.: МЦНМО, 2006. – 328 с.

5. Дедюлина М.А. Самостоятельная работа как компонент учебной деятельности [Текст] / М.А. Дедюлина, Е.В. Папченко // Альманах современной науки и образования. – Тамбов: Грамота, 2008. – С. 47-49.

6. Закиров Н.Р. О представлении алгебраических чисел периодическими ветвящимися цепными дробями / Н.Р. Закиров // Журн. «Вестник Московского университета» - 2007. – №4. – С. 24-30.

7. Каковихина С.И. Самостоятельная работа и самоорганизация как дидактические средства развития общекультурных компетенций: Учебное пособие [Текст] / С.И Каковихина, Г.В. Чиконина. – Издательство Томского политехнического университета, 2010. – 15 с.

8. Очилова М.О. Основы организации самостоятельной работы учащихся [Электронный ресурс] / М.О. Очилова, Г.Б. Эргашева. – Молодой ученый, 2014. – №8. 852-854 с. – URL: <https://moluch.ru/archive/67/11420/> (дата обращения: 18.04.2018).

9. Пышкало А.М., Стойлова Л.П. и др. Домашняя работа учащихся в процессе обучения математике. М., 1974. С. 334–335.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ

1. Гиндинкин С. Рассмотрим бесконечную десятичную дробь [Текст] / С. Гиндинкин // Журн. «Квант», 1970. – №9. – С. 18-19.

2. Радемахер Г., Теплиц О. Периодические десятичные дроби [Текст] / Г. Радемахер, О. Теплиц // Журн. «Квант», 1994. – №2. – С. 13-15.

3. Чимев К. О двух действиях с действительными числами [Текст] / К. Чимев // Журн. «Квант», 1970. - №8. – С. 5-9.

4. Фельдман Н. Трансцендентные и алгебраические числа [Текст] / Н. Фельдман // Журн. «Квант», 1983. - №7. – С. 2-7.

Список рекомендованной литературы для учителя и учащихся должен включать в себя не только учебно-методическую литературу, но и статьи из зарубежных математических журналов [88, 89, 90, 91, 92].

Тематика исследовательской работы учащихся

При выполнении индивидуальных научно-исследовательских работ или групповых проектов могут быть использованы следующие темы, которые выдаются сразу после начала изучения программы элективного курса:

1. Цепные дроби.

План работы:

1. Понятие цепной дроби.
2. Представление рациональных чисел цепными дробями.
3. Подходящие дроби. Их свойства.
3. Представление иррациональных чисел правильными бесконечными цепными дробями.
4. Приближение действительного числа рациональными дробями с заданным ограничением для знаменателя.
5. Квадратические иррациональности и периодические цепные дроби.
6. Представление действительных чисел цепными дробями общего вида.

Рекомендуемая литература:

1. Бескин Н. Бесконечные цепные дроби / Н. Бескин // Журн. «Квант» - 1970. - №8. – С. 10-20.
2. Бескин Н. Цепные дроби / Н. Бескин // Журн. «Квант» - 1970. - №1. – С. 16-26.
3. Нестеренко Ю., Никишин Е. Очерк о цепных дробях / Ю. Нестеренко, Е. Никишин // Журн. «Квант» - 1983. - №15. – С. 16-20.

2. Рациональные приближения и трансцендентность.

План работы:

1. Алгебраические и трансцендентные числа.
2. Способы построения трансцендентных чисел.
3. «Хорошо приближенные» иррациональные числа.

Рекомендуемая литература:

1. Фукс Д., Фукс М. Рациональные приближения и трансцендентность / Д. Фукс, М. Фукс // Журн. «Квант» - 1973. - №12. - С. 9-11.

3. Реальные задачи.

План работы:

1. Задачи из обиходной жизни.
2. Задачи из техники и сельского хозяйства.

3. Задачи из мироведения.
4. Задачи из живой природы.
5. Исторические задачи.

Рекомендуемая литература:

1. Перельман Я. И. Реальные задачи / Я. И. Перельман // Журн. «Математика в школе» - 2016. - №1. – С. 30-34.

В процессе изучения тем проходит защита данных групповых проектов или индивидуальных работ, а по результатам отбираются лучшие работы для участия в школьной или городской научной конференции.

Таблица 7.

ИТОГОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант 1	Вариант 2
Часть А	
Первая часть работы состоит из заданий на вычисления иррациональных, логарифмических и тригонометрических выражений, содержащих действительные числа.	
Вычислить:	
1. $\sqrt{14 - 12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{99 + 70\sqrt{2}}$; 2. $\frac{tg67^\circ - tg22^\circ}{1 + tg67^\circ tg22^\circ} + 4\sin105^\circ \cos105^\circ$; 3. $\frac{\log_2 56}{\log_{28} 2} - \frac{\log_2 7}{\log_{224} 2}$.	1. $\sqrt[3]{37 + 30\sqrt{3}} + \sqrt{61 - 26\sqrt{3}}$; 2. $\frac{tg29^\circ + tg16^\circ}{1 - tg29^\circ tg16^\circ} + 4\sin75^\circ \cos75^\circ$; 3. $\frac{\log_3 135}{\log_{45} 3} - \frac{\log_3 5}{\log_{1215} 3}$.
Часть В	
Вторая часть работы состоит из заданий на нахождение значений иррациональных, логарифмических и тригонометрических выражений, содержащих действительные числа.	
Найти значение выражений:	
4. $\frac{x^2 - 2x\sqrt{3} - \sqrt{4}}{x - \sqrt{3}}$, если $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$. 5. $tg \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$; 6. $\log_2 360$, если $\log_3 20 = a, \log_3 15 = b$.	4. $\frac{1+2x}{1+\sqrt{1+2x}} + \frac{1-2x}{1-\sqrt{1-2x}}$ если $x = \frac{\sqrt{3}}{4}$. 5. $tg \alpha$, если $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = -\frac{1}{25}$; 6. $\log_{275} 60$, если $\log_{12} 5 = a, \log_{12} 11 = b$.
Часть С	
Вторая часть работы состоит из заданий на доказательство тождеств, содержащих иррациональные, логарифмические и тригонометрические выражения.	
Докажите тождества:	
7. $\frac{2\sqrt[3]{2}}{1+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt[3]{20+12\sqrt{3}}}{2+\sqrt{3}}$; 8. $\arcsin \frac{4}{5} + \arcsin \frac{5}{13} + \arcsin \frac{16}{25} = \frac{\pi}{2}$; 9. $\frac{1}{\log_2 5} + \frac{1}{\log_4 5} + \frac{1}{\log_8 5} + \frac{1}{\log_{16} 5} + \frac{1}{\log_{32} 5} = \log_5 2$.	7. $\sqrt[3]{6 + \sqrt{\frac{847}{27}}} + \sqrt[3]{6 - \sqrt{\frac{847}{27}}} = 3$; 8. $\arccos \frac{1}{2} + \arccos \left(-\frac{1}{7}\right) = \arccos \left(-\frac{13}{14}\right)$; 9. $\log_6 10 = \frac{\log_3 5 + \log_3 2}{1 + \log_3 2}$.

Таблица 8.

Оценивание контрольной работы

Содержание верного ответа и указания по оцениванию	
Указания к оцениванию	Баллы
Часть А	
Дано решение с объяснением. Правильный ответ.	1
Во всех остальных случаях.	0
Часть В	
Дано решение с объяснением. Правильный ответ.	2
Дано решение с объяснением. Допущена одна вычислительная ошибка. Неправильный ответ.	1
Дан правильный ответ, но нет подробных решений.	1
Во всех остальных случаях.	0
Часть С	
Дано решение с объяснением. Правильный ответ.	3
Дано решение с объяснением. Допущена одна вычислительная ошибка. Неправильный ответ.	2
Дан правильный ответ, но нет подробных решений.	1
Во всех остальных случаях.	0

Примерное оценивание работы рекомендуется проводить так, чтобы удовлетворительная оценка была выставлена при условии выполнения не менее 50% заданий контрольной работы. Таким образом, возможные варианты оценивания выполнения теста имеют следующий вид:

<i>Баллы</i>	<i>Оценка</i>
Менее 6 баллов	Два
6-10	Три
11-14	Четыре
15-18	Пять

§9. Констатирующий этап эксперимента

Экспериментальная проверка полученных результатов, диссертационных материалов проводилась на базе МБУ «Лицей №60» с 2016 года по 2018 год.

Целью констатирующего этапа эксперимента явилось выявление уровня развития учебно-познавательной компетенции учащихся на примере темы «*Действительные числа*».

В проведении эксперимента приняли участие старшеклассники, изучающие математику на профильном и углубленном уровне: группы 10У, 10П1 и 10П2 (всего 37 учащихся).

На этапе констатирующего эксперимента предлагалось за 40 минут выполнить 10 заданий проверочной работы (Приложение 1). Результаты проверочной работы были прогнозируемы: уровни установления связей и рассуждений учебно-познавательной компетенции развиты не у всех учащихся.

Группы были изначально сформированы в зависимости от выбранного профиля обучения: 10У (углубленный уровень) – обучающиеся 10 класса, которые выбрали физико-математический профиль и в дальнейшем планирующие поступать на физико-математические специальности; 10П1 (профильный уровень) – обучающиеся 10 класса, которые выбрали экономический профиль; 10П2 (профильный уровень) – обучающиеся 10 класса, которые выбрали химико-биологический профиль. Обучающиеся, входящие в состав групп 10П1 и 10П2, не планируют связывать свое дальнейшее обучение с математикой.

Стоит отметить, что группа 10У справилась с заданиями лучше двух других, но, в то же время, у всех обучающихся вызвали затруднения задания (№8-10), в которых необходимо найти закономерность, провести обобщение и объяснить или обосновать полученные результаты.

Однако задания (№1-7), связанные с распознаванием математических объектов, с применением знакомых алгоритмов преобразования рациональных и иррациональных выражений и выполнение вычислений, учащиеся выполнили относительно хорошо.

Анализ проведенной практической работы приведен в таблице (результаты показаны в процентах).

Таблица 9.

Результаты практической работы

№ Задания	Группа			Всего (37 уч.)
	10У (8 уч.)	10П1 (15 уч.)	10П2 (14 уч.)	
1	100 %	80 %	71 %	84 %
2	88 %	60 %	50 %	66 %
3	88 %	47 %	50 %	62 %
4	75 %	40 %	57 %	57 %
5	75 %	47 %	36 %	53 %
6	50 %	33 %	43 %	42 %
7	63 %	40 %	43 %	49 %
8	38 %	7 %	7 %	17 %
9	25 %	0 %	7 %	11 %
10	13 %	0 %	0 %	4 %
Всего	62 %	35 %	36 %	44 %

Можно сделать вывод, что, согласно результатам проведенного констатирующего этапа эксперимента, большинство старшеклассников с трудом выполняют задания, в которых требуются определенная интуиция, размышления и творчество в выборе математического инструментария, интегрирование знаний из разных разделов курса математики и самостоятельная разработка алгоритма действий.

Выводы по второй главе

Сформулируем основные выводы и полученные результаты по второй главе:

- управление самостоятельной работой учащихся можно поручить тетрадам с печатной основой, содержащим задания с пропусками;
- проведение математических диктантов на уроках математики дает возможность многоплановому развитию навыков самоконтроля учащихся в процессе их самостоятельной учебной деятельности;

- с целью успешной реализации связи обучения с трудом следует практические задания подбирать с учетом повышения теоретического и практического уровня профессиональной подготовки;
- представлены методические особенности по организации письменных самостоятельных работ на уроках математики и разработаны обучающие и контролирующие самостоятельные работы по теме «Действительные числа»;
- разработана система упражнений для подготовки учащихся старших классов к сдаче единого государственного экзамена и элективный курс по теме «Действительные числа в задачах на вычисления»;
- проведено описание констатирующего этапа педагогического эксперимента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проведенного исследования были получены следующие результаты:

1. Рассмотрены различные трактовки понятия самостоятельной работы учащихся. Сделан вывод, что основной целью самостоятельной работы школьников при изучении математики является развитие математического мышления, а задачи определяются логикой процесса обучения. Виды и формы самостоятельной работы учащихся зависят от принципов построения образовательного процесса.

2. Проанализированы исследования и опыт работы учителей математики. Их анализ показал, что проектирование содержания основного общего образования в соответствии со стандартом второго поколения предполагает создание условий, которые обеспечивают самостоятельное планирование и осуществление учебной деятельности.

3. Раскрыта методика организации самостоятельной работы учащихся на уроках математики, с помощью применения на занятиях тетрадей с печатной основой, математических диктантов и письменных инструкций.

4. Выявлены особенности организации письменных самостоятельных работ при изучении действительных чисел в школьном курсе математики. Представлены примеры обучающих и контролируемых самостоятельных работ по теме «Действительные числа».

5. Представлены система упражнений для подготовки к государственной итоговой аттестации учащихся старших классов, связанная с действительными числами и элективный курс «Действительные числа в задачах на вычисления».

6. Проведен констатирующий и поисковый этапы педагогического эксперимента, результаты которого позволяют утверждать, что гипотеза исследования нашла подтверждение. В дальнейшем требуется её уточнение и проведение обучающего этапа эксперимента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агаханова Б.С. Порядок приближения цепными дробями [Текст] / Б.С. Агаханова // Журн. «Вестник Дагестанского государственного университета» - 2004. - №4. – С. 54-56.
2. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) [Текст] / А.Г. Мордкович и др.: под ред. А.Г. Мордковича. – 10-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2009. – 239 с.
3. Алимов Ш.А. Алгебра и начала математического анализа 10-11 классы магистратуры [Текст] / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева– Москва: Просвещение, 2011г. – 460 с.
4. Аннушкина Ю.В. Дидактика: учеб.пособие для бакалавриата и магистратуры [Текст] / Ю.В. Аннушкина, О.Л. Подлиняев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2018. – 165 с.
5. Байдак В.А. Теория и методика обучения математики: Учебное пособие [Текст] / В.А. Байдак. – М.: Флинта, 2011. – 264 с.
6. Бережнева А.Н. Развитие познавательной самостоятельности учащихся при применении технологии проблемного обучения на уроках математики в средней школе [Текст] / А.Н. Бережнева, А.И. Голиков // Современные проблемы науки и образования. – 2016. - №3. – 304 с.
7. Галицкий, М.Л. Сборник задач по алгебре: Учеб.пос. для 8-9 кл. с углубл. изучением математики [Текст] / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. – М.: Просвещение, 2001. – 271с.
8. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Задачи с целыми числами[Текст]: Учебное пособие для учащихся 7-11 кл. / Е.В. Галкин. – Челябинск: Взгляд. 2005. –271 с.
9. Ганелин Ш. И. Принципы обучения [Текст] / Ш.И Ганелин // М.: Педагогика,1966. – С. 151-176.
10. Гашков С.В. Современная элементарная алгебра в задачах и решениях[Текст] / С.В. Гашков. –М.: МЦНМО, 2006. –328 с.

11. Гельфман, Э.Г. Действительные числа. Иррациональные выражения. Учебное пособие по математике для 8 класса [Текст] / Э.Г. Гельфман. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1998. – 256с.
12. Гендлер Я.Г. Интенсификация самостоятельной работы студентов при изучении физики в педвузе: дис. канд.пед.наук [Текст]. – Тирасполь, 1975.- 159 с.
13. Гиндинкин С. Рассмотрим бесконечную десятичную дробь магистратуры [Текст] / С. Гиндинкин // Журн. «Квант» - 1970. - №9
14. Горбунова Г.В. Организация самостоятельной деятельности учащихся в процессе изучения курса планиметрии [Текст]: выпуск.квалиф. раб. / Г.В. Горбунова. – Екатеринбург, 2017. – 72 с.
15. Громов, А.И. Пособие-репетитор по математике. Подготовка к письменному экзамену [Текст]: Учебное пособие / А.И. Громов, В.М. Савчин. – Ростов. – Д: Феникс, 2001. – 480с.
16. Данилов М.А. Теоретические основы обучения и проблема воспитания познавательной активности и самостоятельности учащихся[Текст] / М.А. Данилов // Вопросы воспитания познавательной активности и самостоятельность школьников. – Казань, 1982. – с. 15-19
17. Ерина Т.М. Рабочая тетрадь по алгебре: 8 класс: к учебнику Ю.Н. Макарычева и др. [Текст] / Т.М. Ерина – М.: Изд-во «Экзамен», 2013. – 160 с.
18. Ермаков, Д. И. Течения и «подводные камни» в море элективных курсов [Текст] / Д. Ермаков //Народное образование. – 2007. – №1. – 155-162.
19. Ермаков, Д.С. Создание элективных учебных курсов для профильного обучения [Текст] / Д.С. Ермаков, Г.Д. Петрова //Школьные технологии. – 2003. - №6. – С. 22-29.
20. Есипов, Б.П. Самостоятельная работа учащихся на уроках. Государственная учебно-педагогическое издание министерства просвещения РСФСР [Текст] / Есипов, Б.П. – М. : Просвещение, 1961. – 239 с.
21. Задачи по математике: алгебра и начала анализа [Текст] / М.И. Башмаков, Б.М. Беккер, В.М. Гольховой. – М.: Высшая школа, 2004. – 296 с.

22. Закиров Н.Р. О представлении алгебраических чисел периодическими ветвящимися цепными дробями [Текст] / Н.Р. Закиров // Журн. «Вестник Московского университета» - 2007. – №4. – С. 24-30.
23. Звавич, Л. И. Алгебра. Углубленное изучение. 8 кл.: задачник [Текст] / Л.И. Звавич, А.Р. Рязановский. – 4-е изд., испр. – М.: Мнемозина, 2006. – 284с.
24. Зимняя, И. А. Педагогическая психология : учебник для вузов [Текст] / И.А. Зимняя. – 3-е издание, пересмотренное. – Москва: Московский психолого-социальный институт ; Воронеж : НПО 'МОДЭК', 2010. – 448 с.
25. Зяблицева Т.С. Формирование навыков самостоятельной работы учащихся на уроках математики [Текст] / Т.С. Зяблицева // Эксперимент и инновации в школе. – 2009. - № 4. – 31 с.
26. Иргалиева А.И. Самостоятельная работа студентов: деятельностный подход к определению понятия [Текст] / А.И. Иргалиева // Интеграция образования. – 2011. - №2. – 19 с.
27. Исакова Б. Ш. Самостоятельная деятельность школьников в начальных классах [Текст] // Образование и воспитание. — 2015. — №1. — С. 6-8.
28. Кабацкая Л. Н. Система работы учителя математики по формированию навыков решения текстовых задач [Текст] // Проблемы и перспективы развития образования: материалы IV Междунар. науч. конф. (г. Пермь, июль 2013 г.). — Пермь: Меркурий, 2013. — С. 87-90.
29. Канцель-Белов А.Я. Как решают нестандартные задачи [Текст] / А.Я. Канцель-Белов, А.К. Ковальджи // Под ред. О.В. Бугаенко.- 4-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2008. 96с.
30. Кодификатор элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для проведения единого государственного экзамена по математике (профильный уровень) / Федеральный институт педагогических измерений [Электронный ресурс]. –

URL: <http://fipi.ru/ege-i-gve-11/demoversii-specifikacii-kodifikatory> (дата обращения 08.06.2018).

31. Коменский, Я. А. Избранные педагогические сочинения: В 2 х т. [Текст]/Отв. ред. А. И. Пискунов. — М.: «Педагогика», 1982. — 652 с.

32. Коменский, Я. А. Педагогическое наследие [Текст]/ Я. А. Коменский, Д. Локк, Ж. Ж. Руссо, И. Г. Песталоцци. — М.: «Педагогика», 1989. — 416 с.

33. Корниенко Т. Л. Математические диктанты. Алгебра и начала анализа. 10–11 классы. Уровень стандарта. Академический уровень [Текст] / Т. Л. Корниенко, В. И. Фиготина.— Харьков: Издательство «Ранок», 2012.— 160 с.

34. Лапина Е.А. Формирование ключевых компетенций учащегося на уроках математики [Текст] / Е.А. Лапина, Т.С. Мамонтова //Научные итоги года: Достижения, проекты, гипотезы. – Имиш, 2011. - №1. – с.132-136

35. Лаппо Л.Д. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Самостоятельная подготовка к ЕГЭ. Универсальные материалы с методическими рекомендациями, решениями и ответами: Учебное пособие [Текст] / Л.Д Лаппо, М.А. Попов. – М.: Изд-во «Экзамен», 2017. – 347 с.

36. Леонтьев А.Н. Овладение учащимися научными понятиями как проблема педагогической психологии [Текст] // Леонтьев А.Н. Избр. психол. произведения: В 2 т. Т.1. М.: «Педагогика», 1983. С. 324-347.

37. Леонтьева М.Р. Самостоятельные работы на уроках алгебры: Пособие для учителей [Текст]/ М.Р. Леонтьева. – М.: Изд-во «Просвещение», 1978. – 64 с.

38. Лушников А.М. История педагогики.: Учебное пособие для учащихся педагогических высших учебных заведений. 2-е изд., перераб., доп.[Текст] / - Екатеринбург, 1994. - 35 с.

39. Лында А.С. Самостоятельная работа и самоконтроль в учебной деятельности старших школьников [Текст] / А.С. Лында // М.: Изд-во МОПИ, 1972. – 160 с.

40. Малиновский В.В. О некоторых особенностях системы математических упражнений для самостоятельной работы школьников [Текст] / В.В. Малиновский // Вестник Витебского государственного университета. – 2003. - №4(30). – 100-104 с.

41. Малишевская Л.П. Управление процессом формирования речевых грамматических навыков [Текст]: Автореф... дис... канд.пед.наук. / Л.П. Малишевская. – Воронеж, 1974. – 178 с.

42. Мельникова Н.Ш. Роль самостоятельной работы в обучении математики [Электронный ресурс] / Открытыйурок.рф: фестиваль педагогических идей. – Режим доступа: <http://открытыйурок.рф/статьи/537303/> (дата обращения 10.06.2018).

43. Мирошниченко Н.И. Самостоятельная работа и самоконтроль учащихся в иноязычном обучении в контексте непрерывного языкового образования личности [Текст] / Н.И. Мирошниченко // Вестник Таганрогского института имени А.П. Чехова. – 2014. - №1. – 130 с.

44. Митрохина С.В. Самостоятельная работа по решению математических задач как средство развития творческой активности учащихся 5 - 6 классов школ гуманитарного направления [Текст]: Автореф... дис... канд.пед.наук. / С.В. Митрохина. – Москва, 2000. – 37 с.

45. Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень), 6-е изд., стер. [Текст] / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Л.И. Звавич и др. — М. : Мнемозина, 2009. – 264 с.

46. Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10—11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень), 10-е изд., стер. [Текст] / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Т.А. Корешкова. и др. — М. : Мнемозина, 2009. – 239 с.

47. Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений

(профильный уровень), 3-е изд., стер. [Текст] / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Л.И. Звавич и др. — М. : Мнемозина, 2009. – 343 с.

48. Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень)[Текст] / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Л.И. Звавич и др. — М.: Мнемозина, 2007. – 287 с.

49. Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень), 10-е изд., стер. [Текст] / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. — М. : Мнемозина, 2011. – 424 с.

50. Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень), 6-е изд., стер. [Текст] / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Л.И. Звавич и др.— М. : Мнемозина, 2009. – 424 с.

51. Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень), 6-е изд., стер. [Текст] / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. — М.: Мнемозина, 2009. – 287 с.

52. Нечта О.А. Использование различных форм организации обучения в педагогическом процессе [Текст] / О.А. Нечта // Психолого-педагогическое сопровождение образовательного процесса: сборник материалов III научно-практического семинара. – Симферополь, 2018. – 288-293 с.

53. Никандров, Н. Д. Педагогика высшей школы [Текст] / Н. Д. Никандров. - Л. : Педагогика, 1990. - 437 с.

54. Нильсон О.А. Теория и практика самостоятельной работы учащихся [Текст] / О.А. Нильсон: Научно исследовательский институт педагогики Эстонской ССР. – Таллин, 1996. – 280 с.

55. Об элективных курсах в системе профильного обучения на старшей ступени общего образования [Эл.ресурс]: Информационное письмо

Департамента общего и дошкольного образования Минобрнауки России № 14-51-277/13 от 13.11.2003. – Режим доступа: www.profile-edu.ru (Дата обращения 15.04.2018).

56. Образовательный портал для подготовки к экзаменам [Электронный ресурс]. – Электрон.дан. – М.: [б.и.], 2018. – Режим доступа: <https://ege.sdangia.ru/problem?id=517449> (дата обращения 15.06.2018).

57. Педагогический энциклопедический словарь [Текст] / гл. ред. Б.М. Бим-Бад.- М.: Большая Российская энциклопедия, 2003.-528 с.

58. Петунин, О.В. Элективные курсы на этапе предпрофильной подготовки [Текст] /О.В. Петунин, Л.В. Трифонова // Школьные технологии. – 2006. - №1. – С.88-90.

59. Пидкасистый П. И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении: Теоретико-экспериментальное исследование / П.И. Пидкасистый. – М.: Педагогика, 1990. – 240 с.

60. Пирназаров А. Т. Пути повышения эффективности самостоятельной работы учащихся по математике в начальных классах средней школы [Текст]: Автореф... дис... канд.пед.наук. / А.Т. Пизнаров. – Душанбе, 2009. – 26 с.

61. Попов Е.Б. Основные направления современной гуманистической педагогике [Текст] / Е.Б. Попов // Вестник Оренбургского государственного университета. - Оренбург, 1999. - №3 – 63 с.

62. Попова Н.В. Организация самостоятельной работы учащихся на уроках математике [Текст] / Н.В. Попова, Н.В. Быкова, Т.М. Аникина // Вестник научных конференций. – 2016. - №8-1. – 93-96 с.

63. Радемахер Г., Теплиц О. Периодические десятичные дроби магистратуры [Текст] / Г. Радемахер, О. Теплиц // Журн. «Квант» - 1994. - №2

64. Ротенберг В.А. Педагогическая деятельность И.Г.Песталоцци [Текст] // Советская педагогика. № 3. - 1952. - С.50-66.

65. Руссо Жан-Жак. Педагогические сочинения. В 2-х томах. Том 1 [Текст] / Жан-Жак Руссо. – М.: Педагогика, 1981. — 656 с.
66. Самостоятельная работа учащихся в процессе обучения математике: Кн. для учителя: Из опыта работы[Текст] / Сост. Ю.Д. Кабалевский. – М.: 1988. – 128 с.
67. Самсонова Н. И. Самостоятельная работа при обучении иностранному языку[Текст] // Молодой ученый. — 2016. — №7. — С. 706-708.
68. Ситникова М.А. Методика организации самостоятельной работы по математике студентов колледжа с использованием информационных технологий [Текст]: Автореф... дис ... канд. педаг. наук. / С.В. Митрохина – Орел, 2016.- 206 с.
69. Смирнова, С.И. Какое это число? [Текст] / С.И. Смирнова //Математика в школе. – 2000. –№4. – С.10-12.
70. Теплов С.М. Концептуальный подход к организации самостоятельных занятий учащихся при изучении математики на примере темы «Действительные числа» [Текст] / С.М. Теплов // Молодой ученый. – 2017. – №16. – С. 505–508.
71. Теплов С.М. Различные подходы к изучению действительных чисел [Текст] / С.М. Теплов // «Математика. Образование. Культура»: сборник трудов VIII Международной конференции г. Тольятти, 26-28 апреля 2017. – Тольятти: Изд-во ТГУ, 2017. – С. 423–427.
72. Технические средства обучения и их применение [Текст] : учебное пособие / А. Г. Молибог, А. И. Тарнопольский. - Минск :Университетское, 1985. - 208 с.
73. Толбатова Е.В. Психологические основы саморегуляции деятельности в подростковом возрасте [Текст] / Е.В. Толбатов // Вестник Пермского университета. Философия. Психология. Социология. – 2015. - №4. – 99 с.

74. Ускова И. В. Самостоятельная работа по русскому языку и её функции в современном образовательном процессе [Текст] // Теория и практика образования в современном мире: материалы VI Междунар. науч. конф. (г. Санкт-Петербург, декабрь 2014 г.). — СПб.: Заневская площадь, 2014. — С. 234-236.
75. Усова А.В. Система самостоятельных работ в связи с лекционным курсом по методике преподавания физики: метод. рекомендации для студентов пединститутов. [Текст] / А.В. Усова. – Челябинск, 1982.
76. Ушинский К. Д. Собрание сочинений. Т. 2 [Текст] / К.Д. Ушинский. — М-Л.: Издательство АПН РСФСР, 1948. – 656 с.
77. Ушинский К.Д. Воспитать ребенка как? [Текст] / К.Д. Ушинский. – СПб.: Астрель-СПб, АСТ, 2014. – 384 с.
78. Федеральный портал "Российское образование" [Электронный ресурс] : Режим доступа: www.edu.ru(дата обращения 12.06.2018).
79. Фельдман Н. Трансцендентные и алгебраические числа [Текст] / Н. Фельдман // Журн. «Квант» – 1983. - №7. – С. 2-7.
80. Ханжарова Б.С. Самостоятельная работа как одна из форм дифференциации процесса обучения математике [Текст] / Ж.С. Нурмуханбетова, С.Е. Кунанбай, Б.С. Ханжарова // Евразийский союз ученых. – 2015. - №10-4. – 110-113 с.
81. Хрестоматия по истории зарубежной педагогики [Текст] / Сост. и авт. статей чл.-корр. Акад. пед. наук СССР, проф. А. И. Пискунов. М.: «Просвещение», 1971. – 560 с.
82. Чимев К. О двух действиях с действительными числами магистратуры [Текст] / К. Чимев // Журн. «Квант» - 1970. - №8
83. Чупрова Л. В. К вопросу об образовательном процессе в вузе в контексте его гармонизации [Текст] // Проблемы и перспективы развития образования: материалы II Междунар. науч. конф. (г. Пермь, май 2012 г.). — Пермь: Меркурий, 2012. — С. 167-170.

84. Шабунин М.И. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы 10 класс магистратуры [Текст] / М.И Шабунин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, Р.Г. Газарян. – Москва: Просвещение, 2011 г.

85. Шестаков С.А. ЕГЭ-18. Математика. Диагностические работы. Профильный уровень. ФГОС [Текст] / С.А. Шестаков, И.Р. Высоцкий, М.А. Под ред. И. В. Яценко. — М.: МЦНМО, 2018. — 288 с.

86. Яковлев И.В. Подготовка к олимпиадам и ЕГЭ по математике и физике [Электронный ресурс] / И.В. Яковлев – электр. данные. – Москва, 2018. – Режим доступа: <http://mathus.ru/math/index.php>(дата обращения 12.06.2018).

87. Яценко И.В. ЕГЭ: 4000 задач с ответами по математике. Все задания «Закрытый сегмент». Базовый и профильный уровни [Текст] / И.В. Яценко, И.Р. Высоцкий, А.В. Забелин и др. Под ред. И.В. Яценко. – М.: Изд-во «Экзамен», 2017. – 703 с.

88. Caroline Chen. The Paradox of the Proof. [Electronic resource] // Project Wordsworth, 2013. – URL:<http://projectwordsworth.com/the-paradox-of-the-proof/>

89. Ellen Gamerman. What Makes Finnish Kids So Smart? [Electronic resource] // The wall street journal. – Helsinki, 2008. – URL:<http://www.wsj.com/articles/SB120425355065601997>

90. Marcus du Sautoy. If maths is boring, what is the answer? [Electronic resource] // The Telegraph, 2008. – URL: <https://www.telegraph.co.uk/education/3136861/If-maths-is-boring-what-is-the-answer.html>

91. Terry Heick. 30 Incredible Ways Technology Will Change Education By 2028. [Electronic resource] // Teachthought, 2015. – URL:<http://www.teachthought.com/the-future-of-learning/30-incredible-ways-technology-will-change-education-by-2028/>

92. Stephen Wolfram. My Life in Technology—As Told at the Computer History Museum. [Electronic resource] // Stephen Wolfram, 2016. – URL:<http://blog.stephenwolfram.com/2016/04/my-life-in-technology-as-told-at-the-computer-history-museum/>

Проверочная работа по теме «Действительные числа»

Задание 1: Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

а) Всякое рациональное число, как целое так и дробное, можно представить в виде _____, где m _____, а n _____. Одно и тоже рационально число можно представить в таком виде _____ способами.

б) Каждое рационально число может быть представлено в виде _____ десятичной _____ дроби.

в) Каждая бесконечная десятичная _____ дробь представляет некоторое _____ число.

г) Иррациональными числами называются бесконечные _____ десятичные дроби.

д) Рациональные и иррациональные числа составляют множество _____ чисел.

Задание 2: Из чисел $6; 41; -8; \frac{9}{17}; -4\frac{5}{13}; 5,21; -6, (2); 0,515115111 \dots$

выпишите:

а) натуральные _____

б) целые _____

в) рациональные _____

г) иррациональные _____

д) действительные _____

Задание 3: Запишите в виде обыкновенной дроби бесконечную периодическую дробь:

а) $4,(7)$; б) $1,(45)$; в) $0,2(7)$; г) $0,3(14)$.

Задание 4: Проверьте себя:

а) Приведите пример двух рациональных чисел, стоящих между $\frac{1}{6}$ и $\frac{2}{7}$.

Ответ: _____

б) Приведите пример двух иррациональных чисел, стоящих между числами $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{5}$.

Ответ: _____

в) Всякая ли бесконечная десятичная дробь является иррациональным числом?

Ответ: _____

Задание 5: Выполните действия, предварительно обратив бесконечные десятичные периодические дроби в обыкновенные:

а) $\left((0, (6))\right)^3 - \sqrt{0, (4)}\right)^{-1}$; б) $(\sqrt{2, (7)} + 0,08(3)) \cdot 0,1(3)$.

Ответ: _____

Задание 6: Найдите хотя бы одно рациональное и хотя бы одно иррациональное число на полуинтервале $(1,2; \sqrt{2}]$.

Ответ: _____

Задание 7: Упростите выражение:

а) $\sqrt{(4,1 - \sqrt{17})^2}$; б) $\sqrt{9\pi^2 - 48\pi + 64}$.

Ответ: _____

Задание 8. Ненулевые числа a и b удовлетворяют равенству $a^2 b^2 (a^2 b^2 + 4) = 2(a^6 + b^6)$. Докажите, что хотя бы одно из них иррационально.

Задание 9. Найдите все действительные числа x такие, что оба числа $x + \sqrt{3}$ и $x^2 + \sqrt{3}$ – рациональные.

Задание 10. Упростите выражение и найдите его значение

при $a = 6: \sqrt{a + 4\sqrt{a - 4}} - \sqrt{a - 4\sqrt{a - 4}}$;