

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)
Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование кафедры)

44.03.05 «Педагогическое образование»
(код и наименование направления подготовки)
«Математика и информатика»
(направленность (профиль))

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему **«МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ТЕМЕ «СТАТИСТИЧЕСКИЕ
ДАННЫЕ» В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ»**

Студент	<u>К.А. Хромова</u> (И.О. Фамилия)	_____ (личная подпись)
Руководитель	<u>к.п.н., доцент И.В. Антонова</u> (И.О. Фамилия)	_____ (личная подпись)
Консультант	<u>ст.преподаватель А.В. Прошина</u> (И.О. Фамилия)	_____ (личная подпись)

Допустить к защите

Заведующий кафедрой	<u>д.п.н., профессор, Р.А. Утеева</u> (ученая степень, звание, И.О. Фамилия)	_____ (личная подпись)
« _____ »	_____ 2018 г.	

Тольятти 2018

АННОТАЦИЯ

Целью бакалаврской работы является выявления методических особенностей обучения теме «Статистические данные» в курсе математики основной школы, разработка методических рекомендаций по изучению данной темы учащимися 5-9 классов и соответствующих систем задач.

Внедрение в школьный курс стохастики столкнулось с проблемами, обусловленными отсутствием единой методики и учебников, адаптированных под возрастные особенности школьников на определенных этапах изучения математики.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложений.

Объектом исследования является процесс обучения математике в основной школе.

Предметом исследования являются методические особенности обучения теме «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы.

В *Главе I* изучается содержание темы «Статистические данные». Проведен анализ учебников, содержащих данную тему, а также рассмотрены задачи по данной теме.

Глава II посвящена методическим основам обучения теме «Статистические данные». В ней рассмотрены задачи ОГЭ по исследуемой теме, методические рекомендации по обучению решению задач, связанные с данной темой.

Список литературы содержит 33 наименования.

Объем работы составляет 55 страниц.

ABSTRACT

The aim of the graduation project is to reveal the methodological peculiarities of teaching how to topic "Statistics data" in the course of algebra main school, development of guidelines for the study of this topic by students of grades 5-9 and related systems of tasks.

The introduction of stochastics into the school course was faced with problems due to the lack of a unified methodology and textbooks adapted to the age characteristics of students at certain stages of the study of mathematics.

Bachelor's work consists of an introduction, two chapters, conclusion, list of references and applications.

The object of research in the thesis is the process of learning mathematics in primary school.

The subject of research in the thesis is the methodological features of teaching the topic "Statistical data" in the course of algebra of the main school.

Chapter I examines the content of the topic "Statistics data". The analysis of textbooks containing this topic, as well as the tasks on this topic.

Chapter II is devoted to the methodological basis of training on the topic "Statistics". It describes the tasks of the OGE on the topic, guidelines for training to solve problems related to this topic.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ТЕМЕ «СТАТИСТИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ» В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ	8
§1. Понятие логико-математического анализа содержания темы школьного курса математики (на примере темы «Статистические данные»).....	8
§2. Цели обучения теме «Статистические данные» в школьном курсе математики.....	10
§3. Основные требования к знаниям и умениям учащихся по теме «Статистические данные».....	13
§4. Анализ содержания теоретического материала темы «Статистические данные» в учебниках алгебры разных авторов.....	16
§5. Анализ задачного материала по теме «Статистические данные» в курсе математики основной школы в учебниках алгебры 7-9 классов.....	21
Выводы по первой главе.....	28
ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ТЕМЕ «СТАТИСТИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ» В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ	30
§6. Формы, методы и средства обучения теме «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы.....	30
§7. Методические рекомендации по обучению теме «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы.....	33
§8. Анализ задач ОГЭ по теме исследования.....	35
§9. Системы задач по теме «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы.....	41
Выводы по второй главе.....	48
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	49
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	50

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Элементы статистики и теории вероятности в школе изучаются в рамках стохастической линии организации учебного материала по математике. Стохастика представляет собой совокупность разделов математики, наиболее приближенных к практической деятельности. Это прикладная учебная дисциплина, подчеркивающая, во-первых, значимость изучения статистических закономерностей и случайных величин в практической деятельности человека (в жизни, в профессиональной сфере), во-вторых, тесную взаимосвязь между теорией вероятности и статистическими теориями.

Внедрение в школьный курс стохастики столкнулось с проблемами, обусловленными отсутствием единой методики и учебников, адаптированных под возрастные особенности школьников на определенных этапах изучения математики.

Большой вклад в теорию и методику обучения статистике в школьном курсе математики внесли Е.А. Бунимович [3; 4]; Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк [14;15], Ю.Н. Тюрин [24] и др. Отдельные аспекты методики изучения статистики в курсе школьной математики исследовали в своих работах Л.В. Головкова [5], Н.Н. Гриценко [6], Э.Н. Гулиева, Н.П. Дмитриев [7], О.С. Истифина, Т.А. Долматова [11]; Ж.Б. Лейзерман [13]; М.А. Рогозина, М.В. Поспелов [19] и др.

Проблема исследования: выявление методических основ обучения школьников теме «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы.

Объектом исследования: процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования: методические особенности обучения теме «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы.

Цель работы: выявить методические особенности обучения школьников теме «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы и разработать системы задач по теме исследования.

Задачи исследования:

1. Раскрыть понятие логико-математического анализа содержания темы школьного курса математики (на примере темы «Статистические данные»).
2. Выявить основные цели и задачи обучения данной теме в школьном курсе математики.
3. Выделить основные требования к знаниям и умениям учащихся по теме «Статистические данные».
4. Выполнить анализ теоретического и задачного материалов по теме «Статистические данные» в учебниках алгебры 7-9 классов.
5. Выявить формы, методы и средства обучения данной теме в курсе алгебры основной школы.
6. Разработать методические рекомендации по обучению теме «Статистические данные» в школьном курсе алгебры основной школы.
7. Выполнить анализ задач ОГЭ по теме исследования.
8. Разработать системы задач по теме «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы.

Методы исследования: анализ методической литературы, учебников и учебных пособий, школьных программ.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в ходе данного исследования были выявлены методические особенности обучения теме «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы.

Практическая значимость результатов исследования заключается в разработке методических рекомендаций по обучению теме «Статистические данные» и систем задач, которые могут использоваться на уроках при обучении данной теме в школьном курсе алгебры и студентами педагогических направлений подготовки.

На защиту выносятся: 1. Методические рекомендации по обучению решению задач по теме «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы. 2. Системы задач по теме исследования.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения.

Во введении сформулированы основные характеристики исследования: проблема, цель, задачи, объект, предмет и методы исследования.

В первой главе представлены теоретические основы обучения теме «Статистические данные». Раскрыто понятие логико-математического анализа содержания темы школьного курса математики на примере данной темы. Выявлены основные цели и задачи обучения теме «Статистические данные» в школьном курсе математики. Выделены основные требования к знаниям и умениям учащихся по данной теме. Выполнен анализ теоретического и задачного материалов по теме «Статистические данные» в учебниках алгебры 7-9 классов.

Вторая глава посвящена методическим основам обучения теме «Статистические данные». В ней выявлены формы, методы и средства обучения данной теме в курсе алгебры основной школы; рассмотрены задачи ОГЭ по исследуемой теме, методические рекомендации по обучению решению задач, связанные с данной темой; разработаны системы задач по теме «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы проведенного исследования.

Список литературы состоит из 33 наименований. Объем работы составляет 55 страниц.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ТЕМЕ» «СТАТИСТИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ» В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§1. Понятие логико-математического анализа содержания темы «Статистические данные» школьного курса математики

Тема «Статистические данные» является достаточно широкой стохастической темой, включающей в себя множество элементов, с помощью которых у школьников формируются четкие представления о тех закономерностях, которые связывают случайные величины, группы чисел, получаемых в ходе наблюдения или в результате опытно-экспериментальной работы. Содержание темы «Статистические данные» определяется возрастными и психолого-педагогическими особенностями школьников, целями и задачами изучения статистики в школе.

Статистика является весьма обширной научной областью, охватывающей множество понятий, которые школьники не всегда могут осилить. Статистика – это исследование того, как лучше собирать, анализировать, и делать выводы из данных. Математическая статистика, которую Л.И. Шилова определяет, прежде всего, как науку «о математических методах систематизации, обработки и использовании статистических данных для научных и практических выводов» [26], может служить предметной областью, изучаемой как в курсе математики (5 – 6 классы), так и в курсе алгебры (7 – 9 классы) в основной школе.

Среди требований к предметным результатам усвоения программы по математике Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (5-9 классы) следует выделить в контексте данной темы следующее:

- 1) овладение простейшими способами представления и анализа статистических данных; формирование представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения;

2) развитие умений извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, описывать и анализировать массивы числовых данных с помощью подходящих статистических характеристик;

3) использовать понимание вероятностных свойств окружающих явлений при принятии решений [18].

Эти требования, во-первых, формируют содержание темы «Статистические данные» в курсе основной школы по математике, во-вторых, определяют целеполагание и методологию изучения темы.

Содержание темы должно быть подвергнуто логико-математическому анализу, состоящему из двух процессов: непосредственно логического и непосредственно математического анализа темы.

О.С. Истифина пишет: «Логический анализ темы сводится к установлению логической организации учебного материала в теме, выяснению, какие утверждения доказываются, какие вводятся как иллюстрированные факты, определению уровня логической строгости доказательств, методов, используемых для доказательств, выделению новых теоретических утверждений, которые вводятся при решении математических задач. Математический анализ темы сводится к выяснению основной математической идеи темы, выяснению математических обоснований выполняемых преобразований, исследований, доказательств, осмыслению применяемых в теме математических приемов и методов» [11].

Логико-математический анализ содержания приводит к выявлению ядерного материала темы и требует строго логического подхода к изучению последней. Этот вид анализа обязательно включается в себя математические методы, с помощью которых осуществляется изучение темы в определенной образовательной области.

Согласно логико-математическому анализу содержания темы «Статистические данные», к началу изучения основ необходимо иметь простейшие представления о группах чисел (данных) и о соотношениях между

ними. Как считает Н.П. Тарасова, для того чтобы эффективно знакомить школьников с элементами статистики (и теории вероятности), следует убедиться в наличии у них элементарных математических знаний, навыков владения математическим языком [21]. К более старшей ступени школьники должны овладеть представлением о комплексных математических операциях, навыками построения диаграмм и статистических таблиц.

И. Баландина выделяет следующие компоненты содержания темы «Статистические данные» в курсе основной школы:

- 1) понятие «статистические данные»;
- 2) способы представления статистических данных (таблицы, диаграммы, графики);
- 3) важнейшие понятия статистики (генеральная совокупность, выборка, объем выборки);
- 4) среднее и другие математические характеристики результатов измерений и представлений (среднее арифметической, мода, размах) [2].

Р.Н. Байслонова вводит еще два компонента содержания:

- 1) понятие о медиане;
- 2) сбор и группировку статистических данных [1].

Таким образом, содержание темы «Статистические данные» в курсе основной школы не отличается глубиной и многообразием, а для успешного усвоения предусмотренных программой элементов содержания школьникам необходимо обладать минимальным арсеналом математических знаний и умений.

§2. Цели обучения теме «Статистические данные»

Целеполагание изучения темы «Статистические данные» в курсе основной школы основывается на требовании ФГОС к предметным результатам освоения программного материала. Каждое отдельное требование ФГОС к освоению темы «Статистические данные» содержит в себе конкретное указание на характер и содержание формируемых в процессе изучения темы

знаний, умений, навыков и компетенций. В целом, большинство предметов требуют хотя бы одного вводного курса по статистике.

О.А. Эсенбаева считает, что важной задачей изучения темы «Статистические данные» в курсе основной школы является формирование у школьников статистического мышления. В статье исследователь так обосновывает эту задачу: «Как известно, современная концепция школьного математического образования ориентирована, прежде всего, на учет индивидуальности ребенка, его интересов и склонностей. Этим определяются критерии отбора содержания, разработка и внедрение новых методик, изменения в требованиях к математической подготовке учащихся. И с этой точки зрения, когда речь идет о формировании личности с помощью математики, необходимость развития у всех школьников вероятностной интуиции и статистического мышления становится насущной задачей» [27].

Е.А. Бунимович считает главной задачей изучения темы «Статистические данные» формирование элементарных представлений о закономерностях, связывающих случайные числа и величины [4]. Однако вместе с тем исследователь подчеркивает значимость статистики для формирования основных математических умений и навыков. Статистика не требует от школьника сложнейших операций с числами, но она закрепляет уже имеющиеся у них навыки математических расчетов.

Указанные выше задачи изучения темы «Статистические данные» в курсе основной школы тесно связаны с общим целеполаганием данного аспекта математического образования.

В соответствии с ФГОС важнейшей целью изучения темы «Статистические данные» является формирование умений пользоваться простейшими способами представления и анализа статистических данных. Осваивая материал по теме «Статистические данные», школьник учится строить таблицы, графики, диаграммы. Вместе с тем школьник осваивает основные элементы анализа статистических данных и извлекать из результатов

анализа практическую пользу. В этом аспекте прикладную значимость приобретает среднее арифметическое, с которым школьник знакомится уже на начальном этапе изучения математики. Также школьник знакомится с понятиями «мода», «медиана», «размах».

Еще одной целью изучения темы «Статистические данные» в курсе основной школы служит формирование устойчивых знаний о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения. Такие знания полезны для общего развития ребенка, а такое их усвоение, которое охватывает специфические стороны статистической науки, целесообразно переносить в систему факультативов.

Следующей целью изучения темы «Статистические данные» в курсе основной школы, согласно ФГОС, является формирование умения извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках. В рамках достижения этой цели школьников учат ориентироваться в числовом ряду, оперативно находить среднее арифметическое, минимальное и максимальное значения, моды, размахи и др. Построение диаграмм и графиков – более сложная задача, однако решение этой задачи оптимизируется при использовании различных подходов к формированию навыков оперирования числами.

Также в ходе изучения темы «Статистические данные» учитель ориентируется на процесс формирования умения описывать и анализировать массивы числовых данных с помощью подходящих статистических характеристик. В контексте указанной цели у школьников формируется минимальный опыт использования статистического инструментария для анализа статистических данных. В основной школе нецелесообразно нагружать детей статистическими характеристиками – такими, как, например, среднее квадратичное, дисперсия. Однако они должны уметь рассчитывать среднее арифметическое, находить моду и размах, и применять полученные значения для формулировки выводов.

Согласно ФГОС, школьников необходимо учить понимать вероятностные свойства окружающих явлений при принятии решений. На первый взгляд может показаться, что данная задача не связана с целеполаганием процесса изучения темы «Статистические данные» в курсе основной школы и относится к процессу изучения теории вероятности. Однако следует учитывать тесную взаимосвязь теории вероятности и статистических теорий, изучаемых в рамках стохастики в школе.

Кроме требований к предметным результатам освоения школьной программы по математике, ФГОС также формулирует требования к личностным и метапредметным результатам. Изучение темы «Статистические данные» должно быть направлено и на достижение таких целей, которые связаны с личностными и метапредметными результатами освоения программного материала. Поэтому при изучении темы «Статистические данные» следует обратить особое внимание на то, что математика является не только наукой о числах и их отношениях, но и прикладной наукой, находящей применение буквально во всех сферах жизни человека. Статистика по своей сути весьма плотно приближена к практической стороне знаний, однако условия для такого приближения создаются методологией процесса формирования необходимых знаний, умений и навыков.

Таким образом, содержание и целеполагание создают предпосылки для поиска эффективных методов, форм и средств изучения темы «Статистические данные» в курсе основной школы.

§3. Основные требования к знаниям и умениям учащихся по теме «Статистические данные»

Знания и умения учащихся, формируемые при изучении темы «Статистические данные» в курсе основной школы, являются результатом усвоения программного материала. Сам процесс усвоения определяется содержанием и целеполаганием данного аспекта математического образования.

Р.Н. Байслонова выделяет в вероятностно-статистической линии математического образования в курсе основной школы следующие требования к усвоению темы «Статистические данные»:

- 1) учащиеся должны уметь вычислять средние значения результатов измерений;
- 2) учащиеся должны понимать статистические рассуждения;
- 3) учащиеся должны уметь анализировать реальные числовые данные, представленные в виде диаграмм, графиков, таблиц [1].

Однако это далеко не полный список ожидаемых результатов усвоения учащимися основной школы темы «Статистические данные».

Отметим, что по теме «Статистические данные» учащиеся основной школы должны знать:

- 1) такие понятия, как: «статистические данные», «диаграмма», «график», «таблица данных», «среднее арифметическое», «мода», «медиана», «размах»;
- 2) виды статистических диаграмм;
- 3) значение статистических характеристик для анализа данных.

Среди умений, которыми должны владеть учащиеся по завершении изучения темы «Статистические данные», следует особо выделить:

- 1) умение составлять таблицы данных и проводить элементарный статистический анализ;
- 2) умение строить и анализировать статистические графики, диаграммы различных типов;
- 3) умение находить моду, медиану, максимальные и минимальные данные, среднее арифметическое;
- 4) умение использовать информацию, которую учащиеся подчёркнули из таблиц, графиков, диаграмм;
- 5) умение решать задачи по элементарной статистике (стандартные и нестандартные).

Кроме того, учащиеся при изучении темы «Статистические данные» должны овладеть общими и универсальными учебными действиями. Общеучебные действия вытекают из тех умений и навыков, которые учащиеся приобретают в ходе усвоения программы школьного математического образования и в учебно-познавательной деятельности. Универсальные учебные действия (УУД) – это такие элементы учебно-познавательной деятельности учащегося, которые способствуют его целостному и всестороннему развитию как в личностном, так и в социальном плане. Данные действия направлены на развитие у учащихся самостоятельности, творческой мысли, продуктивной мыслительной деятельности. Кроме того, универсальные учебные действия призваны обеспечить учащегося высокой мотивацией к процессам учения и познания.

УУД формируют все виды компетенций учащихся. В процессе изучения темы «Статистические данные» у учащихся должно происходить формирование:

- 1) личностных УУД, которые обеспечивают ценностно-смысловую ориентацию учащихся;
- 2) регулятивных УУД, обеспечивающих организацию исследовательской деятельности;
- 3) познавательных УУД, которые включают: общеучебные познавательные УУД, логические познавательные УУД, проблемные познавательные УУД;
- 4) коммуникативных УУД, которые обеспечивают социальную компетентность, формируют умение участвовать в коллективном обсуждении проблем, формируют навык интеграции в группу сверстников и построения продуктивного взаимодействия, сотрудничества со сверстниками и взрослыми.

Таким образом, знания и умения школьников на выходе из темы «Статистические данные» должны соответствовать требованиям ФГОС, предъявляемым к процессам формирования ключевых компетенций и УУД.

Изучение темы «Статистические данные» в курсе основной школы может происходить как в классно-урочной, так и во внеклассной системах организации учебно-познавательного процесса. Формами изучения темы «Статистические данные» могут служить: урок, внеклассное мероприятие, домашняя работа.

Выбор формы изучения темы «Статистические данные» в курсе основной школы зависит от организации учебно-познавательной деятельности учащихся. При этом принципы построения методики изучения этой темы в курсе основной школы должны основываться на принципах построения методики изучения вероятностно-статистической (стохастической) линии математики в основной школе.

§4. Анализ содержания теоретического материала темы «Статистические данные» в учебниках алгебры разных авторов

Тема «Статистические данные» представлена в системе вероятностно-статистической (стохастической) линии математики в 5 – 9 классах в программе, по которой работает УМК Г.В. Дорофеева [8]. Непосредственно сама тема в УМК не формулируется, однако она делится на тематические разделы, которые изучаются параллельно с элементами теории вероятности.

В 5 классе тема «Статистические данные» появляется только в последней главе: учащиеся знакомятся с гистограммами, учась извлекать из них информацию, но построение диаграмм больше носит факультативный характер при решении нестандартных задач. Особый интерес представляет пункт «Опрос общественного мнения», в котором учащиеся узнают о практической значимости таблиц данных. Эти таблицы ими составляются самостоятельно, участвуя в опросе своих одноклассников по темам, близким к жизни.

В 6 классе тема «Статистические данные» начинается повторением способов представления статистических данных. В этой части учащиеся

продолжают знакомство с диаграммами: к гистограммам могут быть добавлены круговые диаграммы.

В 7 классе школьники начинают знакомство с основными статистическими характеристиками: со средним арифметическим, с модой, с размахом, причем это знакомство может сопровождаться множеством примеров из жизни.

В 8 классе организуется повторение изученных статистических характеристик, вводится понятие медианы.

В 9 классе рассматриваются статистические исследования, вводится определение статистики. Учащимся могут быть рассмотрены примеры исследований, с использованием полученных ранее знаний о различных способах представления данных, так же ученики знакомятся с новыми понятиями: выбор, генеральная совокупность, ранжирование, объем выборки. Результаты представлены иным способом(графическим) — по мимо прочего, ученики знакомятся с понятиями выборочной дисперсии и средним квадратичным отклонением. В учебнике рассмотрены несколько вопросов по теме, которые могут быть понятны и близки школьнику. Это вопросы: «Как исследуют качество знаний школьников», «Удобно ли расположена школа?», «Кем и куда пойти работать?». Учащийся может применять знания по статистике в своих жизненных ситуациях.

Таким образом, единственным УМК, который организует полноценное изучение темы «Статистические данные» в курсе основной школы, является УМК Г.В. Дорофеева. Другие УМК являются пособиями по математике и предусматривают выделение вероятностно-статистической (стохастической) линии математики в разделы, изучаемые как в основной программе, так и факультативно. К таким УМК относятся: пособие Б.А. Бунимовича и В.А. Булычева «Вероятность и статистика» для 5 – 9 классов; пособие А.Г. Мордковича и П.В. Семенова «События, вероятности, статистическая обработка данных»; пособие М.В. Ткачевой и Н.Е. Федоровой «Элементы

статистики и вероятность»; пособие Ю.Н. Тюрина и А.А. Макарова «Теория вероятностей и статистика»; пособие Ю.Н. Макарычева и Н.Г. Миндюк «Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей». Последние четыре пособия предназначены для учащихся 7 – 9 классов [16].

В пособии Б.А. Бунимовича и В.А. Булычева «Вероятность и статистика» [4] основное внимание сконцентрировано на элементах теории вероятности, теме «Статистические данные» отводится немного места. Особой деталью и немаловажным моментом служит то, что в нем подробно рассматриваются вопросы статистического прогнозирования и статистической оценки.

В пособии А.Г. Мордковича и П.В. Семенова «События, вероятности, статистическая обработка данных» [17] тема «Статистические данные» представлена в четвертом параграфе. Информация представлена в табличном виде. Все термины данного раздела оформляются в виде таблиц с описанием этих терминов. В следующем пункте рассматривается таблица распределения и ее графическое представление (многоугольник распределений), нормальное распределение; числовые характеристики выборки (среднее арифметическое, мода, медиана). Далее учениками будут описаны экспериментальные данные и вероятности событий. Этот пункт включает в себя рассмотрение связи между вероятностью экспериментальными статистическими данными, далее вводится определение понятия статистической вероятности.

В пособии М.В. Ткачевой и Н.Е. Федоровой «Элементы статистики и вероятность» [23] тема «Статистические данные» представлена в 9 классе в разделе «Случайные величины». Введены понятия дискретной и непрерывной величин. Рассматриваются таблицы распределения значений случайной величины и его графическое представление (о чем говорилось выше). Далее рассмотрены понятия генеральной совокупности, выборки, моды, медианы, размаха. Глава завершена дополнительными параграфами, в которых представлены такие понятия, как отклонения от среднего, дисперсия, среднее квадратичное отклонение и правило трех сигм.

В пособии Ю.Н. Тюрин и А.А. Макарова «Теория вероятностей и статистика» [24] тема «Статистические данные» начинает изучаться именно с таблиц и диаграмм. Однако систематизированного изучения статистических данных в пособии не наблюдается. Сведения о статистических характеристиках отрывочные, эпизодические.

Особое внимание обращает на себя пособие Ю.Н. Макарычева и Н.Г. Миндюк «Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей» [14]. Это пособие дополняет учебники Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешкова, С.Б. Суворовой «Алгебра, 7», «Алгебра, 8», «Алгебра, 9» под редакцией С.А. Теляковского. Тема «Статистические данные» в пособии представлена в двух параграфах: «Статистические характеристики» (§8) и «Элементы статистики» (§13).

Параграф «Статистические характеристики» охватывает четыре урока: три из них посвящены изучению среднего арифметического, моды и размаха (пункт 9) и один – изучению медианы (пункт 10). Данный параграф рекомендуется изучать в 7 классе. Ученики на данном этапе должны владеть определениями указанных понятий, понимать их смысл в конкретных ситуациях.

Параграф «Элементы статистики» также охватывает четыре урока: первые два из них посвящены изучению сбора и группировки статистических данных (пункт 40) и два других – наглядному представлению статистической информации (пункт 41). Учащиеся должны владеть соответствующими определениями, должны уметь находить по таблице частоту, среднее арифметическое, размах и моду; представлять ряд данных в виде интервального ряда, находить по нему среднее значение величины, заменяя каждый интервал его серединой; строить полигоны и гистограммы, понимать их смысл в конкретных ситуациях.

Пособие Ю.Н. Макарычева и Н.Г. Миндюк последовательно и наиболее полно раскрывает тему «Статистические данные» в рамках вероятностно-

статистической (стохастической) линии математики в курсе основной школы. Вместе с тем пособие имеет и ряд недостатков, связанных, прежде всего, с недостаточным представлением наглядного материала (диаграмм, графиков) и с тем, что тема начинает изучаться только в 7 классе [14].

Логико-математический анализ содержания темы «Статистические данные», проведенный по конкретным УМК и пособиям для учащихся, выявил все недостатки и преимущества каждой программной линии. К основному программному материалу максимально приближены УМК Г.В. Дорофеева, УМК И.И. Зубаревой, А.Г. Мордковича, пособие Ю.Н. Макарычева и Н.Г. Миндюк «Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей». Остальные учебные пособия (пособие Б.А. Бунимовича и В.А. Булычева «Вероятность и статистика», пособие А.Г. Мордковича и П.В. Семенова «События, вероятности, статистическая обработка данных», пособие М.В. Ткачевой и Н.Е. Федоровой «Элементы статистики и вероятность», пособие Ю.Н. Тюрина и А.А. Макарова «Теория вероятностей и статистика») больше относятся к дополнительному программному материалу, который целесообразно изучать в рамках элективных курсов, кружковой работы или работы факультативов.

Вместе с этим, изучение темы «Статистические данные» в курсе основной школы не должно быть исключительно факультативным. Учащиеся приобретают в ходе изучения этой темы важнейшие знания, умений и компетенции, которые имеют высокую практическую значимость.

Среди все учебных пособий не выделено особых, которые охватывали бы все ступени основной школы и формировали бы усвоение программы в изучении элементов статистических теорий в старших классах. Так, УМК Г.В. Дорофеева, хоть и охватывает содержанием 5 – 9 классы, однако тема «Статистические данные» в комплексе весьма разбросана, не выстроена в четкую систему и достаточно сложно вписывается в основной программный материал. Охватывает 5 – 9 классы также пособие Б.А. Бунимовича и В.А. Булычева «Вероятность и статистика», однако в пособии недостаточно

представлен наглядный материал, без которого эффективное формирование статистических компетенций у учащихся невозможно. Данное пособие не разбито на классы, содержит 12 параграфов, в каждом параграфе после теоретического материала и примеров даются 2 группы задач: типовые задачи, необходимые для усвоения основных теоретических положений курса и задачи более сложные [4].

Вместе с этим логико-математический анализ содержания темы «Статистические данные», проведенный по конкретным УМК и пособиям для учащихся, выявил недостаточно четкую взаимосвязь темы с теорией вероятности и комбинаторики. Отдельные аспекты темы «Статистические данные» включаются в основной материал и в материал по темам «Комбинаторика», «Теория вероятности», причем никакой взаимосвязи между этими элементами вероятностно-статистической (стохастической) линии математики не выявляется. Это означает, что сама система вероятностно-статистической (стохастической) линии математики в основной школе не проработана ни на содержательном уровне, ни на уровне целеполагания.

§5. Анализ задачного материала по теме «Статистические данные» в курсе математики основной школы в учебниках разных авторов

Логико-математический анализ методологии изучения темы «Статистические данные», проведенный по конкретным УМК и пособиям для учащихся, ставил цель выявить тенденции в формировании методического и дидактического материала к теме. Были проанализированы упражнения и задачи по основам статистики и определен их характер, определено соответствие возрастным особенностям учащихся на данной ступени основного общего образования.

УМК Г.В. Дорофеева на начальном этапе изучения темы «Статистические данные» огромное внимание уделяет работе с таблицами. При

этом в УМК предлагаются задачи, как на *составление таблиц статистических данных*, так и на *анализ представленной в таблицах информации*.

Задача 1. Посчитай, сколько в твоём классе мальчиков и девочек; сколько мальчиков и девочек в параллельных классах. Результаты подсчетов представь в виде таблицы. Это и будет таблица статистических данных.

К задаче 1 предлагается образец таблицы («шапка», как в Таблице 1), саму таблицу учащиеся заполняют самостоятельно или в парах.

Таблица 1

Образец статистической таблицы к задаче 1

Статистические объекты	5А	5Б	5В
количество мальчиков	?	?	?
количество девочек	?	?	?

Задача 2. Проведи опрос среди одноклассников и выясни следующее:

- 1) сколько в твоём классе учащихся, которые вообще не смотрят телевизор;
- 2) сколько в твоём классе учащихся, которые смотрят телевизор 1 час в день;
- 3) сколько в твоём классе учащихся, которые смотрят телевизор более 1 часа в день.

Результаты опроса занеси в таблицу в виде процентов.

В этой задаче закрепляются умения переводить числовые значения в процентные отношения.

Задача 3. Калорийность пищи – это её энергетическая ценность. Чем выше калорийность, тем больше в пищевом продукте калорий, тем более энергетически ценен этот продукт. Изучи таблицу калорийности (Таблица 2) некоторых пищевых продуктов.

1. Сколько всего пищевых продуктов в ряду данных?
2. Какой продукт наиболее энергетически ценен?
3. Какой продукт наименее энергетически ценен?

Таблица 2

Калорийность некоторых пищевых продуктов

Пищевой продукт	Калорийность
Хлеб пшеничный	265
Сахар	295
Сдоба	300
Колбаса вареная	250
Курица вареная	135
Ветчина	365
Кефир жирный	60
Мороженое сливочное	220
Творог со сметаной	260
Кетчуп	80
Майонез	625
Масло сливочное	750

Такого рода задачи появляются и при ознакомлении учащихся с основными статистическими характеристиками: со средним арифметическим, с модой, с размахом и с медианой:

1. Найди среднюю калорийность указанных пищевых продуктов.
2. Расположи пищевые продукты в ряд убывания калорийности и определи медиану.
3. Есть ли у этого ряда данных мода, то есть встречаются ли пищевые продукты с одинаковой калорийностью? Если встречаются, то сколько таких пищевых продуктов в ряду?

Также в УМК Г.В. Дорофеева организуется на методическом уровне *работа с диаграммами*. В основном это – диаграммы процентных частот.

Задача 3. Школьный врач построил диаграмму, в которой отражено количество учащихся 5-й параллели с различными группами крови (Рис. 1 к задаче 3):

1. Сколько всего учащихся в 5-й параллели?
2. Учащихся с какой группой крови в 5-й параллели больше всего? меньше всего?

3. Переведи данные в проценты и построй диаграмму.

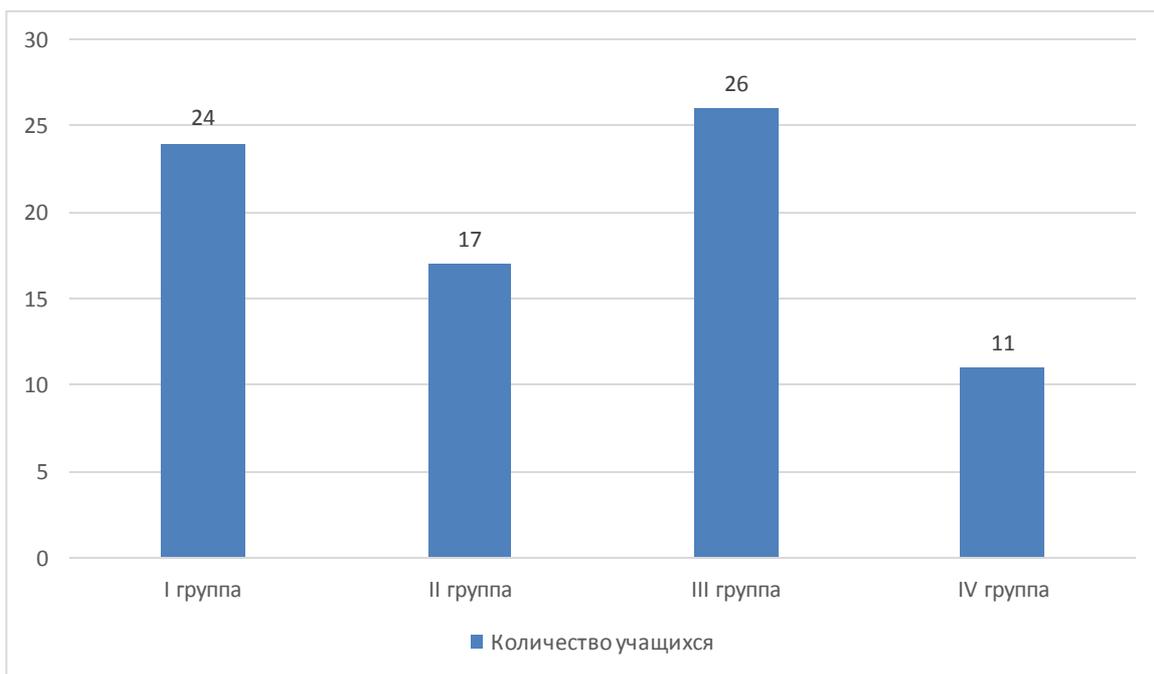


Рис. 1 к задаче 3.

Задача 4. Учитель построила диаграмму успеваемости класса по своему предмету (в процентах):

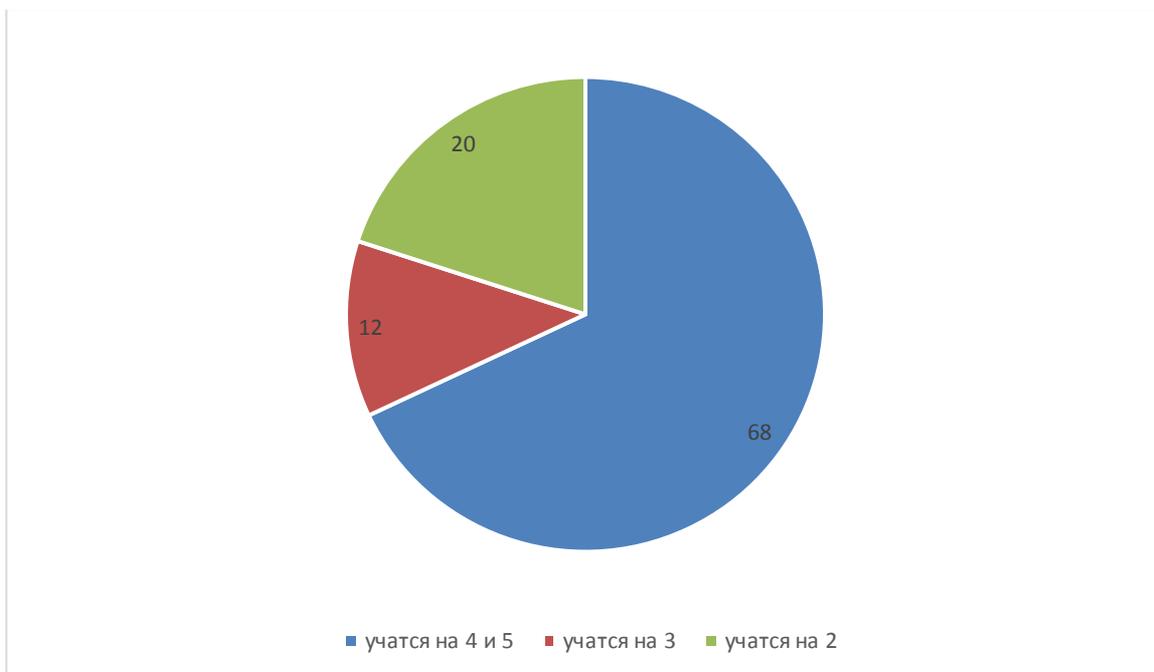


Рис. 2 к задаче 4.

1. Сколько учащихся в классе учится на «4» и «5», если всего в классе 25 человек?

2. Сколько учащихся в классе учится на «2», если в классе всего 20 человек?

В УМК И.И. Зубаревой, А.Г. Мордковича предлагаются *творческие задачи по ведению дневников наблюдения за погодой*. Например, авторы предлагают после каждого летнего месяца составить таблицу ясных и пасмурных дней. Также авторы рекомендуют закреплять представления о статистических данных с помощью наблюдений за ежедневной средней температурой. Статистика в данном УМК характеризуется экологической направленностью.

В пособии Б.А. Бунимовича и В.А. Булычева «Вероятность и статистика» мы находим задачи на *закрепление знаний о статистических характеристиках*. Например, авторы предлагают ряд исследовательских ситуаций (изучение колебания температуры в городе в течение дня, определение самого популярного фасона одежды, изучение посещаемости кинотеатра в данный день и др.). Учащимся предлагается задание на определение наиболее оптимальной статистической характеристики, которая позволила бы решить исследовательскую задачу.

В пособии А.Г. Мордковича и П.В. Семенова «События, вероятности, статистическая обработка данных» обращается внимание на постепенный переход от тренировочных упражнений к тематическим задачам.

Задача 5. Найти для числового ряда 1, 2, 3, 4, x все значения x , при которых: а) среднее арифметическое равнялось бы 4; б) мода равнялась бы 3; в) размах равнялся бы 5.

Задача 6. На соревнованиях по фигурному катанию выступление фигуристки было оценено следующими баллами: 5.2, 3.3, 3.6, 4.5, 4.2, 5.0, 3.9. Учащимся предлагается найти среднее арифметическое, моду и размах, а также определить, что характеризует каждый из этих показателей.

Задача 7. Таня окончила школу, имея в аттестате следующие оценки: 4, 4, 5, 5, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 4, 4, 5, 4, 4. С каким средним баллом окончила школу Таня? Указать оценку, которая преобладает в аттестате. Какие статистические характеристики вы использовали при ответе?

При изучении понятий «генеральная совокупность», «выборка» в контексте решения исследовательских задач авторы отходят от термина «ряд» и приближают учащихся к основной терминологии статистической науки («среднее арифметическое выборки, мода выборки, размах выборки»).

В пособии М.В. Ткачевой и Н.Е. Федоровой «Элементы статистики и вероятность» предлагаются очень интересные задачи, которые подводят учащихся к самостоятельному закреплению полученных знаний об основных статистических характеристиках. Например, приводится таблица максимальной продолжительности жизни некоторых животных (Таблица 3).

Таблица 3

Максимальная продолжительность жизни некоторых животных

Животное	Максимальная продолжительность жизни, в годах
голубь	23
собака	34
белка	16
ласточка	9
домовая мышь	4
лебедь	70
шимпанзе	75
нильский крокодил	68
африканский слон	86

Далее формулируются вопросы:

1. Из какой генеральной совокупности взята данная выборка?
2. Какова средняя максимальная продолжительность жизни животных выборки?
3. Какова разница между максимальной продолжительности жизни самого долгоживущего и самого менее живущего животного?

4. Встречаются ли в выборке животные с одинаковой максимальной продолжительности жизни?

На следующем этапе учащимся предлагается соотнести с ответами понятия:

- а) мода;
- б) среднее арифметическое;
- в) животные;
- г) размах.

В пособии Ю.Н. Тюрина и А.А. Макарова «Теория вероятностей и статистика» особое внимание уделено анализу таблиц данных. Встречаются задачи на вычисление медианы с помощью таких таблиц. Например, в одной из задач предлагается проанализировать таблицу посещаемости выставки в разные дни недели. Учащимся необходимо найти медиану выборки, определить дни недели, в которые число посетителей превышало медиану. В задаче сформулирован проблемный вопрос: «В чем принципиальная разница между средним арифметическим выборки и ее медианой?».

В пособии Ю.Н. Макарычева и Н.Г. Миндюк «Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей» авторы ориентируются на сдачу учащимися итогового экзамена. Поэтому подбор задач является соответствующим: в пособии в основном разбираются нестандартные задачи, а также задачи проблемного характера. Упражнения и задачи параграфа «Статистические характеристики» можно разделить на две группы. Первую группу составляют задания на отыскание рассматриваемых характеристик и истолкование их практического смысла. Ко второй группе относятся задания, для решения которых требуется не только знание определений изучаемых статистических характеристик, но и умение проводить необходимые рассуждения, использовать ранее введенный алгебраический аппарат. К этой группе примыкают и дополнительные упражнения. В параграфе «Элементы статистики» большое внимание уделяется практическому смыслу

статистических характеристик. Что касается нахождения медианы ряда данных, заданного таблицей частот, то в силу сложности этой задачи соответствующие упражнения не предлагаются.

Особый интерес в пособии представляют задачи на среднее арифметическое. Например, «Вася в четверти получил по 12 предметам среднюю оценку 3.5. По скольким предметам он должен улучшить оценку на 1 балл, чтобы его средняя оценка стала равной 4?». Методика решения таких задач предлагалась в свое время Е.И. Лященко [14]. Например, в пособии Е.И. Лященко известная задача: «Учитель, подсчитывая среднюю отметку по геометрии за год у 9Б класса, в котором 24 ученика, получил значение 3.83. Однако учителем не был учтен один ученик, у которого за год была 5. Как учителю пересчитать среднюю отметку класса в два действия?».

В методическом комплексе Г.К. Муравина и О.В. Муравиной [20] задача на взаимосвязь понятий, в частности, понятий моды и медианы: «Измеряя вес семи пришедших на урок учеников, учитель физкультуры получил ряд чисел: 51, 53, 59, 52, 55, 54, 51. Найдите разность между модой и медианой этого ряда». Устанавливая взаимосвязь между понятиями, задача способствует закреплению системы понятий, а не отдельно взятых статистических показателей.

Согласимся с мнением И. Баландиной [2], что для основной школы в аспекте изучения темы «Статистические данные» и в методологическом плане по этому аспекту наиболее приемлем УМК Г.В. Дорофеева. В этом УМК соблюдаются все принципы дидактики, упражнения и задачи отбираются с учетом возрастных особенностей учащихся, наблюдается градация от простого к сложному, укрупнение дидактических единиц.

Выводы по первой главе

Анализ теоретических основ обучения теме «Статистические данные» в курсе основной школы позволил сформулировать следующие выводы:

1) тема «Статистические данные» является важным вероятностно-статистической (стохастической) линией математики в основной школе: без изучения темы невозможно формировать у учащихся элементарные представления по теории вероятности и математической статистике;

2) обучение теме «Статистические данные» следует начинать с ознакомления со способами отображения рядов данных, с элементарных статистических характеристик;

3) содержание и целеполагание процесса обучения теме «Статистические данные» находятся в логическом единстве и соответствуют требованиям ФГОС к обучению математике в курсе основной школы;

4) отбор содержания и выдвижение целей обучения теме «Статистические данные» в курсе основной школы должен определять выбор форм, методов и средств, с помощью которых решаются основные образовательные задачи, затрагивающие формирование у учащихся элементарных статистических знаний, умений и навыков;

5) принципы построения методики обучения теме «Статистические данные» в курсе основной школы должны основываться на принципах построения методики вероятностно-статистической (стохастической) линии математики в основной школе.

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ТЕМЕ «СТАТИСТИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ» В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§6. Формы, методы и средства изучения темы «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы

Изучение темы «Статистические данные» в курсе основной школы может происходить как в классно-урочной, так и во внеклассной системах организации учебно-познавательного процесса. Формами изучения темы «Статистические данные» могут служить: урок, внеклассное мероприятие, домашняя работа.

Выбор формы обучения теме «Статистические данные» в курсе основной школы зависит от организации учебно-познавательной деятельности учащихся. При этом принципы построения методики обучения этой теме в курсе основной школы должны основываться на принципах построения методики обучения вероятностно-статистической (стохастической) линии математики в основной школе.

И. Баландина выделяет следующие принципы обучения теме «Статистические данные» и принципы изучения вероятностно-статистической (стохастической) линии математики в основной школе.

1. Методика должна основываться на основных дидактических принципах обучения (доступности, наглядности, научности, практичности). Дидактические принципы формируют общую методическую основу для обучения теме «Статистические данные».

2. Тема «Статистические данные» должна выполнять пропедевтическую функцию по отношению ко всей вероятностно-статистической

(стохастической) линии математики в основной школе. Это означает, что рассматриваемую тему следует изучать с самого начала, а в дальнейшем весь материал изучать на индуктивной основе.

3. Поскольку основным средством обучения математике являются задачи, то при изучении вероятностно-статистической линии необходимо рассматривать с учащимися разнообразные задачи и примеры, особо выделяя среди них задачи практического характера, устанавливающие взаимосвязь изучаемых фактов и явлений с жизнью, опытом учащихся [2].

Роль задач в обучении статистике оценивает Ю.Н. Макарычев, который отделяет практически значимые задачи от технических упражнений, призванных закрепить определенные математические навыки [14].

Например, формулировка задачи «Дан ряд данных: 2.5, 3.6, 1.2, 3.4, 8.5, 12.3, 5.3. Необходимо найти среднее арифметическое ряда» соответствует формулировке упражнения на формирования навыка расчета среднего арифметического. В такой формулировке допущена логико-математическая ошибка: в задании представлен не ряд данных, а ряд чисел. Данные – это конкретные числовые результаты, полученные в ходе наблюдения, эксперимента и т.д. В задачах содержатся данные, в то время как в упражнениях – просто числа.

На основе принципов построения учебного материала по теме «Статистические данные» строится система применяемых при изучении темы методов. На теоретическом уровне могут использоваться: лекции, беседы, опосредованное наблюдение, проблемное обучение, теоретическое исследование; на практическом: объяснение, беседа, диалог, консультация, конференция, составление таблиц, схем, диаграмм, графиков, непосредственное наблюдение, проблемное обучение, проектные методы, эмпирическое исследование [14].

Важен переход от репродуктивных к активным методам обучения. Такое переход подразумевает вовлечение как можно большего числа учащихся на

уроке, а в аспекте самостоятельной работы – опирается на саморазвитие. Активизация познавательного интереса неразрывно связана с характером обучающего и воспитательного воздействия: необходимо с помощью соответствующих методов усиливать внутреннюю мотивацию к познанию. В этом плане статистика как элемент стохастической линии школьной математики обладает рядом преимуществ перед другими предметными областями, но одним из важнейших преимуществ служит практически полная приближенность к реалиям. Одно дело, когда ребенок решает, например, квадратное уравнение, другое – когда составляет список класса, отмечая в нем успевающих и неуспевающих, или составляет синоптическую карту.

В следующем примере устанавливаются различия между активными и репродуктивными методами изучения темы «Статистические данные» в курсе основной школы.

Случай первый. Дан ряд чисел: 5, 4, 3, 4, 7, 5, 6, 3, 1, 0. Требуется найти среднее арифметическое ряда. Учитель дает формулу и просит рассчитать.

Случай второй. Дан ряд чисел: 5, 4, 3, 4, 7, 5, 6, 3, 1, 0. Требуется найти среднее арифметическое ряда. Учитель дает подсказку: для расчета среднего арифметического понадобится сумма всех чисел и их количество. Как рассчитать среднее арифметическое – учащиеся пытаются увидеть самостоятельно.

В первом случае мы имеем дело с репродуктивным методом обучения, во втором – с одной из разновидностей активных методов (проблемно-развивающим).

Тема «Статистические данные» в курсе основной школы требует усиления принципа наглядности. Поэтому целесообразно использовать различные наглядные средства. Учитель заранее готовит дидактический материал к урокам: карточки с рядами данных, пустые табличные формы, диаграммы, графики. Также следует использовать новейшие информационные технологии. Изучение статистики устанавливает тесные метапредметные связи

математики с информатикой. Однако не следует увлекаться программами, которые решают статистические задачи. Например, программа Excel, которая рассчитывает все статистические характеристик, должна быть предъявлена в дозированных количествах. Учащиеся должны учиться производить расчеты самостоятельно, поскольку одной из главных задач обучения математике является развитие психических функций памяти, мышления, внимания.

Таким образом, логико-математический анализ темы «Статистические данные» в курсе основной школы показал наличие четкого содержания, целеполагания, определяющих систему форм, методов и средств обучения. Всему этому необходимо следовать при организации обучения статистике в основной школе как в рамках основной, так и дополнительной программ.

§7. Методические рекомендации по обучению теме «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы

Изучение темы «Статистические данные» в курсе основной школы должно начинаться в 5 классе. На начальном этапе обучения статистике следует обращать внимание больше на представление статистических данных, на формирование умений читать таблицы, диаграммы, графики, а также самостоятельно оформлять эти виды представления. Работа с таблицами и диаграммами приобщает учащихся к организованности, аккуратности и четкости в изложении мыслей. Кроме того, таблицы, графики и диаграммы служат очень хорошим иллюстративным материалом.

Тема «Статистические данные» в курсе основной школы представляет для учащихся определенную сложность, поскольку им приходится работать не с одним и не с двумя числами, а с совокупностью чисел, которые, на первый взгляд, не связаны никакими закономерностями. И здесь задачи статистической науки должны пересекаться с методическими и дидактическими задачами. Учащиеся будут эффективно работать с данными, если учебно-познавательная деятельность носит практический характер. Больше всего следует обращать

внимание на данные, взятые из жизни. Статистические таблицы, аналитические диаграммы способствуют приближению учащегося к реалиям научной и образовательной деятельности. Вместе с тем учебно-познавательная деятельность должна быть внутренне мотивированной: учащемуся должно быть интересно решать статистические задачи. Для достижения такой цели необходимо разнообразить формы и методы преподнесения темы, включать в методологию игры и конкурсы.

Целесообразно направлять учебно-познавательную деятельность учащихся на исследование. Например, предлагать им провести опрос, изучить данные ученых, используя при этом дополнительную литературу. Развивать научно-исследовательский интерес можно путем создания проектов, презентаций. Поскольку научно-познавательная, исследовательская деятельности неразрывно связана с творчеством, то необходимо подбирать материал в соответствии с творческими потребностями учащихся.

При обучении теме «Статистические данные» в курсе основной школы не следует перегружать учащихся избытком статистических характеристик. Для данного уровня вполне достаточно понятий «среднее арифметическое», «медиана», «мода», «размах». Вместе с тем необходимо приобщать учащихся к понятийному аппарату статистики, для чего надо постепенно отказываться от простых терминов (ряд, группа) и переходить к более сложным (генеральная совокупность, выборка, объем выборки).

Тема «Статистические данные» органически включена в систему вероятностно-статистической линии математики, что означает тесную взаимосвязь статистики с теорией вероятности, с комбинаторикой. Однако в курсе основной школы достаточно описать эту взаимосвязь на качественном уровне: учащиеся должны иметь представление о статистических данных как о случайных характеристиках и величинах, которые логически связаны вероятностной теорией.

§8. Анализ задач ОГЭ по теме исследования

В основной школе, по окончании девятого класса, школьники сдают основной государственный экзамен (ОГЭ), который проводится с целью выявления уровня подготовки выпускников девятого класса по дисциплинам.

По окончании 9 лет обучения в основной школе, учащиеся должны уметь:

- 1) проводить вычисления и преобразования;
- 2) знать основные меры длины;
- 3) решать задачи, уравнения и неравенства;
- 4) строить графики;
- 5) применять формулы;
- 6) приводить доказательства при решении задач;
- 7) осуществлять анализ предоставленных данных.

Экзамен состоит из двух частей. В первой части 20 заданий, где необходимо дать ответ без решения. Вторая часть содержит 6 заданий, которые должны иметь подробное решение. Задания включают модуль алгебры и модуль геометрии.

В экзамен включены несколько типов задач по теме «Статистические данные». Первый тип задач представляет собой анализ диаграмм, таблиц и графиков, второй тип задач – это статистика и вероятность.

Анализ диаграмм, таблиц и графиков

Это задачи из жизненных ситуаций и окружающего мира. Учащиеся решают их лучше, нежели абстрактные задачи математики. Но, не смотря на простоту заданий, при решении этих задач нужно быть особо внимательным, так как можно неправильно понять задание или что-то упустить.

Задание 1. В Таблице 4 приведены нормативы по бегу для учащихся 9-го класса.

Какую отметку получит мальчик, пробежавший эту дистанцию за 4,81 секунды?

- 1) отлично;
- 2) хорошо;
- 3) удовлетворительно;
- 4) норматив не выполнен.

Таблица 4

Нормативы по бегу для учащихся 9-го класса

Оценка	Мальчики			Девочки		
	«отл.»	«хор.»	«удовл.»	«отл.»	«хор.»	«удовл.»
Время, сек.	4,5	5,0	5,4	4,9	5,3	5,8

Решение. Рассмотрим таблицу для мальчиков, исходя из условия задачи. «Отлично» означает, что ученик пробежит за 4,5 секунды или быстрее, то есть за 4,4, 4,3 секунды и тд. «Хорошо» означает, что мальчик пробегает за 5 секунд или быстрее. У нас спрашивают про мальчика, который пробегает за 4,81 секунды, очевидно, это первый вариант.

Задание 2. На Рис. 3 представлен график изменения температуры за неделю в мае. По горизонтали указаны дни недели, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Найдите наименьшее значение температуры во второй половине недели.

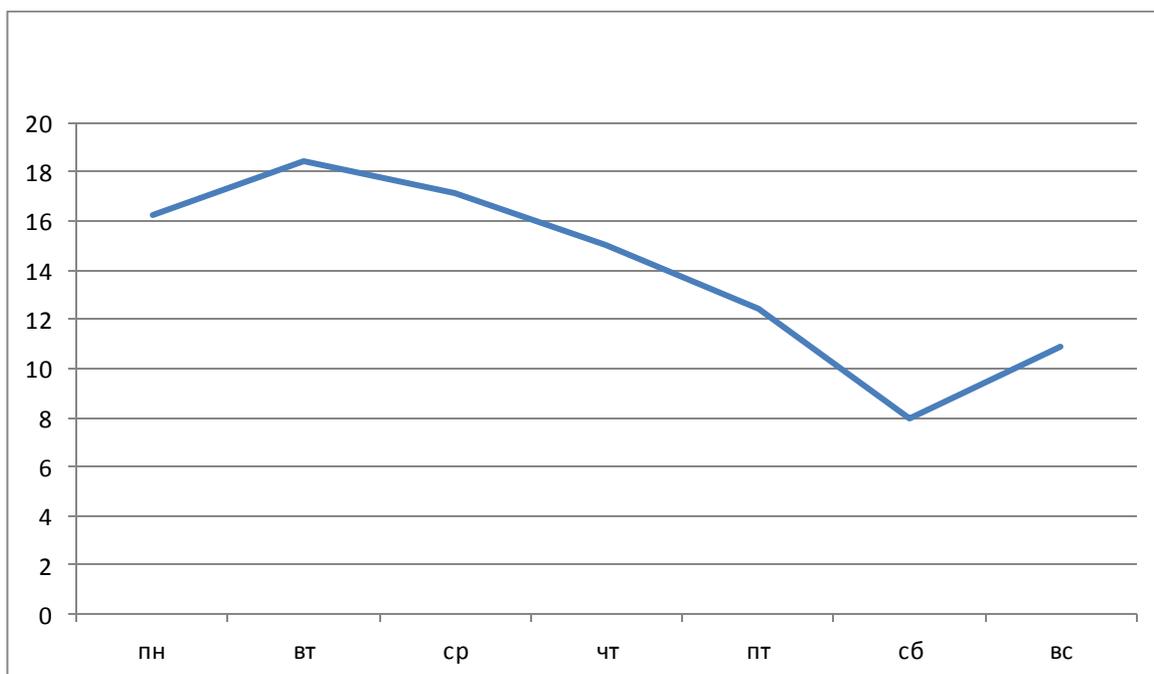
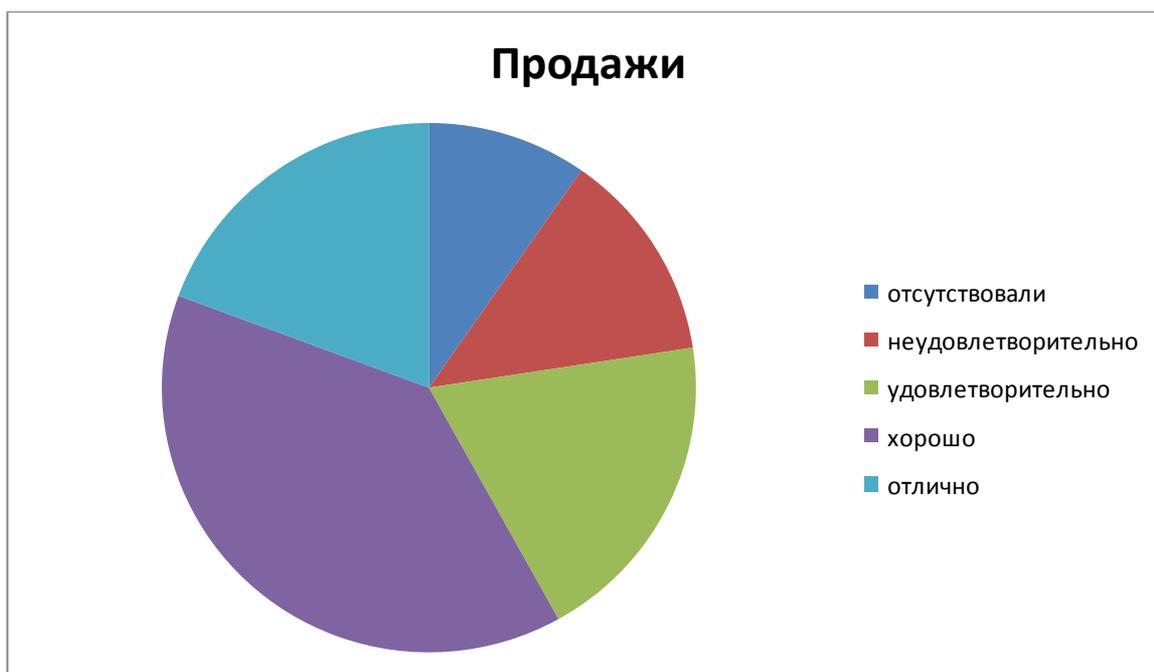


Рис. 3 к задаче 2.

Решение. Вторая половина недели – это дни после среды. Значит, будем рассматривать в этом диапазоне. Мы видим, что наименьшее значение температуры было в субботу, На оси Y находим градусы. Получаем, что наименьшее значение температуры во второй половине недели – 8 градусов Цельсия.

Задание 3. Учитель провел контрольную работу по математике в 9 классе. Результаты представлены на круговой диаграмме (Рис. 4).



Какие из утверждений верны, если в классе 31 человек? В ответе укажите номера верных утверждений:

- 1) больше половины учащихся получили отметку «хорошо»;
- 2) около трети учеников получили отметки «неудовлетворительно» и «удовлетворительно»;
- 3) больше половины учащихся получили оценки «хорошо» и «отлично»;
- 4) четверть учеников отсутствовала.

Решение. Рассмотрим каждый вариант.

1. Больше половины учащихся получили отметку «хорошо».

Смотрим на диаграмму внимательно и видим, что часть учеников, получивших отметку «хорошо» меньше половины, значит, этот вариант неверный.

2. Около трети учеников получили отметки «неудовлетворительно» и «удовлетворительно».

На диаграмме видно, что учеников, получивших отметки «неудовлетворительно» и «удовлетворительно» примерно треть, в задаче спрашивают именно количество и тех, и других вместе, так как стоит «и», а не «или». Это говорит о том, что утверждение верно.

3. Больше половины учащихся получили оценки «хорошо» и «отлично».

Увидев диаграмму, сразу видно, что большая часть детей получили отметку «хорошо», объединив эти данные с данными об учениках, получивших «отлично», понимаем, что количество таких учащихся больше половины. Утверждение верное.

4. Четверть учеников отсутствовала.

Сразу можем ответить, что ответ неверный, так как наименьшее количество учащихся отсутствовало. Утверждение неверное.

Задание 4. На диаграмме представлены данные о количестве посетителей одного из курортов за один календарный год (в процентах).

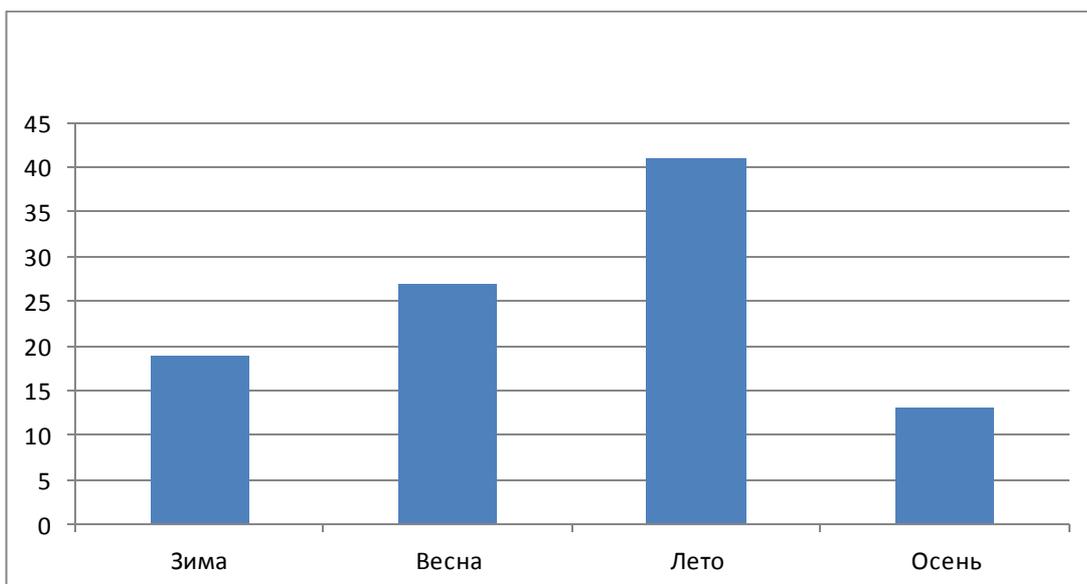


Рис. 5 к задаче 4.

Какие из следующих утверждений неверны?

1. Осень входит в тройку сезонов года, в которые количество посетителей было наибольшим.
2. Количество посетителей летом составляет большую часть.
3. Зимой посетителей больше, чем весной.
4. Осенью на курорт приезжает больше 15 процентов посетителей.

Решение. Рассмотрим каждый вариант отдельно.

1. Осень входит в тройку сезонов года, в которые количество посетителей было наибольшим.

Посмотрим на диаграмму. На ней мы видим, что наибольшее количество посетителей – летом, затем весной, зимой, а на последнем месте – осенью. Значит, осень не входит в тройку сезонов года с наибольшим количеством посетителей.

2. Количество посетителей летом составляет большую часть.

Утверждение верно, это видно на диаграмме.

3. Зимой посетителей больше, чем весной.

Да, зимой посетителей больше 15 процентов, а осенью – больше 10.

4. Осенью на курорт приезжает больше 15 процентов посетителей.

На диаграмме столбец занимает положение между 10 и 15 процентами, значит, больше утверждение, что осенью посетителей больше 15 процентов – неверное.

Статистика и вероятность

Обычно в данных задачах предлагается набор вещей, различающихся цветом, классом или чем-либо другим. Суть данных задач состоит в том, чтобы оценить вероятность попадания одного из класса вещей одному человеку. Задача сводится к вычислению общего количества вещей, а затем делению числа вещей необходимого класса на общее количество.

Задание 5. У Наташи 20 карандашей: 6 с зелеными цветами, остальные с желтыми. Девочка берет наугад случайно выбранный карандаш. Найдите вероятность того, что карандаш будет желтого цвета.

Решение. Для начала необходимо найти общее количество карандашей, нам оно известно из условия – 20 штук. Теперь необходимо найти количество желтых карандашей: $20 - 6 = 14$. Теперь мы можем найти вероятность: $\frac{14}{20} = \frac{7}{10} = 0,7$. Ответ: 0,7.

Задание 6. В ящике лежит 28 мячей, из них 4 красных, 9 зеленых, 3 оранжевых и еще есть черные и синие, их поровну. Найдите вероятность того, что при случайном выборе мяча, будет выбран красный или синий мяч.

Решение. Для начала найдем количество синих мячей, для этого из общего количества вычитаем все известные цвета и делим на два:

$$\frac{28 - 4 - 9 - 3}{2} = 6.$$

После этого можем найти вероятность, сложив красные и синие и поделив на общее количество: $\frac{6+4}{28} = \frac{10}{28}$. Ответ: $\frac{10}{28}$.

Задача 7. На тарелке лежат пирожки: 6 с картошкой, 4 с мясом и 8 с вишней. Ваня берет наугад один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с мясом.

Решение. Найдем общее количество пирожков на тарелке: $6 + 4 + 8 = 18$.

Найти вероятность того, что пирожок окажется с мясом, значит количество пирожков с мясом поделить на общее количество пирожков: $\frac{4}{18} = \frac{2}{9}$.

Ответ: $\frac{2}{9}$.

Таким образом, все задания ОГЭ тематические, то есть каждое задание представляет определенную тему из школьного курса математики. Всего заданий 26. Заданий по теме «Статистические данные» - четыре. При правильной подготовке и детальном разборе каждого задания вместе с учителем, учащиеся без труда могут решить данные задачи.

§9. Системы задач по теме «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы

Проанализировав пособие Ю.Н. Макарычева и Н.Г. Миндюк «Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей», нами были составлены системы задач различного уровня сложности по данной теме для 7-9 классов.

Системы задач для 7 класса

В данных задачах школьники учатся применять полученные знания о среднем арифметическом, размахе, моде, которые находят применение в статистике – науке, которая занимается обработкой, получением и анализом количественных данных о разнообразных массовых явлениях, происходящих в природе и обществе. Так же приводятся примеры задач, где необходимо найти медиану.

1 уровень сложности

Задание 1. Найдите среднее арифметическое и размах ряда чисел [14, с. 5]:

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| а) 24, 22, 27, 20, 16, 31; | в) 30, 5, 23, 5, 28, 30; |
| б) 11, 9, 7, 6, 2, 0, 1; | г) 144, 146, 114, 138. |

Задание 2. Найдите среднее арифметическое, моду и размах ряда чисел [14, с. 5]:

- | |
|--------------------------------|
| а) 32, 26, 18, 26, 15, 21, 26; |
| б) 21, 18,5, 25,3, 18,5, 17,9; |

в) 67,1, 68,2, 67,1, 70,4, 68,2;

г) 0,6, 0,8, 0,5, 0,9, 1,1.

Задание 3. В Таблице 5 приведены данные о продаже в течение недели картофеля, завезенного в овощную палатку [14, с. 6]:

Таблица 5

Данные о продаже картофеля, завезенного в овощную палатку

День недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Количество картофеля, кг	275	286	250	290	296	315	325

Сколько картофеля продавали ежедневно в эту неделю?

Задание 4. Найдите медиану ряда чисел [16, с. 10]:

а) 30, 32, 37, 40, 41, 42, 45, 49, 52; б) 102, 104, 205, 207, 327, 408, 417;

в) 16, 18, 20, 22, 24, 26;

г) 1,2, 1,4, 2,2, 2,6, 3,2, 3,8, 4,4, 5,6.

Задание 5. Отмечая время (с точностью до минут), которое токари бригады затратили на обработку одной детали, получили такой ряд данных [14, с. 12]:

30, 32, 32, 38, 36, 31, 32, 38, 35, 36, 32, 40, 42, 36, 33, 35, 32, 32, 40, 38.

Для полученного ряда данных найдите моду, размах и медиану. Объясните практический смысл этих статистических показателей.

2 уровень сложности

Задание 1. Среднее арифметическое ряда, состоящего из десяти чисел, равно 15. К этому числу приписали число 37. Чему равно среднее арифметическое нового ряда чисел? [14, с. 6]

Задание 2. В ряду чисел 3, 8, 15, 30, __, 24 пропущено одно число. Найдите его, если [14, с. 6-7]: а) среднее арифметическое ряда равно 18; б) размах ряда равен 40; в) мода равна 24.

Задание 3. В фермерском хозяйстве отведены под пшеницу три участка, площади которых равны 12 Га, 8 Га, 6 Га. Средняя урожайность на первом

участке составляет 18 ц с 1 Га, на втором – 19 ц с 1 Га, на третьем – 23 ц с 1 Га. Чему равна средняя урожайность пшеницы в этом хозяйстве [14, с. 7].

Задание 4. Зная, что в упорядоченном ряду содержится m чисел, где m – нечетное число, укажите номер члена, являющегося медианой, если m равно [14, с. 12]: а) 5; б) 17, в) 47, г) 201.

3 уровень сложности

Задание 1. Среднее арифметическое некоторого ряда данных, состоящего из 10 чисел, равно 7. К этому ряду приписали числа 17 и 18. Чему равно среднее арифметическое нового ряда чисел?

Задание 2. Сколько чисел в ряду, если его медианой служит:

а) пятнадцатый член; б) среднее арифметическое семнадцатого и восемнадцатого членов?

Задание 3. В ряду чисел 8, 16, 26, __, 48, __, 46 два числа оказались стертыми. Найдите эти числа, если известно, что одно из них на 20 больше другого, а среднее арифметическое этого ряда чисел равно 32.

Задание 4. В ряду чисел, состоящем из 12 чисел, наибольшее число увеличили на 6. Изменится ли при этом и как:

а) среднее арифметическое; б) размах; в) мода; г) медиана? [14, с. 14]

Система задач для 8 класса

В 8 классе ученики проводят сбор и группировку данных и затем переходят к анализу, используя обобщающие показатели. Знакомятся с такими понятиями, как частота, выборка, интервальный ряд, полигон, диаграмма, гистограмма.

1 уровень сложности

Задание 1. На выборах мэра города будут баллотироваться три кандидата: Петров, Смирнов, Городнов (обозначим их буквами П, С, Г). Проводя опрос 40 избирателей, было выяснено, за кого они собираются голосовать. Получили следующие данные:

С, П, С, С, Г, П, Г, С, Г, Г, Г, П, С, Г, П, П, С, П, С, Г, Г, Г, П, С, Г, П, Г,
 П, П, С, П, Г, С, С, П, Г, С, П, Г, С.

Представьте эти данные в виде таблицы частот.

Задание 2. При проверке 70 работ по русскому языку отмечали число орфографических ошибок, допущенных учащимися. Полученный ряд данных представили в виде таблицы частот:

Таблица 6

Данные по орфографическим ошибкам, допущенным учащимися

Число ошибок	0	1	2	3	4	5	6
частота	4	6	15	26	12	4	3

Каково наибольшее различие в числе допущенных ошибок? Какое число ошибок является типичным для данной группы учащихся? Укажите, какие статистические характеристики были использованы при ответе на поставленные вопросы.

Задание 3. По четвертным оценкам по геометрии учащиеся одного класса распределились следующим образом: «5» - 3 ученика, «4» - 11 учеников, «3» - 16 учеников, «2» - 3 ученика. Постройте столбчатую диаграмму, характеризующую распределение учащихся по четвертным оценкам по алгебре.

Задание 4. В Таблице 7 показана урожайность зерновых в 43 хозяйствах района. Постройте полигон распределения хозяйств по распределению урожайности зерновых.

Таблица 7

Урожайность зерновых в хозяйствах района

Урожайность, ц/Га	Число хозяйств
17	3
18	6
19	11
20	13
21	5

2 уровень сложности

Задание 1. Является ли выборка представительной, если при изучении времени, которое затрачивают на выполнение уроков восьмиклассники:

- а) опрашивали только девочек;
- б) опрос проводили только по четвергам;
- в) опрашивали только учеников гимназий и лицеев?

Задание 2. Ниже показана среднесуточная переработка сахара (в тыс. ц) заводами сахарной промышленности некоторого региона:

12,0, 13,1, 14,4, 17,6, 18,2, 16,3, 20,8, 16,7, 19,3 18,6, 17,1, 16,2, 20,9, 19,9, 18,4, 19,1, 16,0, 15,5.

Представьте эти данные в виде интервального ряда с интервалами длиной в три единицы. Найдите, сколько сахара в среднем перерабатывал в сутки завод региона: а) заменив каждый интервал его серединой; б) используя заданный ряд.

В каком случае средняя выработка найдена точнее?

Задание 3. В фермерском хозяйстве площади, отведенные под посевы зерновых, распределены следующим образом:

Пшеница – 63%, овес – 16%, просо – 12%, гречиха – 9%.

Постройте круговую диаграмму, иллюстрирующую распределение площадей, отведенных под зерновые [14, с. 28].

Задание 4. Учащихся одного класса попросили отметить, сколько минут в определенный день они затратили на дорогу от дома до школы.

Получили следующие результаты:

15, 16, 25, 10, 24, 13; 8, 14, 20, 10, 23, 19;

15, 22, 16, 12, 17, 14; 12, 25, 12, 21, 18, 20.

Используя эти данные, составьте интервальный ряд с интервалом в 3 минуты.

Постройте соответствующую гистограмму и преобразуйте ее в полигон, заменив каждый интервал его серединой. Найдите, сколько времени в среднем затратили учащиеся на дорогу от дома до школы [14, с. 33].

3 уровень сложности

Задание 1. В ходе опроса предстоит определить, строительству каких культурных и спортивных сооружений отдадут предпочтение жители района. Какие категории жителей должны быть включены, на ваш взгляд, в составляемую выборку?

Задание 2. В таблице частот, характеризующей распределение членов артели по числу изготовленных изделий, одно число оказалось стертым:

Таблица 8

Распределение членов артели по числу изготовленных изделий

Число изделий	Частота
12	1
13	3
14	-
15	6
16	2

Восстановите его, зная, что в среднем члены артели изготовили по 14,2 изделия.

Задание 3. Проводя подсчет числа орфографических ошибок, допущенных учащимися, составили таблицу частот, в которой три числа оказались стертыми:

Таблица 9

Данные по орфографическим ошибкам, допущенным учащимися

Число ошибок	Частота
0	4
1	-
2	-
3	-
4	7
5	4

Восстановите их, зная, что среднее этих чисел на 4 больше предыдущего и на 3 меньше последующего, а в среднем учащиеся допустили по 2,5 ошибки.

Задание 4. В ходе статистического исследования были опрошены 80 учащихся, которых попросили указать время (в минутах), затраченное на

дорогу от дома до школы. По результатам исследования были составлены два интервальных ряда: один с интервалом длиной в 5 минут, а другой с интервалом длиной в 10 минут. Для каждого интервального ряда построили гистограмму. Чем различаются эти гистограммы и что у них общего? [14, с. 35-36]

Система задач для 9 класса

В 9 классе изучаются элементы комбинаторики. Задачи решаются с помощью понятий перестановок, размещения, сочетания.

1 уровень сложности

Задание 1. Сколькими способами 4 человека могут разместиться на четырехместной скамейке [14, с. 42]?

Задание 2. Сколькими способами 9 человек могут встать в очередь в театральную кассу [14, с. 42]?

Задание 3. Сколькими способами семья из трех человек может разместиться в четырехместном купе, если других пассажиров в купе нет [14, с. 46]?

Задание 4. На станции 7 запасных путей. Сколькими способами можно расставить на них 4 поезда [14, с. 46]?

Задание 5. В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в олимпиаде? [14, с. 49]

2 уровень сложности

Задание 1. Сколько чисел (без повторения цифр) можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, таких, которые: а) больше 3000, б) больше 2000 [14, с. 43]?

Задание 2. Сколько существует перестановок слова «конус», в которых буквы к, о, н стоят рядом [14, с. 43] ?

Задание 3. Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различные и первая цифра отлична от нуля [14, с. 47]?

Задание 4. На полке стоит 12 книг: англо-русский словарь и 11 художественных произведений на английском языке. Сколькими способами читатель может выбрать 3 книги, если: а) словарь нужен ему обязательно; б) словарь ему не нужен [14, с. 49]?

3 уровень сложности

Задание 1. Бросают 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на одном кубике выпадет одно очко, а на другом – более трех очков [14, с. 63]?

Задание 2. В вазе 11 гвоздик, 4 из которых красные. В темноте наугад вынимают 3 гвоздики. Какова вероятность того, что хотя бы одна из них будет красной [14, с. 64]?

Задание 3. При стрельбе по мишени на полигоне одно из двух орудий имеет 800 попаданий из 1000, а другое – 750 попаданий из 1000. Оба орудия выстрелили по мишени по одному разу. Какова вероятность того, что мишень будет поражена [14, с. 64]?

Задание 4. Вероятность остановки за смену одного станка, работающего в цехе, равна 0,15, а другого – 0,16. Какова вероятность того, что оба станка не остановятся [14, с. 63]?

Таким образом, системы задач подобраны для каждого класса, так же они представлены по уровню сложности: от базового до повышенного.

Выводы по второй главе

Исследование методических основ обучения теме «Статистические данные» в курсе математики основной школы позволило сформулировать следующие выводы:

1) в учебниках и пособиях по математике основной школы тема «Статистические данные» практически не представлена, изучается в основном в рамках факультативов и слабо привязана к основной программе;

2) содержание имеющихся УМК и пособий позволяют обучать теме «Статистические данные» в курсе основной школы, в целом соответствует

требованиям ФГОС, однако в них отсутствует последовательность, организованность и четкость в конструировании программного материала;

3) логико-математический анализ УМК и пособий по данной теме выявил проблемы как в вопросах изложения материала в курсе алгебры основной школы, так и в определении содержания, необходимого для успешного усвоения и понимания основ теории статистики и его соответствия содержанию и требованиям государственного стандарта по математике;

4) в содержательном и методическом аспектах для обучения теме «Статистические данные» в курсе основной школы целесообразно использовать УМК Г.В. Дорофеева в виду ряда его преимуществ перед другими УМК и пособиями, которые позволяют изучать данную тему.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные выводы и результаты, полученные в результате исследования:

1. Раскрыто понятие логико-математического анализа содержания темы школьного курса математики (на примере темы «Статистические данные»).

2. Выявлены основные цели и задачи обучения данной теме в школьном курсе математики.

3. Выделены основные требования к знаниям и умениям учащихся по теме «Статистические данные».

4. Выполнен анализ теоретического и задачного материалов по теме «Статистические данные» в учебниках алгебры 7-9 классов.

5. Выявлены формы, методы и средства обучения данной теме в курсе алгебры основной школы.

6. Разработаны методические рекомендации по обучению теме «Статистические данные» в школьном курсе алгебры основной школы. Установлено, что целесообразно направить учебно-познавательную деятельность учащихся, связанную с формированием статистических знаний в практическое, мотивирующее русло. Тогда статистические данные перестанут быть для учащихся просто наборами бессвязных чисел, с которым «надо что-то сделать», – только в этом случае можно будет говорить об эффективности изучения темы «Статистические данные» в курсе основной школы.

7. Выполнен анализ задач ОГЭ по теме исследования.

8. Разработаны системы задач по теме «Статистические данные» в курсе алгебры основной школы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Байслонова Р.Н. Стохастическая линия в школьном курсе математики. Урок по алгебре в 9-м классе [Электронный ресурс]/ Р.Н. Байслонова// Социальная сеть работников образования nsportal.ru. – Режим доступа: <https://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2011/12/11/stokhasticheskaya-liniya-v-shkolnom-kurse-matematiki>.
2. Баландина И. Стохастическая линия в средней школе: начнем с анализа [Электронный ресурс]/ И. Баландина// Математика. Издательский дом 1 сентября. – 2009. – № 5. – Режим доступа: http://mat.1september.ru/view_article.php?ID=200901403
3. Бунимович Е.А. Вероятностно-статистическая линия в базовом школьном курсе математики/ Е.А. Бунимович // Математика в школе. – 2002. – № 4. – С. 52-58.
4. Бунимович Б.А. Вероятность и статистика. 5-9 классы: пособие для общеобразоват. учеб. заведений/ Б.А. Бунимович, В.А. Булычев. – М.: Дрофа, 2002. – 160 с.
5. Головкова Л.В. О проблемах введения понятия "вероятность события" в курсе математики основной школы [Электронный ресурс]/ Л.В. Головкова // Научно-технический прогресс как фактор развития современной цивилизации: сборник статей по итогам международной научно-исследовательской конференции. – Магнитогорск. - 2017. - С. 26-29. - Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=30620535>.
6. Гриценко, Н.Н. Основы вероятностно-статистических знаний в школе на уроках математики и информатики [Электронный ресурс]/ Н.Н. Гриценко// Информация и образование: границы коммуникаций. -2013. - № 5 (13). - С. 441-443. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21958162>. - Последнее обновление 08.05.2018.
7. Гулиева Э.Н. Стохастическая компонента в школьном образовании как необходимый элемент математической культуры учащихся / Э.Н. Гулиева,

Н.П. Дмитриев// Культура. Наука. Образование. Проблемы и перспективы: сборник V Международной научно-практической конференции. - Нижневартонск: Издательство НВГУ, 2016. - С. 157-160.

8. Дорофеев Г.В. Математика. Серия учебников для 5 – 9 классов/ Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин. – М.: Просвещение, 2012. – 112 с.

9. Евич Л.Н. Математика. Элементы теории вероятностей и статистики: учебно-методическое пособие/ Л.Н. Евич, Л.С. Ольховская, А.С. Ковалевская; Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. – Ростов-н/Д: Легион-М, 2011. – 32 с.

10. Зубарева И.И. Математика. Серия учебников для 5 – 6 классов/ И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. – М.: Просвещение, 2009. – 104 с.

11. Истифина О.С. Методический анализ изучения элементов статистики в курсе математики средней школы/ О.С. Истифина, Т.А. Долматова// Информационно-коммуникационные технологии в педагогическом образовании. – 2016. – № 2 (40). – С. 38-44.

12. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики/ под ред. Е.И. Лященко. – М.: Просвещение, 1988. – 223 с.

13. Лейзерман, Ж.Б. Развитие исследовательской активности учащихся при изучении стохастики [Электронный ресурс] / Ж.Б. Лейзерман // Вестник Университета Российской академии образования. - 2010. - № 2. - С. 83-85. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=16243591>. - Последнее обновление 14.05.2018.

14. Макарычев Ю.Н. Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей. Пособие для 7 – 9 классов / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк; Под редакцией С.А. Теляковского. – М., 2013. – 78 с.

15. Макарычев Ю.Н. Изучаем элементы статистики/ Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк // Математика в школе. – 2004. – № 5. – С. 42—47.

16. Методика и технология обучения математике. Лабораторный практикум: учеб. Пособие для студ. матчем. фактов пед. ун-тов / под науч. ред. В.В. Орлова. – М.: Дрофа, 2007. – 320 с.

17. Мордкович А.Г. События, вероятности, статистическая обработка данных. Пособие для 7 – 9 классов/ А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – М.: Просвещение, 2008. – 112 с.

18. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации об утверждении и введении в действие Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (5-9 классы) / Издан 17 декабря 2010 г. (в ред. 29 декабря 2014 г.)// № 1897. 01.01.2016. Собрание законодательства РФ.

19. Рогозина М.А. Проблема разрозненности элементов теории вероятностей и математической статистики в материале школьных учебных предметов/ М.А. Рогозина, М.В. Пospelов // Математика: фундаментальные и прикладные исследования и вопросы образования: сборник материалов международной научно-практической конференции. – Рязань. - 2016. - С. 468.

20. Сайт учебно-методических комплексов по математике для 1-11 классов Г.К. Муравина и О.В. Муравина [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://muravin2007.narod.ru/>.

21. Тарасова Н.П. Изучение вероятностно-статистического материала в обязательном основном школьном курсе математики [Электронный ресурс]/ Н.П. Тарасова. – Режим доступа: <https://refdb.ru/look/2698189.html>

22. Терехова Л.А. Элементы статистического анализа данных в школьном курсе математики [Электронный ресурс]/ Л.А. Терехова// Образование и общество. - 2016. Т. 4-5. - № 99-10. - С. 54-57. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=30587524>

23. Ткачева М.В. Элементы статистики и вероятность: учебное пособие для 7 – 9 классов общеобразоват. учреждений/ М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова. – 3-е изд., стереотип. – М.: Просвещение, 2015. – 112 с.

24. Тюрин Ю.Н. Теория вероятностей и статистика. Пособие для учащихся 7 – 9 классов / Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров. – М.: Просвещение, 2014. – С. 14-31.

25. Черенков В.Е. Обновление содержания образования в условиях реализации ФГОС общего образования / В.Е. Черенков// Вестник Тамбовского университета. Серия: Гуманитарные науки. - 2015. - № 9 (149). - С. 37-42.

26. Шилова Л.И. Введение в математическую статистику [Электронный ресурс] / Л.И. Шилова // Информационный портал «Открытый урок. 1 сентября». – Режим доступа: <http://xn--i1abbnckbmc19fb.xn--p1ai/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/568310/>.

27. Эсенбаева О.А. Введение стохастической линии в курс математики средней школы [Электронный ресурс]/ О.А. Эсенбаева // Информационный портал «Открытый урок. 1 сентября». – Режим доступа: <http://xn--i1abbnckbmc19fb.xn--p1ai/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/551469/>.

28. Fisz, Marek. Probability Theory and Mathematical Statistics/ Krieger PubCo. – 1980. – 677 p.

29. Jaynes, E.T. Probability Theory: The Logic Of Science / Cambridge University Press. – 2003. – 759 p.

30. Karr, A. F. Probability / Springer – Verlag New York. – 1993. – 283 p.

31. Lehmann, E.L. Elements of Large-Sample Theory/Springer.–2004.– 631 p.

32. Towers, Jo. Teaching and learning mathematics in the collective/ Jo Towers, Lyndon C.Martin, Brenda Heater// The Journal of Mathematical Behavior, added 3.09.2013. –vol. 32, №3. – 424-433 p. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0732312313000461>. – Последнее обновление 15.04.2018.