

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)
Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование кафедры)

44.03.05 «Педагогическое образование»
(код и наименование направления подготовки)
«Математика и информатика»
(направленность (профиль))

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему **«МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ
ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ
ПО ТЕМЕ «ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА» В КУРСЕ
ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ»**

Студент Д.В. Романов _____
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Руководитель д.п.н., профессор С.Н. Дорофеев _____
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Консультант ст.преподаватель М.В. Емелина _____
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Допустить к защите

Заведующий кафедрой д.п.н., профессор, Р.А. Утеева _____
(ученая степень, звание, И.О. Фамилия) (личная подпись)

« _____ » _____ 2018 г.

Тольятти 2018

АННОТАЦИЯ

Целью дипломной работы является выявление методических особенностей обучения школьников решению планиметрических задач по теме «Площадь многоугольника» и разработать системы задач по теме исследования.

Данная тема является одной из основных в курсе планиметрии и изучается в 7-9 классах. При изучении темы «Площадь многоугольника» учащиеся знакомятся с новыми понятиями, изучают теоремы, учатся решать задачи по данной теме.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы.

Объектом дипломной работы является процесс обучения геометрии в основной школе.

Предметом дипломной работы являются методические особенности обучения решению планиметрических задач по теме «Площадь многоугольника» в курсе геометрии основной школы.

В **Главе I** изучается понятие логико-математического анализа тем школьного курса математики. Рассмотрены основные требования к знаниям учащихся и проведён анализ теоретического и практического материала по данной теме.

Глава II посвящена методическим особенностям обучения решению планиметрических задач. В ней рассмотрены формы, методы и средства обучения, а также методические рекомендации по обучению вписанных и описанных многоугольников.

Список литературы содержит 28 наименований.

ABSTRACT

The title of the graduation work is «Teaching methodology of how to solve planimetric tasks on the topic «Polygon area» in the course of geometry at secondary school».

The aim of the graduation work is to reveal the methodological peculiarities of teaching students how to solve planimetric tasks on the topic «Polygon area» and to develop systems of tasks on the topic of the research.

This topic is one of the most important topics in the course of planimetry and it is explained to students that are in 7-9 classes. While dwelling on the topic «Polygon area», students learn the new concepts, theorems. They are also taught to solve tasks on this topic.

The object of the graduation work is the process of teaching geometry at secondary school.

The subject of the research is the methodological peculiarities of teaching how to solve planimetric tasks on the topic «Polygon area» in the course of geometry at secondary school.

The first part of the graduation work is devoted to the concept of logical and mathematical analysis as part of the school curricular mathematics topics. The main requirements to the students' knowledge are covered, and the analysis of the theoretical and practical material on this topic is carried out as well.

The second part of the graduation work presents the methodological peculiarities of teaching to solve planimetric tasks. In this part of the work, the forms, the methods and the training tools, as well as the methodological recommendations for explaining the topic «Polygon area» are considered.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА» В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ.....	9
§1. Понятие логико-математического анализа тем школьного курса математики на примере содержания темы «Площадь многоугольника».....	9
§2. Методика введения понятия площади в школьных учебниках по геометрии.....	13
§3. Сравнительный анализ особенностей изучения темы «Площадь многоугольника» в школьных учебниках по геометрии.....	15
Выводы по первой главе.....	19
ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА» В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ.....	21
§4. Формы, методы и средства обучения школьников решению геометрических задач.....	21
§5. Методические рекомендации по обучению школьников решению задач на вычисление площади.....	25
§6. Анализ задач ОГЭ по теме «Площадь многоугольника» в курсе геометрии основной школы.....	28
Выводы по второй главе.....	39
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	40
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	41

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. В математическом образовании геометрия является одним из самых сложных и важных предметов в школьном курсе математики. Тема «Площадь многоугольника» является важнейшей частью в математике, так как нам было необходимо сравнивать различные территории, участки, находить вместимость сосудов. Само слово «геометрия» от греческого означает «землемерие». Во многом благодаря ученым египтянам, послужило началом для выведения большинства формул, с помощью которых можно было определить практически любую площадь многоугольника. Больше 4 тыс. лет назад вавилоняне учились определять площади различных фигур в квадратных сантиметрах. Но, к сожалению, практика нам показывает, что степень усвоения знаний учащихся по этой дисциплине оставляет желать лучшего. Таким образом, для учеников на экзамене по-прежнему задачи геометрии являются для него самыми трудными. Зачастую школьники не умеют правильно строить чертежи к геометрическим задачам, выдвигать гипотезы решения, доказывать их. Особенно проблемы изучения геометрии отражаются при подготовке к ОГЭ. Плохо зная планиметрию, в дальнейшем возникают проблемы с подготовкой к ЕГЭ.

В школьном курсе геометрии основной школы рассматриваются геометрические фигуры на плоскости и их свойства, немалое внимание направлено на изучение понятия многоугольника, его различных видов и свойств многоугольников. В 5-6 классах для учащихся многоугольник становится учащимся объектом изучения элементарной алгебры. При этом ученикам уделяется внимание с изображением углов, многоугольников, многогранников, отрезков.

В процессе изучения темы «Площадь многоугольника» вводятся много новых понятий, изучаются теоремы, решение задач по данной теме требует от обучающихся актуализации имеющихся у них теоретических знаний.

Проблема исследования состоит в выявлении методических особенностей обучения решению планиметрических задач по теме «Площадь многоугольника».

Объект исследования: процесс обучения геометрии в основной школе.

Предмет исследования: методические особенности обучения решению планиметрических задач по теме «Площадь многоугольника» в курсе геометрии основной школы.

Цель бакалаврской работы: выявить методические особенности обучения школьников решению планиметрических задач по теме «Площадь многоугольника» в курсе геометрии основной школы и разработать методические рекомендации по обучению их решению.

Задачи исследования:

- рассмотреть понятие логико-математического анализа тем школьного курса математики;
- раскрыть методику введения понятия площади;
- проанализировать школьные учебники по данной теме;
- разобрать теоретический материал темы «Площадь многоугольника», представленный в учебниках разных авторов, провести его методический анализ;
- рассмотреть формы, методы и средства обучения школьников решению геометрических задач;
- выявить методические рекомендации по обучению школьников решению задач на вычисление площади многоугольника;
- составить анализ задач ОГЭ по теме «Площадь многоугольника».

Методы исследования: изучение и анализ школьных программ, учебной литературы и методических пособий по теме работы, изучения опыта работы учителей математики.

Теоритическая значимость исследования состоит в том, что в нём выявлены методические особенности обучения учащихся теме «Площадь многоугольника» в курсе геометрии основной школы.

Практическую значимость исследования составляют методические рекомендации по обучению учащихся основной школы решению задач на вычисление площади многоугольника и соответствующий набор задач ОГЭ, которые могут быть использованы учителями математики в практической деятельности.

На защиту выносятся:

1. Методические рекомендации по обучению школьников решению задач на вычисление площади многоугольника в курсе геометрии основной школы.

2. Набор задач ОГЭ по теме «Площадь многоугольника» для учащихся основной школы.

Во введении сформулированы такие характеристики исследования, как: актуальность, проблема, объект, предмет, цель и задачи данного исследования.

Первая глава посвящена понятию логико-математическому анализу тем школьного курса математики. Рассматривается методика введения понятия площадей, проведены сравнительные анализы особенностей изучения данной темы.

Во Второй главе составлен набор задач ОГЭ по теме «Площадь многоугольника», методические рекомендации по обучению школьников решению задач на вычисление площади многоугольника. Представлены формы, методы и средства обучения школьников решению геометрических задач.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы проведенного исследования.

Бакалаврская работа содержит введение, две главы, заключение и список литературы.

Список литературы состоит из 28 источников.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА» В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§ 1. Понятие логико-математического анализа тем школьного курса математики на примере содержания темы «Площадь многоугольника»

Мы можем сказать, что логико-математический анализ темы – это знание целей обучения содержанию темы и основных результатов обучения, также это осознание формулировок определений и то, каким понятиям и объектам даются эти определения. Еще можно сказать, что логико-математический анализ темы – это познание математических утверждений, которые не похожи на те определения, встречающиеся в нашей теме.

Основной целью логико-математического анализа является выработка умения решать основные и типовые задачи какой-либо темы. А также дать знания методов решения задач, используемых в школе.

Вероятность подхода такого рода будет существовать на практике средних учебных заведений, такого рода подход вероятен, он существует в практике среднего учебного заведения, однако очень сложно бывает сделать формирование внутрипредметных связей и обобщение содержания на базе такого рода, что зачастую можно увидеть во многих школах.

В учебном материале мы выделим два существенных блока:

- материал, содержащий теорию
- различные математические задачи

Материал, содержащий теорию основывается на различных понятиях и понятиях, включающих в себя определения:

- утверждения (к ним относятся свойства, признаки, теоремы и т.п.)
- алгоритмы (различные правила, формулы, т.п.),

– аксиоматический способ, который содержит в себе метод неравенств, координатный и векторный метод, косвенное и прямое доказательство и т.п.)

В учебном процессе математические задачи по методу их применения мы можем разделить на две группы. Эти математические задачи нужны нам для того, чтобы выявить изученные нами теоремы, закрепить изученные алгоритмы, также выявить прямое использование математических методов.

Чтобы найти решения таких задач не нужно прилагать много усилий. Само решение, в основном, находится с помощью двух шагов. В учебниках школьного курса задачи подобного типа встречаются достаточно много и эти типы задач являются как раз-таки средством обучения математике.

Такая трактовка учебного материала нам поможет отличить определения объектов или понятий на любом участке текста в учебнике, даст нам осуществить анализ логической структуры наших объектов, приводит к развитию образования, предоставляет возможность охарактеризовать математические и логические отличия. (если они существуют), что стимулирует нас к усовершенствованию эффективного метода обучения, затрагивая математику как в целостности, так и отдельно взятых тем по времени и содержанию.

Логико-математический анализ не конкретизирует цели изучения составляющего темы, потому что это допускается только тогда, когда мы уже выявили цели данной темы, так как это возможно сделать только после выявления целей темы, с которой ознакомились. Этот анализ также не предполагает уточнения контрольных действий.

Для проведения логико-математического анализа материала обучения, нужно четко понимать и осознавать эти цели. Логико-математический анализ учебного курса схож со чтением школьных учебников от лица учителя. Ознакомившись с учебным пособием для отдельно взятого класса, учителю необходимо для себя ответить Изучая учебник для конкретного класса, учитель обязан ответить себе на нижеперечисленные вопросы:

– Даются ли нам определения?
– Понятно ли введены новые определения, объекты, понятия?
– К какому типу строения определений мы можем отнести данное нам определение?

– Мы работаем с новым типом строения определения или мы уже встречались с ним ранее?

– Какие учебные и информативные процессы нам следует выполнить, чтобы раскрыть типы строений определений и как его лучше всего применять?

– Каков должен быть наш материал, чтобы была возможность обнаружить все действия и операции?

Рассмотрим логико-математический анализ темы «Многоугольник»

Мы заранее уже знаем цели этой темы:

– При помощи логической связи между собой создать структуру определений основных фигур данной темы;

– Выявить рациональную сущность определений выпуклого многоугольника, считая ее частью плоскости;

– Выявить состав единых математических приемов неполной индукции, которые мы используем для доказательства в теме основных утверждений.

– Сгруппировать и подытожить отдельные метрические свойства выпуклых многоугольников.

Теперь приступим к логико-математическому анализу данной темы.

Материал в теме «Площадь многоугольника» представлен на основе дедукции, так как даются определения всем фигурам, которые вводятся в теме.

В самом начале темы дается определение площади многоугольника, также приводятся условия их существования. Далее приводятся свойства

площадей многоугольников. Из-за большого выражения под корнем и дроби их вычисления представляют некоторую сложность.

В данной теме доказываются следующие теоремы:

- Площади ромба и трапеции;
- Площади треугольника;
- Площади прямоугольника;
- Площади параллелограмма;

В основе данных теорем является свойство равного многоугольника, который имеет равные площади, его используют и при доказательстве.

Опираясь на анализ содержания данного учебного материала, мы можем полагать, что образование нового представления геометрической фигуры, являющейся частью плоскости, и обнаружение метрических и конструктивных свойств на базе решения математических задач, является ведущей учебной задачей данной темы.

Логико-математический анализ определений понятий по теме «Площадь»

Таблица 1

Название понятия	Вид определения понятия	Название способа представления определения понятия
[4, С.2] «Площадь фигуры - это число, показывающее, из скольких единиц площади составляется эта фигура (за единицу площади берется квадрат, сторона которого равна единице длины). Однако такое	[7]«Генетическое определение, то есть такое определение, в котором описывается или указывается способ его образования, возникновения. Генетические определения представляют собой	Аксиоматический способ. [7] «Площадь фигуры - это положительная величина, численное значение которой обладает следующими свойствами: а) равные фигуры имеют равные площади; б) если

<p>наглядное пояснение не может служить точным математическим определением понятия площади. Неясно, например, каким образом из единиц площади составляется круг заданного радиуса.»[4, С.2]</p>	<p>разновидность определения через род и видовые отличия.»[7]</p>	<p>фигура разбивается на части, являющиеся простыми фигурами, то площадь этой фигуры равна сумме площадей её частей; в) площадь квадрата со стороной равной единице измерения равна единице.» [7, С.52]</p>
---	---	---

§2. Методика введения понятия площади в школьных учебниках по геометрии.

Перед тем как вводить понятие «Площади фигур», эта тема нам представляется синтезом аналитического и традиционно-синтетического метода. Возьмем к примеру площадь треугольника, информация здесь представлена аналитическим способом, а подтверждения применяются традиционно-синтетическим методом.

Когда мы начинаем изучать тему «Площади фигур» воспользуемся такой схемой: простая фигура – величина площади фигуры – площадь параллелограмма – площадь прямоугольника - площадь трапеции – площадь подобных фигур.

Ученикам показывают готовые чертежи с изображением простых фигур и они должны определить: простую ломаную, простую замкнутую ломаную, замкнутую ломаную, плоский треугольник, выпуклый многоугольник, плоский пятиугольник. Нам важно помнить, что плоский треугольник будет являться конечной частью плоскости, которая ограничена

треугольником. «Выпуклый многоугольник – это такой многоугольник, который относительно любой прямой лежит в одной, содержащей его сторону. Конечная часть плоскости, которая ограничена многоугольником является плоским многоугольником.»[8, с.228]

«Многоугольник - это замкнутая двумерная фигура, образованная прямыми отрезками, которые соединяются в точках, называемых вершинами. Внутренние углы многоугольников обычно меньше внешних, хотя возможно и обратное. Многоугольник, у которого один из углов больше 180° , называется невыпуклым.» [8, С.58]

Если геометрическая фигура мы можем разбить на конечное число плоских треугольников, то она будет являться простой. В качестве примера этой простой фигуры нам послужит плоский выпуклый многоугольник, разбивающий диагоналями на плоские треугольники, которые будут выходить из одной вершины.

Площадь простой фигуры будет обладать следующими свойствами:

1. «Равные фигуры будут иметь равные площади;
2. У фигуры, разбитая на части и являющееся простой фигурой, площадь фигуры равна сумме площадей ее частей;
3. Площадь квадрата со стороной, равной единице измерения, равна единице.»[12]

Аксиоматический подход нам поможет для того, чтобы определить новую величину. Площадь простой фигуры описана свойством аддитивности. При равенстве фигур будут равны и площади, но обратное утверждение не всегда будем правильным.

В курсе арифметики большинство учеников уже успевают знакомиться с формулами площадей некоторых фигур. Измеряя площади при помощи

памяток, ученики знакомятся с ее оценкой по недостатку и по избытку. Таким образом, школьники постепенно готовятся уже к пониманию вывода формулы площади прямоугольника.

Проводя уроки, касающиеся «Площадь фигур», вывод общих формул мы должны закреплять вывод общих формул, рассматривая частные примеры. Теоретический материал должен всячески снижаться, (в разумных пределах) для того, чтобы учащимся оставалось чуть больше времени для решения затрудненных задач. (Чтобы изложить теории юможно проводить небольшие уроки-лекции). Целесообразно время от времени индивидуальные работы по обучению и контролю в отдельно взятых случаях.

§ 3. Сравнительный анализ особенностей изучения темы «Площадь многоугольника» в школьных учебниках по геометрии.

В данном параграфе представим анализ теоретического материала по теме «Площадь многоугольника» в школьном курсе геометрии 7-9 классов.

Ознакомившись с «Федеральным государственным образовательным стандартом общего основного образования» [19] и действующим перечнем учебников геометрии основной школы в соответствии с приказами Министерства образования и науки РФ № 253 от 31.03.2014 г. и № 38 от 26.01.2016 г., в работе в качестве основного был выбран учебник под редакцией Л.С. Атанасяна [6]. Также были рассмотрены учебники под редакцией А.В. Погорелова [12] и И.Ф. Шарыгина [2] и И.М. Смирновой [18].

Тема «Площадь многоугольника» в разных учебниках дается в разное время. У А.В. Погорелова эта она представлена в конце 9 класса, потому что во время обучения этой теме «прогоняется» курс планиметрии. В задачах начинают появляться задания по типу: «найдите площадь». Также отметим, что «Площадь многоугольника» и «Площадь круга» соединил в одну главу «Площади фигур».

У И.Ф. Шарыгина, в свою очередь, изучение «Площади многоугольника» начинается в первой половине 9 класса и изучаются вместе.

В большинстве учебников при введении понятия «Площади» рассматриваются примеры из жизни, кроме учебника А.В. Погорелова. А ведь эта тема тесно связана с ситуациями из жизни и наглядно нам показывает как нам нужно применять полученные знания на практике. Ученики из курса 1-6 класса уже сталкиваются с понятием «Площадь» и исходя из этого, не будет лишним дать ученикам привести пару примеров. Сравнивая учебник А.В. Погорелова складывается впечатление, что он недостаточно доработан в этом плане.

Затрагивая темы измерения площадей, во всех книгах они представлены по-разному. Например, Л.С. Атанасян измерения площадей демонстрирует нам, затрагивая примеры прямоугольников и трапеций, объясняя тем, что на самой практике он считается не совсем удобным и исходя из этого, площадь вычисляют определенными формулами. А.В. Погорелов никак не рассматривает измерения площадей.

А И.Ф. Шарыгин, в свою очередь, не очень подробно представляет нам тему «измерение площадей».

Однако у А.Д. Александрова очень подробно представлена тема измерения площадей. Примеры приводятся с помощью «перехода от одной единицы площади к другой» [1].

Если рассматривать методику вычисления площадей многоугольников, то мы увидим, что у всех в учебниках все подробно расписано и у каждого по-особенному.

Рассмотрим учебник А.В. Погорелова. Мы замечаем, что тут нам представлены основные формулы для вычислений площади фигур. Выводится формула Герона, подобраны задачи с решениями, «формулы для радиусов вписанной и описанной окружности и для вычисления площади произвольного четырехугольника» [12]. Также указаны темы «Площадь

круга» и площади подобных фигур. Темой «Площади фигур» А.В. Погорелов заканчивает курс 9 класса.

Теперь рассмотрим учебник Л.С. Атанасяна. Он очень подробно рассматривает тему теории площадей. В учебнике мы видим доказательство площади квадрата со стороной a равной a^2 , также можем заметить теорему об отношении площадей треугольников, имеющих по равному углу. Далее приводится доказательство теоремы Пифагора при помощи свойств площадей. Формуле Герона не уделено особого внимания. Ученикам 9 класса, ознакомившимся с тригонометрией, представляется доказательство «формулы вычисления площади треугольника (по двум сторонам и углу между ними)» [12]. Также в учебнике особое внимание уделено квадратуре круга, содержащая исторические материалы, вызывая особый интерес у учащихся.

В свою очередь, в учебнике И.Ф. Шарыгина рассматриваются формулы вычисления площади прямоугольника, трапеции, нестандартная формула площади треугольника и параллелограмма. Приведены два доказательства для формулы Герона. Представлено доказательство отношений площадей подобных фигур. Потом выводятся формулы сегмента, кругового сектора и площади круга. Материал в учебнике изложен весьма необычно, все изложено очень доступно и интересно для учащихся. Также приведен исторический материал.

В учебнике А.Д. Александрова рассмотрены формулы для вычисления площадей четырехугольников, круга, кругового сектора, треугольников. Но формулы для вычисления площади не сразу приводятся, только когда для них уже подготовлена основа для их вывода. Вслед за тем, как была введена теорема Пифагора, мы приступаем к рассмотрению формулы Герона. Впоследствии рассмотрена тема «Синус» и уже после нее приводится формула для нахождения площади произвольного треугольника по двум сторонам и углу между ними.

Рассматривая анализы задач по теме «Площади плоских фигур», рассмотренных в учебнике, можно сделать вывод: Л.С. Атанасян, помимо тех основных задач, которые вводятся в конце каждого параграфа, его учебник наделен дополнительными задачами, а уже в конце мы можем заметить задачи повышенной трудности. Основная доля этих представленных задач – это задачи на вычисление площади, а также встречаются задачи на измерение площадей и задачи на равновеликость фигур. У А.В. Погорелова большинство задач на вычисление площади многоугольника. По уровням сложности эти задачи не разделены. В учебниках А.Д. Александрова и И.Ф. Шарыгина представлены нестандартные задачи на перекраивание и разрезание. В этих учебниках, помимо плоскости, рассмотрены задачи и на пространственные объекты. Распределены задачи по уровням сложности. Задачи практического содержания представлены во всех учебниках. И это хорошо, так как решая задачи на уроках математики ученики замечают необходимость формул, теорем и понятий в жизни.

Рассмотрим принцип систематичности. Он способствует обучению основам наук в определенной последовательности. Так как ученикам не будет понятно, если учитель, объясняя новый материал, будет использовать новые термины, не до конца понятные для ученика. Тогда и в дальнейшем учащиеся не будут понимать материал. К примеру, в учебниках А.В. Погорелова и И.Ф. Шарыгина формула вычисления площади треугольника выражается через две стороны и синуса угла между ними. Потому что к этому времени ученики уже успели познакомиться с понятием синуса угла. В учебнике Л.С. Атанасяна мы замечаем формулу только после изученного материала «Площадь многоугольника», когда учащиеся уже будут знакомы с понятием синуса угла.

Рассмотрим метод площадей данных учебников. Мы можем заметить, что в учебнике А.С. Атанасяна и А.В. Погорелова этот метод не описывается. Но, в свою очередь, у И.Ф. Шарыгина этому методу отведен отдельный

параграф, где ученики могут понаблюдать, как при помощи него решаются задачи доказываются теоремы. Но у А.С. Атанасяна, при помощи метода площадей представлено доказательство первого признака подобия треугольника, а А.Д. Александрова, с помощью этого метода доказана теорема Пифагора.

Рассмотрев все эти учебники, мы можем сказать, что у каждого есть свои достоинства, особенности и недостатки. Одним из основных недостатков является то, что ни в одном из них не отражены полностью все эти три аспекта площадей. Два аспекта полностью отражаются только у А.Д. Александрова и Л.С. Атанасяна. Это вычисление площадей и их измерение. При доказательствах теорем и решений задач авторы используют понятие площади, однако оно не упоминается в формулировках. В отличие от остальных учебников, в учебнике И.Ф. Шарыгина, существует название самого метода площадей. Он достаточно подробно рассматривает вычисление площадей и методы решения задач подобного рода. Подводя итог данному параграфу, следует отметить, что при изучении данной темы учащиеся основной школы должны овладеть такими понятиями как площадь многоугольника, знать основные формулы вычисления площади правильного треугольника, площади равнобедренного треугольника, площади прямоугольного треугольника, площади квадрата, площади прямоугольника, площади ромба, площади прямоугольной трапеции, площади равнобедренной трапеции, площади произвольной трапеции, площади правильного шестиугольника.

Выводы по первой главе.

1. В данной главе рассмотрено понятие логико-математического анализа тем школьного курса математики на примере содержания темы «Площадь многоугольника». Целью логико-математического анализа является выявление методических особенностей изучения темы «Площадь

многоугольника» в учебных пособиях разных авторов, включенных в перечень учебников и учебных пособий, рекомендованных к использованию в основной школе Министерством образования и науки РФ.

2. Выявлены основные требования к знаниям и умениям учащихся по теме «Площадь многоугольника».

3. Проведен сравнительный анализ материала по теме «Площадь многоугольника». По результатам этого анализа установлено, что данная тема изучается как в 8, так и в 9 классе.

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА» В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§4. Формы, методы и средства обучения решению геометрических задач.

В практике преподавания одной из важнейших составляющих является обучение решению задач. Задачи используются не только в качестве основного средства для усвоения материала, но и способствуют развитию математического мышления и умение применять теоретические знания на практике.

В своих лекциях Б.Т. Лихачев [10, С.7] даёт определение форме обучения и звучит оно так: «Форма обучения – некая система с определёнными целями, чёткой организацией, а также содержанием и методикой познавательного и воспитательного взаимодействия, общения и отношений между обучающим и обучаемыми».

Согласно Б. Т. Лихачеву [10, С. 7] формы обучения могут быть:

- «- групповыми;
- коллективными;
- индивидуальными.

Средства обучения – это различные материалы учебного процесса, с помощью которых за короткое время достигается определённая цель обучения.

К средствам обучения относятся: учебники, дидактические материалы, учебные кабинеты и т.д.

В обучении математики задачи выступают как средство обучения:

- при решении задач, учащиеся получают и усваивают математические знания;

- при решении задач у учеников развивается мышление: логическое, операционное (анализ, сравнение);

- развиваются качества мышления, такие как гибкость, оригинальность, четкость, лаконичность речи и записи;

- с помощью задач вырабатывается интерес к предмету.» [10, С. 7]

И.П. Подласый в книге [19] описывает методы обучения как упорядоченную деятельность педагога и учащихся, направленную на достижение ими определенной цели обучения. Методы обучения в методической литературе чаще всего рассматривают как некоторую совокупность путей и способов достижения целей обучения учащихся, решения необходимых задач образования.

В курсе геометрии задачи разбиваются на три типа:

- 1) задачи на вычисление;
- 2) задачи на доказательство;
- 3) задачи на построение.

В основном в школе наибольшим вниманием пользуются задачи на вычисление, они занимают основное содержание сборников задач по геометрии. Однако, при решении геометрических задач на вычисление они имеют свои особые специфические трудности. В основном они связаны с построением и использованием чертежа или с применением теорем.

В своей книге В.Г. Чичигин [22] предлагает определённый план для учащихся для решения задач на вычисление:

- 1) Схематическая запись условия задачи, т.е. сделать чертеж и указать, что дано в задаче.
- 2) Решение самой задачи, составить необходимые уравнения и решения к ним.
- 3) Составление ответа на вопрос к данной задаче.

4) Проверка решения.

Следующий тип задачи на построение. Они занимают основное содержание школьного курса геометрии и состоит в изучении свойств геометрических фигур. Автор предлагает следующий план для решения задач на построение:

- 1) Анализ задачи (проводится в устной форме, записываются самые необходимые предложения);
- 2) Построение.
- 3) Доказательство (записывается с кратким пояснением);
- 4) Исследование (записывается с кратким пояснением).

И последний тип задачи на доказательство. Считается, что для учащихся этот тип является самым трудным, потому что учащиеся в предложенной задаче не видят задачи в привычном для них смысле. В таких задачах отсутствует привычный вопрос и вводит учащихся в недоумение.

В.Г. Чичигин предлагает такой метод решения задач на доказательство: «Для начала задачи на доказательство можно предлагать учащимся не в виде теоремы, а формулировать её в виде обычной задачи. Затем учащиеся должны формулировать вопросы к задаче, чтобы найти метод решения».

Для развития логического мышления большее значение имеют задачи на построение, они имеют самый богатый материал для выработки у учащихся навыков логического мышления. При решении задач на построение учащиеся должны сами создать необходимую фигуру, нежели задачи на доказательство, где учащиеся имеют дело с определённой фигурой.

У большинства учащихся отсутствует интерес к геометрическим задачам, как и к самой геометрии, ученики испытывают значительные трудности при решении задач, в частности, планиметрических. В.А. Далингер[12] в своей книге выделил следующие причины низкого уровня умения решать задачи:

- задачи, решаемые на уроках большинство решаются по образцу;

- задачи, рассматриваемые на уроке даются учащимся в готовом виде, нет работы над составлением задач;

- основное внимание уделяется оформлению решения задач, нежели процессу решения;

- мало задач, которые помогают учащимся осознать способы решения(рефлексивные задачи);

- однообразие типологии задач;

Основной причиной низкого уровня умения решать задачи по геометрии является излишняя ориентация учителей на итоговые экзамены. Отметим, что задачи на построение вообще не включаются, а также мало задач и на доказательство. Из-за этого учителя мало уделяют внимания таким задачам, не умеют рационально включать их в процесс обучения и решают их в последнюю очередь.

Для того чтобы активизировать учащихся к познавательной деятельности в работе А.И. Мостовой доказываем, что один из путей является обучение решению геометрических задач различными способами.

При обучении учащихся решению геометрических задач различными способами и методами даёт возможность: воспитать интерес к изучаемому предмету, развить критическое и математическое мышление, лучше исследовать свойства геометрических фигур, отметить свойство, о котором в задаче не говорится.

Выделим общую методическую схему обучения решению геометрических задач:

- Прочитайте задачу, установите её тип: вычисление, построение, доказательство;

- Выделите условие и требования задачи;

- Сделайте чертёж к задаче;

- Выведите следствия из данных условий;

- Трактование символических записей;

- Определите, какие теоремы, свойства и приёмы необходимо использовать для решения задачи;

- Ответьте на вопросы, отражающие причинно-следственные связи: «Чтобы узнать...надо найти...», «Зная..., можно найти...». Поиск решения задачи с помощью анализа или синтеза;

- Оформите решение задачи;

- Составьте и решите аналогичную задачу;

- Сделайте проверку.

Таким образом, раскрыты формы, методы и средства обучения геометрических задач. Применение их будет способствовать развитию у учащихся интерес к предмету и более глубокому усвоению материала.

§5. Методические рекомендации по обучению вписанных и описанных многоугольников в курсе геометрии основной школы.

Методические рекомендации - это вспомогательная информация, где даются конкретные советы по организации учебно-воспитательного процесса учебного занятия, мероприятия. Их задача состоит в том, чтобы рекомендовать наиболее эффективные, рациональные варианты по проведению учебного занятия.

Методические рекомендации могут быть:

- по изучению предмета;

- для подготовки к практическим занятиям;

- для выполнения контрольных работ;

- по изучению отдельных тем учебного предмета;

- по организации какой-либо конкретной деятельности учащихся.

В начале урока, Т.С. Мищенко требует: «Учащиеся должны проводить *аналогию* между площадью и единицей измерения отрезка: длина отрезка выражена некоторым положительным числом, а за единицу измерения площади выбрана *площадь квадрата*, сторона которого равна выбранной

единицей измерения длины.»[12]

Л.С. Атанасян аксиоматически определяет площадь многоугольника, как величину той части плоскости, которую занял многоугольник.

А.В. Погорелов сначала вводит определение *простой геометрической фигуры*, а потом - *понятие площади* как положительной величины через три свойства, которые у Л.С. Атанасяна рассмотрены отдельно.

Отличительной чертой в И.Ф. Шарыгина является введение вначале необычного определения понятия площади: «Площадь – это некоторая характеристика геометрической фигуры, расположенной на плоскости или на иной поверхности», а потом – определение данного понятия для плоской фигуры: «Площадь – это число, которое ставится в соответствие ограниченной плоскости фигуре» [46, С. 340].

По учебнику И.М. Смирновой: «площадь фигуры – это число, получающееся в результате измерения и показывающее, сколько раз единичный квадрат и его части укладываются в данной фигуре» [14, С. 226].

«При доказательстве формулы для вычисления *площади прямоугольника* используется равенство двух прямоугольников, поэтому перед этим можно учащимся предложить решить задачу: Докажите, что два прямоугольника с равными сторонами равны. После следует решить задачи на вычисление площади прямоугольника. В качестве домашнего задания можно дать задачи: на вычисление площади, на сравнение площадей, на понятие равновеликости.» [22, С.60]

Воспользуемся опытом учителя математики Ю. Абликсанова, предлагающая на первом уроке на тему «Понятие площади. Площадь квадрата» схему объяснения новой темы:

- 1) устный счет, здесь показаны единицы измерения площади и их равносильность;
- 2) проверка домашнего задания, где ученики дома должны привести примеры необходимости вычисления площадей в настоящее время;

3) объяснение новой темы показана в учебнике Л.С. Атанасяна, где учитель дает понятие площади с помощью площади многоугольника как положительного числа, показывающее, сколько раз единица измерения и ее части укладываются в этом многоугольнике. Подтверждение формулы квадрата рассмотрено в 3-х случаях: длина стороны выражена целым числом, дробным числом, иррациональным числом или десятичной бесконечной непериодической дробью;

4) задачи рассматриваются практического характера [1].

Вторым параграфом в учебнике Л.С. Атанасяна в главе «Площадь» идет «*Площадь трапеции, треугольника и параллелограмма*», на него отведено 5 часов. Там выведены основные формулы для вычисления площади треугольника и параллелограмма и трапеции.

По окончании изучения параграфа «Площадь параллелограмма, треугольника и трапеции», по учебному пособию Л.С. Атанасяна учащийся должен уметь:

- вывести формулу площади треугольника (традиционную), четырехугольников;
- вычислить площади фигур, при помощи формул и свойств площади;
- при решении задач применить эти полученные знания.

Помимо этого, ученики также смогут познакомиться с *методом площадей* и научиться использовать его для решения задач. Отметим, что этот метод не описан в учебнике, А.В. Погорелова, Л.С. Атанасяна и И.М. Смирновой, он попадает только в некоторых задачах. В учебнике И.Ф. Шарыгина этому методу отведен отдельный параграф, где у учащиеся могут пронаблюдать, как с его помощью решаются и доказываются задачи. Эта часть темы является обязательной для обучения учеников, а остальной материал учитель дает такой, каким посчитает нужным.

§6. Анализ задач ОГЭ по теме «Площадь многоугольника» в курсе геометрии основной школы.

В основном государственном экзамене встречаются задания, где необходимо вычислить площади фигур, которые изображены на клетчатой бумаге. В основном такие задачи даются для учащихся довольно просто, если эта фигура представлена в виде треугольника, параллелограмма или трапеции. Нужно всего лишь знать по какой формуле вычисляются эти площади фигур. Для вычисления достаточно сосчитать количество этих точек. Однако, фигуры могут быть нам даны в виде произвольного многоугольника. Для решения таких задач, нам необходимо использовать особые методы. Разберемся в особенностях таких задач. Оказывается, есть такая универсальная особая формула, с помощью которой мы можем вычислить изображенную на клетке площадь фигуры. Она называется формулой Пика. Особенность этой формулы заключается в простоте получения результата и ее применении, но в школьном курсе геометрии эту формулу не рассматривают. На рассмотрение возьмем многоугольник, имеющий целочисленные координаты. Узлами называют точки с целочисленными координатами. Допустим. Мы должны найти его площадь.

1. Фигура может представлять собой трапецию, параллелограмм, треугольник.
- 1) Нужно найти диагонали, высоту и стороны, подсчитав клетки.
- 2) Полученные величины подставить в формулу для нахождения площади.

К примеру, нам дан рисунок 1. Размер клетки 1 см на 1 см.

Решение: Подсчитав клетки, найдем: $a = 6$ см, $h = 3$ см. С помощью формулы получим: $S = \frac{1}{2} \cdot$

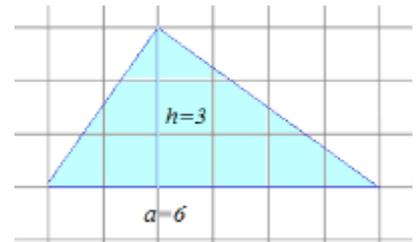


Рис.1. Треугольник

$$a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9 \text{ см}^2.$$

2. Фигура представлена многоугольником.

Фигура, представленная в виде многоугольника, дает возможность пользоваться следующими методами.

Метод разбиения:

- 1) Нахождение суммы всех площадей фигур;
- 2) Нахождение площади, получившихся фигур;
- 3) Разбиение многоугольника на треугольники и прямоугольники.

Для примера, методом разбиения нам необходимо вычислить площадь фигуры, которая изображена с размером клетки 1 см на 1 см на рисунке 2.

Решение. Существует большое количество способов разбиения. Для упрощения задачи мы можем разбить фигуру на прямоугольник и прямоугольные

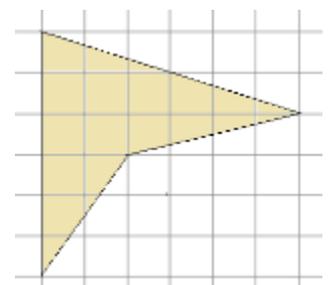


Рис.2. Многоугольник

треугольники, показанные на рисунке 3.

Площади треугольников будут равны: $S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 =$

$6(\text{см}^2)$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 = 2(\text{см}^2), S_3 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3 \text{ см}^2 .$$

Сложив площади всевозможных фигур, получаем:

$$S = 6 + 2 + 2 + 3 = 13(\text{см}^2).$$

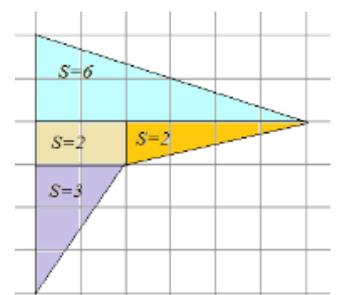


Рис.3. Метод разбиения

Метод дополнительного построения:

- 1) До самого прямоугольника достроить фигуру;
- 2) Найти площадь прямоугольника и площадь, полученную дополнительными фигурами;
- 3) От самой площади прямоугольника отнять площади всех оставшихся фигур.

В качестве примера, при помощи метода дополнительного построения нам потребуется вычислить площадь многоугольника, которая изображена с размером клетки 1 см на 1 см на рисунке 2.

Решение: Необходимо достроить данную фигуру до самого прямоугольника, на рисунке 4.

Рис.4. Метод дополнения многоугольника

У большого прямоугольника площадь будет равна:

$$S_{\text{б.пр.}} = 6 \cdot 6 = 36 \text{ см}^2.$$

Внутренний прямоугольник: $S_{\text{пр.}} = 3 \cdot 4 = 12 \text{ см}^2$.

Площадь оставшихся треугольников: $S_1 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 =$

$$6 \text{ см}^2, S_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 = 2 \text{ см}^2,$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3 \text{ см}^2.$$

Площадь искомой фигуры будет равна: $S = 36 - 12 - 6 - 2 - 3 = 13 \text{ см}^2$.

Также мы еще имеем право использовать метод, являющихся формулой Пика. Покажем ее на примере:

Нам дан многоугольник, имеющий только целочисленные вершины. Узлами решетки мы считаем точки, обе координаты которых целые. Многоугольник может являться и выпуклым и невыпуклым.

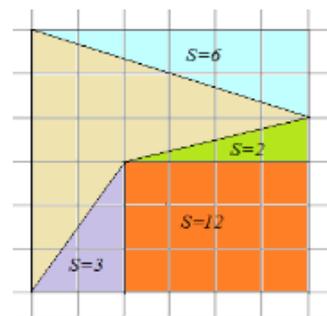


Рис.4. Метод дополнения

Площадь многоугольника, данная с целочисленными вершинами будет равна: $S = B + \frac{\Gamma}{2} - 1$, Γ – целочисленное точки, находящиеся на границе многоугольника.

К примеру, на изображенном рисунке 5 многоугольника.

В качестве примера нам дан рисунок 2, размер клетки 1 см на 1 см. По формуле Пика нам нужно вычислить площадь

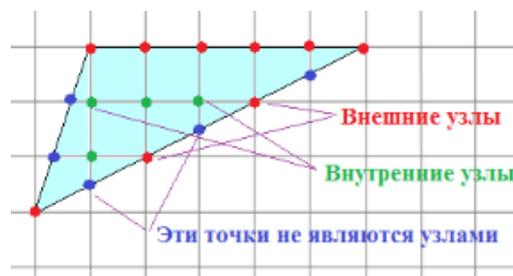


Рис.5. Узлы формулы Пика

фигуры.

Решение: Ориентируясь на рисунок 6, $B = 9$, $\Gamma = 10$. Используя формулу Пика: $S = 9 + \frac{10}{2} - 1 = 13 \text{ см}^2$.

Для вычисления площадей формула Пика является универсальной, она применима к любой фигуре. Но

есть большая вероятность допустить ошибку в подсчетах узлов решетки, если многоугольник

занимает большую площадь. Исследуя подобные задачи ОГЭ, можно сделать вывод, что лучше пользоваться традиционными методами (дополнение или разбиение), а сам результат проверить с помощью формулы Пика.

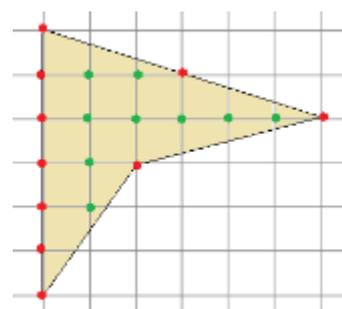


Рис.6. Многоугольник. Формула Пика

Методическая система, включающая в себя планиметрические задачи по теме «Площадь многоугольника», ориентированная на формирование у школьников умений и навыков, применять теоретические знания к решению задач

1. На клетчатой бумаге с размером клетки 4×4 задан многоугольник (Рис.7). Найти площадь данного многоугольника.

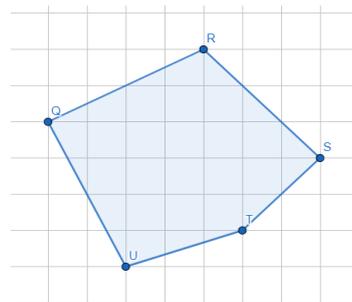


Рис.7. Многоугольник на клетчатой бумаге

2. На клетчатой бумаге с размером клетки 4×4 задан многоугольник (Рис.1). Найти площадь данного многоугольника.

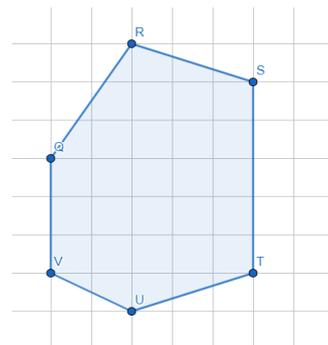


Рис.8. Многоугольник на клетчатой бумаге

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 4×4 задан многоугольник (Рис.9). Найти площадь данного многоугольника.

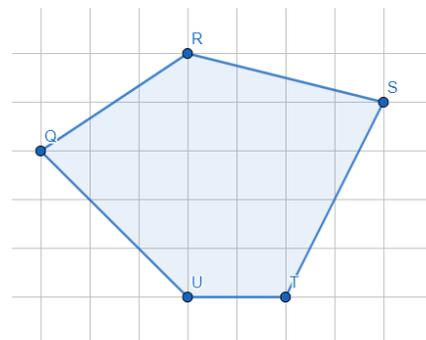


Рис.9. Многоугольник на клетчатой бумаге

4. На клетчатой бумаге с размером клетки 4×4 задан многоугольник (Рис.10). Найти площадь данного многоугольника.

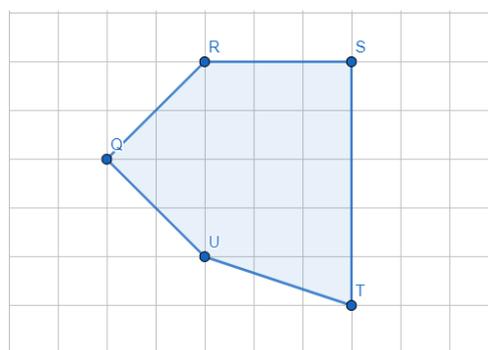


Рис.10. Многоугольник на клетчатой бумаге

5. На клетчатой бумаге с размером клетки 4×4 задан многоугольник (Рис.11). Найти площадь данного многоугольника.

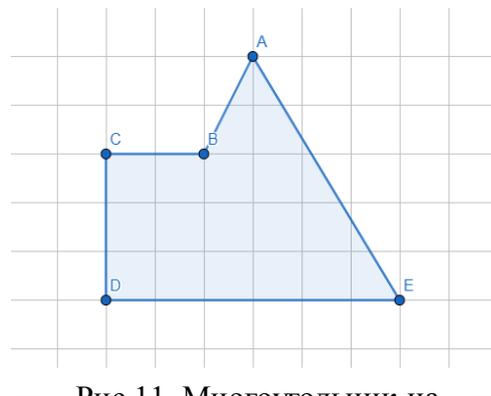


Рис.11. Многоугольник на клетчатой бумаге

6. На клетчатой бумаге с размером клетки 4×4 задан многоугольник (Рис.12). Найти площадь данного многоугольника.

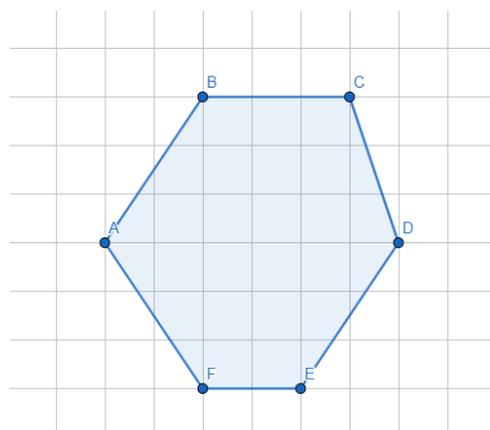


Рис.12. Многоугольник на клетчатой бумаге

7. На клетчатой бумаге с размерами клетки 4×4 задан ромб QRST (Рис.13). Найти

- 1) площадь ромба;
- 2) длины диагоналей ромба;
- 3) тангенс его острого угла;
- 4) тангенс его тупого угла;
- 5) радиус окружности, вписанной в ромб.

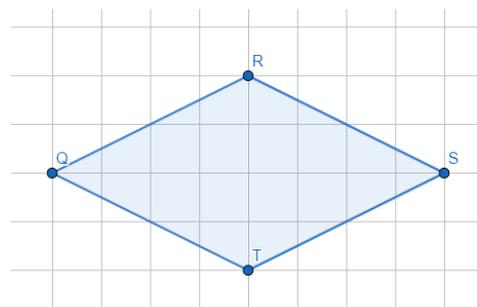


Рис.13. Ромб на клетчатой бумаге

8. На клетчатой бумаге с размерами клетки 4×4 задан

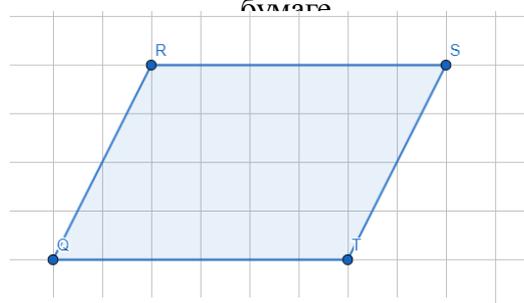


Рис.14. Параллелограмм на клетчатой бумаге

параллелограмм QRST (Рис. 14). Найти

- 1) площадь параллелограмма;
- 2) длину диагонали QS;
- 3) длину диагонали RT;
- 4) тангенс $\angle RST$;
- 5) синус $\angle RQT$;
- 6) косинус $\angle QTS$;
- 7) синус угла между его диагоналями.

9. На клетчатой бумаге с размерами клетки 4×4 задана трапеция QRST (Рис. 15). Найти

- 1) площадь трапеции;
- 2) среднюю линию трапеции;
- 3) длины боковых сторон трапеции;
- 4) косинусы тупых углов трапеции;
- 5) косинусы острых углов трапеции.

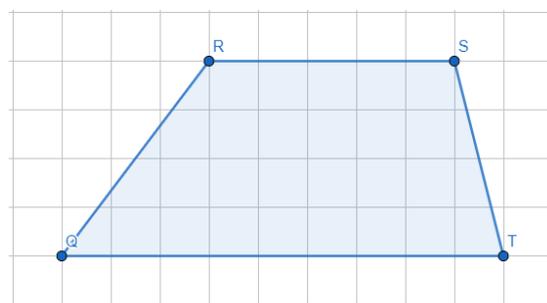


Рис.15. Трапеция на клетчатой бумаге

Задача №1. Найти площадь равностороннего треугольника со стороной равной стороне квадрата, площадь которого равна 16.

Дано: квадрат; Площадь квадрата равна 16;

Правильный треугольник; Сторона треугольника равна стороне квадрата.

Найти: Площадь треугольника.

Решение. Так как площадь данного квадрата равна 16, то длина его стороны равна 4. Здесь учащимся необходимо напомнить, что площадь правильного треугольника со стороной a вычисляется по формуле $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Согласно этой формуле получаем, что $S = \frac{16 \sqrt{3}}{4} = 4 \sqrt{3}$.

Ответ: $S = 4\sqrt{3}$.

Задача №2. Найти площадь квадрата со стороной равной стороне правильного треугольника площади $S = 25\sqrt{3}$.

Дано: правильный треугольник;

Площадь треугольника равна $25\sqrt{3}$;

Сторона квадрата равна стороне треугольника.

Найти: Площадь квадрата.

Решение. Учащимся необходимо обратить внимание на тот факт, что эта задача взаимосвязана с предыдущей. Поскольку в ней известна площадь правильного треугольника, а найти следует площадь квадрата. Используем известную формулу для вычисления площади правильного треугольника $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Составляем уравнение $25\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Откуда находим, что $a^2 = 100$. Поскольку площадь квадрата равна квадрату длины его стороны, значит, она равна 100.

Ответ: 100.

Задача №3. Найти площадь квадрата со стороной равной диагонали прямоугольника со сторонами 3 см. и 4 см.

Дано: прямоугольник;

Стороны прямоугольника равны 3 см. и 4 см.

Квадрат; Сторона квадрата равна стороне треугольника.

Найти: Площадь квадрата.

Решение: Обозначим заданный прямоугольник через ABCD. Пусть AB=3см, а CD=4см. Важно обратить внимание учащихся на тот факт, что

треугольник ADC является прямоугольным. Значит, к нему можно применить теорему Пифагора. Следовательно, $AC^2 = AD^2 + DC^2 = 9 + 16 = 25$. Так как сторона квадрата равна диагонали, то площадь этого квадрата будет равна квадрату диагонали. Таким образом, получаем, что площадь квадрата равна 25.

Ответ: 25.

Задача №4. Найти сторону квадрата, зная, что он равновелик с параллелограммом, боковая сторона которого равна 5 см, а высота, проведенная к этой стороне равна 6 см.

Дано: параллелограмм $ABCD$;

$AB=5$ см, $DH=6$ см. ;

Квадрат; Площадь квадрата равна площади параллелограмма;

Найти: сторону квадрата.

Решение. В начале решения этой задачи необходимо вспомнить совместно с учениками формулу для вычисления площади параллелограмма. Важно отметить, что эта формула справедлива как в случае, когда основанием служит сторона AD , так и в случае, когда основанием служит боковая сторона AB . Согласно этой формуле получаем, что $S_{ABCD} = AB * DH = 5 * 6 = 30$. Так как площадь квадрата с одной стороны равна площади параллелограмма, а с другой стороны квадрату его стороны, значит, сторона квадрата равна $\sqrt{30}$.

Ответ: $\sqrt{30}$.

Задача №5. Найти сторону квадрата, зная, что он равновелик с трапецией, диагонали которой равны 15 см и 12 см, а угол между ними равен 30° .

Дано: трапеция $ABCD$;

$AC=15\text{см}, BD=12\text{ см.}, \alpha = 30^\circ;$

Квадрат ; Площадь квадрата равна площади трапеции ABCD;

Найти: сторону квадрата.

Решение. Важно обратить внимание учащихся на тот факт, что для вычисления площади трапеции можно использовать различные формулы и способы. В данном случае трапеция задана диагоналями и углом между ними, поэтому для нее можно использовать более общую формулу, которую обычно используют для вычисления площади четырехугольника. Здесь важное значение приобретает тот факт, что трапеция это есть частный случай четырехугольника. Таким образом, получаем, что

$$S_{ABCD} = 0,5AC * BD * \sin \alpha = 0,5 * 15 * 12 * \sin 30^\circ = 15 * 3 = 45.$$

Поскольку заданный нам квадрат имеет площадь равную площади трапеции, то квадрат его стороны x равен 45. Значит имеем уравнение $x^2 = 45$. Решая это уравнение, находим, что сторона квадрата равна $3\sqrt{5}$.

Ответ: $3\sqrt{5}$

Задача №6. Найти сторону правильного треугольника, зная, что его площадь численно равна площади параллелограмма ABCD с диагоналями $AC=18\sqrt{3}$ см и $BD=22$ см и углом между ними 60° .

Дано: параллелограмм ABCD;

$AC=18\sqrt{3}\text{см}, BD=22\text{ см.}, \alpha = 60^\circ;$

Правильный треугольник ;

Площадь правильного треугольника равна площади параллелограмма ABCD;

Найти: сторону треугольника.

Решение. Обычно учащиеся правильно решившие предыдущую задачу и хорошо усвоившие ход ее решения быстро ориентируются в том, что параллелограмм это тоже частный случай четырехугольника. Поэтому для вычисления его площади можно использовать более общую формулу, а именно ту, которую мы использовали при решении предыдущей задачи. Ценность задач подобного рода состоит в том, что при их решении учащиеся обнаруживают общие видовые сходства и отличия. Таким образом, получаем, что:

$$S_{ABCD} = 0,5AC * BD * \sin \alpha = 0,5 * 18\sqrt{3} * 22 * \sin 60^\circ = 18\sqrt{3} * 11 * \frac{\sqrt{3}}{2} = 99 * 3 = 297.$$

Поскольку по условию задачи с одной стороны площадь правильного треугольника со стороной x равна площади трапеции, а с другой стороны вычисляется по формуле $S = 0,25x^2 \sqrt{3}$, то получаем уравнение

$$0,25x^2 \sqrt{3} = 297 \quad \text{или} \quad x^2 \sqrt{3} = 4 * 297. \quad \text{Так как } 297 = 9 * 3 * 11, \text{ то наше уравнение принимает вид } x^2 \sqrt{3} = 4 * 9 * 3 * 11 \text{ или } x^2 = 36 * \sqrt{3} * 11.$$

Откуда следует, что $x = 6 * \sqrt[4]{3 * 11}$.

Ответ: $6 * \sqrt[4]{3 * 11}$.

В качестве домашнего задания можно предложить учащимся следующие задачи.

1. Найти сторону квадрата, зная, что его площадь численно равна площади ромба ABCD с диагоналями AC=24 см и BD=0,36 м.
2. Найти сторону правильного треугольника, зная, что его площадь численно равна площади прямоугольника ABCD со сторонами AB=27 см, BC= 15 см.

3. Найти площадь квадрата, зная, что его сторона равна стороне правильного треугольника с высотой $\bar{3}$.

Выводы по второй главе.

1. Раскрыты формы, методы и средства обучения по решению планиметрических задач.

2. Рассмотрены методические рекомендации по обучению темы «Площадь многоугольника».

3. Разработана система задач ОГЭ по теме «Площадь многоугольника».

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные выводы и полученные результаты проведенного исследования.

1. Рассмотрено понятие логико-математического анализа тем школьного курса математики на примере содержания темы «Площадь многоугольника». Выявлено, что материал по данной теме организован на дедуктивной основе, так как всем фигурам, вводимым в теме, даются определения.

2. Выявлено, что в методической литературе понятие *площади* определяют как *величину* части плоскости, которая заключена внутри плоской замкнутой фигуры; через *площадь* фигуры - как *часть плоскости*, занимаемой этой фигурой.

3. Представлен сравнительный анализ особенностей школьных учебников разных авторов по теме «Площадь многоугольника».

4. Раскрыты формы, методы и средства обучения решения планиметрических задач.

5. Рассмотрены методические рекомендации по обучению темы «Вписанные и описанные многоугольники» .

6. Разработана анализ системы задач ОГЭ по данной теме.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров, А.Д. О геометрии. // Математика в школе. 1980. №

3. С. 56-62.

2. Атанасян, Л.С. Геометрия: Доп. Главы к шк. Учеб. 8кл.: Учеб. пособие для учащихся шк. Классов с углубленным изучением математики / Л. С. Атанасян, В.Ф. Бутузова, С.Б. Кадомцев и др.- М.: Просвещение, 2005. -205 с.

2. Атанасян, Л.С. Изучение геометрии в 7 – 9 классах [Текст]: пособие для учителей / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, Ю.А. Глазков и др. – 7-е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 255 с.

3. Бескин, Н.М. Методика геометрии [Текст]: учебник для педагогических институтов / Н.М. Бескин. – М.: Учпедгиз, 1947. – 276 с.

4. Болтянский, В.Г. О понятиях площади и объема. //Квант. 1977. №5. С.2-9.

5. Бурмистрова, Т.А. Геометрия. Сборник рабочих программ. 7 – 9 классы: пособие для учителей общеобразоват. организаций/ составитель Т.А. Бурмистрова. – М.: Просвещение, 2011. – 95 с.

6. Вавилов В. В., Устинов А. В. Многоугольники на решетках. — М.: МЦНМО, 2006. — 72 с.

7. Гейдман, Б.П., Площади многоугольников, Библиотека «Математическое просвещение», выпуск 16, (2002).

6. Глаголев, Н.А. Элементарная геометрия. Планиметрия. Для 6-8 классов семилетней и средней школы [Текст] / Н.А. Глаголев. – Ч.1. – М.: Учпедгиз, 1954. – 236 с.

7. Гусев, В.А. Методика обучения геометрии: учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений [Текст] / В.А. Гусев, В.В. Орлов, В.А. Панчишина и др.; под ред. В.А. Гусева. – М.: Издат. центр «Академия», 2004. – 368 с.

8. Евсеевичева, А.Н. [Электронный ресурс]. Геометрия. Тригонометрия./ Режим доступа: <https://www.litres.ru/raznoe/geometriya-trigonometriya-matematika-eto-legko/> . Последнее обновление: 15.06.2018.

9. Карасев, Р.Н. Математическое просвещение. Третья серия, выпуск 21, С.228.

8. Колягин, Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика [Текст]: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. Институтов / Ю.М. Колягин. – М.: Просвещение, 1975. – 462 с.

9. Кольман, Э. История математики в древности / Э. Кольман. – М.: Физматлит, 1961. – 236 с.

10. Лихачев Б.Т.. Педагогика: Курс лекций [Текст]: учеб. пособие для студентов педагог, учеб. заведений и слушателей ИПК и ФПК. — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Юрайт-М.—С.7. 2001.

11. Лященко, Е.И. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики : учеб. пособие / Е. И. Лященко [и др.]; под ред. Е. И. Лященко. - Москва : Просвещение, 1988. - 223 с. : ил. - (Учебное пособие для педагогических институтов). - Библиогр.: с. 214-222.

12. Мищенко Т.М. Дидактические материалы и методические рекомендации для учителя по геометрии: 8 класс: к учебнику Л.С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7-9 классы». ФГОС (к новому учебнику) / Т.М. Мищенко. – М.: Издательство «Экзамен», 2016. – 174 с.

13. Погорелов А.В. Геометрия. 7-9 классы : учеб. для общеобразоват. организаций/ А.В. Погорелов. – 2-е изд. – М. : Просвещение, 2014. – 240 с.

14. Погорелов А.В. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы. М. 1987.

15. Прицкер Б.С. Площадь четырехугольника // Математика в школе. – 1990. – №4. – С. 66-67.

16. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике: методология и теория [Текст]: учеб. пособие для студентов бакалавриата высших учебных заведений по направлению «Педагогическое образование» (профиль «Математика») / Г.И. Саранцев. – Казань: Центр инновационных технологий, 2012. – 292 с.

17. Смирнова, И.М., Смирнов В.А. Геометрические задачи с практическим содержанием / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. – М.: МЦНМО, 2015. – 2-е изд., доп. – 216 с.

18. Темербекова А.А., Чугунов И.В., Байгонакова Г.А. Методика обучения математике: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2013. – 365 с.

19. Шарыгин И.Ф. Геометрия. 7-9 кл.: учеб. для общеобразоват. учеб. завед. / И.Ф. Шарыгин. – М. : Дрофа, 2012. – 462 с.

20. Федеральный институт педагогических измерений. – URL: <http://fipi.ru/> (Последнее обновление 14.06.2018).

21. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: Приказ Мин. образования и науки РФ от 17.12.2010 г. №1897. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://минобрнауки.рф/документы/543> – Последнее обновление 30.01.2018.

22. Чичигин, В.Г. Методика преподавания геометрии. Планиметрия [Текст]: пособие для учителей средней школы / В.Г. Чичигин. – М.: Учпедгиз, 1959. – 392 с.

23. Харитонов Б.Ф. Методика повторения приёмов и методов решения геометрических задач // Математика в школе . – 1990 . – № 4 . – С. 36-38.

24. Ященко И.В. Математика. 9 класс. ОГЭ. Типовые тестовые задания / И. Р. Высоцкий, Л. О. Рослова, Л. В. Кузнецова и др. под редакцией Ященко И. В., Москва: Издательство «ЭКЗАМЕН», 2015. – 81 с.

21. Alexander, D. Elementary geometry for college students. 5th ed. / Daniel C. Alexander, GERALYN M. KOEBERLEIN. – Belmont: Brooks/Cole, Cengage learning, 2011. – 605 p.

25. Fauvel, J. History in Mathematics Education / J.Fauvel, J. V. Maanen / - Kluwer Academic Publishers, 2002. – 456 p

26. Lang, S. Geometry. 2nd ed. / Serge Lang, Gene Murrow. - New York: Springer-Verlag New York, Inc., 1988. - 391 p.
27. Ogilvy S. Excursions in Geometry. – New York, Dover Publications Inc, 1991. – 192 p
28. Boyer C. A History of Mathematics / C. Boyer, U. Merzbach. – Wiley, 2011. – 688 p.