

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)
Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование кафедры)

44.03.01 «Педагогическое образование»
(код и наименование направления подготовки, специальности)
«Математика»
(направленность (профиль)/специализация)

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему **«МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ КВАДРАТИЧНОЙ
ФУНКЦИИ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ»**

Студент	<u>А.А. Лукьянова</u> (И.О. Фамилия)	_____	(личная подпись)
Руководитель	<u>О.А. Кузнецова</u> (И.О. Фамилия)	_____	(личная подпись)
Консультант	<u>Е.Ю. Аношина</u> (И.О. Фамилия)	_____	(личная подпись)

Допустить к защите

Заведующий кафедрой	<u>д.п.н., профессор, Р.А. Утева</u> (ученая степень, звание, И.О. Фамилия)	_____	(личная подпись)
« _____ »	_____	2018 г.	

Тольятти 2018

АННОТАЦИЯ

Целью работы является выявление методических особенностей обучения учащихся теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы и разработка систем задач по теме исследования.

Тема «Квадратичная функция» является одной из основных тем курса алгебры 7 – 9 классов. Само понятие «квадратичная функция» – это одно из основных понятий школьного курса математики. Задания по данной теме встречаются в ОГЭ. Но многим ученикам изучение функций даётся с трудом, в том числе и изучение квадратичной функции. При непонимании и возникновении трудностей, у учащихся пропадает интерес к данной теме. Поэтому преподавателю важно разработать методику обучения теме «Квадратичная функция», чтобы преподнести ученикам материал в доступной, понятной и интересной форме.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы.

Глава I бакалаврской работы раскрывает теоретические основы обучения теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы. В этой главе выявлены основные цели и задачи, которые ставятся при обучении данной теме, установлены требования к знаниям и умения учащихся по данной теме. А так же выполнен анализ содержания теоретического и задачного материалов по теме исследования.

В Главе II представлены методические аспекты обучения учащихся теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы. Представлены методические рекомендации по обучению квадратичной функции в курсе алгебры основной школы. Рассмотрены задачи ОГЭ по теме исследования. Разработаны системы задач по обучению учащихся теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы.

Список литературы содержит 48 наименований.

Объем работы составляет 45 страниц.

ABSTRACT

The purpose of the bachelor's thesis is to identify methodological specifics of organizing the students teaching to on the topic «Quadratic function» in the course of algebra of the secondary school and the development of systems of problems on the research topic.

The concept of "quadratic function" is one of the basic concepts of the school course of mathematics. Therefore, it is important for the teacher to study the teaching methodology of the topic "Quadratic function", in order to present the material on this topic to students in an accessible, understandable and interesting form.

The bachelor's thesis consists of an introduction, two chapters and a conclusion.

Chapter I of the bachelor's work reveals the theoretical bases of teaching the topic "Quadratic function" in the course of the algebra of the basic school. In this topic, the main goals and objectives identified in the training of this topic, the established requirements for knowledge and skills of students on this topic. And also the analysis of the content of theoretical and objective material on the research topic is carried out.

Chapter II presents the methodological aspects of teaching students the topic "Quadratic function" in the course of the algebra of the main school. Methodical recommendations for teaching the quadratic function in the course of the algebra of the basic school are presented. The tasks of the OGE on the research topic are considered. The system of tasks for teaching students the topic "Quadratic function" in the course of algebra of the basic school has been developed.

The list of literature contains 48 items.

The volume of work is 45 pages.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ.....	8
§1. Понятие логико-математического анализа содержания темы школьного курса математики (на примере темы «Квадратичная функция»)	8
§2. Цели обучения теме «Квадратичная функция» в курсе математики основной школы	10
§3. Основные требования к знаниям и умениям учащихся по теме «Квадратичная функция» в курсе математики основной школы	12
§4. Анализ содержания теоретического материала по теме «Квадратичная функция» в курсе математики основной школы в учебниках алгебры 7-9 классов.....	13
§5. Анализ задачного материала по теме «Квадратичная функция» в курсе математики основной школы в учебниках алгебры 7-9 классов.....	18
Выводы по первой главе.....	24
ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ТЕМЕ «КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ» В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ.....	25
§6. Формы, методы и средства обучения теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы	25
§7. Методические рекомендации по обучению теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы.....	28
§8. Анализ задач ОГЭ по теме исследования.....	31
§9. Системы задач по теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы	36
Выводы по второй главе.....	38
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	39
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	40

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Квадратичная функция – это одно из основных понятий школьного курса математики. Задания по данной теме встречаются в ОГЭ. Но многим ученикам изучение функций даётся с трудом, в том числе и изучение квадратичной функции. При непонимании и возникновении трудностей, у учащихся пропадает интерес к данной теме. Поэтому преподавателю важно разработать методику обучения теме «Квадратичная функция», чтобы преподнести ученикам материал в доступной, понятной и интересной форме.

Проблема исследования состоит в выявлении методических особенностей обучения учащихся теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы.

Объект исследования: процесс обучения алгебре в основной школе.

Предмет исследования: методика обучения учащихся теме «Квадратичная функция» на уроках алгебры основной школы.

Цель исследования: выявить методические особенности обучения учащихся теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы и разработать системы заданий по теме исследования.

Задачи исследования:

1. Рассмотреть понятие логико-математического анализа содержания темы школьного курса математики (на примере темы «Квадратичная функция»).

2. Выявить основные цели и задачи обучения квадратичной функции в курсе математики основной школы.

3. Представить основные требования к знаниям и умениям учащихся по теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы.

4. Выполнить анализ содержания теоретического и задачного материала темы «Квадратичная функция» в учебниках алгебры 7-9 классов.

5. Выявить формы, методы и средства обучения теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы.

6. Представить методические рекомендации по обучению квадратичной функции в курсе алгебры основной школы.

7. Рассмотреть задачи ОГЭ по теме исследования.

8. Разработать системы задач по теме исследования для учащихся 7-9-х классов.

Для решения задач были использованы следующие **методы исследования**: анализ методической литературы; анализ школьных программ и учебников; изучение опыта работы учителей математики.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в нем выявлены методические особенности обучения учащихся теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы.

Практическая значимость работы заключается в том, что в ней представлены системы задач по обучению учащихся квадратичной функции в курсе алгебры основной школы и методические рекомендации, которые могут быть использованы учителями математики и студентами в период педагогической практики в общеобразовательной школе.

На защиту выносятся:

1. Методические рекомендации по обучению учащихся квадратичной функции в курсе алгебры основной школы.

2. Системы задач по теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы.

Во введении сформулированы основные характеристики исследования: актуальность, проблема, объект, предмет, цель, задачи и методы исследования.

Глава I бакалаврской работы раскрывает теоретические основы обучения теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы.

Выявлены основные цели и задачи обучения данной теме в курсе математики основной школы, определены требования к знаниям и умения учащихся по данной теме. Выполнен анализ содержания теоретического и задачного материалов по теме исследования.

В Главе II представлены методические основы обучения учащихся теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы. Выявлены формы, методы и средства обучения данной теме в курсе алгебры основной школы. Представлены методические рекомендации по обучению квадратичной функции в курсе алгебры основной школы. Рассмотрены задачи ОГЭ по данной теме исследования. Разработаны системы задач по обучению учащихся теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы проведенного исследования.

Список литературы содержит 48 наименований.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§1. Понятие логико-математического анализа содержания темы школьного курса математики (на примере темы «Квадратичная функция»)

На современном этапе развития общества, на рынке труда востребованы не сами по себе знания, а умения их добывать. Современный выпускник, обладающий умением применять полученные знания только в привычной ситуации, не может рассчитывать на успех.

Изменение приоритетов в образовании привело к изменению понимания функционального назначения различных общеобразовательных областей, в том числе и математики. Главная функция учебного предмета «Математика» в современном социуме заключается в общекультурном развитии личности, а именно в формировании качеств мышления и способов деятельности, необходимых для полноценного функционирования в обществе.

Важнейшей задачей математического образования является вооружение учащихся общими приемами мышления, умениями логично рассуждать, отчетливо выражать свои мысли. Основную цель математического образования можно сформулировать следующим образом: развитие у обучающихся умения осознанно и логически исследовать явления реального мира математическими методами.

По определению Н.Л. Стефановой [34], в логико-математический анализ входит следующее:

- цели обучения данной теме и результаты, полученные после обучения;
- определения и понятия, которые используются в данной теме;

- математические утверждения темы и их виды (формулы, теоремы и так далее);

- геометрический и алгебраический материал для данной темы, его роль и задачи;

- методика решения, само решение и оформление задач школьной программы.

Полноценно тему «Квадратичная функция» проходят в 9 классе. Изучать данную тему учащиеся начинают уже имея некоторый опыт: они уже владеют рядом алгебраических функций, их свойствами, умением построения графиков функций (линейная функция, гипербола, кубическая парабола, квадратичная парабола, заданная формулой $y = x^2$). Основная цель - научить распознавать функциональную зависимость, находить область определения, область значений, выявлять элементарные свойства функций, строить график функции $y = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$ с помощью параллельного переноса, определять возрастание, убывание, промежутки знакопостоянства, формулировать и доказывать теорему о разложении на множители квадратного трехчлена, имеющего корни, применять ее при построении квадратичной функции.

В изучение этой темы включены:

1. Основные понятия, такие как: функция, область определения функции, область значений функции, возрастание и убывание функции, график функции, промежутки знакопостоянства.

2. Обзор функций известных из курса 7-8 классов.

3. Квадратный трехчлен и его разложение на множители.

4. Формула для нахождения вершины параболы, ее ось симметрии.

5. Построение графиков функции параллельным переносом вдоль осей.

Воронина В.А. в своей работе пишет: «Весь курс по теме «Квадратичная функция» строится в систематическом порядке. Причем система эта определяется как принятыми математическими трактовками

функциональных понятий, так и развертыванием последующих определений и доказательством теорем» [7].

§2. Цели обучения теме «Квадратичная функция» в курсе математики основной школы

Цели обучения теме «Квадратичная функция» в курсе математики основной школы представлены в таблице 1.

Таблица 1

Цели обучения теме «Квадратичная функция»

Формулировка обобщённой цели	Формулировка учебных задач, которые обеспечивают достижение обобщённой цели		
	Цель считается выполненной, если ученик на уровне:		
	1 - ом	2 - ом	3 - ем
Ц1: Приобретение учебной информации, формирование логических познавательных учебных действий	а) подбирает примеры; может озвучить определение квадратичной функции; б) может строить графики функций $y=ax^2$ ($a > 0$, $a < 0$), которые представлены готовыми таблицами; по готовым шаблонам; по готовому алгоритму; в) выявляет направление ветвей параболы по формуле функции; г) определяет свойства функций $y=ax^2$ ($a > 0$, $a < 0$) по чертежам; д) сравнивает неравенства по признаку наличия в левой части квадратного трехчлена, а в правой нуля.	а) выполняет требования 1 – ого уровня; б) определяет алгоритм и способ построения графиков различных квадратичных функций с помощью параллельного переноса либо с применением шаблона; в) обобщает приёмы построения графиков; г) описывает свойства графиков квадратичных функций, заданных различными формулами, по чертежам; д) находит по заданному значению x , соответствующие значения y и наоборот.	а) выполняет требования 1, 2 – ого уровней; б) умеет классифицировать функции; в) определяет рациональный способ построения графиков квадратичных функций; г) умеет доказывать свойства функций по графику, и наоборот: исследует график функции, заданный формулой $y = ax^2+bx+c$, а затем выполняет построение.
Ц2: Контроль усвоения теории	а) формулирует определение квадратичной функции, подбирает примеры; б) различает элементарные квадратичные функции, представленные различными формулами;	а) выполняет требования 1 –ого уровня; б) знает, как строить график квадратичной функции, представленный формулами различного	а) выполняет требования 1, 2 – ого уровней; б) распознает формулы общего и частного вида квадратичной функции;

	<p>в) строит графики функций $y=ax^2$ ($a > 0$, $a < 0$);</p> <p>г) описывает свойства графиков функций $y=ax^2$ ($a > 0$, $a < 0$);</p> <p>д) осуществляет преобразования с квадратным трехчленом и раскладывает его на множители.</p>	<p>вида; в) знает, как строить график с помощью параллельного переноса и с применением готовых шаблонов;</p> <p>г) может описывать свойства графиков различных функций;</p> <p>д) может обобщать приёмы построения графиков, выбирать более рациональный способ для построения.</p>	<p>в) знает, как строить график методом выделения полного квадрата;</p> <p>г) знает, как исследовать квадратичную функцию.</p>
Ц3: Применение знаний и умений	<p>Умеет:</p> <p>а) строить графики функций $y=ax^2$ ($a > 0$, $a < 0$) с помощью готовых шаблонов, по алгоритму;</p> <p>б) читать графики функций $y=ax^2$ ($a > 0$, $a < 0$) по чертежам.</p>	<p>Умеет:</p> <p>а) выполнять задания 1 уровня, но с более сложными вычислениями;</p> <p>б) строить графики аналитическим способом или с помощью параллельного переноса;</p> <p>в) определять свойства графиков по чертежам.</p>	<p>Умеет:</p> <p>а) выполнять задания 1, 2 – ого уровней;</p> <p>б) выполнять различные задания, применяя графики квадратичной функции.</p>
Ц4: Формирование коммуникативных учебных действий	<p>а) работает в команде, помогает одноклассникам и оценивает их ответы; б) осуществляет взаимоконтроль и взаимопроверку; в) помогает тем, кто работает на предыдущих уровнях; г) используя различные источники, умеет выбирать нужную информацию в подготовке реферата, письменного или устного доклада по исследуемой теме.</p>		
Ц5: Формирование общих познавательных учебных действий	<p>а) определяет уровни достижения целей и сами цели своей УД;</p> <p>б) выбирает задачи разных уровней сложности и решает их; в) делает самопроверку, используя образцы; г) составляет проверочную работу для определения собственного уровня подготовки;</p> <p>д) умеет определять критерии достижения учебной деятельности и оценивать ее;</p> <p>е) делает выводы и умеет прогнозировать дальнейшие действия по корректировке и улучшению результатов своей учебной деятельности</p>		

§3. Основные требования к знаниям и умениям учащихся по теме «Квадратичная функция» в курсе математики основной школы

Согласно федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования, изучение математики предполагает получение следующих результатов:

1) Ученик умеет познавать окружающий его мир, описывать и изучать реальные процессы и явления с помощью понятий и законов математики.

2) Ученик умеет анализировать и извлекать нужную информацию из учебного математического текста, грамотно излагать мысли, используя математические определения и понятия, умеет формулировать математические утверждения, доказывать и классифицировать их.

3) Ученик знает, что числовые множества, умеет в устной или письменной форме производить различные числовые вычисления.

4) Ученик знает систему функциональных понятий, умеет применять функционально – графические представления для решения задач.

5) Ученик знает и умеет пользоваться статистическими данными, знает о статистических закономерностях, также ученик умеет получать информацию из таблиц, диаграмм, графиков.

6) Ученик умеет использовать изученную информацию для решения задач на практике и для решения задач других дисциплин.

В сборнике рабочих программ по алгебре Т.А. Бурмистровой [5], выделены следующие результаты изучения темы «Квадратичная функция»: «Распознавать квадратичную функцию, приводить примеры квадратичных зависимостей из реальной жизни, физики, геометрии. Выявлять путём наблюдений и обобщать особенности графика квадратичной функции. Строить и изображать схематически графики квадратичных функций; выявлять свойства квадратичных функций по их графикам. Строить более сложные графики на основе графиков всех изученных функций. Проводить

разнообразные исследования, связанные с квадратичной функцией и её графиком. Выполнять знаково-символические действия с использованием функциональной символики; строить речевые конструкции с использованием функциональной терминологии» [5, С. 31].

§4. Анализ содержания теоретического материала по теме «Квадратичная функция» в курсе математики основной школы в учебниках алгебры 7-9 классов

У разных авторов изучение материала по квадратичной функции и его содержание имеют отличия. Но в целом материал имеет схожую структуру.

Ниже описывается анализ учебников по алгебре 7 – 9 классов, таких авторов, как Макарычев Ю.Н., Мордкович А.Г., Дорофеев Г.В.

В учебнике Макарычева Ю.Н. «Алгебра 7 класс» [18] в 23 параграфе учащиеся знакомятся с функцией $y = x^2$ и её графиком. Так же в этом параграфе одновременно с функцией $y = x^2$ рассматривается функция $y = x^3$. Функция $y = x^2$ в данном параграфе определяется как зависимость площади квадрата от его стороны. В параграфе функция $y = x^2$ задаётся табличным способом и её график строится по точкам. Определяется название графика для функции $y = x^2$ – парабола. И приводятся три свойства этой функции.

В учебнике Макарычева Ю.Н. «Алгебра 8 класс» [19] для функции $y = x^2$ отдельного параграфа не отведено, но она встречается во второй главе «Квадратные корни». Для учащихся вводятся понятия «квадратного корня, арифметического квадратного корня, подкоренного выражения. Таким образом, учащиеся подготавливаются к решению уравнения $x = a^2$, где a – произвольное число» [11].

В учебнике Макарычева Ю.Н. «Алгебра 9 класс» [20] в 3 параграфе «Квадратичная функция и её график» вводится определение функции $y = x^2$ в общем виде, то есть, начиная с 9 класса, квадратичная функция представляется в виде $y = ax^2 + bx + c$. Сначала рассматривается частный

случай $y = ax^2$. Строятся графики функции $y = ax^2$ при $a > 1$, при $0 < a < 1$, и при $a < 0$. Пишут, что график функции $y = ax^2$ называется параболой и приводятся свойства функции при $a > 0$ и при $a < 0$. Вводится понятие вершины параболы. Далее изучаются ещё два частных случая квадратичной функции $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^2$ и рассматривается построение графика с помощью параллельного переноса. Далее приводится алгоритм построения графика квадратичной функции с помощью вершины параболы.

В учебнике Мордковича А.Г. «Алгебра 7 класс» [22] ученики знакомятся с функцией $y = x^2$ в последней главе (глава 8). Но само понятие квадратичной функции не вводится. В § 37 для функции $y = x^2$ составляется таблица значений и строится график. Для графика данной функции определяется название – парабола. Далее автор вводит понятие оси симметрии параболы и пишет: «парабола симметрична относительно оси y » [22, С. 158]. Так же вводятся понятия ветви параболы, вершина параболы; и описывается три свойства этой функции.

В учебнике Мордковича А.Г. «Алгебра 8 класс» [24] квадратичная функция изучается в главе 3. В отличие от 7 класса, в 8 классе в § 22 вводится понятие квадратичной функции.

В § 17 речь идёт о функции $y = kx^2$, о её свойствах и графике. В этом параграфе описывается как выглядит график данной функции при различных значениях k . Задаются таблицы значений и строятся графики функции при $k > 1$, при $0 < k < 1$ и при $k < 0$. В параграфе повторяются понятия параболы, ветвей параболы, вершины параболы, оси параболы. Описываются свойства функции $y = kx^2$ при $k > 0$ и при $k < 0$.

В § 19 на примере графика функции $y = kx^2$, строится график видоизменённой функции $y = f x + l$, то есть график функции $y = (x + 3)^2$. Сначала график строится табличным способом, далее вводится понятие параллельного переноса. И автор пишет: «чтобы построить график функции $y = f x + l$, где l – заданное положительное число, нужно сдвинуть график

функции $y = f(x)$ вдоль оси x на l единиц масштаба влево; чтобы построить график функции $y = f(x - l)$, где l – заданное положительное число, нужно сдвинуть график функции $y = f(x)$ вдоль оси x на l единиц масштаба вправо» [24, С. 109].

В § 20 на примере графика функции $y = kx^2$, строится график видоизменённой функции $y = f(x) + m$, то есть график функции $y = x^2 + 4$. Сначала график строится табличным способом, далее автор объясняет, как строить такие графики параллельным переносом. И пишет правило: «чтобы построить график функции $y = f(x) + m$, где m – заданное положительное число, нужно сдвинуть график функции $y = f(x)$ вдоль оси y на m единиц масштаба вверх; чтобы построить график функции $y = f(x) - m$, где m – заданное положительное число, нужно сдвинуть график функции $y = f(x)$ вдоль оси y на m единиц масштаба вниз» [24, С. 111].

В § 21 на примере графика функции $y = kx^2$, строится график видоизменённой функции $y = f(x - l) + m$, то есть график функции $y = (x - 2)^2 - 3$. Мордкович А.Г. [24] приводит два алгоритма для построения функций такого вида: с помощью параллельного переноса или с помощью перехода к новой системе координат.

В § 22 рассматривается функция $y = ax^2 + bx + c$, её свойства и график. В начале параграфа Мордкович А.Г. [24, С. 120] вводит понятия квадратного трёхчлена, старшего члена квадратного трёхчлена ax^2 и старшего коэффициента a . Далее Мордкович А.Г. даёт определение: «Функцию $y = ax^2 + bx + c$, где a, b, c – произвольные числа, при чём $a \neq 0$, называют квадратичной функцией» [24, С. 120]. Далее приводится пример построения графика функции $y = -3x^2 - 6x + 1$. Строится он путём выделения полного квадрата и перехода к новой системе координат. Далее вводится теорема: «Графиком квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ является парабола, которая получается из параболы $y = ax^2$ параллельным переносом» [24, С. 121]. Выводится формула для вычисления абсциссы x_0

вершины параболы. Так же автор пишет: «ветви параболы $y = ax^2 + bx + c$ направлены вверх, если $a > 0$, и вниз, если $a < 0$ » [24, С. 123]. На странице 125 Мордкович А.Г. [24] приводит алгоритм построения параболы $y = ax^2 + bx + c$.

В учебнике Мордковича А.Г. «Алгебра 9 класс» [25] квадратичная функция отдельно и подробно уже не рассматривается, так как это было сделано в 8 классе. Но она применяется для решения квадратных уравнений и неравенств.

В учебнике Дорофеева Г.В. «Алгебра 7 класс» [9] ученики знакомятся с функцией $y = x^2$ в 5 главе в § 5.5. Автор строит график этой функции табличным способом, даёт название этому графику – парабола. Так же автор говорит о оси симметрии параболы, о ветвях параболы, о вершине параболы.

В учебнике Дорофеева Г.В. «Алгебра 8 класс» [10] функция $y = x^2$ встречается в § 2.4 «Квадратный корень (алгебраический подход)», § 5.2 «Что такое функция», § 5.3 «График функции», § 5.4 «Свойства функции», но отдельного параграфа на квадратичную функцию не отводится.

В учебнике Дорофеева Г.В. «Алгебра 9 класс» [11] на тему «Квадратичная функция» отведена вторая глава. Автор сразу вводит определение квадратичной функции: «Квадратичной функцией называют функцию, которую можно задать формулой вида $y = ax^2 + bx + c$, где a , b и c – некоторые числа, причём $a \neq 0$ » [11, С. 74]. Автор напоминает ученикам о таких понятиях, как квадратный трёхчлен, парабола, ось симметрии, вершина параболы. Далее строится график функции $y = x^2 - 2x - 3$ табличным методом.

Дорофеев Г.В. – это первый автор, который даёт в учебнике небольшую историческую справку о параболе и приводит задачу из жизни, в которой применяется квадратичная функция. Он пишет: ««Увидели» параболу ещё математики Древней Греции, когда, занимаясь геометрией,

увидели конические сечения. Если конус рассечь плоскостью, параллельной образующей, то в сечении получится парабола» [11, С. 75] (рис.1).

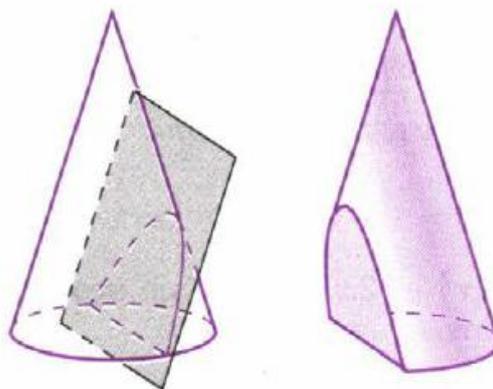


Рисунок 1. Конус, рассечённый плоскостью

Далее рассматривается график и свойства функции $y = ax^2$. Табличным методом строятся графики функции $y = ax^2$ при $a > 1$, при $0 < a < 1$, и при $a < 0$. Дорофеев Г.В. даёт следующее определение: «Графиком квадратичной функции вида $y = ax^2$, где $a \neq 0$, является парабола с вершиной в начале координат; её осью симметрии служит ось y ; при $a > 0$ ветви параболы направлены вверх, при $a < 0$ ветви параболы направлены вниз» [11, С. 87]. Далее автор описывает свойства функции $y = ax^2$ при $a > 0$ и предлагает самостоятельно сформулировать свойства функции при $a < 0$.

В §2.3 описывается сдвиг графика функции $y = ax^2$ вдоль осей координат с помощью параллельного переноса. Дорофеев Г.В. пишет: «Чтобы построить график функции $y = ax^2 + q$, нужно перенести параболу $y = ax^2$ вдоль оси y вверх на отрезок длины q , если $q > 0$, или вниз на отрезок длины q , если $q < 0$. При этом вершина параболы окажется в точке $(0 ; q)$ » [11, С. 94]. Для примера строится график функции $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$. Далее Дорофеев Г.В. пишет: «Чтобы построить график функции $y = a(x + p)^2$, нужно перенести параболу $y = ax^2$ влево вдоль оси x на отрезок длины p ,

если $p > 0$, или вправо на отрезок длины p , если $p < 0$. При этом вершина параболы окажется в точке $(-p; 0)$ » [11, С. 96]. Для примера строится график функции $y = -\frac{1}{2}(x - 3)^2$. Далее строится график функции $y = 2(x + 1)^2 - 3$, для построения которого используют оба выше озвученных правила. Также строится график функции $y = x^2 + 4x - 5$ с помощью выделения полного квадрата.

В § 2.4 рассматривается график функции $y = ax^2 + bx + c$. В этом параграфе выводятся формулы для нахождения вершины параболы. Далее приведён пример построения квадратичной функции $y = -x^2 + 2x + 8$ с помощью этих формул. И приведён пример использования квадратичной функции для решения практической задачи из жизни: «Мяч бросили вертикально вверх с высоты 3 м с начальной скоростью 9 м/с. На какую максимальную высоту поднялся мяч и когда он упал на землю?» [11, С. 109].

Все авторы в 7 классе знакомят учеников с функцией $y = x^2$. У Макарычева Ю.Н. и Дорофеева Г.В. понятие квадратичной функции и подробное её рассмотрение проходит в 9 классе, а в 8 классе функция $y = x^2$ упоминается вскользь и отдельного параграфа на неё не отведено. Мордкович А.Г. же подробно рассматривает квадратичную функцию в 8 классе, а в 9 классе использует её лишь для решения квадратных уравнений и неравенств.

§5. Анализ задачного материала по теме «Квадратичная функция» в курсе математики основной школы в учебниках алгебры 7-9 классов

В учебнике Дорофеева Г.В. «Алгебра 7 класс» [9] предлагаются задания следующих типов:

- выясните принадлежит ли точка графику функции;
- постройте график функции (табличным методом);
- найдите точки пересечения графиков.

Макарычева Ю.Н. в своём учебнике «Алгебра 7 класс» [18] предлагает задания таких же типов, как и Дорофеев Г.В. [9]. Но Макарычев Ю.Н. усложняет формулировку задания на нахождение точек пересечения графиков тем, что даёт задание не на прямую, а просит решить графически квадратное уравнение. Так же он добавляет задание на нахождение значения функции $y = x^2$ по заданному значению аргумента и наоборот.

У Мордковича А.Г. в задачнике «Алгебра 7 класс» [22] представлены задания всех выше перечисленных типов. Так же он добавляет задания на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. При чём, в зависимости от задания, нахождение может осуществляться по графику, а может на заданном отрезке.

В учебнике Дорофеева Г.В. «Алгебра 9 класс» [11] присутствуют все типы заданий из 7 класса и к ним добавляются следующие типы заданий:

- определите какие из функций являются квадратичными;
- найдите значение функции по заданному значению аргумента и наоборот;
- найдите наибольшее и наименьшее значение функции по графику или на заданном промежутке;
- определите является ли функция возрастающей или убывающей;
- укажите промежутки убывания и возрастания функции;
- соотнесите между собой функции и графики функций;
- изобразите схематически график функции;
- задайте функцию формулой, выполнив заданные условия;
- определите координаты вершины параболы;
- определите знаки коэффициентов функции;
- найдите коэффициенты функции, при заданных условиях;
- постройте график функции (параллельным переносом, либо с помощью формул нахождения вершины параболы);
- укажите область значений функции.

В учебнике Макарычева Ю.Н. «Алгебра 9 класс» [20] представлены задания следующих типов:

- постройте график функции (табличным методом, с помощью шаблона, параллельным переносом, с помощью формул нахождения вершины параболы);

- найдите значение функции по заданному значению аргумента и наоборот;

- определите промежутки возрастания и убывания функции;

- определите область значений функции;

- изобразите схематически график функции;

- перечислите свойства функции;

- найдите точки пересечения графиков функций;

- определите принадлежит ли точка графику функции;

- найдите коэффициенты функции, при заданных условиях;

- определите в каких координатных четвертях расположен график функции;

- соотнесите между собой функции и графики функций;

- найдите координаты вершины параболы;

- найдите промежутки знакопостоянства;

- найдите наибольшее и наименьшее значение функции;

- определите знаки коэффициентов функции при заданных условиях.

В задачнике Мордковича А.Г. «Алгебра 8 класс» [24] можно выделить задания следующих видов:

- найдите коэффициенты функции, при заданных условиях;

- изобразите схематически график функции;

- постройте график функции (табличным методом, параллельным переносом, с помощью формул нахождения вершины параболы);

- установите промежутки убывания и возрастания функции;

- сделайте вывод о взаимном расположении графиков функций;

- найдите точки пересечения графиков функций;

- найдите значение функции по заданному значению аргумента и наоборот;
- найдите наибольшее и наименьшее значения функции (по графику; на заданном промежутке);
- определите принадлежит ли графику функции точка;
- выясните ограничена ли функция сверху или снизу;
- решите графически квадратное уравнение;
- решите графически систему уравнений;
- перечислите свойства функции;
- составьте уравнение оси симметрии параболы;
- определите какие из функций являются квадратичными;
- определите куда направлены ветви параболы (вверх или вниз);
- найдите координаты вершины параболы;
- исследуйте на монотонность функцию;
- докажите, что функция является возрастающей/убывающей на заданном промежутке;
- сравните значения функции.

После проведения анализа задачного материала видно, что во всех трёх учебниках разных авторов типы заданий по теме «Квадратичная функция» в основном схожи, но претерпевают небольшие отличия.

В ходе анализа были выделены основные способы построения графика квадратичной функции: табличный метод, параллельный перенос, построение с помощью формул нахождения вершины параболы. Приведём примеры к каждому способу построения.

Пример 1 [11, С. 89]. Построить график функции $y = 3x^2$.

Составим таблицу значений:

x	-2	-1	0	1	2
y	12	3	0	3	12

Построим график функции (рис.2).

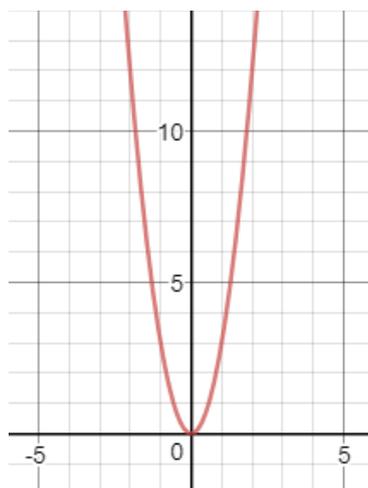


Рисунок 2. График функции $y = 3x^2$

Пример 2 [24, С. 97]. Построить график функции $y = (x + 2)^2 + 1$.

Выполним построение методом параллельного переноса. Перенесём график функции $y = x^2$ на 2 единицы влево по оси x , и на 1 единицу вверх по оси y (рис. 3).

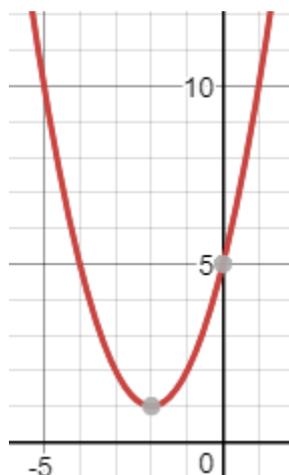


Рисунок 3. График функции $y = (x + 2)^2 + 1$

Пример 3 [24, С. 141]. Построить график функции $y = 2x^2 - 4x + 3$.

Найдем по формуле абсциссу x_0 вершины параболы:

$$x_0 = \frac{-(-4)}{2 \cdot 2} = 1,$$

$$y_0 = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1.$$

(1 ; 1) – координаты вершины параболы.

Построим график функции $y = 2x^2$ с вершиной в точке $(1 ; 1)$ (рис.4).

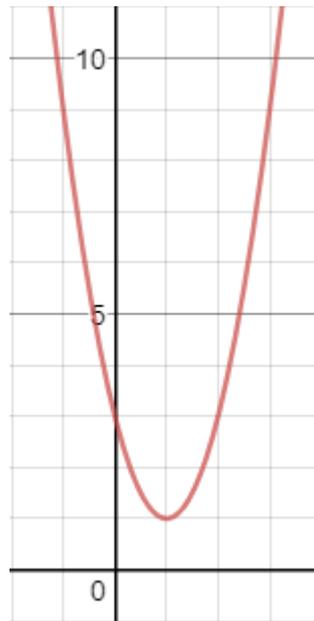


Рисунок 4. График функции $y = 2x^2 - 4x + 3$

ВЫВОДЫ ПО ПЕРВОЙ ГЛАВЕ

По итогам первой главы можно сделать следующие выводы:

1. Разобрано понятие логико-математического анализа содержания темы «Квадратичная функция». Понятие было рассмотрено по версии Н.Л. Стефановой.

2. Выявлены основные цели и задачи обучения квадратичной функции в курсе математики основной школы.

3. Были обозначены основные требования к знаниям и умениям учащихся по теме «Квадратичная функция» в курсе математики основной школы. Для выполнения данной задачи мы обратились к федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования и сборнику рабочих программ по алгебре Т.А. Бурмистровой.

4. Выполнен анализ содержания теоретического и задачного материала темы «Квадратичная функция» в учебниках алгебры основной школы. Рассмотрены учебники 7-9 классов трёх авторов. Приведены типы заданий в учебниках и рассмотрены, какие отличия теоретического материала у учебников разных авторов.

Содержание темы «Квадратичная функция» в курсе математики основной школы раскрыто.

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ТЕМЕ «КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ» В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§6. Формы, методы и средства обучения теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы

Основной формой организации обучения в современной школе по-прежнему является урок, который имеет немало педагогических достоинств. Среди них непрерывность и организационная четкость учебной работы. По сравнению, например, с индивидуальным обучением, данная форма является экономически выгодной. Стоит отметить, что урок как форма организации учебной деятельности существует с семнадцатого века. В современной дидактике сложились три основные формы учебной деятельности на уроке: фронтальная, индивидуальная и групповая. Учитель Е.Е. Алексеева упоминает, что при обучении теме «Системы уравнений» в 7 классе на различных типах занятий (введение нового материала, контроль и т.д.) ею были применены также и различные формы обучения в ходе преподавания – фронтальная, индивидуальная, групповая. Фронтальная форма обучения предполагает, что учитель руководит учебной деятельностью всего класса, перед которым поставлена одна или несколько общих задач, также он устанавливает единый для всех обучающихся темп работы. Это в свою очередь имеет недостаток, так как данный темп ориентирован на среднего школьника, некоторые обучающиеся («слабые») отстают от заданного темпа, другие («сильные») выполняют задание быстрее остальных, таким образом, у них остается свободное время. Индивидуальная форма обучения используется с целью оптимальной занятости обучающихся на уроке. Так данная форма не предполагает взаимодействия школьников друг с другом, подразумевает самостоятельное выполнение на уроке одинаковых заданий для всего класса. Отметим, что индивидуальная форма обучения является

самой старой организационной формой обучения, она берет начало еще в античные времена.

Групповая форма обучения предусматривает, что учитель организует и управляет деятельностью нескольких групп класса. В данные учебные группы входят обучающиеся с различными способностями, что определяет наиболее плодотворный обмен информацией по теме урока. Учитель руководит данными группами непосредственно, а также опосредованно через помощников, назначенных им же. В ходе урока школьники работают самостоятельно, в группе проводятся обсуждения по теме урока и взаимопроверка результатов, при необходимости преподаватель дает группе указания по заданию.

Фронтальная форма – та форма, которая является ведущей на уроке учителя математики Стрельца Н.В. «Решение задач с помощью систем уравнений» (по мотивам задач из литературных произведений). Учитель с помощью задач из литературных произведений вовлекает в работу класс и курирует занятие таким образом, чтобы ученики как отработывали знания по теме, так и развивались в другой дисциплине – литературе. Сочетание получилось необычным и интересным.

«Методы педагогических исследований можно классифицировать по разным основаниям. Например, по основной цели, источникам накопления информации, способам обработки и анализа полученных данных и др. Особо выделяются теоретические методы и методы анализа реального педагогического процесса. На практике чаще всего исследователю не нужен весь набор известных методов, его задача заключается в том, чтобы определить свой оптимальный набор методов» [4].

Традиционно в педагогических исследованиях исходят из таких требований: «1. Применять такое сочетание методов, которое позволяет получить разносторонние сведения о развитии личности, коллектива или другого объекта воспитания и обучения. 2. Применяемые методы должны обеспечить одновременное изучение деятельности, общения и

информированности личности. 3. Методы должны отражать динамику развития определенных качеств, как в возрастном плане, так и в течение определенного промежутка времени. 4. Важно применять такие методы, которые позволяют получить сведения об учащемся из возможно большего числа источников, от наиболее компетентных лиц, находящихся с ним в постоянном общении и участвующих в совместной деятельности. 5. Методы должны позволять анализировать не только ход процесса, его результаты, но и условия, в которых он функционирует» [4].

Можно выделить следующие требования к результатам освоения базового курса математики: «владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств» [4].

Дополнением к базовым результатам освоения углубленного курса математики являются следующие требования: «сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей» [4]. Видим, что требования для основной школы являются базисом для старшей школы.

Также современные стандарты предъявляют требование к методам, средствам и формам обучения. Не остаются без внимания и педагогические технологии. При реализации современного урока математики необходимо использование педагогических образовательных технологий. Это необходимо для создания условий, для смены деятельности, для устранения однообразия образовательного процесса. Существует огромное количество современных образовательных технологий. Но в рамках реализации требований ФГОС наиболее актуальными являются:

- 1) проектная технология;

- 2) игровые технологии;
- 3) групповые технологии;
- 4) технология развивающего обучения;
- 5) технология проблемного обучения;
- 6) кейс-технология;
- 7) технология интегрированного обучения;
- 8) технология развития критического мышления;
- 9) здоровьесберегающие технологии;
- 10) технологии уровневой дифференциации [4].

Применение этих и других технологий обусловлено еще и тем, что сейчас в школы ходят не такие дети, как еще 15–20 лет назад. Современное поколение называется поколением Z, но в образовании принято называть «цифровое поколение» обучающихся. Впервые этот термин ввел американский писатель Марк Пренски. Условно принято относить людей к данному поколению, рожденных после 1996 г. [4]. То есть дети этого поколения уже достаточно давно учатся в школах. И этот термин возник не просто так. Как оказалось, наличие цифровых технологий с самого рождения оказывает влияние на ребенка. Меняется восприятие ребенка, его реакции, мышление.

§7. Методические рекомендации по обучению теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы

Большинство процессов, происходящих в экономической, социальной, производственной и других видах деятельности человечества, носят функциональный характер, то есть описываются с помощью функций. Поэтому огромное значение имеет изучение функций, их свойств, построение их графиков уже в школьном курсе математики.

Термин «функция» впервые ввел французский математик Рене Декарт в 1637 г. Затем Бернулли и Эйлер стали рассматривать аналитическое

задание функции. Н.И. Лобачевский ввел современное определение функции как соответствия между различными объектами, под которыми он понимал числа.

Изучение темы «Квадратичная функция» начинается в 8 классе с введения элементарной функции $y=x^2$.

Перечислим те свойства функций, которые в 9 классе изучаются в школьном курсе: область определения функций, область значений функции, монотонность, промежутки закомостоянства, нули функции, наибольшее, наименьшее значение. Значительное место занимает программа развития речи, поэтому полезно употребление школьниками начиная с 7-го класса следующих понятий: функция, область определения и область значения функции, промежутки возрастания и убывания функции, ограниченность или неограниченность функции, без требований четких математических определений этих понятий и только в курсе алгебры 9-го класса, после накопления соответствующего опыта, можно ввести перечисленные понятия с четким определением.

Изучение основных свойств квадратичной функций необходимо проводить, используя график данной функции – параболу. Рассматривая элементарную функцию $y=x^2$ учитель расширяет понятие, вводя функцию $y=-x^2$ и на графике показывает, как меняются основные свойства функции при изменении знака на противоположный. Далее необходимо рассмотреть функцию $y=ax^2$ и так же графически показать, как меняется парабола при различных значениях коэффициента $a \neq 0$. Ребятам необходимо дать задание для самостоятельного решения – построения графиков квадратичной функции при различных значениях коэффициента a , чтобы учащиеся могли провести небольшое исследование и сделать выводы о том, как изменяются свойства и график функции $y=x^2$ при различных значениях этого коэффициента.

При изучении функций, в том числе и квадратичных, учителю необходимо организовать работу с учебным материалом, объединяя задания

в блоки, каждый из которых должен включать задачи с одинаковой математической сутью. При этом ребятам предлагается различные стратегии решения – аналитический и графический. В конце каждого урока по теме «Квадратичная функция» учителю целесообразно проводить мини-самостоятельную работу по карточкам, в которую включить задания на разные стратегии, например, дан график квадратичной функции; необходимо выделить различным цветом область определения и область значений функции, интервалы возрастания и убывания, построить ось симметрии.

При изучении квадратичной функции и построении ее графика повторяются различные понятия и определения, рассмотренные ранее в курсе алгебры и геометрии, например, симметрия, параллельный перенос, отображение относительно оси. Таким образом, у учителя есть возможность введения многих понятий и определений многосенсорно.

Учителю для закрепления понятия функции, в том числе и квадратичной, необходимо показать связь материала темы с другими предметами, такие как, физика и биология и привести примеры задач из данных дисциплин, в которых используются квадратичные функции. Например, описать траекторию полета снаряда, выпущенного из ракетной установки под углом в 45° .

«Очень часто о способностях ученика судят по его успехам к определенной деятельности, что, в свою очередь, в немалой степени зависит от организации этой деятельности. Самые разные школьные предметы имеют много общего, предъявляют ряд сходных требований к особенностям мышления, памяти ученика, к таким психологическим качествам как умственная активность, любознательность, творческое воображение. Поэтому в школе, в классах, как правило, выделяются группы ребят, которые хорошо или, наоборот, плохо успевают по всем предметам. Часто ученикам «приклеивают» ярлыки: «способные», «бестолковые». Между тем, специально проведенные исследования показывают, что при оптимально подобранных условиях обучения подавляющее большинство здоровых ребят

имеют средние общие способности. Малоспособные ученики составляют около 5%, одаренные и талантливые - тоже около 5%, а большинство, т. е. около 90%, составляют обычные учащиеся с хорошими средними способностями. Графически эту зависимость можно представить кривой нормального распределения учащихся по уровню способностей» [4].

§8. Анализ задач ОГЭ по теме исследования

Проанализировав сборники задач ОГЭ и Банк заданий [37] был сделан вывод, что тема «Квадратичная функция» встречается что в 1 части основного государственного экзамена в задании № 10. Приведём примеры.

Пример 1. Найти значение a по графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображенному на рисунке 5.

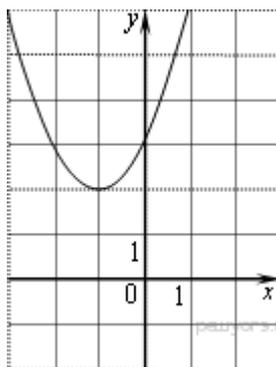


Рисунок 5. График квадратичной функции

Варианты ответа: 1) -1 ; 2) 1 ; 3) 2; 4) 3.

Решение.

Координата x у вершины параболы равна -1. Воспользуемся формулой:

$$x_{\text{в}} = \frac{-b}{2a},$$

$$-1 = \frac{-b}{2a},$$

$$b = 2a.$$

0;3 —координаты точки пересечения параболы с осью $y \Rightarrow c = 3$.

Подставим найденные значения в уравнение параболы:

$$y = ax^2 + 2ax + 3.$$

Точка $(-1;2)$ принадлежит параболе $\Rightarrow 2 = a \cdot (-1)^2 + 2a \cdot (-1) + 3$,
 $a = 1$.

Ответ. 2) 1.

Пример 2. Соотнесите графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$ со знаками коэффициентов a и c (рис.7).

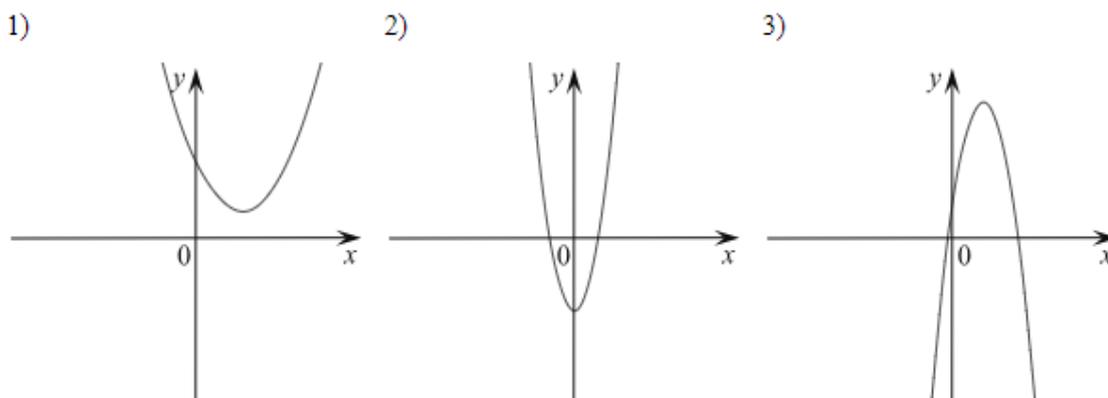


Рисунок 7. Графики различных квадратичных функций

КОЭФФИЦИЕНТЫ

А) $a > 0, c > 0$.

Б) $a < 0, c > 0$.

В) $a > 0, c < 0$.

Решение.

На графике под номером 3 ветви у параболы направлены вниз, а значит, коэффициент $a < 0$. И эта парабола пересекает ось y в точке с положительной ординатой, значит, $c > 0$. \Rightarrow Б – 3.

На графике под номером 1 ветви у параболы направлены вверх, а значит, коэффициент $a > 0$. Эта парабола пересекает ось y в точке с положительной ординатой, значит, $c > 0$. \Rightarrow А – 1.

На графике под номером 2 ветви у параболы направлены вверх, а значит, коэффициент $a > 0$. Эта парабола пересекает ось y в точке с отрицательной ординатой, значит, $c < 0$. \Rightarrow В – 2.

Ответ. А – 1, Б – 3, В – 2.

Пример 3. Укажите номер рисунка, на котором изображён график $y = 3x^2 + 15x + 17$ (рис.8).

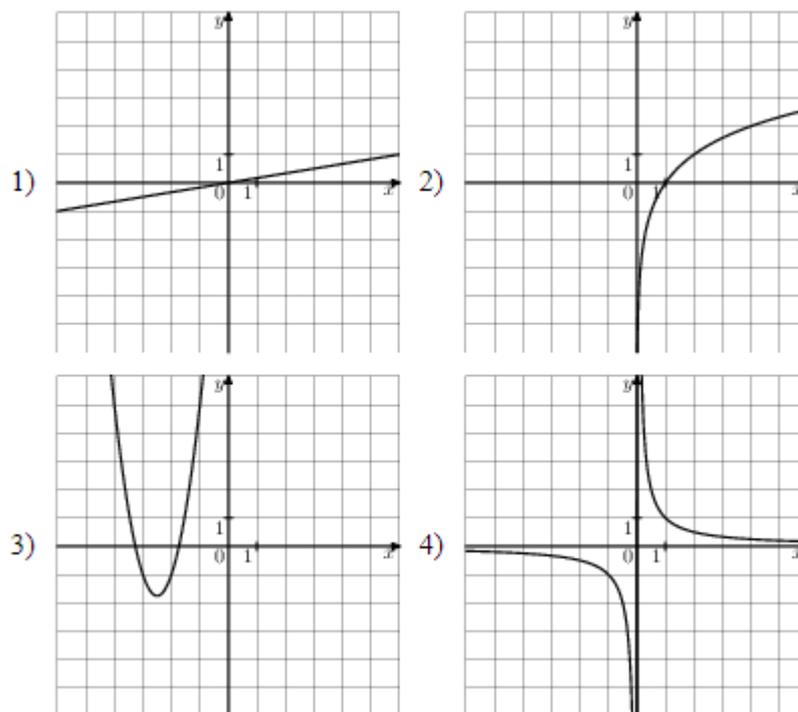


Рисунок 8. Графики основных элементарных функций

Решение.

Функция квадратичная, а значит, графиком является парабола. Парабола изображена на рисунке под номером 3.

Ответ. 3.

Пример 4. Ниже представлен график функции $y = ax^2 + bx + c$. Для утверждений А) и Б) подберите промежутки, на которых эти утверждения будут выполняться.

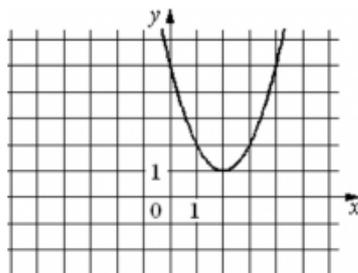


Рисунок 9. Изображение параболы к примеру 4

УТВЕРЖДЕНИЯ:

А) функция возрастает на промежутке.

Б) функция убывает на промежутке.

ПРОМЕЖУТКИ

1) $[1;3]$.

2) $[0;2]$.

3) $[2;4]$.

4) $[-2;3]$.

Решение.

Проверяем промежуток $[1;3]$. По графику видно, что на промежутке $[1;2]$ функция убывает, а на промежутке $[2;3]$ функция возрастает. Получается, что на промежутке $[1;3]$ нельзя однозначно сказать, что функция убывает или, что функция возрастает. А значит, данный промежуток не подходит ни под одно утверждение.

Проверяем промежуток $[0;2]$. По графику увидим, что на данном промежутке функция убывает, а значит данный промежуток соответствует утверждению Б).

Проверяем промежуток $[2;4]$. По графику увидим, что на данном промежутке функция возрастает, а значит данный промежуток соответствует утверждению А.

Проверяем промежуток $[-2;3]$. По графику видно, что на промежутке $[-2;2]$ функция убывает, а на промежутке $[2;3]$ функция возрастает. А значит, нельзя однозначно сказать, что функция убывает или возрастает на данном промежутке. Поэтому данный промежуток не удовлетворяет ни одному утверждению.

Ответ. А – 3, Б – 2.

Пример 5. Установить соответствие между функциями и графиками (рис.9).

ФУНКЦИИ

А) $y = x^2 - 2x$.

Б) $y = x^2 + 2x$.

В) $y = -x^2 - 2x$.

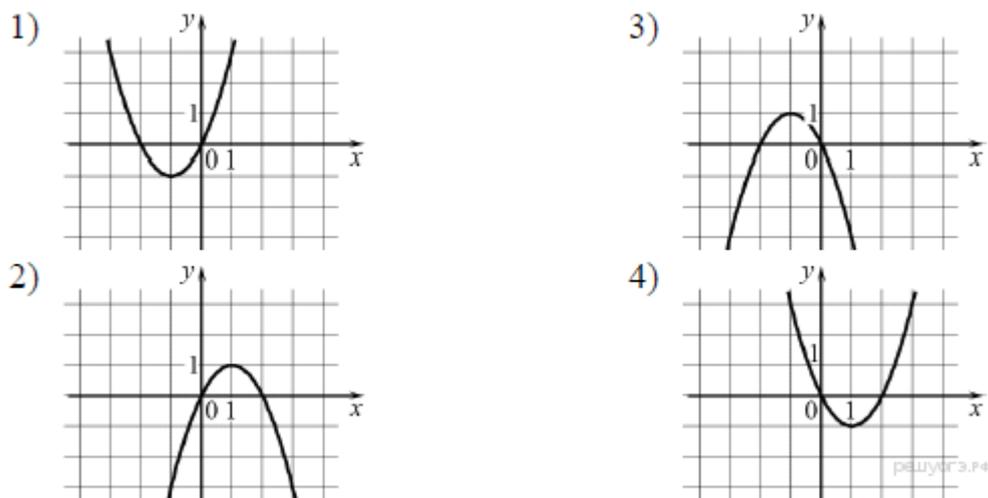


Рисунок 9. Изображение парабол к примеру 5

Решение.

Ветви параболы у функции $y = x^2 - 2x$ будут направлены вверх, так как коэффициент стоящий около x^2 положительный. Вычислим вершину параболы:

$$x_{\text{в}} = \frac{2}{2} = 1,$$

$$y_{\text{в}} = -1.$$

(1; -1) – координаты вершины параболы для данной функции. График данной функции изображён на рисунке 4. А – 4.

У функции $y = x^2 + 2x$ перед x^2 стоит положительный коэффициент, что говорит о том, что ветви параболы будут направлены вверх. Найдём вершину параболы:

$$x_{\text{в}} = \frac{-2}{2} = -1,$$

$$y_{\text{в}} = -1.$$

(-1; -1) – координаты вершины параболы для функции $y = x^2 + 2x$. График этой функции представлен на рисунке 1. Б – 1.

В функции $y = -x^2 - 2x$ коэффициент $a < 0 \Rightarrow$ ветви данной параболы направлены вниз. Найдём вершину параболы:

$$x_{\text{в}} = \frac{2}{-2} = -1,$$

$$y_{\text{в}} = 1.$$

$(-1; 1)$ – координаты вершины параболы. График для данной функции изображён под номером 3. В – 3.

Ответ. А – 4, Б – 1, В – 3.

§9. Системы задач по теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы

Система задач на тему «Квадратичная функция и её график» для 9 класса

1. Зная, что $f(x) = \frac{1}{5}x^2$, заполните таблицу.

x	0	± 1	± 2	± 3	± 4	± 5
$f(x)$						

Постройте график функции.

Найдите: $f(-2,5)$; $f(2,5)$; $f(-3)$; $f(3,5)$.

В той же системе координат постройте график функции $g(x) = -\frac{1}{5}x^2$.

Найдите: $g(-2,5)$; $g(2,5)$; $g(-3,5)$; $g(3,5)$.

2. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения графика функции $y = 2x^2$ и прямой:

а) $y = 200$;

б) $y = 800$;

в) $y = 50x$;

г) $y = -3200x$.

3. Принадлежит ли графику функции $y = -25x^2$ точка:

а) А $(-2; -100)$; б) В $(2; 100)$; в) С $(\frac{1}{5}; -1)$?

4. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x > 2, \\ x, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ x^2, & \text{если } x < -2. \end{cases}$$

5. Какова область значений функций (укажите её наибольшее и наименьшее значения):

а) $y = \frac{1}{3}x^2$, где $x \in [-3; 6]$;

б) $y = -\frac{1}{4}x^2$, где $x \in [-2; 8]$?

6. Камень, падающий на землю, пролетает за t с расстояние, равное h м, где $h = \frac{gt^2}{2}$, $g \approx 10$ м/с². Через какое время камень упадет на дно вертикального ствола шахты длиной 120 м?

7. Используя шаблон параболы $y = x^2$, постройте график функции:

а) $y = x^2 - 3$; б) $y = -x^2 + 4$; в) $y = (x + 5)^2$;

г) $y = (x + 2)^2 - 4$.

8. В каких координатных четвертях расположен график функции:

а) $y = 9x^2 - 4$; б) $y = -5x^2 + 1$; в) $y = -2x + 5$?

9. Изобразите схематически график функции:

а) $y = \frac{1}{2}x^2 - 4$; б) $y = -3x - 2$?

в) $y = 2(x + 1)^2 - 3$.

10. Найдите нули функции (если они существуют):

а) $y = 4x^2 - 1$; б) $y = -3x^2 + 9$; в) $y = -x^2 - 16$.

11. Найдите координаты вершины параболы:

а) $f(x) = x^2 - 6x + 4$; б) $f(x) = -x^2 - 4x + 1$;

в) $f(x) = 3x^2 - 12x + 2$.

12. Используя результаты вычислений в задании 1а, постройте график функции $f(x) = x^2 - 6x + 4$. Найдите по графику:

а) нули функции; промежутки, в которых $f(x) < 0$ и $f(x) > 0$;

б) промежутки убывания и возрастания функции; наименьшее ее значение.

13. Используя результаты вычислений в задании 1б, постройте график функции $f(x) = -x^2 - 4x + 1$. Найдите по графику:

а) нули функции; промежутки, в которых $f(x) < 0$ и $f(x) > 0$;

б) промежутки возрастания и убывания функции; наибольшее ее значение.

14. Найдите область значений функции $y = x^2 + 6x + 5$, где $x \in [-6; 2]$.

15. При каких значениях b и c точка $M(5; 7)$ является вершиной параболы $y = x^2 + bx + c$?

16. Мяч брошен вертикально вверх с начальной скоростью 24 м/с. Зависимость расстояния h (м) от мяча до земли от времени полета t (с) выражается формулой $h = 24t - 5t^2$. Постройте график этой зависимости.

Найдите по графику:

1) какой наибольшей высоты достиг мяч;

2) в какой промежуток времени он поднимался вверх в какой опускался вниз.

3) через сколько секунд после броска мяч упал на землю.

ВЫВОДЫ ПО ВТОРОЙ ГЛАВЕ

Проведя анализ методической и учебной литературы по теме исследования, были решены следующие задачи:

1. Выявлены формы, методы и средства обучения теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы.

2. Представлены методические рекомендации по обучению квадратичной функции в курсе алгебры основной школы.

3. Рассмотрены задачи ОГЭ по данной теме.

4. Разработана система задач по теме исследования для учащихся 9-х классов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разобрано понятие логико-математического анализа содержания темы «Квадратичная функция». Понятие было рассмотрено по версии Н.Л. Стефановой.

2. Выявлены основные цели и задачи обучения квадратичной функции в курсе математики основной школы.

3. Были обозначены основные требования к знаниям и умениям учащихся по теме «Квадратичная функция» в курсе математики основной школы. Для выполнения данной задачи мы обратились к федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования и сборнику рабочих программ по алгебре Т.А. Бурмистровой.

4. Выполнен анализ содержания теоретического и задачного материала темы «Квадратичная функция» в учебниках алгебры основной школы. Рассмотрены учебники 7-9 классов трёх авторов. Приведены типы заданий в учебниках и рассмотрены какие отличия теоретического материала у учебников разных авторов.

5. Выявлены формы, методы и средства обучения теме «Квадратичная функция» в курсе алгебры основной школы.

6. Представлены методические рекомендации по обучению квадратичной функции в курсе алгебры основной школы.

7. Были рассмотрены задачи ОГЭ по данной теме.

8. Разработана система задач по теме исследования для учащихся 9-х классов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агаханов, Н.Х. Квадратичная функция в задачах муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике [Электронный ресурс] / Н.Х. Агаханов, О.К. Подлипский, Д.А. Терёшин // Математика в школе. – 2010. – № 9. – С. 60 – 66. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=15219101>. – Последнее обновление 10.05.2018.
2. Аникина И.Е. Типовые задачи по формированию универсальных учебных действий на уроках математики // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2016. Т.16. [Электронный ресурс]. URL: <http://e-koncept.ru/2016/46532.htm>.
3. Блох, А.Я. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика [Текст]: учебное пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат. спец. / А.Я. Блох, В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев и др.; Сост. В.И. Мишин. – М.: Просвещение, 1987. – 416 с.
4. Богун, В.В. Применение динамической системы мониторинга дистанционных учебных проектов при решении совместных систем линейных алгебраических уравнений / В.В. Богун // Ярославский педагогический вестник. – 2012. – № 2. – С. 7 – 12.
5. Бурмистрова, Т.А. Алгебра. Сборник рабочих программ. 7 – 9 классы [Текст]: пособие для учителей общеобразовательных организация/ Т.А. Бурмистрова. – 2-е изд., доп. – М.: Просвещение, 2014. – 96 с.
6. Виленкин Н.Я. Математический анализ. Учебное пособие для IX—X классов средних школ с математической специализацией [Текст]: учебное пособие/ Н.Я. Виленкин, С.И. Шварцбурд. – М.: Просвещение, 1969. – 341 с.
7. Воронина В.А. Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств в школьном курсе алгебры средней школы [Электронный ресурс]. URL: <http://pandia.ru/text/78/500/39810.php>

8. Горина, Л. Исследуем квадратичную функцию [Электронный ресурс] / Л. Горина // Математика. Первое сентября. – 2013. – № 9. – С. 23. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=23577206>. – Последнее обновление 10.05.2018.
9. Дорофеев, Г.В. Алгебра. 7 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 287 с.
10. Дорофеев, Г.В. Алгебра. 8 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 320 с.
11. Дорофеев, Г.В. Алгебра. 9 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 304 с.
12. Евстафьева, Л.П. Алгебра. 7 класс. Дидактические материалы [Текст]: учеб. пособие / Л.П. Евстафьева, А.П. Карп. – 6-е изд. – М.: Просвещение, 2012. – 159 с.
13. Евстафьева, Л.П. Алгебра. 8 класс. Дидактические материалы [Текст]: учеб. пособие / Л.П. Евстафьева, А.П. Карп. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 2012. – 143 с.
14. Жохов, В.И. Уроки алгебры в 8 классе [Текст]: кн. для учителя / В.И. Жохов, Г.Д. Картошева. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 2011. – 79 с.
15. Жунусакунова, А.Д. Формы текстовых заданий на примере курса математики по теме «Квадратичная функция» (9 класс) [Электронный ресурс] / А.Д. Жунусакунова // Вестник Ошского государственного университета. – 2013. – № 4. – С. 220 – 225. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=29028690>. – Последнее обновление 18.05.2018.
16. Звавич, Л.И. Алгебра. 7 класс. Дидактические материалы [Текст]: учеб. пособие / Л.И. Звавич, Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова. – 17-е изд. – М.: Просвещение, 2012. – 159 с.

17. Лященко, Е.И. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики [Текст]: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов/ Е.И. Лященко, К.В. Зобкова, Т.Ф. Кириченко и др.; под ред. Е.И. Лященко – М.: Просвещение, 1988. – 223 с.
18. Макарычев, Ю.Н. Алгебра. 7 класс [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений/ Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2013. – 256 с.
19. Макарычев, Ю.Н. Алгебра. 8 класс [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений/ Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2013. – 287 с.
20. Макарычев, Ю.Н. Алгебра. 9 класс [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений/ Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – 18-е изд. - М.: Просвещение, 2011. – 271 с
21. Мирошин, В.В. Формирование содержательно – методической линии задач с параметрами в ходе изучения свойств квадратичной функции школе [Электронный ресурс] / В.В. Мирошин // Математика в школе. – 2010. - № 7. – С. 31 – 37. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=11647789>. – Последнее обновление 16.05.2018.
22. Мордкович, А.Г. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч. 1 [Текст]: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович. – 17-е изд., доп. – М.: Мнемозина, 2013. – 175 с.
23. Мордкович, А.Г. Алгебра. 8 класс [Текст]: методическое пособие для учителя / А.Г. Мордкович. – М.: Мнемозина, 2010. – 77с.
24. Мордкович, А.Г. Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 1 [Текст]: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович. – 12-е изд., доп. – М.: Мнемозина, 2010. – 215 с.
25. Мордкович, А.Г. Алгебра. 9 класс. В 2 ч. Ч. 1 [Текст]: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, П.В. Семёнов. – 12-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2010. – 224 с.

26. Муравин, Г.К. Алгебра. 7 класс [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.К. Муравин, К.С. Муравин, О.В. Муравина. – 9-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2013. – 285 с.
27. Муравин, Г.К. Алгебра. 8 класс [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.К. Муравин, К.С. Муравин, О.В. Муравина. – 15-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2013. – 254 с.
28. Муравин, Г.К. Алгебра. 9 класс [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.К. Муравин, К.С. Муравин, О.В. Муравина. – 14-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2014. – 315 с.
29. Примерная основная образовательная программа основного общего образования: Протокол федерального учебно-методического объединения по общему образованию от 08.04.2015 г. № 1/15. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: – <http://3329.edusite.ru/DswMedia/>
30. Рурукин А.Н. Алгебра. 7 класс. Поурочные разработки. К УМК А.Г. Мордковича [Текст]: методическое пособие для учителя – М: ВАКО, 2014. – 256 с.
31. Рурукин А.Н. Алгебра. 8 класс. Поурочные разработки. К УМК А.Г. Мордковича [Текст]: методическое пособие для учителя / А.Н. Рурукин, С.В. Сочилов, Ю.М. Зеленский. – М: ВАКО, 2010. – 352 с.
32. Рурукин А.Н. Алгебра. 9 класс. Поурочные разработки. К УМК А.Г. Мордковича [Текст]: методическое пособие для учителя / А.Н. Рурукин, И.А. Масленникова, Т.Г. Мишина. – М: ВАКО, 2011. – 288 с.
33. Сивухина Е.А. Требования к результатам изучения функционально- графической линии в школьном курсе математики. // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы II Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Краснояр. гос. пед. ун-т. им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2017.

34. Стефанова, Н.Л. Методика и технология обучения математики. Курс лекций [Текст]: пособие для вузов/ Н.Л. Стефанова, Н.С. Подходова, В.В. Орлов и др. – М.: Дрофа, 2005. – с. 276.
35. Суворова, С.Б. Алгебра. Методические рекомендации 8 класс [Текст]: учебное пособие для общеобразовательных организаций/ С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович, Л.В. Кузнецова. – М.: Просвещение, 2015. - 244 с.
36. Токарева, Л.И. Формирование у учащихся теоретических систем знаний при изучении темы «Квадратичная функция» в средней школе [Электронный ресурс]/ Л. И. Токарева// Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. – 2018. – № 20. – С. 263 – 275. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=32827339>. – Последнее обновление 15.05.2018.
37. Федеральный институт педагогических измерений. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://fipi.ru/>. – Последнее обновление 03. 05. 2018.
38. Шашкина М.Б., Табинова О.А. Диагностика готовности выпускников школ к продолжению математического образования // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2016. – Т. 4. № 3. – С. 8–13.
39. An T., Mintos A., Yigit M. A Cross-National Standards Analysis: Quadratic Equations and Functions. Purdue University, West Lafayette, IN, USA. URL: http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG11/WG11_Yigit.pdf
40. Hawkes, H.E. First course in algebra/ H.E. Hawkes, W.A. Luby, F.C. Touton. - Boston: Ginn and company, 2011. – 334 p.
41. Hawkes, H.E. Second course in algebra/ H.E. Hawkes, W.A. Luby, F.C. Touton. - Boston: Ginn and company, 2013. – 263 p.
42. Kajetanowicz P., Wierzejewski J. E-lesson on Quadratic Function. A Step Towards an On-line Remedial Math Course. Institute of Mathematics, Wrocław University of Technology, 2017. URL: http://prac.im.pwr.edu.pl/~kajetano/papers/PKJW_VUni04.pdf
43. Nepomucena T.V., da Silva A. C., Jardim D. F., da Silva J. M. A study about teaching quadratic functions using mathematical models and free

software. Journal of Physics: Conf. Series 936, 2017. 3035 знаков с пробелами.

URL: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/936/1/012069/pdf>

44. Schoenfeld, Alan H. ed. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in – New York: MacMillan, 2013. – 370 p.

45. Tomson D. Mathematics Teacher Training. In R: Teaching mathematics: retrospective and perspectives. Lithuania: Palanga, 2015, May 7-9. p – 137.

46. Tomson D. Role of Mathematics in Curriculum. In R: Teaching mathematics: retrospective and perspectives. Lithuania: Palanga, 2015, May 7-9. p – 162.

47. Xingfeng H., Shiqi L., Shuhua A. Understanding of Teaching Strategies on Quadratic Functions in Chinese Mathematics Classrooms. Journal of the Korean Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education, Vol. 16, 2012. RL:https://www.researchgate.net/publication/264145225_Understanding_of_Teaching_Strategies_on_Quadratic_Functions_in_Chinese_Mathematics_Classrooms

48. Yang X. On the Stability of Quadratic Functional Equations in F -Spaces. Journal of Function Spaces, Volume 2016, 2016. URL: <https://www.hindawi.com/journals/jfs/2016/5636101/>