

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)
Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование кафедры)

44.03.01 «Педагогическое образование»
(код и наименование направления подготовки, специальности)
«Математика»
(направленность (профиль)/специализация)

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему **«МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ВЕКТОРНОМУ МЕТОДУ
РЕШЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ
ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ»**

Студент Ю.Г. Гранкина _____
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Руководитель С.Н. Дорофеев _____
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Консультант Е.Ю. Аношина _____
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Допустить к защите

Заведующий кафедрой д.п.н., профессор, Р.А. Утеева _____
(ученая степень, звание, И.О. Фамилия) (личная подпись)

« ____ » _____ 2018 г.

Тольятти 2018

АННОТАЦИЯ

Целью бакалаврской работы является выявление методических особенностей обучения учащихся векторному методу в курсе геометрии основной школы и разработка методических рекомендаций по обучению данной теме.

Одними из самых сложных тем для обучающихся являются темы «Векторы» и «Векторный метод в решении задач». В то же время понятие вектора является одним из фундаментальных понятий в современной геометрии. Изучение векторов на плоскости способствует обобщению знаний у обучающихся, обогащению опыта вариантов решений задач, так как появляется новый векторный метод решения, в частности, планиметрических задач. Обучая векторному методу, учитель развивает у них познавательный интерес, так как на его основе в дальнейшем можно ввести координаты на плоскости.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы.

Глава I бакалаврской работы посвящена теоретическим основам обучения векторному методу в курсе геометрии основной школы. Выявлены основные цели и задачи по обучению теме исследования в курсе геометрии основной школы, а также требования к знаниям и умениям учащихся по данной теме. Рассмотрены формы, методы и средства обучения данной теме в курсе геометрии основной школы. Выполнен анализ содержания теоретического и задачного материалов по данной теме «Векторы».

В Главе II представлены формы, методы и средства обучения векторному методу в курсе геометрии основной школы. Рассмотрены методические рекомендации по обучению векторному методу и его применение при решении планиметрических задач.

Список литературы содержит 36 наименований.

Объем работы - 61 страница.

ABSTRACT

The title of the bachelor's thesis is "Teaching methods for the vector method solution of planimetric problems in a course on geometry of the secondary school".

One of the most difficult topics for students is the topics "Vector" and "Vector method in solving problems". At the same time, the concept of vector is one of the fundamental concepts in modern geometry. The study of vectors in the plane facilitates the generalization of knowledge among learners, enriching the experience of problem solving, since a new vector method of solving, in particular, planimetric problems, appears. Teaching to the vector method, the teacher develops a cognitive interest in them, since on its basis it is possible to introduce coordinates in the plane.

The aim of the bachelor's thesis is to reveal methodological features of teaching students to the vector method in a course on geometry of the secondary school and to develop methodological recommendations for teaching schoolchildren to solve planimetric problems via the vector method.

The bachelor's thesis consists of an introduction, two chapters, a conclusion and a list of 36 references, including 5 foreign sources.

The first part of the work work is devoted to the theoretical basis of teaching to the vector method in a course on geometry of the secondary school. The main goals and tasks for teaching the research topic in a course on geometry of the secondary school, as well as the requirements for the knowledge and skills of students on this topic are revealed. Forms, methods and means of teaching to this topic in a course on geometry of the secondary school are considered. The content analysis of theoretical and problem materials on the topic "Vectors" is performed. The second part of the work presents the forms, methods, and means of teaching to the vector method in a course on geometry of the secondary school. Methodological recommendations for teaching to the vector method and its application in solving planimetric problems are considered methodically. The list of reference 36 titles. Work volume 61 pages.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ВЕКТОРНОМУ МЕТОДУ РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ.....	9
§1. Основные понятия векторной алгебры в школьном курсе геометрии для учащихся 7-9 классов.....	9
§ 2. Основные цели и задачи обучения векторному методу решения планиметрических задач.....	13
§ 3. Основные требования к знаниям и умениям обучающихся векторному методу решения планиметрических задач.....	16
§ 4. Анализ содержания теоретического материала по теме «Векторы» в учебниках геометрии 7-9 классов разных авторов	19
§ 5. Анализ задачного материала по теме «Векторы» в учебниках геометрии 7-9 классов разных авторов.....	28
Выводы по первой главе.....	46
ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ВЕКТОРНОМУ МЕТОДУ РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В КУРСЕ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ	48
§6. Формы, методы и средства обучения векторному методу решению планиметрических задач в курсе основной школы	48
§7. Методические рекомендации по обучению векторному методу решения планиметрических задач в курсе основной школы	50
Выводы по второй главе.....	53
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	55
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	57

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Мы наблюдаем, что в нашем мире есть некоторые величины и процессы, которые зависят от направления, в котором они происходят [36]. Векторы - вопрос, включенный в школьный курс геометрии совсем недавно, со второй половины XX века. Традиционно одними из самых сложных тем для учащихся являются темы «Векторы» и «Векторный метод в решении задач». В то же время понятие вектора является одним из фундаментальных понятий в современной геометрии. Широкое развитие векторного исчисления и его приложений пришлось на конец XIX и начало XX столетия. Будучи материалом математическим, векторный метод находит применение в первую очередь в физике, географии и других наук. Векторный метод является одним из распространенных, красивых и современных методов решения задач, широко используется в сочетании с координатным методом. Они превратились в мощный метод доказательства теорем и решения задач. Одним из способов установления связи линейных и угловых величин наряду с тригонометрическими функциями являются векторы, они также служат связи алгебры с геометрией. [15].

Изучение векторов на плоскости способствует обобщению знаний, обогащению опыта вариантов решений задач, так как появляется новый векторный метод решения, в частности, планиметрических задач. Изучение векторного метода представляет своеобразный познавательный интерес, так как на его основе в дальнейшем можно ввести координаты на плоскости [16].

Курс геометрии подразделяется на планиметрию и стереометрию, поэтому векторы изучаются сначала в планиметрии, то есть в курсе геометрии на плоскости 8-9 классах, затем в стереометрии, то есть в курсе геометрии в пространстве в 10-11 классах.

В геометрии существует множество трактовок определения вектора, с которыми мы встретимся в рамках исследования, выделен круг задач,

решаемых векторным методом. Векторный метод является одним из самых эффективных методов решения геометрических задач и обладает высоким потенциалом, который способствует умственному развитию и логики у учащихся, но на изучение этой темы в школьном курсе геометрии отводят крайне ограничено времени. Поэтому проблема совершенствования содержания и методов обучения математике в школе в свете современных требований с необходимостью включает совершенствование методики изучения векторов [7].

Таким образом, получается противоречие между необходимостью обучения решению планиметрических задач векторным методом и недостатком отведенных на эту тему количеством уроков, из-за этого многие школьники испытывают трудности в применении векторного метода.

Все вышеприведенные аргументы определяют актуальность темы исследования.

Проблема исследования состоит в выявлении методических особенностей обучения школьников векторному методу решения планиметрических задач.

Объект исследования: процесс обучения школьников геометрии в основной школе.

Предмет исследования: методика обучения учащихся векторному методу решения планиметрических задач.

Цель исследования: выявить методические особенности обучения учащихся векторному методу в курсе геометрии основной школы и разработать методические рекомендации по обучению данной теме.

Задачи исследования:

1. Рассмотреть основные понятия содержания темы школьного курса геометрии (на примере темы «Векторы»).
2. Выявить основные цели и задачи обучения векторному методу в курсе геометрии основной школы.

3. Представить основные требования к знаниям и умениям учащихся по теме «Векторы» в курсе геометрии 7-9 классов.

4. Выявить формы, методы и средства обучения векторному методу в курсе геометрии основной школы.

5. Выполнить анализ содержания теоретического и задачного материалов темы «Векторы» в учебниках геометрии 7-9 классов разных авторов.

6. Раскрыть сущность векторного метода и его применение для решения планиметрических задач.

7. Представить методические рекомендации по обучению векторного метода в курсе геометрии основной школы.

Для решения задач были использованы следующие **методы исследования**: анализ учебников, учебной и методической литературы, анализ примерных образовательных программ, анализ школьных учебников, программ и учебных пособий, изучение опыта работы учителей математики.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в нем выявлены методические особенности обучения учащихся векторному методу в курсе геометрии основной школы.

Практическая значимость исследования заключается в том, что в ней представлены методические рекомендации по обучению векторному методу в курсе геометрии основной школы.

На защиту выносятся: методические рекомендации по обучению векторному методу в курсе геометрии основной школы.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы.

Во введении сформулированы основные характеристики исследования: актуальность, проблема, объект, предмет, цель, задачи и методы исследования.

Глава I бакалаврской работы посвящена теоретическим основам обучения векторному методу в курсе геометрии основной школы. Выявлены основные цели и задачи по обучению теме исследования в курсе геометрии основной школы, а также требования к знаниям и умениям учащихся по данной теме. Рассмотрены формы, методы и средства обучения данной теме в курсе геометрии основной школы. Выполнен анализ содержания теоретического и задачного материалов по данной теме «Векторы».

В Главе II представлены формы, методы и средства обучения векторному методу в курсе геометрии основной школы. Рассмотрены методически рекомендации по обучению векторному методу и его применение при решении планиметрических задач.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы проведенного исследования.

Список литературы содержит 36 наименований.

Объем работы 61 лист.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ВЕКТОРНОМУ МЕТОДУ РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§1. Основные понятия векторной алгебры в школьном курсе геометрии для учащихся 7-9 классов

Использование векторного метода при решении планиметрических задач невозможно без базовых знаний о векторах, их свойствах. Рассмотрим основные из них.

Атанасян [5] вводит понятия вектора как «отрезка, для которого указано, какая из его граничных точек считается началом, а какая - концом, и называет *направленным отрезком или вектором*» [5, С. 193]. На рис. 1 началом вектора является точка А, а концом точка В.

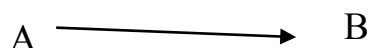


Рис. 1

Для дальнейшего условимся, что «любая точка плоскости также является вектором (Рис. 2). В этом случае вектор называется *нулевым*» [5, С. 193].



Рис. 2

Следующим определением является определение длины вектора, оно определяет числовое значение вектора, если задано в координатах. «*Длиной или модулем* ненулевого вектора AB называется длина отрезка AB . Длина вектора AB обозначается так: $AB(a)$. Длина нулевого вектора считается равной нулю: $0 = 0$ » [5, С.193]. Если вектор задан координатами, то его длина находится по формуле: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$, где a_x и a_y – координаты вектора a .

«Если два ненулевых вектора a и b коллинеарны (векторы лежат на одной прямой или на параллельных прямых), то они могут быть направлены либо одинаково, либо противоположно. В первом случае векторы a и b называются *сонаправленными* (Рис. 3), а во втором – *противоположно направленными* (Рис. 4)» [5, С.194].

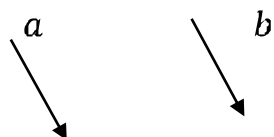


Рис 3.

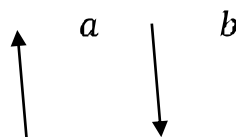


Рис 4.

«Векторы называются *равными*, если они сонаправлены и их длины равны» [5, С.195].

Пример 1: Дан параллелограмм ABCD (Рис. 5). Укажите какие из векторов: $AB, AC, BA, CA, BD, DA, CD, DC$ являются а) противоположными; б) неколлинеарными; в) равными?

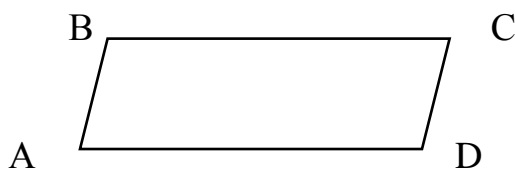


Рис. 5

Над векторами можно производить такие операции как: сложение, вычитание и умножение вектора на число. Такие операции называют линейными.

«Суммой векторов a и b называется такой вектор $c = a + b$, который строится по правилу: откладываем вектор $OA = a$ от произвольной точки O , затем строим вектор $AB = b$, тогда вектор-сумма направлен от начала первого вектора к концу второго, т.е. OB (правило треугольника) (Рис 6)» [5, С.199]. Если известны координаты, сумму векторов можно найти так:

$a + b = x_1 + x_2; y_1 + y_2$, где x_1 и y_1 – координаты a , x_2 и y_2 – координаты вектора b .

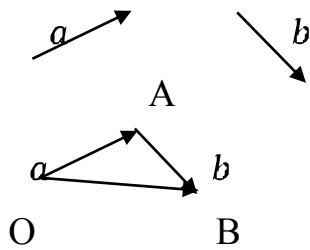


Рис. 6

«Разностью $a - b$ двух векторов a и b называется такой вектор c , что $a = b + c$. Из определения получаем правило построения разности двух векторов: откладываем оба вектора от общего начала O , тогда вектор-разность направлен от конца второго вектора к концу первого: $c = a - b = BA$ (Рис. 7)» [5, С.202]. В координатах, разность векторов находят по следующей формуле:

$a - b = (x_1 - x_2; y_1 - y_2)$, где x_1 и y_1 — координаты a , x_2 и y_2 — координаты вектора b .

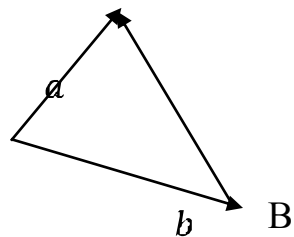


Рис. 7

«Произведением ненулевого вектора a на число k называется такой вектор b , длина которого равна $k \cdot a$ (Рис. 8), причем векторы a и b сонаправлены при $k \geq 0$ и противоположно направлены, если $k < 0$ » [5, С.206].

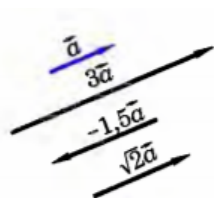


Рис. 8

Для определения координат вектора зададим прямоугольную систему координат (провести две взаимно перпендикулярные прямые, на каждой выбрать направление и выбрать единицу измерения отрезков). «Отложим от начала координат O единичные векторы (длины векторов равны 1), i, j так, чтобы направление вектора i совпало с направлением оси Ox , а направление вектора j — с направлением оси Oy (Рис. 9). Векторы i и j назовем координатными векторами. Координатные векторы не коллинеарны, поэтому любой вектор можно разложить по координатным векторам, т. е. представить в виде $xi + yj$, причем коэффициенты x и y определяются единственным образом. Коэффициенты разложения вектора по координатным векторам называются *координатами вектора* (Рис. 9)» [5, С.230]. Записываются координаты вектора в фигурных скобках после обозначения вектора (Рис. 9): $OA (2; 1), b (3; -2)$

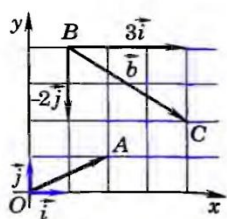


Рис. 9

Одним из основных определений является скалярное произведение, с его помощью решаются различные задачи. «Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними» [5, С.265]. Скалярное произведение в координатах вычисляется по формуле: $a \cdot b = x_1x_2 + y_1y_2$, где x_1, y_1 — координаты вектора a , x_2, y_2 — координаты вектора b .

Пример 2: Медианы равнобедренного треугольника, проведенные к его боковым сторонам, составляют прямой угол. Найдите угол при его вершине. (Рис. 10) [5, С. 270].

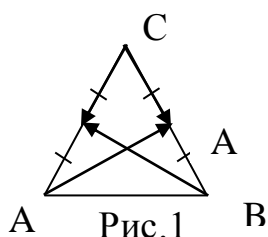


Рис. 1

Решение: Построим равнобедренный треугольник ABC с основанием AB .

Пусть AA_1, BB_1 — его медианы, проведенные к боковым сторонам

(Рис. 10). Предположим, что

$$CA_1 = a, CB = b, CA_1 = CB = a. \text{ Тогда}$$

$$AA_1 = CA_1 - CA = a - 2b, BB_1 = CB_1 - CB = b - 2a. \text{ Следовательно,}$$

$$AA_1 \cdot BB_1 = a - 2b \cdot (b - 2a) = 5a \cdot b - 2aa - 2bb \quad (1)$$

По условию задачи $AA_1 \perp BB_1$, и, следовательно, $AA_1 \cdot BB_1 = 0$. Далее,

$$a \cdot b = a^2 \cos C, a \cdot a = a^2, b \cdot b = a^2. \text{ Значит равенство (1) принимает вид}$$

$$0 = 5a^2 \cos C - 4a^2.$$

$$\text{Отсюда получаем } \cos C = \frac{4}{5}, \angle C = \arccos \frac{4}{5}.$$

$$\text{Ответ: } \angle C = \arccos \frac{4}{5}.$$

§ 2. Основные цели и задачи обучения векторному методу решения планиметрических задач

Согласно *Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования основного общего образования* [29] предметные результаты изучения области «Математика», в частности, «Геометрия» должны отражать:

1) овладение геометрическим языком; развитие умения использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений, изобразительных умений, навыков геометрических построений;

2) формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, представлений о простейших пространственных телах; развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с использованием геометрических

понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач;

3) развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов;

Т.А. Бурмистрова в сборнике рабочих программ по геометрии 7-9 классов [9] выделяет следующие требования к результатам содержания курса геометрии основной школы, относящиеся к теме «Векторы»

1) *личностные:*

- «умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры» [9, С. 6];

- «критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта» [9, С. 6];

- «креативность мышления, инициативу, находчивость, активность при решении геометрических задач» [9, С. 6];

2) *метапредметные:*

- «умение самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач» [9, С. 6];

- «умение устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и выводы» [9, С. 7];

- «умение понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации» [9, С. 7];

- «умение создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач» [9, С. 7];

- «умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки» [9, С. 7];
- «умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач» [9, С. 7];
- «понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом» [9, С. 8];

3) *предметные:*

- «овладение базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания; представление об основных изучаемых понятиях (число, геометрическая фигура, вектор, координаты) как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать реальные процессы и явления» [9, С. 8];
- «умение работать с геометрическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики, логические обоснования, доказательства математических утверждений» [9, С. 8];
- «овладение геометрическим языком, умение использовать его для описания предметов окружающего мира, развитие пространственных представлений и изобразительных умений, приобретение навыков геометрических построений» [9, С. 8];
- «умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин» [9, С. 8];

Содержание раздела в программе А. Г. Мерзляка по математике для 7-9 общеобразовательных учреждений «Векторы», расширяет, углубляет и развивает умение применять алгебраический аппарат при решении геометрических задач, а также задач смежных дисциплин; формирует абстрактное мышление и навыки чёткого выполнения математических записей.

Из этого следует, что тема «Векторы» является одной из основных тем школьного курса геометрии. Так как, формирует абстрактное мышление, строит навык логического рассуждения, умозаключения. Воспитываются полезные навыки и способности, которые способствуют изучению смежных дисциплин; и помогающие решать практические вопросы из обыденной жизни.

§ 3. Основные требования к знаниям и умениям обучающихся векторному методу решения планиметрических задач

В *Примерной основной образовательной программе основного общего образования* [25] по математике говорится о том, что «понятие вектора является обязательным для изучения. В результате изучения раздела «Векторы», обучающийся должен научиться в 7-9 классах для обеспечения возможности успешного продолжения образования на *базовом и углубленном уровне* следующим понятиям, приемам и методам:

-оперировать понятиями вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора;

-выполнять действия над векторами (сложение, вычитание, умножение на число), вычислять скалярное произведение, определять в простейших случаях угол между векторами, выполнять разложение вектора на составляющие, применять полученные знания в физике, пользоваться формулой вычисления расстояния между точками по известным координатам, использовать уравнения фигур для решения задач;

-применять векторы и координаты для решения геометрических задач на вычисление длин, углов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

-использовать понятия векторов и координат для решения задач по физике, географии и другим учебным предметам» [25, С. 101].

Т.А. Бурмистрова в сборнике рабочих программ по геометрии [9] выделяет следующие планируемые результаты, которыми должен овладеть «выпускник основной школы:

- оперировать с векторами: находить сумму и разность двух векторов, заданных геометрически, находить вектор, равный произведению заданного вектора на число;

- находить для векторов, заданных координатами: длину вектора, координаты суммы и разности двух и более векторов, координаты произведения вектора на число, применяя при необходимости сочетательный, переместительный и распределительный законы;

- вычислять скалярное произведение векторов, находить угол между векторами, устанавливать перпендикулярность прямых.

Выпускник получит возможность: овладеть векторным методом для решения задач на вычисление и доказательство и приобрести опыт выполнения проектов на тему «Применение векторного метода при решении задач на вычисление и доказательство»» [9, С. 14].

В поурочных разработках к учебнику по геометрии Л.С. Атанасяна [6] основной целью изучения темы является «научить учащихся выполнять действия над векторами как направленными отрезками (складывать векторы по правилам треугольника и параллелограмма, строить вектор, равный разности двух данных векторов, а также вектор, равный произведению данного вектора на данное число), что важно для применения векторов в физике; а также познакомить с использованием векторов и метода координат при решении геометрических задач» [5, С. 13].

В поурочных разработках к учебнику к учебнику А. Д. Александрова [2] «планируемые результаты освоения курса геометрии в 7-9 классах следующие:

-знание основных понятий: вектор, сумма векторов, разность векторов, произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора;

-выполнять действия над векторами (сложение, вычитание, умножение на число), вычислять скалярное произведение, определять в простейших случаях угол между векторами, выполнять разложение вектора на составляющие, применять полученные знания в физике, пользоваться формулой вычисления расстояния между точками по известным координатам, использовать уравнения фигур для решения задач;

-применять векторы для решения геометрических задач на вычисление длин, углов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

-использовать векторы для решения простейших задач на определение скорости относительного движения;

-использовать понятия векторов и координат для решения задач по физике, географии и другим учебным предметам» [2, С. 14].

Требованием к результату изучения темы «Векторы» в поурочных разработках по геометрии 9 класса В. Ф. Бутузова [11] является то, что «учащиеся должны уметь приводить примеры физических векторных величин; формулировать определение вектора; объяснить, как обозначаются векторы, какой вектор называется противоположным данному, что такое нулевой вектор, что такое длина вектора; уметь формулировать определение равных векторов и проводить рассуждения, показывающие, как из этого определения следует, что равные (ненулевые) векторы имеют равные длины и одинаково направлены» [10, С. 16].

Рассмотрев планируемые результаты изучения темы «Векторы» можно сделать вывод, авторы учебников геометрии сходятся в требованиях при изучении этой темы. А именно, что ученик должен:

- уметь формулировать определение вектора;

- выполнять действия над векторами (сложение, вычитание, умножение на число);
- знать как построить вектор, равный разности двух данных векторов, а также вектор, равный произведению данного вектора на данное число;
- иметь навык вычисления скалярного произведения;
- уметь использовать векторы для решения задач.

§ 4. Анализ содержания теоретического материала по теме «Векторы» в учебниках геометрии 7-9 классов разных авторов

Содержание и объяснение материала темы «Векторы» в учебниках геометрии 7-9 классов разных авторов различны.

Базовые знания (известные из школьного курса математики 5-6 классов):

- понятия «прямая», «отрезок», «луч»;
- мера отрезков, градусная и радианная мера углов;
- тригонометрические функции и основные соотношения между ними;
- табличные значения тригонометрических функций;
- сонаправленные и противоположно направленные лучи.

Вводимые (новые) знания:

- определение вектора;
- изображать, обозначать сонаправленные, противоположно направленные и равные векторы;
- откладывать от любой точки вектор, равный данному;
- находить угол между векторами;
- складывать и вычитать два вектора;
- правило треугольника, параллелограмма, многоугольника для суммы векторов;

-свойства умножения вектора на число;

-применять свойства векторов для решения задач.

В Таблице 1 представлен анализ содержания теоретического материала темы «Векторы» в учебниках геометрии 8 класса. Для анализа мы рассмотрим учебники из федерального перечня, рекомендуемых при реализации обязательной части основной образовательной программы: «Геометрия. 7-9 класс» Л.С. Атанасяна [5], «Геометрия. 7-9 классы» А.В. Погорелова [24].

Таблица 1

Анализ содержания теоретического материала темы «Векторы» в учебнике геометрии 8 класса

Авторы учебников	Содержание учебного материала
Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк, И.И. Юдина	Понятие вектора. Равенство векторов. Откладывание вектора от данной точки. Сумма двух векторов. Законы сложения векторов. Правило параллелограмма. Сумма нескольких векторов. Вычитание векторов. Произведение вектора на число. Применение векторов к решению задач. Средняя линия трапеции. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Координаты вектора. Задачи. Связь между координатами вектора и координатами его начала и конца. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Скалярное произведение в координатах. Свойства скалярного произведения векторов.
А.В. Погорелов	Абсолютная величина и направление вектора. Равенство векторов. Координаты вектора. Сложение векторов. Сложение сил. Умножение вектора на число. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов. Разложение вектора по координатным осям.

Как можно заметить по таблицам, тема «Векторы» в различных учебных пособиях по геометрии в основной школе встречается, как правило в 9 классе. И только в учебниках А.В. Погорелова и Л.С. Атанасяна «Векторы» изучаются в 8 классе.

Количество часов на изучение темы
«Векторы», 8 класс

Автор	Количество часов
Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк, И.И. Юдина	8
А.В. Погорелов	9

В учебнике «Геометрии. 8 класс» Л.С. Атанасяна понятие вектора вводится в 9 главе. §1 Понятие вектора. Л.С. Атанасян вводит понятие вектора через физические величины. Далее в главе рассматриваются определения *нулевого вектора, длины вектора (модуля), коллинеарные, сонаправленные и противоположно направленные векторы, вводятся определения равных векторов*. После параграфа авторы предлагают практические задания на закрепление пройденного параграфа. А также представлены вопросы и задачи. §2 Сложение и вычитание векторов. Пункт 79 начинается с рассмотрения примера, который приводит нас к определению *суммы векторов, подводит к правилу треугольника, и параллелограмма*. В следующем пункте следует доказательство *теоремы о переместительном и сочетательном законе*. Также автор приводит *правило многоугольника* (построение суммы нескольких векторов), *вычитание векторов*, доказывает *теорему о разности двух векторов*. §3 Умножение вектора на число. Применение векторов к решению задач. Пункты 3 параграфа заостряют внимание на изучении *произведения вектора на число, приводятся основные свойства умножения вектора на число (сочетательный закон, первый и второй распределительный законы)*. На отработку знаний автор выделяет отдельный пункт 84 Применение векторов к решению задач. В этом пункте рассматривают вспомогательные задачи, в которых применяется векторный метод. Глава 10 Метод координат. Эту главу начинают с темы разложение вектора по двум неколлинеарным векторам, доказывают *лемму о коллинеарных векторах, доказывают теорему о разложении вектора по*

двум неколлинеарным векторам, вводит понятие координатных векторов и координат вектора, приводит правило, позволяющее по координатам векторов находить координаты их суммы, разности и произведения вектора на число, понятие середины отрезка и вычисление длины вектора по его координатам, расстояние между двумя точками.

Л.С. Атанасян объясняет почти всю теорию начиная с наглядного примера, который потом подводит учеников к пониманию теоретического материала. Задачи на закрепление идут после каждого параграфа, а в конце главы на все пройденные темы даются задания на применение знаний и отработку умений.

В учебнике «Геометрия. 8 класс» А.В. Погорелова понятие вектора впервые появляется в §10. Векторы. Пункт 91 абсолютная величина и направление вектора. Изложение темы он начинает с понятия *вектора, направление вектора и введения его обозначение*. Далее автор знакомит нас с *абсолютной величиной вектора (модуль) и нулевым вектором*. В пункте 92. Равенство векторов А.В. Погорелов вводит понятие *равных векторов, правило параллельного переноса*. Приводит задачу на доказательство равенства двух векторов. Далее автор переходит к *координатам вектора, равенству векторов в координатах*, приводит доказательства основной теоремы и обратной. Пункт 94. Сложение векторов, в котором представлена *теорема о векторном равенстве*, приводится доказательство. *Следом идут правила сложения треугольника, параллелограмма, разность вектор*, эти правила сопровождаются рисунками. Следующей темой автор выделяет *умножение вектора на число*, в которой рассматривает определения операции умножения вектора на число. В пункте 97 *разложение вектора по двум неколлинеарным векторам* приводится правило, что любой вектор можно представить в виде сумму двух других векторов. Также раскрыты темы *скалярного произведения, нахождения угла между векторами и доказывает теорему о скалярном произведении, вводит понятие*

перпендикулярности векторов. В заключительном пункте главы рассмотрены понятия *единичного вектора, координатного вектора (орт)*. После каждого пункта в учебнике А.В. Погорелова есть наглядная задача с решением, после теоретической части главы идут контрольные вопросы. После контрольных вопросов идут задачи на отработку полученных знаний.

В Таблице 3 представлен анализ содержания теоретического материала темы «Векторы» в учебниках геометрии 9 классов. Для анализа мы рассмотрим учебники из федерального перечня, рекомендуемых при реализации обязательной части основной образовательной программы: «Геометрия. 9 класс» А.Д. Александрова [1], «Геометрия. 9 класс» В.Ф. Бутузов [10], «Геометрия. 9 класс» А.Г. Мерзляка [21]».

Таблица 3

Анализ содержания теоретического материала темы «Векторы» в учебниках геометрии 9 класса

Авторы учебников	Содержание учебного материала
А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик, Т.Г. Ходот	Скалярные и векторные величины. Направленные отрезки. Сонаправленность векторов. Равенство векторов. О понятии вектора. Угол между векторами. Сложение векторов. Свойства сложения векторов. Вычитание векторов. Противоположные векторы. Умножение вектора на число. Распределительные законы умножения векторов на число. Векторный метод. Об истории теории векторов. Векторы на координатной оси. Векторы на координатной плоскости. Действия с векторами в координатной форме. Метод координат. Уравнения окружности прямой. Косинус. Скалярное произведение векторов. Задачи.
В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, В.В. Прасолов	Ось координат. Прямоугольная система координат. Вектор. Координаты вектора. Длина вектора и расстояние между двумя точками. Угол между векторами. Уравнение окружности. Уравнение прямой. Сумма векторов. Свойства сложения векторов. Произведение вектора на число. Скалярное произведение векторов. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.
А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир М.С.	Понятие вектора. Координаты вектора. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектор на число. Применение векторов. Скалярное произведение векторов.

Количество часов на изучение темы
«Векторы», 9 класс

Автор	Количество часов
А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик, Т.Г. Ходот	20
В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, В.В. Прасолов	29
Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.	12

В учебнике «Геометрия. 9 класс» А.Д. Александрова понятие вектора вводится в 1 главе Векторы и координаты. §1 автор начинает с понятия *скалярных величин (скалярами)*, определения *вектора, длины вектора (модуля), направленного отрезка, параллельности и перпендикулярности, ортогональности и коллинеарности векторов*. Пункт 1.2. даны определения *сонаправленным векторам, противоположно направленным*, доказан признак сонаправленности. Темой пункта 1.3. является *равенство векторов*, рассмотрены *два признака равенства векторов*. Следующей темой рассматривают *нулевой вектор или нуль-вектор*, вводят *обозначение нулевого вектора*. Теме *угол между векторами* отведен отдельный пункт, дается определение *угла между векторами, доказана теорема об углах с сонаправленными сторонами*. §2 Сложение и вычитание векторов. Пункт 2.1. начинается с *определения сложения векторов*, показаны *правила сложения треугольника, и правило параллелограмма*. Рассмотрены *свойства сложения векторов* и доказаны *переместительный и сочетательный законы и законы коммутативности и ассоциативности сложения векторов*. В пункте 2.3. разобраны такие темы, как *вычитание векторов, противоположные векторы*. §2 Умножение вектора на число. В этом параграфе автор выделяет такие понятия как *умножение вектора на число, свойства операции умножения вектора на число, доказана теорема о характерном свойстве коллинеарности, приведено следствие о векторах на прямой*. §4 Векторный метод. В этом параграфе рассмотрены такие вопросы как: *теорема о средней*

линии треугольника, теорема о средней линии трапеции, также дополнительный пункт об истории теории векторов. §5 Координаты. Параграф посвящен введению координат вектора на координатной оси x , свойствам сложения векторов на оси, умножению вектора на число, понятие составляющих векторов, координат вектора, теоремы о координатах вектора на плоскости, квадрата модуля вектора, метода координат, уравнения окружности и прямой, направляющего вектора прямой. §6 Скалярное умножение векторов. Продолжением темы о векторах приводятся определения косинуса, синуса, основного тригонометрического тождества, дается теорема косинусов, так как в определении скалярного произведения используется косинус угла. В пункте 6.2 изучается скалярное произведение векторов, скалярный квадрат вектора и свойства скалярного умножения.

После каждого пункта идут вопросы для самопроверки и задачи на закрепление и отработку навыков.

В учебнике «Геометрии. 9 класс» В.Ф. Бутузова изучение темы «Векторы» начинается с объяснение темы «Координаты точки и координаты вектора», также вводится понятие *прямоугольной системы координат*. Само понятие вектора встречается в пункте 86 и вводится через физические величины. Также автор приводит определения *противоположных и нулевых векторов, длины вектора (модуля)*. Пункт 87 начинается с понятия *координат вектора, доказывает теорему о координатах равных векторов*. Следующей темой являются *длина вектора и расстояние между двумя точками, автор доказывает теорему нахождения длины вектора, теорему нахождения угла между векторами*. В.Ф. Бутузов в пункте 90 рассказывает об *уравнении окружности, правиле нахождения расстояния от точки до точки, следом вводит понятия уравнение прямой, угловых коэффициентов прямой*. Завершением параграфа служат вопросы и задачи на закрепление. §20 посвящен операциям с векторами. Автор вначале

вводит такие понятия, как *сумма векторов* и показывает наглядно *правило треугольника*, доказывает *теорему о координатах суммы двух векторов*, рассказывает о *разности векторов*. В пункте Свойства сложения доказывает *теорему о свойствах сложения векторов* (законы коммутативности и ассоциативности сложения векторов), дает определение *коллинеарности* и знакомит с *правилом параллелограмма* (способ построения суммы двух коллинеарных векторов) и *правилом многоугольника*. Произведение вектора на число одно из основных понятий в теме «Векторы», автор доказывает *теорему произведения вектора на число*, отдельно выделяет следствия свойств сложения векторов и умножения вектора на число. Скалярное произведение это тема 95 пункта, начинается с определения *скалярного произведения и приводит формулу и свойства скалярного произведения, скалярного квадрата*. Завершают главу «Векторы» темой Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам, вводят понятие *коэффициента разложения* и доказывают *теорему о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам*. В.Ф. Бутузов раскрывает тему только в теории, почти нет наглядных решенных задач. Как и у многих авторов параграфу оканчиваются вопросами, задачами первичного закрепления и задачами отработки навыков.

В учебнике «Геометрия. 9 класс» А.Г. Мерзляка понятие вектора впервые встречается в §4. Пункт 12 начинается с понятия *скалярных и векторных величин, определение направленного отрезка*, и понятия *вектора, нулевого вектора*, дает определение *коллинеарности, противоположно направленных и равных векторов*. В последующих пунктах рассматривает *координаты вектора*, доказывает *теорему о координатах нулевого вектора*, знакомит с *суммой векторов, правилом треугольника для сложения векторов*, доказывает *теорему сложения векторов*, выделяет *свойства сложения векторов*, показывает также *правило параллелограмма и многоугольника сложения векторов*, дает определение *разности векторов* и

определение *противоположных векторов*. Огромную роль в теории векторов играет *умножение вектора на число*, в 15 пункте автор подробно рассматривает это определение, приводит также определения *коллинеарности*, выделяет *сочетательное свойство*, *первое и второе распределительное свойства* (свойства оставляет для самостоятельного доказательства, дает рекомендации как правильно доказать их). Применение векторов показывает в дополнительной главе. Тему скалярное произведение векторов начинает с введения величины *угла между векторами*, *перпендикулярность векторов*, определение *скалярного произведения*, понятие *скалярного квадрата*, приводит две *формулы для нахождения скалярного произведения*, вводит понятие *косинуса угла*, показывает *относительно произведения векторов закон коммутативности, ассоциативности и дистрибутивности*.

После каждого пункта предоставляет контрольные вопросы, практические задания для закрепления, упражнения на отработку знаний, упражнения на повторение. Во время изложения теоретического материала использует наглядные примеры, также автор может оставлять недоказанными теоремы для самостоятельного изучения. А.Г. Мерзляк в конце параграфа дает задание в виде теста, подводит итоги, повторяя основные понятия, правила и свойства.

В рассмотренных учебниках геометрии понятие темы «Векторы» авторы детально рассматривают и дают много заданий на отработку и закрепление знаний. Но каждый автор по-разному вводит понятие векторов и действий с ними, определения у авторов могут идти в разном порядке. Подход к объяснению у всех разный, некоторые авторы, среди которых Л.С. Атанасян и А.Г. Мерзляк, теоретическую часть подкрепляют практическими примерами, а А.Д. Александров дает только теорию, делая упор на самостоятельное обучение. Последовательность определений разнится, но основные понятия рассматриваются в полном объеме.

§ 5. Анализ задачного материала по теме «Векторы» в учебниках геометрии 7-9 классов разных авторов

Для анализа задачного материала по теме исследования, рассмотрим учебники геометрии 7-9 классов разных авторов. Выделим основные типы задач по теме «Векторы», которые встречаются в курсе геометрии основной школы:

- Задачи на понятие векторной величины, вектора
- Задачи на определение длины вектора
- Задачи на понятие коллинеарности (сонаправленные и противоположно направленные векторы)
- Задачи на свойства суммы и разности векторов
- Задачи на понятие равных векторов
- Задачи на свойства умножения вектора на число
- Задачи на вычисление скалярного произведения
- Задачи на вычисление угла

Задач на понятие векторной величины, вектора в учебниках разных авторов дается немного. В учебнике А. Г. Мерзляка [21]

Задача 1. Отметьте три точки А, В, С, не лежащие на одной прямой. Изобразите векторы АВ, ВА, СВ. [21, С. 113]

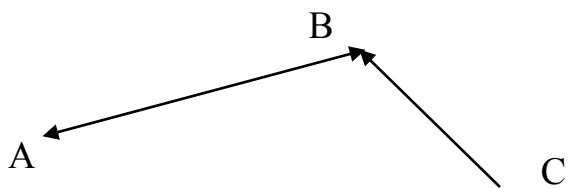


Рис. 11

В учебнике Л. С. Атанасяна [5] также встречаются задачи этого типа.

Задача 2. Отметьте точки А, В и С, не лежащие на одной прямой. Изобразите все ненулевые векторы, начало и конец которых совпадает с какими В двумя из этих точек. Выпишите все полученные векторы и укажите начало и конец каждого вектора. [4, С. 196]

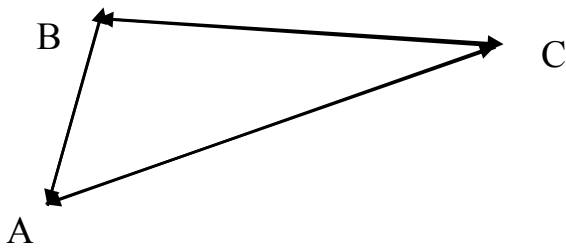


Рис. 12

Ответ: векторы AB, BC, CA, BA, CB, AC , (начало вектора-первая буква).

Задача 3. Какие из следующих величин являются векторными: скорость, масса, сила, время, температура, длина, площадь, работа? [4, С. 197]

Ответ: скорость, сила.

В учебнике А. Д. Александрова [1] представлены следующие задачи этого типа.

Задача 4. Дан прямоугольник ABCD. Назовите векторы, заданные вершинами прямоугольника. Какие из них: а) лежат на прямой AC; б) параллельны прямой CD; в) перпендикулярны прямой BC? [1, С. 7]

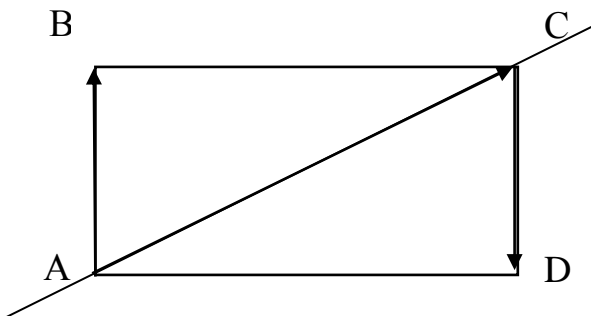


Рис. 13

Решение:

а) на прямой AC лежат векторы AC и CA;

б) параллельны прямой CD векторы: AB, BA, CD, DC

в) перпендикулярны прямой BC-AB, BA, CD, DC.

В учебнике А.В Погорелова и В.Ф. Бутузова задач этого типа не приводится.

Следующим типом являются задачи на *определение длины вектора*.

Рассмотрим этот тип задач в учебнике А. Г. Мерзляка.

Задача 5. В прямоугольнике ABCD диагонали пересекаются в точке O, AB = 5 см, AO = 6,5 см. Найдите модули векторов \overrightarrow{BD} и \overrightarrow{AD} . [21, С. 115]

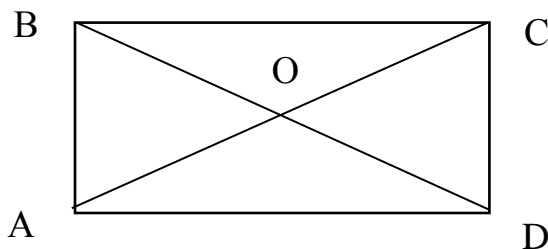


Рис. 14

Дано: ABCD- прямоугольник,

AB = 5 см, AO = 6,5 см

Найти: \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{AD}

Решение: Рассмотрим треугольник ABC, он прямоугольный ($\angle B = 90^\circ$). Из условия нам известна сторона AB, и $AO = \frac{1}{2}AC$ (в прямоугольнике диагонали точкой пересечения делятся пополам). Найдём диагональ $AC = 2AO = 2 * 6,5 = 13$ см. По теореме Пифагора находим сторону BC.
 $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$

$$BC = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ см}$$

$$AD = BC = 12 \text{ см}$$

$$BD = AC = 13 \text{ см}$$

Ответ: $\overrightarrow{BD} = 13$ см, $\overrightarrow{AD} = 12$ см.

Задача 6. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) медиана CM = 6 см. Найдите модули векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} , если $\angle A = 30^\circ$. [21, С. 116]

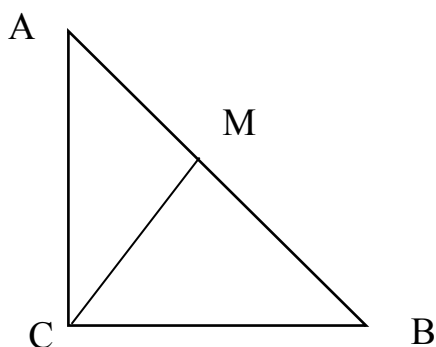


Рис. 15

Решение: Рассмотрим треугольник ABC- он прямоугольный ($\angle C = 90^\circ$). Медиана CM выходит из вершины C, значит она равна половине гипотенузы

AB (свойство медианы прямоугольного треугольника). $AB = 2 \text{ CM} = 12 \text{ см}$

Так $\angle A = 30^\circ$, сторона, лежащая против этого угла равна половине гипотенузы

$$CB = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} * 12 = 6 \text{ см}$$

По теореме Пифагора находим сторону AC

$$AC = \sqrt{AB^2 - CB^2} = \sqrt{144^2 - 36^2} = 6\sqrt{3} \text{ см.}$$

Ответ: $AB = 12 \text{ см}$, $AC = 6\sqrt{3} \text{ см}$.

Л. С. Атанасян приводит немного задач на эту тему.

Задача 7. В прямоугольнике ABCD $AB=3 \text{ см}$, $BC=4 \text{ см}$, M - середина стороны AB. Найдите длины векторов \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{DC} , \overrightarrow{MC} , \overrightarrow{MA} , \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{AC} . [4, С. 197]

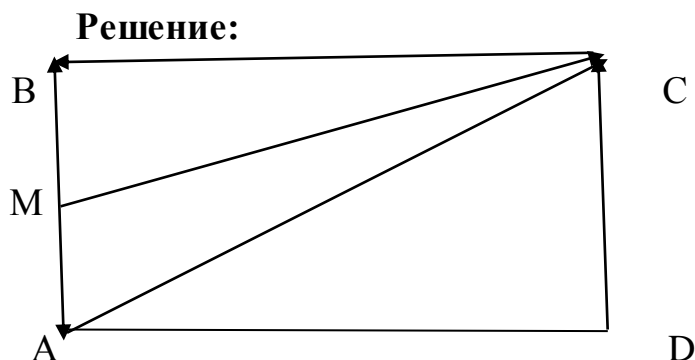


Рис. 16

Рассмотрим прямоугольник ABCD, $AB=CD=3$, $AD=BC=4$ равны, как противоположные стороны прямоугольника, значит и длины векторов $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = 3$ и $\overrightarrow{BC} = 4$ (длиной вектора называется длина отрезка, соединяющая начало и конец вектора). Из треугольника ABC, в котором $\angle B=90^\circ$, найдем AC по теореме Пифагора:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 9 + 16 = 25$$

$$AC = \sqrt{25} = 5 \text{ см}$$

Длина вектора $AC = 5$

Точка M делит сторону AB пополам, значит $BM=AM=\frac{1}{2}AB = 1,5$ см.

Из прямоугольного треугольника $BСМ$ ($\sphericalangle B=90^\circ$) найдем MC по теореме Пифагора:

$$MC^2 = BM^2 + BC^2$$

$$MC^2 = 2,25 + 16 = 18,25$$

$$MC = \sqrt{18,25} \text{ см}$$

Длина вектора $MC = \sqrt{18,25}$, $MA = 1,5$.

Ответ: $AB = DC = 3$, $CB = 4$, $AC = 5$, $MC = \sqrt{18,25}$, $MA = 1,5$.

У авторов В.Ф. Бутузова, А. Д. Александрова и А. В. Погорелова для типа задач на *определение длины вектора* останавливаются на задачах, в которых нужно использовать метод координат.

Перейдем к типу задач на *понятие коллинеарности (сонаправленные и противоположно направленные векторы)*

Такие задачи встречаются в учебнике А.Г. Мерзляка.

Задача 8. Какие из векторов, изображенных на (Рис. 17): 1) равны; 2) сонаправлены; 3) противоположно направлены; 4) коллинеарны? [21, С. 114]

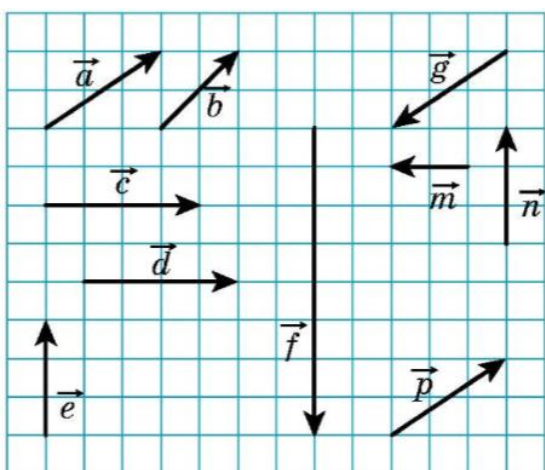


Рис. 17

Ответ: 1) a и p ; c и d ; e и n ; (имеют одно направление и равные длины)

2) a и p ; c и d ; e и n ; (одинаково направленные векторы)

3) a и g ; p и g ; e и t ; e и f ; f и p ; c и t

4) $a \parallel p \parallel g$; $c \parallel d \parallel t$; $e \parallel n \parallel f$ (лежащие на одной или на параллельных прямых)

Задача 9. Определите вид четырехугольника $ABCD$, если векторы BC и AD коллинеарны и $BC \neq AD$. [21, С. 115]

Решение:

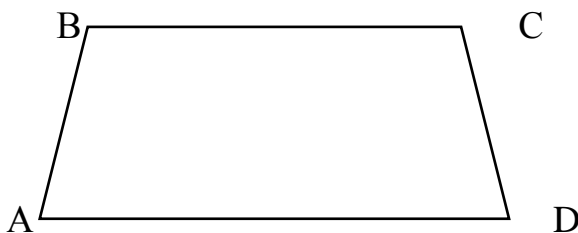


Рис. 18

Этот четырехугольник-трапеция, так как $BC \parallel AD$, а $BC \neq AD$.

В учебнике Л.С. Ататасяна представлены следующие задачи.

Задача 10. Начертите два вектора: а) имеющие равные длины и неколлинеарные; б) имеющие равные длины сонаправленные; в) имеющие равные длины и противоположно направленные. В каком случае векторы равны? [4, С. 197]

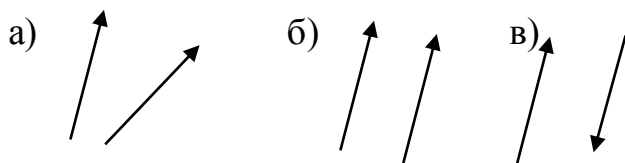


Рис. 19

Ответ: в случае б, так по определению векторы называются равными, если они сонаправлены и имеют одинаковую длину.

Задача 11. Выпишите пары коллинеарных векторов, которые определяются сторонами: а) параллелограмма $MNPQ$; б) трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC ; в) треугольника FGH . Укажите среди них пары сонаправленных и противоположно направленных векторов. [4, С. 197]

Решение:

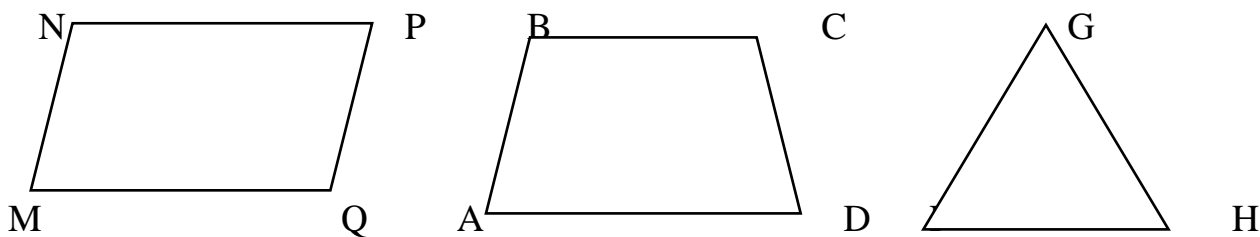


Рис. 20

а) такие пары векторов:

MN, NM, PQ, QP каждая пара векторов будет коллинеарна; NP, PN, MQ, QM каждая пара векторов будет коллинеарна;

б) пары векторов:

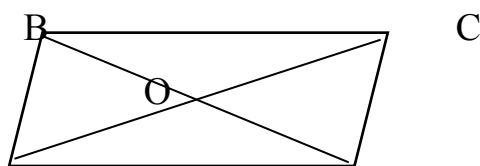
AD, DA, BC, CB – вектора коллинеарны; AB и BA, CD и DC
– эти пары являются коллинеарными

в) пары векторов в треугольнике: GF и $FG; FH$ и $HF; HG$ и GH

А.Д Александров в своем учебнике рассматривает следующие задачи данного типа.

Задача 12. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . Назовите векторы: а) сонаправленные с вектором AB ; б) сонаправленные с вектором AC ; в) противоположно направленные вектору DO . [1, С. 10]

Решение:



А Рис. 21

а) с вектором AB сонаправлен только вектор CD ;

б) с вектором AC сонаправлены векторы AO и OC

в) противоположно направленные вектору DO : OD и BO

Итак, следующий тип – задачи на свойства суммы и разности векторов. При выполнении какой-либо математической операции над

векторной величиной (например, добавлением, вычитанием, умножением.)
нужно учитывать как величину, так и направление. [35]

Этому пункту А. Г. Мерзляк уделяет особое внимание и приводит много задач этого типа.

Задача 13. С помощью правила параллелограмма постройте сумму векторов \vec{a} и \vec{b} , изображенных на (Рис. 22), а)-г) [21, С. 128].

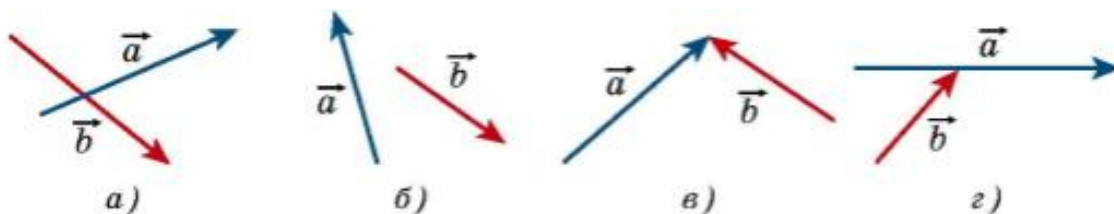


Рис. 22

В учебнике Л. С. Атанасяна также приводится много задач этого типа.

Задача 14. Начертите попарно неколлинеарные векторы x , y , z , и постройте векторы $x - y$, $z - y$, $x - z$, $-x$, $-y$, $-z$. [4, С. 204]

Решение:

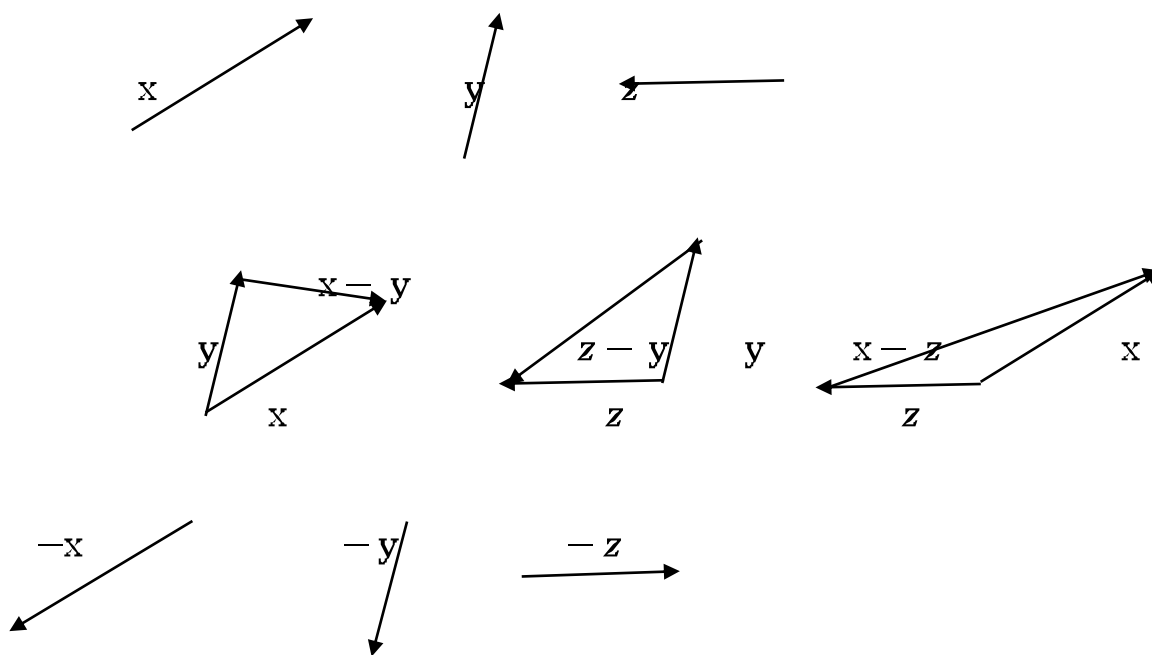


Рис. 23

Задача 15. Начертите попарно неколлинеарные векторы a , b , c , d , e и, пользуясь правилом многоугольника, постройте вектор $a + b + c + d + e$. [4, С. 204]

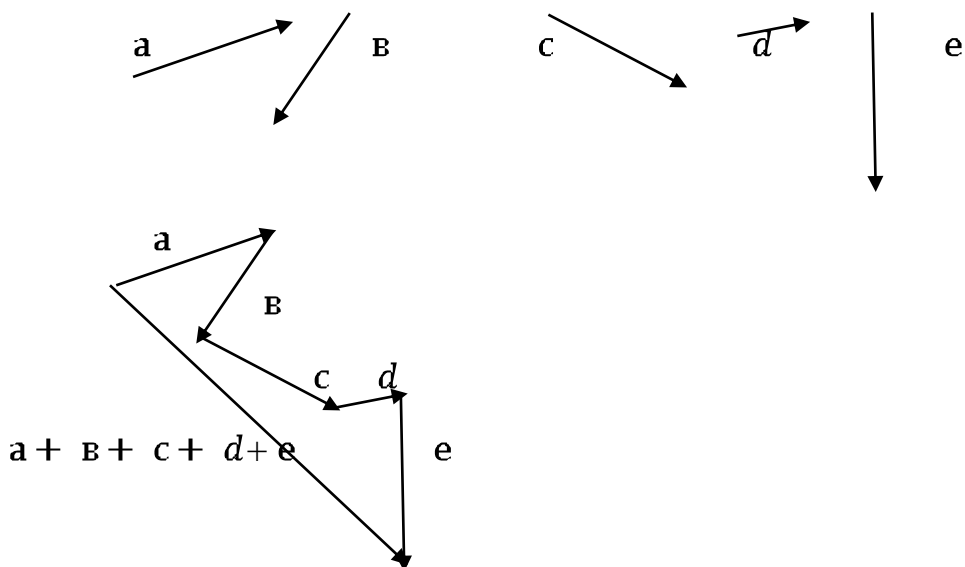
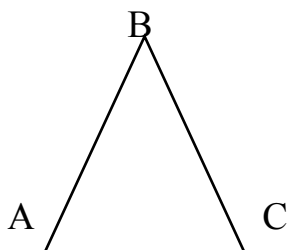


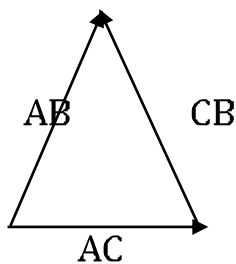
Рис. 24

Обратимся к учебнику А.В. Погорелова.

Задача 16. Дан треугольник ABC. Найдите сумму векторов: 1) AC и CB;
 2) AB и CB; 3) AC и AB; 4) CA и CB. [23, С. 149]



1)



$$AC + CB = AB$$

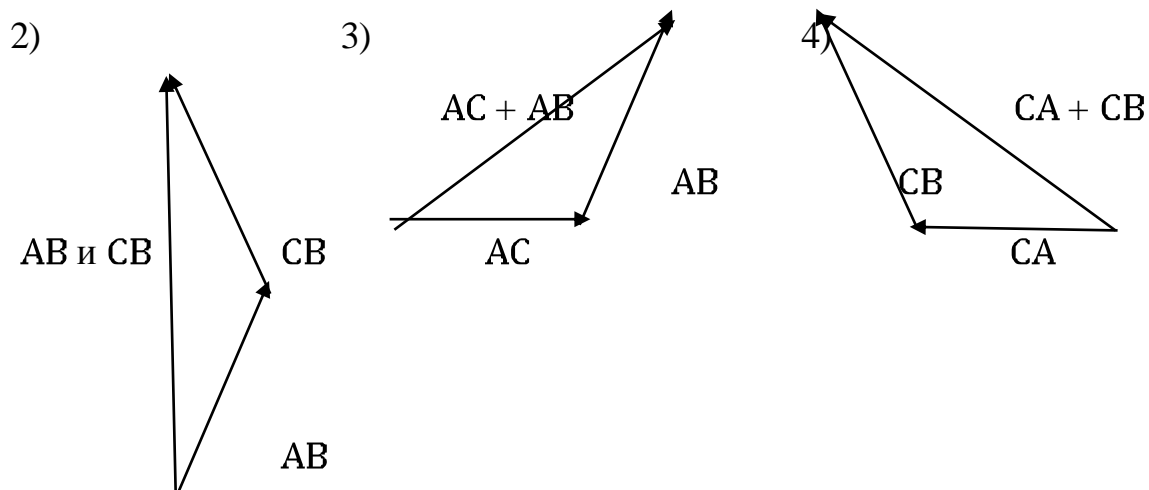


Рис. 25

Задачи на *понятие равных векторов* также представлены у

А. Г. Мерзляка

Задача 17. Даны вектор \vec{a} и точка A (Рис. 26), отложите от точки A вектор, равный вектору \vec{a} . [21, С. 113]

Решение:

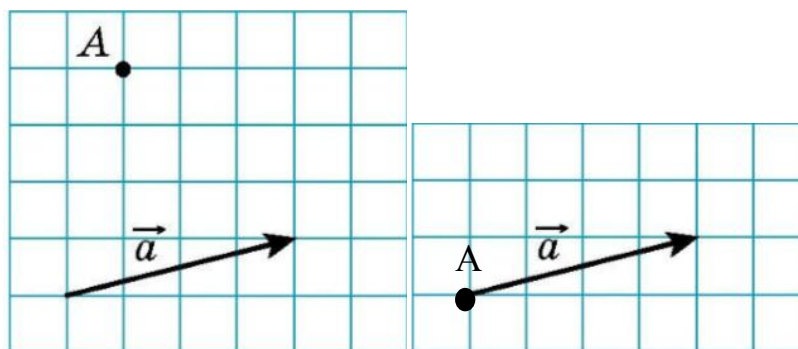


Рис. 26

Л.С. Атанасяна

Задача 18. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . Равны ли векторы: а) \vec{AB} и \vec{DC} ; б) \vec{BC} и \vec{DA} ; в) \vec{AO} и \vec{OC} ; г) \vec{AC} и \vec{BD} .

[4, С. 198]

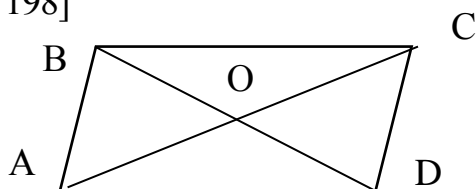


Рис. 27

Ответ: а) равны, так длины векторов AB и DC равны и они сонаправлены;

б) не равны, так BC и DA противоположно направлены;

в) равны, так как длины AO и OC равны и они сонаправлены;

г) не равны, они не сонаправлены.

А.Д. Александрова

Задача 19. Дан прямоугольник $ABCD$. Среди векторов, данных его вершинами, укажите равные. [1, С. 13]



Рис. 28

Ответ: AB и DC ; BA и CD ; BC и AD ; CB и DA

А.В. Погорелова

Задача 20. Даны вектор AB и точка C . Отложите от точки C вектор, равный вектору AB , если: 1) точка C лежит на прямой AB ; 2) точка C не лежит на прямой AB . [23, С. 149]

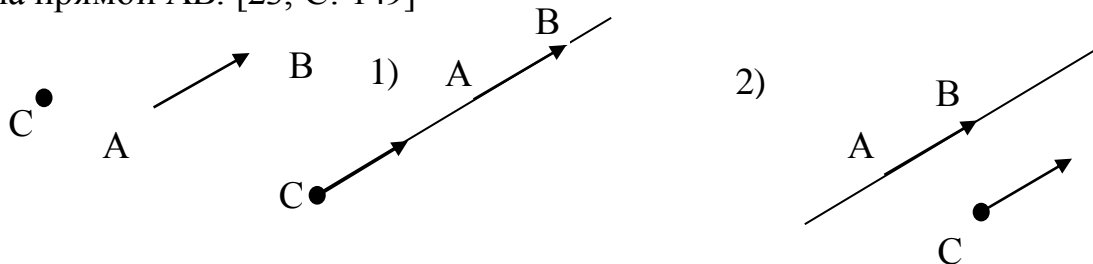


Рис. 29

Задачи на свойство умножения вектора на число:

Пример 3: Пусть точка M - середина отрезка AB и X - произвольная точка (Рис. 30). Докажите, что $XM = \frac{1}{2}(XA + XB)$.

Решение: Применяя правило треугольника, запишем:

$$XM = XA + AM ;$$

$$XM = XB + BM ;$$

Сложим эти два неравенства: $2XM = XA + AM + XB + BM$.

Так как векторы AM и BM противоположны, то $AM + BM = 0$. Имеем:

$2XM = XA + XB$. Отсюда, $XM = \frac{1}{2}(XA + XB)$.

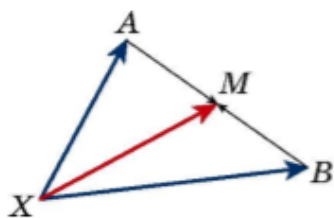


Рис. 30

В учебнике Л.С. Атанасяна

Задача 21. Пусть $x = m + n$, $y = m - n$. Выразите через m и n векторы: а) $2x - 2y$; б) $2x + \frac{1}{2}y$; в) $-x - \frac{1}{3}y$. [4, С. 211]

Решение: а) $2x - 2y = 2x - y = 2(m + n) - (m - n) = 2m + 2n - m + n = 2 * 2n = 4n$

б) $2x + \frac{1}{2}y = 2 * (m + n) + \frac{1}{2}(m - n) = 2m + 2n + \frac{1}{2}m - \frac{1}{2}n = \frac{5}{2}m + \frac{3}{2}n$

в) $-x - \frac{1}{3}y = -(m + n) - \frac{1}{3}(m - n) = -m - n - \frac{1}{3}m + \frac{1}{3}n = -\frac{4}{3}m - \frac{2}{3}n$

Ответ: а) $4n$; б) $\frac{5}{2}m + \frac{3}{2}n$; в) $-\frac{4}{3}m - \frac{2}{3}n$.

Задачи на *вычисление скалярного произведения* являются важной частью темы «Векторы», поэтому авторы уделяют ей особое внимание.

Так, в учебнике А. Г. Мерзляка представлены следующие задачи.

Пример 4. С помощью векторов докажите, что диагонали ромба перпендикулярны.

Решение: На (Рис. 31) изображен ромб ABCD. Пусть $AB = a$, $AD = b$. Очевидно, что $a = b$. По правилу параллелограмма имеем, $AC = a + b$ и $BD = -a + b$. Отсюда $AC * BD = (a + b) * (-a + b) = b^2 - a^2 = b^2 - a^2 = 0$.

Следовательно, $AC \perp BD$. [21, С. 150]

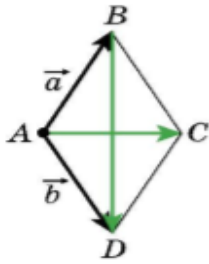


Рис. 31

В учебнике А. Д. Александрова можно также встретить этот тип задач.

Задача 22: Вычислите скалярное произведение двух векторов, если их модули равны 3 и 4, а угол между ними равен: а) 30° ; б) 150° ; в) 45° ; г) 60° ; д) 120° ; е) 135° . [1, С. 55]

Решение: скалярное произведение $a \cdot b = a \cdot b \cdot \cos\varphi$

$$\text{а) } a \cdot b = 3 \cdot 4 \cdot \cos 30^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

$$\text{б) } a \cdot b = 3 \cdot 4 \cdot \cos 150^\circ = 12 \cdot -\frac{\sqrt{3}}{2} = -6\sqrt{3}$$

$$\text{в) } a \cdot b = 3 \cdot 4 \cdot \cos 45^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\text{г) } a \cdot b = 3 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6$$

$$\text{д) } a \cdot b = 3 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ = 12 \cdot -\frac{1}{2} = -6$$

$$\text{е) } a \cdot b = 3 \cdot 4 \cdot \cos 135^\circ = 12 \cdot -\frac{\sqrt{2}}{2} = -6\sqrt{2}$$

А. В. Погорелов в рассматриваемом типе задач делает акцент на вычисление векторного произведения с помощью координат. Но имеются и следующие задачи.

Задача 23: Докажите с помощью векторов, что диагонали четырехугольника, заданного координатами вершин $A(3;5)$, $B(6;7)$, $C(9;5)$, $D(6;0)$ взаимно перпендикулярны. [23, С. 152]

Решение:

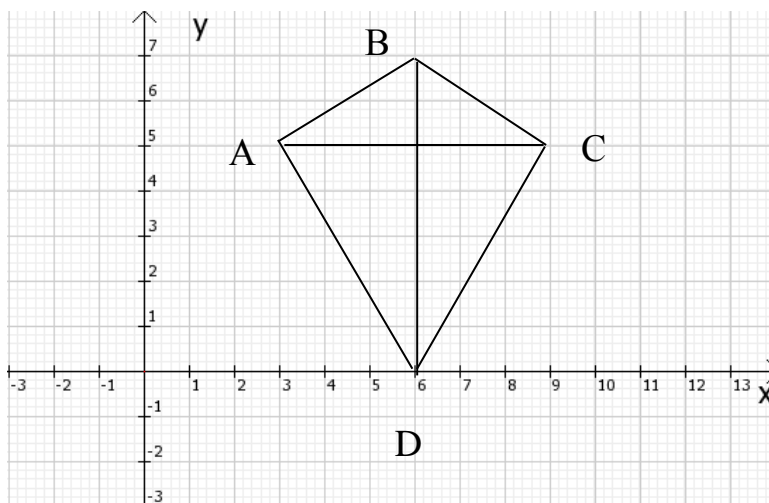


Рис. 32

Рассмотрим четырехугольник ABCD. Диагонали четырехугольника обозначим через вектора и вычислим их координаты: $AC = 6; 0$; $BD = (0; -7)$. По свойству, скалярное произведение равно нулю тогда, когда векторы перпендикулярны. Найдем скалярное произведение:

$AC \cdot BD = 6 \cdot 0 + 0 \cdot -7 = 0$, отсюда следует, что диагонали ABCD перпендикулярны.

Следующим типом являются задачи на *вычисление угла*.

В учебнике А. Г. Мерзляка встречаются следующие задачи.

Задача 24: Постройте угол, величина которого равна углу между векторами а) $a + b$. (Рис. 33) [21, С. 151]



Рис. 33

Далее приведем систему планиметрических задач на формирование умения применять векторно-координатный метод к их решению.

Задача 25: Треугольник ABC задан координатами своих вершин А (2;4), В (7;9), С (9;4). Найти значение выражения $\frac{5}{2} \cos \angle BAC$.

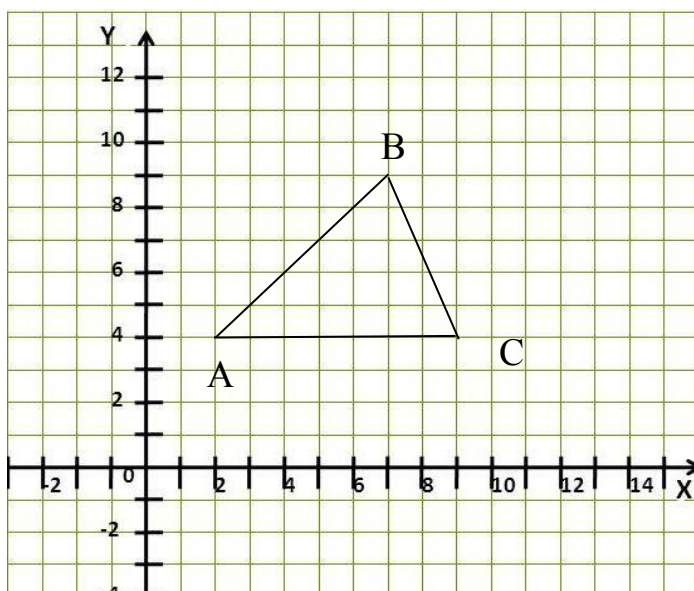


Рис. 34

Решение: Построим треугольник, введем обозначения и найдем координаты векторов:

$$AB = 5; 5 ; AC = (7; 0)$$

$\cos \angle BAC$ можно найти из формулы скалярного произведения

$$\cos \angle BAC = \frac{(AB \cdot AC)}{AB \cdot AC}$$

$$\cos \angle BAC = \frac{(5 * 7 + 5 * 0)}{\sqrt{25 + 25} \cdot 7} = \frac{35}{50 * 7} = \frac{5}{25 * 2} = \frac{5}{5 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

Можно найти значение выражения $\frac{5}{2} \cos \angle BAC = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

Ответ: $\frac{5}{2}$

Задача 26: Параллелограмм ABCD задан координатами своих вершин A (6;6), B (11, 9), C (16;9), D (13;6). Найти 1) длину его диагоналей AC и BD; 2) $\cos \angle CAD$.

Решение:

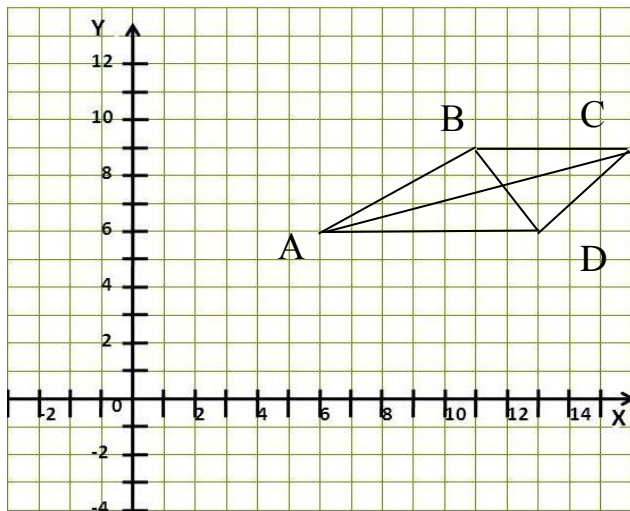


Рис 35.

- 1) Найти длину AC и BD. Введем обозначения и найдем координаты векторов: $AC = 10;3$, $BD = 2;-3$. С помощью векторов можно найти длины сторон: $AC = \sqrt{100+9} = \sqrt{109}$, $BD = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$
- 2) Найти $\cos \angle CAD$. Сперва введем обозначения: $AC = 10;3$ и $AD = 7;0$.

$$\cos \angle BAC = \frac{(AC \cdot AD)}{AC \cdot AD}$$

$$\cos \angle BAC = \frac{(10 * 7 + 3 * 0)}{\sqrt{109} \cdot \sqrt{49}} = \frac{70}{\sqrt{109} * 7} = \frac{10}{\sqrt{109}}$$

Ответ: $AC = \sqrt{109}$, $BD = \sqrt{13}$, $\cos \angle BAC = \frac{10}{\sqrt{109}}$.

Задача 27: Ромб ABCD задан координатами своих вершин A (3;6), B (5, 9), C (7;6), D (5;3). Найдите длину высоты AH.

Решение:

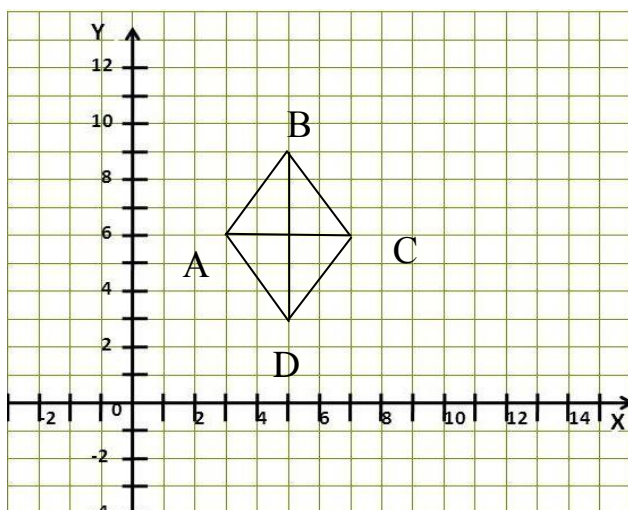


Рис. 36

Рассмотрим ABCD-ромб. Площадь ромба вычисляется по формуле

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} * AC * BD$$

Допустим, что $AC = 4; 0$, $BD = 0; -6$. Найдем длины эти векторов:

$$AC = \sqrt{16 + 0} = 4, \quad BD = \sqrt{0 + 36} = 6$$

Теперь можем найти площадь: $S_{ABCD} = \frac{1}{2} * AC * BD = \frac{1}{2} * 4 * 6 = 12$ кв. ед.

Ответ: 12 кв. ед.

Задача 28: Трапеция ABCD задана координатами своих вершин A (4;7), B (8, 7), C (10;3), D (2;3). Найти: 1) Длину средней линии MN; 2) Величину угла между диагоналями AC и BD.

Решение:

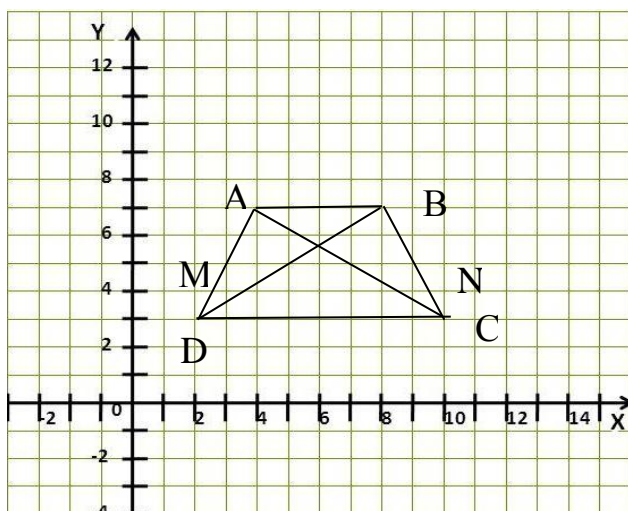


Рис. 37

1) Найти длину средней линии. Длина средней линии равна $MN = \frac{AB+DC}{2}$

Введем обозначения и найдем координаты векторов:

$AB = 4; 0$; $DC = (8; 0)$. Найдем длины векторов:

$$AB = \sqrt{16 + 0} = 4, DC = \sqrt{64 + 0} = 8$$

$$MN = \frac{AB + DC}{2} = \frac{4 + 8}{2} = 6 \text{ см.}$$

2) Найти угол между диагоналями трапеции ABCD. Введем обозначения и найдем координаты векторов

$AC = 6; -4$, $BD = -6; -4$. Найдем длины: $AC = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52}$, $BD = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52}$

$$\cos(\angle AC; BD) = \frac{(6 * -6) + (-4) * (-4)}{\sqrt{52} \sqrt{52}} = \frac{-20}{52} = -\frac{5}{13}$$

$$\angle AC; BD = \arccos\left(-\frac{5}{13}\right)$$

Ответ: $MN = 6$ см, $\angle AC; BD = \arccos\left(-\frac{5}{13}\right)$

Задача 29: Доказать, что диагонали четырехугольника ABCD, заданного координатами своих вершин A (4;3), B (4, 7), C (10;7), D (10;3) равны.

Доказательство:

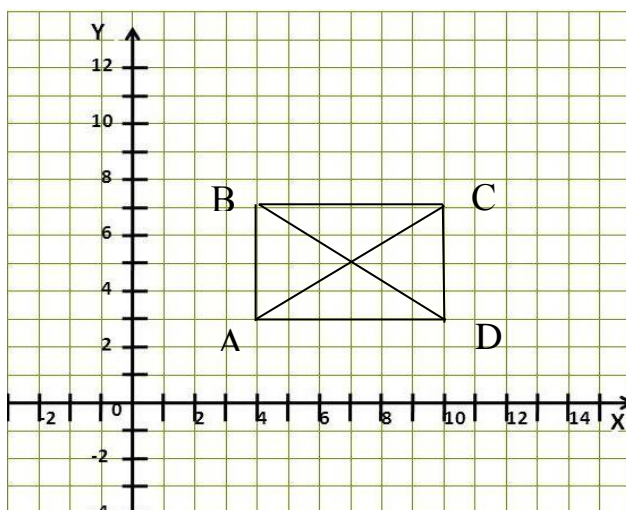


Рис. 38

Рассмотрим четырехугольник $ABCD$, с заданными координатами вершин. Достаточно найти длины диагоналей координатно-векторным методом. Допустим: $AC = 6; 4$, $BD = 6; -4$. Найдем длины этих векторов $AC = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52}$, $BD = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52}$, следовательно длины диагоналей четырехугольника $ABCD$ также равны. Что и требовалось доказать.

Итак, после проведения анализа задачного материала по теме «Векторы» нами были выделены 10 типов задач, причем некоторые типы не встречались в учебниках некоторых авторов. Следует отметить, что в учебнике

В.Ф. Бутузова задачи в основном подобраны с использованием координат. Остальные авторы подобрали больше задач на действия с векторами.

Выводы по первой главе

1. Выявлены основные цели и задачи обучения школьников теме «Векторы» в курсе геометрии основной школы. Тема «Векторы» является одной из основных тем школьного курса геометрии. Проанализированы государственные стандарты основного общего образования, методические пособия. Выявлено, что при изучении темы «Векторы» у школьников развивается абстрактное мышление, формируется навык логического рассуждения, умение делать умозаключения. При изучении темы у учащихся воспитываются умения и навыки, которые способствуют изучению смежных дисциплин; развитию у школьников способности концентрировать свое внимание.

2. Определены основные требования к знаниям и умениям учащихся по теме «Векторы» в курсе геометрии 7-9 классов. Изучены планируемые результаты, которые должны быть достигнуты каждым школьником при

изучении темы «Векторы». А именно: что ученик должен уметь формулировать определение вектора; выполнять линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение на число); знать как строить вектор, равный разности двух данных векторов, а также вектор, равный произведению данного вектора на данное число; иметь навык вычисления скалярного произведения; уметь использовать векторы для решения задач.

3. Проведен анализ содержания теоретического и задачного материалов темы «Векторы» в учебниках геометрии 7-9 классов разных авторов. В ходе анализа выявлено, что различных учебных пособиях по геометрии в основной школе эта тема встречается, как правило в 9 классе. И только в учебниках А.В. Погорелова и Л.С. Атанасяна «Векторы» изучаются в 8 классе. В рассмотренных учебниках геометрии понятие темы «Векторы» авторы тщательно разбирают и дают много задач на отработку и закрепление знаний. Но каждый автор по-разному вводит понятие векторов и действий с ними, определения у авторов идут в разном порядке Основные понятия рассматриваются в полном объеме, но основные понятия рассматриваются в полном объеме. Подход к объяснению различается, некоторые авторы, среди которых Л.С. Атанасян и А.Г. Мерзляк, теоретическую часть подкрепляют практическими примерами, а А.Д. Александров дает только теорию, делая упор на самостоятельное обучение.» В ходе проведения анализа задачного материала нами были выделены 10 типов задач, причем некоторые типы не встречались в учебниках некоторых авторов. Во всех учебниках подобрано большое количество задач по теме «Векторы». В учебнике В.Ф. Бутузова задачи в основном подобраны с использованием координат. Остальные авторы подобрали больше задач на действия с векторами.

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ВЕКТОРНОМУ МЕТОДУ РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В КУРСЕ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§6. Формы, методы и средства обучения векторному методу решению планиметрических задач в курсе основной школы

Работа учеников по изучению и усвоению содержания образовательных программ выполняется в различных формах, вид которых определен рядом факторов: цели и задачи обучения, число учащихся, место и период учебной работы, снабженность учебниками и учебными пособиями. Разберем определение организационной формы обучения с точки зрения И.М. Чередова. Организационная форма преподавания есть система, включающая в себя 23 процесса преподавания, характер которой определен его содержанием, методами, способами, средствами, видами деятельности учащихся. Другими словами, формы обучения – это система отрезков процесса обучения, реализующихся в системе управляющей деятельности учителя и управляемой учебной деятельности учащихся, нацеленной на приобретение знаний о мире и формировании различных умений и навыков [30].

На сегодняшний день в дидактической литературе организационные формы разделяют на фронтальные, групповые и индивидуальные.

При фронтальной форме обучения учитель управляет деятельностью всего класса, определяет единую скорость работы, ориентированную на среднестатистического ученика, в то время как, слабые ученики отстают, а сильные быстро теряют интерес.

При групповой форме обучения учитель управляет группами класса. Класс делят на звеньевые, бригадные, кооперативно-групповые, дифференцированно-групповые.

- звеньевые группы подразумевают несменный состав участников независимо от заданий
- бригадные группы подразумевают временный состав участников, который зависит от характера заданий
- кооперованно-групповое деление класса подразумевает, что каждая группа работает над частью общего задания
- дифференцированно-групповая форма связывает учащихся по примерно одинаковому уровню знаний, умений и навыков.

Парная форма также принадлежит к групповым формам обучения. Индивидуальная форма не предполагает контакта с другими учащимися, а подразумевает самостоятельное выполнение единых для класса заданий. В случае, если учащиеся выполняют задания в соответствии со своими образовательными способностями (задания подобраны индивидуально), такая форма обучения называется индивидуализированной. Также беседа является одним из основных методов обучения, но в то же время методическим приемом, к которому часто обращаются на уроках геометрии.

В учебнике [30] отмечено, что в современные учителя на практике чаще пользуются фронтальной и индивидуальной организационными формами, реже встречаются групповая и парная формы.

В.И. Андрееву дает определение, «методы обучения – это методы преподавания и методы учения. Методы преподавания – это система приемов и правил педагогической деятельности, применение которых учителем позволяет повысить эффективность управления деятельностью учащихся. Методы учения - это система приемов и правил учения, применение которых повышает эффективность самоуправления личности ученика в процессе решения учебных задач. Приемы носят частный подчиненный характер по отношению к понятию метода, то есть соотносятся как часть и целое. В одних случаях метод выступает как самостоятельный путь решения педагогической задачи, а в других – как прием [4, С. 25]».

Н.В. Метельский [22] замечает, что учителя математики на практике чаще применяют малоэффективные классические методы, а не эвристическую беседу и другие необычные методы, и пропагандирует его использовать при обучении. Н.В. Метельский [22] кроме того приводит несколько требований, которым должна соответствовать система вопросов в эвристической беседе:

- вопросы должны иметь логическую последовательность, быть краткими и точными;

- нельзя допускать двойных вопросов, неопределенности или двусмысленности;

- ставить вопросы так, чтобы в них не было подсказки, наоборот вопросы должны давать простор для рассуждения всех в классе.

Решения учеников должны быть полными и точными, учитель должен стараться привлекать как можно больше учеников для ответов.

Процесс обучения требует многообразия, причем не только от урока к уроку, но и на одном уроке. Главным аспектом при выборе форм, средств и методов обучения является возможность обеспечения необходимого уровня активности и самостоятельности мышления. Учителю следует изучать разработки современных методов обучения, творчески применять их на уроках, а ученикам нужно проявлять интерес, непрерывное положительное отношение к учебе и урокам математики, желание работать на них. Обоюдная деятельность учителя и учеников – источник к увеличению эффективности обучения математике.

§7. Методические рекомендации по обучению векторному методу решения планиметрических задач в курсе основной школы

Рассмотрим методику преподавания векторному методу в курсе геометрии основной школы.

Е.И. Лященко в пособии для студентов [18, С. 152] выделяет, хотя и условно, последующие главные этапы формирования навыка использования векторного метода (Таблица 5) в курсе геометрии основной школы:

Таблица 5

<i>Название этапа</i>	<i>Цель этапа формирования векторного метода</i>
Подготовительный	овладеть основными понятиями, умениями и навыками по теме «векторы»
Мотивационный	показать необходимость овладения векторным методом на примере задач, которые невозможно или трудно решить другими методами
Ориентировочный	разъяснить суть векторного метода, выделить основные компоненты на примере решенной этим методом задачи
Этап овладения компонентами метода	формировать отдельные компоненты векторного метода на примере специально подобранных задач
Этап формирования метода «в целом»	решить задачи, в которых применяются компоненты векторного метода

Н.Б. Мельникова полагает, что одной из главных задач изучения темы «Векторы» в курсе геометрии основной школы является формирование системы, представляющей своего рода подспорьем с целью изучения области физики.

Автор пишет, что «с векторными величинами учащиеся знакомятся в курсе физики раньше, чем на уроках геометрии. Такая последовательность расположения программного материала и позволяет учащимся опираться на уже имеющиеся знания векторных величин и обоснованно внедрять главные определения данной темы» [20, С. 25].

Н.Б. Мельникова [20] показывает и предоставляет следующие рекомендации, которые учителя математики могут использовать при обучении теме «Векторы»:

1. «На начальной стадии изучения темы учащиеся должны поменять, что материал, связанный с векторными величинами, который изучается или будет изучаться в курсе физики, получит свое определение и объяснение в

рамках курса геометрии. Проблема в том, что понятия «вектор» и «векторная величина» связаны между собой, но не являются тождественными (идентичными). Физика оперирует векторными величинами, которые задаются указанием размера и направления в пространстве, поэтому направленный отрезок (вектор) является только удобным наглядным изображением векторной величины, которая определяет какое-то свойство тела, действия, процесса, её можно измерить» [20, С. 42].

2. При введении определения вектора нужно вспомнить, какие физические векторные величины уже известны школьникам (перемещение, скорость и сила). Нужно предупредить учащихся, что в разных учебниках встречаются различные обозначения векторов.

3. Следует уделить внимание определениям «абсолютная величина вектора», «модуль вектора», «длина вектора». А также необходимо знать такие темы, как: сложение векторов по правилу треугольника и правилу параллелограмма, в геометрии нужно уметь доказывать эти правила.

4. При знакомстве с пунктом «Разложение векторов по осям координат» нужно повторить понятие коллинеарных векторов.

Шурыгин В.Ю., Шурыгина И.В. [31] замечают, что в «школьном курсе геометрии детально изучают сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число, скалярное произведение векторов, но не уделяют должного внимания важному для физики понятию, как проекция вектора на ось. При решении физических задач нужно переходить от векторных уравнений и законов к скалярным выражениям. Чаще всего пользуются проектированием векторных уравнений на оси выбранной системы координат. Как следствие с этим введением определения проекции вектора на ось и отработкой навыков нахождения проекций векторов требуется заниматься на уроках физики или при проведении интегрированных уроков» [31, С. 42].

В методических рекомендациях по Л.С. Атанасяну [6], предлагается объяснить тему «Векторы» в виде небольшой лекции (рассказ учителя),

применить разнообразные иллюстрации (плакаты, рисунки на доске). Особое внимание уделить физическим примерам векторных величин, а также примеров, подводящих к определению равенства векторов. В классе выполнить практические задания 738 (Задача 2), 739.

Выводы по второй главе

Во второй главе были получены следующие результаты:

1) Выявлены наиболее эффективные организационные формы обучения в основной школе: фронтальная, групповая и индивидуальная. Определены такие важные понятия, как понятие метода и средства обучения.

2) Выделены последующие главные этапы формирования умений и навыков использования векторного метода: подготовительный, мотивационный, ориентировочный, этап овладения компонентами, этап формирования метода «в целом». Представлены методические рекомендации по обучению школьников применению векторного метода в курсе геометрии основной школы:

а) необходимо вызвать интерес школьников, показав им эффективность использования векторного метода на специально подобранных задачах;

б) следует обучить школьников некоторым эвристикам (системе определенных правил, помогающих при решении задачи), которые в дальнейшем помогут создать у них навык в его применении;

в) обучать векторному методу стоит на простых по геометрическому содержанию задачах, чтобы не отвлекать внимание учащихся на трудности чисто геометрического содержания;

г) следует указать школьникам, что векторный метод не является универсальным, к решению некоторых задач он может быть неприменим или малоэффективен.

Процесс обучения требует многообразия, причем не только от урока к уроку, но и на одном уроке. Ключевым аспектом при выборе форм, средств и методов обучения является возможность обеспечения необходимого уровня активности и самостоятельности мышления у школьников.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проведенного исследования получены следующие результаты.

1. Выявлены основные цели и задачи обучения школьников теме «Векторы» в курсе геометрии основной школы. Тема «Векторы» является одной из основных тем школьного курса геометрии. Проанализированы государственные стандарты основного общего образования, методические пособия. Выявлено, что при изучении темы «Векторы» у школьников развивается абстрактное мышление, формируется навык логического рассуждения, умение делать умозаключения. При изучении темы у учащихся воспитываются умения и навыки, которые способствуют изучению смежных дисциплин; развитию у школьников способности концентрировать свое внимание.

2. Определены основные требования к знаниям и умениям учащихся по теме «Векторы» в курсе геометрии 7-9 классов. Изучены планируемые результаты, которые должны быть достигнуты каждым школьником при изучении темы «Векторы». А именно: что ученик должен уметь формулировать определение вектора; выполнять действия над векторами (сложение, вычитание, умножение на число); знать как строить вектор, равный разности двух данных векторов, а также вектор, равный произведению данного вектора на данное число; иметь навык вычисления скалярного произведения; уметь использовать векторы для решения задач.

3. Проведен анализ содержания теоретического и задачного материалов темы «Векторы» в учебниках геометрии 7-9 классов разных авторов. В ходе анализа выявлено, что различных учебных пособиях по геометрии в основной школе эта тема встречается, как правило в 9 классе. И только в учебниках А.В. Погорелова и Л.С. Атанасяна «Векторы» изучаются в 8 классе. В рассмотренных учебниках геометрии понятие темы «Векторы» авторы тщательно разбирают и дают много задач на отработку и закрепление знаний. Но каждый автор по-разному вводит понятие векторов и действий с

ними, определения у авторов идут в разном порядке Основные понятия рассматриваются в полном объеме, но основные понятия рассматриваются в полном объеме. Подход к объяснению различается, некоторые авторы, среди которых Л.С. Атанасян и А.Г. Мерзляк, теоретическую часть подкрепляют практическими примерами, а А.Д. Александров дает только теорию, делая упор на самостоятельное обучение.» В ходе проведения анализа задачного материала нами были выделены 10 типов задач, причем некоторые типы не встречались в учебниках некоторых авторов. Во всех учебниках подобрано большое количество задач по теме «Векторы». В учебнике В.Ф. Бутузова задачи в основном подобраны с использованием координат. Остальные авторы подобрали больше задач на действия с векторами.

4. Выявлены наиболее эффективные организационные формы обучения в основной школе: фронтальная (отвечает на вопросы весь класс), групповая и индивидуальная. Определены такие важные понятия, как понятие метода и средства обучения.

5. Выделены последующие главные этапы формирования умений и навыков использования векторного метода: подготовительный, мотивационный, ориентировочный, этап овладения компонентами, этап формирования метода «в целом». Представлены методические рекомендации по обучению школьников применению векторного метода в курсе геометрии основной школы.

Процесс обучения требует многообразия, причем не только от урока к уроку, но и на одном уроке. Ключевым аспектом при выборе форм, средств и методов обучения является возможность обеспечения необходимого уровня активности и самостоятельности мышления у школьников.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров, А.Д. Геометрия. 9 класс [Текст]: учеб. для общеобразоват. организаций / А.Д. Александров и др. – М.: Просвещение, 2014. – 175 с.
2. Александров, А.Д. и др. Геометрия [Текст]: учеб. пособие для 9 кл. с углубл. изуч. математики / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – М.: Просвещение, 2004. – 240 с.
3. Александрова, Н.В. Математические термины. Справочник [Текст] / Н.В. Александрова. - М.: Высш. школа, 1978. – 190 с.
4. Андреев В.И. [Текст]: Педагогика: учебный курс для творческого саморазвития/ Андреев В.И. 3-е изд. — Казань: Центр инновационных технологий, 2012. — 608 с.
5. Атанасян, Л. С. Геометрия [Текст]: учеб. для 7-9 кл. общеобразоват. учреждений / Л. С. Атанасян. и др. – М. : Просвещение, 2010. – 384 с.
6. Атанасян, Л.С. Геометрия. Методические рекомендации. 8 класс. [Текст]: учеб. для общеобразоват. организаций / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, Ю.А. Глазков и др. – М.: Просвещение, 2015 – 112 с.
7. Афанасьева, Т. Л. Геометрия. 9 класс [Текст]: поурочные планы по учебнику Л.С. Атанасяна [и др.] / Т. Л. Афанасьева, Л. А. Тапилина. – Волгоград : Учитель, 2013. – 167 с.
8. Банчев, Б.Б. Снова о векторах [Электронный ресурс]/ Б.Б. Банчев // Математические структуры и моделирование. - 2014. - № 2 (30). - С. 32-48. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22738396>
9. Бурмистрова, Т. А. Геометрия. Сборник рабочих программ. 7-9 классы [Текст]: пособие для учителей общеобразоват. учреждений / Т. А. Бурмистрова. – М. : Просвещение, 2014. – 95 с.

10. Бутузов, В.Ф. Геометрия. 7 класс [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений / В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, В.В. Прасолов; под ред. В.А. Садовниченко. – М.: Просвещение, 2010. – 127 с.
11. Бутузов, В.Ф. Геометрия. Поурочные разработки. 9 класс [Текст]: учеб. пособие для общеобразоват. учреждений / В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, В.В. Прасолов; под ред. В.А. Садовниченко. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2017. – 160 с.
12. Буцко Е.В., А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. Геометрия. Методическое пособие 9 класс / — М. : Вентана-Граф. 2014. 176 с.
13. Вернер, А.Л. А.Д. Александров и школьный курс геометрии [Электронный ресурс]/ А.Л. Вернер// Математические структуры и моделирование. - 2012. - № 25. - С. 18-38. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=17829799>
14. Гусев, В.А. Векторы в школьном курсе геометрии [Текст]: пособие для учителей / В.А. Гусев. - М.: Просвещение, 1976. – 48 с.
15. Емелина, Е.А. О некоторых проблемах обучения школьников векторному методу моделирования физических процессов/ Е.А. Емелина// Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. - 2007. - № 9. – С. 188 – 194. - Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=29809973>
16. Исаева, М.А. Векторный метод решения планиметрических задач в школьном курсе геометрии [Электронный ресурс]/ М.А. Исаева // Новая наука: Теоретический и практический взгляд. - 2016. - № 3-2 (69). - С. 74-78. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25601251>
17. Колесникова, Е.В. Векторный метод в курсе геометрии основной школы [Электронный ресурс]/ Е.В. Колесникова //Певзнеровские чтения. - 2013. - № 1. - С. 27-33. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21695756>

18. Лященко Е.И, Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики[Текст]: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. вузов. Е. И. Лященко, К. В. Зобкова, Т. Ф. Кириченко и др.-под ред. Е.И. Лященко. -М: Просвещение, 1988.- 223 с.

19. Мамедова, Г.С. Методические проблемы применения векторов к решению геометрических задач [Электронный ресурс]/ Г.С. Мамедова// Вестник современной науки. 2015. - № 5 (5). - С. 135-141. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=23794038>

20. Мельникова, Н.Б. Дидактические материалы по геометрии: 9 класс: к учебнику Л. С. Атанасяна и др., «Геометрия. 7-9 классы» [Текст] /Н.Б. Мельникова, Г.А. Захарова. – М.: Экзамен, 2013. – 143 с.

21. Мерзляк, А.Г. Геометрия: 9 класс [Текст]: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк и др. – М.: Вентана-Граф, 2014. – 240 с.

22. Метельский, Н.В. Дидактика математики: Общая методика и ее проблемы [Текст]: учеб. пособие для вузов / Н.В. Метельский. – Мн.: Изд-во БГУ, 1982. – 256 с.

23. Мишин, В. И. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика [Текст]: учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат. спец / В. И. Мишин. и др. – М. : Просвещение, 1987. – 416 с.

24. Погорелов, А.В. Геометрия. 7-9 классы [Текст]: учеб. для общеобразоват. организаций / А.В. Погорелов.– М.: Просвещение, 2014. – 240 с.

25. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию / М-во образования и науки РФ. – М.: Просвещение, 2015. – 560 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://fgosreestr.ru/wp-content/uploads/2015/06.pdf>.

26. Прояева, И.В., Колобов А.Н. Об изучении векторной геометрии в современной школе/ И.В. Прояева, А.Н. Колобов// Мир науки, культуры, образования. - 2017. - № 4 (65). – С. 199 – 203. - Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=29902559>

27. Саранцев, Г.И. Общая методика преподавания математики [Текст]: учебное пособие для студентов математических спец. педагогических вузов и университетов / Г.И. Саранцев. – Саранск: Тип. «Красный Октябрь», 1999. – 208 с.

28. Стефанова, Н. Л., Методика и технология обучения математике: курс лекций: пособие для вузов [Текст]/ Н. Л. Стефанова, Н. С. Подходова [и др]; под ред. Н. Л. Стефанова, Н. С. Подходова. –М:Дрофа, 2005. –416 с.

29. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: Приказ Мин. образования и науки РФ от 17.12.2010 г. №1897. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://минобр-науки.рф/документы/938>.

30. Чередов И.М. [Текст] Формы учебной работы в средней школе/ Чередов И.М.// Москва: «Просвещение», 1988, 96 С.

31. Шурыгин, В.Ю., Шурыгина И.В. Активизация межпредметных связей физики и математики как средство формирования метапредметных компетенций школьников / В.Ю. Шурыгин //Карельский научный журнал. - 2016. - Т. 5. - № 4 (17). - С. 41-44.

32. Nyström, Marcus; Ögren, Magnus. A pilot study of problem solving in vector calculus using eye-tracking [Text] / Nyström, Marcus; Ögren, Magnus// Paper presented at Lunds universitets utvecklingskonferens, 2012. – PP. 118-123.

33. Umporn Wutchana. Students' Understanding of Graphical Vector Addition in One and Two Dimensions [Text] / Umporn Wutchana // Eurasian Journal of Physics and Chemistry, 2011. – PP. 102-111.

34. Daniela Căprioară. Problem Solving - Purpose And Means Of Learning Mathematics In School [Text] / Daniela Căprioară // ScienceDirect, 2015. – PP. 1859 – 1864.

35. Harriet Elizabeth Williams. Some applications of vector methods to plane geometry and plane trigonometry [Text] / Harriet Elizabeth Williams // Published for Atlanta University, 2016. – PP. 1 – 31.

36. Nancy Hall. Scalar and vectors [Text] / Nancy Hall // Published for NASA Glenn Research Center., 2015. – PP. 2.