

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий  
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

01.03.02 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

СИСТЕМНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

### БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему: **Численная оптимизация конструкции передней балки бампера  
при низкоскоростном ударе**

Студент	_____ А.Е. Осин _____
Руководитель	_____ Г.А. Тырыгина _____
Руководитель аннотации	_____ Н.В. Яценко _____

**Допустить к защите**  
Заведующий кафедрой к.тех.н., доцент, А.В. Очеповский \_\_\_\_\_

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Тольятти 2017

## АННОТАЦИЯ

Выпускная квалификационная работа посвящена вопросу численной оптимизации конструкции передней балки бампера при низкоскоростном ударе.

Структура работы представлена введением, тремя главами, заключением и списком литературы.

Во введении определены актуальность темы, цели и задачи, поставленные в работе, а также объект и предмет исследования.

В первой части бакалаврской работы анализируются преимущества различных программных продуктов для решения данной задачи. Проанализировав преимущество программного продукта LS-DYNA, позволяющие существенно снизить затраты времени на проведение расчётов, доказал их высокую эффективность в автоматизации работ конструкторских и расчётных подразделений. Во второй части работы описаны формулы метода конечных элементов, для решения поставленной задачи. В третьей части работы описан расчёт численной оптимизации конструкции стенок крашбокса бампера при низкоскоростном ударе, при помощи программного продукта LS-DYNA.

В заключении представлены результаты и выводы о выполненной работе.

Результатом ВКР является разработанная модель крашбокса с оптимальной толщиной стенок с точки зрения снижения усилия на лонжерон при низкоскоростном ударе

В работе представлено 14 рисунков, список использованной литературы содержит 20 источников. Общий объем выпускной квалификационной работы составляет 40 страниц.

## ABSTRACT

The title of the given graduation work is “Development of an Adaptive Algorithm for Solving Integral Equations by the Quadrature Method Using Given Estimation Criteria”.

The object of investigation of the stimulated Raman scattering is the Method of the numerical solution quadratures of integral equations. The aim of this work is the analysis of the formula of rectangles, the solution of integral equations.

In this work, a direct method of information processing is used (the method of investigation) on the basis of data obtained by exact (classical) solutions of integral equations.

As the result of work, it was developed the adaptive Computational algorithm Of the Eigenvalues of the Fredholm integral equation of the second type and also software implementation was carried out. The developed algorithm is recommended to be used in carrying out research work, which it is necessary to obtain the eigenvalues of Fredholm integral equations as the main solutions in.

In the future, this algorithm can be applied to the analysis of the possibility of introducing new methods of calculation by obtaining the missing information about the actual values of the function by LU decomposition methods, or QR-rotations.

The graduation work consists of an explanatory note on 56 pages, 76 formulas, 12 figures, 12 tables, 6 appendices; and the list of 36 references.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ЗАДАЧИ .....	9
1.1 Описание исследуемой задачи.....	9
1.2 Анализ существующих решений .....	11
ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННОЙ СХЕМЫ .....	15
2.1 Анализ и выбор вычислительного метода.....	15
2.2 Построение и тестирование алгоритма .....	16
2.3 Функция перемещений конечного элемента .....	18
2.4 Деформация .....	19
2.5 Напряжения. ....	20
2.6 Функция перемещений. ....	21
2.7 Деформация (полная) .....	23
2.8 Матрица упругости .....	24
ГЛАВА 3 ПРОВЕДЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА И КОРРЕКТИРОВКА РАЗРАБОТАННЫХ МОДЕЛЕЙ.....	26
3.1 Планирование и осуществление вычислительного эксперимента ....	26
3.2 Модификация моделей .....	32
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	38
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	39

## ВВЕДЕНИЕ

Сохранение жизни водителей, пассажиров и пешеходов является важной задачей пассивной безопасности.

Повышение конкурентоспособности автомобильных компаний напрямую связано с использованием систем автоматизированного проектирования, интегрированных в единую производственную систему.

Наука создания автоматизированных методов расчетов развивается в автомобильной промышленности. В ряду самых сложных проблем выступают очень сложные системы информационной поддержки. Для обеспечения жизненного цикла изделий автомобилестроения. Развитие комплексных систем автоматизированного проектирования и производства сдерживается прежде всего отсутствием квалифицированных специалистов, обладающих необходимыми профессиональными знаниями и опытом для деятельности в общей информационной среде.

Необходимость обучения персонала навыкам работы в общей информационной среде определяется уровнем сложности производства.

1. Усложнились сами изделия и особенно процесс согласования отдельных технических решений. Число требований к отдельным элементам изделий и подсистемам возросло, и проверка полноты и непротиворечивости требований вручную стала практически неосуществимой. Поэтому продолжительность проектирования возросла в десятки раз и стала соизмеримой со временем морального и физического старения изделия. Совершенствование ручных методов проектирования уже не успевает за усложнением объектов проектирования. В реальных задачах число факторов, которое должно учитываться в проектировании, т. е. размерность задачи, очень велико.
2. Благодаря научно-техническому прогрессу ускорилась сменяемость элементной базы создаваемых изделий, материалов и технологий изготовления продукции. Так, в производстве ЭВМ за

25 лет элементы на лампах сменились полупроводниковыми элементами, которые в свою очередь были вытеснены микросхемами со все большей концентрацией элементов в одном кристалле.

3. Использование новых научных идей и технологических принципов приводит к неопределенности результатов проектирования, что вызывает необходимость вносить многочисленные изменения на разных стадиях проектирования.
4. Причинами актуальности САПР являются высокая стоимость изделий и требования к их качеству, обуславливающие потребность в оптимизации проектных решений. При ручном проектировании обычно разрабатываются один-два варианта проектов. САПР позволяет просматривать значительно большее число вариантов и отбирать наиболее удачный.

Автоматизированное проектирование является сложным информационным процессом взаимодействия проектировщиков (персонала САПР) и комплекса средств автоматизации проектных работ.

В настоящее время без компьютерной автоматизации уже невозможно производить современную конкурентоспособную технику. САПР в машиностроении используется для проведения конструкторских, технологических работ, работ по технологической подготовке производства. С помощью САПР выполняется разработка чертежей, делается трехмерное моделирование изделия и процессов, создается разнообразная оснастка, такие как штампы и пресс-формы, составляется технологическая документация и управляющие программы (УП) для станков с числовым программным управлением (ЧПУ), ведется архив.

Обучение и повышение квалификации специалистов необходимы из-за того, что рынок САПР постоянно и быстро обновляется: появляются совершенно другие версии систем проектирования отечественного и зарубежного происхождения, ранние версии снимаются с технической

поддержки и обслуживания. При таких требованиях, персонал не справляется самостоятельно изучить недавно появившиеся продукты, и они требуются в развитии их знаний.

**Объектом исследования** является конструкция передней балки бампера.

**Предмет исследования** – численная оптимизация конструкции передней балки бампера при низкоскоростном ударе путём добавления крашбокса между балкой и лонжероном.

**Целью** выпускной квалификационной работы является численная оптимизация конструкции передней балки бампера при низкоскоростном ударе при помощи программных продуктов Altair:HyperMesh и Ls-Dyna.

Для достижения цели выпускной квалификационной работы необходимо решить следующие **задачи**:

- описание постановки задачи;
- разработка численной схемы;
- проведение вычислительного эксперимента.

В выпускной квалификационной работе рассматривается вопрос по разработке crash-бокса с оптимальной толщиной стенок для снижения усилия на лонжерон.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованных источников и приложения.

В первой части бакалаврской работы анализируются преимущества различных программных продуктов для решения данной задачи. Проанализировав преимущество программного продукта LS-DYNA, позволяющие существенно снизить затраты времени на проведение расчётов, доказал их высокую эффективность в автоматизации работ конструкторских и расчётных подразделений.

Во второй части работы описаны формулы метода конечных элементов, для решения поставленной задачи.

В третьей части работы описан расчёт численной оптимизации конструкции стенок crash-бокса бампера при низкоскоростном ударе, при помощи программного продукта LS-DYNA

В заключении представлены результаты и выводы о выполненной работе.

Итогом выпускной квалификационной работы является разработанная модель крашбокса с оптимальной толщиной стенок с точки зрения снижения усилия на лонжерон при низкоскоростном ударе.

# Глава 1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ЗАДАЧИ

## 1.1 Описание исследуемой задачи

В представленной дипломной работе рассматривается задача по обеспечению пассивной безопасности автомобиля.

Пассивная безопасность — комплекс конструктивных и эксплуатационных свойств автомобиля. Данный комплекс нацелен на снижение тяжести дорожно-транспортного происшествия (ДТП). Большая часть систем пассивной безопасности срабатывают в момент столкновения, когда активным системам безопасности не удалось помочь водителю предотвратить или избежать столкновения. К пассивной безопасности относятся:

- ремни для удержания водителя в кресле с системой преднатяжения;
- надувные подушки безопасности, в том числе интегрированные в различные элементы салона;
- мягкие элементы интерьера;
- складывающаяся рулевая колонка;
- травмобезопасный педальный узел — при столкновении педали отделяются от мест крепления и уменьшают риск повреждения ног водителя;
- энергопоглощающие элементы передней и задней частей кузова автомобиля, сминающиеся при ударе (заложенные зоны деформации или мягкие бампера кузова);
- активные подголовники сидений, защищающие от серьёзных травм шеи экипажа при ударе автомобиля сзади;
- безопасные стёкла — закалённые, которые при разрушении рассыпаются на множество неострых осколков и триплекс;
- дуги безопасности, усиленные передние стойки крыши и верхняя рамка ветрового стекла в родстерах и кабриолетах;
- поперечные брусья в дверях и т.п.;

- защита от проникновения двигателя и других агрегатов в салон (увод их под днище).

Впервые пассивную безопасность как один из принципов конструирования автомобиля ввёл Бела Барени.

Пассивная безопасность проводит все ударные испытания, соответствующие Правилам 12, 33, 34, 94, 95 ЕЭК ООН, EuroNCAP, тесту Даннера.

На внутреннюю пассивную безопасность при сертификации автомобиля испытывают по нескольким Правилам ЕЭК ООН:

- №12 – Защита водителя от удара о систему рулевого управления автомобиля категории М1 и N1 при фронтальном ударе на скорости 50 км/ч со 100%-м перекрытием о жесткий барьер;

- №33 – Защита водителя и пассажира в случае лобового столкновения;

- №94 – Пассивная безопасность при фронтальном ударе на скорости 56 км/ч с 40%-м перекрытием и сминаемый барьер;

- №95 – Пассивная безопасность неподвижного автомобиля при боковом ударе на скорости 50 км/ч подвижным сминающимся барьером;

- EuroNCAP (European New Car Assessment Programme - европейская программа оценки новых автомобилей) – Международное правило проведения crash-тестов.

Внешняя безопасность автомобиля регламентируется:

- Правило ЕЭК ООН №26 – Требования к травмобезопасности наружных выступов;

- Глобальное Правило ООН № 9 (с 1.01.2016 г.) – Обеспечение защиты пешеходов.

- Тест Даннера – удары спереди (15км\ч, 40% перекрытие), сзади и сбоку.

## 1.2 Анализ существующих решений

В настоящее время компьютерное моделирование применяется широко при решении производственных задач в машиностроении.

Применение ПК позволяет значительно повысить эффективность математического моделирования и снизить затраты на этапе проектирования изделий.

Например, при проектировании автомобилей, ПК применяются проектировщиками для моделирования физических процессов, происходящих в деталях автомобиля при столкновении с препятствием.

По затрачиваемому на проектирования автомобиля времени проектирование его элементов активной и пассивной безопасности является одной из самых длительных операций.

Мировые лидеры автомобилестроения владеют программными комплексами для моделирования разрушения автомобильных узлов при авариях. Использование таких программных комплексов позволяет экономить время затрачиваемое на проектирования автомобиля и снизить затраты за счет снижения натуральных экспериментов.

Практика показывает, что на организацию проведения и проведение одного натурального crash-теста тратиться порядка 160 000-210 000 долларов. При этом стоимость производства экспериментальной модели тестируемого автомобиля составляет порядка 2,1 млн. долларов.

Стоимость одного crash-теста автомобиля составляет от 150 до 200 тысяч долларов, экспериментальной модели автомобиля до 2 млн. долларов, в то же время виртуальный crash-тест стоит 5-7 тысяч долларов .

Проектирования автомобилей сопряжено с необходимостью проведения как натуральных crash-тестов, так и тестов на основе моделирования. Отношение количества натуральных crash-тестов к виртуальным на современном производстве равно 1 к 40.

Для выполнения моделирования crash-тестов лидеры автомобилестроения пользуются такими пакетами, как ANSYS, LS-DYNA ,

Abaqus, PAM-Crash. С математической точки зрения моделирование разрушений в данных пакетах выполняется на основе метода конечных элементов.

Данные программные комплексы необходимы для дополнения натуральных crash-тестов выполняемых в лабораториях автопроизводителей. Программные комплексы позволяют выполнять вычислительные эксперименты и математическое моделирование crash-тестов.

Математическое моделирование crash-тестов проводится не в масштабах всего автомобиля, а в масштабе отдельных его элементов. Например, можно оценить деформацию бампера при ударном воздействии определенного вида.

Однако при математическом моделировании все равно требуется сравнение результатов реальными испытаниями.

Начиная с 90-х годов, при математическом моделировании crash-тестов чаще всего применяется метод конечных элементов. Данный численный метод интегрирован в процесс проектирования транспортного средства.

Поэтому развитие применения метода конечных элементов в проектировании узлов автомобиля является одной из актуальных задач современного автомобилестроения.

Использование МКЭ в качестве анализа безопасности конструкций автомобилей демонстрируют хорошую согласованность с результатами crash-тестов. Распространённость данного метода и эффективность его применения позволяют сделать предположение о возможности использования МКЭ в области расследования обстоятельств ДТП.

Математическое моделирование физических деформационных процессов пока не позволяет заменить натурные испытания. Однако моделирование необходимо для обеспечения правильного понимания результатов экспериментов с нелинейными системами, а также для интерполирования и экстраполирования результатов на другие сочетания внешних условий. Развитие численных методов в настоящее время привело к тому, что во всех современных САПР метод конечных элементов является

интегрированным средством проектирования, как транспортного средства, так и элементов дороги, обеспечивающих безопасность на дороге.

Altair:HyperWorks - это платформа для наукоёмкого компьютерного инжиниринга, объединяющая полтора десятка уникальных программных продуктов. Они охватывают все области компьютерного инженерного моделирования и анализа, позволяя быстро строить качественные сетки, эффективно проводить точные расчеты и наглядно визуализировать полученные результаты.

HyperView – полноценная среда для пост-процессинга и визуализации результатов КЭ анализа, моделирования многокомпонентных систем, обработки цифрового видео и инженерных данных.

Платформа HyperWorks включает большой комплекс лучших в своем классе программных продуктов в сфере автомобилестроения:

- Моделирование методом конечных элементов и настройка модели (HyperMesh и HyperCrash);
- Crash-тесты (RADIOSS), анализ виброакустических свойств (NVH-анализ) (OptiStruct);
- Моделирование методом multi-body dynamics (кинематическое моделирование) (MotionView и MotionSolve);
- Оптимизация (OptiStruct и HyperStudy);
- Моделирование аэродинамических свойств (AcuSolve).

HyperMesh – это препроцессор для высокоэффективного конечно-элементного анализа, который позволяет работать в интерактивной визуализированной среде для нахождения характеристик модели при разработке продукта.

С широким спектром прямых интерфейсов к коммерческим CAD и CAE системам, HyperMesh является платформой для достоверного и всестороннего анализа, способной удовлетворить потребности целого предприятия.

Программная система конечно-элементного анализа RADIOSS является решателем нового поколения для линейных и нелинейных, стационарных, нестационарных и спектральных задач.

RADIOSS используется для конечно-элементного моделирования конструкций, течения жидкостей и газов, взаимодействия жидкостей и структур, штамповки металла, динамического поведения механических систем (в частности, выполнения crash- и drop- тестов). Данный инструмент мультидисциплинарного анализа позволяет производителям максимизировать износостойкость изделия, минимизировать шумы и вибрации, решить задачи crash-анализа, анализировать безопасность транспортных средств, технологичность дизайна изделия.

HyperGraph - это мощный анализатор данных и инструмент для построения различных графиков. Данный модуль обладает интерфейсом, поддерживающим большинство популярных файловых форматов. Его современное математическое ядро способно обрабатывать даже самые сложные математические выражения. HyperGraph сочетает вышеперечисленные качества с высококачественной презентацией выходных данных пользователю и возможностью кастомизации системы анализа полученных данных под требования любого предприятия и организации.

HyperView – полноценная среда для пост-процессинга и визуализации результатов КЭ анализа, моделирования многокомпонентных систем, обработки цифрового видео и инженерных данных.

## Глава 2 РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННОЙ СХЕМЫ

### 2.1 Анализ и выбор вычислительного метода

Моделирующие программные комплексы, которые используют метод конечных элементов, применяются во многих отраслях машиностроения для решения практических задач.

Теоретические расчёт дают хорошие результаты при решении задач с простыми условиями – тела простых форм, идеализированное воздействие нагрузок и т.д. В реальных задачах данные формулы становятся статистически неопределимыми. При этом их применение на реальных объектах приводит к появлению больших погрешностей в результатах расчётов.

Для преодоления данной проблемы применяется математическое моделирование, основанное на конечных элементах. Такой подход позволяет избежать проблем связанных с применение теоретических расчётов к реальным объектам.

Такой подход основан на разбиении объектов сложной формы на группу элементов простой формы. Примечательно, что на простых объектах теоретические расчёты работают уже с приемлемой точностью. Благодаря такому подходу становится возможным решение круга прикладных задач при моделировании, например, нано-структур, распространения электромагнитных волн и др.

На автомобилестроительных предприятиях метод конечных элементов применяет для оценки деформаций различных автомобильных узлов под действием усилий различной формы и вида (статические нагрузки, циклические, с большой амплитудой или с малой амплитудой).

Существует большое количество программных комплексов, выполняющих моделирование с использованием данного метода, например, Ansys и Ls-Dyna.

Данные программные комплексы способны обеспечить решением большинство задач связанных с моделированием при проектировании

автомобильной продукции. Программный комплекс Ansys обладает хорошим функционалом при решении статистических задач, такого рода, как изгиб балки при статической нагрузке. Для моделирования деформаций при динамических нагрузках данный программный комплекс не подходит из-за плохой сходимости получаемых решений

Программный комплекс Ls-Dyna специально предназначен для решения динамических задач. Для решения статических задач он не предназначен.

Так как на автомобильных предприятиях при моделировании деформаций необходимо решение двух видов задач – динамических и статических, то там обычно применяются оба программных комплекса и Ansys и Ls-Dyna.

В настоящее время инженерами накоплен большой опыт решения практических задач с использованием данных программных комплексов. Обычно результаты расчётов, выдаваемые программами для моделирования, проверяются путем проведения экспериментальных исследований. И как показывает накопленная практика, при правильном задании исходных данных метод конечных элементов для всех задач выдает результаты определения деформаций сравнимые с результатами натуральных экспериментов.

Стоит и отметить, что задачи расчёта деформаций и прогнозирования разрушений требует значительных вычислительных мощностей. При выполнении научных расчетов допустимо ждать результатов моделирования несколько суток, однако при решении производственных задач получение результатов моделирования не должно занимать более 8-10 ч.

## **2.2 Построение и тестирование алгоритма**

При решении задач напряжённо-деформированного состояния в первую очередь определяется вектор перемещений, возникающий под действием нагрузок. В этом случае говорят, что определяется поле перемещений. Однако существует проблема при решении задачи расчёта

перемещений – число точек в теле стремиться к бесконечности, поэтому число неизвестных тоже будет бесконечным.

Если рассматривать геометрическое тело, имеющее относительно простую форму, и считать что на него воздействует простая сила, то даже в этом случае вывод уравнений для поля перемещений будет являться сложной вычислительной задачей.

А если рассматривать тела имеющие формы реальных автомобильных деталей, то практически невозможно определить аналитические зависимости перемещений под действием сил.

Приведем особенности метода конечных элементов:

1. Объемная конструкция может быть мысленно разбита на небольшие элементы простой формы. Эти элементы и называются конечными. При этом физико-механические характеристики каждого элемента можно определить, зная геометрию элемента и марку материала из которого он изготовлен.

2. Каждый элемент имеет узлы, с помощью которых элементы связаны друг с другом. Все узлы, а также элементы маркируются. Таким образом задается конечно-элементная сетка.

3. При моделировании деформаций значения перемещений рассчитываются только для узлов, что позволяет снизить число неизвестных от бесконечности к фиксированному числу. Для всех элементов считается, что известны законы аппроксимации полиномиального вида. Считается, что перемещение в узлах осуществляется по закону полиномиальной аппроксимации.

4. С учетом геометрической формы элемента и физических свойств материала вычисляется матрица жесткости. При этом все действующие нагрузки приводятся к узлам.

5. На основе рассчитанных матриц жесткости строятся сначала расширенные матрицы, а после – строятся глобальные матрицы жесткости. После этого осуществляется задание граничных условий.

6. Находится решение системы  $[K]\{\delta\} = \{R\}[K]$ , которое используется при определении вектора смещений.

7. С учетом принятых законов аппроксимации определяется перемещение внутри элемента.

8. На основе найденных перемещений и геометрии рассчитываются деформации каждого конечного элемента.

9. А с учетом деформаций, для каждого элемента рассчитываются возникающие в нем напряжения.

Рассмотрим пример расчёта характеристик элемента, на основе примера, представленного на рисунке 2.2. Конечные элементы имеют форму треугольников, среда имеет сплошной характер. Рассмотрим математический аппарат метода конечных элементов на данном примере.

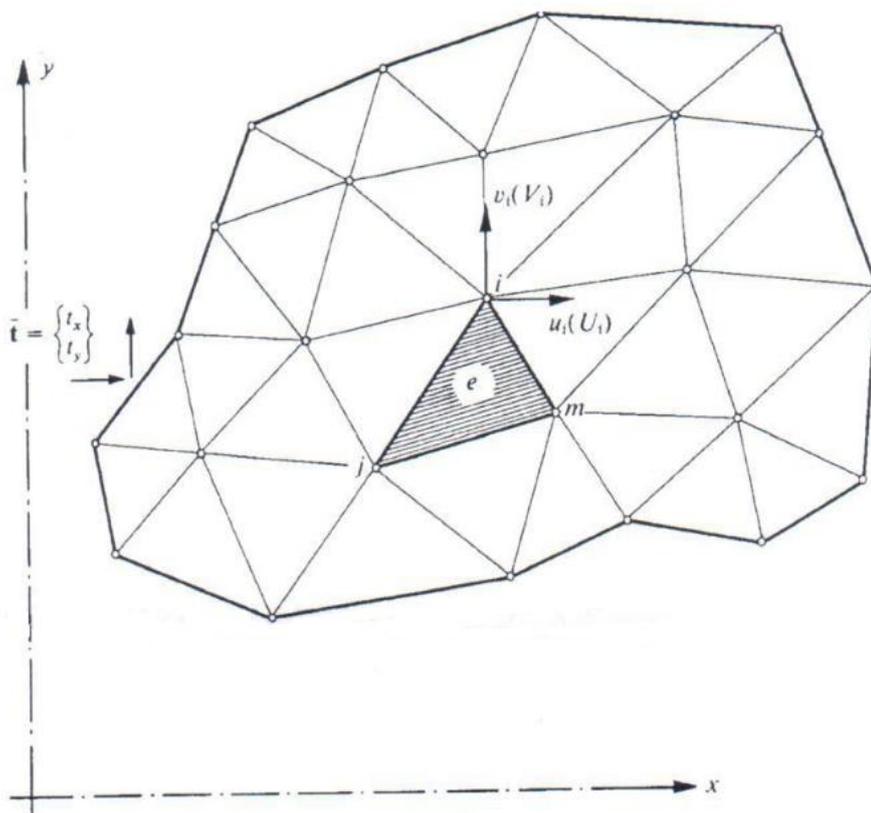


Рисунок 2.2 Плоская область, разбитая на конечные элементы.

### 2.3 Функция перемещений конечного элемента

Типичный конечный элемент  $e$  определяется узловыми точками  $i, j, m$  и т.д. и его границами. Пусть перемещения любой точки внутри элемента задаются вектор-столбцом

$$f = [N] \delta^e = [N_i, N_j, N_m, \dots] \begin{matrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_m \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix}, \quad (2.3)$$

где компоненты  $[N]$  являются в общем случае функциями положения, а  $\{\delta\}^e$  представляют собой перемещения узловых точек расстраиваемого элемента.

В случае плосконапряженного состояния вектор-столбец

$$f = \begin{matrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{matrix}$$

Содержит горизонтальное и вертикальное перемещение точки внутри элемента, а столбец

$$\delta_i = \begin{matrix} u_i \\ v_i \end{matrix}$$

Содержит соответствующие перемещения узла  $i$ .

Функции  $N_i, N_j, N_m$  должны быть выбраны таким образом, чтобы при подстановке в (2.3) координат узлов получились соответствующие перемещения.

Очевидно, что в общем случае

$$N_i(x_i, y_i) = I \text{ единичная матрица,}$$

тогда как

$$N_i(x_j, y_j) = N_i(x_m, y_m) = 0 \text{ и т. д.}$$

Функции  $[N]$  называются функциями формы. Они, как будет видно из дальнейшего, играют важную роль в методе конечных элементов

## 2.4 Деформация

Если известны перемещения во всех точках элемента, то в них можно так же определить и деформации. Они находятся с помощью соотношения, которое в матричной форме может быть записано следующим образом

$$\varepsilon = [B]\{\delta\}^e. \quad (2.4)$$

В случае плоского напряженного состояния:

$$\varepsilon = \begin{matrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \times \frac{1}{2} \end{matrix} .$$

Матрица [B] легко может быть получена из соотношения (2.3) путем дифференцирования функций формы  $N_i, N_j, N_m$ , если они известны. В том случае, когда эти функции линейные, деформации постоянны по всему элементу.

## 2.5 Напряжения.

В общем случае материал, находящийся внутри элемента, может иметь начальные деформации, обусловленные температурными воздействиями, усадкой, кристаллизацией и т.п. Если обозначить эти деформации через  $\{\varepsilon_0\}$ , то напряжения будут определяться разностью между существующими и начальными деформациями.

Таким образом, в предположении упругого поведения соотношения между напряжениями и деформациями будут линейными:

$$\{\sigma\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}), \quad (2.5)$$

где [D] – матрица упругости, содержащая характеристики материала.

Для частного случая плоского напряженного состояния необходимо рассмотреть три компонента напряжений

$$\sigma = \begin{matrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{matrix} .$$

Матрица [D] легко получается из физических уравнений для изотропного материала:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x - (\varepsilon_x)_0 &= \frac{1}{E} \sigma_x - \frac{\nu}{E} \sigma_y, \\ \varepsilon_y - (\varepsilon_y)_0 &= -\frac{\nu}{E} \sigma_x - \frac{1}{E} \sigma_y, \\ \gamma_{xy} - (\gamma_{xy})_0 &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}. \end{aligned}$$

Отсюда

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} .$$

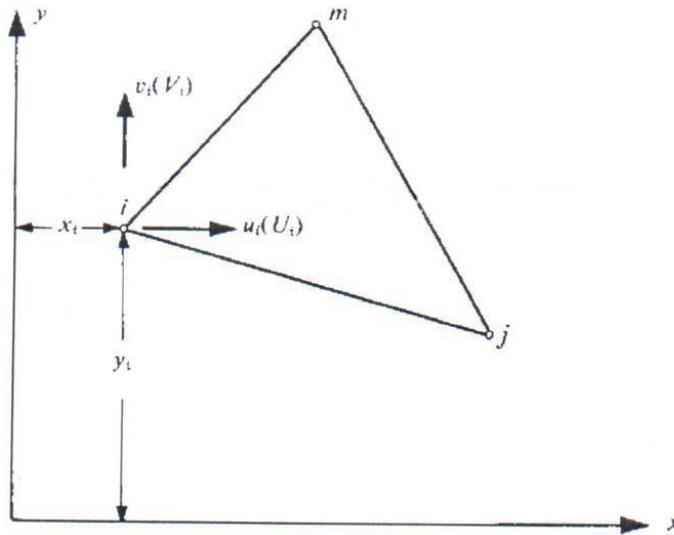


Рисунок 2.6. Элемент сплошной среды для расчета плоского напряженного или плоского деформированного состояния.

### 2.6 Функция перемещений.

На рис. 2.6 показан типичный треугольный элемент с узлами  $i, j, m$  пронумерованными против часовой стрелки.

Перемещения каждого узла имеют две компоненты

$$\delta_i = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} , \quad (2.6.1)$$

а шесть компонентов перемещений узлов элемента образуют вектор

$$\delta^e = \begin{pmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_m \end{pmatrix} . \quad (2.6.2)$$

Перемещение внутри элемента могут однозначно определяться этими шестью величинами. На основе линейных аппроксимаций:

$$\begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y, \\ v &= \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y. \end{aligned} \quad (2.6.3)$$

Значения шести постоянных  $\alpha_i$  легко найти из двух систем, состоящих из трех уравнений, которые получаются в результате подстановки в (2.6.3) узловых координат и приравнявая перемещений соответствующим перемещениям узловых точек. Записав, например,

$$\begin{aligned} u_i &= \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i \\ u_j &= \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j, \\ u_m &= \alpha_1 + \alpha_2 x_m + \alpha_3 y_m, \end{aligned}$$

выразим  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  через величину узловых перемещений  $u_i, u_j, u_m$  и окончательно получим

$$u = \frac{1}{2\Delta} \{ a_i + b_i x + c_i y u_i + a_j + b_j x + c_j y u_j + (a_m + b_m + c_m) u_m \}, \quad (2.6.4a)$$

где

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_m - x_m y_j, \\ b_i &= y_j - y_m = y_{jm}, \\ c_i &= x_m - x_j = x_{mj}; \end{aligned} \quad (2.6.4b)$$

остальные коэффициенты получаются циклической перестановкой индексов  $i, j, m$ , а величина  $2\Delta$  определяются соотношением

$$2\Delta = \det \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix} = 2 \cdot \text{площадь треугольника } ijm. \quad (2.6.5b)$$

Аналогично можно представить перемещение  $v$  в вертикальном направлении:

$$v = \frac{1}{2\Delta} \{ a_i + b_i x + c_i y v_i + a_j + b_j x + c_j y v_j + (a_m + b_m + c_m) v_m \}, \quad (2.6.6)$$

Хотя на данном этапе в том нет особо необходимости, можно записать соотношения (2.6.5a) и (2.6.6) в стандартной форме (2.3):

$$N'_i = \frac{u}{v} = N \{ \delta \}^e = IN'_i, IN'_j, IN'_m \{ \delta \}^e, \quad (2.6.7)$$

где  $I$  единичная матрица размером  $2 \times 2$ , а

$$N'_i = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta} \text{ и т. д.} \quad (2.6.8)$$

Примечание: если за начало координат принять центр тяжести элемента, то

$$x_i + x_m + x_j = y_i + y_m + y_j = 0 \text{ и } a_i = \frac{2\Delta}{3} = a_j = a_m.$$

## 2.7 Деформация (полная)

Полную деформацию в любой точке внутри элемента можно охарактеризовать тремя составляющими, которые дают вклад во внутреннюю работу. Уравнения определяются на основе геометрических уравнений:

$$\varepsilon = \begin{matrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{matrix}. \quad (2.7.1)$$

Используя равенства (2.6.7) или (2.6.5а) и (2.6.6), имеем

$$\varepsilon = \begin{matrix} \frac{\partial N'_i}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N'_j}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N'_m}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N'_i}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N'_j}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N'_m}{\partial y} \\ \frac{\partial N'_i}{\partial y} & \frac{\partial N'_i}{\partial x} & \frac{\partial N'_j}{\partial y} & \frac{\partial N'_j}{\partial x} & \frac{\partial N'_m}{\partial y} & \frac{\partial N'_m}{\partial x} \end{matrix} \begin{matrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{matrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{matrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{matrix} \delta^e, \quad (2.7.2)$$

что явным образом определяет матрицу  $[B]$  из равенства (2.4).

Следует заметить, что в этом случае матрица  $[B]$  не зависит от координат точки внутри элемента, и, следовательно, деформации в нем постоянны. Очевидно, что эти функции формы удовлетворяют критерию постоянства деформаций.

## 2.8 Матрица упругости

Матрица  $[D]$ , входящая в соотношение (2.5), которое в рассматриваемом случае имеет вид

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = D \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} - \varepsilon_0, \quad (2.8.1)$$

Может быть записана в явном виде.

Для плоского напряженного состояния изотропного материала из физических уравнений имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \varepsilon_{x0}, \\ \varepsilon_y &= \frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\sigma_y}{E} + \varepsilon_{y0}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)\tau_{xy}}{E} + \gamma_{xy0}. \end{aligned} \quad (2.8.2)$$

Разрешая эти соотношения относительно напряжений, получим матрицу  $[D]$  в виде

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix}, \quad (2.8.3)$$

где  $E$  – модуль упругости, а  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

## 2.9 Матрица жесткости.

Матрица жесткости элемента  $ijm$  определяется с помощью общего выражения

$$k^e = \int_V B^T D B dV,$$

в соответствии с которым

$$k = \int_{\Delta} B^T D B t dx dy, \quad (2.9.1)$$

где  $t$  – толщина элемента, а интегрирование производится по площади треугольника. Если предположить, что толщина элемента постоянна, то, поскольку ни одна матрица не содержит  $x$  и  $y$ , она имеет простое выражение

$$k = B^T D B t \Delta, \quad (2.9.2)$$

где  $\Delta$  - площадь треугольника. Такая форма записи позволяет легко вычислить матрицу с помощью ЭВМ.

Матрицу  $[B]$ , определенную соотношением, можно записать в виде

$$B = [B_i, B_j, B_m], \text{ где } B_i = \begin{pmatrix} b_i & 0 \\ 0 & c_i \\ c_i & b_i \end{pmatrix} 2\Delta, \text{ и т. д.} \quad (2.9.3)$$

Матрица жесткости может быть расписана в виде

$$k = \begin{pmatrix} k_{ii} & k_{ij} & k_{im} \\ k_{ji} & k_{jj} & k_{jm} \\ k_{mi} & k_{mj} & k_{mm} \end{pmatrix}, \quad (2.9.4)$$

где подматрица размерности  $2 \times 2$  строится следующим образом:

$$k_{rs} = B_r^T D B_s t\Delta. \quad (2.9.5)$$

# Глава 3 ПРОВЕДЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА И КОРРЕКТИРОВКА РАЗРАБОТАННЫХ МОДЕЛЕЙ

## 3.1 Планирование и осуществление вычислительного эксперимента

Обеспечение пассивной безопасности автомобиля с точки зрения конструктивных элементов кузова достигается за счет:

- сопротивления салона деформирующим усилиям;
- наличие специальных деформационных зон для поглощения энергии удар. Такие зоны поглощают часть энергии следующих ударов: лобовой; боковой; задний; удар при наезде на пешехода. В последнем случае демпферные элементы нужны для защиты пешехода.

Одним из наиболее опасным для водителя столкновения является лобовое. В этом случае в задачи проектировщика входит разработка такой схемы гашения удара, при которой энергия распределяется на всю силовую структуру кузова (рисунок 3.1).

Для наибольшего гашения энергии инженера стараются увеличить время деформирования кузовных элементов.

При моделировании лобового удара в автомобиле без силой части кузова результаты показывает, что деформации приводят к сплющиванию именно салонной части автомобиля. При этом задняя часть автомобиля на переднюю ее часть.

Механизм деформирования салона при лобовом столкновении выглядит следующим образом: бампер автомобиля останавливается первым, при этом салон и задняя часть продолжают свое движение вперед, затем останавливает салон, который продолжает деформироваться под действием движущейся задней части автомобиля (рисунок 3.1).

Одним из возможных вариантов защиты водителя при лобовом столкновении является обеспечения большей деформационной способностью задней части автомобиля, так это обеспечит распределение энергии удара на большую часть кузовных элементов.

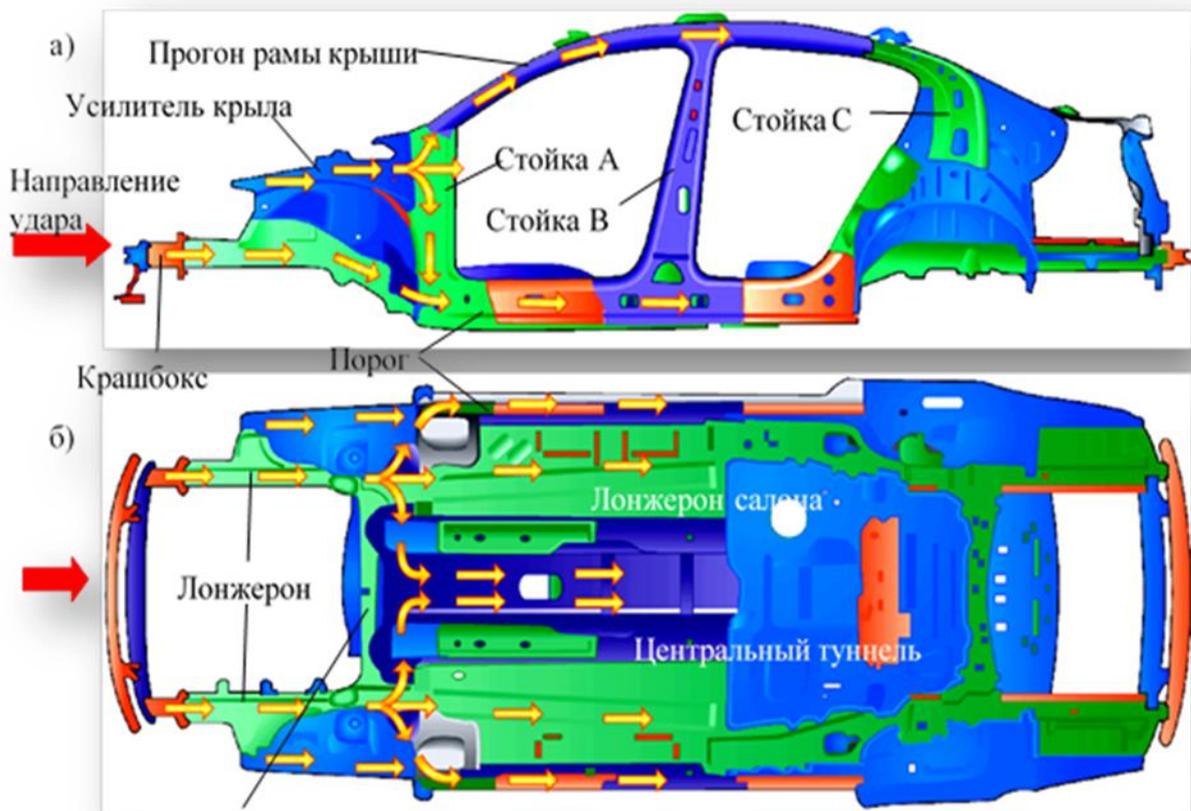


Рисунок 3.1 – Передача энергии переднего удара при столкновении по элементам кузова и раме автомобиля: а – вид слева; б – вид сверху.

В процессе передачи энергии столкновения автомобилю первым удар принимает бампер (рисунок 3.2) в связке с поперечиной рамы (связку этих элементов называют силовой структурой).

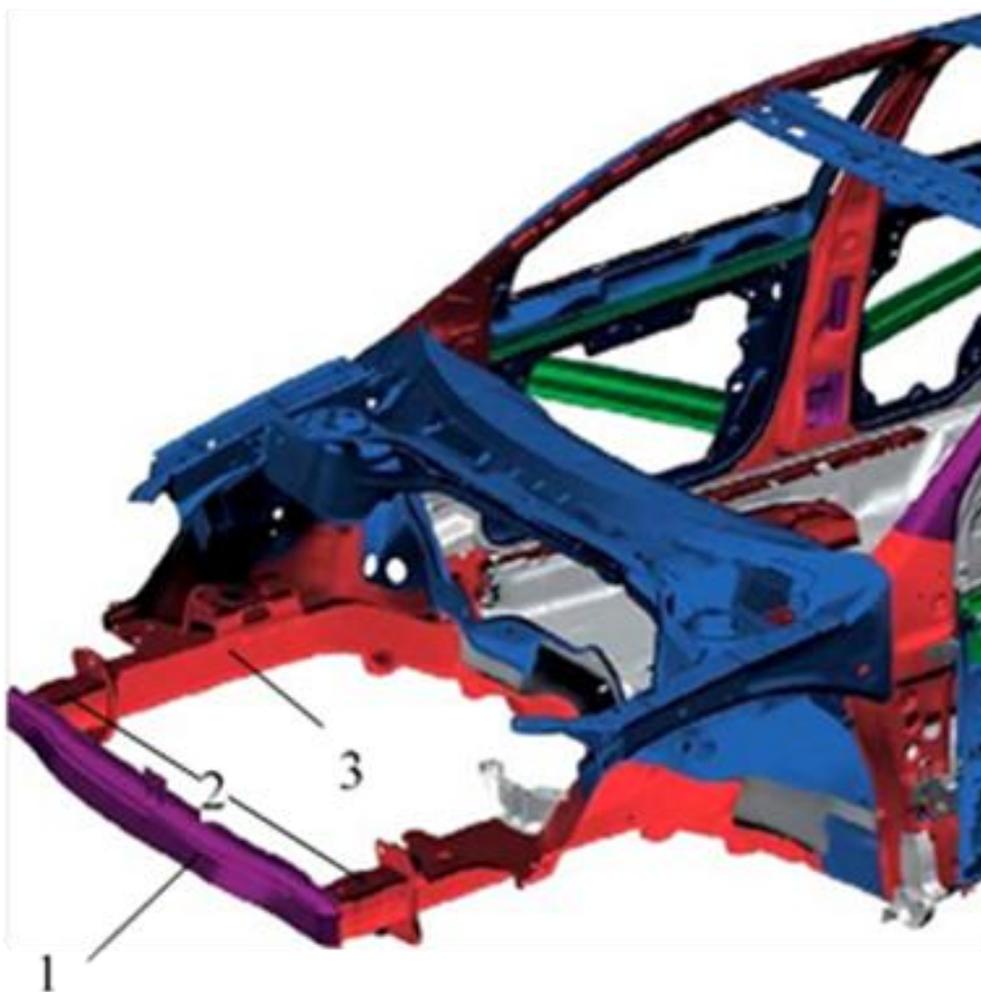


Рисунок 3.2 – Силовая структура передней части автомобиля: 1 – поперечина, 2 – крашбоксы; 3 – лонжерон.

Во время лобового удара, первым элементом участвующем в распределении энергии является поперечина. Она передает энергию удара двум лонжеронам. Затем через лонжероны энергия передается силовому каркасу салона. В процессе передачи энергии силовому каркасу салона она должна гаситься до такого уровня, чтобы деформации салона были не выше значений необходимых для обеспечения безопасности водителя и пассажиров.

Между поперечиной и лонжеронами устанавливаются crash-боксы. Они необходимы для при слабом ударе для гашения энергии, а при сильном ударе для перенаправления энергии на второй crash-бокс.

Сильный удар приводит к тому, что поперечина поворачивается в точке соединения с crash-боксом. После этого энергия удара начинает передаваться на другой лонжерон.

При этом средняя часть поперечины располагается ближе к наружной поверхности удара. Это приводит к тому, что поперечина выравнивается, и второй crash-бокс оказывается тоже нагруженным. Принято считать, что поперечина и два crash-бокса выполняют перераспределение энергии на два лонжерона (вместо одного).

Форму crash-боксов и лонжеронов выбирают таким образом, чтобы обеспечить необходимое направление распространения деформации при ударе.

Задние выбора формы данных элементов конструкции является сложной задачей, так необходимо предусматривать, что он являются несущими элементами для подвески автомобиля и двигателя.

Также необходимо предусматривать, что crash-боксы являются заменяемыми после аварии элементами рамы. Crash-боксы являются элементами пассивной безопасности, предназначенными для поглощения энергии при ударе путем их деформации в специально предусмотренных для этого местах (такие места называют зоной программируемой деформации).

Одним из возможных вариантов выполнения crash-бокса является ступенчатое изменение формы его сечения (рисунок 3.3). Такая форма позволяет гасить большую часть энергии удара.

Изменение сечения в одном из мест crash-бокса приводит к специальному снижению устойчивости элемента. Благодаря этому при воздействии энергии удара в месте с наименьшей устойчивостью образуется складка, которая растет с увеличением нагрузки на элемент. При дальнейшем росте нагрузки начинают деформироваться другие участки crash-бокса (рисунок 3.3).

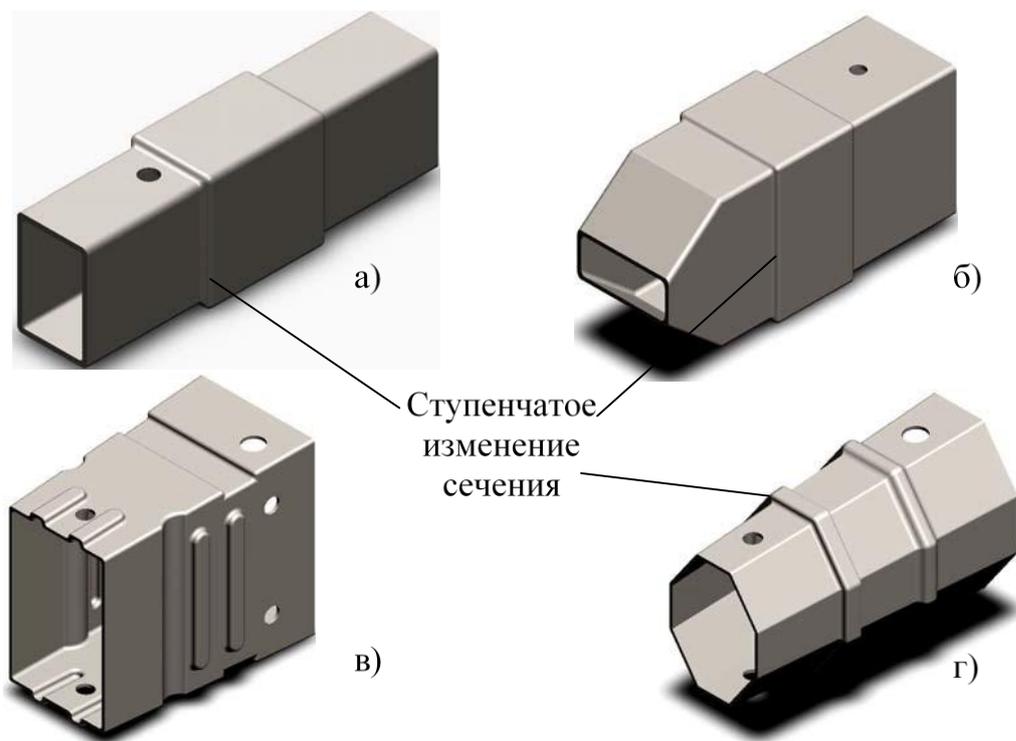


Рисунок 3.3 Crash-боксы (энергопоглощающие элементы) автомобилей

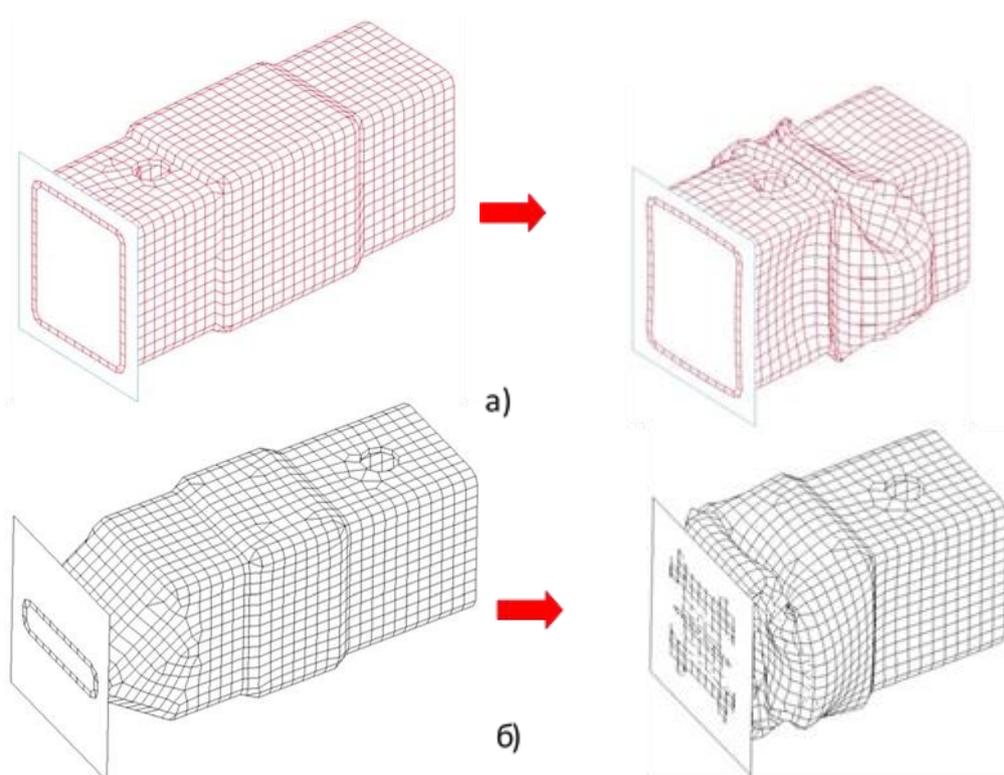


Рисунок 3.4 – Модель смятия crash-боксов различного вида

При потере устойчивости нарастающей деформации подвергается один участок конструктивного элемента складывается. Но ступенчатые конструктивные элементы снижают жесткость таких элементов как балки и

поэтому они не применяются в конструкции лонжеронов. Для повышения жесткости проводится разнесение ступеней в смежные плоскости (рисунок 3.3в).

Для повышения жесткости и энергоёмкости crash-боксов на ребрах балки выполняются специальные заломы. При возникновении деформирующих нагрузок такого crash-бокса на широкой плоскости образуется складка наружу, а на узкой – складка внутрь (рисунок 3.5). Примечательно, что такая конфигурация элемента позволяет обеспечить жесткость балки до образования складок.

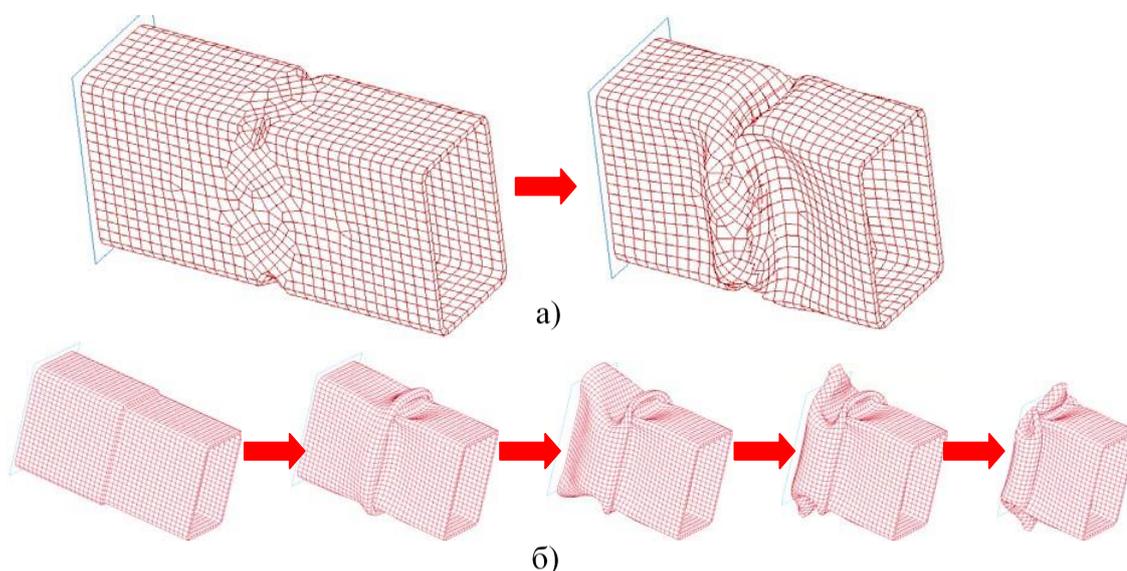


Рисунок 3.5 – Модель смятия crash-бокса

Одним из вариантов выполнения crash-бокса является – телескопический (рисунок 3.6). Сфера применения такого crash-бокса – гашение энергии при больших значениях смещения деталей кузова.

Благодаря конфигурации crash-бокса при ударе происходит смещение деталей по отштампованным направляющим, расположенных вдоль оси данного элемента.

Благодаря такой конструкции crash-бокса обеспечивается постоянная сила при деформации.

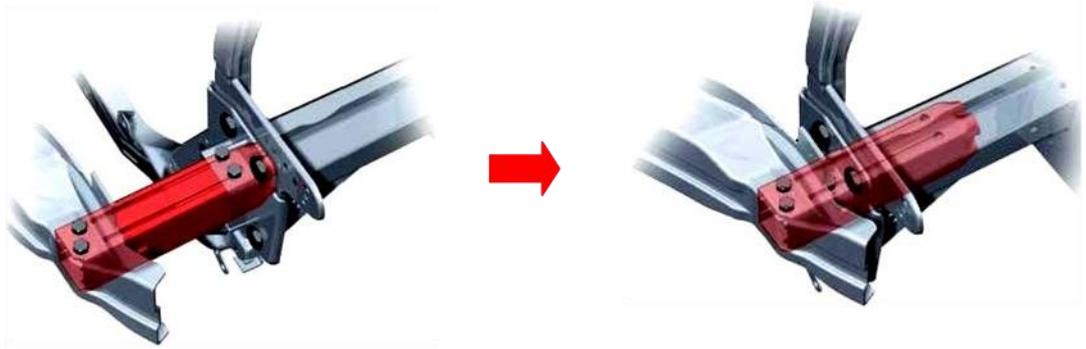


Рисунок 3.6 – Телескопический crash-бокс

Допускается комбинирование энергопоглотителей для достижения требуемых характеристик: размещение энергопоглотителей параллельно или друг за другом.

### 3.2 Модификация моделей

Была разработана и представлена модель передней балки автомобиля и поставлена задача рассчитать различные толщины crash-бокса и усилие в сечении лонжерона вдоль продольной оси при низкоскоростном ударе.

Первым делом нужно задать массу конструкции и определить центр масс.

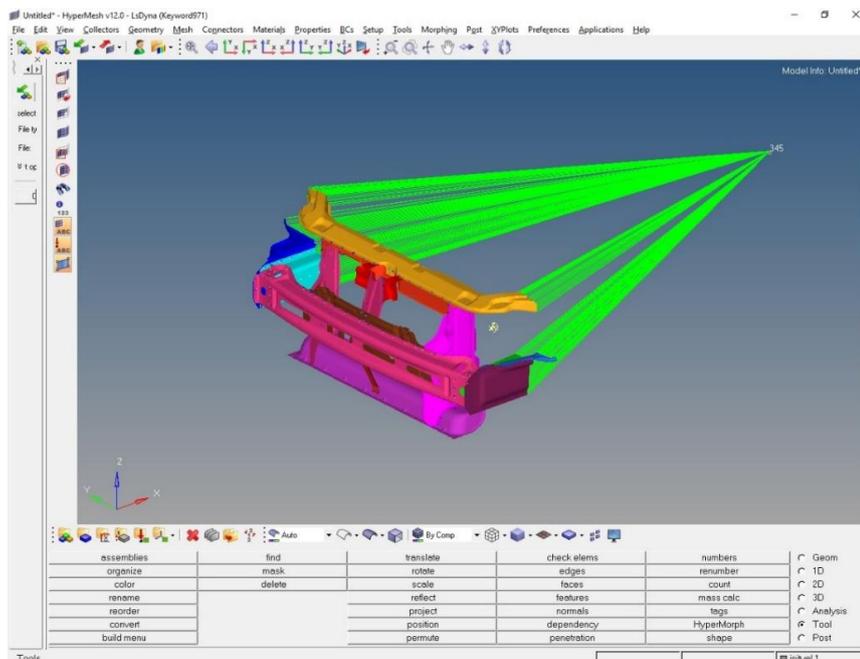


Рисунок 3.7 модель передка автомобиля с центром масс

Для проведения низкоскоростного удара нужно смоделировать препятствие. Барьер для фронтального удара, используемый в испытании, и его крепление к блоку должны соответствовать сертификату материалов и компонентов.

Смоделированному препятствию необходимо задать материал.

В программе Altair: HyperMesh есть много карт материалов из которого выбирается нужный - называется MATL20 (абсолютно жёсткий материал).

(рис. 3.8)

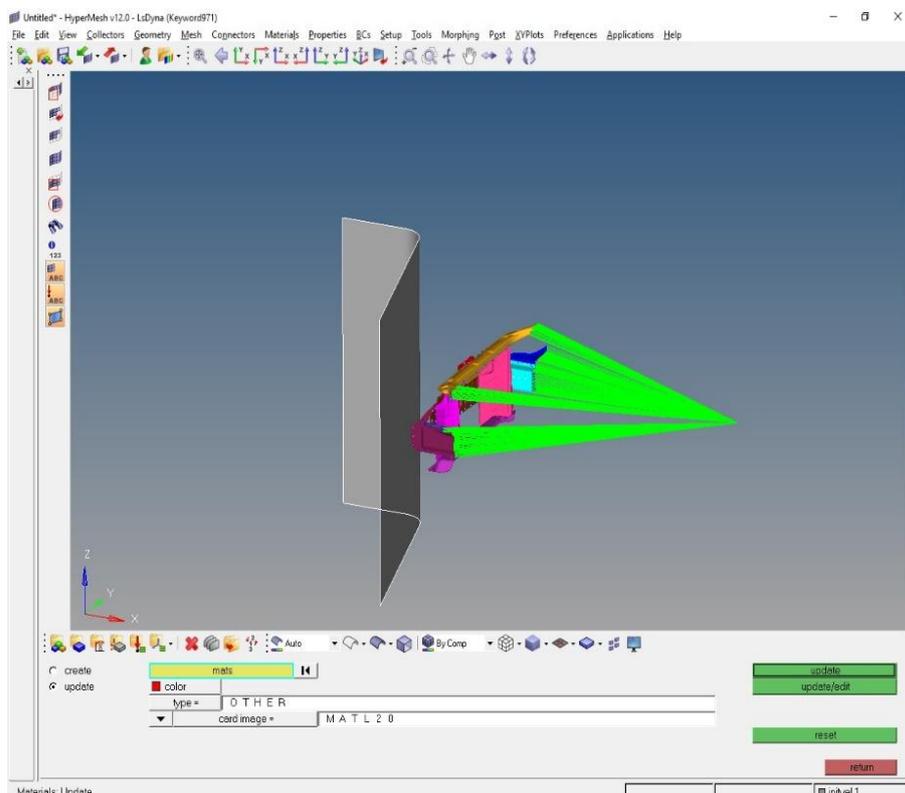


Рисунок 3.8

На данный момент “передок” не имеет начальной скорости для расчётов. Для того что бы задать скорость нужно создать компонент в Load Collector. После создания компонента с помощью card edit задаётся нужная скорость.(рис.3.9). Скорость удара должна быть не менее 5.1 мм/мин и не более 7.6 мм/мин. Минимальная деформация образца должна быть 16.5 мм.

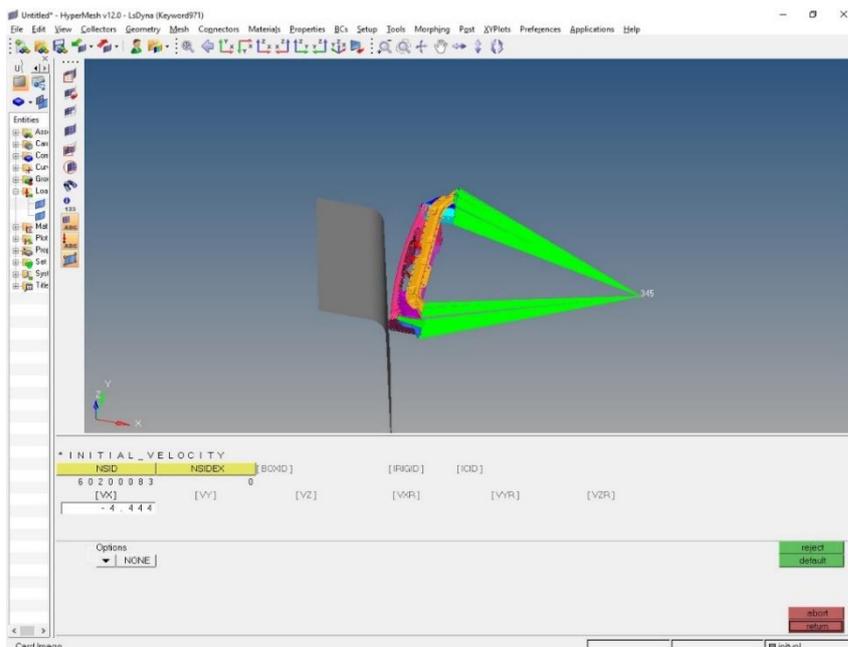


Рисунок 3.9

Теперь надо сделать модели crash-бокса которые будут поглощать энергию от удара. Crash-боксу так же задаются все необходимые параметры такие как толщина и материал. (рис.3.10)

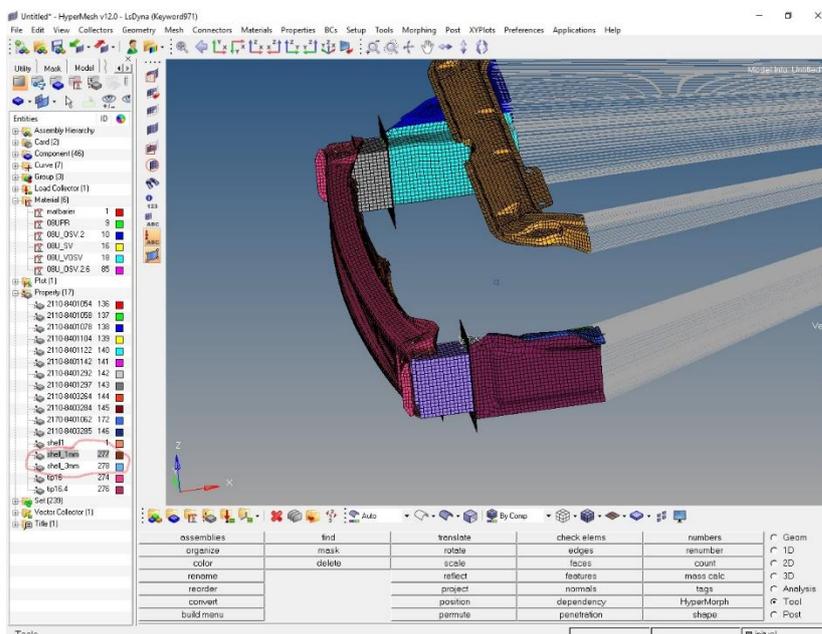


Рисунок 3.10

Далее можно запускать расчёт через LS-DYNA с толщиной crash box'a в 0,8 мм., 1 мм. и 1,2 мм. Изменение толщины нужно для сравнительного анализа поглощенной энергии при деформации.

Образец должен быть измерен в трех местах: на расстоянии 12.7 мм от краев и посередине образца. Это размеры L1, L2 и L3 соответственно. Точно также должны быть измерены размеры образца по ширине – W1, W2 и W3. Эти размеры должны быть сделаны по центральной линии толщины образца. В этом случае площадь удара рассчитывается следующим образом:

$$A = \frac{(L1 + L2 + L3)}{3} \times \frac{(W1 + W2 + W3)}{3}$$

Для каждого образца должны быть сняты характеристики усилия в зависимости от деформации или в аналоговой или в цифровой форме. Если данные сняты в аналоговом виде, они должны быть преобразованы в цифровую форму. Цифровые данные должны быть сняты с частотой не менее чем 5 Гц (5 точек в секунду).

Для каждого из этих трех интервалов деформаций рассчитывается среднее усилие разрушения  $F(n)$ , используя все точки, измеренные в пределах интервала. Так,

$$F(n) = \frac{[F(n)_1 + F(n)_2 + \dots + F(n)_m]}{m} ; n=1,2,3$$

$m$  – количество точек, данных на каждом участке деформации.

При помощи площади  $A$ , рассчитаем напряжение при ударе на каждом интервале деформации следующим образом:

$$S(n) = \frac{F(n)}{A} ; n=1,2,3$$

Таким образом, для каждого образца должны быть получены три значения напряжения, каждое из которых покрывает один интервал деформаций, как описано выше.

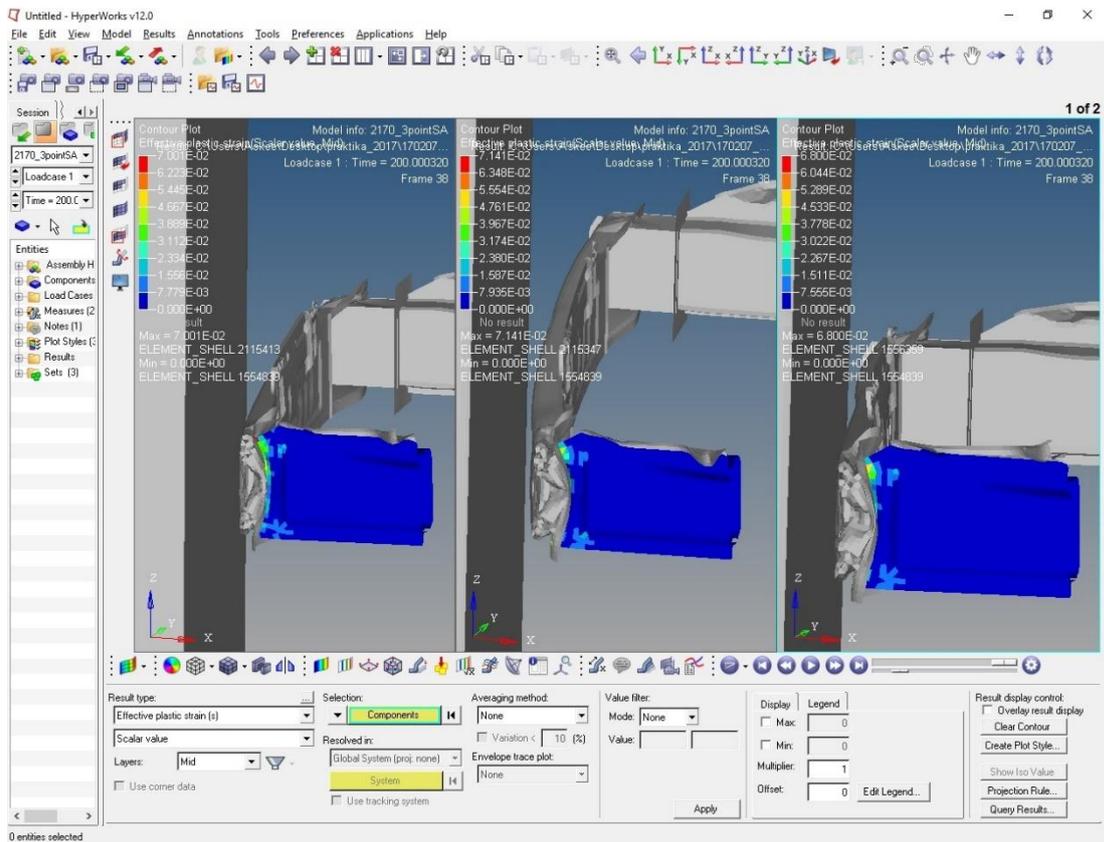


Рисунок 3.11

На данном рисунке показано распределение пластических деформаций в лонжероне после удара. (рис.3.11)

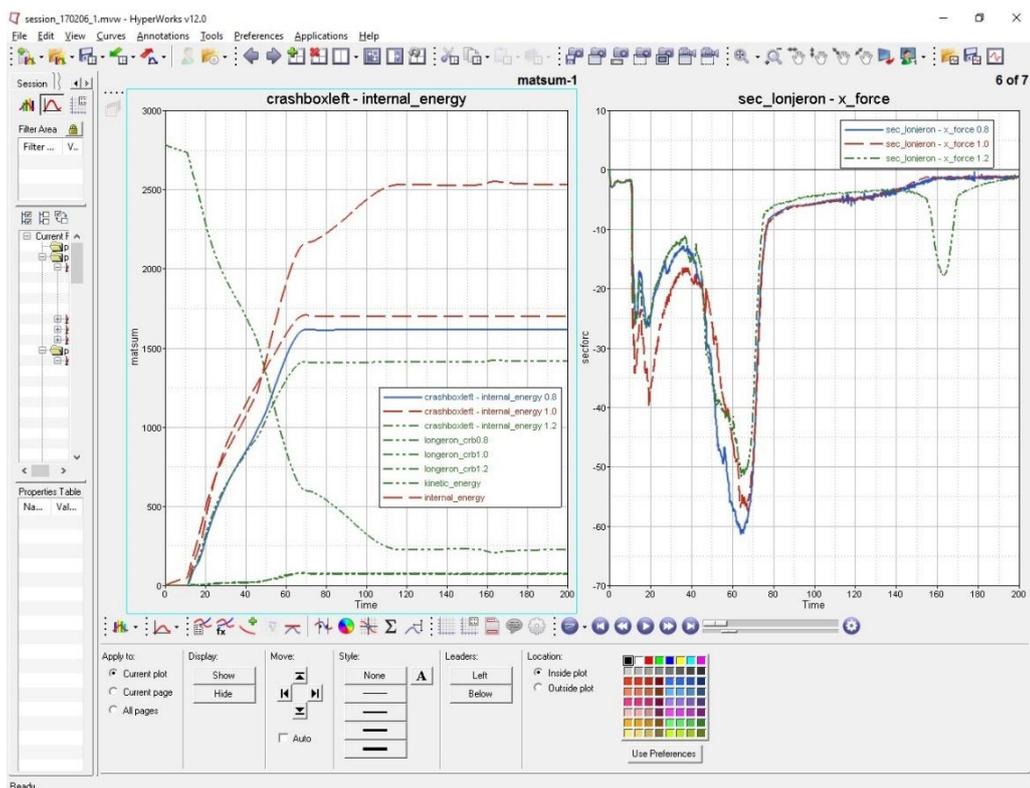


Рисунок 3.12

Показана внутренняя энергия для различных толщин crash-бокса и усилие в сечении лонжерона вдоль продольной оси (рис. 3.12). Как видно из рисунка увеличение толщины crash-бокса с 0.8 до 1.0 мм повысило значение поглощённой энергии. Однако для crash-бокса с толщиной 1.2 мм значение поглощённой энергии ниже чем в варианте с толщиной 0.8 мм. Толщина 1.0 мм является оптимальной для рассмотренной конструкции энергопоглощающего элемента с точки зрения максимума внутренней энергии. Но при этом пиковые значения усилий в лонжероне для толщины crash-бокса 1.0 мм не являются оптимальными. Они выше чем в варианте с толщиной 1.2 мм, но ниже чем в варианте с толщиной 0.8. Поэтому вариант с толщиной 1.2 мм является оптимальным из рассмотренных с точки зрения снижения усилия на лонжерон при низкоскоростном ударе.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из приведенных вычислительных экспериментов можно сделать вывод:

1. Доказано, что при моделировании в HyperMesh и проведении математических расчётов низкоскоростного удара в программе Ls-Dyna, прочность crash-боксов рассчитывается более точно, чем при проведении физического удара.

2. С использованием автоматизированных методов проведения виртуальных испытаний позволяет на стадии проектирования деталей автомобиля, устранить ошибки в разработанной КД (конструкторской документации), что значительно снижает процесс проектирования автомобиля в целом и затраты на проведение физических испытаний и изготовлении более качественного автомобиля.

3. В результате вычислительного эксперимента с использованием программного обеспечения Altair:HyperWorks и Ls-Dyna, применяемого на предприятии ПАО «АВТОВАЗ» в отделе математического моделирования при предоставлении модели «передка» автомобиля «Приора», был произведен расчёт прочности балки бампера при низкоскоростном ударе (в программе Ls-Dyna) с выбранным материалом (MATL20 – абсолютно жесткий материал, в программе HyperMesh). Произведенный расчет через Ls-Dyna с толщиной crash-бокса в 0.8 мм, 1 мм и 1.2 мм. (для сравнительного анализа), показал что вариант с толщиной 1.2 мм является оптимальным из рассмотренных с точки зрения снижения усилия на лонжерон при низкоскоростном ударе.

4. Исследования, проведенные в рамках данной работы, могут быть использованы при конструировании следующих моделей автомобилей на ПАО «АВТОВАЗ».

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

### *Научная и методическая литература*

1. Абашев, В.М. Основы метода конечных элементов: учебное пособие / В.М. Бодров. – Москва : МАИ-Принт, 2008. – 82с.
2. Захарченко, Ф.П. Основы метода конечных элементов и его приложение к решению задач прочности ДЛА : Учеб. пособие / Ф. П. Захарченко, А. В. Иванов; Моск. гос. авиац. ин-т (техн. ун-т). - М. : Изд-во МАИ, 1995. – 19с.
3. Беляев, В.П. Испытания автомобилей: учебное пособие. / В.П. Беляев. – Челябинск: ЮУрГУ, 2013. – 293с.
4. Хусаинов, А. Ш. Пассивная безопасность автомобиля : учебное пособие / А. Ш. Хусаинов, Ю. А. Кузьмин. – Ульяновск : УлГТУ, 2011. – 89 с
5. Ключко, С.Л. Теория обработки металлов давлением : учеб. пособие. Ч. 1. Основы теории обработки металлов давлением / ТГУ ; Автомеханический ин-т ; каф. "Компьютерные технологии и обработка материалов давлением" Тольятти : ТГУ, 2007. - 291 с.
6. Гудцов, В.Н. Современный легковой автомобиль. Экология. Экономичность. Электроника. Эргономика : учебное пособие / В. Н. Гудцов. - 2-е изд., стер. - Москва : КноРус, 2013. - 448 с.
7. Метод конечных элементов в задачах виброакустики легкового автомобиля : учебное пособие / В. Е. Крутолапов, Н. С. Соломатин. - ТГУ. - Москва : Машиностроение-1, 2008. - 102 с.
8. Макаров, Е.Г. Сопротивление материалов с использованием вычислительных комплексов : учебное пособие для вузов / Е. Г. Макаров. - Гриф УМО. - Москва : Высш. шк., 2009. - 405с.
9. Городецкий, А.С. Компьютерные модели конструкций / А. С. Городецкий, И. Д. Евзеров. - Москва : АСВ, 2009. - 357 с.
10. Шатров, Б.В. Теоретические основы анализа конструкций с применением метода конечных элементов, Московский авиационный

институт — MacNeal-Schwendler Corporation., к.т.н. с.н.с. Шатров Б.В. — М.: 1998. — 101 с.

11. Холопов, И.С. Расчет плоских конструкций методом конечного элемента : учебное пособие / И. С. Холопов, И. В. Лосева. - Самара : СГАСУ , 2014. - 102 с

12. Харитоненко, А.А. Информационные технологии при проектировании : метод. указания к практ. работам / А. А. Харитоненко. - Липецк : Липец. гос. техн. ун-т : ЭБС АСВ, 2014. - 39 с.

13. Тухфатуллин, Б.А. Численные методы расчета строительных конструкций. Метод конечных элементов (теория и практика) учебное пособие / Б. А. Тухфатуллин. - Томск : Изд-во ТГАСУ, 2013. - 99 с

*Электронные ресурсы*

14. УММ по дисциплине "САПР в автомобиле- и тракторостроении" [Электронный ресурс]: лекция., Режим доступа: [http://window.edu.ru/resource/288/78288/files/cad\\_lab\\_pract.pdf](http://window.edu.ru/resource/288/78288/files/cad_lab_pract.pdf) свободный (дата обращения 05.02.2017).

15. Графический интерфейс комплекса ANSYS [Электронный ресурс] : учебное пособие., Режим доступа <http://bookre.org/reader?file=479611&pg=35> свободный (дата обращения 20.02.2017).

*Электронные ресурсы на иностранном языке*

16. Официальный сайт LS-DYNA [электронный ресурс]: руководство пользователя / LS-DYNA\_manual\_Vol\_II\_R7.1, 2014. Режим доступа: <http://www.dynasupport.com/manuals/ls-dyna-manuals/ls-dyna-manual-r-7.1-vol-ii>, свободный (дата обращения 24.03.2017).

17. Официальный сайт LS-DYNA [электронный ресурс]: руководство пользователя / LS-DYNA Manual Vol I R7.1, 2014. Режим доступа: <http://www.dynasupport.com/manuals/ls-dyna-manuals/ls-dyna-manual-r-7.1-vol-i>, свободный (дата обращения 24.03.2017).

18. Официальный сайт LS-DYNA [электронный ресурс]: руководство пользователя / LS-DYNA Manual Vol III R7.1, 2014. Режим доступа: <http://www.dynasupport.com/manuals/ls-dyna-manuals/ls-dyna-r7.1-keyword-manual-vol-iii>, свободный (дата обращения 24.03.2017).

19. Официальный сайт компании Altair [электронный ресурс] / Сведения о программном продукте Altair:HyperWorks. Режим доступа: <http://www.altairhyperworks.com/>, свободный (дата обращения 22.03.2017).

20. Официальный сайт ЕЭК ООН [электронный ресурс] / Сведения об организации ЕЭК ООН. Режим доступа: <http://www.unecce.org/trans/welcome.html>, свободный (дата обращения 15.03.2017)