

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Тольяттинский государственный университет  
Институт машиностроения  
Кафедра «Оборудование и технологии машиностроительного производства»

Г.В. Нахратова

# СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Практикум



© ФГБОУ ВО «Тольяттинский  
государственный университет», 2018

ISBN 978-5-8259-1213-4

УДК 378.091  
ББК74.480.25

Рецензенты:

канд. техн. наук, доцент Поволжского государственного  
университета сервиса *С.М. Бобровский*;  
канд. техн. наук, доцент кафедры «Оборудование и технологии  
машиностроительного производства» Тольяттинского  
государственного университета *Л.А. Резников*.

Нахратова, Г.В. Статистическая обработка результатов измерений :  
практикум / Г.В. Нахратова. – Тольятти : Изд-во ТГУ, 2018. – 1 оптический  
диск.

В практикуме изложены цель, задачи и программа практической работы, даны указания по подготовке к работе и порядку ее выполнения, рассмотрены основные виды выборок, их выбор при оценке стабильности и управляемости технологического процесса, а также метрологического обеспечения производства. Рассмотрен порядок проведения статистической обработки результатов измерений в процессе технологической операции.

Предназначен для студентов магистратуры, обучающихся по направлению 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств». Может быть использован на лабораторно-практических занятиях по дисциплине «Метрологическое обеспечение научно-исследовательских работ».

Текстовое электронное издание.

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом Тольяттинского государственного университета.

Минимальные системные требования: IBM PC-совместимый компьютер: Windows XP/Vista/7/8; PIII 500 МГц или эквивалент; 128 Мб ОЗУ; SVGA; CD-ROM; Adobe Acrobat Reader.

© ФГБОУ ВО «Тольяттинский  
государственный университет», 2018

Редактор *О.И. Елисеева*

Технический редактор *Н.П. Крюкова*

Компьютерная верстка: *Л.В. Сызганцева*

Художественное оформление,

компьютерное проектирование: *Г.В. Карасева, И.В. Карасев*

Дата подписания к использованию 21.02.2018.

Объем издания 1,4 Мб.

Комплектация издания: компакт-диск, первичная упаковка.

Заказ № 1-112-15.

Издательство Тольяттинского государственного университета

445020, г. Тольятти, ул. Белорусская, 14,

тел. 8 (8482) 53-91-47, [www.tltsu.ru](http://www.tltsu.ru)

## Содержание

|   |    |
|---|----|
| Введение .....                          | 5  |
| Основные термины и определения .....    | 7  |
| Оценка воспроизводимости процесса ..... | 15 |
| Вопросы для самоконтроля .....          | 26 |
| Библиографический список .....          | 27 |
| Приложение 1 .....                      | 29 |
| Приложение 2 .....                      | 32 |
| Приложение 3 .....                      | 34 |

## ВВЕДЕНИЕ

Переход России к рыночной экономике определил новые условия для деятельности отечественных фирм, предприятий и организаций не только на внутреннем рынке, но и на внешнем. Право предприятий на самостоятельность не означает вседозволенность в решениях, а заставляет знать, изучать и применять в своей практике принятые во всем мире «правила игры». Международное сотрудничество по любым направлениям и на любом уровне требует гармонизации этих правил с международными и национальными нормами.

В условиях современных торгово-экономических связей между государствами качество продукции является одним из главных показателей ее конкурентоспособности. Уверенность в высоком качестве продукции подтверждается положительными результатами измерений, контроля и испытаний на всех этапах жизненного цикла. Понятие «качество» включает соответствие требованиям функционирования (назначения) и потребителя, надежности, а также безопасности для жизни и здоровья потребителей и окружающей среды.

Законы «О защите прав потребителей», «О стандартизации», «О сертификации продукции и услуг», «Об обеспечении единства измерений» создали необходимую правовую базу для внесения существенных новшеств в организацию важнейших для экономики областей деятельности.

Знания в области стандартизации, сертификации, метрологического обеспечения производства и метрологии в одинаковой степени важны для специалистов по производству и реализации продукции, которые по-новому, осознанно и цивилизованно могут использовать возможности и преимущества этих знаний в качестве весомых составляющих конкурентоспособности.

Стандартизация, сертификация, метрологическое обеспечение, метрология и управление качеством неразрывно связаны между собой, их взаимозависимость в существенной степени определяет качество продукции. Любая форма стандартизации предполагает необходимость определения соответствия продукции установленным требованиям, что решается в процессе метрологического обеспечения производства выпускаемой продукции

с обязательным использованием измерений, контроля и испытаний. Можно сказать, что процесс установления соответствия продукции нормативным документам решается только при условии обеспечения единства измерения.

**Целью практикума** является усвоение методики обработки статистических данных с помощью компьютерных технологий (определение характеристик эмпирического распределения, построение гистограммы и проверка гипотезы нормального распределения).

#### **Задачи практикума**

1. Изучение видов выборок и области их применения.
2. Изучение основных теоретических положений статистического анализа состояния технологических процессов.
3. Изучение общих и конкретных функций управления процессом с помощью гистограмм.
4. Изучение методов построения и приобретение навыков их использования в условиях производства.
5. Приобретение знаний по технологии процесса управления, принятию управленческих решений в области метрологического обеспечения.

## ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

| <i>Термин</i>                                     | <i>Определение</i>  |
|---|---|
| Контролируемая партия продукции                   | Предназначенная для контроля совокупность единиц продукции одного наименования, типоразмера и исполнения, произведенная в течение определенного интервала времени в одних и тех же условиях |
| Объем партии                                      | Число единиц продукции, составляющих партию   |
| Выборка   | Изделие или определенная совокупность изделий, отобранных для контроля из партии или потока продукции   |
| Объем выборки                                     | Число изделий, составляющих выборку   |
| Показатель точности технологического процесса     | Величина, количественно характеризующая точность технологического процесса  |
| Показатель стабильности технологического процесса | Величина, количественно характеризующая стабильность технологического процесса  |
| Метод среднеквадратических отклонений             | Метод статического регулирования технологического процесса, характеризующийся тем, что о разладке процесса судят по выборочным среднеквадратическим отклонениям контролируемых параметров   |
| Метод размахов                                    | Метод статического регулирования технологического процесса, характеризующийся тем, что о разладке процесса судят по выборочным размахам контролируемых параметров                           |

### Термины теории вероятности и математической статистики

| <i>Термин</i>                   | <i>Определение</i>   |
|---------------------------------|--|
| Случайная величина              | Величина, при единичном определении которой может быть получено любое значение из установленного множества |
| Математическое ожидание         | Средневзвешенное по вероятностям значение случайной величины   |
| Среднеквадратическое отклонение | Взятое с положительным знаком из дисперсии   |
| Дисперсия случайной величины    | Математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания              |

| <i>Термин</i>          | <i>Определение</i>  |
|------------------------|---|
| Размах                 | Разность между наибольшим и наименьшим значениями контролируемого параметра выборки |
| Среднее арифметическое | Сумма известных значений рассматриваемой величины, деленная на их число             |

### **Статистический анализ состояния технологических процессов**

Освоение статистических методов в производстве следует начинать с применения самого простого инструмента контроля качества – с гистограммы.

Гистограмма – инструмент представления данных, сгруппированных по частоте попадания в определенный интервал (заранее заданный). Это столбиковая диаграмма, служащая для графического представления имеющейся количественной информации.

#### **Порядок построения гистограммы**

1. По полученным данным выборки определить величину размаха исходя из наибольшего и наименьшего значения размеров деталей:

$$R = x_{\max} - x_{\min},$$

где  $x_{\max}$  – наибольшее значение размера детали в выборке;  $x_{\min}$  – наименьшее значение размера в выборке.

2. Размах разбить на  $k$  интервалов.

Число интервалов рекомендуется принимать в зависимости от числа данных выборки (см. табл. 1).

Таблица 1

Количество интервалов в зависимости от числа измерений

|          |        |         |          |            |
|----------|--------|---------|----------|------------|
| <i>m</i> | 40–100 | 100–600 | 500–1000 | 1000–10000 |
| <i>k</i> | 7–9    | 8–12    | 10–16    | 12–22      |

3. Определить цену разряда (ширину участка).

Разность между  $x_{\max}$  и  $x_{\min}$  делят на число интервалов и полученное число округляют до целого:

$$C = (x_{\max} - x_{\min})/k = R/k,$$

где  $k = (8-12)$ .



4. Подсчет частот эмпирического распределения.

В различных интервалах подсчитывают частоту попадания соответствующего размера. Частота попадания размера в заданный интервал –  $m$ .

Частость – это отношение частоты к величине выборки.

5. Определить середину интервала (центральное значение  $x$ ).

$$X_i = (\text{нижн. гр. знач.} + \text{верх. гр. знач.})/2.$$

6. Используя результаты измерений деталей, заполнить таблицу подсчета частот эмпирического распределения.

| № п/п | Интервал | Середина интервала, $x_i$ | Частота, $m_i$ | Частость, $m_i/n$ | Накопленная частость | $x_i \cdot m_i$ | $(x_i - \bar{x})^2$ |
|-------|----------|---------------------------|----------------|-------------------|----------------------|-----------------|---------------------|
|       |          |                           |                |                   |                      |                 |                     |
|       |          |                           |                | $\Sigma = 1$      |                      |                 |                     |

### Величина статистических характеристик распределения

1. Определить выборочное среднее для оценки математического ожидания:

$$\bar{x} = \frac{\sum m_i x_i}{n},$$

где  $m_i$  – частота попадания размера в данном интервале;  $x_i$  – середина данного интервала;  $n$  – объем выборки;  $k$  – количество интервалов.

2. Определить среднее квадратичное отклонение

$$\sigma = S = \sqrt{\frac{\sum m_i (x_i - \bar{x})^2}{n}},$$

где  $m_i$  – частота попадания размера в данном интервале;  $x_i$  – середина интервала;  $n$  – объем выборки.

3. Построить график гистограммы.

По оси абсцисс откладывают значения параметров качества, по оси ординат – частоту. Для каждого участка строят прямоугольник (столбик) с основанием, равным ширине интервала (участка); высота его соответствует частоте попаданий в этом интервале.

Далее на гистограмме проводят кривую распределения данных по частоте через середины интервалов, включая нижние и верхние пределы так, что легко понять вид распределения гистограммы.

## Анализ гистограмм

При построении гистограмм могут встретиться семь случаев.

1. **Обычный тип** (симметричный, или колоколообразный). Наивысшая частота оказывается в середине основания гистограммы и постепенно снижается к обоим концам. Форма симметрична (рис. 1). Такая гистограмма по внешнему виду приближается к нормальной (гауссовской) кривой, и можно предполагать, что ни один из факторов, влияющих на исследуемый процесс, не преобладает над другими.

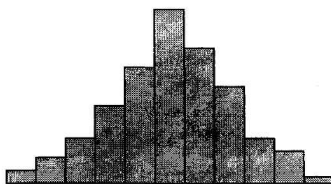


Рис. 1. Обычный тип

*Примечание.* Эта форма встречается чаще всего. В этом случае среднее значение случайной величины (применительно к технологической операции – это показатель уровня настроенности) близко к середине основания гистограммы, а степень ее рассеяния относительно среднего значения (для технологических операций – это показатель точности) характеризуется крутизной снижения столбцов.

2. **Гребенка** (мультимодальный тип). Классы через один имеют более низкие частоты (рис. 2).

*Примечание.* Такая форма встречается, когда число единичных наблюдений, попадающих в класс, колеблется от класса к классу или когда действует определенное правило округления данных. Возможно, требуется осуществить расслоение данных, то есть определить дополнительные признаки для группировки наблюдаемых значений.

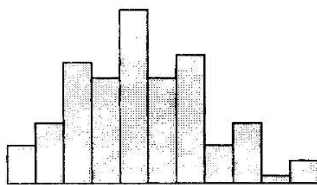


Рис. 2. Гребенка

3. **Положительно скошенное распределение** (отрицательно скошенное распределение). Среднее значение гистограммы локализуется справа (слева) от середины основания гистограммы. Частоты довольно резко спадают при движении влево (вправо) и, наоборот, медленно вправо (влево). Форма асимметрична (рис. 3).

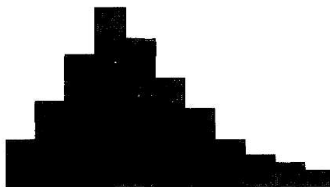


Рис. 3. Положительно скошенное распределение

*Примечание.* Такая форма встречается, когда нижняя (верхняя) граница регулируется либо теоретически, либо по значению допуска или когда левое (правое) значение недостижимо. В этом случае также можно предполагать, что на процесс оказывает преобладающее влияние какой-либо фактор, в частности, подобная форма встречается, когда имеет место замедленный (ускоренный) износ режущего инструмента.

Подобная гистограмма характерна также для распределения Рэ-ля, которое характеризует форму либо несимметричность изделия.

4. **Распределение с обрывом слева** (распределение с обрывом справа). Среднее арифметическое гистограммы локализуется далеко слева (справа) от середины основания. Частоты резко спадают при движении влево (вправо) и, наоборот, медленно вправо (влево). Форма асимметрична (рис. 4).

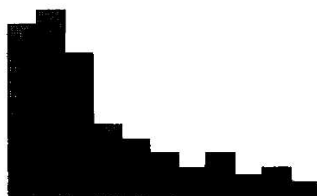


Рис. 4. Распределение с обрывом слева

*Примечание.* Это одна из тех форм, которые часто встречаются при 100-процентном просеивании изделий из-за плохой воспроизводимости процесса, а также когда проявляется резко выраженная положительная (отрицательная) асимметрия.

5. **Плато** (равномерное и прямоугольное распределения). Частоты в разных классах образуют плато, поскольку все классы имеют более или менее одинаковые ожидаемые частоты с конечными классами (рис. 5).

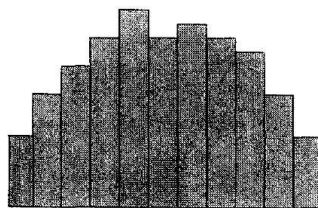


Рис. 5. Плато

*Примечание.* Такая форма встречается в смеси нескольких распределений, имеющих различные средние, но может также указывать на какой-либо преобладающий фактор, например, равномерный износ режущего инструмента.

6. *Двухпиковый тип* (бимодальный тип). В окрестностях середины основания частота низкая, зато есть по пику с каждой стороны (рис. 6).

*Примечание.* Такая форма встречается, когда смешиваются два распределения с далеко отстоящими средними значениями, то есть имеет смысл провести расслоение данных. Такую же форму гистограммы можно наблюдать и в случае, когда какой-либо преобладающий фактор меняет свои характеристики, например, если режущий инструмент имеет сначала ускоренный, а затем замедленный износ.

7. *Распределение с изолированным пиком.* Наряду с распределением обычного типа появляется маленький изолированный пик (рис. 7).

*Примечание.* Такая форма появляется при наличии малых включений данных из другого распределения или ошибки измерения. При получении подобной гистограммы следует прежде всего проверить достоверность данных, а в том случае, когда результаты измерений не вызывают сомнения, продумать обоснованность выбранного способа разбиения наблюдаемых значений на интервалы.

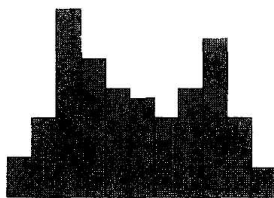


Рис. 6. Двухпиковый тип

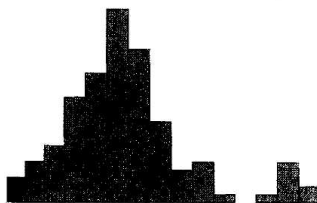


Рис. 7. Распределение с изолированным пиком

### Оценка процесса по гистограммам

При использовании гистограмм для оценки качества процесса на шкале значений наблюдаемого параметра отмечают нижнюю (НГД) и верхнюю (ВГД) границы поля спецификации (поля допуска) и через эти точки проводят две прямые, параллельные столбцам гистограммы.

Если вся гистограмма оказывается внутри границ поля спецификации (рис. 8), процесс статистически устойчив и не требует никакого вмешательства.

Если левая и правая границы гистограммы совпадают с границами поля спецификации (рис. 9), то желательно уменьшить разброс

процесса, так как любое воздействие может привести к появлению изделий, не удовлетворяющих допуску.

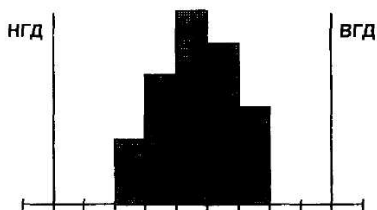


Рис. 8. Распределение внутри поля допуска

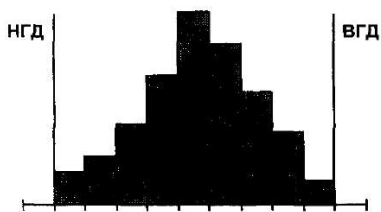


Рис. 9. Совпадение с границами поля допуска

Если часть столбцов гистограммы оказывается за границами поля спецификации (рис. 10–12), то необходимо провести регулировку процесса так, чтобы сместить среднее ближе к центру поля допуска (рис. 10, 12) или уменьшить вариации, чтобы добиться меньшего разброса (рис. 11, 12).

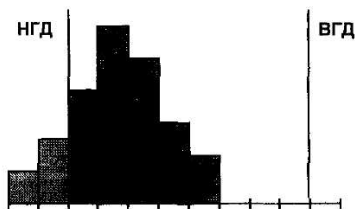


Рис. 10. Распределение с выходом за нижнюю границу поля допуска

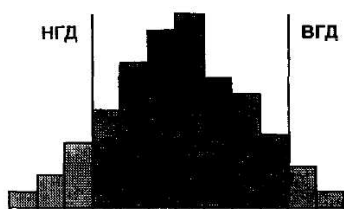


Рис. 11. Распределение с выходом за обе границы поля допуска

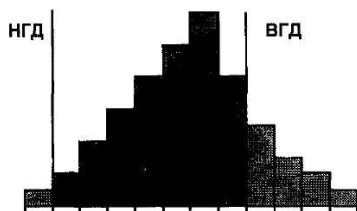


Рис. 12. Распределение с выходом за верхнюю границу поля допуска

В тех случаях, когда известна норма, отмечают прямыми линиями верхнюю и нижнюю границы нормы (величина допуска) для сравнения с ними распределения, выраженного гистограммой. При взгляде на гистограмму в этом случае сразу видно, попадает ли гистограмма в интервал между контрольными границами. При сравнении гистограммы с нормой или с запланированными значениями могут иметь место разные случаи.

1. Среднее значение  $X$  распределения находится посередине между контрольными границами, разброс не выходит за пределы нормы. Наиболее желательное положение — когда ширина между контрольными нормативами примерно в 8 раз больше стандартного отклонения  $S$ .

2. Гистограмма полностью входит в интервал, ограниченный контрольными нормативами, но разброс значений велик, края гистограммы находятся почти на границах нормы (ширина нормы в 5–6 раз больше стандартного  $S$ ). При этом существует возможность появления брака, поэтому необходимы меры по уменьшению разброса.

3. Разброс невелик по сравнению с шириной нормы, но из-за большого смещения среднего значения  $X$  в сторону нижней границы нормы появляется брак. Необходимы меры, способствующие перемещению среднего значения к средней точке между контрольными нормативами.

4. Среднее значение находится посередине между контрольными нормативами, но из-за большого разброса края гистограммы выходят за границы нормы, т. е. появляется брак. Необходимы меры по уменьшению разброса.

5. Среднее значение смещено относительно центра нормы, разброс велик, появляется брак. Необходимы меры по перемещению среднего значения к средней точке между контрольными нормативами и уменьшению разброса.

Когда выяснено, что гистограмма следует гауссову (нормальному) распределению, становится возможным исследование воспроизводимости процесса.

# ОЦЕНКА ВОСПРОИЗВОДИМОСТИ ПРОЦЕССА

## Понятие воспроизводимости процесса

Целью системы управления процессом является принятие экономически верных решений, связанных с выработкой оптимальных воздействий. Это требует введения критериев, позволяющих количественно оценить полезность мероприятий.

Рассмотрим случаи поведения технологического процесса, представленные на рис. 13.

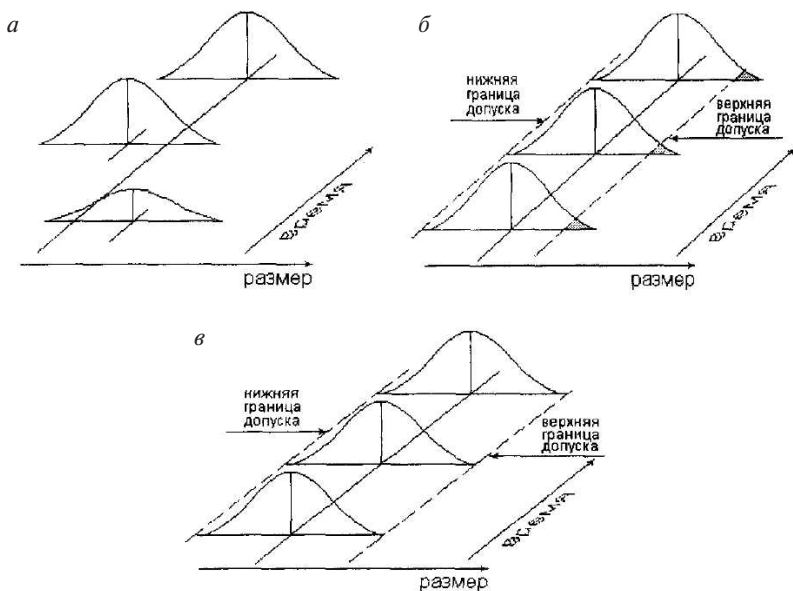


Рис. 13. Иллюстрация статистической управляемости и воспроизводимости процесса: *а* – неуправляемое состояние; *б* – управляемое состояние, процесс не настроен на середину поля допуска; *в* – управляемое состояние, процесс настроен на середину поля допуска

На рис. 13, *а*, процесс находится в статистически неуправляемом состоянии (последовательным временным отсчетам соответствуют распределения случайной величины с различными параметрами). В результате организационных мероприятий (устранение особых причин) процесс приведен в статистически управляемое

состояние (рис. 13, б). Однако продукция не соответствует запросам потребителя, так как часть изделий лежит вне поля допуска. Положение процесса, показанное на рис. 13, в, должно удовлетворить и производителя, и потребителя: процесс статистически управляем и находится в поле допуска.

Количественно охарактеризовать качество производства в общем случае возможно путем расчета с помощью формул для вычисления вероятности процента несоответствий, оказавшихся вне поля допуска.

Достаточно часто в производстве наблюдаются процессы, статистические свойства которых соответствуют нормальному закону распределения случайных величин. В этом случае доля несоответствий вычисляется как вероятность попадания контролируемого параметра за границы поля допуска (на рис. 14 это площадь заштрихованной области), то есть по формуле

$$P = \Phi_0\left(\frac{m - \text{ВГД}}{\sigma}\right) + \Phi_0\left(\frac{m - \text{НГД}}{\sigma}\right),$$

где  $\Phi_0$  – функция Лапласа;  $m$  – математическое ожидание;  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение нормального распределения; НГД и ВГД – нижняя и верхняя границы поля допуска.

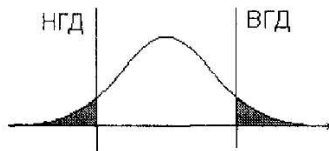


Рис. 14. Границы поля допуска

Однако на практике для оценки качества производства пользуются понятием «воспроизводимость». Так как 99,7 % значений нормальной случайной величины попадает в интервал  $6\sigma$ , то доля несоответствующих изделий тесно связана с взаимным расположением этого интервала и поля допуска. Коэффициенты, характеризующие это расположение, называются индексами воспроизводимости.

*Воспроизводимость процесса* определяется как полный размах присущей стабильному процессу изменчивости, оцениваемый как



интервал длиной шесть стандартных отклонений ( $6s$ ). Количественно привязка данного понятия к конкретным условиям настройки процесса (разброс и центрированность относительно поля спецификации) оценивается индексами воспроизводимости  $C_p$ ,  $C_{pk}$ .

При интерпретации воспроизводимости процесса с помощью указанных индексов примем следующие предположения:

- индивидуальные измерения соответствуют нормальному распределению;
- процесс статистически управляем;
- конструкторской целью является центр поля допуска (здесь рассматривается вариант двустороннего симметричного допуска).

### Расчет индексов воспроизводимости

Определим структуру индексов и порядок их вычисления.

*Индекс воспроизводимости  $C_p$*  показывает, как соотносятся ширина поля допуска и изменчивость статистически устойчивого процесса, то есть можно ли ожидать, что разброс контролируемого параметра окажется в границах поля спецификации.

Индекс  $C_p$  равен отношению ширины поля допуска к полному размаху присущей стабильному процессу изменчивости.

Введем обозначения:

НГД — нижняя граница поля допуска,

ВГД — верхняя граница поля допуска,

$\Delta$  — ширина поля допуска.

Вычисление индекса воспроизводимости  $C_p$  проводится по формуле

$$C_p = \Delta/6s.$$

Здесь  $\Delta = \text{ВГД} - \text{НГД}$ .

Иллюстрация введенных обозначений показана на рис. 15.

Случай 1 (базовый). Показан на рис. 15, *а*. В фиксированное поле допуска укладывается  $6s$  процесса, т. е.  $\Delta = 6s$  ( $C_p = 1$ ). При этом настроенный на центр поля допуска процесс содержит 0,27 % несоответствий.

Случай 2 (рис. 15, *б*). Пусть  $6s_1 < \Delta$ . Тогда  $C_p > 1$ , и число несоответствий окажется весьма малым.

Случай 3 (рис. 15, б). Пусть  $6s_2 > \Delta$ , соответственно  $C_p < 1$ . Изменчивость процесса велика, и число несоответствий превзойдет порог 0,27 %.

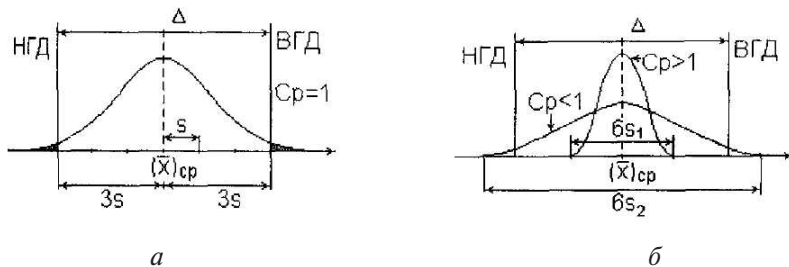


Рис. 15. Положение процесса относительно поля допуска для вариантов  $C_p$ : а —  $C_p = 1$ ; б —  $C_p < 1$ ,  $C_p > 1$

Итак, при зафиксированном поле допуска эффективность действий по управлению процессом, направленных на снижение изменчивости (уменьшение  $s$ ), ясно и понятно характеризуется ростом индекса  $C_p$ . Считаются общепринятыми следующие оценки процесса с помощью  $C_p$ :

- 1)  $C_p < 1$  — неудовлетворительно;
- 2)  $1,00 < C_p < 1,33$  — удовлетворительно;
- 3)  $C_p > 1,33$  — хорошо.

*Примечание.* Согласно стандарту предприятия (СТП) при оценке технологической точности обработки используется критерий запаса точности, который немного отличается от введенного выше индекса  $C_p$ . При его расчете берется отношение ширины поля допуска к полю рассеяния значений  $w$ :

$$w = k_n \cdot x_i \cdot s,$$

где  $x_i$  — результат измерений;  $s$  — стандартное отклонение;  $k_n$  — поправочный коэффициент, зависящий от объема выборки, причем его величина такова, что поле рассеяния оказывается в большинстве случаев несколько шире, чем  $6s$ .

Индекс воспроизводимости  $C_{pk}$  характеризует настроенность процесса на центр поля допуска.

Индекс равен отношению разности между средним процесса и ближайшим пределом поля допуска к половине присущей стабильному процессу изменчивости.

Введем обозначения:

$$d_{\text{ВГД}} = \text{ВГД} - (X_{\text{ср}})_{\text{ср}},$$

$$d_{\text{НГД}} = (X_{\text{ср}})_{\text{ср}} - \text{НГД},$$

$$d_{\text{min}} = \min(d_{\text{ВГД}}, d_{\text{НГД}}),$$

$$Z_{\text{ВГД}} = d_{\text{ВГД}}/s,$$

$$Z_{\text{НГД}} = d_{\text{НГД}}/s,$$

$$Z_{\text{min}} = \min(Z_{\text{ВГД}}, Z_{\text{НГД}}).$$

Тогда индекс воспроизводимости  $C_{pk}$  вычисляется по формуле

$$C_{pk} = Z_{\text{min}} : 3.$$

Заметим, что для одностороннего поля допуска формулы определения индекса сходны, но при этом  $Z_{\text{min}}$  равно  $Z_{\text{ВГД}}$  или  $Z_{\text{НГД}}$  в зависимости от случая расположения границы поля допуска.

Промежуточный расчет величин  $Z$  при вычислении  $C_{pk}$  удобен тем, что позволяет при необходимости оперативно оценить по таблицам стандартного нормального распределения количество единиц продукции, которые могут оказаться вне поля спецификации.

Простейший анализ формулы для вычисления  $C_{pk}$  показывает, что при постоянном стандартном отклонении процесса качество процесса улучшается с ростом индекса. Между тем для управления процессом недостаточна оценка только одного этого индекса.

На рис. 16 показаны варианты расположения управляемого процесса в поле симметричного допуска.

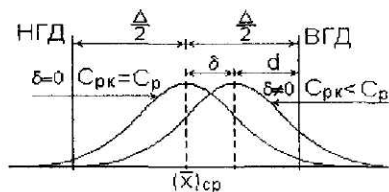


Рис. 16. Варианты расположения управляемого процесса в поле допуска

Введем в рассмотрение параметр  $\delta$ , связывающий отклонение центра настройки процесса от центра поля допуска и характеризующий этим эффективность управления настройкой. Согласно схеме на рис. 16

$$\delta = 0,5\Delta - d.$$

Управление процессом должно быть направлено на уменьшение  $\delta$ . При этом число несоответствующих изделий уменьшится, качество процесса улучшится, достигая оптимального значения при  $\delta = 0$ .

Индексы  $C_p$  и  $C_{pk}$  удобно рассмотреть совместно, учитывая их связь с помощью отношения  $C_{pk} = C_p - \delta/3s$ .

Из выражения видно:

- величина  $C_{pk}$  не превосходит величины  $C_p$ ;
- при  $\delta = 0$  получим  $C_{pk} = C_p$ .

Геометрическая иллюстрация к сказанному представлена на рис. 17.

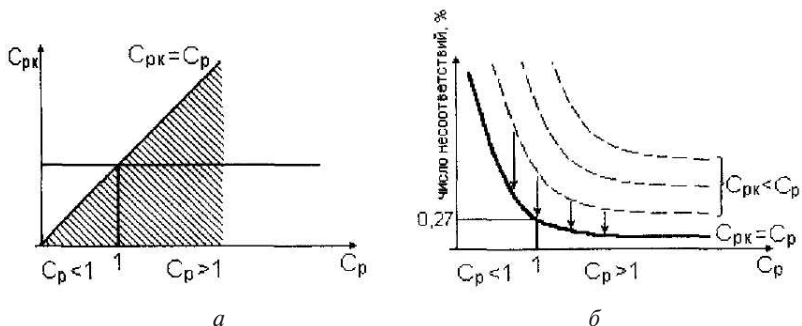


Рис. 17. К вопросу о связи величин индексов  $C_p$  и  $C_{pk}$ :  
 а – область выбора величины  $C_{pk}$ ; б – минимизация числа несоответствий выбором величины  $C_{pk}$

Область возможных значений  $C_{pk}$  лежит ниже прямой  $C_{pk} = C_p$ . Отсюда следуют простые рассуждения. При оптимальной настроенности процесса на середину допуска число экземпляров несоответствующей продукции связывается с величиной  $C_p$  и не может быть уменьшено.

На рис. 17, б, схематично отражено число несоответствующих изделий в зависимости от настройки (индекс  $C_{pk}$ ) изделий. Поло-

жение кривой  $C_{pk} = C_p$  отражает их предельное количество. Путь по стрелке соответствует направлению регулирования по индексу  $C_{pk}$  при заданном  $C_p$ .

Таким образом, общий алгоритм управления процессом при заданном поле допуска реализуется в виде итерационного процесса, состоящего из последовательно реализуемых шагов, удовлетворяющих направлению

$$s \rightarrow 0, C_{pk} \rightarrow C_p.$$

### **Программа работы**

1. Уяснить цель и задачи работы.
2. Ознакомиться с руководством пользователя программы «Статистическая обработка результатов измерений».
3. Получить вариант измерения партии деталей на компьютере, внести исходные данные в протокол (прил. 1).
4. Выполнить статистическую обработку и заполнить графы и строки табл. 1 прил. 1.
5. Построить график эмпирической кривой распределения (гистограммы и полигона). Рассчитать характеристики распределения.
6. Осуществить проверку гипотезы нормального распределения.

### **Обработка статистических данных**

Определить величину размаха: по наибольшему и наименьшему значениям действительных размеров деталей вычислить размах.

$$R = d_{\max} - d_{\min} = 19,975 - 19,930 = 0,045;$$

$$R = X_{\max} - X_{\min} = 0,070 - 0,025 = 0,045.$$

### **Подсчет частот эмпирического распределения**

1. Размах разбить на  $k$  интервалов. По данным ВНИИМ, в зависимости от числа измерений  $m$  рекомендуется следующие значения  $k$  (табл. 1).

В нашем примере (табл. 1) число интервалов  $k$  принято равным 9.

2. Определить цену разряда:

$$C = (X_{\max} - X_{\min})/k = R/k = 0,045/9 = 0,005 \text{ мм},$$

причем отношение величины  $C$  к цене деления используемого измерительного устройства должно быть целым числом (цена деления прибора в мкм 1, 2, 5, 10).

3. Используя результаты измерения деталей, заполнить графы протокола подсчета частот эмпирического распределения.

| № п/п | Интервал | Середина интервала, $x_i$ | Частота, $m_i$ | Частость, $m_i/n$ | Накопленная частость | $x_i \cdot m_i$ | $(x_i - \bar{x})^2$ |
|-------|----------|---------------------------|----------------|-------------------|----------------------|-----------------|---------------------|
|       |          |                           |                |                   |                      |                 |                     |
|       |          |                           |                | $\Sigma = 1$      |                      |                 |                     |

### Вычисление статистических характеристик распределения

Вычисление среднего арифметического значения случайной величины (центр группирования размеров) в выборке и среднеквадратического отклонения или стандарта выборки из нее ( $\sigma \cong S$ ) с применением компьютерных программ «Статистика».

Для вычисления статистических характеристик распределения используем формулы

$$X = \sum_{i=1}^n \frac{m_i x_i}{n}; \quad S = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{m_i (x_i - \bar{X})^2}{n}},$$

где  $m_i$  – частота появления размера в  $i$ -м интервале;  $x_i$  – середина разряда, определяемая полусуммой границ  $i$ -го разряда;  $n$  – объем выборки.

Распечатать все графики и сравнить с расчетными.

### Аппроксимация нормального закона распределения теоретическим

Обычно по внешнему виду эмпирической кривой распределения определяется в первом приближении теоретический закон. В приведенном примере это закон нормального распределения. Для более точной оценки правильности выбранного закона ис-

пользуют различные критерии согласия, одним из которых, например, является критерий согласия, предложенный академиком А.Н. Колмогоровым.

Сущность этого метода заключается в определении критерия согласия Колмогорова по формуле:

$$I = \frac{|N'_x - N_{x_{\max}}|}{\sqrt{m}},$$

где  $N'_x$  – накопленная эмпирическая частота;  $N_x$  – накопленная теоретическая частота;  $m$  – частота.

Накопленные частоты определяются путем последовательного прибавления предыдущих частот  $\bar{m}_i$  к частоте рассматриваемого интервала. Очевидно, что накопленная частота в последнем интервале будет равна

$$\Sigma m_i = n.$$

Для определения накопленной теоретической частоты  $N'_x$ , необходимо определить теоретические значения частот  $m_i$  в каждом размерном интервале по формуле

$$m'_i = n \cdot c \cdot Zt/S,$$

где  $Zt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{t_i^2}{2}\right]$  – уравнение кривой закона нормального распределения в нормированном виде. Здесь

$$t_i = (x_i - C)/S.$$

Функция  $Zt$ , ее называют функцией Лапласа, табулирована в зависимости от значения аргумента  $t$ .

Расчет  $N'_x$  ведут последовательно, начиная с первого интервала, вычисляя  $t_i$ ,  $Zt$ ,  $m'_i$  и затем  $N'_x$ .

Находят  $|N'_x - N_{x_{\max}}|$ , затем рассчитывают  $\lambda$  и по табл. 2 значений критерия Колмогорова находят вероятность  $P(\lambda)$ .

Если в результате расчета окажется, что  $P(\lambda) > 0,05$  (это уровень значимости, наиболее часто применяемый в машиностроении), то опытное распределение может быть аппроксимировано законом нормального распределения. При  $P(\lambda) < 0,05$  нужно отыскивать другой закон.

Таблица 2

Значения вероятностей  $P(\lambda)$  (критерий согласия Колмогорова)

| $\lambda$ | $P(\lambda)$ | $\lambda$ | $P(\lambda)$ | $\lambda$ | $P(\lambda)$ | $\lambda$ | $P(\lambda)$ | $\lambda$ | $P(\lambda)$ |
|-----------|--------------|-----------|--------------|-----------|--------------|-----------|--------------|-----------|--------------|
| 0,30      | 1,000        | 0,60      | 0,8643       | 0,90      | 0,3927       | 1,40      | 0,0397       | 2,00      | 0,0007       |
| 0,35      | 0,9997       | 0,65      | 0,7920       | 0,95      | 0,3275       | 1,50      | 0,0222       | 2,10      | 0,0009       |
| 0,40      | 0,9972       | 0,70      | 0,7112       | 1,00      | 0,2700       | 1,60      | 0,0122       | 2,20      | 0,0001       |
| 0,45      | 0,9874       | 0,75      | 0,6272       | 1,10      | 0,1777       | 1,70      | 0,0062       | 2,30      | 0,0001       |
| 0,50      | 0,9639       | 0,80      | 0,5441       | 1,20      | 0,1122       | 1,80      | 0,0032       | 2,40      | 0,0000       |
| 0,55      | 0,9228       | 0,85      | 0,4653       | 1,30      | 0,0681       | 1,90      | 0,0015       | 2,50      | 0,0000       |

### Определение показателей приемочного контроля и процента брака в партии

Показателями приемочного контроля являются браковочное и приемочное число (табл. прил. 3). Для определения приемочного и браковочного числа используется закон распределения редких событий – закон Пуассона. Так как вероятность появления браковочного изделия в партии достаточно мала, закон записывается в следующем виде:

$$P(S, k) = \frac{a^k}{k!} e^{-a}.$$

Математическое ожидание числа  $k$  (число брака)  $a = S \cdot p = k$ , где  $S$  – величина выборки;  $p$  – доля дефектности партии (AQL).

### Определение процента брака в партии по показателям стабильности технологического процесса

1. Определить коэффициент точности технологического процесса.
2. По таблице прил. 3 определить его численное значение.



Коэффициент точности технологического процесса

$$K_T = C_p = \frac{\Delta}{6\sigma},$$

где  $\Delta = IT$ .

3. Определить коэффициент смещения по формуле

$$E = C_{pk} = \left| \frac{x - \bar{x}_{\text{ср}}}{\Delta} \right|.$$

4. Сделать вывод по данной выборке о состоянии технологического процесса.

### Содержание отчета

1. Цель работы и ее программа.
2. Протокол измерения деталей.
3. Подсчет частот  $m_i$  эмпирического распределения  $X$  (табл. 1 и 2 прил. 1).
4. График гистограммы и эмпирической кривой распределения значений случайности величины.
5. Наименование и характеристика прибора для измерения деталей.
6. Размеры (эскиз детали) и объем выборки в партии деталей.
7. Определение величины размаха  $R$  и принятого количества интервалов в зависимости от числа наблюдений.
8. Определение цены разрядов.
9. Результаты вычислений на компьютере по проверке гипотезы нормального распределения по данным большой выборки и уровню доверительной вероятности.

## Вопросы для самоконтроля

1. Теория вероятностей и ее практическое приложение в отраслях техники.
2. Назначение и характеристика измерительного прибора.
3. Размах или ширина распределения в выборке размеров деталей.
4. Что понимается под частотой и частотью?
5. Гистограмма и эмпирическая кривая распределения значений случайности величины.
6. Вычисление статистических характеристик распределения.
7. Проверка гипотезы нормального распределения, критерий согласия.
8. Что такое коэффициент точности?
9. Что такое коэффициент смещения?
10. Дать оценку воспроизводимости процесса.
11. Дать определение выборки.
12. Характеристика нормального закона распределения.
13. Дать определение допуска.
14. От чего зависит количество брака в партии?
15. В каком случае технологический процесс является статистически управляемым, а в каком нет?

## Библиографический список

### *Основная литература*

1. Нахратова, Г.В. Статистические методы контроля и управления качеством : учеб. пособие / Г.В. Нахратова. – Тольятти : ТГУ, 2007. – 96 с.
2. Нахратова, Г.В. Основы метрологии, стандартизации и сертификации : электрон. учеб.-метод. пособие / Г.В. Нахратова, А.Г. Схиртладзе. – Тольятти : Изд-во ТГУ, 2015. – 1 оптический диск.
3. Адлер, Ю.П. Управление качеством. Ч. 1. Семь простых методов : учеб. пособие для вузов / Ю.П. Адлер, Т.М. Полховская, П.А. Нестеренко. – М. : МИСИС, 1999. – 163 с.
4. Статистические методы повышения качества : [пер. с англ.] / под ред. Х. Кумэ. – М. : Финансы и статистика, 1990. – 304 с.
5. Схиртладзе, А.Г. Практикум по нормированию точности в машиностроении / А.Г. Схиртладзе, Я.М. Радкевич, И.А. Коротков. – М. : Славянская школа, 2003. – 326 с.

### *Дополнительная литература*

6. Митропольский, А.К. Техника статистических вычислений / А.К. Митропольский. – М. : Наука, 1971. – 576 с.
7. Солонин, И.С. Применение математической статистики в технологии машиностроения / И.С. Солонин. – Свердловск : Средне-Уральское изд-во, 1966. – 200 с.
8. Основы стандартизации в машиностроении : учеб. пособие для вузов / под ред. В.В. Бойцова. – М. : Изд-во стандартов, 1983. – 264 с.
9. Смирнов, Н.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений / Н.В. Смирнов, И.В. Дунин-Барковский. – М. : Наука, 1969. – 512 с.
10. Малинский, В.Д. Метрология, стандартизация и сертификация / В.Д. Малинский. – М. : Европейский центр по качеству, 2002. – 190 с.
11. Зябрева, Н.Н. Пособие к решению задач по курсу «Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения» / Н.Н. Зябрева, Е.И. Перельман, М.Я. Шегал. – М. : Высш. шк., 1977. – 207 с.

### *Справочники*

12. Палей, М.А. Справочник / М.А. Палей, А.Б. Романов, В.А. Брагинский. — 6-е изд. перераб. и доп. — Л. : Машиностроение, Ленинград. отд. — Т. 1. — 543 с.
13. Допуски и посадки : справочник / под ред. В.Д. Мягкова. — М. : Машиностроение, 1978. — Т. 1, 2.
14. Справочник контрольного мастера / А.К. Кутай [и др.]. — Л. : Лениздат, 1969.
15. Справочник контролёра машиностроительного завода / под ред. А.И. Якушева. — М. : Машиностроение, 1980. — 192 с.
16. Допуски и посадки: справочник : в 2 ч. / В.Д. Мягков [и др.]. — 6-е изд., перераб. и доп. — Л. : Машиностроение, Ленинград. отд., 1982. — Ч. 1. — 543 с.

### *Стандарты*

17. Основополагающие стандарты в области метрологического обеспечения. — М. : Государственный комитет СССР по стандартам, 1983. — 263 с.
18. ГОСТ 23501.001—83. Классификация и обозначение стандартов. — М. : Государственный комитет СССР по стандартам, 1978. — 5 с.
19. Единая система конструкторской документации. — М. : Государственный комитет СССР по стандартам, 1978. — 335 с.

**Пример выполнения работы***Исходные данные*

Номинальный диаметр: 28,000 мм

Верхнее отклонение: 0,000 мм

Нижнее отклонение: –0,033 мм

Выборка: 27,967; 27,968; 27,971; 27,973; 27,974; 27,976; 27,976;  
 27,976; 27,977; 27,978; 27,978; 27,978; 27,979; 27,979; 27,979; 27,980;  
 27,980; 27,980; 27,981; 27,981; 27,981; 27,982; 27,982; 27,983; 27,983;  
 27,984; 27,984; 27,985; 27,985; 27,986; 27,986; 27,986; 27,986; 27,987;  
 27,987; 27,987; 27,988; 27,988; 27,988; 27,989; 27,989; 27,990; 27,991;  
 27,991; 27,991; 27,993; 27,994; 27,996; 27,999; 28,000.

1. Определить наибольшее и наименьшее значение в выборке ( $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$ ).

2. Определить ширину размерного интервала (размах):

$$R = 28,000 - 27,967 = 0,033.$$

3. Определить разряд класса  $c = R/8 - 12$ .

4. Составить и заполнить табл. 1.

Таблица 1

| №  | Интервалы<br>границ | $m_i$ | $m_i/n$ | Накопленная<br>частость | Середина<br>$x_{\text{ср}}$ | $m_i \cdot x_i$ |
|----|---------------------|-------|---------|-------------------------|-----------------------------|-----------------|
| 1  | 27,967–27,970       | 2     | 0,04    | 0,04                    | 27,968                      | 55,937          |
| 2  | 27,970–27,973       | 2     | 0,04    | 0,08                    | 27,971                      | 55,943          |
| 3  | 27,973–27,976       | 4     | 0,08    | 0,16                    | 27,974                      | 111,898         |
| 4  | 27,976–27,979       | 6     | 0,12    | 0,28                    | 27,977                      | 167,865         |
| 5  | 27,979–27,982       | 9     | 0,18    | 0,46                    | 27,980                      | 251,824         |
| 6  | 27,982–27,985       | 6     | 0,12    | 0,58                    | 27,983                      | 167,901         |
| 7  | 27,985–27,988       | 10    | 0,2     | 0,78                    | 27,986                      | 279,865         |
| 8  | 27,988–27,991       | 6     | 0,12    | 0,9                     | 27,989                      | 167,937         |
| 9  | 27,991–27,994       | 2     | 0,04    | 0,94                    | 27,992                      | 55,985          |
| 10 | 27,994–27,997       | 1     | 0,02    | 0,96                    | 27,995                      | 27,995          |
| 11 | 27,997–28,000       | 2     | 0,04    |                         | 27,998                      | 55,997          |
|    | Итого:              | 50    | 1       | 1                       |                             | 1399,148        |

6. Определить выборочное среднее – оценку математического ожидания:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i \cdot M_i.$$

Подставляя значения, получим

$$\bar{x} = \frac{1}{50} \cdot 1399,148 = 27,98296.$$

7. Определить через выборочную дисперсию среднеквадратичное отклонение  $\sigma$ .

$$\sigma = S = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_{i\text{ср}} - \bar{x})^2 \cdot m_i}.$$

Подставляя значения, получаем  $S = 0,0072076$ .

8. Построить гистограмму и полигон.

9. Определить критерий согласия Колмогорова.

10. Составить табл. 2.

Таблица 2

| №  | $X_i$  | $t_i$ | $Z_i$ | $n'$  | $m$ | $N'_x$ | $N_x$ | $N'_x - N_x$ |
|----|--------|-------|-------|-------|-----|--------|-------|--------------|
| 1  | 27,968 | 1,942 | 0,061 | 1,269 | 2   | 1,269  | 2     | 0,731        |
| 2  | 27,971 | 1,526 | 0,124 | 2,580 | 2   | 3,849  | 4     | 0,151        |
| 3  | 27,974 | 1,109 | 0,216 | 4,495 | 4   | 8,344  | 8     | 0,344        |
| 4  | 27,977 | 0,694 | 0,313 | 6,514 | 6   | 14,858 | 14    | 0,858        |
| 5  | 27,980 | 0,277 | 0,384 | 7,991 | 9   | 22,849 | 23    | 0,151        |
| 6  | 27,983 | 0,139 | 0,395 | 8,220 | 6   | 31,069 | 29    | 2,069        |
| 7  | 27,986 | 0,555 | 0,342 | 7,117 | 10  | 38,186 | 39    | 0,814        |
| 8  | 27,989 | 0,971 | 0,249 | 5,181 | 6   | 43,367 | 45    | 1,633        |
| 9  | 27,992 | 1,387 | 0,152 | 3,163 | 2   | 46,53  | 47    | 0,47         |
| 10 | 27,995 | 1,803 | 0,078 | 1,623 | 1   | 48,153 | 48    | 0,153        |
| 11 | 27,998 | 2,220 | 0,034 | 0,707 | 2   | 48,86  | 50    | 1,14         |

$$t_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}; z_t = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}; n' = \frac{n \cdot c}{\sigma} \cdot z_t,$$

где  $m = 50$ ;  $c = 0,003$ ;  $\sigma = 0,007$ .

$$\lambda = \frac{|N'_x - N_x|_{\max}}{\sqrt{m}},$$

где  $|N'_x - N_x|_{\max}$  – из табл. 2.

Подставляя значения в формулу, получим

$$\lambda = \frac{2,069}{\sqrt{50}} = 0,2926,$$

где  $|N'_x - N_x|_{\max} = 2,069$  – из табл. 2. Если  $\lambda \approx 0,3$ , то

$$P(\lambda) = 1,0.$$

Вывод: расхождения между наблюдениями и теоретическими нормальными распределениями нет.

Определяем процент брака в партии по показателям стабильности технологического процесса:

$$K_T = C_P = \frac{\Delta}{6\sigma} = \frac{0,033}{6 \cdot 0,0072076} = 0,763,$$

где  $\Delta = IT = 0,033$ . Тогда

$$\frac{1}{K_T} = \frac{1}{0,763} = 1,3106.$$

Подсчитаем смещение размера от центра группирования:

$$\bar{x} = 27,9829;$$

$$x_{cp} = 27,9835.$$

$$E = C_{pk} = \left| \frac{\bar{x} - x_{cp}}{\Delta} \right| = \left| \frac{27,9829 - 27,9835}{0,033} \right| = 0,0181.$$

Определим процент брака по таблице прил. 3: 0,01 %.

Вывод: 99,99 % – годные детали.

Следовательно, вся партия годная.

Значения нормированной функции нормального

распределения  $\Phi(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

|     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|     | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| 0,0 | 0000 | 0040 | 0080 | 0120 | 0160 | 0199 | 0239 | 0279 | 0319 | 0359 |
| 0,1 | 0398 | 0438 | 0478 | 0517 | 0557 | 0596 | 0636 | 0675 | 0714 | 0753 |
| 0,2 | 0793 | 0832 | 0871 | 0909 | 0948 | 0987 | 1026 | 1064 | 1103 | 1141 |
| 0,3 | 1179 | 1217 | 1255 | 1293 | 1331 | 1368 | 1406 | 1443 | 1480 | 1517 |
| 0,4 | 1555 | 1591 | 1628 | 1664 | 1700 | 1736 | 1772 | 1808 | 1844 | 1879 |
| 0,5 | 1915 | 1950 | 1985 | 2019 | 2045 | 2088 | 3123 | 2157 | 2190 | 2224 |
| 0,6 | 2257 | 2291 | 2324 | 2357 | 2389 | 2422 | 2454 | 2486 | 2517 | 2549 |
| 0,7 | 2580 | 2611 | 2642 | 2673 | 2703 | 2734 | 2764 | 2794 | 2823 | 2852 |
| 0,8 | 2881 | 2910 | 2939 | 2967 | 2995 | 3023 | 3051 | 3078 | 3106 | 3133 |
| 0,9 | 3159 | 3186 | 3212 | 3238 | 3264 | 3289 | 3315 | 3340 | 3365 | 3389 |
| 1,0 | 3413 | 3438 | 3461 | 3485 | 3508 | 3531 | 3554 | 3577 | 3599 | 3621 |
| 1,1 | 3643 | 3665 | 3683 | 3708 | 3729 | 3749 | 3770 | 3790 | 3810 | 3830 |
| 1,2 | 3849 | 3869 | 3888 | 3907 | 3925 | 3944 | 3962 | 3980 | 3997 | 4015 |
| 1,3 | 4032 | 4049 | 4066 | 4082 | 4099 | 4115 | 4131 | 4147 | 4162 | 4177 |
| 1,4 | 4192 | 4207 | 4222 | 4236 | 4251 | 4265 | 4279 | 4292 | 4306 | 4319 |
| 1,5 | 4332 | 4345 | 4357 | 4370 | 4382 | 4394 | 4406 | 4418 | 4429 | 4441 |
| 1,6 | 4452 | 4463 | 4474 | 4484 | 4495 | 4505 | 4515 | 4525 | 4535 | 4545 |
| 1,7 | 4554 | 4564 | 4573 | 4582 | 4591 | 4599 | 4608 | 4616 | 4625 | 4633 |
| 1,8 | 4641 | 4649 | 4656 | 4664 | 4671 | 4678 | 4686 | 4693 | 4699 | 4706 |
| 1,9 | 4713 | 4719 | 4726 | 4732 | 4738 | 4744 | 4750 | 4756 | 4761 | 4767 |
| 2,0 | 4772 | 4778 | 4783 | 4788 | 4798 | 4798 | 4803 | 4808 | 4812 | 4817 |
| 2,1 | 4821 | 4826 | 4830 | 4834 | 4838 | 4842 | 4846 | 4850 | 4854 | 4857 |
| 2,2 | 4861 | 4865 | 4868 | 4871 | 4875 | 4878 | 4881 | 4884 | 4887 | 4890 |
| 2,3 | 4893 | 4896 | 4898 | 4901 | 4904 | 4906 | 4909 | 4911 | 4913 | 4916 |
| 2,4 | 4918 | 4920 | 4922 | 4925 | 4927 | 4929 | 4931 | 4932 | 4934 | 4936 |
| 2,5 | 4938 | 4940 | 4941 | 4943 | 4945 | 4946 | 4948 | 4949 | 4951 | 4952 |
| 2,6 | 4953 | 4955 | 4956 | 4957 | 4959 | 4960 | 4961 | 4962 | 4963 | 4964 |



|     | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 2,7 | 4965 | 4966 | 4967 | 4968 | 4969 | 4970 | 4971 | 4972 | 4973 | 4974 |
| 2,8 | 4974 | 4975 | 4976 | 4977 | 4977 | 4978 | 4979 | 4979 | 4980 | 4981 |
| 2,9 | 4981 | 4982 | 4982 | 4983 | 4984 | 4985 | 4985 | 4986 | 4986 | 4986 |
| 3,0 | 9865 | 9869 | 9874 | 9878 | 9882 | 9886 | 9889 | 9893 | 9896 | 9900 |
| 3,1 | 9903 | 9906 | 9909 | 9912 | 9916 | 9918 | 9921 | 9924 | 9926 | 9929 |
| 3,2 | 9931 | 9934 | 9936 | 9938 | 9940 | 9942 | 9944 | 9946 | 9948 | 9950 |
| 3,3 | 9952 | 9954 | 9955 | 9957 | 9958 | 9960 | 9961 | 9962 | 9964 | 9965 |
| 3,4 | 9966 | 9968 | 9969 | 9970 | 9971 | 9972 | 9973 | 9974 | 9975 | 9976 |
| 3,5 | 7674 | 7759 | 7842 | 7922 | 7999 | 8074 | 8146 | 8215 | 8282 | 8347 |

*Примечание.* Значение 0 для  $\Phi(z)$  опущено, а для  $Z = 3,0 + 3,49$  опущено 0,4 (помещены десятичные значения начиная со второго знака после запятой).

Пример:  $t = 3,25$ , а  $\Phi(z) = 0,49942$ . Для  $z \geq 3,50$  опущено 0,499.

Приложение 3

Значения дефектности  $q$  в процентах в зависимости от  $T_n$  и  $E$ :  
 нормальный закон и закон модуля нормального закона  $T_n = \frac{1}{K_T}$

| E     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $T_n$ | 0    | 0,02 | 0,05 | 0,08 | 0,10 | 0,12 | 0,15 | 0,18 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35 | 0,40 |
| 0,20  | 54,8 | 54,9 | 54,9 | 55,0 | 55,0 | 55,3 | 55,5 | 55,8 | 56,0 | 57,4 | 57,4 | 58,2 | 59,2 |
| 0,25  | 45,3 | 45,3 | 45,6 | 45,6 | 45,8 | 46,0 | 46,5 | 47,0 | 47,3 | 49,7 | 49,7 | 51,2 | 52,9 |
| 0,30  | 35,8 | 36,8 | 37,0 | 37,3 | 37,6 | 37,9 | 38,5 | 39,2 | 39,8 | 43,4 | 43,4 | 45,7 | 48,1 |
| 0,35  | 29,4 | 29,4 | 29,6 | 30,1 | 30,4 | 30,9 | 31,7 | 32,8 | 33,5 | 38,4 | 38,4 | 41,4 | 44,6 |
| 0,40  | 23,0 | 23,1 | 23,4 | 23,9 | 24,3 | 24,9 | 26,0 | 27,3 | 28,2 | 34,3 | 34,3 | 38,0 | 42,1 |
| 0,42  | 20,8 | 20,8 | 21,1 | 21,7 | 22,2 | 22,8 | 24,0 | 25,3 | 26,4 | 32,9 | 32,9 | 36,9 | 41,2 |
| 0,45  | 17,7 | 17,7 | 18,1 | 18,7 | 19,3 | 19,9 | 21,2 | 22,7 | 23,8 | 32,0 | 31,0 | 35,4 | 40,1 |
| 0,48  | 15,0 | 15,1 | 15,4 | 16,1 | 16,7 | 17,4 | 18,7 | 20,4 | 21,6 | 29,3 | 29,3 | 34,0 | 39,2 |
| 0,5   | 13,4 | 13,4 | 13,8 | 14,5 | 15,1 | 15,8 | 17,2 | 18,9 | 20,2 | 28,2 | 28,2 | 33,2 | 38,5 |
| 0,55  | 9,69 | 10,0 | 10,4 | 11,1 | 11,7 | 12,6 | 14,0 | 15,8 | 17,2 | 25,9 | 25,9 | 31,3 | 37,2 |
| 0,60  | 7,19 | 7,26 | 7,65 | 8,37 | 9,03 | 9,84 | 11,3 | 13,2 | 14,6 | 23,9 | 23,9 | 29,6 | 36,0 |
| 0,65  | 5,12 | 5,19 | 5,56 | 6,25 | 6,90 | 7,69 | 9,17 | 11,0 | 12,4 | 21,9 | 21,9 | 28,0 | 34,9 |
| 0,70  | 3,57 | 3,64 | 3,98 | 4,63 | 5,24 | 5,98 | 7,40 | 9,16 | 10,5 | 20,1 | 20,1 | 26,4 | 33,7 |
| 0,75  | 2,44 | 2,50 | 2,81 | 3,40 | 3,94 | 4,62 | 5,94 | 7,61 | 8,94 | 18,4 | 18,4 | 25,0 | 32,9 |
| 0,80  | 1,64 | 1,69 | 1,95 | 2,46 | 2,94 | 3,55 | 4,76 | 6,29 | 7,53 | 16,8 | 16,8 | 23,6 | 31,6 |
| 0,85  | 1,08 | 1,12 | 1,34 | 1,76 | 2,19 | 2,71 | 3,76 | 5,17 | 6,32 | 15,4 | 15,4 | 22,2 | 30,5 |
| 0,90  | 0,69 | 0,72 | 0,90 | 1,26 | 1,60 | 2,05 | 2,96 | 4,21 | 5,27 | 14,1 | 14,1 | 20,9 | 29,5 |
| 0,95  | 0,44 | 0,46 | 0,60 | 0,80 | 1,16 | 1,51 | 2,31 | 3,42 | 4,36 | 12,7 | 12,7 | 19,6 | 28,4 |
| 1,00  | 0,27 | 0,29 | 0,40 | 0,62 | 0,84 | 1,14 | 1,80 | 2,74 | 3,59 | 11,5 | 11,5 | 18,4 | 27,4 |
| 1,05  | 0,16 | 0,18 | 0,26 | 0,41 | 0,60 | 0,85 | 1,37 | 2,19 | 2,94 | 10,4 | 10,4 | 17,2 | 26,4 |
| 1,10  | 1,10 | 0,10 | 0,16 | 0,29 | 0,41 | 0,61 | 1,04 | 1,74 | 2,39 | 9,34 | 9,34 | 16,1 | 25,5 |
| 1,15  | 0,06 | 0,06 | 0,11 | 0,19 | 0,29 | 0,44 | 0,76 | 1,36 | 1,92 | 8,38 | 8,38 | 15,0 | 24,5 |
| 1,20  | 0,03 | 0,04 | 0,06 | 0,13 | 0,20 | 0,31 | 0,59 | 1,06 | 1,54 | 7,49 | 7,49 | 14,0 | 23,6 |
| 1,25  | 0,01 | 0,02 | 0,04 | 0,09 | 0,14 | 0,22 | 0,43 | 0,82 | 1,22 | 6,68 | 6,68 | 13,0 | 22,7 |
| 1,30  | 0,0  | 0,01 | 0,02 | 0,06 | 0,10 | 0,15 | 0,32 | 0,63 | 0,96 | 5,94 | 5,94 | 12,1 | 21,7 |
| 1,40  | 0,0  | 0,0  | 0,01 | 0,02 | 0,04 | 0,07 | 0,16 | 0,36 | 0,59 | 4,65 | 4,65 | 10,4 | 20,0 |
| 1,50  | 0,0  | 0,0  | 0,01 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,09 | 0,2  | 0,35 | 3,59 | 3,59 | 8,85 | 18,4 |
| 1,60  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,01 | 0,01 | 0,04 | 0,11 | 0,20 | 2,74 | 2,74 | 7,49 | 16,8 |
| 1,70  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,01 | 0,02 | 0,06 | 0,12 | 2,07 | 2,07 | 6,30 | 15,4 |
| 1,80  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,01 | 0,03 | 0,06 | 1,54 | 1,54 | 5,26 | 14,0 |
| 1,90  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,01 | 0,03 | 1,13 | 1,13 | 4,36 | 12,7 |
| 2,00  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,01 | 0,02 | 0,82 | 0,82 | 3,59 | 11,5 |