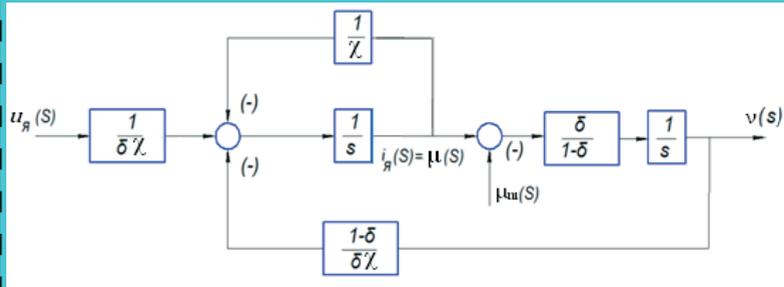
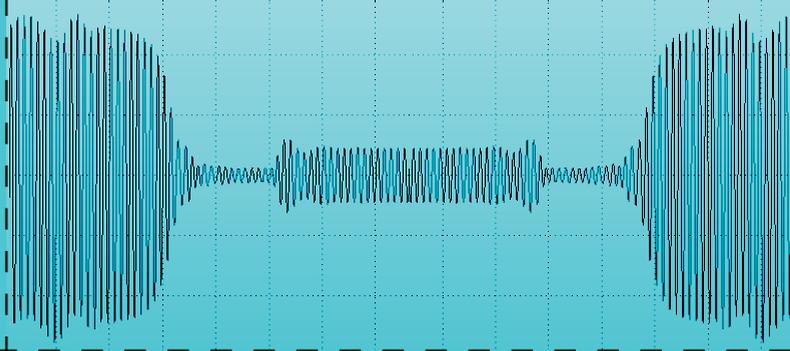
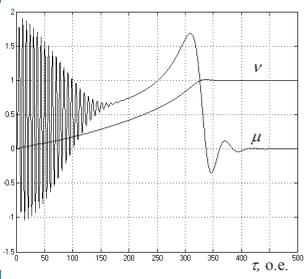
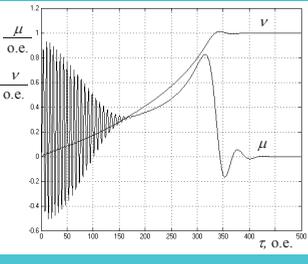
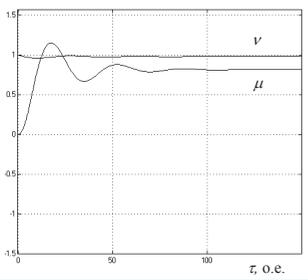
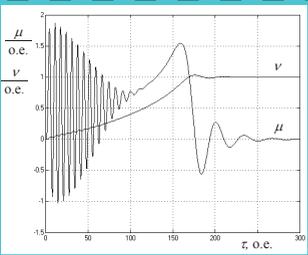


В.А. Денисов
 М.Н. Третьякова

ТЕОРИЯ И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ УСТРОЙСТВ И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ

Электронное учебное пособие



© ФГБОУ ВПО «Тольяттинский
 государственный университет», 2014

УДК 621.313(075.8)

ББК 31.261

Рецензенты:

д-р пед. наук, канд. техн. наук, профессор кафедры
«Сервис технических и технологических систем» Поволжского
государственного университета сервиса *Н.П. Бахарева*;
канд. техн. наук, профессор Тольяттинского государственного

университета *В.В. Брызгалов* для аннотации
изменением параметров блока Step (Step time = 1,50, Start value = 0,8) с помощью программы
0,8), установленные параметры соответствуют номинальным значениям статора и ротора двигателя
нагрузки в момент времени $t = 250$ при $\bar{u} = 0,8$.
Денисов, В.А. Теория и переходные процессы электромагнитных устройств и электромеханических преобразователей энергии : электронное учеб. пособие / В.А. Денисов, М.Н. Третьякова. – Тольятти : Изд-во ТГУ, 2014. – 1 оптический диск.

а)

В пособии рассмотрены элементы обобщенной теории электрических машин для математического описания различных типов электромеханических преобразователей энергии. Приведены модели исследования переходных процессов машин постоянного тока, силовых трансформаторов и асинхронных двигателей с учетом изменения нелинейных параметров и преобразователей в режимах пуска, сброса и наброса нагрузки и короткого замыкания с использованием пакета MATLAB – Simulink.

Предназначено для магистрантов, обучающихся по направлению подготовки 13.04.02 Электроэнергетика и электротехника.

Текстовое электронное издание

б)

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом Тольяттинского государственного университета.

Минимальные системные требования: IBM PC-совместимый компьютер: Windows XP/Vista/7/8; 500 МГц или эквивалент; 128 Мб ОЗУ; SVGA; Adobe Reader.

© ФГБОУ ВПО «Тольяттинский государственный университет», 2014

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	6
1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ОБОБЩЕННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ	8
1.1. Дифференциальные уравнения трехфазного трансформатора	8
1.2. Изображающие векторы электрических машин	11
1.3. Преобразование трехфазной машины к эквивалентной двухфазной	18
1.4. Дифференциальные уравнения двухфазной машины и их преобразование	22
2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН В ОБОБЩЕННОЙ ТЕОРИИ	27
2.1. Дифференциальные уравнения синхронной явнополюсной машины	27
2.2. Представление уравнений синхронной явнополюсной машины в относительных единицах	31
2.3. Математическое описание асинхронного двигателя в обобщенной теории электрических машин	35
2.4. Уравнения математического описания асинхронного двигателя в относительных единицах	38
2.5. Математическое описание машин постоянного тока в обобщенной теории электрических машин	41
3. ТЕХНОЛОГИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ В СРЕДЕ MATLAB	49
3.1. Назначение и возможности программного пакета MATLAB	49
3.2. Библиотека MATLAB&SIMULINK	49
3.3. Создание моделей в среде MATLAB&SIMULINK	57
3.4. Настройка модели и проведение исследований	62

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ ЭНЕРГИИ	77
4.1. Математические модели и переходные процессы в машинах постоянного тока	77
4.2. Моделирование трехфазного силового трансформатора	85
4.3. Моделирование процессов прямого пуска и изменения нагрузки асинхронного двигателя	90
4.4. Моделирование асинхронного двигателя с учетом насыщения магнитной цепи машины	97
4.5. Математическое моделирование частотного пуска асинхронного двигателя	101
Библиографический список	108

ВВЕДЕНИЕ

Электромеханические преобразователи энергии в большинстве случаев представлены электрическими машинами, состояние которых во многом определяет технический уровень промышленного производства и оказывает большое влияние на развитие всех областей деятельности человека. Электрические машины по объему производства, по мощности и разнообразию типов находятся в постоянном развитии. Вместе с тем электрическая машина должна рассматриваться в комплексе с другими устройствами, преобразователями и элементами автоматического регулирования. Успехи в названных направлениях определяются развитием теории, методов моделирования и экспериментальных исследований, а также методов расчета машин. Особое значение имеет развитие этих методов с учетом обеспечения оптимальных параметров, характеристик машин, влияния на процессы изменения активных и индуктивных сопротивлений, нелинейности магнитной цепи, характера связей между машиной и элементами регулирования.

Многообразие и сложность физических процессов, протекающих в электрических машинах, обуславливает математическое описание в виде нелинейных дифференциальных уравнений высокого порядка, которые трудно поддаются анализу и решению. В связи с этим более удобно и эффективно создавать простые обобщенные электрические машины, отображающие наиболее важные и общие функции электромеханического преобразования энергии. Уравнения обобщенной электрической машины дают возможность получать математическую модель любого электромеханического преобразователя для решения широкого класса задач.

Несмотря на относительно большое количество научных публикаций по вопросам электромеханического преобразования энергии, в учебной литературе по дисциплинам магистерской программы «Общая теория электромеханического преобразования энергии» недостает примеров математического моделирования и расчета с использованием современных вычислительных средств и комплексов. Это обстоятельство и послужило причиной для написания данного учебного пособия.

В учебном пособии теоретический материал подкреплён примерами расчёта преобразователей на основе моделей программы MATLAB – Simulink, которая обеспечивает современные алгоритмы моделирования, содержит удобные и наглядные средства анализа и идентификации, что способствует всестороннему пониманию физических процессов, протекающих в преобразователях, и лучшему усвоению методов их расчёта.

Содержание пособия изложено в четырёх главах, логически связанных между собой.

В первой главе пособия рассмотрены изображающие векторы электрических машин, преобразование трёхфазной машины к эквивалентной двухфазной, дифференциальные уравнения двухфазной машины и их преобразование.

Вторая глава посвящена математическому описанию электрических машин в обобщённой теории. Рассмотрены дифференциальные уравнения синхронной явнополюсной машины и асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором в естественных и относительных единицах, а также машин постоянного тока.

В третьей главе учебного пособия изложены принципы моделирования.

В четвертой главе рассмотрены вопросы моделирования переходных процессов в электромеханических преобразователях. Разработаны модели и исследованы режимы работы двигателя постоянного тока и трёхфазного силового трансформатора, процессы прямого пуска и изменения нагрузки асинхронного двигателя, а также частотного пуска асинхронного двигателя. Выявлено влияние на работу электромеханических преобразователей энергии насыщения их магнитной цепи.

1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ОБОБЩЕННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ

1.1. Дифференциальные уравнения трехфазного трансформатора

Трансформатор относится к группе электрических машин со взаимно неподвижными осями. Отличительной особенностью дифференциальных уравнений равновесия напряжений этих машин является отсутствие периодических коэффициентов при неизвестных. Математическое описание является наиболее простым, поэтому знакомство с переходными процессами в электромеханических преобразователях энергии начинается именно с трансформаторов.

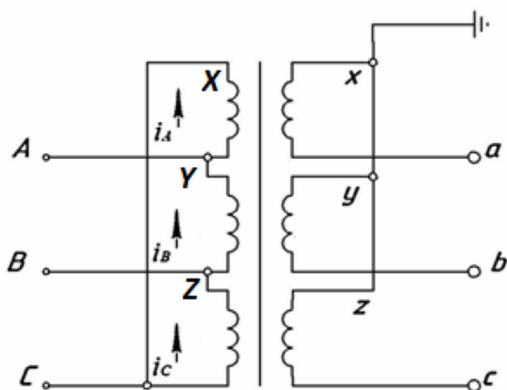


Рис. 1.1. Схема соединения обмоток силового трансформатора

Трехфазный силовой трансформатор (рис. 1.1) содержит шесть обмоток, соединенных по схеме соединения: первичные обмотки – треугольник; вторичные – звезда.

Уравнения равновесия электродвижущих сил (ЭДС) силового трансформатора для первичной обмотки имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} u_A - u_C = u_{AC} &= w_1 \cdot \frac{d\Phi_A}{dt} + L_{\sigma 1} \cdot \frac{di_A}{dt} + r_1 \cdot i_A; \\ u_B - u_A = u_{BA} &= w_1 \cdot \frac{d\Phi_B}{dt} + L_{\sigma 1} \cdot \frac{di_B}{dt} + r_1 \cdot i_B; \\ u_C - u_B = u_{CB} &= w_1 \cdot \frac{d\Phi_C}{dt} + L_{\sigma 1} \cdot \frac{di_C}{dt} + r_1 \cdot i_C, \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

где u_A, u_B, u_C – фазные напряжения первичной обмотки (мгновенные значения напряжений, подводимых к зажимам первичной обмотки); u_{AC}, u_{BA}, u_{CB} – линейные напряжения первичной обмотки; w_1 – число витков фазы первичной обмотки; Φ_A, Φ_B, Φ_C – фазные магнитные потоки; $L_{\sigma 1}, r_1$ – соответственно индуктивность рассеяния и активное сопротивление первичной обмотки; i_A, i_B, i_C – фазные токи первичной обмотки.

Уравнения трансформатора для вторичной обмотки

$$\left. \begin{aligned} -w_2 \frac{d\Phi_A}{dt} + L_{\sigma 2} \frac{di_a}{dt} + r_2 i_a + u_a &= 0; \\ -w_2 \frac{d\Phi_B}{dt} + L_{\sigma 2} \frac{di_b}{dt} + r_2 i_b + u_b &= 0; \\ -w_2 \frac{d\Phi_C}{dt} + L_{\sigma 2} \frac{di_c}{dt} + r_2 i_c + u_c &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

где w_2, r_2 – соответственно число витков и активное сопротивление вторичной обмотки; i_a, i_b, i_c и u_a, u_b, u_c – фазные токи и напряжения вторичной обмотки; $L_{\sigma 2}$ – индуктивность рассеяния вторичной обмотки.

Обмотки трансформаторов удобно приводить к одинаковому числу витков. Обычно приводят вторичную обмотку к первичной: $K_\Phi = \frac{w_1}{w_2}$ – коэффициент трансформации трансформатора (коэффициент приведения); $K_L = K_\Phi / \sqrt{3}$ – коэффициент трансформации по линейным напряжениям для схемы соединения обмоток, представленной на рис. 1.1 (линейный коэффициент приведения).

Все величины, относящиеся к приведённой вторичной обмотке, называют приведёнными и обозначают такими же символами, что и реальные величины, но со штрихом сверху:

$$r'_2 = K_\Phi^2 \cdot r_2; \quad L'_{\sigma 2} = K_\Phi^2 \cdot L_{\sigma 2}; \quad U'_{ac} = (U_a - U_c)' = K_L \cdot (U_a - U_c);$$

$$i'_a = \frac{i_a}{K_\Phi}; \quad i'_b = \frac{i_b}{K_\Phi}; \quad i'_c = \frac{i_c}{K_\Phi}.$$

Уравнения силового трансформатора для вторичной обмотки при подстановке формул приведения приобретает вид

$$\left. \begin{aligned} -w_1 \frac{d\Phi_A}{dt} + L'_{\sigma 2} \frac{di'_a}{dt} + r'_2 i'_a + u'_a &= 0; \\ -w_1 \frac{d\Phi_B}{dt} + L'_{\sigma 2} \frac{di'_b}{dt} + r'_2 i'_b + u'_b &= 0; \\ -w_1 \frac{d\Phi_C}{dt} + L'_{\sigma 2} \frac{di'_c}{dt} + r'_2 i'_c + u'_c &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

При решении уравнений (1.2) и (1.3) требуется выполнить дифференцирование токов i_A , i_B , i_C и i'_a , i'_b , i'_c ; такая операция создает неустойчивые петли алгоритмов вычисления. По этой причине указанные уравнения целесообразно записать через полные магнитные потокосцепления

$$\left. \begin{aligned} u_{AC} &= \frac{d\psi_A}{dt} + r_1 i_A; \\ u_{BA} &= \frac{d\psi_B}{dt} + r_1 i_B; \\ u_{CB} &= \frac{d\psi_C}{dt} + r_1 i_C, \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

где $\psi_A = \psi_{Am} + \psi_{\sigma A}$; $\psi_B = \psi_{Bm} + \psi_{\sigma B}$; $\psi_C = \psi_{Cm} + \psi_{\sigma C}$ – полные потокосцепления фаз; $\psi_{Am} = f(i_{\mu A})$, $\psi_{Bm} = f(i_{\mu B})$, $\psi_{Cm} = f(i_{\mu C})$ – главные потокосцепления фаз, созданные основным магнитным потоком; $\psi_{\sigma A} = L_{\sigma 1} i_A$, $\psi_{\sigma B} = L_{\sigma 1} i_B$, $\psi_{\sigma C} = L_{\sigma 1} i_C$ – потокосцепления рассеяния обмоток фаз, созданные потоками рассеяния.

Уравнения трансформатора для вторичной обмотки:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{d\psi_a}{dt} &= r'_2 i'_a + u'_a; \\ -\frac{d\psi_b}{dt} &= r'_2 i'_b + u'_b; \\ -\frac{d\psi_c}{dt} &= r'_2 i'_c + u'_c, \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

где $\Psi_a = \Psi_{Am} + \Psi_{\sigma a}$; $\Psi_a = \Psi_{Bm} + \Psi_{\sigma a}$; $\Psi_c = \Psi_{Cm} + \Psi_{\sigma c}$ – полные потоко-
 сцепления фаз вторичной обмотки; $\Psi_{\sigma a} = L'_{\sigma 2} i'_a$, $\Psi_{\sigma b} = L'_{\sigma 2} i'_b$,
 $\Psi_{\sigma c} = L'_{\sigma 2} i'_c$ – потоко-сцепления рассеяния обмоток фаз вторичной
 обмотки.

Согласно закону полного тока главные (основные) потоки Φ_{Am} ,
 Φ_{Bm} , Φ_{Cm} создаются совместным действием МДС обеих обмоток.
 Система уравнений МДС для создания в сердечниках фаз транс-
 форматора главных потоко-сцеплений Ψ_{Am} , Ψ_{Bm} , Ψ_{Cm} , возникающих
 при протекании намагничивающих токов, будет иметь вид

$$\left. \begin{aligned} F_{\mu A} &= w_1 i_A - w_2 i'_a; \\ F_{\mu B} &= w_1 i_B - w_2 i'_b; \\ F_{\mu C} &= w_1 i_C - w_2 i'_c. \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

Для трансформатора с приведенными параметрами уравнения
 (1.6) примут вид

$$\left. \begin{aligned} i_{\mu A} &= i_A - i'_a; \\ i_{\mu B} &= i_B - i'_b; \\ i_{\mu C} &= i_C - i'_c. \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

Намагничивающие токи определяются из характеристики хо-
 лостого хода трансформатора:

$$i_{\mu A} = f(\Psi_{Am}), \quad i_{\mu B} = f(\Psi_{Bm}), \quad i_{\mu C} = f(\Psi_{Cm}).$$

1.2. Изображающие векторы электрических машин

Любая реальная электрическая машина независимо от числа фаз
 на статоре и роторе может быть приведена к обобщенной машине,
 представляющей систему взаимно неподвижных электромагнит-
 ных цепей. В процессе приведения принимаем следующие допущения:
 пренебрегаем насыщением, гистерезисом и потерями в стали;
 воздушный зазор машины равномерный; намагничивающая сила
 в пространстве распределяется по синусоидальному закону; взаим-
 ная индуктивность между обмотками статора и ротора является гар-
 монической функцией угла пространственного смещения осей этих

обмоток; обмотки симметричны (имеют одинаковое количество витков). Конструктивные особенности обмотки (например, распределенной) учитываем в параметрах обобщенной обмотки.

Процесс преобразования содержит следующие этапы:

- осуществляем переход от мгновенных переменных реальной машины к пространственным (обобщенным) векторам этих переменных;
- определяем проекции обобщенных векторов переменных в ортогональных координатах эквивалентной двухфазной машины;
- составляем дифференциальные уравнения для эквивалентной двухфазной машины;
- осуществляем преобразование координат для упрощения аналитических выражений, описывающих электрическую машину;
- выполняем решение уравнений численным методом или методом моделирования;
- осуществляем обратные преобразования от эквивалентной двухфазной машины к реальной машине (под реальной машиной понимается любая машина с распределенной или коллекторной обмоткой).

Для любой электрической машины при работе в произвольном режиме можно выделить пространственные (обобщенные) векторы любой переменной машины. В качестве примера рассмотрим пространственный (обобщенный) вектор магнитодвижущей силы (МДС) трехфазной машины переменного тока.

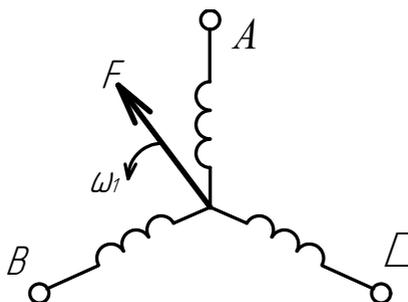


Рис. 1.2. Пространственный (обобщенный) вектор намагничивающей силы трехфазной обмотки

При питании обмоток трехфазной электрической машины трехфазным симметричным током постоянной частоты в воздушном зазоре машины возникает вращающееся магнитное поле постоянной амплитуды как результат совместного действия токов трех фаз. Магнитодвижущую силу (МДС) вращающегося магнитного поля можно представить пространственным (обобщенным) вектором F , который совершает обороты в воздушном зазоре (рис. 1.2) с синхронной скоростью

$$\omega_1 = \frac{2\pi f}{p}, \quad (1.8)$$

где f — частота питающей сети; p — число пар полюсов машины.

Для установившегося режима обобщенный вектор F вращается с синхронной скоростью ω_1 . Модуль обобщенного вектора и его положение в пространстве определяется для установившегося режима геометрической суммой МДС всех трех фаз. В случае переходного процесса необходимо учитывать закон изменения $F_A(t)$; $F_B(t)$; $F_C(t)$, и тогда можем сложить эти значения в любой момент времени с учетом пространственного сдвига 120° . Здесь модуль $|F| = f(t)$ является функцией времени.

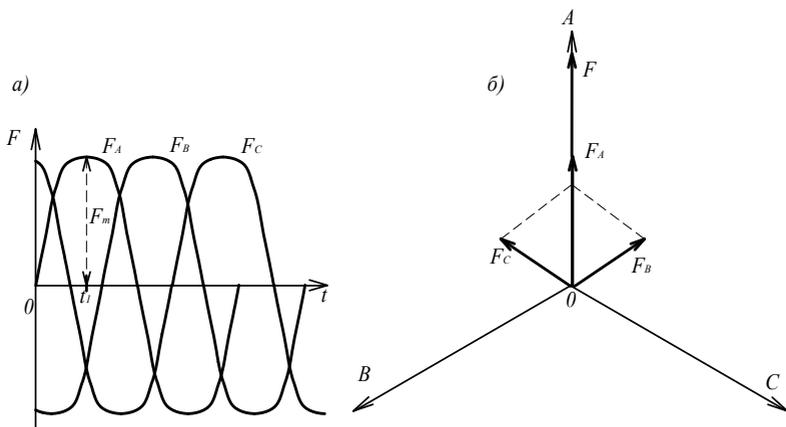


Рис. 1.3. Эпюра фазных токов (а) и векторная диаграмма намагничивающих сил, создаваемых этими токами (б) в трехфазной машине

Определим модуль вектора \mathbf{F} для момента времени t_j (рис. 1.3, *а*). Для этого случая построим векторную диаграмму МДС трехфазной обмотки (рис. 1.3, *б*). Из диаграммы следует, что МДС фазы A $F_A = F_m$, МДС фазы B $F_B = -F_m/2$ и МДС фазы C $F_C = -F_m/2$. Вычислим модуль вектора \mathbf{F} .

$$|\mathbf{F}| = F_m + \frac{1}{2}F_m \cos 60^\circ + \frac{1}{2}F_m \cos 60^\circ = \frac{3}{2}F_m. \quad (1.9)$$

Таким образом, модуль вращающего вектора $|\mathbf{F}| = \frac{3}{2}F_m$.

Предположим, что ξ – пространственный (обобщенный) вектор переменной электрической машины, под которым подразумеваются векторы Φ , ψ , \mathbf{F} , \mathbf{u} , \mathbf{E} , \mathbf{i} . Для трехфазной машины зависимость между пространственными и реальными векторами при $m = 3$:

$$\xi = \frac{2}{3}(\xi_A + a\xi_B + a^2\xi_C), \quad (1.10)$$

где ξ_A , ξ_B , ξ_C – мгновенные значения переменной величины; \mathbf{a} – фазный множитель трехфазной системы: $\mathbf{a} = e^{j120^\circ} = e^{j\frac{2}{3}\pi} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\mathbf{a}^2 = e^{j240^\circ} = e^{j-120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\mathbf{a}^3 = 1$.

Коэффициент $\frac{2}{3}$ включен для выполнения условия инвариантности.

Для любого количества фаз m имеем:

$$\xi = \frac{2}{m}(\xi_1 + \mathbf{a}\xi_2 + \mathbf{a}^2\xi_3 + \dots + \mathbf{a}^{m-1}\xi_m) = \frac{2}{m}\sum_{i=1}^m \mathbf{a}^{(i-1)}\xi_i, \quad \mathbf{a} = e^{j\frac{2\pi}{m}} \quad (1.11)$$

Умножением мгновенного значения ξ на \mathbf{a} учитывается пространственный сдвиг этих величин относительно друг друга.

Рассмотрим процесс проектирования изображающего вектора на ортогональные оси координат двухфазной машины. Для этого выделим несколько координатных систем. ABC – система фазовых координат реальных машин. Оси этой координатной системы пространственно совпадают с амплитудными значениями МДС фазных обмоток. Ось α ортогональной координатной системы совпадает с осью фазы A , а ось β опережает на 90° . Ортогональная координатная комплексная система $(+1, j)$ совмещена с координатной систе-

мой (α , β). При этом пространственная ось ($+j$) совпадает с осью β . Совместим пространственную комплексную плоскость с плоскостью поперечного сечения машины таким образом, чтобы действительная ось ($+1$) совпадала с осью фазы A .

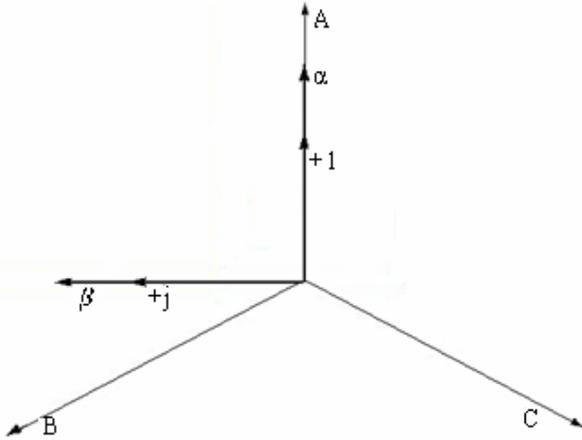


Рис. 1.4. Фазовая и прямоугольная системы координат

Рассмотрим проекции обобщенного вектора переменной машины на ортогональные оси координат на примере обобщенного вектора тока трехфазной системы. Используя выражение (1.11), получим

$$i = \frac{2}{3} \left[i_A + \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) i_B + \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) i_C \right]. \quad (1.12)$$

Действительная составляющая вектора

$$\text{Re}(i) = \frac{2}{3} \left[i_A - \frac{1}{2} i_B - \frac{1}{2} i_C \right] = \frac{2}{3} \left(i_A - \frac{i_B + i_C}{2} \right). \quad (1.13)$$

В симметричном режиме отсутствует нулевая последовательность. Тогда сумма мгновенных значений тока равна нулю.

$$i_A + i_B + i_C = 0 \quad \text{и} \quad i_B + i_C = -i_A. \quad (1.14)$$

Тогда

$$\text{Re}(i) = \frac{2}{3} \left(i_A + \frac{i_A}{2} \right) = i_\alpha = i_A. \quad (1.15)$$

Таким образом, мгновенные значения тока по оси A трехфазной машины равно мгновенному значению по оси α двухфазной машины.

Мнимая составляющая вектора тока

$$Jm(\mathbf{i}) = \frac{2}{3} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} i_B - \frac{\sqrt{3}}{2} i_C \right] = \frac{1}{\sqrt{3}} (i_B - i_C) = i_\beta. \quad (1.16)$$

Амплитудное значение двухфазной машины по оси β равно мнимой части мгновенного значения реальной трехфазной машины.

Далее рассмотрим влияние нулевой последовательности на пространственный вектор.

Известно, что нулевое значение тока трехфазной машины

$$i_0 = \frac{1}{3} (i'_A + i'_B + i'_C). \quad (1.17)$$

Тогда систему реальных токов можно представить:

$$i'_A = i_A + i_0; \quad i'_B = i_B + i_0; \quad i'_C = i_C + i_0. \quad (1.18)$$

Построим вектор тока: $\mathbf{i} = \frac{2}{3} [(i_A + i_0) + \mathbf{a}(i_B + i_0) + \mathbf{a}^2(i_C + i_0)]$. Так как $i_0(1 + \mathbf{a} + \mathbf{a}_2) = 0$, то

$$\mathbf{i} = \frac{2}{3} [i_A + \mathbf{a}i_B + \mathbf{a}^2i_C]. \quad (1.19)$$

Таким образом, ток нулевой последовательности не влияет на пространственный вектор и должен учитываться в виде отдельного вектора, который в общем случае имеет переменную величину (модуль) и постоянную пространственную фазу.

Пространственные (обобщенные) векторы могут быть представлены в различных системах пространственных координат. На рис. 1.5 показан изображающий вектор, который вращается с угловой скоростью вращения $\omega_1 = \frac{2\pi f}{p}$. Размерность угловой скорости $\omega_1 \left[\frac{\text{геом.рад}}{\text{с}} \right]$. Вектор может быть определен проекциями на прямоугольные координаты (α, β) , которые вращаются с угловой скоростью $\omega_k \left[\frac{\text{геом.рад}}{\text{с}} \right]$.

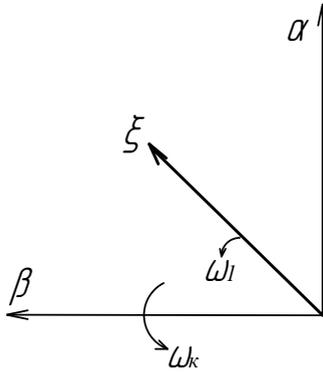


Рис. 1.5. Изображающий вектор в прямоугольной системе координат

Преимущество системы (прямоугольных) ортогональных координат заключается в том, что с ее помощью можно представлять изображающий вектор двумя составляющими и использовать символическую форму обозначения.

Рассмотрим варианты скоростей вращения координатных осей.

1. $\omega_k = 0$. Система координат неподвижна в пространстве.

Проекции пространственного вектора имеют частоту $f = \frac{p\omega_1}{2\pi}$.

Эта система координатных осей (α , β) жестко связана со статором. Переменные ротора изменяются с частотой f_2 . Систему координат (α , β) следует использовать при исследованиях асинхронных машин в случае включения в статорные обмотки дополнительных элементов и преобразователей.

2. $\omega_k = \omega_r$. Здесь ω_r – скорость вращения ротора. Система координат вращается вместе с ротором. В этом случае координатные оси обозначают (d , q) и они неподвижны относительно ротора. Частота изменения во времени проекции пространственного вектора на оси

$$f' = \frac{\omega_1 - \omega_K}{2\pi} = \frac{\omega_1 - \omega_p}{2\pi}, \quad (1.20)$$

причем $f' \leq f$ (для асинхронной машины в этих осях будут изменяться проекции статора с малым скольжением). Система координат (d , q) широко используется для исследования синхронных машин.

3. $\omega_k = \omega_1$. Оси координат вращаются со скоростью вращения поля воздушного зазора и неподвижны относительно него. Частота изменения во времени проекции пространственного вектора на оси

$$f' = \frac{(\omega_1 - \omega_K)}{2\pi} p = 0. \quad (1.21)$$

Моделирование процессов преобразования энергии в машине переменного тока ведется на постоянном токе.

Таким образом, выбор системы координат зависит от типа электрической машины и от вида поставленной задачи.

1.3. Преобразование трехфазной машины к эквивалентной двухфазной

Переход к эквивалентной двухфазной машине позволяет уменьшить число уравнений, описывающих ее работу, так как число уравнений зависит от количества фаз. Кроме того, в двухфазной машине обмотки имеют пространственный сдвиг на 90 градусов, что исключает из уравнений машины взаимоиндуктивности между обмотками. В процессе преобразований неизменными остаются: МДС фазы и ток фазы, количество полюсов и шаг обмотки, КПД и $\cos \varphi$, мощность потребления и отдаваемая мощность. Для обеспечения постоянства в формулы для определения мощности и момента вводится коэффициент 3/2. Обмотки трехфазной машины располагаются в координатной системе (a, b, c) , а двухфазной машины – в координатной системе (α, β) .

На рис. 1.6 показаны мгновенные значения токов трехфазной обмотки для некоторого момента времени $t > 0$ и проекции этих токов на оси координатной системы (α, β) . Причем оси (α, β) совпадают с осями координатной системы $(+1, j)$ комплексных величин.

Из приведенной диаграммы можно найти проекции обобщенного вектора i тока на оси координатной системы (α, β) :

$$i_\alpha = i_a - i_{b\alpha} - i_{c\alpha} = i_a - i_b \cos 60^\circ - i_c \cos 60^\circ = i_a - \frac{i_b + i_c}{2}; \quad (1.22)$$

$$i_\beta = i_{b\beta} - i_{c\beta} = i_b \cos 30^\circ - i_c \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}(i_b - i_c). \quad (1.23)$$

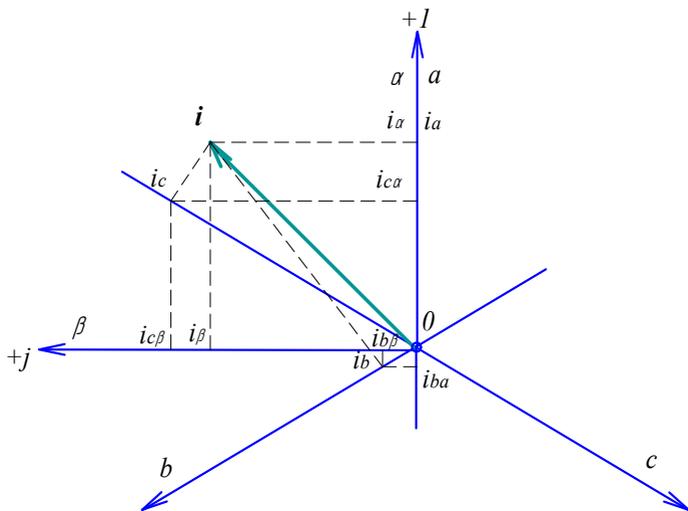


Рис. 1.6. Диаграмма преобразований токов трёхфазной системы в двухфазную

В установившемся режиме трёхфазная обмотка обеспечивает намагничивающую силу (НС), модуль которой равен $3/2 F_m$. Модуль обобщенного вектора тока также равен $3/2 I_m$. Для двухфазной обмотки модули НС и тока равны амплитудным значениям, т. е.

$$|\mathbf{F}| = F_m \text{ и } |\mathbf{i}| = I_m.$$

Для обеспечения равенства в формулы (1.22) и (1.23) искусственно вводится коэффициент $3/2$. Таким образом, получаем

$$|\mathbf{F}|_{m=3} = |\mathbf{F}|_{m=2};$$

$$i_\alpha = \frac{2}{3} \left(i_\alpha - \frac{i_b + i_c}{2} \right), \quad i_b + i_c = -i_a, \text{ если } i_0 = 0;$$

$$i_\alpha = \frac{2}{3} \left(i_a + \frac{i_a}{2} \right) = i_a. \quad (1.24)$$

Из выражения (1.24) следует, что ток в фазе α двухфазной машины равен току в фазе a трёхфазной машины:

$$i_\beta = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} (i_b - i_c) = \frac{i_b - i_c}{\sqrt{3}}. \quad (1.25)$$

Выражения (1.24) и (1.25) можно получить, если исследовать уравнение обобщённого вектора тока

$$\mathbf{i} = \frac{2}{3}(i_a + \mathbf{a}i_b + \mathbf{a}^2i_c).$$

Вычисляем действительную и мнимую части комплексной величины:

$$i_\alpha = \operatorname{Re}(\mathbf{i}) = \frac{2}{3}\left(i_a - \frac{1}{2}i_b - \frac{1}{2}i_c\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot i_a = i_a;$$

$$i_\beta = \operatorname{Im}(\mathbf{i}) = \frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}i_b - \frac{\sqrt{3}}{2}i_c\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} (i_b - i_c) = \frac{i_b - i_c}{\sqrt{3}}.$$

Представим выражения (1.24) и (1.25) в матричной форме

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}. \quad (1.26)$$

При наличии в переменных нулевой последовательности

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}; \quad (1.27)$$

$$i_0 = \frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c).$$

Матрицы обеспечивают краткость записи и удобство преобразований, физическую наглядность при отображении индуктивных связей, применение стандартных схем решения матричных уравнений.

Как было отмечено, пространственные (обобщенные) векторы переменных машины могут быть записаны в различных системах координат:

- система координат (α, β) жестко связана со статором машины;
- система координат (d, q) жестко связана с ротором и вращается относительно статора с угловой скоростью ω ;
- система координат (U, V) вращается с произвольной ω_K угловой скоростью относительно системы (α, β) ;

– система координат (x, y) выбрана для вектора F , который вращается с угловой ω скоростью.

Разнообразие систем позволяет, с одной стороны, выбрать для преобразований ту систему, которая наиболее удобна для конкретных исследований. С другой стороны, при работе электрической машины в составе электропривода или в совокупности с другими машинами возникает необходимость заменять выбранную координатную систему другой, а затем возвращаться обратно.

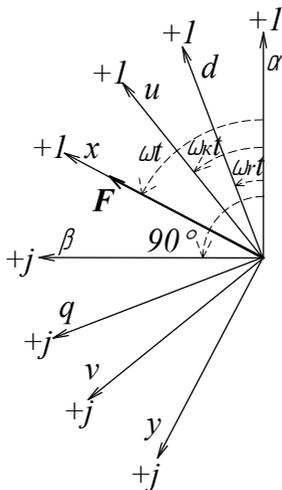


Рис. 1.7. Обобщенный вектор F в различных системах координат

На рис. 1.7 изображен обобщенный F вектор электрической машины переменного тока в различных системах координат. Переход от одной системы координат к другой осуществляется следующим образом:

– при исходном задании $F_{\alpha\beta}$

$$F_{dq} = F_{\alpha\beta} \cdot e^{j\omega_r t}; \quad F_{uv} = F_{\alpha\beta} \cdot e^{j\omega_k t}; \quad F_{xy} = F_{\alpha\beta} \cdot e^{j\omega t}; \quad (1.28)$$

– при исходном задании F_{dq}

$$F_{\alpha\beta} = F_{dq} \cdot e^{-j\omega_r t}; \quad F_{uv} = F_{dq} \cdot e^{j(\omega_k - \omega_r)t}; \quad F_{xy} = F_{dq} \cdot e^{j(\omega - \omega_r)t}; \quad (1.29)$$

– при исходном задании F_{uv}

$$F_{\alpha\beta} = F_{uv} \cdot e^{j\omega_k t}; \quad F_{dq} = F_{uv} \cdot e^{j(\omega_k - \omega_r)t}; \quad F_{xy} = F_{uv} \cdot e^{j(\omega - \omega_k)t}; \quad (1.30)$$

– при исходном задании F_{xy}

$$F_{\alpha\beta} = F_{xy} \cdot e^{j\omega t}; \quad F_{dq} = F_{xy} \cdot e^{j(\omega-\omega_r)t}; \quad F_{uv} = F_{xy} \cdot e^{j(\omega-\omega_k)t}. \quad (1.31)$$

1.4. Дифференциальные уравнения двухфазной машины и их преобразование

Модель двухфазной двухполюсной машины в непреобразованной системе координат показана на рис. 1.8. Статорные обмотки w_s размещены в осях (α, β) , а роторные w_r – в осях (a, b) . При работе машины обмотки ротора вращаются с угловой скоростью

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad (1.32)$$

где θ – угол смещения обмоток ротора относительно обмоток статора.

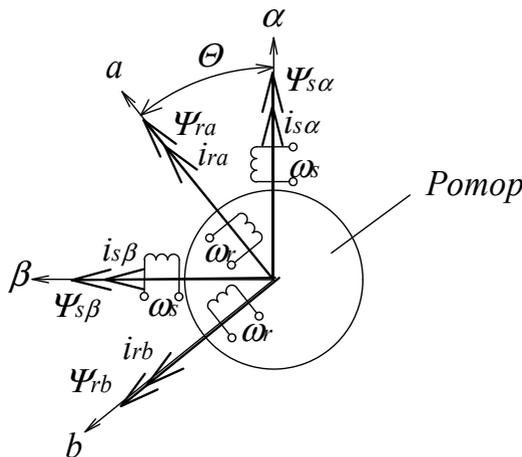


Рис. 1.8. Модель двухфазной машины

Можно предположить, что с осями обмоток совпадают векторы потокосцеплений обмоток ($\Psi_{s\alpha}$, $\Psi_{s\beta}$, Ψ_{ra} и Ψ_{rb}) и векторы токов ($i_{s\alpha}$, $i_{s\beta}$, i_{ra} и i_{rb}). При вращении ротора потокосцепления и токи обмоток изменяются, так как изменяется положение обмоток относительно друг друга.

Потокосцепления обмоток статора и обмоток ротора можно представить системой уравнений

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{s\alpha} &= L_s \cdot i_{s\alpha} + M \cdot i_{ra} \cdot \cos \theta - M \cdot i_{rb} \cdot \sin \theta; \\ \Psi_{s\beta} &= L_s \cdot i_{s\beta} + M \cdot i_{rb} \cdot \cos \theta - M \cdot i_{ra} \cdot \sin \theta; \\ \Psi_{ra} &= L_r \cdot i_{ra} + M \cdot i_{s\alpha} \cdot \cos \theta - M \cdot i_{s\beta} \cdot \sin \theta; \\ \Psi_{rb} &= L_r \cdot i_{rb} + M \cdot i_{s\alpha} \cdot \cos \theta - M \cdot i_{s\beta} \cdot \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (1.33)$$

Так как рассматривается симметричная машина, то для её полных индуктивностей можно записать уравнения

$$L_s = M + L_{\sigma s} \quad \text{и} \quad L_r = M + L_{\sigma r} \quad (1.34)$$

где $L_{\sigma s}$, $L_{\sigma r}$ – соответственно индуктивности рассеяния обмоток статора и ротора.

Вращающееся магнитное поле машины можно представить обобщёнными векторами потокоцеплений статора и ротора:

$$\Psi_s = \Psi_{s\alpha} + j \Psi_{s\beta} \quad \text{и} \quad \Psi_r = \Psi_{ra} + j \Psi_{rb}. \quad (1.35)$$

Аналогично напряжение статора и ротора можно представить в виде

$$U_s = U_{s\alpha} + j U_{s\beta} \quad \text{и} \quad U_r = U_{ra} + j U_{rb}, \quad (1.36)$$

а также токи статора и ротора

$$i_s = i_{s\alpha} + j i_{s\beta} \quad \text{и} \quad i_r = i_{ra} + j i_{rb}. \quad (1.37)$$

Запишем уравнения напряжений двухфазной машины в ортогональной системе координат

$$\left. \begin{aligned} U_{s\alpha} &= R_s \cdot i_{s\alpha} + \frac{d\Psi_{s\alpha}}{dt}; \\ U_{s\beta} &= R_s \cdot i_{s\beta} + \frac{d\Psi_{s\beta}}{dt}; \\ U_{ra} &= R_r \cdot i_{ra} + \frac{d\Psi_{ra}}{dt}; \\ U_{rb} &= R_r \cdot i_{rb} + \frac{d\Psi_{rb}}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (1.38)$$

где R_s и R_r – соответственно активные сопротивления обмоток статора и ротора.

Уравнения (1.38) представляют собой систему нелинейных дифференциальных уравнений, так как они содержат гармонические коэффициенты. Здесь коэффициенты полной и взаимной индуктивностей изменяются с двойной частотой по отношению к токам и напряжениям.

Для упрощения системы уравнений следует осуществить преобразование координат, что позволит в дальнейшем получить систему уравнений с постоянными коэффициентами. Выполним преобразование обобщённого вектора \mathbf{i}_r тока из вращающейся системы координат (a, b) в неподвижную (α, β) . Для этого определим проекции обобщенного вектора \mathbf{i}_r в координатной системе (α, β) :

$$\mathbf{i}_{r\alpha} = \text{Re}(\mathbf{i}_r \cdot e^{j\theta}) \quad \text{и} \quad \mathbf{i}_{r\beta} = \text{Im}(\mathbf{i}_r \cdot e^{j\theta}), \quad (1.39)$$

где $\theta = \omega_r \cdot t$ – угол между осью (a) и осью (α) .

Эти преобразования также можно записать в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{r\alpha} \\ \mathbf{i}_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{ra} \\ \mathbf{i}_{rb} \end{bmatrix}. \quad (1.40)$$

Обратный переход осуществляется по выражению

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{ra} \\ \mathbf{i}_{rb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{r\alpha} \\ \mathbf{i}_{r\beta} \end{bmatrix}. \quad (1.41)$$

Для дальнейших преобразований запишем дифференциальные уравнения двухфазной машины в векторной форме:

$$\mathbf{U}_s = R_s \cdot \mathbf{i}_s + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_s}{dt}; \quad (1.42)$$

$$\mathbf{U}_r^r = R_r \cdot \mathbf{i}_r^r + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_r^r}{dt}, \quad (1.43)$$

где $\mathbf{U}_s, \mathbf{U}_r, \mathbf{U}_r^r, \mathbf{i}_s, \mathbf{i}_r, \mathbf{i}_r^r$ и $\boldsymbol{\Psi}_s, \boldsymbol{\Psi}_r, \boldsymbol{\Psi}_r^r$ – обобщенные векторы напряжений, токов и потокосцеплений двухфазной машины. Векторы, обозначенные верхним индексом r , относятся к роторной координатной системе (a, b) , которая вращается относительно статора с угловой скоростью ω_r . Угол сдвига между координатными системами (α, β) и (a, b) является переменной величиной и равен $\theta = \omega_r \cdot t$. Для преобразования уравнений осуществляем подстановку уравнений $\mathbf{U}_r^r = \mathbf{U}_r \cdot e^{j\theta}, \mathbf{i}_r^r = \mathbf{i}_r \cdot e^{j\theta}$ и $\boldsymbol{\Psi}_r^r = \boldsymbol{\Psi}_r \cdot e^{j\theta}$.

В результате получаем

$$\mathbf{U}_r \cdot e^{-j\theta} = R_r \cdot \mathbf{i}_r \cdot \bar{e}^{j\theta} + \frac{d(\boldsymbol{\Psi}_r \cdot \bar{e}^{j\theta})}{dt}. \quad (1.44)$$

Дифференцирование выражения потокосцепления $\boldsymbol{\Psi}_r \cdot \bar{e}^{j\theta}$ производится как дифференцирование произведения двух функций, изменяющихся во времени, поэтому имеем

$$\mathbf{U}_r \cdot \bar{e}^{j\theta} = R_r \cdot \mathbf{i}_r \cdot \bar{e}^{j\theta} + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_r}{dt} \cdot \bar{e}^{j\theta} - j \cdot \omega_r \cdot \boldsymbol{\Psi}_r \cdot \bar{e}^{j\theta}. \quad (1.45)$$

После деления левой и правой частей уравнения на $e^{j\theta}$ получаем

$$U_r = R_r \cdot i_r + \frac{d\Psi_r}{dt} - j \cdot \omega_r \cdot \Psi_r. \quad (1.46)$$

В результате приведения уравнений ротора к координатной системе (α, β) получаем выражения вида

$$\left. \begin{aligned} U_s &= R_s \cdot i_s + \frac{d\Psi_s}{dt}; \\ U_r &= R_r \cdot i_r + \frac{d\Psi_r}{dt} - j \cdot \omega_r \cdot \Psi_r. \end{aligned} \right\} \quad (1.47)$$

Полученные векторные уравнения позволяют записать систему алгебраических дифференциальных уравнений обобщённой машины в координатных осях (α, β) , неподвижных относительно статора:

$$U_{s\alpha} = R_s \cdot i_{s\alpha} + \frac{d\Psi_{s\alpha}}{dt}; U_{r\alpha} = R_r \cdot i_{r\alpha} + \frac{d\Psi_{r\alpha}}{dt} + \omega_r \cdot \Psi_{r\beta}; \quad (1.48)$$

$$U_{s\beta} = R_s \cdot i_{s\beta} + \frac{d\Psi_{s\beta}}{dt}; U_{r\beta} = R_r \cdot i_{r\beta} + \frac{d\Psi_{r\beta}}{dt} - \omega_r \cdot \Psi_{r\alpha}, \quad (1.49)$$

где $\omega_r \cdot \Psi_{r\alpha}$ и $\omega_r \cdot \Psi_{r\beta}$ – соответственно ЭДС вращения по оси α и по оси β .

Уравнения (1.48) и (1.49) записаны в общей для обмоток статора и ротора системе координат (α, β) . В результате координатных преобразований из дифференциальных уравнений исчезли гармонические коэффициенты $\cos\theta$ и $\sin\theta$. Так как обмотки ротора рассматриваются неподвижными, то в уравнения входят ЭДС вращения.

Уравнения потокосцеплений статора и ротора:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{s\alpha} &= L_s \cdot i_{s\alpha} + M \cdot i_{r\alpha}; \\ \Psi_{s\beta} &= L_s \cdot i_{s\beta} + M \cdot i_{r\beta}; \\ \Psi_{r\alpha} &= L_r \cdot i_{r\alpha} + M \cdot i_{s\alpha}; \\ \Psi_{r\beta} &= L_r \cdot i_{r\beta} + M \cdot i_{s\beta}. \end{aligned} \right\} \quad (1.50)$$

Подставляя (1.50) в (1.48) и (1.49) можно записать уравнения обобщённой машины в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} U_{s\alpha} \\ U_{s\beta} \\ U_{r\alpha} \\ U_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + s \cdot L_s & 0 & M \cdot s & 0 \\ 0 & R_s + s \cdot L_s & 0 & M \cdot s \\ M \cdot s & M \cdot \omega_r & R_r + s \cdot L_r & -L_r \cdot \omega_r \\ -M \cdot \omega_r & M \cdot s & -L_r \cdot \omega_r & R_r + s \cdot L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}, \quad (1.51)$$

где $s = \frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования.

Для получения уравнений, описывающих установившиеся режимы, необходимо осуществить подстановку $s = j \cdot \omega$ и переписать их в комплексной форме:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{s\alpha} \\ \underline{U}_{s\beta} \\ \underline{U}_{r\alpha} \\ \underline{U}_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + j\omega \cdot L_s & 0 & M \cdot j\omega & 0 \\ 0 & R_s + j\omega \cdot L_s & 0 & M \cdot j\omega \\ M \cdot j\omega & M \cdot \omega_R & R_r + j\omega \cdot L_r & -L_r \cdot \omega_R \\ -M \cdot \omega_R & M \cdot j\omega & -L_r \cdot \omega_R & R_r + j\omega \cdot L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{i}_{s\alpha} \\ \underline{i}_{s\beta} \\ \underline{i}_{r\alpha} \\ \underline{i}_{r\beta} \end{bmatrix}. \quad (1.52)$$

Исследование электрической машины с помощью уравнения обобщенной машины имеет следующие достоинства:

- сокращение числа уравнений (четыре вместо шести);
- уравнения не имеют переменных коэффициентов;
- в выражениях для потокосцеплений, входящих в уравнения, присутствуют только слагаемые от токов, так как обмотки располагаются по ортогональным осям;
- ток статора по оси α равен току фазы a трехфазной обмотки, что обеспечивает наглядность и простоту исследований.

2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН В ОБОБЩЕННОЙ ТЕОРИИ

2.1. Дифференциальные уравнения синхронной явнополюсной машины

При составлении дифференциальных уравнений учитываем следующие допущения: 1) магнитная проницаемость стали машины равна бесконечности; 2) магнитные поля статора и ротора вдоль окружности воздушного зазора распределяются синусоидально; 3) фазные обмотки симметричны; 4) стержни успокоительной обмотки симметричны относительно осей ротора.

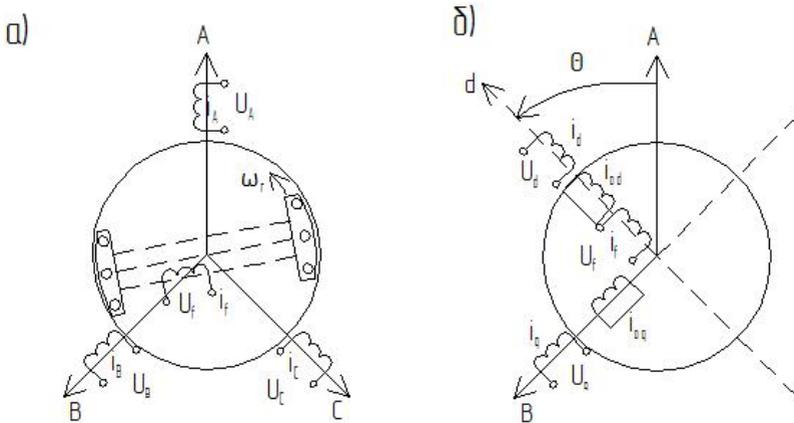


Рис. 2.1. Синхронная явнополюсная машина в фазной системе (A, B, C) координат (a) и системе координат (d, q) ротора (b)

Уравнения напряжений статора машины (рис. 2.1, a) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} U_A &= i_A r_S + \frac{d\psi_A}{dt}; \\ U_B &= i_B r_S + \frac{d\psi_B}{dt}; \\ U_C &= i_C r_S + \frac{d\psi_C}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

где i_A, i_B, i_C – мгновенные значения фазных токов; r_s – активное сопротивление фазы статора; Ψ_A, Ψ_B, Ψ_C – потокосцепления фаз статора.

Уравнения напряжений для обмотки возбуждения и демпферной обмотки, представленных по осям (d, q) ротора (рис. 2.1, б):

$$\left. \begin{aligned} U_f &= i_f r_f + \frac{d\Psi_f}{dt}; \\ 0 &= i_{Dd} r_{Dd} + \frac{d\Psi_{Dd}}{dt}; \\ 0 &= i_{Dq} r_{Dq} + \frac{d\Psi_{Dq}}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

где U_f – напряжение возбуждения; i_f, i_{Dd}, i_{Dq} – токи обмотки возбуждения и демпферной обмотки; r_f, r_{Dd}, r_{Dq} – активное сопротивление обмотки возбуждения и демпферной обмотки по осям (d, q) ротора; $\Psi_f, \Psi_{Dd}, \Psi_{Dq}$ – потокосцепления названных выше обмоток.

Уравнения потокосцеплений синхронной машины:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_A &= L_A i_A + M_{AB} i_B + M_{AC} i_C + M_{Af} i_f + M_{ADd} i_{Dd} + M_{ADq} i_{Dq}; \\ \Psi_B &= M_{BA} i_A + L_B i_B + M_{BC} i_C + M_{Bf} i_f + M_{BDd} i_{Dd} + M_{BDq} i_{Dq}; \\ \Psi_C &= M_{CA} i_A + M_{CB} i_B + L_C i_C + M_{Cf} i_f + M_{CDd} i_{Dd} + M_{CDq} i_{Dq}; \\ \Psi_f &= M_{fA} i_A + M_{fB} i_B + M_{fC} i_C + L_f i_f + M_{fDd} i_{Dd}; \\ \Psi_{Dd} &= M_{DdA} i_A + M_{DdB} i_B + M_{DdC} i_C + M_{Ddf} i_f + L_{Dd} i_{Dd}; \\ \Psi_{Dq} &= M_{DqA} i_A + M_{DqB} i_B + M_{DqC} i_C + L_{Dq} i_{Dq}, \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

где L и M – индуктивности и взаимные индуктивности различных обмоток, причём $M_{AB} = M_{BA}$; $M_{fA} = M_{Af}$; $M_{DdA} = M_{ADd}$ и т. д., так как система линейна; L_f – индуктивность обмотки возбуждения; L_{Dd}, L_{Dq} – индуктивности демпферной обмотки по продольной и поперечной осям.

Индуктивности и взаимные индуктивности фазных обмоток являются периодическими функциями угла θ между осью фазы A и продольной осью машины:

$$\left. \begin{aligned} L_A &= L_0 + L_2 \cos 2\theta; \\ L_B &= L_0 + L_2 \cos\left(2\theta + \frac{2\pi}{3}\right); \\ L_C &= L_0 + L_2 \cos\left(2\theta + \frac{4\pi}{3}\right); \\ M_{AB} &= M_0 + M_2 \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right); \\ M_{AC} &= M_0 + M_2 \cos\left(2\theta + \frac{2\pi}{3}\right); \\ M_{BC} &= M_0 + M_2 \cos 2\theta. \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

Здесь $L_0 = 2M_0$ и $L_2 = M_2$, так как обмотки расположены симметрично.

Взаимные индуктивности между фазными обмотками и обмоткой возбуждения, а также демпферными контурами имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} M_{Af} &= M_{Afd} \cos \theta; \quad M_{Bf} = M_{Afd} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right); \\ M_{Cf} &= M_{Afd} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right); \quad M_{ADd} = m_{ADd} \cos \theta; \\ M_{BDd} &= m_{ADd} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right); \quad M_{CDd} = m_{ADd} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right); \\ M_{ADq} &= m_{ADq} \sin \theta; \quad M_{BDd} = m_{ADq} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right); \\ M_{CDq} &= m_{ADq} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right), \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

где M_{afd} , m_{ADd} , m_{ADq} – взаимоиндуктивности при совпадении оси обмотки фазы A с осью d или q обмотки возбуждения и демпферных контуров.

Решение системы уравнений (2.4)–(2.5) затруднительно, так как выражения индуктивностей и взаимной индуктивности содержат периодические функции углового положения ротора.

Для устранения периодических коэффициентов систему уравнений записываем в координатах (d, q) , неподвижных относительно ротора.

$$\left. \begin{aligned}
 U_{Sd} &= i_{sd}r_S + \frac{d\Psi_d}{dt} - \omega_S(1-s_M)\Psi_q; \\
 U_{Sq} &= i_{sq}r_S + \frac{d\Psi_q}{dt} - \omega_S(1-s_M)\Psi_d; \\
 U_f &= i_f r_f + \frac{d\Psi_f}{dt}; \\
 0 &= i_{Dd}r_{Dd} + \frac{d\Psi_{Dd}}{dt}; \\
 0 &= i_{Dq}r_{Dq} + \frac{d\Psi_{Dq}}{dt}; \\
 M_{\mathcal{E}} &= \frac{3}{2}(\Psi_d i_{Sq} - \Psi_q i_{Sd}); \\
 J\omega_S \frac{ds_M}{dt} &= M_{MEX} - M_{\mathcal{E}},
 \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

где $s_M = (\omega_r - \omega_S)/\omega_S$ – скольжение; J – момент инерции; M_{MEX} – механический момент на валу машины; $M_{\mathcal{E}}$ – электромагнитный момент машины.

Уравнения потокосцеплений статорных и роторных контуров представлены в виде:

$$\left. \begin{aligned}
 \Psi_d &= L_{Sd}i_{Sd} + M_{Ad}(i_f + i_{Dd}); \\
 \Psi_q &= L_{Sq}i_{Sq} + M_{Aq}i_{Dq}; \\
 \Psi_f &= L_f i_f + M_{Ad}i_{Dd} + \frac{3}{2}M_{Ad}i_{Sd}; \\
 \Psi_{Dd} &= L_{Dd}i_{Dd} + M_{Ad}i_f + \frac{3}{2}M_{Ad}i_{Sd}; \\
 \Psi_{Dq} &= L_{Dq}i_{Dq} + \frac{3}{2}M_{Aq}i_{Sq},
 \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

где L_{Sd} , L_{Sq} – индуктивности обмоток статора в продольной и поперечной осях; M_{Ad} и M_{Aq} – взаимные индуктивности любой пары контуров в продольной и поперечной осях машины.

2.2. Представление уравнений синхронной явнополюсной машины в относительных единицах

Применение относительных единиц (о. е.) позволяет получить общие результаты при исследовании электрических машин, регулирующихся по мощности, напряжению, току, угловой скорости и параметрам. В этом случае результаты легче сравнивать, анализировать и представлять графически, так как расчетные величины изменяются в окрестности единицы.

В относительных единицах уравнения получаются того же вида, что и при физической системе единиц. Поэтому физический смысл отдельных членов уравнений сохраняется, что является преимуществом данной системы.

За базисные величины принимают следующие: $U_B = U_{\Phi m}$ – базисное напряжение, равное амплитуде номинального фазного напряжения статора; $I_B = I_{\Phi m}$ – базисный ток статора, равный амплитуде номинального фазного тока статора; $\omega_B = \omega_s$ – базисная угловая частота, равная синхронной; $t_B = \frac{1}{\omega_B}$ – базисная единица времени. Для остальных переменных базисные величины определяются соотношениями: $\psi_B = \frac{U_B}{\omega_B}$ – базисное потокосцепление; $Z_B = \frac{U_B}{I_B}$ – базисное сопротивление; $S_B = \frac{3}{2}U_B I_B = \frac{3}{2}U_{\Phi m} I_{\Phi m} = 3U_{\Phi} I_{\Phi}$ – базисная мощность; $M_B = \frac{S_B}{\omega_B}$ – базисный момент; $L_B = \frac{Z_B}{\omega_B}$ – базисная индуктивность.

Для составления уравнений в относительных единицах приведем обмотки ротора к обмоткам статора из условия сохранения энергетических соотношений и соблюдения идентичности электромагнитных процессов. Под приведением обмотки возбуждения следует понимать ее замену многофазной обмоткой. Реальная обмотка возбуждения с током i_f и приведенная обмотка с током i'_f должны создавать одинаковое магнитное поле. Отсюда следует

$$\frac{\mu_0}{k_{\delta} k_{\mu d} \delta} \cdot \frac{w_f}{2p} \cdot i_f k_f = \frac{\mu_0}{k_{\delta} k_{\mu d} \delta} \cdot \frac{m\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{w k_{o\bar{o}}}{p} \cdot \frac{i'_f}{\sqrt{2}} \cdot k_{Ad}, \quad (2.8)$$

где k_{δ} – коэффициент воздушного зазора; $k_{\mu d}$ – коэффициент насыщения магнитной цепи по оси полюсов; δ – величина воздушного

зазора; w_f – число витков обмотки возбуждения; k_f – коэффициент формы кривой поля возбуждения; w – число витков фазы статора; $k_{об}$ – обмоточный коэффициент; k_{Ad} – коэффициент формы поля статора по продольной оси; i'_f – приведенный ток возбуждения.

Из уравнения (2.8) следует

$$i'_f = k_f / k_{if}, \quad (2.9)$$

где $k_{if} = \left(\frac{2m}{\pi} \right) \cdot \left(\frac{wk_{об}k_{Ad}}{k_f \cdot w_f} \right)$ – коэффициент приведения тока возбуждения.

Коэффициент приведения напряжения обмотки возбуждения определяется из условия равенства мощностей реальной и приведенной обмоток возбуждения:

$$U_f i_f = m \left(\frac{U'_f}{\sqrt{2}} \right) \cdot \left(\frac{i'_f}{\sqrt{2}} \right). \quad (2.10)$$

Из уравнения (2.10) находим приведенное напряжение

$$U'_f = \left(\frac{2}{m} \right) \cdot \left(\frac{i_f}{i'_f} \right) U_f = \left(\frac{2}{m} \right) \cdot k_{if} U_f = k_{uf} U_f, \quad (2.11)$$

где $k_{uf} = \left(\frac{2}{m} \right) \cdot k_{if}$ – коэффициент приведения напряжения возбуждения.

Коэффициент приведения сопротивления и индуктивности определяется формулой

$$k_{zf} = k_{if} \cdot k_{uf} = \frac{2}{m} \cdot k_{if}^2 = \left(\frac{8m}{\pi^2} \right) \cdot \left(\frac{w^2 k_{об}^2}{w_f} \right) k_{Ad}^2. \quad (2.12)$$

Находим приведенные сопротивление и индуктивность:

$$r'_f = k_{zf} r_f; L'_f = k_{zf} L_f. \quad (2.13)$$

Полученные коэффициенты приведения справедливы как для явнополюсных, так и для неявнополюсных машин.

Аналогично можно получить коэффициенты приведения токов эквивалентной демпферной обмотки по продольной и поперечной осям:

$$k_{id} = \frac{2m}{\pi} \cdot \frac{wk_{об}}{w_{Dd}} \cdot \frac{k_{Ad}}{k_{Dd}}; k_{iq} = \frac{2m}{\pi} \cdot \frac{wk_{об}}{w_{Dq}} \cdot \frac{k_{Aq}}{k_{Dq}}, \quad (2.14)$$

где w_{Dd} , w_{Dq} – число витков эквивалентных демпферных обмоток; k_{Dd} , k_{Dq} – коэффициенты формы поля эквивалентных демпферных обмоток по осям d и q ; k_{Aq} – коэффициент формы поля статора по оси q .

Коэффициенты приведения напряжений:

$$k_{Ud} = \frac{2}{m} \cdot k_{id}; \quad k_{Uq} = \frac{2}{m} \cdot k_{iq}. \quad (2.15)$$

Коэффициенты приведения сопротивлений:

$$k_{zd} = k_{id} \cdot k_{Ud}; \quad k_{zq} = k_{iq} \cdot k_{Uq}. \quad (2.16)$$

Полученные выражения коэффициентов позволяют составить уравнения равенства напряжений роторных контуров.

$$\left. \begin{aligned} k_{Uf} U_f &= k_{Uf} k_{if} \left(r_f + L_f \frac{d}{dt} \right) i'_f + k_{Uf} \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} M_{Ad} i_{sd} \right) + \\ &+ k_{Uf} k_{id} \frac{d}{dt} (M_{Ad} i'_{Dd}); \\ 0 &= k_{Ud} k_{id} \left(r_{Dd} + L_{Dd} \frac{d}{dt} \right) i'_{Dd} + k_{Ud} \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} M_{Ad} i_{sd} \right) + \\ &+ k_{Ud} k_{if} \frac{d}{dt} (M_{Ad} i'_f); \\ 0 &= k_{Uq} k_{iq} \left(r_{Dq} + L_{Dq} \frac{d}{dt} \right) i'_{Dq} + k_{Uq} \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} M_{Aq} i_{sq} \right). \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Определим выражения приведенных потокоцеплений роторных контуров:

$$\left. \begin{aligned} \Psi'_f &= L'_f i'_f + M'_{Ad} (i_{sd} + i'_{Dd}); \\ \Psi'_{Dd} &= L'_{Dd} i'_{Dd} + M'_{Dd} (i_{sd} + i'_f); \\ \Psi'_{Dq} &= L'_{Dq} i'_{Dq} + M'_{Dq} i_{sq}, \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

где $M'_{Ad} = k_{if} M_{Ad} = \left(\frac{3}{2} \right) k_{Uf} M_{Ad}$, $M'_{Dq} = k_{iq} M_{Aq} = \left(\frac{3}{2} \right) k_{Uq} M_{Aq}$,

$M'_{Dd} = k_{id} M_{Ad} = \left(\frac{3}{2} \right) k_{Ud} M_{Ad}$ — приведенные взаимоиндуктивности;

$L'_f = k_{if} k_{Uf} L_f$, $L'_{Dd} = k_{id} k_{Ud} L_{Dd}$, $L'_{Dq} = k_{iq} k_{Uq} L_{Dq}$, $r'_f = k_{if} k_{Uf} r_f$, $r'_{Dd} = k_{id} k_{Ud} r_{Dd}$, $r'_{Dq} = k_{iq} k_{Uq} r_{Dq}$ — приведенные индуктивности и сопротивления контуров ротора.

Уравнения напряжений контуров ротора с учетом (2.9)–(2.18):

$$\left. \begin{aligned} U'_f &= r'_f i'_f \frac{d\Psi'_f}{dt}; \\ 0 &= r'_{Dd} i'_{Dd} \frac{d\Psi'_{Dd}}{dt}; \\ 0 &= r'_{Dq} i'_{Dq} \frac{d\Psi'_{Dq}}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

При введении в уравнения (2.6) базисных единиц, получаем уравнения синхронной машины в относительных единицах. Для удобства записи верхние индексы (штрих) в обозначении относительных величин опускаются:

$$\left. \begin{aligned} U_{sd} &= i_{sd}r_s + \frac{d\psi_d}{dt} - (1-s_M)\psi_q; \\ U_{sq} &= i_{sq}r_s + \frac{d\psi_q}{dt} - (1-s_M)\psi_d; \\ U_f &= i_f r_f + \frac{d\psi_f}{dt}; \\ 0 &= i_{Dd}r_{Dd} + \frac{d\psi_{Dd}}{dt}; \\ 0 &= i_{Dq}r_{Dq} + \frac{d\psi_{Dq}}{dt}; \\ H_j \frac{ds_M}{dt} + \psi_d i_{sq} - \psi_q i_{sd} &= M_{\text{мех}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= x_d i_{sd} + x_{ad}(i_f + i_{Dd}); \\ \psi_q &= x_q i_{sq} + x_{aq} i_{Dq}; \\ \psi_f &= x_f i_f + x_{ad}(i_d + i_{Dd}); \\ \psi_{Dd} &= x_{Dd} i_{Dd} + x_{ad}(i_d + i_{Dd}); \\ \psi_{Dq} &= x_{Dq} i_{Dq} + x_{aq} i_{sq}, \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

где $H_j = J \frac{\omega_s^2}{\omega_b^2}$ — инерционная постоянная ротора; $x_d = \frac{L_d}{L_B} = \frac{L_d \omega_b}{L_B \omega_b} = \frac{x_d}{z_B}$,

$x_q = \frac{L_q}{L_B} = \frac{x_q}{z_B}$ — синхронные индуктивные сопротивления по осям d

и q ; $x_{ad} = \frac{M_{Ad}}{L_B}$, $x_{aq} = \frac{M_{Aq}}{L_B}$ — сопротивления взаимной индукции между

обмотками ротора по продольной и поперечной осям; $x_f = \frac{L_f}{L_B}$,

$x_{Dd} = \frac{L_{Dd}}{L_B}$, $x_{Dq} = \frac{L_{Dq}}{L_B}$ — индуктивные сопротивления обмотки возбуждения и контуров демпфирования по осям d и q .

2.3. Математическое описание асинхронного двигателя в обобщенной теории электрических машин

Для математического описания асинхронных двигателей применяют разнообразные формы записи уравнений, составленных в различных системах координат. Это объясняется тем, что режимы работы и процессы исследуют с разными допущениями и упрощениями при включении в цепь статора и ротора индуктивно-емкостных элементов, диодов, тиристоров и транзисторов, а также в зависимости от условий решаемой задачи.

Режим работы асинхронной машины определен, если заданы два вектора из трех его переменных величин при симметричном режиме и четыре вектора – при несимметричном. Это позволяет найти электромагнитный переходный момент как результат взаимодействия пары векторов.

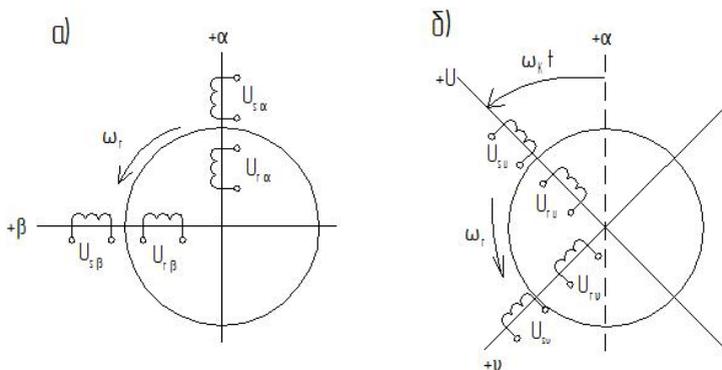


Рис. 2.2. Схемы асинхронного двигателя в неподвижной системе (α, β) координат (а) и в подвижной системе (U, v) координат (б).

$$\left. \begin{aligned}
 \text{Вариант 1: } M_{\mathcal{E}} &= \frac{3}{2} p L_m I_m (\mathbf{i}_s \times \mathbf{i}_r^*); \\
 \text{Вариант 2: } M_{\mathcal{E}} &= \frac{3}{2} p I_m (\mathbf{i}_s \times \Psi_s^*); \\
 \text{Вариант 3: } M_{\mathcal{E}} &= \frac{3}{2} p I_m (\mathbf{i}_r \times \Psi_r^*); \\
 \text{Вариант 4: } M_{\mathcal{E}} &= \frac{3}{2} p \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} I_m (\Psi_s \times \Psi_r^*); \\
 \text{Вариант 5: } M_{\mathcal{E}} &= \frac{3}{2} p I_m (\mathbf{i}_s \times \Psi_0^*); \\
 \text{Вариант 6: } M_{\mathcal{E}} &= \frac{3}{2} p I_m (\Psi_0 \times \mathbf{i}_r^*),
 \end{aligned} \right\} (2.22)$$

где i_s, i_r и Ψ_s, Ψ_r — соответственно векторы токов и потокосцеплений статора и ротора; i_s^*, i_r^* и Ψ_s^*, Ψ_r^* — сопряженные векторы; L_m, L_s и L_r — соответственно взаимная индуктивность фаз, индуктивности статора и ротора.

Основными уравнениями электромеханического преобразования энергии в асинхронном двигателе являются уравнения электрического состояния статора и ротора и уравнение моментов на валу машины.

Уравнения равновесия напряжений для асинхронного двигателя, который исследуется и применяется в обобщенной машине в координатной системе (α, β) статора, имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_{s\alpha}}{dt} &= U_{s\alpha} - r_s i_{s\alpha}; & \frac{d\Psi_{r\alpha}}{dt} &= -r_r i_{r\alpha} - p\omega_r \Psi_{r\beta}; \\ \frac{d\Psi_{s\beta}}{dt} &= U_{s\beta} - r_s i_{s\beta}; & \frac{d\Psi_{r\beta}}{dt} &= -r_r i_{r\beta} + p\omega_r \Psi_{r\alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

Уравнения потокосцеплений, выраженные через токи статора и ротора:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{s\alpha} &= L_s i_{s\alpha} + L_m i_{r\alpha}; & \Psi_{r\alpha} &= L_m i_{s\alpha} + L_r i_{r\alpha}; \\ \Psi_{s\beta} &= L_s i_{s\beta} + L_m i_{r\beta}; & \Psi_{r\beta} &= L_m i_{s\beta} + L_r i_{r\beta}. \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

Для удобства построения математической модели систему уравнений (2.24) можно выразить через токи:

$$\left. \begin{aligned} i_{s\alpha} &= \frac{1}{L_s} \Psi_{s\alpha} - \frac{k_r}{L_s} \Psi_{r\alpha}; & i_{r\alpha} &= \frac{k_s}{L_r} \Psi_{s\alpha} + \frac{1}{L_r} \Psi_{r\alpha}; \\ i_{s\beta} &= \frac{1}{L_s} \Psi_{s\beta} - \frac{k_r}{L_s} \Psi_{r\beta}; & i_{r\beta} &= -\frac{k_s}{L_r} \Psi_{s\beta} + \frac{1}{L_r} \Psi_{r\beta}. \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

где $L_s' = \sigma L_s, L_r' = \sigma L_r, k_s = \frac{L_m}{L_s}$ и $k_r = \frac{L_m}{L_r}$ — соответственно связи статора и ротора; $\sigma = (1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}) = (1 - k_s k_r)$ — коэффициент рассеяния.

Уравнение электромагнитного момента в скалярном виде

$$M_{\mathcal{D}} = \frac{3}{2} p L_m (i_{s\beta} i_{r\alpha} - i_{s\alpha} i_{r\beta}). \quad (2.26)$$

Уравнение движения двигателя в одномассовой системе

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J_{\Sigma}} (M_{\mathcal{D}} - M_c), \quad (2.27)$$

где J_{Σ} — приведенный к валу двигателя суммарный момент инерции ротора и механизма; M_c — статический момент нагрузки механизма.

Уравнения (2.23)–(2.27) нашли широкое распространение и являются наиболее общими, так как позволяют определить характер изменения как токов, так и потокосцеплений асинхронного двигателя.

Уравнения (2.23) и (2.26) можно выразить через потокосцепления и тем самым исключить токи статора и ротора.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Psi_{s\alpha}}{dt} &= U_{s\alpha} - \frac{r'_s}{L'_s} \Psi_{s\alpha} + \frac{k_r r'_s}{L'_s} \Psi_{r\alpha}; \\ \frac{\Psi_{s\beta}}{dt} &= U_{s\beta} - \frac{r'_s}{L'_s} \Psi_{s\beta} + \frac{k_r r'_s}{L'_s} \Psi_{r\beta}; \\ \frac{\Psi_{r\alpha}}{dt} &= \frac{k_s r'_r}{L'_r} \Psi_{s\alpha} - \frac{r_r}{L'_r} \Psi_{r\alpha} - p\omega_r \Psi_{s\beta}; \\ \frac{\Psi_{r\beta}}{dt} &= \frac{k_s r'_r}{L'_r} \Psi_{s\beta} - \frac{r_r}{L'_r} \Psi_{r\beta} - p\omega_r \Psi_{s\alpha}; \\ M_{\mathcal{D}} &= \frac{3}{2} p \frac{k_r}{L'_s} (\Psi_{s\beta} \Psi_{r\alpha} - \Psi_{s\alpha} \Psi_{r\beta}). \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

В системе уравнений (2.28) отсутствуют в явном виде токи статора и ротора. Целесообразно использовать эту систему при исследовании механических характеристик асинхронного двигателя.

При исследовании переходных процессов асинхронного двигателя с целью определения переходной характеристики электромагнитного момента и скорости вращения следует использовать уравнения, записанные в системе координат $(u, v, 0)$.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Psi_{su}}{dt} &= U_{su} - \frac{r'_s}{L'_s} \Psi_{su} + \omega_s \Psi_{sv} \frac{k_r r'_s}{L'_s} \Psi_{ru}; \\ \frac{\Psi_{sv}}{dt} &= U_{sv} - \frac{r'_s}{L'_s} \Psi_{sv} - \omega_s \Psi_{su} \frac{k_r r'_s}{L'_s} \Psi_{rv}; \\ \frac{\Psi_{ru}}{dt} &= \frac{k_r r'_r}{L'_s} \Psi_{su} - \frac{r_r}{L'_r} \Psi_{ru} - \omega_s s_M \Psi_{rv}; \\ \frac{\Psi_{rv}}{dt} &= \frac{k_r r'_r}{L'_s} \Psi_{sv} - \frac{r_r}{L'_r} \Psi_{rv} - \omega_s s_M \Psi_{ru}; \\ M_{\mathcal{D}} &= \frac{3}{2} \frac{k_s}{L'_r} (\Psi_{ru} \Psi_{sv} - \Psi_{rv} \Psi_{su}); \\ s_M &= (\omega_s - \omega_r) / \omega_s. \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

Математические модели на базе обобщенной электрической машины с уравнениями как в токах, так и в потокосцеплениях позволяют исследовать токи, моменты, скорость вращения и в переходных, и в установившихся режимах работы, получить динамические и статические электромеханические и механические характеристики.

Выбор формы записи уравнений асинхронного двигателя для составления его математической модели определяется, с одной стороны, переменными, представляющими интерес при анализе, а с другой стороны – критериями работоспособности и простоты модели, под которыми подразумеваются: обеспечение устойчивости работы модели, наличие минимального количества линейных и нелинейных токов, удобство задания коэффициентов, внешних условий и вывода текущих значений исследуемых параметров.

Исследования электромеханического преобразования энергии на математических моделях при различных режимах дают результаты, которые достаточно близки к натуральным. Конкретный переходный процесс (пуск, торможение, реверс, сброс и наброс нагрузки и т. п.) может быть получен из одной модели путем задания и изменения начальных условий.

2.4. Уравнения математического описания асинхронного двигателя в относительных единицах

В качестве базисных величин используем те же величины, что и для синхронных машин:

$$U_B = U_{mn} = \sqrt{2}U_\phi; \quad I_B = I_{mn} = \sqrt{2}I_\phi; \quad P_B = \frac{3}{2}U_B I_B;$$

$$M_B = pP_B / \omega_B; \quad z_B = U_B / I_B; \quad t_B = 1 / \omega_B; \quad \Psi_B = U_B / \omega_B.$$

Относительные значения переменных имеют вид:

– относительные значения токов статора и ротора

$$i_{s\alpha}^0 = i_{s\alpha} / I_B; \quad i_{s\beta}^0 = i_{s\beta} / I_B; \quad i_{r\alpha}^0 = i_{r\alpha} / I_B; \quad i_{r\beta}^0 = i_{r\beta} / I_B;$$

– относительные значения напряжений статора

$$U_{s\alpha}^0 = U_{s\alpha} / U_B; \quad U_{s\beta}^0 = U_{s\beta} / U_B;$$

– относительные значения потокосцеплений статора, ротора и воздушного зазора

$$\Psi_{s\alpha}^0 = \Psi_{s\alpha} / \Psi_B; \quad \Psi_{s\beta}^0 = \Psi_{s\beta} / \Psi_B; \quad \Psi_{r\alpha}^0 = \Psi_{r\alpha} / \Psi_B;$$

$$\Psi_{r\beta}^0 = \Psi_{r\beta} / \Psi_B; \quad \Psi_0^0 = \Psi_0 / \Psi_B;$$

– относительные значения электромагнитного момента и угловой скорости ротора

$$\mu = M_{\Sigma} / M_B \quad \text{и} \quad \nu = \omega / \omega_B;$$

– относительное (безразмерное) время

$$\tau = \frac{t}{t_B} = t\omega_B;$$

– относительные коэффициенты

$$r_s^0 = r_s / z_B; \quad r_r^0 = r_r / z_B; \quad x_s^0 = L_s \omega_B / z_B; \quad x_r^0 = L_r \omega_B / z_B;$$

$$x_m^0 = L_m \omega_B / z_B.$$

Подставляя относительные значения переменных и коэффициентов, а также их базисные значения в систему уравнений (2.23)–(2.27), получим уравнения асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором в относительных единицах:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_{s\alpha}^0}{d\tau} &= U_{s\alpha}^0 - r_s^0 i_{s\alpha}^0; \\ \frac{d\Psi_{s\beta}^0}{d\tau} &= U_{s\beta}^0 - r_s^0 i_{s\beta}^0; \\ \frac{d\Psi_{r\alpha}^0}{d\tau} &= -r_r^0 i_{r\alpha}^0 - p\nu\Psi_{r\beta}^0; \\ \frac{d\Psi_{r\beta}^0}{d\tau} &= -r_r^0 i_{r\beta}^0 + p\nu\Psi_{r\alpha}^0. \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Уравнения токов и потокосцеплений:

$$\left. \begin{aligned} i_{s\alpha}^0 &= \frac{1}{x_s} \Psi_{s\alpha}^0 - \frac{k_r}{x_s} \Psi_{r\alpha}^0; \\ i_{s\beta}^0 &= \frac{1}{x_s} \Psi_{s\beta}^0 - \frac{k_r}{x_s} \Psi_{r\beta}^0; \\ i_{r\alpha}^0 &= \frac{1}{x_r} \Psi_{r\alpha}^0 - \frac{k_s}{x_r} \Psi_{s\alpha}^0; \\ i_{r\beta}^0 &= \frac{1}{x_r} \Psi_{r\beta}^0 - \frac{k_s}{x_r} \Psi_{s\beta}^0. \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

где $x'_s = \sigma x_s^0$, $x'_r = \sigma x_r^0$ – переходные индуктивные сопротивления статора и ротора в относительных единицах; $\sigma = (1 - k_s k_r)$ – коэффициент рассеяния; $k_s = \frac{x_m}{x_s}$ и $k_r = \frac{x_m}{x_r}$ – соответственно коэффициенты связи статора и ротора.

Уравнение электромагнитного момента двигателя, выраженное через потокосцепления:

$$\mu = \frac{k_r}{x_s} (\psi_{s\beta}^o \psi_{r\alpha}^o - \psi_{s\alpha}^o \psi_{r\beta}^o). \quad (2.32)$$

Из уравнения (2.31) определим потокосцепления ротора:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{r\alpha}^o &= x'_r i_{r\alpha}^o + k_s \psi_{s\alpha}^o; \\ \psi_{r\beta}^o &= x'_r i_{r\beta}^o + k_s \psi_{s\beta}^o. \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

Подставив полученные выражения в уравнение (2.32), получим уравнение электромагнитного момента двигателя, выраженное через потокосцепления статора и токи ротора:

$$\mu = k_s (\psi_{s\beta}^o i_{r\alpha}^o - \psi_{s\alpha}^o i_{r\beta}^o). \quad (2.34)$$

Уравнение движения ротора двигателя

$$H_j \frac{dv}{dt} = \mu - \mu_m, \quad (2.35)$$

где $H_j = J\omega_B^2/M_B$ – инерционная постоянная времени ротора асинхронного двигателя в относительных единицах; $\mu_m = M_c/M_B$ – относительный момент нагрузки.

Для упрощения записи уравнений в относительных единицах верхний индекс – нуль – в дальнейшем не используем и уравнения представляем в операторной форме.

Уравнения равенства напряжений

$$\left. \begin{aligned} s\Psi_{s\alpha} &= U_{s\alpha} - r_s i_{s\alpha}; \\ s\Psi_{s\beta} &= U_{s\beta} - r_s i_{s\beta}; \\ s\Psi_{s\alpha} &= -r_s i_{r\alpha} - p\nu\Psi_{r\beta}; \\ s\Psi_{s\beta} &= -r_s i_{r\beta} - p\nu\Psi_{r\alpha}, \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

где $s = d/dt$ – оператор дифференцирования.

Уравнения токов и потокосцеплений:

$$\left. \begin{aligned} i_{s\alpha} &= \frac{1}{x_s} \Psi_{s\alpha} - \frac{k_r}{x_s} \Psi_{r\alpha}; \\ i_{s\beta} &= \frac{1}{x_s} \Psi_{s\beta} - \frac{k_r}{x_s} \Psi_{r\beta}; \\ i_{r\alpha} &= \frac{1}{x_r} \Psi_{r\alpha} - \frac{k_s}{x_r} \Psi_{s\alpha}; \\ i_{r\beta} &= \frac{1}{x_r} \Psi_{r\beta} - \frac{k_s}{x_r} \Psi_{s\beta}, \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

Уравнение электромагнитного момента двигателя:

$$\mu = k_s (\Psi_{s\beta} i_{r\alpha} - \Psi_{s\alpha} i_{r\beta}). \quad (2.38)$$

Уравнение движения ротора двигателя:

$$H_j s\gamma = \mu - \mu_m. \quad (2.39)$$

2.5. Математическое описание машин постоянного тока в обобщенной теории электрических машин

В машине постоянного тока коллекторно-щеточный узел коммутирует постоянный ток, поступающий в якорную обмотку от источника питания, с частотой, равной частоте ω_p вращения ротора (якоря). Таким образом, с точки зрения электромеханики машина постоянного тока является машиной переменного тока, и уравнения, описывающие ее состояние, являются частным случаем теории обобщенной машины.

В процессе электромеханического преобразования энергии МДС обмотки ротора (якоря) должна быть неподвижна относительно МДС, создаваемой обмоткой статора. Поэтому для получения уравнений переходных процессов можно воспользоваться уравнениями обобщенной машины в координатных (α, β) осях. Согласно рис. 2.3 примем следующие обозначения: $u_{s\beta} = u_B$; $i_{s\beta} = i_B$; $u_{r\alpha} = u_A$; $i_{r\alpha} = i_A$; $L_s = L_B$; $L_r = L_A$; $u_{s\alpha} = u_{r\beta} = 0$; $i_{s\alpha} = i_{r\beta} = 0$. В результате получаем уравнения в виде:

$$\left. \begin{aligned} u_B &= R_B i_B + L_B \frac{di_B}{dt}, \\ u_A &= R_A i_A + L_A \frac{di_A}{dt} + \omega_p L_m i_B, \\ M &= p_n L_m i_B i_A. \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

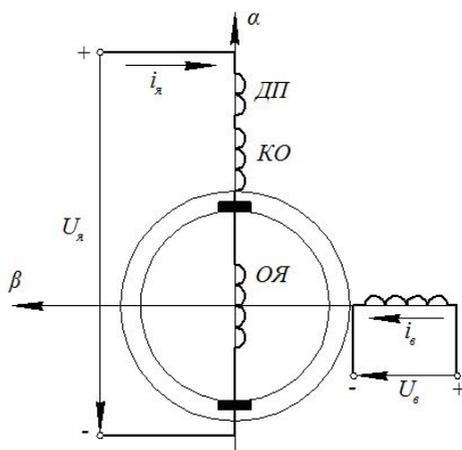


Рис. 2.3. Модель машины постоянного тока

Обмотка добавочных полюсов и компенсационная обмотка непосредственно в процессе электрохимического преобразования энергии участия не принимают. В связи с этим их параметры (активное сопротивление и индуктивность) включают в общее сопротивление $R_{я}$ и общую индуктивность рассеяния $L_{я}$ якорной цепи машины.

Схема модели машины постоянного тока (рис. 2.3) содержит обмотку добавочных полюсов ДП и компенсационную обмотку КО, расположенные на статоре машины по оси α . Обмотка ДП обтекается током якоря в зоне, где осуществляется коммутация тока в проводниках обмотки якоря, и создает такое по значению и направлению магнитное поле, при котором процессы коммутации протекают наиболее благоприятно. Обмотка КО является распределенной обмоткой. Она закладывается в пазы главных полюсов. При протекании по ней якорного тока КО создает магнитное компенсирующее поле реакции якоря по поперечной оси α , которое искажает форму поля машины под главными полюсами и в связи с насыщением магнитной цепи вызывает размагничивающую составляющую. Благодаря действию компенсационной обмотки влияние поперечной реакции якоря на поле главных полюсов практически исключается, и условия электрохимического преобразования энергии максимально приближаются к тем, которым соответству-

ют уравнения (2.40). Таким образом, обмотки ДП и КО являются вспомогательными обмотками машины постоянного тока, поэтому в дальнейшем проведем упрощение записи уравнений (2.40). ЭДС машины определяется выражением

$$e = \omega_p L_m i_B = k\Phi\omega, \quad (2.41)$$

где $k = \frac{p_n N}{2\pi a}$ (N – число активных проводников якоря; a – число параллельных ветвей обмотки якоря).

Уравнение для определения электромагнитного момента

$$M = p_{II} L_m i_B i_{я} = k\Phi i_{я}. \quad (2.42)$$

С учетом уравнений (2.41) и (2.42) уравнения (2.40) можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} u_B &= R_B i_B + L_B \frac{di_B}{dt}, \\ u_{я} &= r_{я} i_{я} + L'_{я} \frac{di_{я}}{dt} + k\Phi\omega; \\ M &= k\Phi i_{я}, \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

где $r_{я} = R_{я} + R_{ДП} + R_{КО}$ – суммарное активное сопротивление якорной цепи; $L'_{я} = L_{я} + L_{ДП} + L_{КО}$ – суммарная индуктивность якорной цепи; $R_{ДП}$, $R_{КО}$ – соответственно активное сопротивление добавочных полюсов и компенсационной обмотки; $L_{ДП}$, $L_{КО}$ – соответственно индуктивность добавочных полюсов и компенсационной обмотки.

Система уравнений (2.43) является нелинейной, так как ЭДС якоря машины и электромагнитный момент пропорциональны произведениям потока соответственно на скорость вращения и на ток якоря.

Для построения структурной схемы машины постоянного тока запишем систему уравнений (2.43) в операторной форме:

$$\left. \begin{aligned} \Phi(s) &= \frac{k k_{\phi} / r_B}{1 + T_B s} \cdot u_B(s); \\ i_{я}(s) &= \frac{1 / r_{я}}{1 + T_{я} s} \cdot (u_{я}(s) - k\Phi(s)\omega(s)); \\ M(s) &= k\Phi(s) i_{я}(s), \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

где $K_{\phi} = \frac{\Phi}{I_B}$ – коэффициент намагничивания; $T_B = \frac{L_B}{R_B}$ – постоянная времени обмотки возбуждения; $T_{я} = \frac{L'_{я}}{r_{я}}$ – электромагнитная постоянная времени якорной цепи; $s = \frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования.

Структурная схема электромеханического преобразования энергии, соответствующая уравнениям (2.44), показана на рис. 2.4.

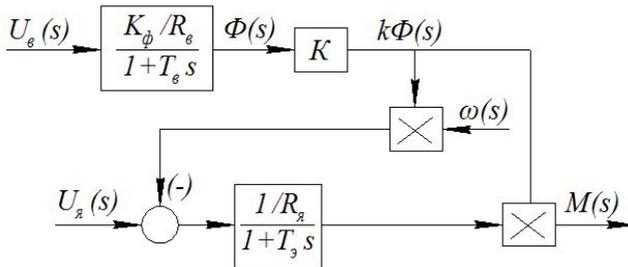


Рис. 2.4. Структурная схема электромеханического преобразования энергии в машине постоянного тока

Схема (рис. 2.4) наглядно показывает, что процессы в обмотке возбуждения протекают независимо от процессов в якорной цепи. Обмотка возбуждения представляет собой апериодическое звено с коэффициентом передачи $\frac{K_\phi}{R_\phi}$ и постоянной времени T_ϕ , которая для машин мощностью от 1 до 1000 кВт лежит в пределах 0,2...5 с, причем с увеличением мощности быстро возрастает [5].

Формирователь тока якоря является также апериодическим звеном с коэффициентом передачи $\frac{1}{r_\text{я}}$ и электромагнитной постоянной времени $T_\text{я}$. Для расчетов $T_\text{я}$ индуктивность рассеяния якорной цепи машины может быть определена по приближенной формуле Уманского – Линвилля:

$$L'_\text{я} = \frac{\gamma U_{\text{ян}}}{p_n \omega_n I_{\text{ян}}}, \quad (2.45)$$

где $\gamma = 0,6$ для некомпенсированных и $\gamma = 0,25$ для компенсированных машин; $U_{\text{ян}}$, $I_{\text{ян}}$ – соответственно номинальное якорное напряжение и номинальный якорный ток машины. Электромагнитная постоянная времени якорной цепи находится в пределах $T_\text{я} = 0,02...0,1$ с, причём наибольшие значения соответствуют некомпенсированным машинам.

Для исследования машины постоянного тока в режиме двигателя необходимо систему уравнений (2.44) дополнить уравнением движения:

$$M - M_c = J \frac{d\omega}{dt} \quad \text{или} \quad M(s) - M_c(s) = Js\omega(s), \quad (2.46)$$

где J – приведенный к валу двигателя момент инерции якоря двигателя и приводного механизма; M_c – статический момент нагрузки.

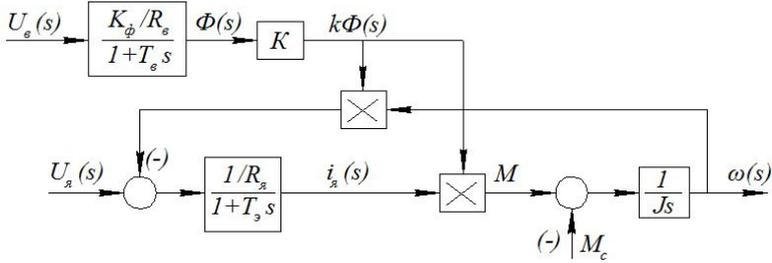


Рис. 2.5. Структурная схема двигателя постоянного тока независимого возбуждения

Совокупность уравнений (2.44) и (2.46) позволяет составить структурную схему машины, работающей в двигательных режимах.

Схема (рис. 2.5) имеет два входа управления по изменению напряжений U_b и $U_я$, один вход для изменения величины момента нагрузки M_c и выходы измерения и передачи потока Φ , тока якоря $i_я$ и угловой скорости ω , что позволяет использовать схему для исследования работы двигателя в переходных и установившихся режимах.

Для записи уравнений двигателя в относительных единицах принимаем:

$$U_я^\circ = \frac{U_я}{U_{яH}} \quad \text{— относительная величина якорного напряжения;}$$

$$I_я^\circ = \frac{I_я}{I_{яH}} \quad \text{— относительная величина якорного тока;}$$

$$v = \frac{\omega}{\omega_H} \quad \text{— относительная величина угловой скорости якоря двигателя;}$$

$$\varphi = \frac{\Phi}{\Phi_H} \quad \text{— относительная величина магнитного потока возбуждения независимой обмотки;}$$

$U_{яH}$, $I_{яH}$, ω_H , Φ_H – естественные номинальные значения якорного напряжения, тока, угловой скорости и магнитного потока возбуждения;

$$\delta = \frac{\omega_0 - \omega_H}{\omega_0} = \frac{r_{я} \cdot I_{яH}}{k_e \cdot \Phi_H \cdot \omega_0} \text{ — скольжение;}$$

$$\omega_0 = \frac{U_{яH}}{k_e \cdot \Phi_H} \text{ — угловая скорость холостого хода;}$$

$$\mu = \frac{M}{M_H} \text{ — относительная величина момента двигателя;}$$

$$\mu_C = \frac{M_C}{M_H} \text{ — относительная величина статического момента нагрузки;}$$

M_H, M_C — номинальные значения момента двигателя и статического момента нагрузки;

$$\tau = \frac{t}{T_m} \text{ — относительная постоянная времени;}$$

$$T_m = J \cdot \frac{r_{я}}{k_e k_m \Phi_m^2} \text{ — электромеханическая постоянная времени двигателя;}$$

$$\chi = \frac{T_{\Sigma}}{T_m} \text{ — относительная постоянная времени якорной цепи двигателя.}$$

Уравнение напряжений и ЭДС якорной цепи двигателя

$$U_{я} = c_e \Phi_H \omega + L'_{я} \frac{di_{я}}{dt} + r_{я} i_{я} \quad (2.47)$$

или в относительных единицах

$$U_{я}^0 = (1 - \delta)v + \delta\chi L'_{я} \frac{di_{я}^0}{dt} + \delta i_{я}^0. \quad (2.48)$$

Уравнение моментов на валу двигателя

$$\mu - \mu_m = J_{\Sigma} \frac{d\omega}{dt}, \quad (2.49)$$

или в относительных единицах

$$\mu - \mu_m = \frac{1 - \delta}{\delta} \frac{dv}{d\tau}. \quad (2.50)$$

Рассмотренные уравнения (2.47)–(2.50) составлены для идеализированной машины, в которой магнитная цепь считается линейной, действие реакции якоря и вихревых токов не учитывается.

Размагничивающее действие поперечной реакции якоря зависит как от величины тока якоря, так и от магнитного потока, создаваемого обмоткой возбуждения. Действие реакции якоря может быть учтено введением дополнительного магнитного потока

$\Phi_{\text{ря}}$. Для проведения расчетов удобно пользоваться зависимостью $\Phi_{\text{ря}} = f(i_{\text{ря}})$, так как величина потока реакции якоря практически не зависит от тока возбуждения.

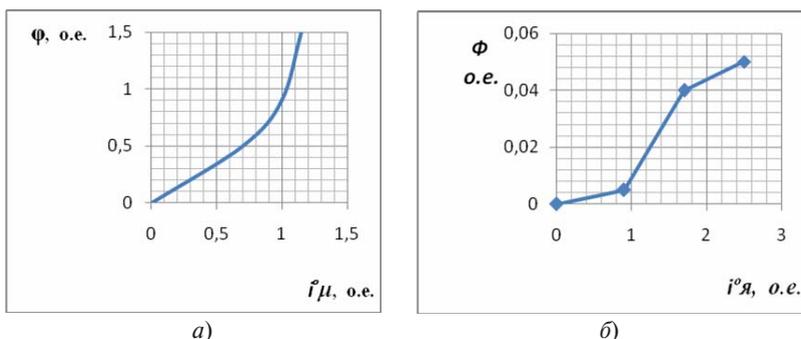


Рис. 2.6. Кривая намагничивания (а) и зависимость реакции якоря (б) двигателя постоянного тока

Насыщение магнитной цепи двигателя постоянного тока можно учесть, используя основную кривую намагничивания (рис. 2.6, а). Действие реакции якоря характеризует зависимость, показанная на рис. 2.6, б.

Влияние вихревых токов обычно учитывается действием короткозамкнутой обмотки, размещённой на главных полюсах машины. Для удобства вычисления число витков короткозамкнутой обмотки принимают равным числу витков обмотки возбуждения, а активное сопротивление определяют экспериментальным путем. Для этого снимают осциллограмму $e = f(t)$ путем вращения якоря посторонним двигателем при отключенной обмотке возбуждения.

Уравнение напряжений и ЭДС якорной цепи двигателя с независимой обмоткой возбуждения имеет вид

$$U_{\text{я}} = c_e \Phi \omega + L'_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}}{dt} + r_{\text{я}} i_{\text{я}}, \quad (2.51)$$

или в относительных единицах

$$U_{\text{я}}^0 = (1 - \delta) \varphi \nu + \delta \chi \frac{di_{\text{я}}^0}{d\tau} + \delta i_{\text{я}}^0, \quad (2.52)$$

где $\varphi = \frac{\Phi}{\Phi_{\text{н}}}$ — относительная величина потока возбуждения независимой обмотки; $\Phi_{\text{н}}$ — номинальный поток машины.

Уравнение моментов на валу двигателя

$$\varphi_{я}^0 - \mu_m \frac{1-\delta}{\delta} = \frac{d\nu}{d\tau}, \quad (2.53)$$

где $\mu_m = \varphi_{я}^0$ — относительная величина вращающего момента двигателя.

Уравнение цепи обмотки независимого возбуждения

$$U_B = r_B i_B + 2p\omega_B \sigma + \frac{d\Phi}{dt}, \quad (2.54)$$

или в относительных единицах

$$U_B^0 = i_B^0 + \frac{2p\omega_B \sigma \Phi_H}{U_{BH} T_M} \frac{d\varphi}{dt}, \quad (2.55)$$

где $U_B^0 = \frac{U_B}{U_{BH}}$, $\varphi = \frac{\Phi}{\Phi_H}$, $i_B^0 = \frac{i_B}{I_{BH}}$ — относительные напряжение, магнитный поток, ток возбуждения; U_{BH} , Φ_H , I_{BH} — номинальные значения напряжения, магнитного потока и тока возбуждения; r_B , ω_B — активное сопротивление и число витков обмотки возбуждения; σ — коэффициент рассеяния потока возбуждения; Φ — результирующий поток.

Уравнения магнитных потоков и токов

$$\varphi = \varphi_\mu - \varphi_{рж}, \quad i_B^0 = i_\mu^0 - i_{BT}^0, \quad (2.56)$$

где $\varphi_{рж}$, φ_μ — поток реакции якоря и поток намагничивания, обусловленный действием обмотки возбуждения и вихревых токов; i_μ^0 , i_{BT}^0 — ток намагничивания и вихревой ток в относительных единицах.

Зависимость величины вихревых токов может быть представлена выражением

$$i_{BT}^0 = - \frac{2p\omega_B \sigma \Phi_H}{r_{BT} I_{BT} T_M} \frac{d\varphi}{dt}, \quad (2.57)$$

где r_{BT} — активное сопротивление фиктивной короткозамкнутой обмотки, отражающей действие вихревых токов.

Кривая тока намагничивания двигателя

$$i_\mu^0 = F(\varphi_\mu). \quad (2.58)$$

3. ТЕХНОЛОГИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ В СРЕДЕ MATLAB

3.1. Назначение и возможности программного пакета MATLAB

Программный пакет MATLAB наиболее приемлем для математического моделирования различных технических систем. Эта компьютерная программа ориентирована именно на проведение инженерных расчетов. Математический аппарат MATLAB базируется на вычислениях матриц, векторов и комплексных чисел.

Достоинством системы MATLAB является также то, что она располагает пакетом визуального программирования Simulink, который позволяет на экране в диалоговом режиме производить сборку моделей динамических систем (S-моделей) по технологии Drag-and-drop (тяги и ставь). Файлы пакета Simulink имеют расширение *.mdl.

Для моделирования используются специальные модули, представляющие собой модели структурных элементов технических систем, которые хранятся в соответствующих рубриках библиотеки Simulink. Пользователь может разрабатывать собственные блоки и пополнять библиотеку пакета.

3.2. Библиотека MATLAB&SIMULINK

В программном пакете MATLAB&SIMULINK имеется специальное программное обеспечение (Simulink Library Browser) для просмотра всех имеющихся разделов библиотеки. Окно Simulink Library Browser (рис. 3.1) загружается нажатием на кнопку  из командного окна Matlab.

В левой части браузера (рис. 3.1) появляется полный перечень рубрик библиотеки пакета Simulink, располагающихся в иерархическом порядке, в правой – изображения разделов или входящих в них блоков.

Визуальные блоки Simulink, хранящиеся в специализированных разделах, в основном не могут изменяться пользователями. К ним относятся приведенные ниже группы элементов.

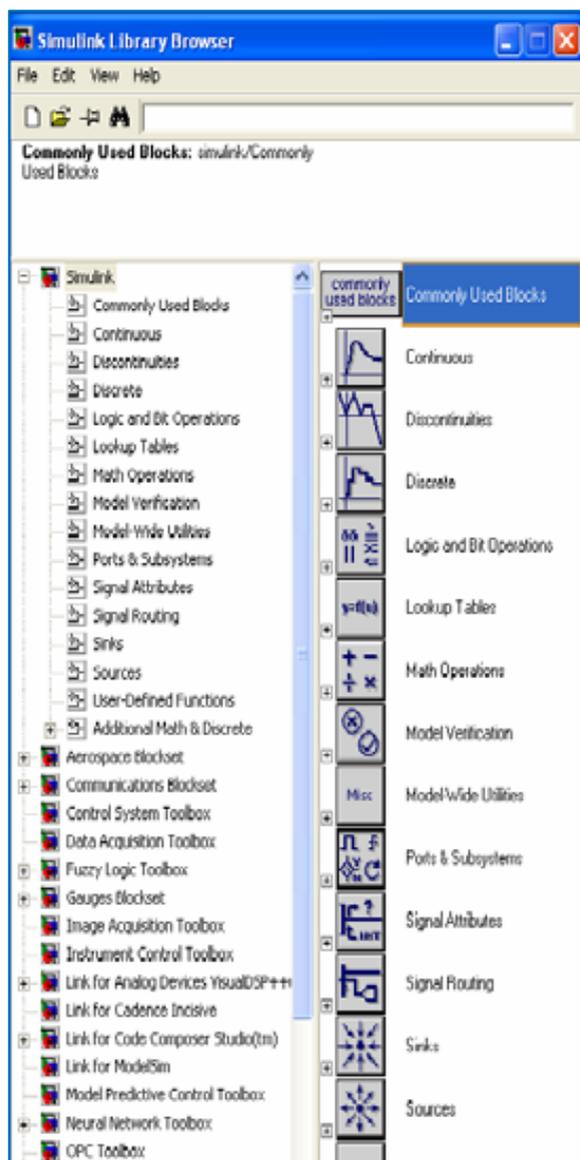


Рис. 3.1. Окно Simulink Library Browser

3.2.1. Раздел Sinks

Блоки раздела Sinks (приемники) предназначены для просмотра результатов моделирования. Все эти блоки имеют только входы и не имеют выходов. Часть блоков, объединенных в группу Data Viewers (Scope, Floating Scope, XY Graph, Display), располагают собственными обзорными окнами. В окне блоков Scope и Floating Scope можно наблюдать изменение моделируемой величины в зависимости от времени. Элемент XY Graph имеет два входа, что позволяет наблюдать зависимость одной моделируемой величины от другой. Display отображает числовое значение измеряемой величины.

Другая группа элементов – Model&SubsystemOutputs (Out, Terminator, To File, To Workspace) – предназначена для пересылки и сохранения результатов исследования систем.

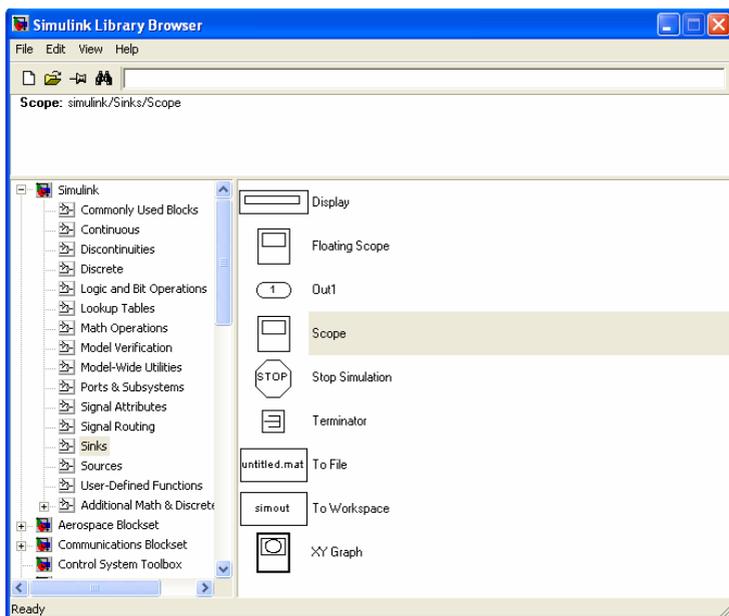


Рис. 3.2. Блоки раздела Sinks

Блок Scope

Этот модуль является аналогом осциллографа и позволяет наблюдать моделируемые процессы во времени. Если входная величина является вектором, то на графике будут изображения всех координат. Одновременно может выводиться до 30 кривых разного цвета.

Блок XY Graph

Данный блок также предназначен для наблюдения моделируемых процессов. Он имеет два входа, на первый из которых подается сигнал, выводимый по горизонтальной оси графика, а на второй – сигнал, откладываемый по вертикальной оси.

Блок Display

Этот блок используется для вывода цифровых значений измеряемых величин. Блок Display может показывать как скалярные, так и векторные величины. При измерении векторной величины автоматически меняется изображение блока – в правом нижнем углу появляется

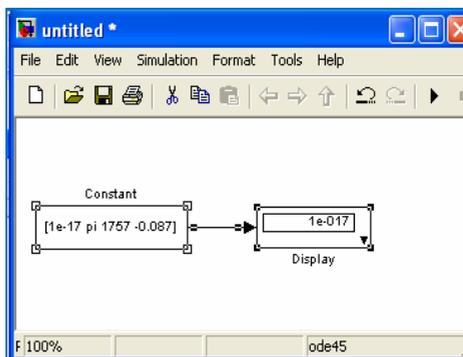


Рис. 3.3. Блок-схема проверки блока Display

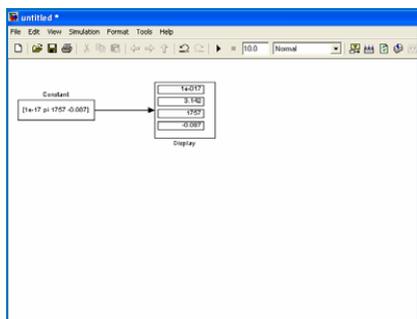


Рис. 3.4. Результат измерения блоком Display векторной величины

черный треугольник (рис. 3.3). Растянув рамку изображения блока, можно видеть значения всех измеряемых величин (рис. 3.4).

3.2.2. Раздел Sources

Блоки раздела (источники) используются для формирования входов S-моделей или входных сигналов (рис. 3.5).

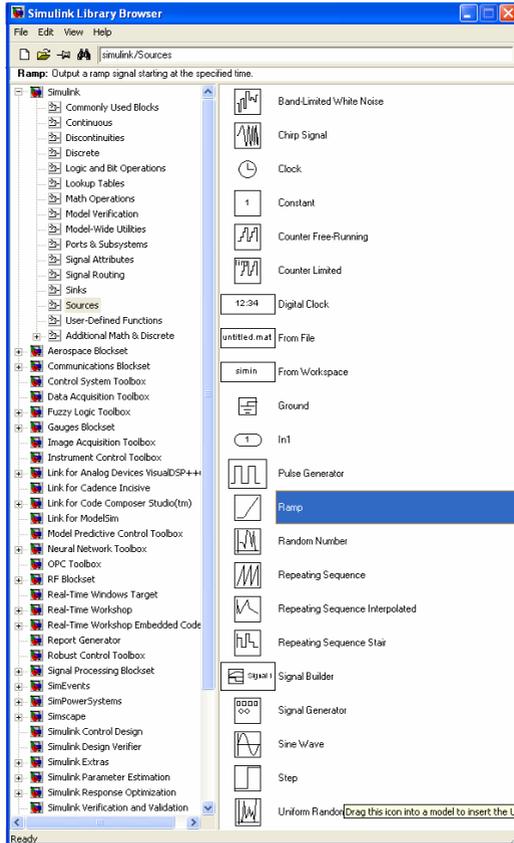


Рис. 3.5. Блоки раздела Sources

Для формирования входов моделей и подсистем, обеспечивающих поступление сигналов в S-модель или подсистему со стороны (из других S-моделей, рабочего пространства или MAT-файлов), используются элементы группы Model & Subsystem Inputs (Входы моделей и подсистем).

Для генерирования входных сигналов определенного вида применяются блоки группы Signal Generators. Например, элемент

Sinewave является источником гармонического сигнала, а блок Step – ступенчатого сигнала с заданным начальным временем и амплитудой.

3.2.3. Раздел Continuous

Данный раздел (рис. 3.6) содержит непрерывные элементы, описываемые линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Сюда входят приведенные ниже типы блоков, которые позволяют исследовать поведение сложнейших систем автоматического управления при разных входных воздействиях.

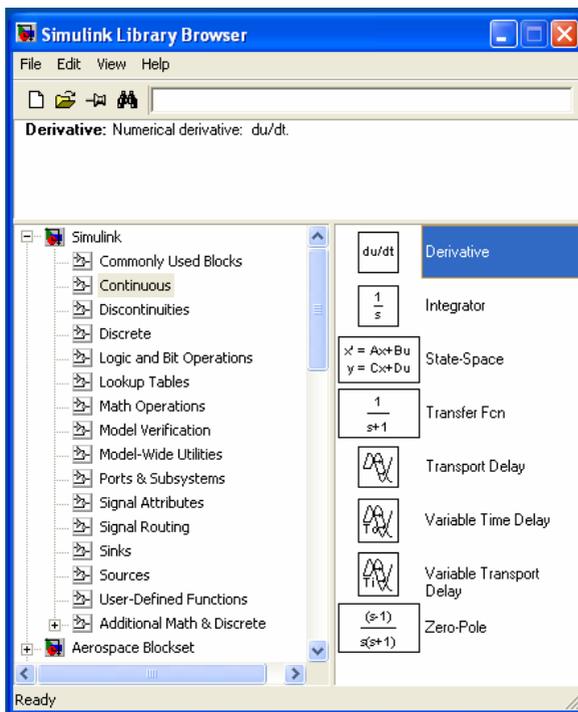


Рис. 3.6. Блоки раздела Continuous

1. Блоки общего назначения:

- Integrator – идеальное интегрирующее звено (интегратор);
- Derivative – идеальное дифференцирующее звено (дифференциатор).

2. Линейные стационарные звенья, параметры которых задаются способами, принятыми в теории автоматического управления:

- State Space – четырьмя матрицами пространства состояний;
- Transfer Fcn – передаточной функцией;
- Zero-Pole – векторами значений нулей и полюсов.

3. Блоки задержки сигнала:

- Transport Delay – задерживает сигнал на заданное количество шагов модельного времени (необязательно целое число);
- Variable Transport Delay – обеспечивает задержку на управляемую извне величину, равную входному сигналу.

3.2.4. Раздел Math Operations

Раздел «Математические операции» включает блоки, которые реализуют встроенные математические функции системы MATLAB.

Часть блоков предназначена для преобразования входных величин:

Sum – суммирует поступающие скалярные или векторные сигналы;

Product – осуществляет умножение или деление входных величин;

Gain (линейное усилительное звено) – умножает поступающий сигнал на постоянную величину (или вектор).

Звенья **Math Function**, **Trigonometric Function**, **MinMax**, **Abs**, **Sign** служат для выполнения стандартных математических операций.

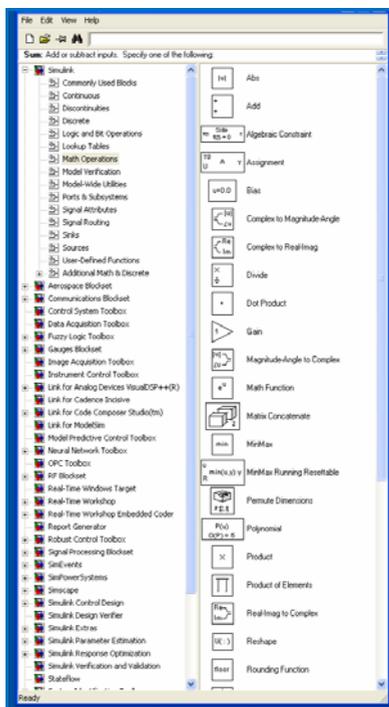


Рис. 3.7. Блоки раздела Math Operations

Группа элементов Logic Operations предназначена для осуществления логических операций. Во всех блоках этой группы выходная величина может принимать лишь два значения: 1 (ИСТИНА) или 0 (ЛОЖЬ).

Блоки Complex Vector Conversions служат для преобразования комплексных сигналов в действительные и наоборот.

3.2.5. Раздел Signals Routing

В Signals Routing (Пересылка сигналов) находятся блоки, с помощью которых можно организовать различные формы пересылки сигналов. В частности, в этом разделе имеется блок  Mux (Мультиплексор), который выполняет объединение входных величин в единый выходной вектор (шину). Входные величины могут быть как скалярными, так и векторными. Длина результирующего вектора равна сумме длин всех векторов. Порядок элементов в векторе выхода определяется порядком входов (сверху вниз) и порядком расположения элементов внутри каждого входа.

3.2.6. Раздел Lookup Tables

Данный раздел – «Табличные функции» – содержит блоки (рис. 3.8), посредством которых осуществляется линейная интерполяция входного воздействия в соответствии с заданной в окне настраивания табличной функцией. Например, элемент Lookup Table выполняет линейную интерполяцию, а блок Lookup Table (2-D) – двумерную линейную интерполяцию двух входных сигналов.

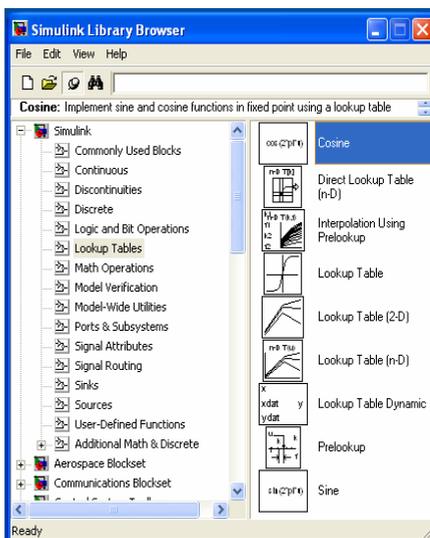


Рис. 3.8. Блоки раздела Lookup Tables

3.3. Создание моделей в среде MATLAB&SIMULINK

Разработка S-модели начинается с выбора в командном окне Matlab последовательности команд: File-New-Model. После чего на экране появляется пустое окно (рис. 3.9) для сборки новой (untitled) модели системы.

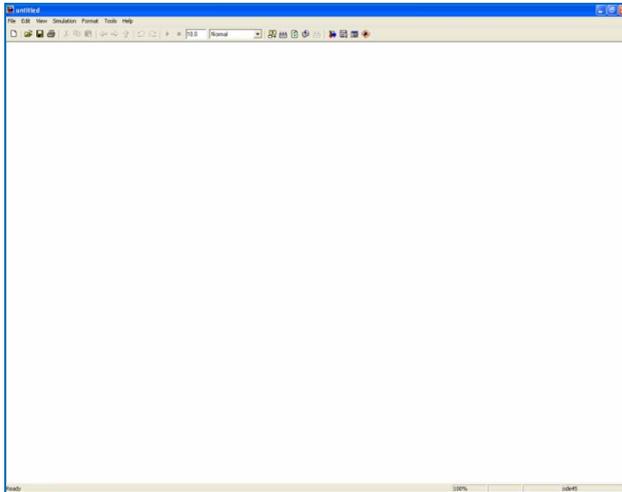


Рис. 3.9. Окно сборки S-модели

Окно пакета Simulink имеет строку меню, в котором объединены следующие типы команд:

- для работы с mdl-файлами – раздел File;
- для редактирования собираемой модели – Edit;
- для изменения внешнего вида окна – View;
- для управления процессом моделирования – Simulation;
- для редактирования внешнего вида (формата) отдельных блоков и модели системы в целом – Format.

Блок-схема моделируемого устройства собирается из модулей, которые с помощью мыши перетягиваются из окна раздела библиотеки в поле сборки S-модели. Соединение отдельных модулей также осуществляется с помощью мыши, указатель которой совмещается с выходом нужного блока и при нажатой левой клавише подводится ко входу соединяемого блока, после чего клавиша отпускается.

3.3.1. Построение блок-схем

Формирование моделей сложных динамических систем осуществляется с помощью рассматриваемых ниже операций.

Выделение объектов

Выделение отдельных объектов или соединительных линий выполняется единичным щелчком мыши на изображении соответствующих элементов. На очертании выбранного объекта появляются черные квадратики. На рис. 3.10 показан результат выделения элемента Transfer Fcn.

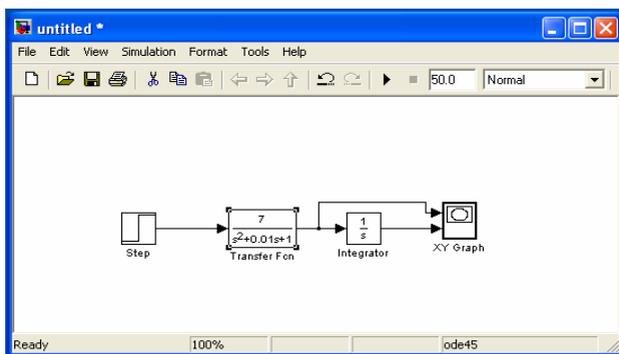


Рис. 3.10. Результат выбора блока Transfer Fcn

Выделить несколько объектов можно:

- либо последовательно щелкая левой клавишей мыши на каждом выбираемом объекте при одновременном удержании нажатой кнопки Shift;
- либо с помощью прямоугольной рамки, получаемой щелчком мыши в точке, служащей вершиной угла прямоугольника, и перемещение курсора по диагонали в противоположный угол рамки при удержании нажатой левой клавиши мыши.

Выделение всей модели выполняется также, как в большинстве других программных средств:

- либо путем нажатия клавиш Ctrl+A;
- либо посредством последовательного выбора команд: Edit (Редактировать) – Select All (Выбрать всё).

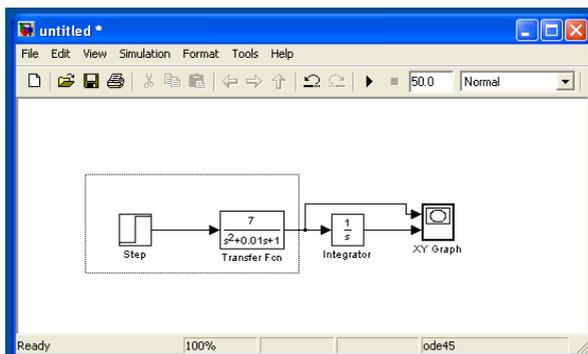


Рис. 3.11. Выделение нескольких объектов с помощью рамки

3.3.2. Операции с блоками

Копирование блоков

Копирование элементов из раздела библиотеки в текущую модель осуществляется перетаскиванием выбранного объекта с помощью мыши в окно собираемой блок-схемы.

Копировать блоки в окне создаваемой модели можно, выделив необходимый объект и последовательно выполнив команды: Edit (Редактировать) – Copy (Копировать) – Paste (Вставить). Перед вставкой блока необходимо установить курсор в нужное место окна собираемой схемы. Скопированный элемент будет иметь такие же параметры, как и оригинал. По умолчанию ему будет присвоено имя первоисточника, но с добавлением порядкового номера.

Перемещение блоков в модели

С помощью мыши можно переместить любые выделенные элементы модели с одного места в другое. При этом сохраняются все соединения перемещенных объектов с другими блоками, причем эти связи автоматически перерисовываются.

Установка параметров блоков

Все задаваемые параметры блоков устанавливаются в их диалоговых окнах, открываемых двойным щелчком левой клавиши мыши на изображении настраиваемого элемента.

Удаление блоков

Для удаления ненужных объектов из блок-схемы можно:

- либо воспользоваться клавишами Delete или Backspace, предварительно выделив соответствующие элементы;
- либо последовательно выполнить команды Edit (Править) – Clear (Очистить) или Edit (Править) – Cut (Вырезать).

В случае применения команды Cut (Вырезать) удаленный блок можно в дальнейшем вставить в модель, воспользовавшись командами Edit (Правка) – Paste (Вставить).

Отсоединение блоков

Отсоединить блок от линий связи можно, поместив курсор на его изображение и переместив в другое место модели при одновременном нажатии на кнопку Shift.

Изменение ориентации блоков

Для изменения ориентации блока в поле модели нужно его выделить, затем открыть меню Format (Формат) и выбрать команды либо Flip Block (Перевернуть блок), либо Rotate Block (Повернуть блок). Команда Flip Block приводит к повороту выбранного блока на 180°, а Rotate Block – к повороту на 90° по часовой стрелке.

Изменение размеров блоков

Для изменения размера изображаемого элемента следует выделить его, затем установить указатель мыши в одну из угловых меток блока, а после того как курсор примет форму двунаправленной стрелки, захватить ее с помощью мыши и перетянуть в новое положение в зависимости от требуемого размера блока.

Изменение имен блоков

Все имена блоков в модели должны быть уникальными и состоять хотя бы из одного символа. По умолчанию имя находится под изображением блока при его ориентации слева направо, при расположении элемента справа налево название будет сверху, а при установке блока сверху вниз или снизу вверх – по правую сторону от него.

Изменение названия блока осуществляется посредством щелчка левой клавиши мыши по выделенной надписи и вводом нового имени с клавиатуры. Изменение шрифта надписи производит-

ся путем выделения переименовываемого блока, вызовом команд Format (Формат) – Font (Шрифт) и выбором в раскрывшемся списке нужного шрифта.

Местоположение имени выделенного блока можно поменять, перетянув надпись на противоположную сторону с помощью мыши или воспользовавшись командами Format (Формат) – Flip Name (Развернуть имя).

Удалить название блока можно с помощью команд Format (Формат) – Hide Name (Скрыть имя). Вернуть изображение имени блока можно посредством команд Format (Формат) – Show Name (Показать имя).

3.3.3. Соединительные линии

Связь элементов моделируемой системы отображается с помощью линий, соединяющих входные и выходные порты блоков. По ним может передаваться как векторный, так и скалярный сигнал.

Создание соединительной линии

Для формирования соединительной линии между двумя звеньями необходимо поместить указатель мыши на выходной порт первого блока, удерживая нажатой левую клавишу, переместить курсор, принявший вид крестика, к входному порту подсоединяемого элемента. После того как клавиша мыши будет отпущена, появится соединительная линия, стрелка, которая будет указывать направление прохождения сигнала. Линию можно проводить и наоборот: от входа второго звена к выходу первого.

Создание разветвления линии

Передача одного сигнала нескольким блокам возможна при наличии разветвлений соединительных линий. Для создания разветвлений можно поместить указатель мыши на вход элемента, куда должен ответвляться сигнал, при нажатой левой клавише мыши подвести курсор к точке разветвления соединительной линии и отпустить кнопку мыши.

Редактирование соединительных линий

Соединительные линии состоят из отдельных сегментов. Их расположение и размеры можно видоизменять. Сделать это можно, предварительно выделив трансформируемый сегмент, а затем с помощью указателя мыши, принимающего вид четырехнаправленной стрелки, передвинуть в нужное положение. После этого следует отпустить левую клавишу мыши, которая удерживалась в нажатом состоянии.

Метки сигналов

Соединительные линии для наглядности оформления блок-схем можно подписать. Для создания метки сигнала нужно дважды щелкнуть на сегменте линии, где требуется пояснение, и ввести с клавиатуры необходимый текст.

3.3.4. Комментарии

В любом свободном месте блок-схемы можно поместить комментарий к модели. При двойном щелчке мыши в пустой области появится прямоугольная рамка, в которую с клавиатуры вводится необходимый текст.

С метками и комментариями можно выполнять различные манипуляции: перемещать, копировать, редактировать или удалять их совсем, используя команды, рассмотренные выше, применительно к другим элементам блок-схем.

3.4. Настройка модели и проведение исследований

Придание модели заданных свойств осуществляется заданием параметров блоков в их диалоговых окнах, открываемых двойным щелчком левой клавиши мыши на их изображениях. Ниже рассматривается технология настройки блоков, наиболее часто применяющихся при моделировании электромеханических объектов.

Задание параметров блока Score осуществляется из окна, изображенного на рис. 3.12.

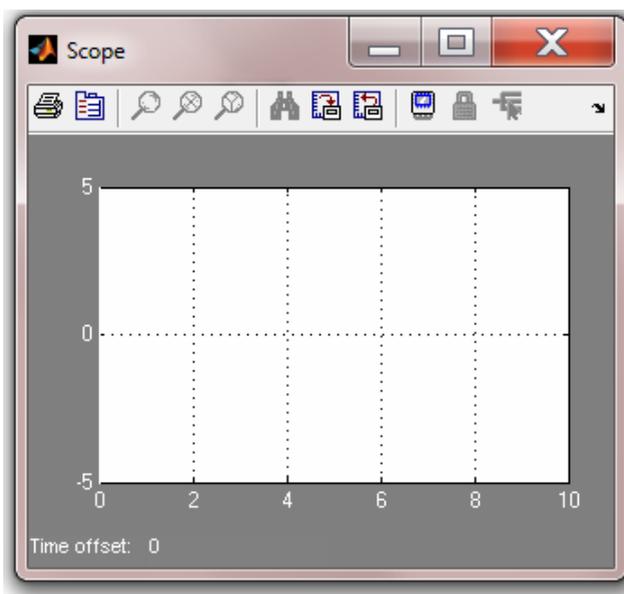


Рис. 3.12. Окно блока Score

Панель инструментов блока Score содержит одиннадцать кнопок следующего назначения:

-  – вывод содержимого окна Score на принтер;
-  – вызов окна настройки параметров блока;
-  – изменение масштаба по обеим осям графика одновременно;
-  – изменение масштаба по горизонтальной оси;
-  – изменение масштаба по вертикальной оси;
-  – автоматическая установка оптимального масштаба (полный обзор графика);
-  – сохранение установок параметров осей;
-  – восстановление установок параметров осей;
-  – включение холостого подсоединения блока;
-  – шлюз селектора сигналов;
-  – селектор сигналов.

Нажатие на кнопку  вызывает открытие окна настройки параметров блока Score (рис. 3.13), в котором имеются две вкладки:

General – для настройки общих параметров осей и Data history – для определения параметров представления данных блока.

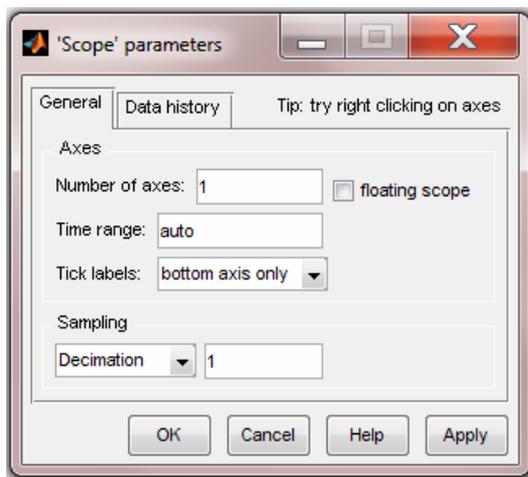


Рис. 3.13. Окно настройки блока Scope

Во вкладке General осуществляется настройка осей (Axes) осциллографа.

В зоне Number of axes (количество осей) задается количество входов блока Scope. Им соответствует число графических полей при выводе результатов моделирования. При установке флажка Floating Scope отключаются все входы блока.

В области Time range (интервал времени) указывается интервал времени, в пределах которого итоги моделирования выводятся на экран осциллографа. В поле Tick labels (метки осей) выбирается вид оформления осей координат на графиках, выводимых на экран блока Scope. При выборе оформления:

- all (все) – метки делений будут наноситься по всем осям графика;
- bottom axis only (только нижней оси) – деления будут наноситься только на горизонтальной оси нижнего графика;
- none (нет) – на графике вообще не будет меток делений.

В зоне Sampling (Дискретизация) выбором элемента Decimation (прореживание) и заданием целого положительного числа опреде-

ляются промежутки времени, используемые для вывода результатов моделирования на графике в окне блока Score.

Вкладка Data history (История данных) (рис. 3.13) используется для задания максимального количества элементов массива данных, которые выводятся при построении графиков в окне Score.

Установка флажка Save data to work space (Сохранить данные в рабочем пространстве) дает возможность записать данные, выводимые на графики, в рабочее пространство окна Score. При этом появляется доступ к полям Variable name (Имя переменной) и Format (Формат записи данных), в котором можно выбрать Array (Массив, матрица), Structure (Структура) или Structure with time (Структура со временем).

Настройка параметров блока XY Graph (рис. 3.14) заключается в задании границ изменений входных величин, выводимых на график, и дискреты по времени.

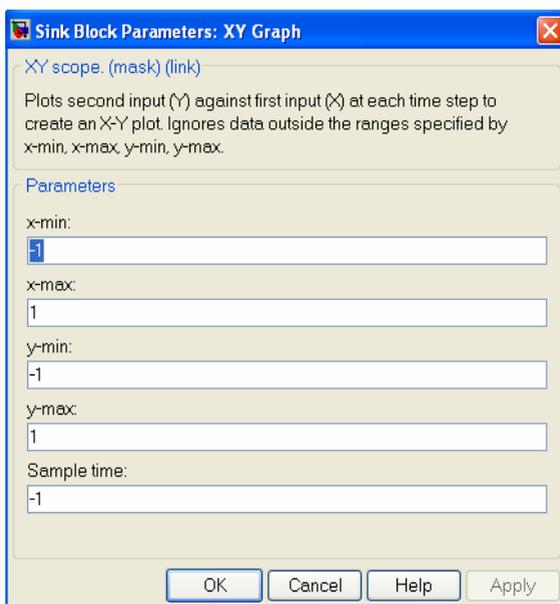


Рис. 3.14. Окно настройки блока XY Graph

Для иллюстрации работы блока XY Graph собрана блок-схема, представленная на рис. 3.15. На первый вход подан сигнал с блока Clock, на другой – с блока Sine Wave. При настройке параметров блока заданы границы изменения входных величин: $x_{\min} = 0$, $x_{\max} = 10$, $y_{\min} = -1$, $y_{\max} = 1$. Обзорное окно блока XY Graph с результатами моделирования представлены на рис. 3.16.

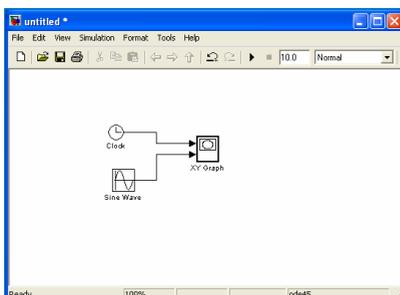


Рис. 3.15. Блок-схема проверки работы XY Graph

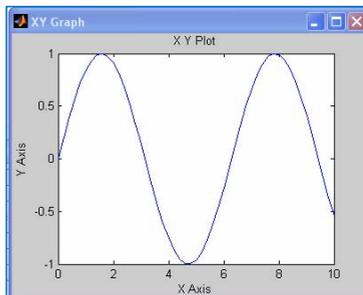


Рис. 3.16. Результаты моделирования в обзорном окне блока XY Graph

Задание параметров блока Display осуществляется в открытом окне настройки (рис. 3.17), в котором можно выбрать один из девяти форматов вывода чисел: short, long, short_e, long_e, bank, hex, binary, decimal, octal. Флажок Floating display позволяет обрывать связь со входом блока.

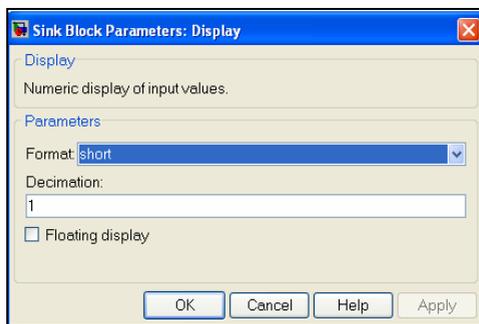


Рис. 3.17. Окно настройки блока Display

При настройке блока Step устанавливаются следующие параметры (рис. 3.18):

- Step time – момент времени, при котором происходит скачкообразное изменение входного сигнала (по умолчанию – 1);
- Initial value – начальный уровень сигнала (по умолчанию – 0);
- Final value – уровень сигнала после скачкообразного изменения (по умолчанию – 1).

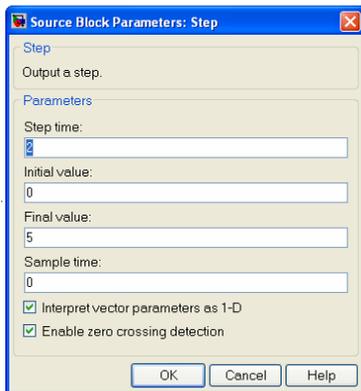


Рис. 3.18. Окно настройки блока Step

Для иллюстрации работы источника типа Step подключим его на вход осциллографа Scope (рис. 3.19). Установим следующие параметры настройки блока: Step time 3, Initial value –2, Final value 5. Активизируем процесс моделирования (команда Simulation ► Start). В окне блока Scope можно видеть сигнал, созданный блоком Step (рис. 3.20).

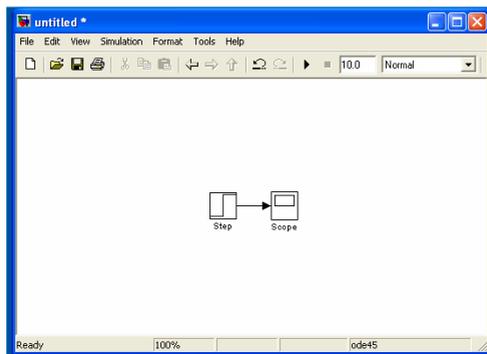


Рис. 3.19. Блок-схема проверки блока Step

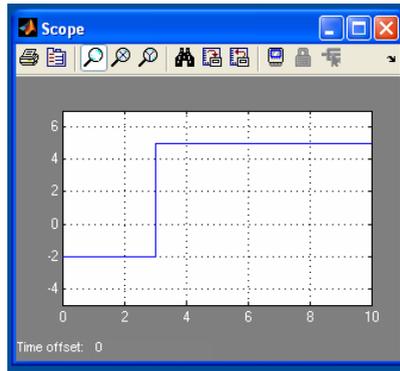


Рис. 3.20. Результат работы блока Step

Блок Sine Wave является генератором гармонического сигнала, поэтому при его настройке задаются такие параметры:

- Sine type – тип синусоидальной волны. Сигнал может быть непрерывным (Time based), при этом аргументом является время, и дискретным во времени (Sample based), в этом случае аргумент – число дискретов времени;
- Amplitude – амплитуда синусоидального сигнала;
- Bias – смещение (постоянная составляющая синусоиды);
- Frequency (rad/sec) – частота колебаний в радианах в секунду;
- Phase (rad) – начальная фаза в радианах;
- Sample time – дискрета времени для данного блока.

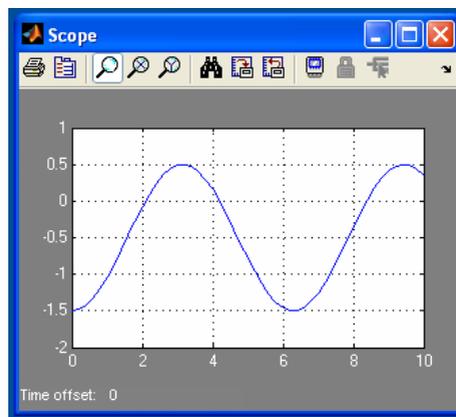


Рис. 3.21. Результат работы блока Sine Wave

На рис. 3.21 показан результат функционирования блока при задании следующих параметров: Sinetype – Time based, Amplitude – 1, Bias – -0,5, Frequency (rad/sec) – 1, Phase (rad) – $-\pi/2$, Sample time – 0.

При двойном нажатии на выделенное изображение блока Integrator открывается окно (рис. 3.22), в котором можно установить:

External reset – подключение дополнительного управляющего сигнала (none – дополнительный сигнал не используется, rising – нарастающий сигнал, falling – убывающий сигнал, either – изменяющийся сигнал в любом направлении);

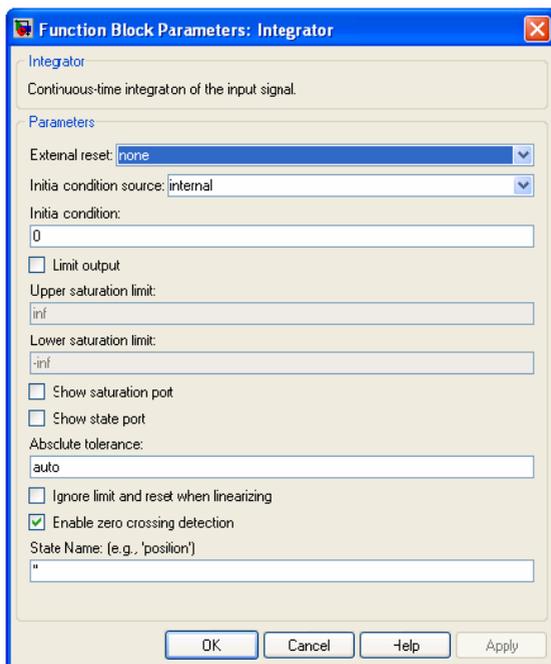


Рис. 3.22 Окно настройки блока Integrator

Initial condition source – вид источника установки начального значения выходного сигнала (internal – внутренняя, а external – внешняя установка начального значения выходной величины);

Initial condition – начальное значение выходной величины;

Limit output – ограничение величины выхода;

Upper saturation limit – верхнее значение выходной величины;

Lower saturation limit – нижнее значение выходной величины;

Show saturation port – видимый порт насыщения;

Show state port – видимый порт состояния;

Absolute tolerance – допустимая предельная величина абсолютной погрешности.

Если установлен флажок Limit out put, то при переходе выходной величиной интегратора значения, определяемого верхней или нижней границей, на дополнительном выходе интегратора (saturation port) формируется единичный сигнал, который может быть использован для управления работой S-моделей при установке флажка Show saturation port.

Если установлен флажок Show state port, то у интегратора появляется дополнительный порт, выходная величина которого может быть использована для прерывания алгебраического цикла или согласования состояния подсистем модели. Его значение совпадает с главным сигналом на выходе интегратора.

Установка параметров линейных стационарных звеньев соответствует принципам, принятым в теории автоматического управления. Например, при настройке элемента Transfer Fcn (рис. 3.23) задается передаточная функция, характеризующая динамические свойства моделируемого элемента. В строке Numerator coefficient устанавливаются коэффициенты полинома числителя передаточной функции, в строке Denominator coefficient – коэффициенты знаменателя.

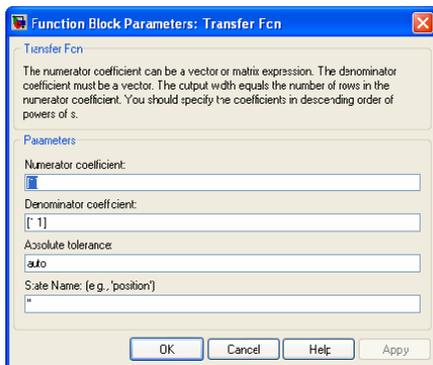


Рис. 3.23. Окно настройки элемента Transfer Fcn

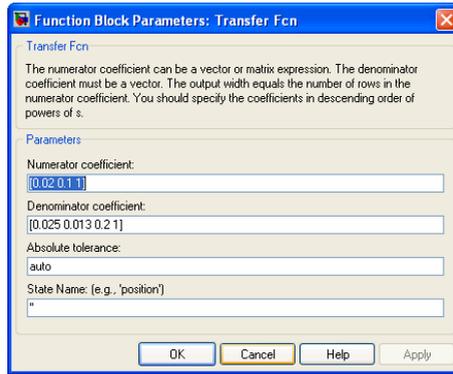


Рис. 3.24. Задание параметров блока Transfer Fcn

Задание коэффициентов осуществляется через пробел или запятую. На рис. 3.24 показан пример настройки Transfer Fcn, реализующего передаточную функцию вида

$$W(s) = \frac{0,02s^2 + 0,1s + 1}{0,025s^3 + 0,013s^2 + 0,2s + 1}.$$

Модели сложных систем не обходятся без таких элементов раздела Math Operations, как Sum, Product и Gain.

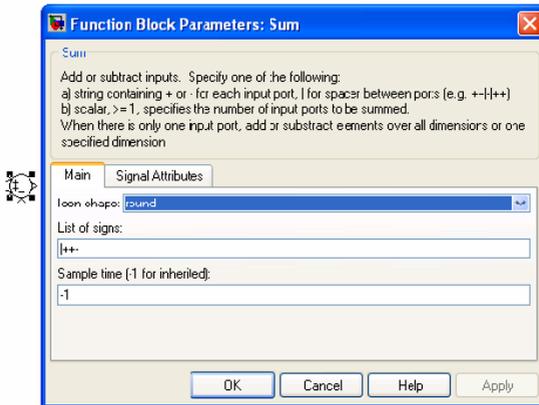


Рис. 3.25. Окно настройки и вид блока Sum

При настройке блока Sum (рис. 3.25) выбираются:

- форма (Icon Shape) изображения сумматора – круглая (round) или прямоугольная (rectangular);

- последовательность знаков (List of signs) – количество входов и их полярность («+» или «-»).

Окно настройки блока Product (рис. 3.26) содержит такие параметры как Number of inputs (Количество входов) и Multiplication (Умножение). Поскольку перемножаемые величины могут быть векторными или матричными, то должен быть выбран способ их умножения: поэлементное (Element wise) или матричное (Matrix). Если параметр Number of inputs – целое положительное число больше единицы, то все входные величины перемножаются. При равенстве этого параметра единице выполняется произведение элементов входного вектора. Если нужно получить деление на некоторую входную величину, то в поле параметра Number of inputs ставится символ «/», перед которым помещаются знаки «*», число которых должно совпадать с количеством перемножаемых величин.

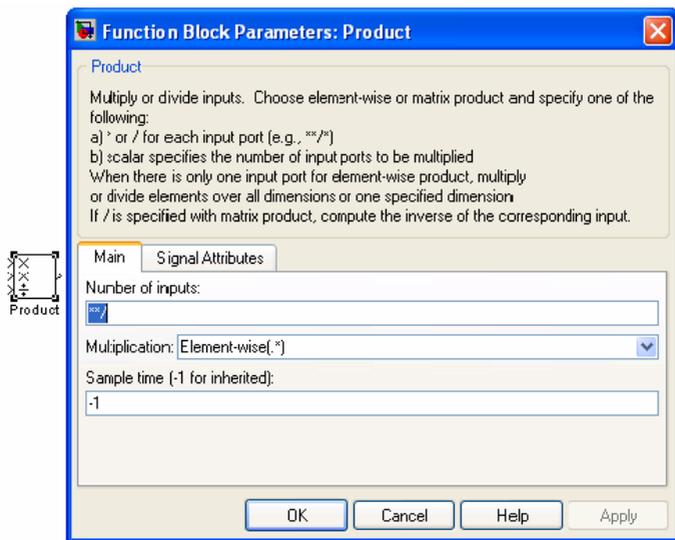


Рис. 3.26. Окно настройки и вид блока Product

При настройке параметров блока Gain (рис. 3.27) учитывается тип входного сигнала (u). Если входная величина – вектор длиной N, то коэффициент усиления должен быть вектором той же длины. В поле Multiplication (Умножение) задаются способы умножения входной величины на вектор K:

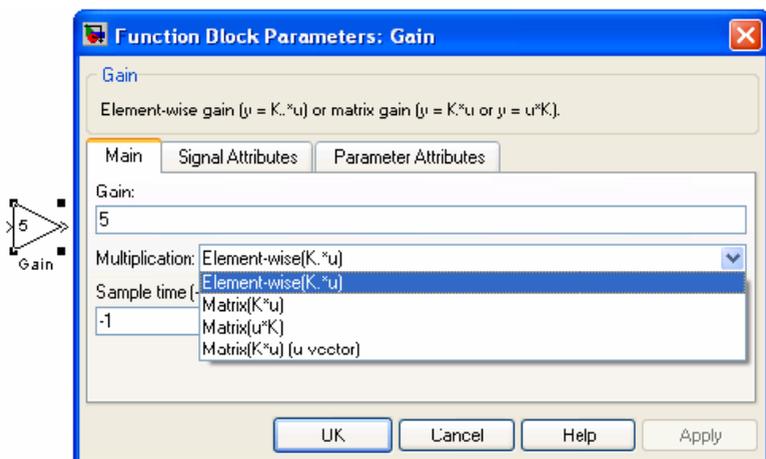


Рис. 3.27. Окно настройки и вид блока Gain

Element wise ($K.*u$) – поэлементное умножение входного вектора на вектор коэффициентов усиления;

Matrix ($K*u$) – матричное умножение вектора коэффициентов усиления на матрицу входной величины;

Matrix ($u*K$) – матричное умножение матрицы входной величины на вектор коэффициентов усиления;

Matrix ($K*u$) (u vector) – матричное умножение векторов K и u .

Звенья Complex to Magnitude-Angle и Complex to Real-Imag (рис. 3.28) трансформируют комплексный входной сигнал в один или два действительных выходных сигнала, являющиеся модулем, аргументом, действительной или мнимой частью входного сигнала.

Элементы Magnitude-Angle to Complex и Real-Imag to Complex преобразуют один или два входных действительных сигнала в комплексный выходной сигнал. Количество входов и выходов задается в окнах настройки блоков (рис. 3.29).

Анализ моделируемых процессов удобно выполнять при совмещении наблюдаемых сигналов в одном окне осциллографа. Для объединения моделируемых сигналов используется блок Mux (раздел Signals Routing).

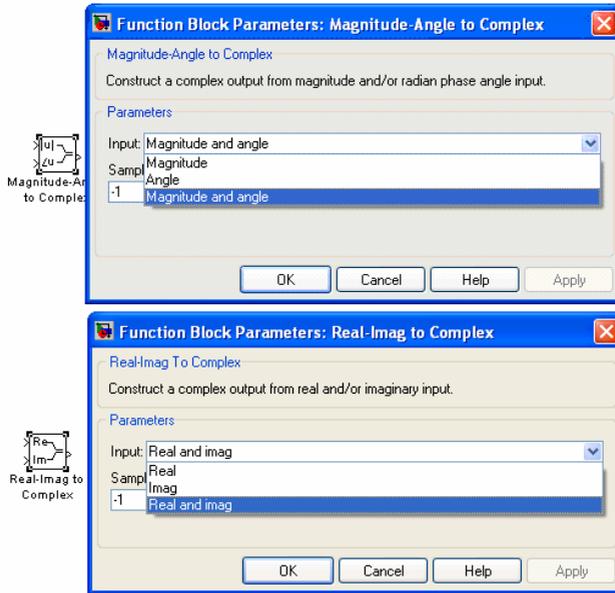


Рис. 3.28. Окна настройки и изображения блоков Complex to Magnitude-Angle и Complex to Real-Imag

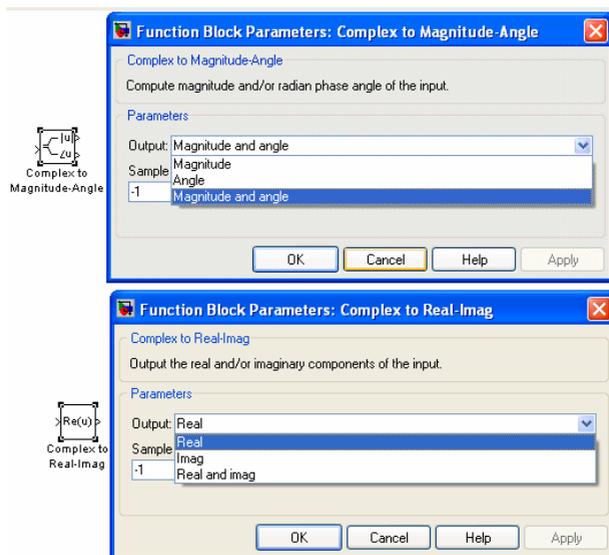


Рис. 3.29. Окна настройки и изображения блоков Magnitude-Angle to Complex и Real-Imag to Complex



Рис. 3.30. Окно настройки и внешний вид блока Mux

При настройке Mux (рис. 3.30) задаются:

- Number of inputs – количество входов;
- Display option – вид изображения блока на схеме.

При моделировании нелинейных систем приходится пользоваться блоком Lookup Table. Сигнал на выходе этого блока принимает значения, заданные в строке Table data, при достижении входным сигналом величин, указываемых в строке Vector of input values (рис. 3.31).

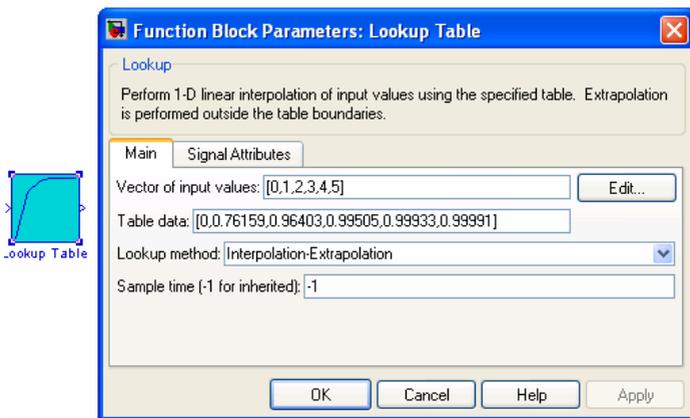


Рис. 3.31. Окно настройки и внешний вид блока Lookup Table

Проверить или изменить установленные параметры блока можно в окне редактирования (рис. 3.32), открывающемся при нажатии на кнопку Edit.

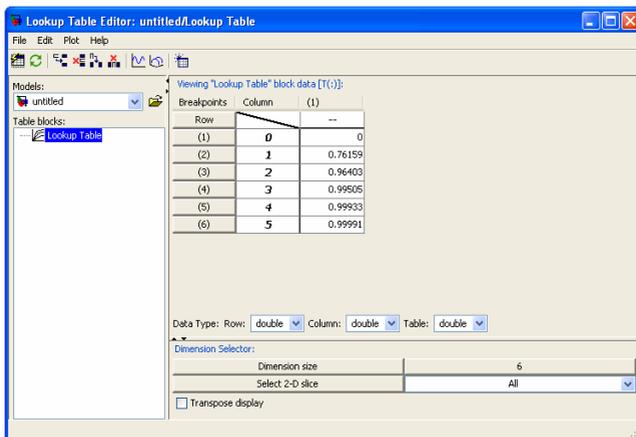


Рис. 3.32. Окно редактирования таблицы параметров блока Lookup Table

Из этого окна нажатием на кнопку *line plot* возможен просмотр интерполяции, получаемой с помощью Lookup Table (рис. 3.33).

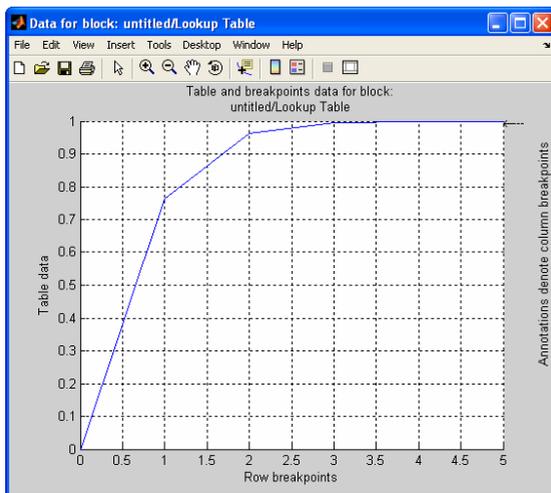


Рис. 3.33. Проверка интерполяции, реализуемой блоком Lookup Table

Запуск процесса моделирования осуществляется командой *Simulation*, которая выполняется нажатием на кнопку ► *Start* основного окна MATLAB&SIMULINK. Результаты функционирования моделируемой системы отражаются в обзорных окнах блоков раздела *Sinks*.

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ ЭНЕРГИИ

4.1. Математические модели и переходные процессы в машинах постоянного тока

4.1.1. Моделирование и исследование режимов двигателя постоянного тока независимого возбуждения

При разработке математических моделей целесообразно использовать структурный метод, позволяющий при моделировании учитывать различные варианты включения обмоток машин, влияние нелинейности кривой намагничивания, реакции якоря. Принципиальных отличий в моделировании двигателей и генераторов постоянного тока не существует. Режим работы машины учитывается при записи исходной системы уравнений. Рассмотрим процесс математического моделирования для двигателя постоянного тока независимого возбуждения (рис. 2.3).

Запишем уравнения (2.47)–(2.50) в операторной форме относительно тока якоря и угловой скорости вращения:

$$\begin{aligned}i_{\text{я}}(s) &= \frac{1}{s} \left[\frac{1}{\delta\chi} u_{\text{я}}(s) - \frac{(1-\delta)}{\delta\chi} v(s) - \frac{1}{\chi} i_{\text{я}}(s) \right]; \\v(s) &= \frac{1}{s} \left[\frac{\delta}{1-\delta} (\mu(s) - \mu_m(s)) \right].\end{aligned}\quad (4.1)$$

Система уравнений (4.1) позволяет построить структурную схему двигателя постоянного тока для математического моделирования (рис. 4.1).

Для создания модели двигателя последовательно открываем MATLAB, Simulink и три необходимые для построения схемы модели библиотеки: Sources (источники сигналов), Sinks (приборы) и Continuous (непрерывные блоки). При открывании Simulink одновременно открывается поле для набора структурной схемы, первоначально это поле имеет название Untitled (без имени). Блоки из библиотек в наборное поле Untitled переносятся известным способом Drag-and-Drop (перетащи и оставь).

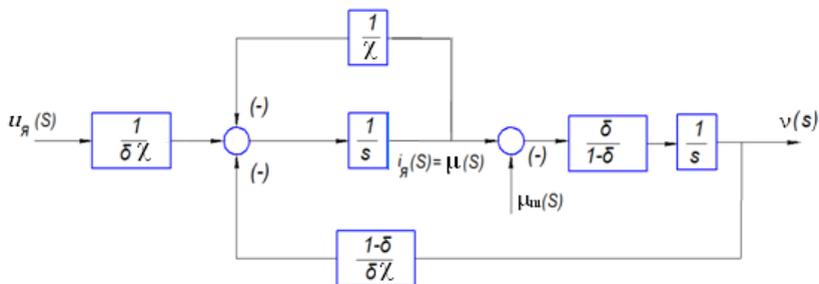


Рис. 4.1. Структурная схема двигателя постоянного тока независимого возбуждения

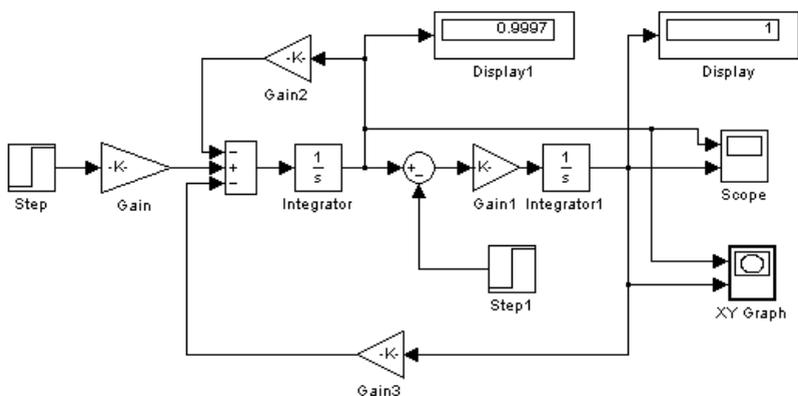


Рис. 4.2. Схема математической модели двигателя постоянного тока независимого возбуждения

Величина напряжения якорной цепи u_a в схеме модели (рис. 4.2) задается в блоке Step, а величина момента сопротивления нагрузки M_C – в блоке Step1. Коэффициенты $\frac{1}{\delta\chi}$, $\frac{1}{\chi}$, $\frac{(1-\delta)}{\delta\chi}$ и $\frac{\delta}{1-\delta}$ устанавливаются в блоках Gain, Gain1, Gain2 и Gain3.

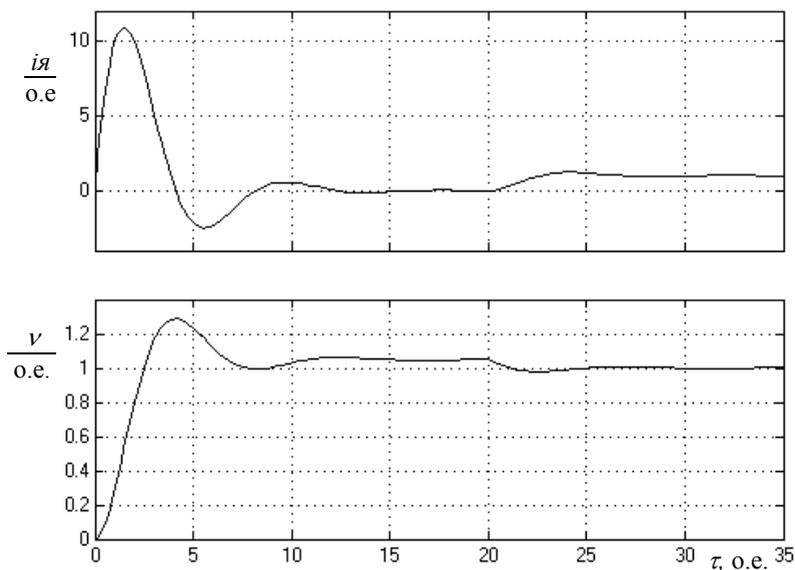


Рис. 4.3. Осциллограммы прямого холостого пуска двигателя и наброса нагрузки: *a* – кривая тока якоря; *б* – кривая угловой скорости вращения

Таблица 4.1

Параметры двигателя постоянного тока

$U_{яH}$ (В)	220	$L_{яц}$	0,0146	$\chi = \frac{T_{\Sigma}}{T_M}$	1,387
$I_{яH}$ (А)	30,1	$\delta = \frac{r_{я} I_{яH}}{U_{яH}}$	0,046	$\frac{1}{\delta \chi}$	15,67
M_H (Н · м)	16,87	$C_e \Phi_H$ (В · с)	0,66	$\frac{1}{\delta \chi} \quad \frac{1}{\chi}$	0,72
ω_H (1/с)	314,1	$\nu_0 = \frac{\omega_0}{\omega_H} = \frac{U_{яH}}{C_e \Phi_H \omega_H}$	1,06	$\frac{(1-\delta)}{\delta \chi}$	14,95
$r_{я}$ (Ом)	0,337	$T_M = J_{\Sigma} \frac{\omega_0 \delta}{M_H}$ (с)	0,03	$\frac{\delta}{1-\delta}$	0,048

Расчетные значения коэффициентов для работы модели приведены в табл. 4.1.

Из приведенных кривых (рис. 4.3) видно, что процесс пуска носит колебательный характер. Кратность пикового тока (момента) составляет 11 о. е.

Наброс нагрузки при $M_C = 1,0$ о. е. произведен в момент $t_1 = 20$ и $T_M = 0$ с.

Установившееся значение угловой скорости холостого хода $v_0 = 1,06$ о. е. Время пуска $t_{\Pi} = 15$ и $T_M = 9,45$ с. После наброса нагрузки угловая скорость снижается до $v_0 = 1$ о. е., при этом вращающий момент соответствует номинальному. Значение угловой скорости и момента в схеме фиксируют блоки Display и Display1.

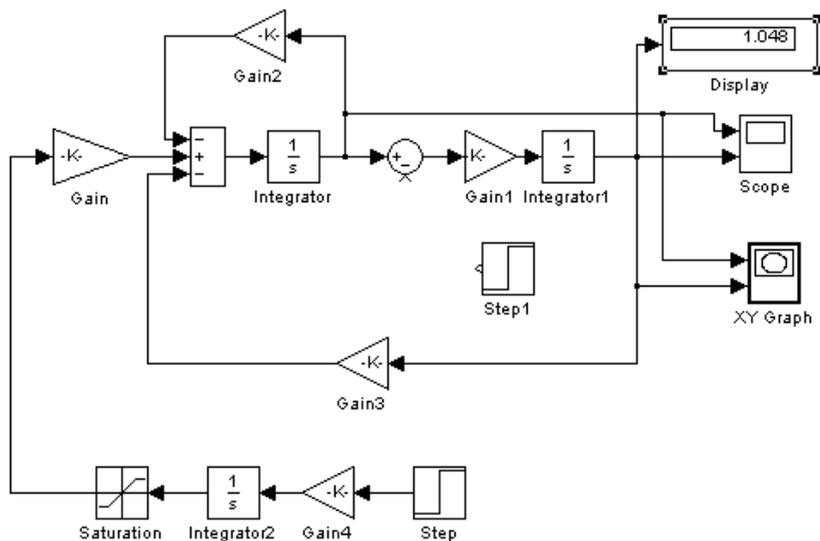


Рис. 4.4. Схема математической модели двигателя постоянного тока с регулятором интенсивности

Снижение пикового броска тока (момента) при пуске можно добиться путем плавного возрастания якорного напряжения $U_{я}$. Для этого на входе блока Gain (рис. 4.5) создается регулятор интенсивности, включающий блоки Saturation (насыщение), Integrator, Gain4 и Step. Регулирование интенсивности подъема якорного

напряжения осуществляется изменением коэффициента усиления блока Gain4.

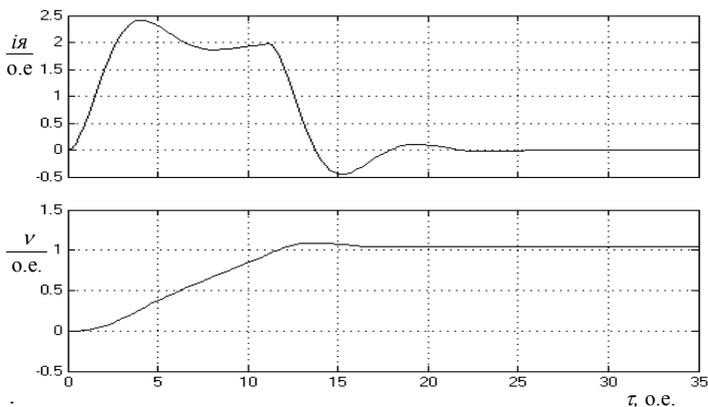


Рис. 4.5. Осциллограммы прямого холостого пуска двигателя с регулятором интенсивности: *a* – кривая тока якоря; *b* – кривая угловой скорости вращения

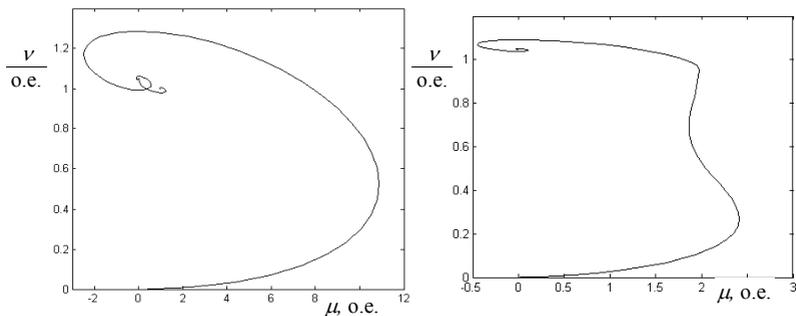


Рис. 4.6. Динамические механические характеристики: *a* – при холостом пуске и набросе нагрузки; *b* – при холостом пуске с регулятором интенсивности

При использовании регулятора интенсивности пиковое значение якорного тока снижается до безопасного значения. На рис. 4.5 пиковое значение якорного тока составляет 2,4 о. е. Этому соответствует более плавное изменение скорости вращения, снижение ее колебательности и перерегулирования.

Время переходного процесса составляет $t_{\text{пп}} = 20$ и $T_M = 0,6$ с. Динамическая механическая характеристика (рис. 4.6) изменяется в меньших пределах, и вращающий момент при пуске является более постоянным.

4.1.2. Переходные процессы в двигателе постоянного тока с учетом нелинейностей и изменения параметров

Для построения математической модели двигателя уравнения-используем уравнения (6, 7, 9, 10, 11), которые запишем в операторной форме:

$$\left. \begin{aligned} i_{\text{я}}(s) &= \frac{1}{s} \left[\frac{1}{\delta\chi} u_{\text{я}}(s) - \frac{(1-\delta)}{\delta\chi} v\varphi - \frac{1}{\chi} i_{\text{я}}(s) \right]; \\ v(s) &= \frac{1}{s} \left[\frac{\delta}{1-\delta} (\varphi(s) - M_C(s)) \right]; \quad \varphi(s) = \frac{1}{s} \left[\frac{1}{\alpha} (u_B(s) - i_B(s)) \right]; \\ \varphi_M &= \varphi(s) + \varphi_{\text{ря}}(s); \quad \varphi_{\text{ря}}(s) = F_1 i_{\text{я}}(s); \\ i_B(s) &= i_M(s) - i_{BT}(s); \\ i_M(s) &= F_2(\varphi_M); \\ i_{BT}(s) &= -\beta s \varphi(s), \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

где $\alpha = \frac{2p\omega_B\Phi_n\sigma}{U_{BH}T_M}$; $\beta = \frac{2p\omega_B\Phi_n\sigma}{r_{BH}i_{BH}T_M}$.

Система уравнений (4.2) дает возможность получить схему математической модели двигателя постоянного тока с учетом действия поперечной реакции якоря, насыщения магнитной цепи и вихревых токов главных полюсов двигателя (рис. 4.7).

Нелинейная характеристика реакции якоря $\varphi_{\text{ря}}(s) = F_1 i_{\text{я}}(s)$ реализована блоком Lookup Table2, а характеристика намагничивания $i_M(s) = F_2(\varphi_M)$ – блоком Lookup Table1. Характеристики $\varphi_{\text{ря}}(s) = F_1 i_{\text{я}}(s)$ и $i_M(s) = F_2(\varphi_M)$ показаны на рис. 4.8.

Для сравнительного анализа результатов моделирования в схему включен блок Subsystem, содержащий модель двигателя постоянного тока, представленную на рис. 4.2.

Напряжение u_B возбуждения и якорное $u_{\text{я}}$ напряжение действуют в схеме модели раздельно, причем напряжение якоря подается с задержкой во времени (10τ), что позволяет осуществлять пуск двигателя при номинальном потоке возбуждения ($\varphi = 1$ о. е.).

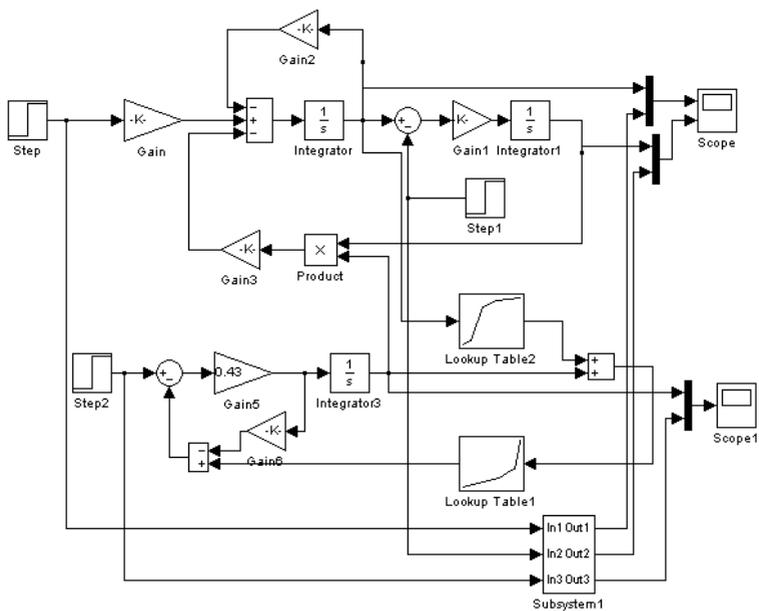


Рис. 4.7. Схема математической модели двигателя постоянного тока с учетом изменения параметров

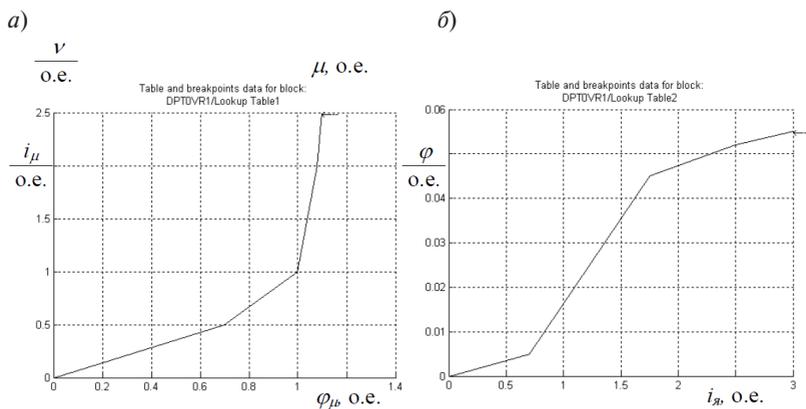


Рис. 4.8. Характеристики насыщения магнитной цепи (а) и поперечной реакции якоря (б)

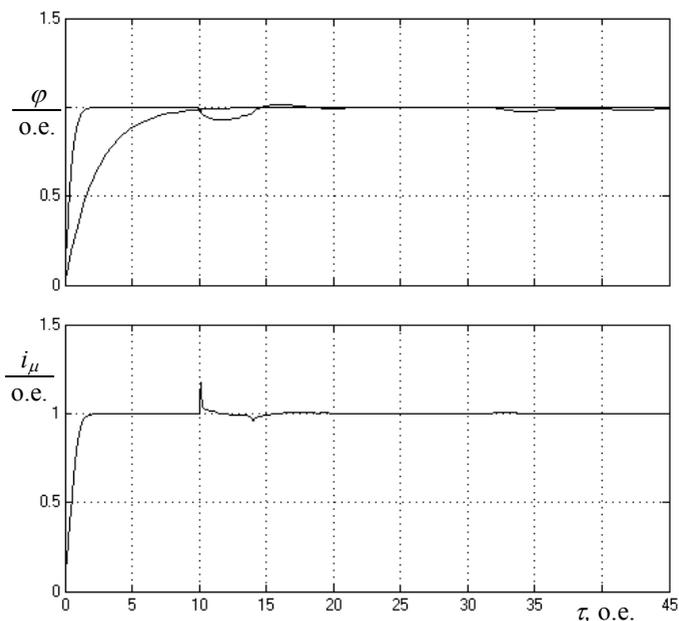


Рис. 4.9. Осциллограммы холостого пуска двигателя и наброса нагрузки:
a – кривые результирующего магнитного потока;
б – кривая тока намагничивания

Кривая результирующего магнитного потока двигателя с учетом насыщения магнитной цепи, действия поперечной реакции якоря и вихревых токов показана на рис. 4.10, *a* сплошной линией. Для сравнения приведена кривая φ идеализированного двигателя (пунктирная кривая), полученная с помощью блока Subsystem (рис. 4.8). В момент пуска двигателя ($\tau = 10$ о. е.) и наброса номинальной нагрузки ($\tau = 30$ о. е.) поток уменьшается вследствие действия поперечной реакции якоря.

На рис. 4.10, *б* приведена переходная характеристика тока намагничивания. Характеристика содержит всплески тока в моменты крутого изменения магнитного потока ($\varphi_M = \varphi + \varphi_{рн}$) намагничивания.

При учете насыщения магнитной цепи, поперечной реакции якоря и учета вихревых токов кривые (сплошные кривые) вращающего момента μ и угловой скорости ω имеют в переходных режимах большую колебательность по сравнению с кривыми (пунктирные кривые) идеализированного двигателя (рис. 4.10.).

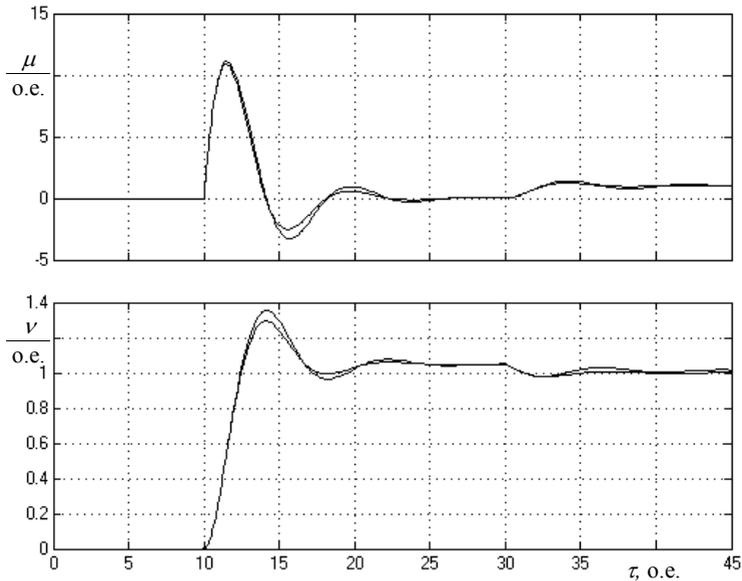


Рис. 4.10. Осциллограммы прямого холостого пуска двигателя и наброса нагрузки: *a* – кривые вращающего момента; *б* – кривая угловой скорости вращения

4.2. Моделирование трехфазного силового трансформатора

Представим дифференциальные уравнения (4.1) трансформатора в относительных единицах. В качестве базисных единиц принимаем: $U_B = U_{фТ}$ – базисное напряжение, равное амплитуде номинального фазного напряжения первичной обмотки; $I_B = I_{фТ}$ – базисный ток, равный амплитуде номинального фазного тока первичной обмотки; $\Psi_B = \frac{U_B}{\omega_B}$ – базисный поток; ω_B – базисная круговая частота; $Z_B = \frac{U_B}{I_B}$ – базисное сопротивление; $t_0 = 1/\omega_B$ – базисное время.

Уравнения первичной обмотки трансформатора в относительных единицах:

$$\begin{aligned}
 U_{AC} &= \frac{d\Psi_A}{d\tau} + r_1 i_A; \\
 U_{BA} &= \frac{d\Psi_B}{d\tau} + r_1 i_B; \\
 U_{CB} &= \frac{d\Psi_C}{d\tau} + r_1 i_C,
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

где $\Psi_A = \Psi_{Am} + \Psi_{A\sigma}$; $\Psi_B = \Psi_{Bm} + \Psi_{B\sigma}$; $\Psi_C = \Psi_{Cm} + \Psi_{C\sigma}$; $\tau = t\omega_B$ – относительное время.

Уравнения потокосцеплений рассеяния первичной обмотки:

$$\Psi_{A\sigma} = x_{\sigma 1} i_A; \quad \Psi_{B\sigma} = x_{\sigma 1} i_B; \quad \Psi_{C\sigma} = x_{\sigma 1} i_C,
 \tag{4.4}$$

где $x_{\sigma 1} = L_{\sigma 1} \omega_B$ – индуктивное сопротивление рассеяния фазы первичной обмотки.

Уравнения вторичной обмотки трансформатора:

$$\begin{aligned}
 -\frac{d\Psi_a}{d\tau} &= r_2 i_a + U_a; \\
 -\frac{d\Psi_b}{d\tau} &= r_2 i_b + U_b; \\
 -\frac{d\Psi_c}{d\tau} &= r_2 i_c + U_c,
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

где $\Psi_a = \Psi_{Am} + \Psi_{a\sigma}$; $\Psi_b = \Psi_{Bm} + \Psi_{b\sigma}$; $\Psi_c = \Psi_{Cm} + \Psi_{c\sigma}$.

Уравнения потокосцеплений вторичной обмотки:

$$\Psi_{\sigma a} = x_{\sigma 2} i_a; \quad \Psi_{\sigma b} = x_{\sigma 2} i_b; \quad \Psi_{\sigma c} = x_{\sigma 2} i_c,
 \tag{4.6}$$

где $x_{\sigma 2} = L_{\sigma 2} \omega_B$ – индуктивное сопротивление рассеяния фазы вторичной обмотки.

Уравнения намагничивающих токов трансформатора:

$$i_{\mu a} = i_A - i_a; \quad i_{\mu b} = i_B - i_b; \quad i_{\mu c} = i_C - i_c.
 \tag{4.7}$$

Намагничивающие токи определяются из кривой намагничивания трансформатора. Схема модели для исследования режимов работы трансформатора показана на рис. 4.11.

Верхняя часть схемы модели составлена на основании уравнений (4.4), (4.5) и (4.7). Нелинейная характеристика $i_{\mu A} = f(\Phi_{am})$ воспроизведена с помощью блока Lookup Table1. Параметры характеристики указаны в табл. 4.2.

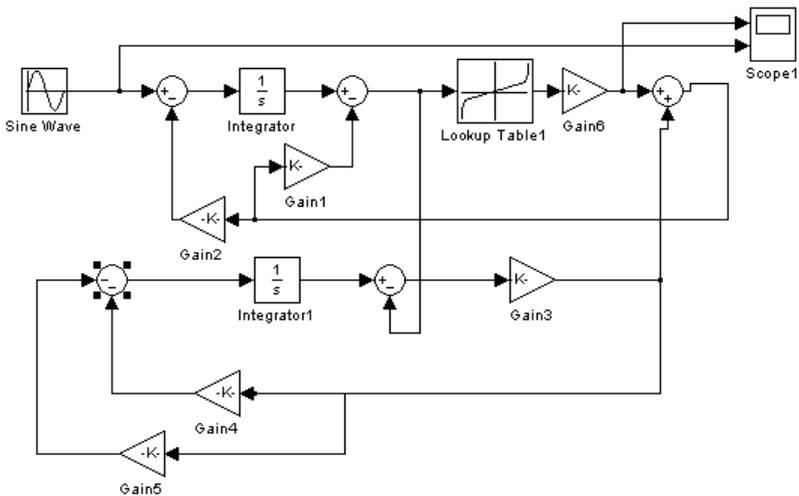


Рис. 4.11. Схема математической модели силового трансформатора

Таблица 4.2

Нелинейная характеристика $i_{\mu A} = f(\Phi_{am})$

$i_{\mu A}$	-5	-3,4	-1,8	-1,4	0	1,4	1,8	3,4	5
Ψ_{Am}	-1,77	-1,75	-1,6	-1,4	0	1,4	1,6	1,75	1,77

Для согласования тока намагничивания вводится коэффициент 0,068 (Gain). Нижняя часть схемы модели составлена с использованием уравнений (4.5), (4.6) и (4.7). В качестве нагрузки на вторичной обмотке трансформатора используется активное сопротивление (блок Gain5).

Параметры схемы модели представлены в табл. 4.3.

Переходные процессы в трансформаторе возникают при резком изменении режима работы (подключение к сети, изменение нагрузки, короткие замыкания в сети, трансформаторе и т. д.).

При работе трансформатора в номинальном режиме в качестве сопротивления нагрузки выбрано активное сопротивление $r_H = 1$ о. е. При этом величина тока намагничивания $i_{\mu A} = 0,068$ о. е. Осциллограммы номинального режима работы трансформатора показаны на рис. 4.12.

Параметры трансформатора

S_H , кВА	U_H , В	I_H , А	U_k , %	Потери, Вт		I_0 , А	Параметры схемы замещения, Ом		
				P_{XX}	P_{K3}		$r_1 = r_2'$	$x_{\sigma 1} = x_{\sigma 2}'$	x_μ
10	220	15,1	4,5	90	280	7,0	0,2	0,52	205

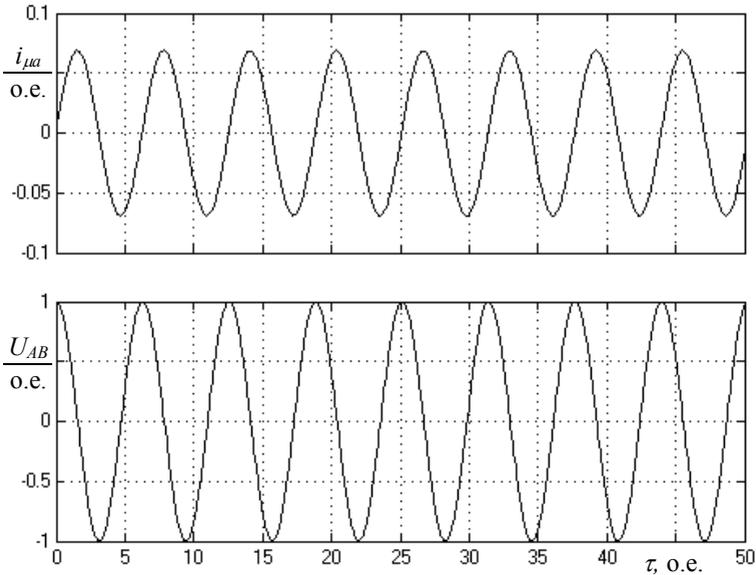


Рис. 4.12. Осциллограммы тока намагничивания (а) и фазного сетевого напряжения (б) при работе трансформатора в номинальном режиме

При включении трансформатора в работу величина тока намагничивания зависит от фазы питающего напряжения в момент включения. Наиболее благоприятный момент включения – когда амплитуда питающего напряжения проходит через максимум (фаза равна $\mp \pi/2$). Худший момент включения – когда амплитуда напряжения проходит через нуль (фаза равна 0 или π). В схеме модели фаза питающего напряжения устанавливается в блоке SineWave.

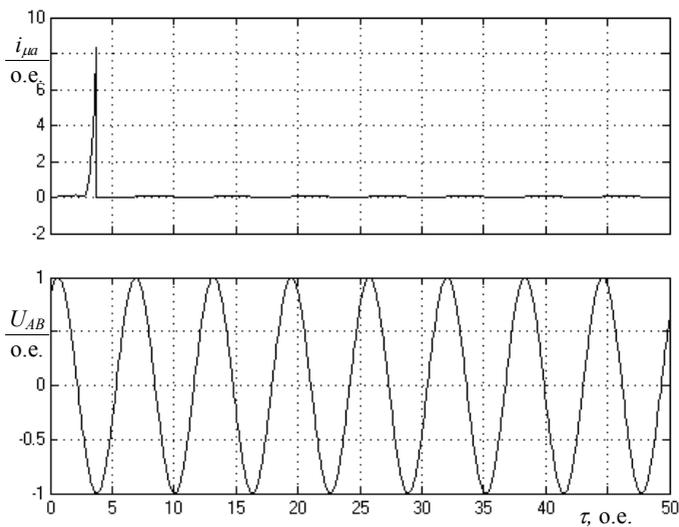


Рис. 4.13. Осциллограммы тока намагничивания (а) и фазного сетевого напряжения (б) при включении трансформатора

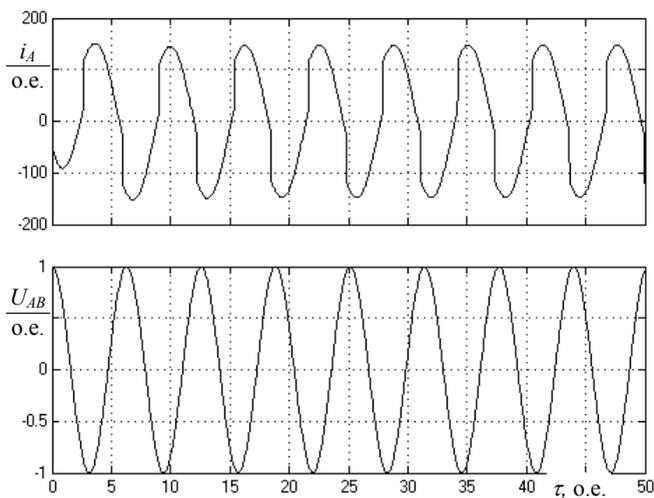


Рис. 4.14. Осциллограммы фазного тока (а) и фазного сетевого напряжения (б) при коротком замыкании трансформатора

Для момента включения, когда фаза равна $\pi/3$, приведены осциллограммы намагничивающего тока $i_{\mu A}$ и питающего напряжения U_A (рис. 4.13), из которых видно, что намагничивающий ток превышает номинальное (0,068) значение в 120 раз.

Режим короткого замыкания в цепи нагрузки создается в схеме модели путем уменьшения коэффициента блока Gain5. Осциллограммы фазного тока первичной обмотки и сетевого фазного напряжения приведены на рис. 4.14. Установившееся значение тока короткого замыкания составляет 150 о. е.

4.3. Моделирование процессов прямого пуска и изменения нагрузки асинхронного двигателя

Для создания модели асинхронного двигателя в программе MATLAB – Simulink воспользуемся уравнениями (2.35)–(2.38), которые запишем в более удобной для моделирования форме.

Уравнения равенства напряжений:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{s\alpha} &= \frac{1}{s}(u_{s\alpha} - r_s i_{s\alpha}); \\ \Psi_{s\beta} &= \frac{1}{s}(u_{s\beta} - r_s i_{s\beta}); \\ \Psi_{r\alpha} &= \frac{1}{s}(-r_r i_{r\alpha} - p\nu\Psi_{r\beta}); \\ \Psi_{r\beta} &= \frac{1}{s}(-r_r i_{r\beta} - p\nu\Psi_{r\alpha}). \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

Уравнения токов, записанные через потокосцепление:

$$\left. \begin{aligned} i_{s\alpha} &= \frac{1}{x'_s}(\Psi_{s\alpha} - k_r\Psi_{r\alpha}); \\ i_{s\beta} &= \frac{1}{x'_s}(\Psi_{s\beta} - k_r\Psi_{r\beta}); \\ i_{r\alpha} &= \frac{1}{x'_r}(\Psi_{r\alpha} - k_s\Psi_{s\alpha}); \\ i_{r\beta} &= \frac{1}{x'_r}(\Psi_{r\beta} - k_s\Psi_{s\beta}). \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

Уравнение электромагнитного момента на валу двигателя:

$$M = k_s(\Psi_{s\beta}i_{r\alpha} - \Psi_{s\alpha}i_{r\beta}). \quad (4.10)$$

Уравнение движения ротора асинхронного двигателя:

$$v = \frac{1}{SH_j} (\mu - \mu_m). \quad (4.11)$$

В качестве примера для моделирования взят асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором 4A180S4, имеющий следующие параметры: $P_H = 22$ кВт; $U_{\text{фн}} = 220$ В; $I_{\text{фн}} = 42,57$ А; $f_H = 50$ Гц; $r_s = 0,04$; $r_r = 0,02$; $k_s = 0,9808$; $k_r = 0,9709$; $x'_s = 0,1957$; $x'_r = 0,1975$; $H_j = 126,72$; $M_H = 0,8$.

Для создания структурной схемы математической модели асинхронного двигателя необходимо в командном окне MATLAB File – view – model открыть наборное поле Untitled. Затем открываются библиотеки Continuous (непрерывные блоки), Math Operations (математические операции), Sources (источники сигналов), Sinks (приборы), и блоки из библиотек переносятся в поле Untitled известным способом Drag-and-Drop (перетаски и оставь). Причем набор блоков производится согласно уравнениям (4.8)–(4.11).

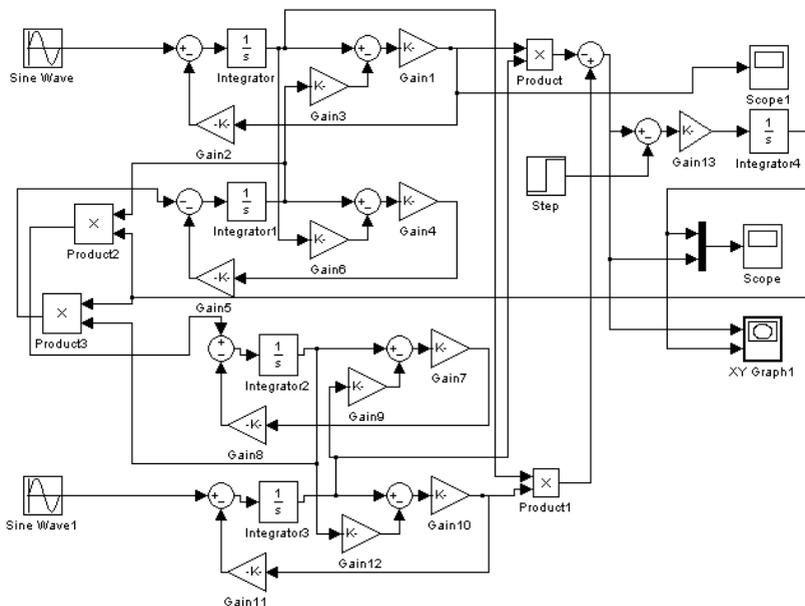


Рис. 4.15. Схема математической модели асинхронного двигателя

Схема математической модели асинхронного двигателя показана на рис. 4.15. Модель позволяет исследовать переходные процессы пуска асинхронного двигателя при различных моментах μ_m нагрузки на его валу, величине U_s питающего напряжения и при различной величине H_j момента инерции. Изменение момента M_n осуществляется с помощью блока Step (Final value – установка величины μ_c , Step time – время начала действия момента), изменение U_s производится в блоках Sine Wave и Sine Wave 1 ($\sqrt{2}U_s$ – изменение величины Amplitude), изменение величины H_j производится в блоке Gain13 (опция Gain).

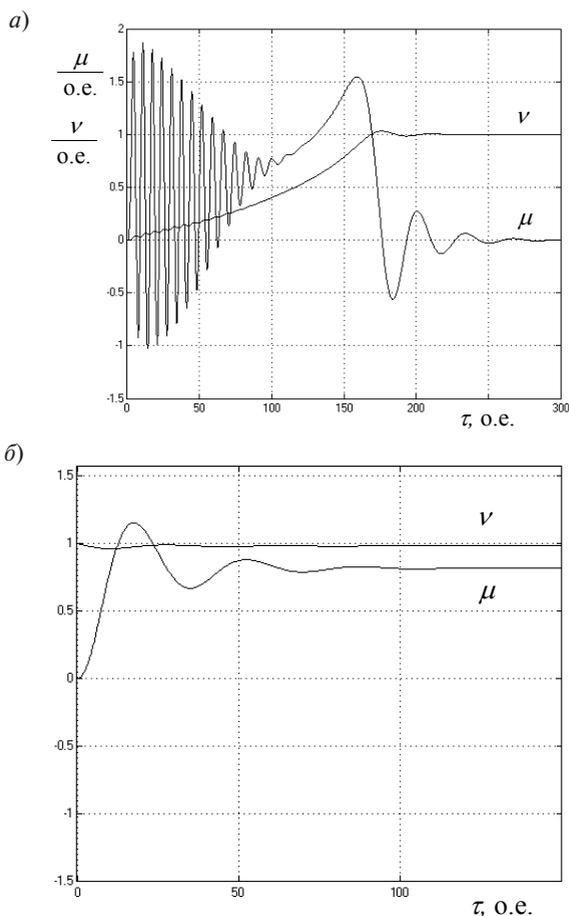


Рис. 4.16. Переходные процессы асинхронного двигателя при холостом пуске (а) и набросе нагрузки (б)

Осциллограммы холостого пуска асинхронного двигателя и скачкообразного наброса нагрузки приведены на рис. 4.16. В первый полупериод питающего напряжения возникает максимальный бросок электромагнитного момента μ , так называемый $\mu_{уд}$ ударный момент.

Колебания электромагнитного момента вызывают колебания угловой скорости v . Характер колебаний определяет соотношение электромагнитных постоянных статора и ротора, возникающих индуктивностей x'_s и x'_r и активных сопротивлений r_s и r_r , а также инерционной постоянной H_j ротора. При холостом пуске (рис. 4.16, *а*) установившееся значение угловой скорости v равно единице при моменте μ_m , равном нулю. При набросе нагрузки $\mu_m = 0,8$ о. е. (рис. 4.16, *б*) установившееся значение угловой скорости соответствует значению $v = 0,98$ о. е., то есть падение скорости равно величине номинального скольжения двигателя.

При пониженном напряжении статора пуск двигателя происходит более плавно и при меньшей величине ударного момента. Так, при $U_s = 0,7$ о. е. (рис. 4.17, *а*) величина ударного момента $\mu_{уд}$ снижается в два раза. При этом время пуска увеличивается в 1,8 раза.

Увеличение приведенного момента инерции увеличивает пиковый момент при пуске и увеличивает время пуска (рис. 4.17, *б*). В процессе исследований режимов работы асинхронного двигателя требуется получить осциллограммы модуля главного потокосцепления двигателя.

С целью выделения составляющих главного потокосцепления Ψ_0 двигателя по осям α и β преобразуем уравнение (4.9) к виду

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{s\alpha} &= x_m(i_{s\alpha} + i_{r\alpha}) + x_{os}i_{s\alpha}; \\ \Psi_{s\beta} &= x_m(i_{s\beta} + i_{r\beta}) + x_{os}i_{s\beta}; \\ \Psi_{r\alpha} &= x_m(i_{s\alpha} + i_{r\alpha}) + x_{or}i_{r\alpha}; \\ \Psi_{r\beta} &= x_m(i_{s\beta} + i_{r\beta}) + x_{or}i_{r\beta}, \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

где x_m — взаимоиндуктивное сопротивление статора и ротора; x_{os} , x_{or} — индуктивные сопротивления рассеяния обмоток статора и ротора.

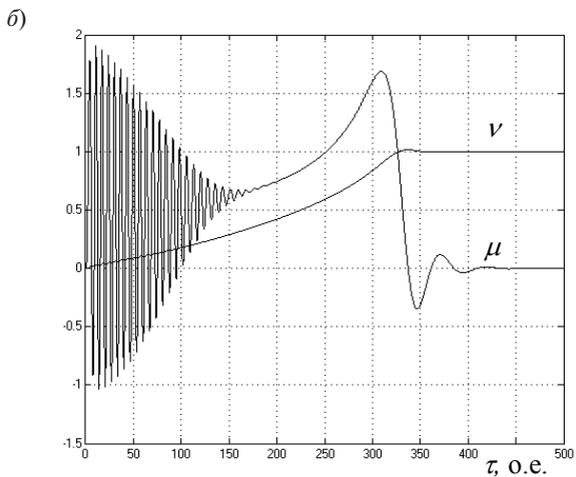
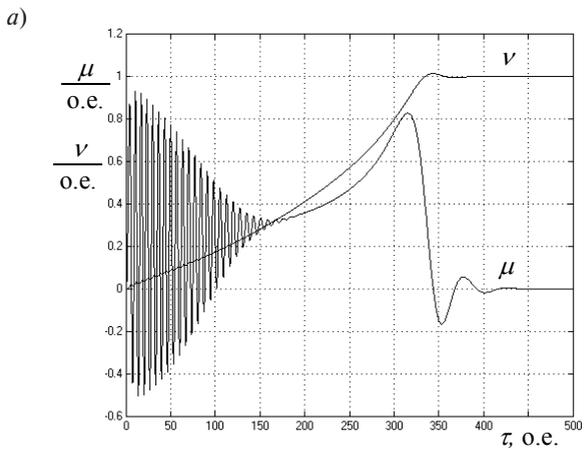


Рис. 4.17. Переходные процессы пуска асинхронного двигателя при пониженном напряжении статора (а) и при увеличении момента инерции ротора (б)

Из уравнения (4.12) получаем выражения составляющих $\Psi_{0\alpha}$ и $\Psi_{0\beta}$ главного потокацепления и токов ротора по осям α и β :

$$\Psi_{0\alpha} = x_m(i_{s\alpha} + i_{r\alpha}) \quad \text{и} \quad \Psi_{0\beta} = x_m(i_{s\beta} + i_{r\beta}); \quad (4.13)$$

$$i_{r\alpha} = \frac{1}{x_{\sigma r}}(\Psi_{r\alpha} + \Psi_{0\alpha}) \quad \text{и} \quad i_{r\beta} = \frac{1}{x_{\sigma r}}(\Psi_{r\beta} + \Psi_{0\beta}). \quad (4.14)$$

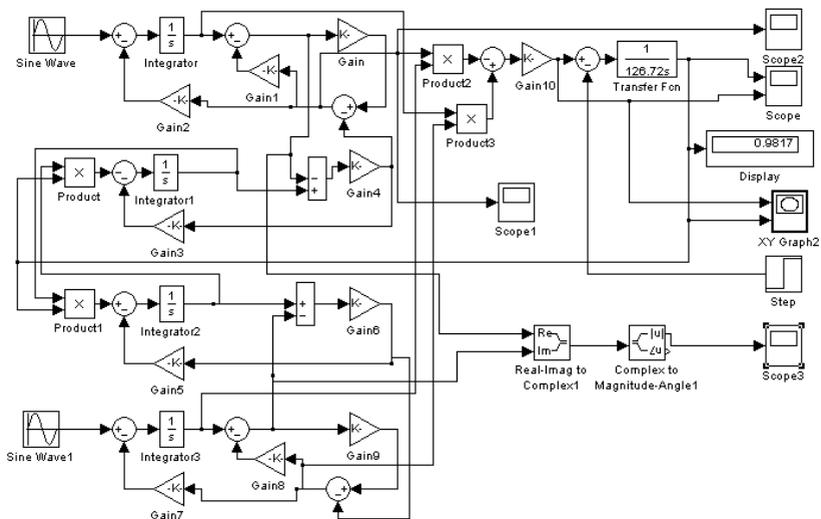


Рис. 4.18. Схема модели асинхронного двигателя для выделения модуля главного потокосцепления и реверса

Схема математической модели для определения электромагнитных и электрических величин приведена на рис. 4.18. В приведённой схеме модуль Ψ_0 главного потокосцепления определяется с помощью блоков Real – Imag to Complex1 и Complex to Magnitude – Angle1. Установившееся значение угловой скорости ν регистрируется блоком Display, а осциллограмма динамической механической характеристики двигателя может быть получена с помощью блока XY Graph.

Из осциллограммы (рис. 4.19, а) видно, что модуль Ψ_0 достигает максимального значения по окончании холостого пуска асинхронного двигателя. При подключении нагрузки величина Ψ_0 снижается из-за усиления действия потоков рассеяния. Изменение амплитуды тока фазы А иллюстрирует соответствующая диаграмма (рис. 4.19, б).

В тех случаях когда требуется выполнить исследования переходных процессов при реверсе двигателя, необходимо в схему модели ввести уставки начальных условий моделирования (начальная скорость вращения ротора $\omega(0) = -1$, потокосцепления статора и ротора по оси β : $\Psi_{\beta\beta} = -1$ и $\Psi_{\beta\gamma} = -1$). Уставки вводятся в соответствующие интеграторы: в Integrator4 (начальные условия Initial condition: -1),

в Integrator2 и Integrator3 (начальные условия Initial condition: 1). Ступенчатое изменение нагрузки на валу двигателя осуществляется изменением параметров блока Step (Step time – 250, Final value – 0,8), установленные параметры соответствуют внезапному действию нагрузки в момент времени $\tau = 250$ при $\mu_m = 0,8$.

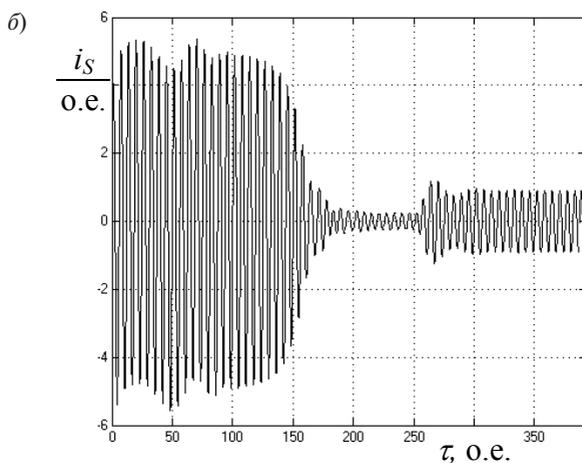
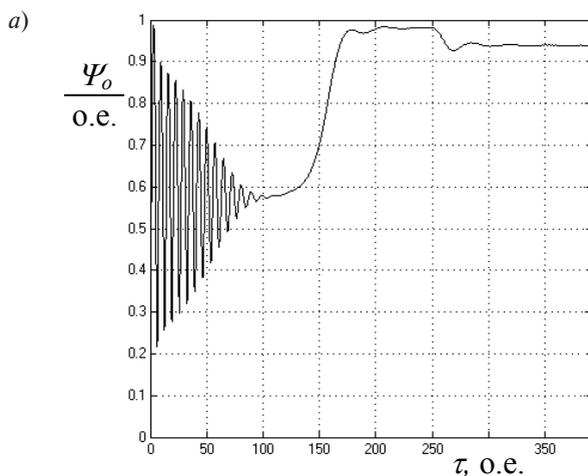


Рис. 4.19. Переходные характеристики модуля главного потокосцепления (a) и фазного тока (б)

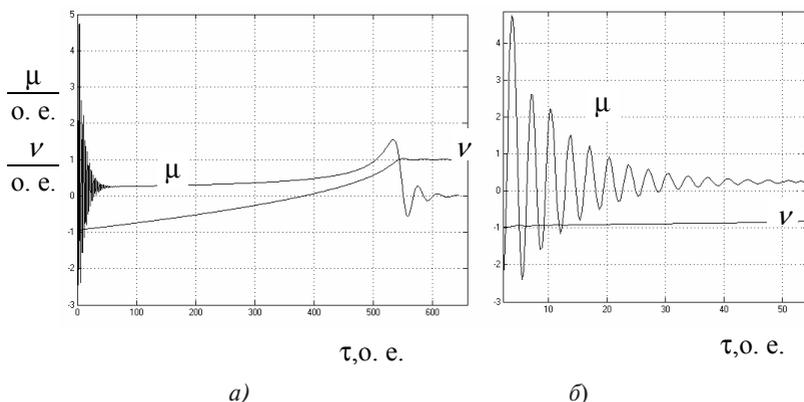


Рис. 4.20. Переходные характеристики (v) скорости и (μ) момента при реверсе асинхронного двигателя: *a* – полный переходный процесс; *б* – начальный участок переходного процесса

Переходные характеристики угловой скорости v и электромагнитного момента μ при реверсе асинхронного двигателя приведены на рис. 4.20, *a*. На рис. 4.20, *б* показаны кривые (μ) и (v) в начальной стадии реверса. В процессе реверса угловая скорость двигателя изменяется от -1 до 1 . В начальной стадии реверса наблюдается бросок тормозного электромагнитного момента ($\mu = 4,7$ о. е.), затем колебательный резкий спад до $\mu = 0,4$ о. е. При переходе угловой скорости через нулевое значение электромагнитный момент $\mu = 0,35$ о. е.

4.4. Моделирование асинхронного двигателя с учетом насыщения магнитной цепи машины

Рассмотренные уравнения, схемы моделей и результаты исследований соответствуют «идеализированной машине», имеющей постоянные параметры, что упрощает синтез моделей и весь процесс моделирования. Однако на практике параметры электрических машин являются переменными величинами. При этом наибольшее влияние на переходные процессы и установившиеся режимы работы оказывает насыщение магнитной цепи машины. Различают насыщение магнитной цепи по пути главного магнитного потока и по пути потоков рассеяния. Изменение величины главного магнитного потока Φ_0 определяет изменение сопротивления взаимной индукции

x_m обмоток статора и ротора. Величина Φ_0 связана с ЭДС воздушного зазора, т. е. зависит от напряжения U_s статора асинхронного двигателя. Учет изменения сопротивления x_m необходимо производить в функции потокоцепления Ψ_0 , используя для этого характеристику холостого хода двигателя. Насыщение магнитной цепи по пути потоков рассеяния зависит от величины токов в обмотках. При увеличении токов индуктивное сопротивление x_σ рассеяния уменьшается, так как увеличиваются потоки рассеяния вокруг пазов. Учет изменения индуктивного сопротивления x_σ рассеяния выполняют в функции тока i_s в рассматриваемой обмотке. Из уравнений (4.12) можно найти

$$i_{s\alpha} = \frac{1}{x_m} \Psi_{0\alpha} - i_{r\alpha} \quad \text{и} \quad i_{s\beta} = \frac{1}{x_m} \Psi_{0\beta} - i_{r\beta}. \quad (4.15)$$

Сюда добавляем уравнения (4.14):

$$i_{r\alpha} = \frac{1}{x_{\sigma r}} (\Psi_{r\alpha} - \Psi_{0\alpha}) \quad \text{и} \quad i_{r\beta} = \frac{1}{x_{\sigma r}} (\Psi_{r\beta} - \Psi_{0\beta}).$$

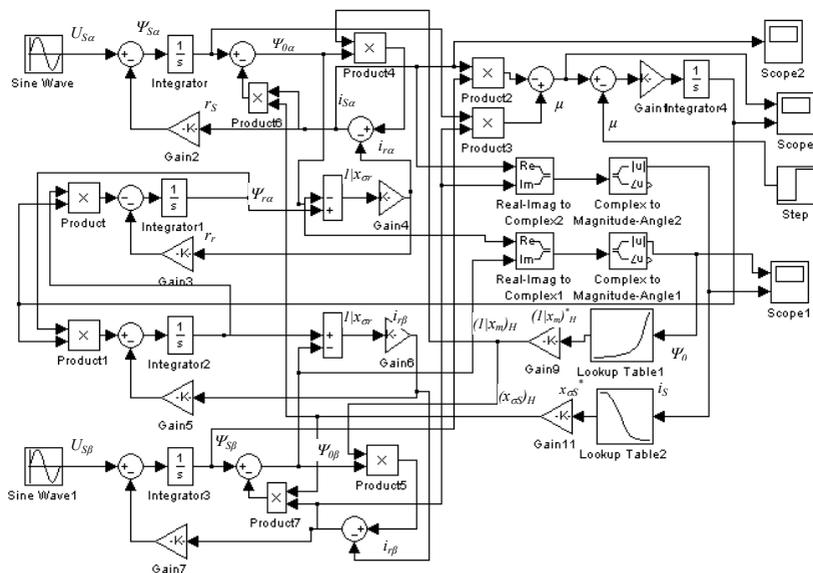


Рис. 4.21. Схема математической модели асинхронного двигателя с учетом насыщения магнитной цепи

Приведенные уравнения позволяют изменить схему математической модели (рис. 4.18) для насыщения по пути главного потокосцепления и по пути потокосцепления рассеяния. Величина, обратная сопротивлению насыщения $\frac{1}{x_m}$ взаимоиндукции, может быть определена по кривой намагничивания асинхронной машины в функции модуля Ψ_0 главного потокосцепления в воздушном зазоре:

$$\left(\frac{1}{x_m}\right)_H = f(\Psi_0). \quad (4.16)$$

Для учета насыщения магнитной цепи по пути потока рассеяния требуется в схему модели ввести зависимость

$$(x_{\sigma s})_H = f(i_s), \quad (4.17)$$

где $(x_{\sigma s})_H$ – индуктивное сопротивление рассеяния статорной обмотки с учетом насыщения; i_s – модуль вектора тока статора. Построение характеристики (4.16) осуществляется на основе характеристики холостого хода $E_0 = f(I_m)$.

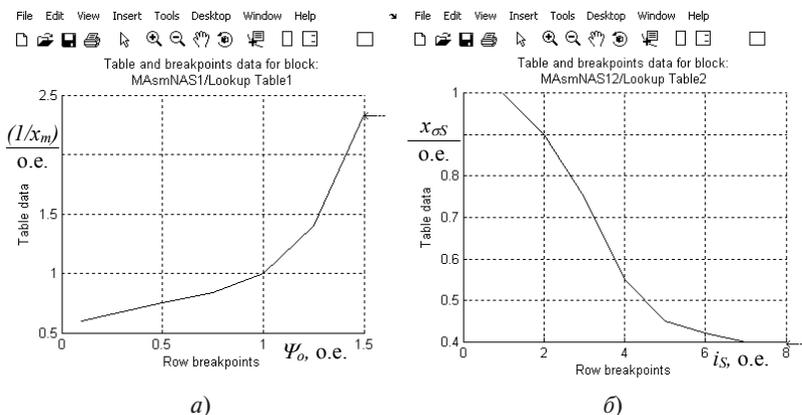


Рис. 4.22. Характеристики насыщенных значений сопротивления взаимоиндукции и индуктивного сопротивления рассеяния:
 а – характеристика $(1/x_m)_H = f(\Psi_0)$; б – характеристика $(x_{\sigma s})_H = f(i_s)$

В схеме математической модели (рис. 4.21) воспроизведение уравнений (4.16) и (4.17) осуществляется функциональными блоками Lookup Table1 и Lookup Table2. Выходной сигнал блока Lookup Table1 в виде переменной $\left(\frac{1}{x_m}\right)_H^*$, умноженной на масштабный коэффициент (блок Gain9), поступает на блок Product4 и Product5,

в которых производится операция умножения на переменные $\Psi_{0\alpha}$ и $\Psi_{0\beta}$. Выходные сигналы блоков суммируются соответственно с токами $-i_{r\alpha}$ и $-i_{r\beta}$ согласно уравнению (4.10), что дает возможность в результате получить токи $i_{s\alpha}$ и $i_{s\beta}$. Для учета насыщения магнитной цепи по пути потока рассеяния статора необходимо использовать при моделировании выражения

$$\Psi_{0\alpha} = \psi_{s\alpha} - (x_{\sigma s})_H \cdot i_{s\alpha} \quad \text{и} \quad \Psi_{0\beta} = \psi_{s\beta} - (x_{\sigma s})_H \cdot i_{s\beta}. \quad (4.18)$$

Модель выражения (4.18) представлена блоками умножения Product6 и Product7, на которые поступает переменная $(x_{\sigma s})_H$ выхода блока Lookup Table2 через масштабированный коэффициент (блок Gain11). Переменные с выходов умножителей суммируются с переменными $\Psi_{0\alpha}$ и $\Psi_{0\beta}$.

На рис. 4.22 изображены результаты настройки блоков Lookup Table1 и Lookup Table2.

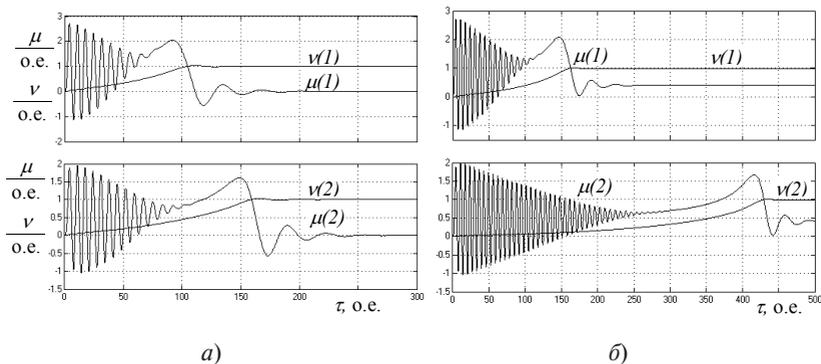


Рис. 4.23. Переходные процессы асинхронного двигателя при холостом пуске (а) и пуске с нагрузкой (б)

Осциллограммы для сравнительного анализа приведены на рис. 4.23. Кривые $\mu(1)$ и $\nu(1)$ соответствуют пуску асинхронного двигателя с учетом насыщения магнитной цепи, а кривые $\mu(2)$ и $\nu(2)$ соответствуют пуску асинхронного двигателя без учета насыщения магнитной цепи. При учете насыщения магнитной цепи пиковый момент (кривая $\mu(1)$, рис. 4.23, а) увеличивается в 1,5 раза. Время пуска (кривая $\nu(1)$) уменьшается в 1,5 раза. Названные соотношения справедливы и для пуска двигателя с нагрузкой на его валу (рис. 4.23, б).

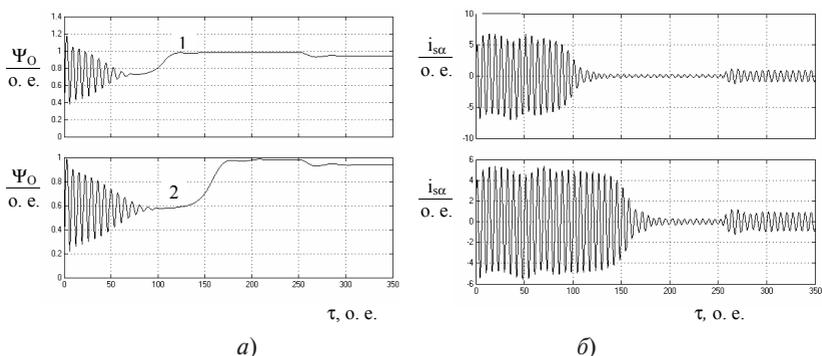


Рис. 4.24. Осциллограммы модуля потокосцепления в воздушном зазоре (а) и фазного тока (б) асинхронного двигателя

Сравнительные осциллограммы модуля потокосцепления в воздушном зазоре и фазного тока асинхронного двигателя при холостом пуске и набросе нагрузки в момент времени $\tau = 250$ о. е. приведены на рис. 4.24. Кривые ψ_0 (1) и $i_{S\alpha}$ (1) соответствуют переходным процессам с учетом насыщения магнитной цепи, а кривые ψ_0 (2) и $i_{S\alpha}$ (2) соответствуют переходным процессам без учета насыщения магнитной цепи. Модуль потокосцепления в воздушном зазоре в начале пуска (кривая ψ_0 (1), рис. 4.24, а) увеличивается в 1,2 раза по отношению к кривой ψ_0 (2), а фазный ток (кривая $i_{S\alpha}$ (1), рис. 4.24, б) увеличивается в 1,25 раза по отношению к кривой $i_{S\alpha}$ (2) из-за действия насыщения магнитной цепи. При набросе номинальной нагрузки в момент времени $\tau = 250$ о. е. количественное изменение и характер изменения модуля потокосцепления в воздушном зазоре и фазного тока с учетом насыщения и без учета насыщения магнитной цепи совпадают (рис. 4.24).

4.5. Математическое моделирование частотного пуска асинхронного двигателя

Для исследования частотного пуска асинхронного двигателя с пропорциональным законом скалярного частотного управления необходимо питать статорные обмотки от модели преобразователя частоты. Для создания модели преобразователя частоты используем модель гармонических колебаний регулируемой частоты, которая представляет собой модель идеального преобразователя частоты.

4.5.1. Математическое моделирование преобразователей частоты

При математическом моделировании идеальных преобразователей частоты можно использовать блоки источников сигнала библиотеки MATLAB – Simulink (Library – Sources). Блок Sine Wave обеспечивает формирование синусоидального сигнала с заданной частотой, амплитудой, фазой и постоянной составляющей выходного сигнала. В окне настройки блока задаются *amplitude* – амплитуда, *bias* – постоянная составляющая выходного сигнала, *frequency* (rad/sec) – частота и *phase* (rad) – фаза сигнала. Применение блоков SineWave позволяет изучать стационарные режимы, а также прямой пуск асинхронного двигателя.

В основе модели заложено уравнение консервативного звена вида

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 \cdot y = 0, \quad (4.19)$$

тогда при начальных условиях $t = 0, y_0 = \sin \varphi, \left(\frac{dy}{dt}\right)_0 = \omega \cdot \cos \varphi$, можно получить гармонические колебания.

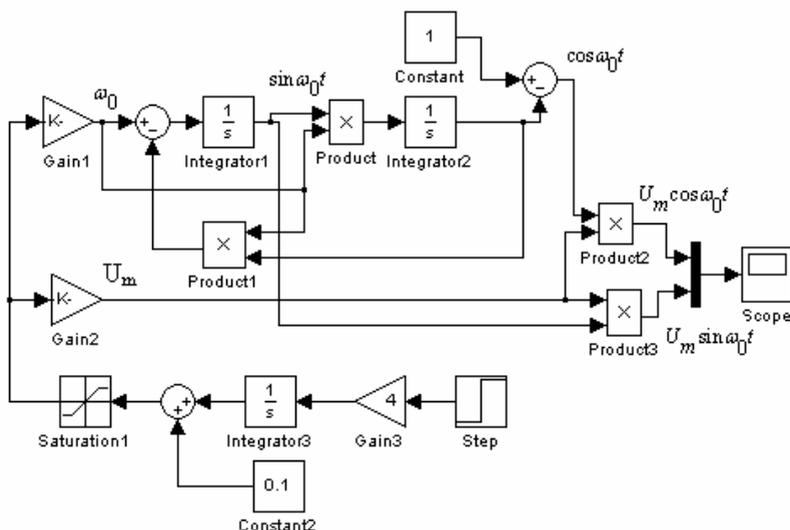


Рис. 4.25. Модель гармонических колебаний регулируемой частоты

Формирователь гармонических колебаний построен на двух интеграторах и двух блоках умножения (рис. 4.25). На выходе первого интегратора (Integrator1) получаем сигнал $\sin \omega_0 t$ с единичной амплитудой и переменной частотой ω_0 . На выходе второго интегратора получаем сигнал $(1 - \cos \omega_0 t)$. Затем с помощью дополнительного сумматора получаем сигнал $\cos \omega_0 t$. Требуемое значение амплитуды U_m формируется с помощью второй пары умножителей и коэффициента блока Gain2. На выходе модели получаем переменные напряжения вида $U_m \sin \omega_0 t$ и $U_m \cos \omega_0 t$.

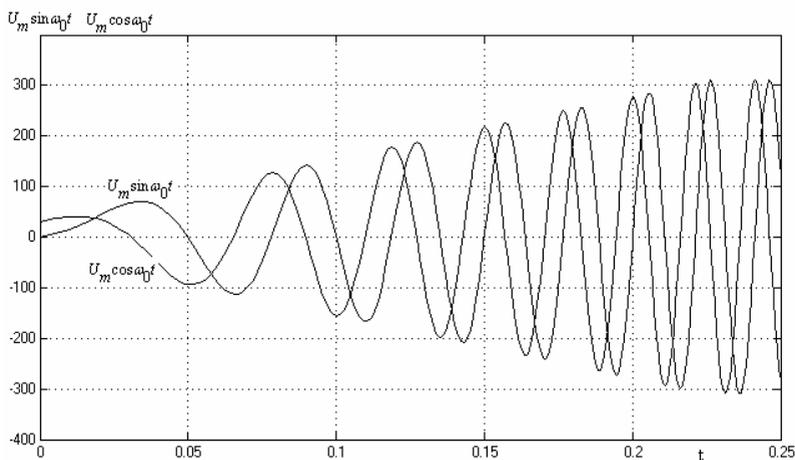


Рис. 4.26. Выходное напряжение идеального преобразователя частоты

Для исследования электроприводов с пропорциональным законом скалярного частотного управления требуется обеспечить изменение ω_0 и U_m во времени. С этой целью в модель включена схема датчика интенсивности, в которую входят блоки: Gain3, Integrator3 и Saturation1. Регулируя значение коэффициента усиления блока Gain3, можно одновременно изменять частоту и амплитуду напряжения, т. е. реализовать частотный закон

$$\frac{U_m}{\omega_0} = \text{const.} \quad (4.20)$$

Добавление к сигналу Integrator3 постоянной составляющей от Constant2 позволяет реализовать пропорциональный закон с I - r -компенсацией.

При модернизации блока Gain3 можно реализовать другие законы частотного управления асинхронным двигателем.

На рис. 4.26 показаны результаты моделирования напряжения на выходе идеального преобразователя частоты при реализации пропорционального закона частотного управления с I_r -компенсацией путем подачи на его вход ступенчатого напряжения.

4.5.2. Переходные процессы при частотном пуске асинхронного двигателя

Схема математического моделирования (рис. 4.27) состоит из двух частей, что позволяет проводить сравнительные исследования и анализ электромеханических процессов двух электроприводов.

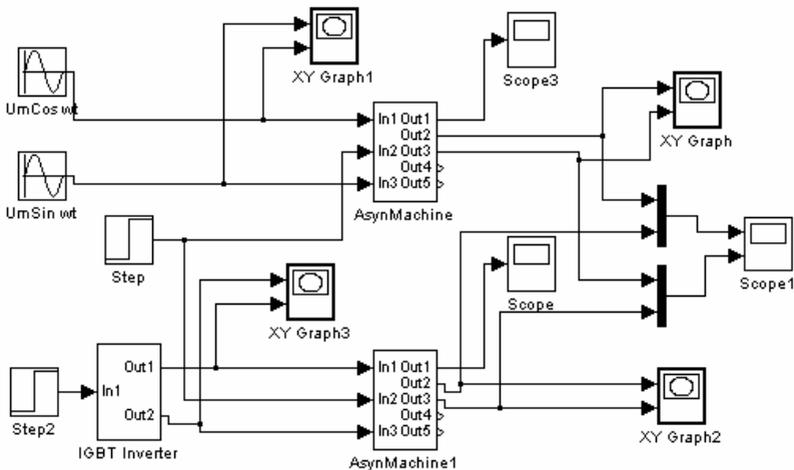


Рис. 4.27. Схема математического моделирования прямого и частотного пусков асинхронного электропривода

Верхняя часть схемы (рис. 4.27) моделирования содержит свернутую (subsystem) модель асинхронного двигателя AsynMachine, идеальные источники питания $U_m \cos \omega_0 t$ и $U_m \sin \omega_0 t$, графопостроители XY Graph1, XY Graph и осциллограф Scope3. Эта часть схемы модели позволяет исследовать электромеханические процессы прямого пуска асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором.

Нижняя часть схемы модели представляет собой систему «идеальный преобразователь частоты (IGBT-Inverter) – асинхронный двигатель (AsynMachine1)», графопостроители XY Graph2, XY Graph3 и осциллограф Scope. Эта часть модели позволяет проводить исследования электромеханических процессов асинхронного электропривода с пропорциональным законом скалярного частотного управления.

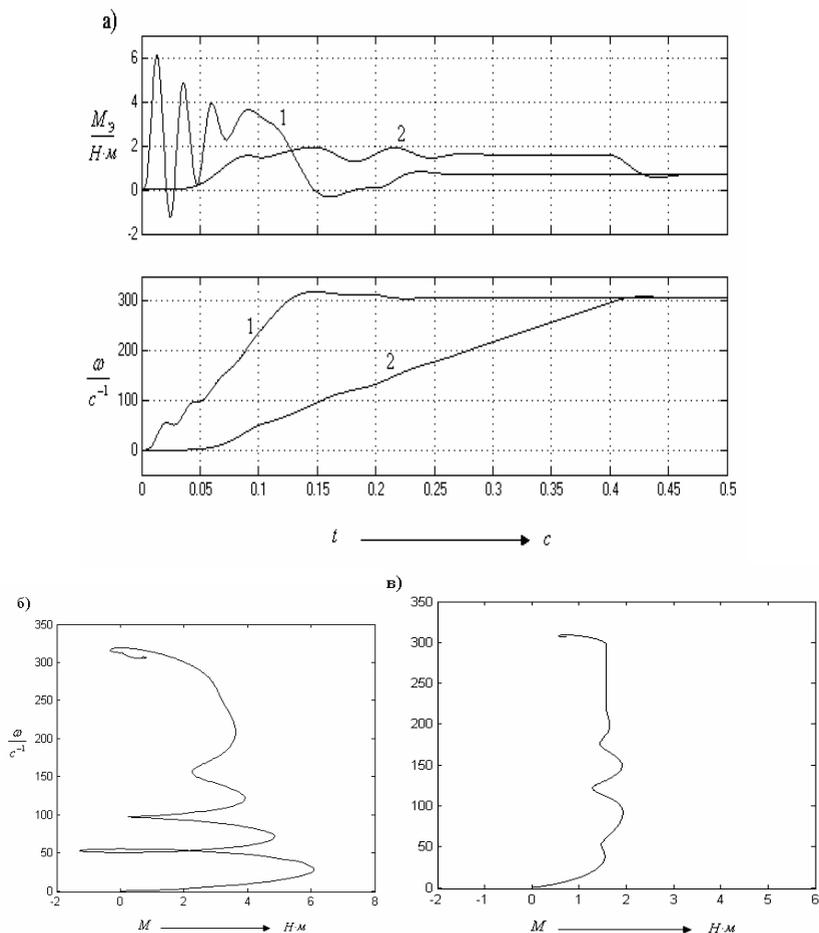


Рис. 4.28. Результаты моделирования процессов пуска асинхронного двигателя

Управляющий сигнал в виде единичного ступенчатого воздействия подается от блока Step2 на вход In1 блока IGBT-Inverter. Для получения сравнительных осциллограмм используется общий осциллограф Scope1. На входы In1 и In3 модели AsynMachine подаются сигналы вида $U_{S\alpha}$ и $U_{S\beta}$, на вход In2 – сигнал момента сопротивления нагрузки. С выхода Out1 снимается ток $I_{S\alpha}$, равный току фазы А, с выхода Out2 – электромагнитный момент $M_{\text{э}}$ и с выхода Out3 – угловая скорость ротора ω .

На рис. 4.28, а приведены сравнительные осциллограммы электромагнитного момента $M_{\text{э}}$ и угловой скорости ротора ω асинхронного двигателя при прямом пуске (кривые 1) и частотном пуске (кривые 2). При частотном пуске использовался пропорциональный закон частотного управления $U_s/f_s = \text{const}$. Как видно из осциллограмм, электромагнитный момент $M_{\text{э}}$ двигателя при частотном пуске поддерживается в среднем на одном уровне, что позволяет обеспечить постоянный динамический момент и плавный разгон двигателя. При этом отсутствует ударный вращающий момент, и движение ротора двигателя начинается мягко.

Сравнение динамических характеристик $\omega = f(M)$ показывает, что частотное управление пуском позволяет приблизить характеристику (рис. 4.28, в) к кривой, обеспечивающей пуск двигателя с более постоянным моментом по сравнению с характеристикой (рис. 4.28, б) прямого пуска асинхронного двигателя.

При сравнении годографов вектора статорного напряжения можно отметить, что годограф (рис. 4.29, а) имеет вид спирали, постепенно переходящей в окружность. Это свидетельствует о том, что частота и амплитуда напряжения на статоре двигателя изменяются пропорционально в процессе пуска.

Годографы вектора статорного напряжения двигателя получены при использовании блока XY Graph, у которого ко входу x подключено напряжение $U_{S\alpha}$, а ко входу y – напряжение $U_{S\beta}$. При этом в диалоговом окне блока на полях $x - \min$, $x - \max$, $y - \min$ и $y - \max$ должны быть введены значения 310.

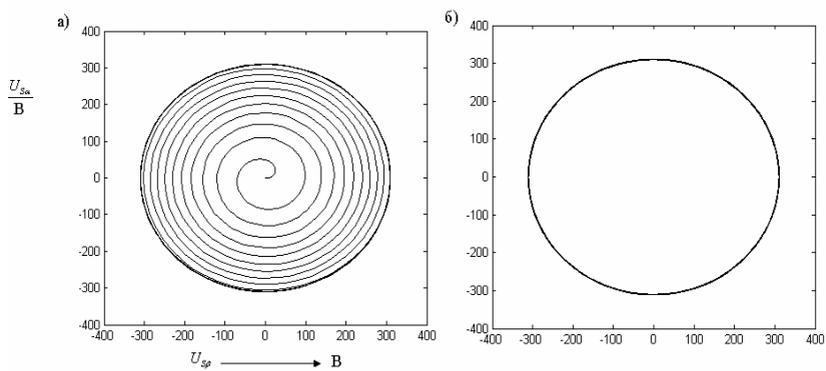


Рис. 4.29. Годографы вектора статорного напряжения:
a – при пропорциональном частотном пуске; *б* – при прямом пуске

Библиографический список

1. Беспалов, В.Я. Электрические машины : учеб. для вузов / В.Я. Беспалов, Н.Ф. Котеленец. – М. : Академия, 2006. – 336 с.
2. Копылов, И.П. Электрические машины : учеб. для вузов / И.П. Копылов. – М. : Высш. шк., 1986. – 360 с.
3. Копылов, И.П. Математическое моделирование электрических машин : учеб. для вузов / И.П. Копылов. – М. : Высш. шк., 2001. – 327 с.
4. Копылов, И.П. Математическое моделирование асинхронных машин : учеб. для вузов / И.П. Копылов, В.Я. Беспалов, Ф.А. Мамедов. – М. : Энергия, 1969. – 96 с.
5. Ковач, К.П. Переходные процессы в машинах переменного тока / К.П. Ковач, И. Рац. – М.–Л. : Госэнергоиздат, 1955. – 275 с.
6. Москаленко, В.В. Автоматизированный электропривод : учеб. для вузов / В.В. Москаленко. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 416 с.
7. Постников, И.М. Обобщенная теория и переходные процессы электрических машин : учеб. для вузов / И.М. Постников. – М. : Высш. шк., 1975. – 319 с.
8. Сипайлов, Г.А. Математическое моделирование электрических машин : учеб. пособие для вузов / Г.А. Сипайлов, А.В. Лоос. – М. : Высш. шк., 1980. – 176 с.
9. Герман-Галкин, С.Г. Matlab&Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК / С.Г. Герман-Галкин. – СПб. : КОРОНА-Век, 2008. – 368 с.
10. Асинхронные двигатели серии 4А : справочник / А.Э. Кравчик [и др.]. – М. : Энергоиздат, 1982. – 504 с.