

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий

Кафедра «Алгебра и геометрия»

Направление подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование»

Направленность (профиль) «Математика и информатика»

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему **«МЕТОДИКА ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ
ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ»**

Студент Н.В. Филиппова _____

Руководитель д.п.н., профессор Р.А. Утеева _____

Консультант к.п.н., А.В. Кириллова _____

Допустить к защите

Заведующий кафедрой д.п.н., профессор Р.А. Утеева _____

« » _____ 2017 г.

Тольятти 2017

АННОТАЦИЯ

Целью бакалаврской работы является выявление методических особенностей организации проектной деятельности учащихся в курсе геометрии основной общеобразовательной школы, разработка методических рекомендаций по изучению данной темы учащимися 5-9 классов и соответствующих систем задач.

В образовательных стандартах общего образования одним из путей повышения мотивации и эффективности учебной деятельности учеников в школе является их включение в проектную деятельность. В процессе правильной самостоятельной работы над созданием проекта формируется культура умственного труда учеников, творческих способностей. В современной педагогике проектная деятельность учащихся становится наиболее актуальной, поэтому учителю необходимо знание методики организации проектной деятельности учащихся на уроках математики.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы.

Глава I посвящена теоретическим аспектам организации проектной деятельности учащихся. Описываются основные понятия, связанные с проектной деятельностью, рассматриваются типологии математических проектов.

В *Главе II* раскрываются основные цели и задачи организации проектной деятельности, представлены методические рекомендации по организации проектной деятельности учащихся. Анализируются программы и учебники по теме исследования. Предлагаются математические проекты при изучении темы «Четырехугольники» в курсе геометрии основной школы.

Список литературы содержит 39 наименований.

ABSTRACT

The aim of the bachelor's thesis is to identify the methodological specifics of organizing the students project activities in the course of geometry of the secondary general education school, and to develop the methodological recommendations of studying of this topic by students of grades 5-9 and develop relevant systems of tasks.

In the educational standards of general education, students inclusion in the project activities is the way of increasing the motivation and effectiveness of the educational activity of students. In the process of proper independent work on doing a project, a culture of students intellectual work and their creative abilities are well formed. In modern pedagogy, the students project activity becomes the most urgent, therefore the teacher needs the knowledge of the project activities organizing methodology of students at math lessons.

Bachelor's thesis consists of an introduction, two chapters, a conclusion and references.

Chapter I is devoted to the theoretical aspects of organizing the students project activity. The main concepts associated with the project activity are described, typologies of mathematical projects are considered.

Chapter II reveals the main goals and objectives of the organization of the project activity, provides methodological recommendations for organizing the students project activities. Programs and textbooks on the research topic are analyzed. Mathematical projects are offered when studying the topic Quadrangles in the geometry course of the secondary school.

References include 39 items.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ	8
§1. Понятие проектной деятельности учащихся на уроках математики.....	8
§2. Математические проекты как средство организации проектной деятельности учащихся на уроках математики.....	14
§3. Типология математических проектов учащихся по геометрии.....	22
Выводы по первой главе.....	27
ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ	28
§4. Основные цели и задачи организации проектной деятельности учащихся в курсе геометрии основной школы.....	28
§5. Математические проекты по теме «Четырехугольники» для учащихся в курсе геометрии основной школы.....	33
§6. Методические рекомендации по организации проектной деятельности обучающихся в курсе геометрии основной школы.....	55
Выводы по второй главе.....	64
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	65
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	66

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. В образовательных стандартах общего образования путем повышения мотивации и эффективности учебной деятельности учеников в школе является их включение в исследовательскую и проектную деятельность. В методике обучения математике имеется большой опыт в проведении внеурочной научно-исследовательской деятельности учеников, например, олимпиады [18, с. 274].

В период модернизации российского образования стала актуальной проблема творчества учащихся. В условиях современной школы работа учителя математики подразумевает развитие творческих способностей учащихся с помощью поиска эффективных методов и приемов преподавания.

В современном информационном обществе актуальным является метод проектов, разработанный в XX веке. Он представляет собой способ, с помощью которого развиваются познавательные навыки учеников, творческое мышление, умение грамотно выражать свои знания. Как педагогическая технология, метод проектов – это технология, в которой предполагается совокупность поисковых, исследовательских, творческих, проблемных методов [26]. В основе метода проектов лежит развитие и формирование познавательных навыков учащихся, критического и творческого мышления, умения самостоятельно конструировать свои знания [22, с. 144].

При переходе к новым образовательным стандартам общего образования остается актуальной задача об организации проектной деятельности учащихся. У учителей появляются вопросы о стандартах второго поколения их сущности и отличительных особенностях, о видах универсальных учебных действий и способах формирования их средствами, как на уроках, так и во внеклассной работе. Школьный учитель должен формировать у учащихся системные знания, учить применять полученные

знания и умения, как в практической деятельности, так и в повседневной жизни [21].

Проблема исследования состоит в выявлении методических особенностей организации проектной деятельности учащихся при изучении темы «Четырехугольники» в курсе геометрии основной школы.

Цель бакалаврской работы – выявить методические особенности организации проектной деятельности учащихся при изучении темы «Четырехугольники» в курсе геометрии основной школы.

Объект исследования – процесс организации проектной деятельности учащихся в курсе геометрии основной школы.

Предмет исследования – методика организации проектной деятельности учащихся при изучении темы «Четырехугольники» в курсе геометрии основной школы.

Задачи исследования:

- проанализировать различные подходы к понятию проектной деятельности учащихся на уроках математики;
- рассмотреть математические проекты как средство организации проектной деятельности учащихся на уроках математики;
- определить типологии математических проектов учащихся по геометрии;
- раскрыть основные цели и задачи организации проектной деятельности учащихся в курсе геометрии основной школы;
- разработать проекты по теме «Четырехугольники» для учащихся основной школы;
- сформулировать методические рекомендации по организации проектной деятельности обучающихся в курсе геометрии основной школы.

На защиту выносятся:

1. Методические рекомендации по организации проектной деятельности учащихся при обучении геометрии.

2. Разработки математических проектов по теме «Четырехугольники» для организации проектной деятельности учащихся на уроках и во внеурочной деятельности.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы.

Во введении определена актуальность темы исследования, даны основные характеристики.

Глава I посвящена теоретическим аспектам организации проектной деятельности учащихся. Описываются основные понятия, связанные с проектной деятельностью, рассматриваются типологии математических проектов.

В главе II раскрываются основные цели и задачи организации проектной деятельности, представлены методические рекомендации по организации проектной деятельности учащихся. Предлагаются математические проекты при изучении темы «Четырехугольники» в курсе геометрии основной школы.

В заключении приведены основные выводы и результаты исследования.

Список литературы содержит 39 наименований.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§1. Понятие проектной деятельности учащихся на уроках математики

Прежде чем приступить к обоснованию понятия проектной деятельности обратимся к понятию проекта. Данное определение в словарях имеет различные значения, такие как разработанный план, предварительный текст, замысел, намерение. В дальнейшем понятие проект стало толковаться как прообраз объекта, прототип, вид деятельности, а проектированием называется процесс создания проекта [28].

З.В. Торопова [31] предлагает назвать проектом детальный замысел о будущем, представленный в описательной форме, определяющий сущность замысла, его рациональное обоснование и практическую реализацию в данном продукте.

В.Х. Килпатрик [37] определяет проект, как точное целенаправленное действие, где цель предполагает свободу действий и не может быть продиктована.

Проекты, которые применяются в образовательной практике, называются образовательными или учебными. Понятие учебного проекта трактуется по-разному так, для учителя учебным проектом называется организованное задание для учащихся, которое предполагает реализацию учебного проектирования. Для учеников учебный проект представляет собой образовательный результат, некую форму описания, поясняющую решение задачи от начала до конца.

М.А. Ступницкая [30] считает, что проектом называется работа, основанная на решение поставленной проблемы, которая достигается оптимальным способом ранее выбранного результата.

Под учебным проектированием будем полагать процесс создания учебного проекта, достижение результата в виде определенного продукта (проекта) [26]. Такая деятельность представляет собой совокупность интеллектуальных и практических действий, определяющая процесс и результат данной учебной проблемы, в итоге решения которых получается учебный проект.

М.Ю. Бухаркина [6] рассматривает учебный проект как «совместная учебно-познавательная, творческая или игровая деятельность учащихся-партнеров, имеющая общую цель, согласованные методы, способы деятельности, направленная на достижение общего результата по решению какой-либо проблемы, значимой для участников проекта» [6, с. 3]. Тем самым полагая, что проект наделяется образовательными функциями, а его применение учителем при обучении – функциями метода обучения или метода проектов.

Е.С. Полат [26] считает, что совместная работа учителя с учащимися, направленная на поиски решения имеющейся проблемы или проблемной ситуации называется методом проектов. Этот метод предполагает исследование, рассмотрение определенной проблемы, поиски ее решения, а также практическую реализацию итоговых результатов. Ученик должен понимать, где ему пригодятся полученные знания, при решении какой проблемы, и грамотно объяснять свое решение. Чтобы этого добиться, ему надо рассмотреть подходы к решению данной проблемы, проанализировать различную литературу и на основе этого сформировать собственное знание.

Впервые метод проектов был описан Дж. Дьюи американским педагогом, а в дальнейшем его последователем В.Х. Килпатриком, который называл этот метод «от души выполняемый замысел». Метод проектов В.Х. Килпатрика привлек в начале 1920-х годов. Большое количество учителей стали широко использовать проекты на уроках, считая данный метод благоприятным для обучения [35].

Метод проектов является одним из стандартных методов обучения, рассматривается как средство, с помощью которого учащиеся могут развивать ответственность и самостоятельность, учиться работать в команде. Он является подлинным продуктом американского образования. Метод проектов был подробно описан и окончательно разграничен первый раз в сочинении В.Х. Килпатриком, который назывался «Метод проекта» и стал известен во всем мире [38].

Из-за широкого распространения метода проектов появились как сторонники «прогрессивные» педагоги, так и противники данного метода «консерваторы» [39].

В начале XX века русские педагоги обратили внимание на метод проектов. Идеи данного обучения в России возникли параллельно с наработками американских педагогов. Педагогом С.Т. Шацким под его руководством в 1905 году была организована группа сотрудников, которые пытались использовать в преподавании проективные методы. Эти идеи применялись в школах уже при советской власти, но имели некоторые недостатки, и в 1931 году метод проектов постановлением ЦК ВКП(б) был осужден и не применялся до XX века 80-х годов.

Метод проектов является одним из актуальных в информационном обществе. Он помогает воспитывать ответственную, самостоятельную личность, развивать умственные способности, творческие начала, которые необходимы для качества развития интеллекта.

К основным требованиям использования метода проектов относятся:

- наличие значимой проблемы, которая требует исследовательского поиска, интегрированного знания для ее решения;
- практическая, познавательная и теоретическая значимость прогнозируемых результатов;
- самостоятельная, то есть групповая, индивидуальная или парная деятельность учащихся;

– содержательная часть проекта должна быть структурированной, то есть поэтапно расписаны результаты;

– применение методов исследования: постановка проблемы, задач, нахождение способов решения, обсуждение исследовательских методов, оформление итоговых результатов, анализ данных, корректировка, выводы конечных результатов [5, с. 56-59].

В системе образования метод проектов нужен для того, чтобы:

– выработать у учащихся самостоятельность, критичность мышления, навыки работы с информацией;

– научить командной работе с помощью выполнения различных социальных ролей;

– принимать самостоятельно аргументированные решения;

– научить мыслить с помощью определенных фактов, научных закономерностей, производить обоснованные выводы.

Метод проектов ориентирован на самостоятельную деятельность учеников – индивидуальную, групповую или парную, которую ученики выполняют в течение заданного отрезка времени [26].

История метода проекта демонстрирует о необходимости внедрения современного мышления в реформу образования. В противном случае, реформа переходит к инициативе без четкого понимания того, почему знания учащихся рассеиваются и исчезают. Проектный подход особый и незаменимый метод обучения, который превращается В.Х. Килпатриком и его последователями в общую и размытую философию образования [36].

Ю.Н. Кашицына [15] в статье пишет, что по дидактической основе метод проектов направлен на развитие способностей, благодаря которым выпускник после окончания школы становится более адаптированным к жизни, умеет приспособиться к меняющимся условиям, определяться в разных ситуациях, делать ответственный выбор, быть коммуникабельным и уметь работать с разными коллективами. Метод проектов – способ достижения запланированной дидактической цели сквозь детализированную

разработку проблемы и ее решение, которое должно завершиться реальным, «осязаемым» результатом, обязательно оформленным каким-либо образом.

Благодаря методу проектов для школьников создаются условия, при которых, с одной стороны, они могут самостоятельно осваивать новые знания и способы действия, с другой стороны, могут применять на практике полученные ранее знания и умения [7, с. 213].

Е.Ю. Куприенко [19] дает определение математического проекта, как средство обучения математике. В основу содержания проекта входит проектное задание, опирающееся на технологию сотрудничества.

Т.Ч. Баймуханова [4] «под проектной деятельностью учащихся понимает совместную учебно-познавательную, игровую или творческую деятельность, которая имеет общую цель, согласованные способы, методы деятельности, направленная на достижение общего результата деятельности» [4].

Определение проектной деятельности школьников З.В. Торопова [31] «раскрывает как форму учебно-познавательной активности школьников, заключающуюся в мотивационном достижении сознательно поставленной цели по составлению творческих проектов, обеспечивающую преемственность и единство разных сторон процесса обучения и являющуюся средством развития личности субъекта учения» [31, с. 113].

Проектная деятельность успешно сочетается с понятием «исследовательская деятельность». Исследование может быть компонентом проектной деятельности, а проектная деятельность может выполняться «внутри» исследования. Учебный проект выступает как средство формирования исследовательской и проектной компетенции учащихся. Это комплекс исследовательских, поисковых, расчетных, графических и других видов работ, которые учащиеся выполняют самостоятельно с целью теоретического или практического решения значимой проблемы [4].

Т.Ч. Баймуханова [4] рассматривает исследовательскую деятельность как деятельность, связанную с решением обучающимися задач творческими и исследовательскими при этом с неизвестным заранее решением.

Исследовательскую деятельность еще определяют как специальный тип интеллектуально-творческой работы, строящийся на основе исследовательского поведения и порождаемый в результате деятельности механизмов поисковой активности.

Ю.Н. Кашицына [15] рассматривает ряд отличий, существующих между проектной и исследовательской деятельностью:

- цель: цель исследовательской деятельности – уяснение сущности истины, явления, открытие новых закономерностей, а цель проектной деятельности – реализация проектного замысла;

- исследование подразумевает выдвижение теорий и гипотез, их теоретическую и экспериментальную проверку, а проекты могут и не включать в свой состав исследования;

- исследование – процесс создания новых знаний, истинное творчество, а проект – план, замысел, творчество по плану.

При явных отличиях исследовательской деятельности (получение знаний) от проектной деятельности (получение практического результата) имеется много общего в отдельных этапах их осуществления. Часто происходит смешение двух типов деятельности и применяется понятие проектно-исследовательская деятельность. Но если строго следить за осуществлением этапов проектной и исследовательской деятельности, целевыми установками, то это может помочь развести понятия проектная работа и исследовательская работа учащихся.

На основе анализа научно-методической литературы можно сделать вывод:

- под проектной деятельностью понимается совместная творческая учебно-познавательная деятельность учащихся и учителя, имеющая общую цель по достижению результата;

– результатом проектной деятельности выступает учебный проект, который ограничен во времени, направлен на усвоение знаний и умений определенной системы, в основе которой лежат конкретные требования к результату, правильная организация, самостоятельное решение проблемы учащимися;

– принципиальное отличие исследования от проекта заключается в том, что работа над проектом направлена на решение конкретной проблемы, а исследование не полагает создание запланированного объекта;

– при создании любого проекта необходимо проводить исследование, а результатом данного исследования может быть проект.

§2. Математические проекты как средство организации проектной деятельности учащихся на уроках математики

В современной педагогике проектная деятельность учащихся становится все более актуальной. Именно в процессе правильной самостоятельной работы над созданием проекта хорошо формируется культура умственного труда учеников. Более творчески подходить к разработке своих уроков учителю помогает повсеместная информатизация, а также делать образовательный процесс более разнообразным, интересным и современным.

Цели проектной работы по математике:

– расширение кругозора школьников в области достижений математики;

– развитие творческих способностей школьников самого разного интеллектуального потенциала;

– активное включение школьников в процесс саморазвития и самообразования;

– совершенствование навыков и умений самостоятельной работы школьников;

– повышение уровня знаний и эрудиции.

На основе данных целей учителю нужно решать следующие задачи:

– помочь школьникам овладеть знаниями, которые выходят за пределы учебной программы;

– научить приёмам и методам научного исследования;

– научить работать с различными источниками информации [15, с. 18].

Л.В. Гайдук [8] пишет, в методе проектов для учителей математики важным является то, что у учащихся в ходе работы над учебным проектом:

– появляется возможность осуществления приблизительных действий, немедленно не оцениваемых строгим контролером – учителем;

– формируются основы системного мышления;

– развиваются навыки выдвижения гипотез, поиска аргументов, формирования проблем;

– воспитываются организованность и целеустремленность, предприимчивость и расчетливость, способность ориентироваться в различных ситуациях неопределенности;

– развиваются творческие способности, фантазия, воображение.

«Организация обучения с помощью проектной деятельности позволяет повысить эффективность обучения, способствует развитию не только обучающихся, но и учителей, принимающих участие в проектной деятельности, предоставляя им новые возможности самореализации, осмысления собственного опыта, совершенствования своего профессионального мастерства, что способствует оптимизации учебного процесса на основе его информатизации» [20, с. 24].

Автор статьи Л.М. Германова [9] также говорит о том, что организовывая работу школьников по выполнению учебных проектов, учителя создают условия для развития творческого мышления учащихся, обучают решать задачи новыми способами. Учащиеся учатся работать в

команде, развивают коммуникативные навыки для достижения положительного результата. Каждая предлагаемая тема для выполнения учебно-познавательного проекта включает себя несколько учебных блоков, в каждом из которых учащимся необходимо выполнить ряд заданий:

- практические – черчение, рисование, измерение, сгибание, разрезание;

- теоретические – поиск, анализ и выполняется конспектирование информации;

- решение задач прикладного характера;

- выдвижение проблемных вопросов по формированию умений формулировать гипотезы, объяснение фактов, обоснование выводов;

- творческие – представление наглядного пособия и пр.

Для эффективного результата выполнения проектной деятельности необходимо соблюдать этапы:

- 1) определение функциональных обязанностей и времени выполнения;

- 2) поиск, анализ и синтез информации и пр.;

- 3) обобщение полученной информации;

- 4) оформление проекта;

- 5) презентация проекта;

- 6) оценка и самооценка проделанной работы по выполнению проекта.

Автор И.А. Емлютина [12] в своей статье предлагает следующие этапы работы над учебным проектом:

1. Проблематизация: выделение, формулировка и «присвоение» обучающимся название проекта, проблемы.

2. Целеполагание и предполагаемый результат. (Для решения проблемы проекта, необходимо достижение поставленной цели).

3. Планирование:

- формулировка задач, которые зависят от цели;

- выбор последовательности предстоящих шагов;

- определение способов работы.

4. Осуществление плана. Реализация предстоящих шагов в соответственном порядке с использованием необходимых способов (сбор информации, опросы, дебаты, интервью, беседы, практические действия и др.) По ходу работы внесение необходимых изменений в план, который был предусмотрен вначале.

5. Рефлексия:

– оценивание (определить достигнута ли цель данного проекта, разрешить имевшуюся проблему);

– сравнение полученного продукта с планируемым результатом;

– анализ процесса работы (что получилось при создании идейных предпосылок, можно ли их не использовать в проекте, что не получилось и почему, есть ли недостатки и возможности их устранить, какие имеются перспективы работы);

– самооценка (какой вклад каждый участник внес в проект для достижения данного результата, как участники проекта проявили свои личностные качества, какие приобрели умения и знания);

– отчет, оформление.

6. Презентация – демонстрация получившегося проектного продукта и доказательство того, что цель данного проекта достигнута и решена проблема; самопрезентация участниками приобретенного нового опыта.

Рассмотрим основные этапы организации проектной деятельности учащихся, которые предлагает автор С.А. Уткина [32] в своей статье:

1. Подготовка к выполнению данного проекта (распределение по группам, выдача заданий участнику группы);

2. Планирование работы (раздаются задания каждому участнику группы, определяется время на выполнение);

3. Исследование (осуществляется поиск, отбор, анализ необходимой информации; узнают много нового по теме, находят способы решения на возникающие проблемы; ход выполнения работы корректирует учитель);

4. Обобщение результатов (учащиеся полученную информацию обобщают, делают выводы, оформляют материал для презентации);

5. Презентация (каждая группа показывает получившийся проектный продукт);

6. Оценка результатов проектной деятельности, подведение итогов (оценивается собственная работа ученика в группе, в целом работа группы, учитель подводит итоги проделанной учащимися работы, отмечает успехи каждого).

Деятельность школьников в рамках выполняемого им проекта способствует погружению во все этапы формирования интеллектуальной деятельности. Задачи, ориентированные на физическое осуществление действий, для выполнения которых необходимо больше времени в классе, практические задания, предварительные измерения, поиски информации, изготовление моделей и т. п. – все это служит базой для выдвижения гипотез, теоретических обобщений [13].

В ходе реализации проектов происходит формирование универсальных учебных действий, являющиеся результатами образовательной деятельности, например:

– познавательные: выбор наилучших способов для решения задач, которые зависят от сложившихся условий;

– регулятивные: умение создавать план и последовательность действий;

– личностные: проявление активности и интереса при выборе решения;

– коммуникативные: умение вести сотрудничество на уроке с участниками группы, учителем.

Осуществляя совместную работу над проектом, ученик и учитель становятся соратниками, которые занимаются общим интересным делом. В зависимости от индивидуальных особенностей участников проекта степень участия педагога может быть различной:

а) на всех этапах минимальное участие в форме советов, консультаций, обсуждений по запросу учащихся;

б) участие по запросу учеников – стимулирующая и организующая, обучающая помощь на этапе планирования, стимулирующая помощь на этапе реализации;

в) максимальное участие и руководство на всех этапах работы над проектом, но при этом, не мешая самостоятельной работе учащихся.

Только совместная работа ученика и учителя с учетом его возрастных возможностей, индивидуальных особенностей и личностных интересов позволяют ученику освоить новые навыки, умения, знания в наиболее эффективной форме [12, с. 24].

Н.Ю. Пахомова [24] выделяет следующие этапы осуществления проекта:

- 1) погружение в проект;
- 2) организация деятельности;
- 3) осуществление деятельности;
- 4) презентация результатов (Таблица 1).

Учитель играет большую роль на всем протяжении проекта, как на первом этапе работы, так и на окончательном. Судьба проекта целиком зависит от того, как учитель организует свою деятельность на первоначальном этапе погружения в проект. Есть угроза того, что учитель может представить работу над выполнением учебного проекта к полностью самостоятельной работе школьников, без помощи в формулировке и выполнению задания.

Деятельность учащегося и учителя на разных этапах проектной деятельности

Учитель	Учащиеся
Погружение в проект	
Формулирует:	Осуществляют:
– цель, задачи;	– принятие, уточнение, конкретизация цели и задач;
– проблему проекта;	– личностное присвоение проблемы;
– сюжетную ситуацию	– вживание в ситуацию
Организация деятельности	
Организует деятельность предлагает:	Осуществляют:
– организовать группы;	– разбивку на группы;
– спланировать деятельность по решению задач проекта;	– планирование работы;
– распределить учащихся в группах;	– распределение ролей в группе;
– разные формы презентации результатов	– выбор способа и формы презентации полученных результатов
Осуществление деятельности	
Не участвует, но:	Работают активно и самостоятельно:
– помогает учащимся по необходимости;	– каждый в соответствии со своей ролью в группе и сообще;
– дает новые знания, если у учащихся возникают затруднения;	– «добывают» необходимые знания;
– контролирует предстоящую презентацию учащихся	– готовят презентацию результатов
Презентация результатов	
Принимает отчёт:	Демонстрируют:
– резюмирует и обобщает полученные результаты;	– понимание цели, задач, проблемы;
– оценивает умения: слушать, общаться, высказывать свое мнение, толерантность и др.;	– способ решения проблемы;
– подводит итоги обучения;	– умение осуществлять и планировать работу;
– делает акцент на воспитательном моменте: работа в команде, на общий результат и др.	– рефлексию деятельности, результата;
	– оценку своей работы над проектом, ее результативность

Важна роль учителя на завершающем этапе, потому что учащимся сложно сделать обобщение того, что они исследовали или узнали. Прийти к неожиданным умозаключениям поможет учитель с его аналитическим мышлением, широким кругозором и большим практическим опытом.

Автор И.С. Сергеев [29] выделил основные требования в процессе проектной деятельности к математическому проекту учащихся:

- наличие социально значимой задачи, проблемы (исследовательской, практической, информационной);

- составление плана действий по решению проблемы, т.е. определение вида продукта, его формы презентации, указание перечня конкретных действий по срокам, желаемому результату и ответственных;

- наличие исследовательской работы учащихся, предполагающая поиск информации, ее обработка, осмысление и представление участниками, которые выполняют проект;

- продукт, являющийся окончательным результатом выполненного проекта, который сделали учащиеся в ходе проектной деятельности для решения поставленной проблемы;

- представление готового продукта;

- портфолио, т. е. наличие рабочих материалов проекта, черновики, промежуточные планы, отчеты.

Итак, в ходе реализации математических проектов у школьников происходит формирование универсальных учебных действий, являющиеся результатами правильной организации проектной деятельности, например:

- проявление интереса, активности при выборе решения (личностные);

- умение работать в команде с участниками группы (коммуникативные);

- выбор наилучших путей решения заданной проблемы, которые связаны определенными условиями (познавательные);

- умение составлять план, последовательность действий (регулятивные).

§3. Типология математических проектов учащихся по геометрии

Чтобы овладеть методом проектов, нужно знать, что проекты бывают различными и их использование в учебном процессе требует, чтобы учитель серьезно занимался подготовительной работой. Разберемся с самими проектами и их типологией, которые рекомендует в своем пособии Е.С. Полат [5].

Рассмотрим типологические признаки:

- метод, доминирующий в проекте (творческий, исследовательский, ознакомительно-ориентировочный, ролево-игровой и др.);
- характер координации проекта: скрытый (неявный, имитирующий участника проекта), непосредственный (гибкий, жесткий);
- характер контактов (между участниками разных стран, одного класса, школы, города, области, страны);
- продолжительность проекта;
- количество участников в проекте.

По первому признаку – доминирующего метода – выделяют следующие типы проектов.

Исследовательские – это проекты, требующие обозначенных целей, хорошо продуманной структуры, актуальности предмета исследования, социальной значимости, продуманных методов. Это проекты, которые подчинены полностью логике исследования, имеют структуру, совпадающую или приближенную с подлинным научным исследованием.

Творческие – это проекты, не имеющие детально проработанной структуры деятельности участников, она намечается и развивается, подчиняясь жанру конечного результата, которая была принята в ходе совместной деятельности группы, соответствует интересам всех участников проекта.

Игровые – это проекты, структура которых планируется и держится свободной до завершения проекта. Участники проекта выбирают себе роли, обусловленные содержанием и характером данного проекта.

Информационные проекты – тип проекта, направленный на сбор данных об объекте, явлении, знакомство участников с этой информацией, обобщение и анализ фактов. Необходима хорошо продуманная структура, возможность систематической коррекции в ходе работы над проектом.

Практико-ориентированные – это проекты, которые требуют четко обозначенный результат с самого начала деятельности его участников. Необходимо, чтобы результат был направлен на социальные интересы участников проекта. Такие проекты требуют хорошо продуманной структуры всей деятельности участников с определением функций каждого из них.

Проекты бывают двух видов по характеру координации: с открытой, координацией и со скрытой координацией.

В проектах с открытой, явной координацией координатор данного проекта участвует в собственной своей функции, организуя, по необходимости, отдельные этапы проекта, ненавязчиво направляя участников на работу.

В проектах со скрытой координацией координатор себя не открывает как при деятельности своей функции в группе участников, так и в сетях, а определяется как обычный участник проекта.

По характеру контактов, проекты разделяются на внутренние и международные.

Внутренними называются проекты, организованные в пределах одной школы – междисциплинарные, или между школами, классами, области, страны.

Проекты называются международными, если участники представляют разные страны.

Выделяют три типа проектов по количеству участников:

– групповые (между группами участников);

- парные (между парами участников);
- личностные (между двумя партнерами).

Выделяют следующие проекты по признаку продолжительности проведения:

- краткосрочные (небольшие проекты, которые могут быть разработаны не на один урок);
- средней продолжительности (от недели до месяца);
- долгосрочные (от месяца до нескольких месяцев).

Рассмотрим классификацию проектов, которую предлагает в своем пособии И.С. Сергеев [29].

Классификация проектов по характеру контактов и комплексности.

Проекты различаются по характеру контактов между участниками:

- внутриклассными, внутришкольными;
- региональными, межрегиональными;
- международными.

Классификация проектов по продолжительности:

- мини-проекты, которые могут укладываться в один урок или менее.
- краткосрочные проекты, требующие выделения 4-6 уроков.
- недельные проекты, которые выполняются в группах в ходе проектной недели.
- годовые проекты, выполняющиеся как в группах, так и индивидуально.

Выделяют два типа проектов по комплексности:

- монопроекты, которые проводятся только в пределах одной области знания или же одного учебного предмета, но при этом может быть использована информация из других областей знания.
- межпредметные проекты, выполняются сразу в пределах нескольких предметов, ориентированы на проведение во внеурочное время, под руководством нескольких учителей.

М.А. Ступницкая [30] пишет, что многообразие видов проектов дает учителю возможность решать разнообразные задачи обучения и воспитания подростков, а также позволяет учащимся активно приобретать и применять умения и знания, расширять свои учебные познания, и переносить полученный опыт на другие виды внеучебной и учебной работы. От ведущей деятельности учащегося зависит тип проекта, который в большей степени определяет вид проектного продукта (Таблица 2).

Таблица 2

Описание типов проектов по доминирующему методу или деятельности

Тип проекта	Цель проекта	Проектный продукт	Тип деятельности учащегося
Практико-ориентированный	Решение практических задач проекта	Учебные пособия, памятки, рекомендации и, макеты, инструкции	Практическая деятельность в определенной учебно-предметной области
Исследовательский проект	Доказательство какой-либо гипотезы или ее опровержение	Оформленный установленным способом результат исследования	Деятельность, связанная с логическими мыслительными операциями, экспериментированием
Информационный проект	Сбор информации о каком-либо объекте или явлении	Обобщение и статистические данные, результаты опросов общественного мнения	Деятельность, связанная с проверкой, сбором, обработкой, общением с людьми, как источниками информации
Творческий проект	Привлечение интереса публики к проблеме проекта	Литературные произведения, видео-фильмы, произведения декоративно-прикладного или изобразительного искусства	Творческая деятельность, связанная с получением обратной связи от публики
Игровой или ролевой проект	Представление публике опыта участия в решении проблемы проекта	Мероприятие (игра, экскурсия, викторина, состязание и т.д.)	Деятельность, связанная с групповой коммуникацией

Итак, процесс работы для учителя является самым ценным в методе проектов, потому что является инструментом развития и дидактическим средством обучения детей. В большей степени школьники интересуются результатом конечного продукта. Как раз, чтобы найти положительный баланс таких интересов помогает правильный выбор типа учебного проекта. Если учитель выберет правильный тип проекта, который будет удовлетворять интересам учащегося, то он сможет повлиять на активность ученика на протяжении всей работы над учебным проектом, при этом у учащегося формируются необходимые общеучебные умения и навыки, предметные умения и знания, необходимые компетентности.

Проект любого типа воздействует на развитие компетентностей комплексно, но определяющей в этом смысле является ведущая деятельность, осуществляемая в ходе создания проектного продукта. Необходимо, чтобы проектный продукт соответствовал требованиям качества, т.е. быть удобным в использовании, эстетичным, соответствовать целям проекта. Работая над проектным продуктом, автор не должен забывать, что он делает его как для себя, так и для любого другого человека, который возможно тоже должен будет решить данную проблему, придумать собственный проект на основе данного.

Выводы по первой главе

1. Проанализированы различные подходы к понятию проектной деятельности учащихся на уроках математики. Рассмотрена история возникновения определения проектной деятельности, выяснено, что впервые метод проектов был описан Дж. Дьюи – американским педагогом, а в дальнейшем его последователем В.Х. Килпатриком. Определены основные понятия, связанные с проектной деятельностью: проект, проектирование, метод проектов, исследовательская деятельность. Выделены преимущества и основные требования использования метода проектов.

2. Рассмотрены математические проекты как средство организации проектной деятельности учащихся на уроках математики. Установлено, что в процессе правильной самостоятельной работы над созданием проекта хорошо формируется культура умственного труда учеников. Для эффективного результата выполнения проектной деятельности необходимо соблюдать этапы работы над математическим проектом. Выделены основные требования в процессе проектной деятельности к математическому проекту учащихся.

3. Определена типология математических проектов учащихся по основным признакам: метод, доминирующий в проекте; характер координации проекта; по комплексности; по характеру контактов; по количеству участников проекта; по продолжительности проекта.

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§4. Основные цели и задачи организации проектной деятельности учащихся в курсе геометрии основной школы

В федеральном государственном образовательном стандарте общего Образования [33] говорится о том, что для получения учащимися качественного образования предъявляются высокие требования к метапредметным результатам освоения выпускниками основной школы программы по геометрии. Они должны овладеть составляющими проектной и исследовательской деятельности, включающие умения видеть проблему, ставить вопросы, объяснять, доказывать, выдвигать гипотезы, защищать свои идеи.

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы основного общего образования должны отражать следующее:

- умение самостоятельно определять цели своего обучения, развивать интересы и мотивы своей познавательной деятельности, формулировать и ставить для себя новые задачи в учёбе и познавательной деятельности;
- умение планировать пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения познавательных и учебных задач;
- умение осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, соотносить свои действия с планируемыми результатами, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований;
- умение оценивать точность выполнения учебной задачи, собственные возможности её решения;

– владение основами самооценки, самоконтроля, принятия решений, осуществление осознанного выбора в познавательной и учебной деятельности;

– умение определять понятия, устанавливать аналогии, создавать обобщения, классифицировать, выбирать самостоятельно основания и критерии для классификации, строить логическое рассуждение, умозаключение, устанавливать причинно-следственные связи и делать выводы;

– умение организовывать совместную деятельность и учебное сотрудничество с учителем и сверстниками; формулировать, аргументировать и отстаивать своё мнение; работать индивидуально, в группе: разрешать конфликты и находить общее решение на основе согласования позиций, учёта интересов;

– развитие и формирование компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий.

Для регулятивных универсальных учебных действий приоритетное внимание уделяется способности постановки новых целей и задач, т.е. формированию действий целеполагания, осуществлять выбор эффективных средств и путей достижения целей, оценивать и контролировать свои действия, как по способу действия, так и по результату, вносить соответствующие коррективы в их выполнение. Ведущим способом для решения данной задачи является формирование способности к проектированию.

Приобретаются навыки проектной деятельности как особенной формы учебной работы, которая способствует воспитанию инициативности, ответственности, самостоятельности, повышению эффективности и мотивации учебной деятельности.

Рассмотрим *следующие особенности проектной деятельности:*

– цели и задачи проектной деятельности учащихся складываются в зависимости от их личностных и социальных мотивов. Это значит, что

деятельность такого рода должна быть ориентирована на развитие способностей подростков, на повышение их компетентности в предметной области определённых учебных дисциплин, на создание проектного продукта, который будет и для других иметь значимость;

– проектная деятельность учащихся организовывается таким образом, чтобы они могли исполнить все свои потребности в контакте с важными референтными группами сверстников и учителей. Создавая отношения разного рода в процессе поисковой, целенаправленной, продуктивной и творческой деятельности, подростки получают навыки в работе как индивидуальной самостоятельной, так и коллективной. Учатся нормам взаимоотношения с людьми, умением переключаться с одного вида общения на другое;

– организация проектных работ учащихся обеспечивает сочетание разных типов познавательной деятельности, в которых реализуются различные личностные интересы участников группы к какому-нибудь виду деятельности, при этом востребованными могут быть любые способности учащихся.

При решении задач развития универсальных учебных действий уделяется большое значение проектным формам работы, направленных на конкретную проблему (задачу), также на создание определённого продукта, межпредметных связей, соединение теории с практикой, обеспечивается совместное планирование деятельности учителем и учащимися.

Форма сотрудничества проектная подразумевает совокупность средств, которые направлены как на обмен действиями и информацией, так и на организацию совместной деятельности партнёров. Эта деятельность направлена на удовлетворение эмоционально-психологических потребностей партнёров, основана на развитие данных УУД:

– осуществлять содействие и поддержку людям, от которых зависит выполнение в достижение цели;

– организовывать совместную бесконфликтную деятельность в группе;

- создавать условия взаимопонимания в отношении с партнёрами;
- обеспечивать между участниками группы обмен умениями и знаниями для получения эффективного результата совместной деятельности;
- формулировать цели группы, позволять участникам для достижения целей проявлять инициативу [27].

Метод проектов позволяет создавать условия, при которых школьники могут самостоятельно получать новые знания и способы действия, применять на практике приобретенные ранее знания и умения. Основной упор ставится на творческое развитие личности.

Общепедагогические и учебные цели метода проектов:

- обучение учащихся сравнению и установлению связей между известными фактами и явлениями, самостоятельной работе с различными источниками информации, отбору необходимого материала;
- формирование навыков анализа найденной информации, ее применение к решению проблем;
- формирование коммуникативных навыков общения;
- обучение мыслительным операциям сравнения, обобщения, классификации;
- освоение учениками нужных знаний по теме, умение решать типовые задачи;
- систематизация и обобщение учебного материала по теме;
- обучение умениям делать аргументированные выводы, проведению практических экспериментов [7, с. 213].

Выделим задачи метода проектов:

- научить учеников самостоятельному и критическому мышлению;
- размышлять, опираясь на закономерности науки, знания фактов, совершать обоснованные выводы;
- принимать аргументированные самостоятельные решения;
- научить учащихся работать в команде, выполняя разные социальные роли [10].

Н.В. Архипова [2] считает, что главными целями при введении метода проектов в систему образования является:

- продемонстрировать умения каждого учащегося или группы учащихся использовать полученный в школе исследовательский опыт;
- приумножить знания о предмете исследования, реализовать к нему свой интерес;
- продемонстрировать уровень знания математики;
- подняться на более высокую ступень развития, образованности, социальной зрелости.

Проектная деятельность предполагает овладение оперативными знаниями и действиями в процессе социализации школьников. Это продукт и предпосылка опыта проектной научно-познавательной деятельности учащихся в соответствии с определенным контекстом, с учетом образовательных потребностей и интересов, с учетом активности субъектов, полноты информационной обеспеченности каждой проектной процедуры, требующая получения разнообразных исходных диагностических, экспертных и других данных [11, с. 113].

Проектная деятельность помогает решать задачи, заложенные в ФГОС. Проекты, которые реализуются на уроках геометрии, наиболее органично отвечают требованиям современного общества. Такие проекты формируют способность принимать последовательные решения, осуществлять оценку деятельности, решать конкретные задачи, что соответствует технологии любой деятельности, в том числе и математической [32].

§5. Математические проекты по теме «Четырехугольники» для учащихся в курсе геометрии основной школы

Рассмотрим содержание теоретического материала по теме «Четырехугольники» в курсе геометрии основной школы в учебниках Л.С. Атанасяна и др. [3], А.В. Погорелова [25] и А.Д. Александрова и др. [1], которые наиболее распространены в современных школах.

Первые два учебника предназначены для учеников основной школы. Материал в этих учебниках излагается в краткой форме, доступной для учащихся с разным уровнем знаний и умений по предмету. Учебник А.Д. Александрова и др. [1] предоставляется для обучения учащихся с углубленным изучением геометрии.

Д.Н. Шеховцова [34] отмечает, что результат обучения геометрии зависит от того, каким способом кодируется информация, представляются ли рисунки, схемы, чертежи, которые необходимы для наглядности восприятия доказательства теорем, решения задач и другое. В учебнике А.Д. Александрова и др. [1] учащимся необходимо самостоятельно составлять рисунки, схемы, и делать чертежи. Поэтому в его учебнике количество рисунков от общего объема информации не больше 19%. В учебнике А.В. Погорелова [25] количество рисунков около 23%, делается акцент на развитие у учащихся логически мыслить. В учебнике Л.С. Атанасяна и др. [3] опираются на развитие у учеников умений и навыков, на простоту изложения материала, поэтому в нем содержится множество чертежей и рисунков.

Изучение темы «Четырехугольники» на базе учебника геометрии Л.С. Атанасяна и др. [3].

Данная тема рассматривается в главе 5, состоит из 3 параграфов.

Изучение темы начинается с пункта 39 «Многоугольник», в котором рассматриваются такие понятия как многоугольник, его вершины, стороны, периметр, область многоугольника.

В пункте 40 «Выпуклый многоугольник» дается определение выпуклого многоугольника: «Многоугольник называется выпуклым, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины» [3, с. 99]. Также рассматриваются углы выпуклого n -угольника, и объясняется, что сумма углов равна $(n - 2) \cdot 180^\circ$.

В пункте 41 «Четырехугольник» объясняется, что у каждого четырехугольника есть 4 вершины, 4 стороны, 2 диагонали, представляются рисунки выпуклого и невыпуклого четырехугольника, говорится о том, что сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360° .

В пункте 42 «Параллелограмм» дается определение: «Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны» и разбираются свойства параллелограмма.

Пункт 43 «Признаки параллелограмма» посвящен рассмотрению трех признаков параллелограмма с подробным объяснением.

В пункте 44 «Трапеция» дается определение: «Трапецией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны» [3, с. 103], и рассматривается равнобедренная, прямоугольная трапеция.

В пункте 45 «Прямоугольник» сначала идет определение: «Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые», затем рассматривается особое свойство: «Диагонали прямоугольника равны», и признак прямоугольника: «Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм – прямоугольник» [3, с. 109].

В пункте 46 «Ромб и квадрат» представляется определение ромба, квадрата, рассматривается свойство ромба: «Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам» [3, с. 109-110], а также сформулированы свойства квадрата.

В пункте 47 «Осевая и центральная симметрии» рассматривается две точки симметричные относительно прямой (точки), фигура симметричная относительно прямой (точки), ось (центр) симметрии фигуры, приводится пример фигур с осевой (центральной) симметрией.

После каждого параграфа следуют вопросы и задачи, а по завершению данной главы к ней идут вопросы для повторения.

Изучение темы «Четырехугольники» на базе учебника геометрии А.В. Погорелова [25].

§6 «Четырехугольники» включает в себя 12 пунктов 50-61.

В пункте 50 «Определение четырехугольника» раскрывается суть понятия четырехугольник: «Четырехугольником называется фигура, которая состоит из четырех точек и четырех последовательно соединяющих их отрезков» [25, с. 72], определяется четырехугольник, называемый вписанным и описанным, ставится задача отыскать на рисунках четырехугольник, и дается понятие его периметра.

В следующем пункте 51 «Параллелограмм» представлено определение параллелограмма и его рисунок. И присутствует доказанная теорема: «Если диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм» [25, с. 73].

В пункте 52 рассматривается свойство диагоналей параллелограмма: «Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам» [25, с. 74], и рассматривается задача на применение данного свойства.

Пункт 53 раскрывает свойство параллелограмма, в котором говорится, что у параллелограмма противоположные стороны равны и противоположные углы тоже равны, также рассматривается задача: «Докажите, что если у четырехугольника две стороны параллельны и равны, то он является параллелограммом» [25, с. 75].

Пункт 54 посвящается прямоугольнику здесь представлено его определение, рисунок, теорема о том, что в прямоугольнике диагонали

равны, и решается задача: «Докажите, что если у параллелограмма все углы равны, то он является прямоугольником» [25, с. 76].

В пункте 55 дается определение ромба, теорема с доказательством о том, что у ромба диагонали пересекаются под прямым углом и являются биссектрисами его углов, решается задача: «Докажите, что если у параллелограмма диагонали перпендикулярны, то он является ромбом» [25, с. 77].

В 56 пункте рассматривается определение квадрата, рассматриваются его свойства, доказываемая задача: «Докажите, что если диагонали прямоугольника пересекаются под прямым углом, то он является квадратом» [25, с. 78].

Пункт 57 посвящается теореме Фалеса, в которой говорится о том, что если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне равные отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой его стороне, решается задача о разделении отрезка АВ на n равных частей.

В 58 пункте рассматривается определение, теорема о средней линии треугольника, рассматривается задача: «Докажите, что середины сторон четырехугольника являются вершинами параллелограмма».

Пункт 59 начинается с определения трапеции – это четырехугольник, у которого только две противоположные стороны параллельны, также рассматривается средняя линия трапеции, теорема: «Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме» [25, с. 80-81], решается задача, что при основании у равнобедренной трапеции углы равны.

Пункт 60 «Пропорциональные отрезки» начинается с теоремы: «Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от сторон угла пропорциональные отрезки» [25, с. 81], решается задача: «Даны отрезки a , b и c . Построить отрезок $x = \frac{bc}{a}$ ».

В пункте 61 «Замечательные точки в треугольнике» решается задача: «1) Докажите, что любые две медианы треугольника в точке пересечения

делятся в отношении 2:1, считая от вершины. 2) Докажите, что все три медианы треугольника пересекаются в одной точке».

Далее после завершения пунктов 50-61 идут контрольные вопросы, затем следуют задачи, разделенные по этим пунктам.

У большинства пунктов просматривается закономерность, так многие начинаются с определения, затем идет теорема с доказательством, в конце решается задача.

Изучение темы «Четырехугольники» на базе учебника геометрии А.Д. Александрова и др. [1].

Данная тема содержится в первой главе «Площади многоугольных фигур», которая состоит из четырех параграфов.

В первом параграфе рассматривается понятие, примеры ломаной линии, многоугольника. В пункте 1.2 «Многоугольник» доказывается теорема: «У каждого многоугольника есть углы, меньшие 180° ». В пункте 1.3 рассматриваются выпуклые и невыпуклые многоугольники, их свойства. В следующем пункте говорится о четырехугольнике, дается изображение. В пункте 1.5 рассматриваются многоугольные фигуры, их разбиение. «Многоугольной фигурой называется объединение конечного числа многоугольников». Также доказывается, что средние линии треугольника параллельны его сторонам и вдвое их меньше. В следующем пункте изучаются многогранники, пирамиды, даются их изображения. После параграфа идут вопросы и задачи.

Во втором параграфе начинается изучение площади многоугольной фигуры. Рассматривается определение площади многоугольных фигур, измерение площади, доказывается лемма об отношении площадей квадратов, изучается площадь прямоугольника. В пункте 2.4 дается понятие объема многогранных фигур, объем прямоугольного параллелепипеда. Также после параграфа следуют вопросы и задачи.

Третий параграф начинается с изучения площади прямоугольного, произвольного треугольника. Пункт 3.3 посвящен трапеции, дается

определение: «Трапецией называется четырехугольник, у которого только одна пара параллельных сторон». В следующем параграфе разбирается площадь трапеции, далее после завершения параграфа также располагаются вопросы и задачи.

В четвертом параграфе изучается параллелограмм и его площадь. В пункте 4.1 дается определение параллелограмма: «Параллелограммом называется четырехугольник, у которого две пары параллельных сторон», рассматриваются его свойства. В пункте 4.2 изучаются признаки параллелограмма, затем в следующем пункте дается теорема о площади параллелограмма с доказательством. В пункте 4.4 рассматриваются частные виды параллелограмма: прямоугольник, ромб, а квадрат является прямоугольником и ромбом одновременно. Пункт 4.5 определяет характеристические свойства фигур, пункт 4.6 посвящается параллелепипеду и призме. И снова после завершения параграфа следуют вопросы и задачи, а после них идут задачи ко всей первой главе.

Разработаем математические проекты по теме «Четырехугольники» для учащихся основной школы в курсе геометрии, основываясь на понятии математического проекта, представленного в работах Е.Ю. Куприенко [19].

Пример 1. Учебная тема. Симметрические фигуры.

Тема проекта: осевая и центральная симметрии четырехугольников.

Тип проекта: монопредметный. Групповой проект, выполнение которого направлено на самостоятельную внеурочную работу. Проект защищается непосредственно на уроке.

Методические рекомендации: данный проект предлагается для учащихся 8-х классов, после изучения основных свойств четырехугольников, а также темы «Осевая и центральная симметрии». Выполнение проектного задания распределяется на три группы (по 2-4 человека). Первая группа собирает информацию о жизни и деятельности немецкого математика Феликса Клейна. Вторая группа работает над решением задач 1-5. Третья группа обобщает результаты первой, второй группы и при помощи учителя

оформляет презентацию Microsoft Office PowerPoint, объединяя в единое целое результаты групп. Итоги подводятся на занятии, где каждая группа демонстрирует свои результаты всему классу.

В результате выполнения проекта учащиеся:

- знакомятся с биографией немецкого математика Феликса Клейна;
- систематизируют знания по теме «Четырехугольники»;
- развивают навыки работы в команде;
- формируют умение самостоятельно работать с математическим текстом;
- формируют пространственное, логическое мышление.

Проектное задание. Для математика понятие симметрии имеет гораздо более широкий смысл, нежели тот, который мы используем в повседневной жизни. Одним из первых, кто пришел к этому более глубокому пониманию симметрии, был выдающийся и очень влиятельный немецкий математик Феликс Клейн (1849 – 1925). В 1872 году, в докладе по случаю вступления в должность профессора Эрлангенского университета Клейн предложил математическому обществу радикально расширить общепринятый взгляд на симметрию и считать симметричными объекты, которые прежде никто не подумал бы так называть. Клейн предложил рассматривать геометрию как «изучение свойств пространства, инвариантных относительно данной группы преобразований». При изучении геометрии, утверждал Клейн, нужно рассматривать не только объекты, но и перемещения.

Обычно симметрия понимается в терминах рисунков и пропорций как трудноопределимое свойство некоей сбалансированности и правильности. Со времен Клейна в распоряжении математиков имеется более точное определение: симметрия – это баланс, создаваемый повторением многих движений одного и того же вида, а именно всех движений из некоторой группы. Эти две идеи – введение в геометрию групповых соображений и расширение класса изучаемых движений – и легли в основу собственных исследований Клейна.

Симметрию используют математики, физики, архитекторы, художники, ремесленники, философы, химики. В алгебре и анализе идеи симметрии применяют в экстремальных задачах, задачах с параметрами, для решения систем уравнений, и при решении других различных задач.

Обширную часть в геометрии занимает учение о симметрии. Симметрия в геометрических конфигурациях – это своеобразная эстетика, показывающая их красоту. Ее используют для решения задач на построение, вычисление, доказательство, определение геометрических мест точек, игровых.

Математические задачи проекта:

Задача 1 [4, № 17]. $ABCD$ – параллелограмм. На его сторонах AD и BC построены равносторонние треугольники AED и BKC . O – это точка пересечения диагоналей. Точки O и E лежат по разные стороны от прямой AD . Точки K и O лежат по разные стороны от прямой BC . Докажите, что точка O является серединой отрезка KE .

Доказательство. Точка O – это точка пересечения диагоналей параллелограмма, которая является его центром симметрии. При такой симметрии отрезок AD перейдет в отрезок CB . Поскольку симметрия относительно точки является движением, т.е. сохраняется расстояние между точками, то треугольник AED перейдет в равносторонний треугольник со стороной CB . Получается, что у нас таких два треугольника, одним из которых является $\triangle BKC$ (рис. 1). Третья вершина второго лежит от прямой BC по ту же сторону, что и точка O . В какой из этих двух треугольников перейдет $\triangle AED$?

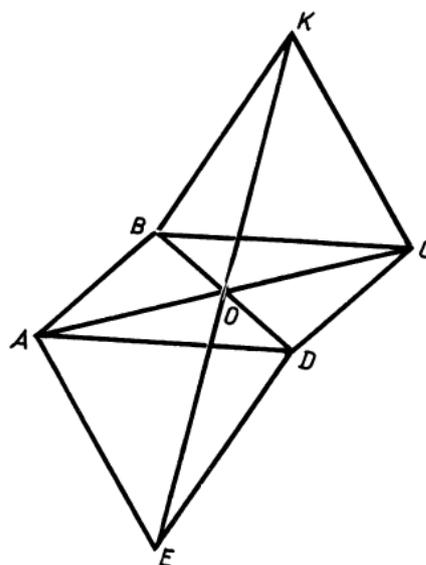


Рис. 1.

Точки O и E по условию лежат по разные стороны от прямой AD . Прямая AD перешла в прямую CB , точка O перешла в себя. Порядок взаимного расположения точек при движении прямой сохраняется. Поэтому точки O и E перейдут в точки, которые лежат от прямой BC по разные стороны. Значит, точка E перейдет в точку K .

Следовательно, при симметрии относительно точки O точка E перешла в точку K , получаем, что точка O является серединой отрезка KE , что и требовалось доказать.

Задача 2 [4, № 20]. Докажите, что прямая, проходящая через середины оснований равнобокой трапеции, является ее осью симметрии.

Доказательство. Пусть $ABCD$ – равнобокая трапеция с параллельными сторонами BC и AD , E – середина BC , F –

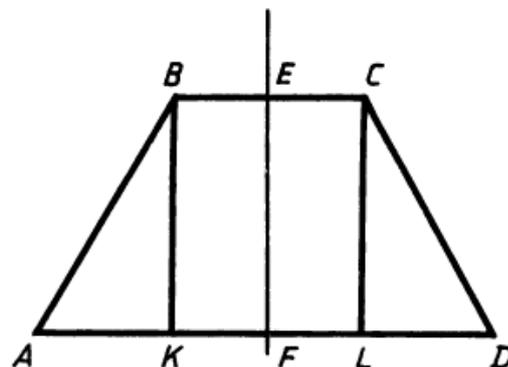


Рис. 2.

середина AD . Из точек B и C опустим перпендикуляры BK и CL на сторону AD (рис. 2). Четырехугольник $KBCL$ – прямоугольник, поэтому прямая EF является его осью симметрии. $\triangle ABK = \triangle DCL$. При симметрии относительно прямой EF сторона BK первого треугольника перейдет в сторону CL второго треугольника, луч KA , не пересекающий ось симметрии, перейдет в луч LD , также не пересекающий ось симметрии. Поскольку $KA = LD$, то точка A перейдет в точку D . Следовательно, прямая EF – ось симметрии данной равнобокой трапеции, что и требовалось доказать.

Задача 3 [2, № 4]. В трапеции меньшая диагональ перпендикулярна основаниям, а сумма её острых углов равна 90° . Определить боковые стороны трапеции, зная, что основания равны a и b .

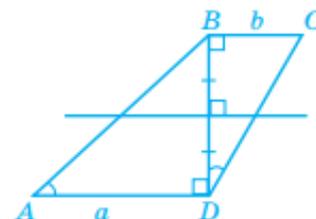


Рис. 3.

Решение. $ABCD$ – трапеция (рис. 3). Пусть $BD \perp AD$, $\angle A + \angle C = 90^\circ$, $AD = a$, $BC = b$.

Заметим, что $\angle BDC = \angle A$ (они дополняют до прямого угла $\angle C$), отобразим $\triangle BCD$ относительно серединного перпендикуляра симметрично к катету BD .

Получилась новая фигура — прямоугольный треугольник с гипотенузой $a + b$ (рис. 4). Так как $\angle A = \angle BDC$, а $\angle BDC = \angle B_1D_1C_1$, то $\angle AD_1B_1 + \angle B_1D_1C_1 = 90^\circ$.

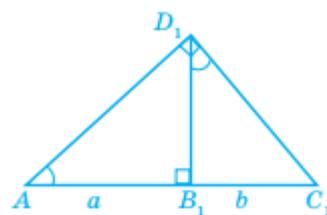


Рис. 4.

Искомые длины для катетов найдём по следующим формулам как среднее пропорциональное отрезков:

$$AB = AD_1 = \sqrt{a(a+b)}, CD = C_1D_1 = \sqrt{b(a+b)}.$$

Задача 4 [1, № 27]. В параллелограмм вписан другой параллелограмм. Докажите, что их центры совпадают.

Доказательство. Пусть параллелограмм $A_1B_1C_1D_1$ вписан в параллелограмм $ABCD$, а точка O является центром параллелограмма $A_1B_1C_1D_1$ (рис. 5). Так как точка O является серединой данных отрезков

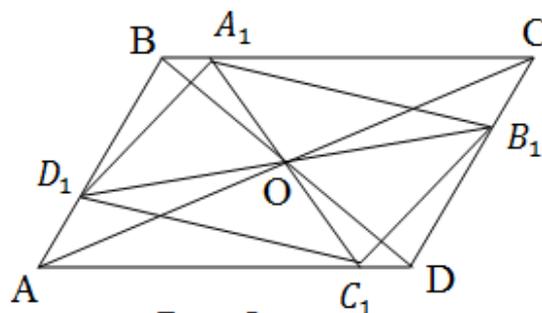


Рис. 5.

A_1C_1 и B_1D_1 , а их концы лежат на сторонах параллелограмма $ABCD$, то прямые AB и CD , а также прямые AD и BC являются симметричными относительно данной точки O . Следовательно, центром симметрии параллелограмма $ABCD$ является точка O .

Задача 5 [2, № 1]. Доказать, что прямые, содержащие диагонали ромба, являются его осями симметрии.

Доказательство. Рассмотрим ромб $ABCD$. Докажем, что прямая AC является его осью симметрии.

Точки A и C являются симметричными относительно точки O , так как диагонали ромба

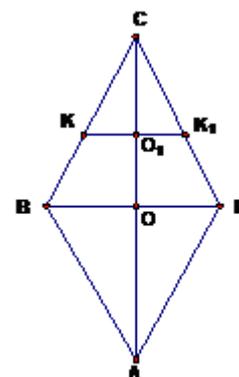


Рис. 6.

пересекаются и соответственно точкой пересечения делятся пополам. Точки B и D являются симметричными относительно прямой AC , так как $BO = OD$, $BD \perp AC$. Выберем теперь произвольную точку K и покажем, что симметричная ей точка относительно прямой AC также принадлежит ромбу (рис. 6).

Проведём через точку K перпендикуляр к прямой AC , продлим его до пересечения с прямой CD . Рассмотрим треугольники KCO_1 и K_1CO_1 , они прямоугольные, так как $KK_1 \perp AC$. У них: CO_1 – общий катет, а $\angle KCO_1 = \angle K_1CO_1$, так как диагонали ромба являются его биссектрисами. Получается, $\triangle KCO_1 = \triangle K_1CO_1$. Следовательно, $KO_1 = K_1O_1$, так как равны их все соответствующие элементы.

Из равенства этих отрезков получаем то, что точки K и K_1 являются симметричными относительно прямой AC . Следовательно, прямая AC является осью симметрии ромба. Для второй диагонали BD доказывается аналогичным способом.

Рекомендуемая литература к проекту:

1. Готман, Э.Г. Задачи по планиметрии и методы их решения [Текст]: пособие для учащихся / Э.Г. Готман. – М.: Просвещение: АО «Учеб. лит.», 1996. – С. 14.
2. Зеленьяк, О.П. Применение симметрии при решении планиметрических задач / О.П. Зеленьяк // Математика. Все для учителя. – 2011. – № 11. – С. 4-5.
3. Мамфорд, Д. Язык симметрии / Д. Мамфорд, Д. Райт, К. Сирус // Квант. – 2011. – № 4. – С. 2-11.
4. Семенов, Е.Е. За страницами учебника геометрии [Текст]: пособие для учащихся 7-9 кл. общеобразоват. учреждений / Е.Е. Семенов. – 2-е изд. перераб. – М.: Просвещение, 1999. – С. 151-152.

Пример 2. Учебная тема. Четырехугольники.

Тема проекта: решение задач.

Тип проекта: монопредметный. Индивидуальный мини-проект, выполнение которого рассчитано на внеурочную самостоятельную работу. Защита проекта непосредственно осуществляется на уроке.

Методические рекомендации: данное проектное задание рекомендуется для учащихся 8-9 классов после изучения темы «Четырехугольники». Проект предоставляет учащимся возможность познакомиться с некоторыми свойствами четырехугольников при решении задач и способствует формированию интереса к предмету. На защите проекта представляются выполненные задания в виде портфолио по теме.

Проектное задание: многие свойства четырехугольников не рассматриваются в школьных учебниках геометрии. Однако при решении различных задач можно узнать о таких свойствах. Вам предлагается подобрать из разных источников задачи, в ходе решения которых появляются некоторые ранее не изученные Вами свойства четырехугольников.

В результате выполнения проекта учащиеся:

- систематизируют и расширяют знания по теме «Четырехугольники»;
- формируют умения и навыки самостоятельной работы с математическим текстом и математическими задачами;
- развивают умения и навыки решать различной степени трудности задачи.

Пример портфолио:

Задача 1 [1, № 9,10]. Постройте: а) не являющийся ромбом произвольный четырехугольник с перпендикулярными диагоналями, б) не являющийся параллелограммом четырехугольник, стороны которого попарно равны.

Решение: а) построим две перпендикулярные прямые m и n . На каждой из прямых построим отрезок содержащий точку их пересечения так, чтобы эта точка не была серединой хотя бы одного из построенных отрезков AC и BD . Концы A, B, C, D построенных отрезков являются вершинами четырехугольника с перпендикулярными диагоналями AC и BD . Данный четырехугольник $ABCD$ (рис. 7) не является ромбом, поскольку не является параллелограммом.

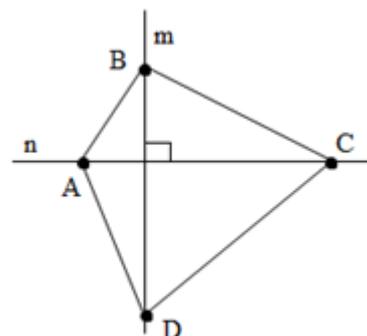


Рис. 7.

б) построим два неравных равнобедренных треугольника ABC и ACD с общим основанием AC так, чтобы их вершины лежали от прямой AC по разные стороны. Стороны получившегося четырехугольника $ABCD$ (рис. 8) попарно равны ($AB = BC, AD = DC$, как стороны равнобедренных треугольников), но он не является параллелограммом.

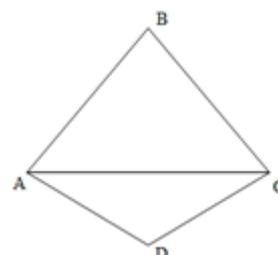


Рис. 8.

Задача 2 [1, № 23]. Докажите, что точка пересечения диагоналей трапеции не лежит на ее средней линии.

Доказательство: O – точка пересечения диагоналей трапеции. Если она лежит на средней линии MN , то по теореме Фалеса каждая из диагоналей AC и BD делится точкой пересечения O пополам. Но тогда трапеция $ABCD$ является параллелограммом, что невозможно.

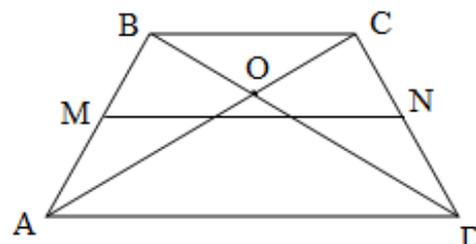


Рис. 9.

Следовательно, точка пересечения диагоналей O не лежит на ее средней линии MN (рис. 9), что и требовалось доказать.

Задача 3 [3, № 13]. Докажите, что прямая, соединяющая точку пересечения диагоналей трапеции с точкой пересечения продолжений ее боковых сторон, делит пополам основания трапеции.

Доказательство: Рассмотрим трапецию $ABCD$, с основаниями AD и BC , где пересечением прямых AB и CD является точка P , пересечением диагоналей AC и BD является точка Q , а точки M и N – середины AD и BC соответственно (рис. 10).

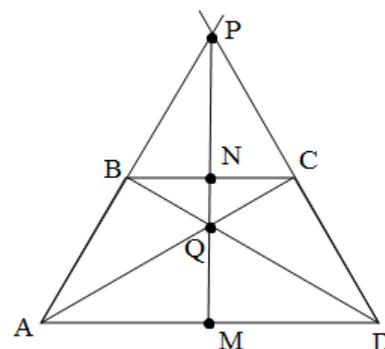


Рис. 10.

Так как основания трапеции AD и BC параллельны, то на одной прямой лежат точки P , M , N . Но на одной прямой лежат и точки Q , M , N . Значит, на одной прямой лежат все четыре точки Q , P , M , N , что и требовалось доказать.

Задача 4 [2, № 23]. Докажите, что середины сторон четырехугольника являются вершинами параллелограмма (рис. 11).

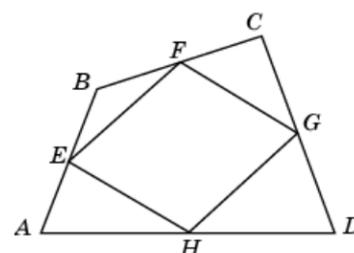


Рис. 11.

Доказательство: Пусть в четырехугольнике $ABCD$ серединами сторон AB , BC , CD , DA являются точки E , F , G , H соответственно (рис. 12).

EF – средняя линия треугольника ABC , значит, она параллельна прямой AC . GH – средняя линия треугольника ACD , следовательно, параллельна прямой AC . Получаем, что EF параллельна GH .

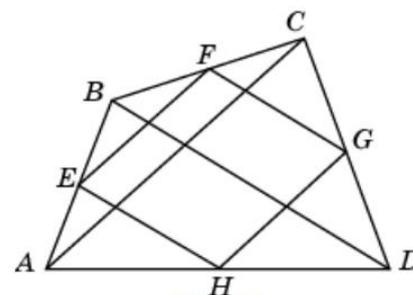


Рис. 12.

FG – средняя линия треугольника $B CD$, значит, она параллельна прямой BD . EH – средняя линия треугольника ABD , следовательно, параллельна прямой BD . Получаем, что FG параллельна EH .

Следовательно, противоположные стороны четырехугольника $EFGH$ параллельны, значит, он является параллелограммом, что и требовалось доказать.

Задача 5 [1, № 17]. Дан прямоугольник. Через его вершины проведены прямые, параллельные диагоналям прямоугольника. Докажите, что:

а) четырехугольник, вершинами которого служат точки пересечения проведенных прямых, является ромбом; б) если данный прямоугольник квадрат, то полученный указанным образом четырехугольник тоже квадрат.

Доказательство: а) Пусть $ABCD$ – прямоугольник, AC и BD его диагонали.

Проведем через вершину B прямую EF , через вершину D прямую KL , которые параллельны диагонали AC . Аналогично, через вершину A проведем прямую EL , через вершину C прямую FK , которые параллельны диагонали BD .

Получился четырехугольник $EFKL$ (рис. 13), он является параллелограммом, так как противоположные стороны параллельны $EF \parallel KL, FK \parallel EL$. Каждая из его сторон равна диагонали данного прямоугольника, так как

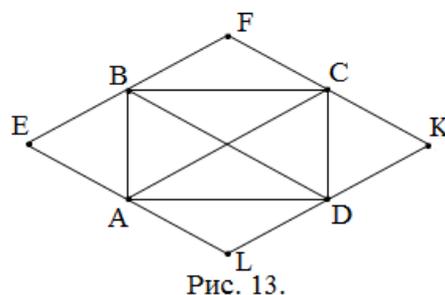


Рис. 13.

диагонали в прямоугольнике равны, то и равны все стороны параллелограмма. Следовательно, получившийся параллелограмм $EFKL$ является ромбом.

б) Если данный прямоугольник $ABCD$ является квадратом, то построенный ромб $EFKL$ является квадратом (рис. 14). Так как в данном квадрате $ABCD$ диагонали AC и BD перпендикулярны.

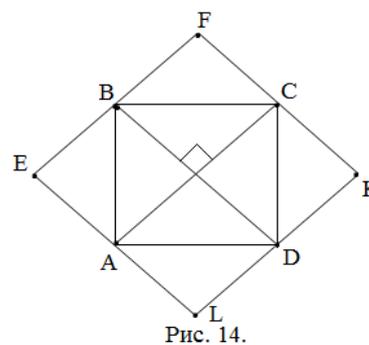


Рис. 14.

Рекомендуемая литература к проекту:

1. Семенов, Е.Е. За страницами учебника геометрии [Текст]: пособие для учащихся 7-9 кл. общеобразоват. учреждений / Е.Е. Семенов. – 2-е изд. перераб. – М.: Просвещение, 1999. – С. 106-107.

2. Смирнов, В.А. Геометрия. Задачи на доказательство / В.А. Смирнов, И.М. Смирнова. – 2015. – С. 99.

3. Шарыгин, И. Трапеция / И. Шарыгин // Квант. – 1994. – № 5. – С. 45.

Пример 3. Учебная тема. Четырехугольники.

Тема проекта: олимпиадные задачи по теме «Четырехугольники».

Тип проекта: монопредметный. Групповой проект, выполнение которого направлено на самостоятельную внеурочную работу. Проект защищается непосредственно на уроке.

Методические рекомендации: этот проект рекомендуется для учащихся 8-9 классов, изучив тему «Четырехугольники», «Площадь». Выполнение проектного задания распределяется на четыре группы (по 2-4 человека). Первая группа собирает информацию о жизни и деятельности М.В. Ломоносова, о Турнире имени М.В. Ломоносова. Вторая группа работает над решением задач 1-4, третья группа решает задач 5-7. Четвертая группа собирает результаты первой, второй, третьей группы и при помощи учителя оформляет презентацию Microsoft Office PowerPoint, объединяя в единое целое результаты групп. Итоги подводятся на занятии, где каждая группа демонстрирует свои результаты всему классу.

В результате выполнения проекта учащиеся:

- знакомятся с биографией М.В. Ломоносова, узнают интересную информацию о Турнире имени М.В. Ломоносова;
- систематизируют знания по теме «Четырехугольники»;
- развивают навыки самостоятельной работы и работы в команде;
- формируют умение самостоятельно работать с математическим текстом;
- формируют логическое, пространственное мышление;
- развивают навыки проектной деятельности.

Проектное задание. Турнир имени М. В. Ломоносова – это соревнование по математике, математическим играм и другим предметам, которое проводится каждый год. Целью данного Турнира является дать участникам материал для размышлений, направить интересующихся учеников к серьёзным занятиям.

В данном проекте представлены задачи по теме «Четырёхугольники», выбранные из заданий Турнира.

Математические задачи проекта:

Задача 1 [1996 г.]. Длина высоты AB прямоугольной трапеции $ABCD$ равна сумме длин оснований AD и BC . В каком отношении биссектриса угла ABC делит сторону CD .

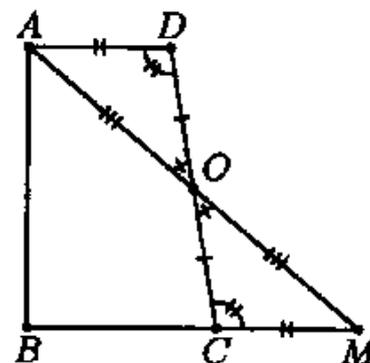


Рис. 15.

Решение: Пусть серединой стороны DC будет точка O . Через точки A и O проведём прямую, Точка M является точкой пересечения получившейся прямой с прямой BC . Значит, $\triangle AOD = \triangle MOC$ по второму признаку, по условию $DO = OC$, $\angle AOD = \angle COM$ как вертикальные углы; так как прямые AD и BC параллельны, то $\angle ADO = \angle OCM$ (рис. 15).

Тогда $AO = OM$, т. е. $\triangle ABM$ – равнобедренный. А биссектриса является медианой и высотой при вершине равнобедренного треугольника, следовательно, биссектриса $\angle ABC$ проходит через середину AM , т.е. точку O . Это означает, что биссектриса $\angle ABC$ делит сторону DC на равные части, потому что O - середина DC . Доказано, что биссектриса $\angle ABC$ делит хорду DC пополам.

Задача 2 [2010 г.]. На клетчатой бумаге проведена диагональ прямоугольника 1×4 . Покажите, как, пользуясь только линейкой без делений, разделить этот отрезок на три равные части.

Решение: 1) построение: соединим каждую из двух других вершин прямоугольника с серединой соответствующей длинной стороны (рис. 16). Правильность следует из теоремы Фалеса: параллельные прямые AN, MC и BX делят на три равные части отрезок DX , следовательно, и диагональ DB .

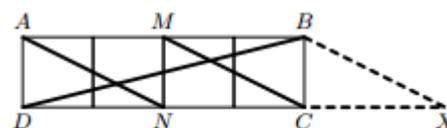


Рис. 16.

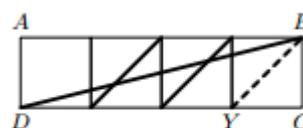


Рис. 17.

2) построение: проведем из каждого узла стороны DC диагональ клетки (рис. 17). Правильность построения также следует из теоремы Фалеса: параллельные прямые делят на три равные части отрезок DY .

Задача 3 [2011 г.]. На доске начерчен выпуклый четырёхугольник. Алёша утверждает, что его можно разрезать диагональю на два остроугольных треугольника. Боря – что можно на два прямоугольных, а Вася – что на два тупоугольных. Оказалось, что ровно один из троих неправ. Про кого можно наверняка утверждать, что он прав?

Решение: 1) данный четырёхугольник не может быть прямоугольником, так как тогда прав только один человек, Боря. Следовательно, наш четырёхугольник имеет тупой угол. Действительно, сумма углов не превосходит 360° , если каждый угол четырёхугольника не превосходит 90° , но сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360° . Значит, при одном из разрезов получается тупоугольный треугольник – т.е., если правы два человека, то Вася заведомо прав.

Примеры, в которых неправ только Алёша, например, трапеция с диагональю, перпендикулярной основаниям и только Боря, например, ромб.

2) решим задачу, отталкиваясь от того, как четырёхугольник может быть разрезан на два прямоугольных треугольника. Например, следующим образом. Если Вася неправ, то правы Алёша и Боря, тогда четырёхугольник разрезается на два прямоугольных треугольника.

I. Если прямые углы обоих Бориных треугольников являются углами четырёхугольника, то сумма оставшихся двух углов четырёхугольника равна 180° . Следовательно, оба этих угла не могут быть острыми. Значит, при разрезании по другой диагонали не может получиться два остроугольных треугольника – противоречие.

II. Если прямой угол какого-нибудь из Бориных треугольников примыкает к диагонали, то данный угол является частью тупого угла

четырёхугольника. Следовательно, при разрезании по другой диагонали получится тупоугольный треугольник – снова противоречие.

Ответ: прав Вася.

Задача 4 [2007 г.]. Изображена фигура $ABCD$ (рис. 18). Стороны AB, CD и AD этой фигуры – отрезки, $AB \parallel CD$ и $AD \perp CD$; BC – дуга окружности, любая касательная к этой дуге отсекает от фигуры трапецию или прямоугольник. Объясните, как провести касательную к дуге BC , чтобы отсекаемая фигура имела наибольшую площадь.

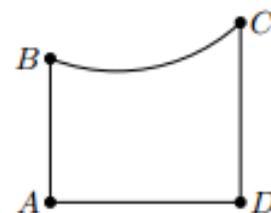


Рис. 18.

Объясните, как провести касательную к дуге BC , чтобы отсекаемая фигура имела наибольшую площадь.

Решение: Будем использовать формулу площади трапеции, где площадь равна произведению средней линии на высоту. Боковыми сторонами трапеции у нас будет отрезок AD и касательная MN , а отрезки AM и DN будут основаниями трапеции (рис. 19).

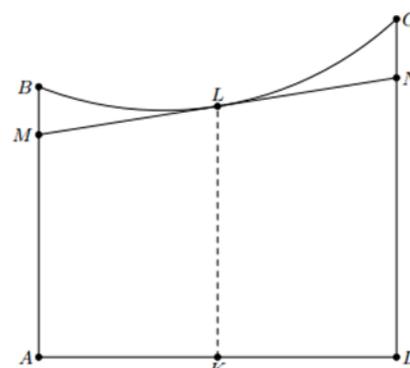


Рис. 19.

Высотой трапеции является расстояние между основаниями, которое равно отрезку AD перпендикулярному основаниям, от выбора положения касательной не зависит. Можно изменять среднюю линию.

К стороне AD проведем серединный перпендикуляр и обозначим его точки пересечения со стороной AD и с дугой BC соответственно через точки K и L . Замечаем, что в отрезке KL будет всегда содержаться средняя линия получаемых трапеций (рис. 20).

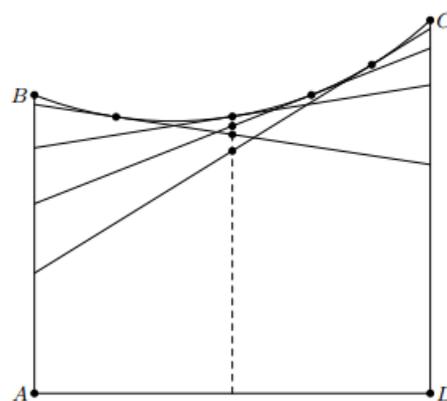


Рис. 20.

Следовательно, если средняя линия совпадет с KL , площадь максимальна. Означает, что необходимо проводить касательную через точку L .

Ответ: к дуге BC касательную необходимо проводить через точку пересечения дуги BC с серединным перпендикуляром к отрезку AD .

Задача 5 [2014 г.]. На сторонах квадрата отложили 4 равных отрезка (рис. 21). Докажите, что два отмеченных угла равны.

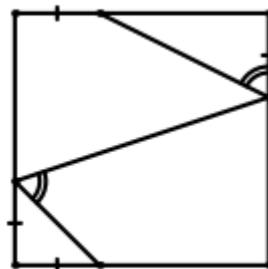


Рис. 21.

Решение: 1) отложим на стороне AB отрезок BN , равный AP . $KLMN$ – квадрат, а $\angle CML = \angle AKN$, следует из того, что прямоугольные треугольники AKN , CML , BNM и DLK равны по двум катетам (рис. 22).

Нужно доказать, что $\angle AKN = \angle MKP$.

$$\angle AKN = \angle NKP + \angle AKP = \angle NKP + 45^\circ,$$

$$\angle MKP = \angle NKP + \angle MKN = \angle NKP + 45^\circ.$$

Так как $\triangle MKN$ равнобедренный прямоугольный, $\angle MKN = 45^\circ$.

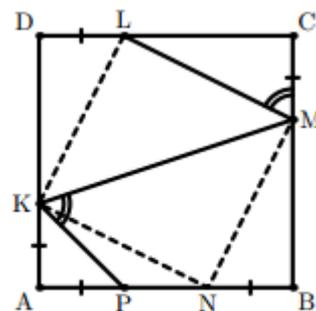


Рис. 22.

2) Пусть $\angle CML = \alpha$. Прямоугольные треугольники $\triangle DLK = \triangle CML$ по двум катетам. Значит, $\angle DKL = 90^\circ - \alpha$, а $\angle KLM = 180^\circ - \alpha - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ$ (рис. 23).

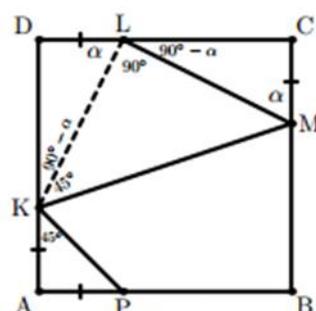


Рис. 23.

Следовательно, $\triangle KLM$ – равнобедренный прямоугольный. Поэтому $\angle LKM = 45^\circ$. $\angle AKP = 45^\circ$, как угол равнобедренного прямоугольного треугольника. Значит, $\angle PKM = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$.

Задача 6 [2006 г.]. Маленький Петя подпилел все ножки у квадратной табуретки и четыре отпиленных кусочка потерял. Оказалось, что длины всех кусочков различны и что табуретка после этого стоит на полу, пусть наклонно, но по-прежнему, касаясь пола всеми четырьмя концами ножек. Дедушка решил починить табуретку, однако нашёл только три кусочка с длинами 8, 9 и 10 см. Какой длины может быть четвёртый кусочек?

Решение: Пусть A', B', C', D' – концы подпиленных ножек табуретки, а A, B, C, D – концы исходных. Необходимо доказать, что

$$AA' + CC' = BB' + DD'.$$

Точки A', B', C', D' лежат в одной плоскости, т.е. табуретка стоит, касаясь пола четырьмя ножками. Так как табуретка квадратная, то плоскости $ABA'B'$ и $CDC'D'$ параллельны. Поэтому, $A'B' \parallel C'D'$. Аналогично, $B'C' \parallel A'D'$. Итак, четырёхугольник $A'B'C'D'$ является параллелограммом, у которого диагонали пересекаются в точке O' . Точку O будем считать центром квадрата $ABCD$. Тогда отрезок OO' – это средняя линия в трапеции $ACC'A'$, а также в трапеции $BDD'B'$, это значит, что

$$AA' + CC' = 2OO' = BB' + DD'.$$

Методом перебора выберем всевозможные длины отпиленной части, которая располагается по диагонали от потерянной. Длина отпиленной части получилось должна удовлетворять следующим равенствам:

$$8 + x = 9 + 10,$$

$$9 + x = 8 + 10,$$

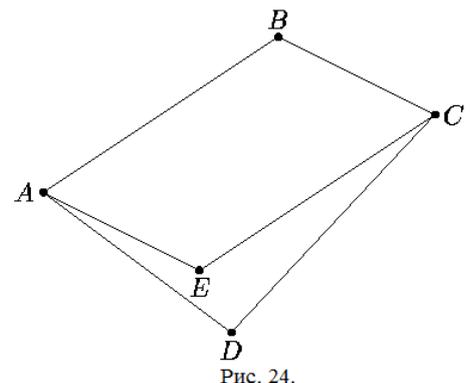
$$10 + x = 8 + 9.$$

Получаем, $x = 7, x = 9$ или $x = 11$. Но длины всех отпиленных частей табуретки различны, $x \neq 9$, следовательно, подходят варианты 7 и 11.

Ответ: 7 см, 11 см.

Задача 7 [1999 г.]. Из всякого ли выпуклого четырёхугольника можно вырезать параллелограмм, три вершины которого совпадают с тремя вершинами этого четырёхугольника?

Решение: Рассмотрим произвольный четырёхугольник $ABCD$ (рис. 24). Так как $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$, то либо $\angle A + \angle B > 180^\circ$, либо $\angle C + \angle D > 180^\circ$. Аналогично, либо $\angle B + \angle C > 180^\circ$, либо $\angle D + \angle A > 180^\circ$. Пусть $\angle A + \angle B > 180^\circ$ и



$$\angle B + \angle C > 180^\circ.$$

Тогда рассмотрим параллелограмм с вершинами A, B, C и сторонами AB и BC . Пусть E - его четвёртая вершина.

$$\text{Тогда } \angle ABC + \angle BCE = 180^\circ < \angle ABC + \angle BCD.$$

$$\text{Аналогично, } \angle ABC + \angle BAE = 180^\circ < \angle ABC + \angle BAD.$$

Следовательно, отрезки CE и EA лежат внутри или на сторонах четырёхугольника $ABCD$.

Ответ: да, из всякого.

Рекомендуемая литература к проекту:

1. 19-й Турнир им. М. В. Ломоносова 1996 год [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://olympiads.mccme.ru/turlom/1996/index.htm#matem>. – Последнее обновление 25.04.2017.

2. 22-й Турнир им. М. В. Ломоносова 26 сентября 1999 года [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://olympiads.mccme.ru/turlom/1999/tl1999.htm>. – Последнее обновление 25.04.2017.

3. 29-й Турнир им. М. В. Ломоносова 1 октября 2006 года [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://olympiads.mccme.ru/turlom/2006/zadanija/matem.pdf>. – Последнее обновление 25.04.2017.

4. 30-й Турнир им. М. В. Ломоносова 30 сентября 2007 года [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://olympiads.mccme.ru/turlom/2007/zadanija/matem.pdf>. – Последнее обновление 25.04.2017.

5. 33-й Турнир им. М. В. Ломоносова 26 сентября 2010 года [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://olympiads.mccme.ru/turlom/2010/zadanija/tl2010mat.pdf>. – Последнее обновление 26.04.2017.

6. 34-й Турнир им. М. В. Ломоносова 25 сентября 2011 года [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://olympiads.mccme.ru/turlom/2011/zadanija/tl2011mat.pdf>. – Последнее обновление 26.04.2017.

7. 37-й Турнир им. М. В. Ломоносова 28 сентября 2014 года [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://turlom.olimpiada.ru/upload/files/tasks_2014/ru-matematika.pdf. – Последнее обновление 26.04.2017.

§6. Методические рекомендации по организации проектной деятельности обучающихся в курсе геометрии основной школы

Новые методы обучения внедряются в современный учебный процесс, которые возрождают достижения экспериментальной педагогики прошедшего столетия, построенные на принципе активности, саморазвития личности. В первую очередь к этому методу относят проектное обучение. Проектное обучение помогает сформировать проектировочный стиль мышления, соединяющий в единую систему теоретические и практические составляющие деятельности человека, позволяющий раскрыть, развить и реализовать творческий потенциал личности. Итак, проектная деятельность требует правильного следования принципам и логике [14].

И.А. Колесникова в учебном пособии [16] под принципами проектной деятельности понимает общие регулятивы, нормирующие проектную деятельность. Рассмотрим их более подробно.

Принцип прогностичности определяется проектированием, ориентированного на будущее состояние объекта. Данный принцип проявляется для формирования инновационных образцов с использованием проектирования. Проект в этом смысле определяется как пошаговая реализация требуемой перспективы.

Принцип пошаговости означает поэтапный переход от задуманного замысла к развитию образа цели и действий, затем к плану действий и его осуществления. Безусловно, любое дальнейшее действие базируется на итогах предыдущего.

Принцип нормирования требует непременно прохождения этапов формирования проекта в рамках регламентированных операций, связанных с разными конфигурациями организации мыследеятельности.

Принцип обратной связи напоминает необходимость получения информации о результативности уже после реализации любой проектной операции и надлежащим способом корректировать действия.

Принцип продуктивности выделяет прагматизм проектной работы, необходимость ее ориентации для «продуктивной оформленности» итогов процесса проектирования.

Принцип культурной аналогии подразумевает соответствие итогов проектирования конкретным культурным стандартам. У участников проектной работы необходимо присутствие осмысление того, что персональный творческий процесс обучающегося либо учителя никак не считается самодостаточным. С этой целью, чтобы влиться в культурный процесс, следует обучиться определять личное мнение на достижения людей в освоении исследования культурно-исторических аналогов, научиться чувствовать и понимать свое место в нем. При этом важно осуществлять получение научных знаний и знакомство с культурными ценностями в сопоставлении собственным суждениям и результатам познавательной деятельности.

Принцип саморазвития относится к субъекту проектирования, как на уровне ветвящейся инициативности участников проекта, так и пробуждения новых планов вследствие осуществления поставленной цели. Разрешение одних проблем и задач направляет к постановке новых проблем и задач, которые активизируют формирование новейших конфигураций проектирования.

Для эффективного достижения результата осуществления проектной деятельности необходимо соблюдение ряда этапов: 1) обозначение функциональных обязанностей, времени выполнения; 2) поиск, анализ и синтез информации и пр.; 3) обобщение полученной информации; 4) оформление проекта; 5) презентация проекта; 6) оценка, самооценка выполненной работы по проекту [9, с. 87].

Освоение самостоятельной проектной деятельностью учащимися в образовательном учреждении обязано быть создано в варианте целенаправленной регулярной деятельности на абсолютно всех ступенях образования.

Автор статьи Архипова Н.В. [2] выделяет следующие элементы проектной деятельности, которые необходимо формировать в процессе работы над проектом и вне ее:

Мыследеятельностные: выдвижение идеи, целеполагание и формулирование задачи, проблематизация, постановка вопроса, выдвижение гипотезы, формулировка предположения, обоснованный выбор метода или способа, пути в деятельности, планирование своей деятельности, самоанализ;

Презентационные: построение устного сообщения о выполненной работе, выбор форм и способов наглядного представления продукта деятельности, подготовка письменного отчёта о проделанной работе;

Коммуникативные: слушать и понимать других участников проекта, уметь выражать свое мнение, взаимодействовать внутри группы, находить компромисс;

Поисковые: уметь находить информацию по каталогам, контекстный поиск, в Интернет, формулирование ключевых слов, в гипертексте;

Информационные: выделение главного, структурирование информации, представление в различных формах, приём и передача информации, упорядоченное хранение, поиск.

В учебном пособии Ступницкая М.А. [30] выделяет ряд характерных особенностей для работы над учебным проектом.

Необходимо присутствие проблемы, которую предстоит разрешить в процессе деятельности над проектом. Проблема должна носить личностно значимый характер для автора проекта, мотивировать на поиски решения.

У проекта обязательно должна быть ясная и реально достижимая цель. Целью проекта является решение исходной проблемы, данное решение должно иметь собственное, неповторимое воплощение. Этим воплощением называется проектный продукт, создаваемый автором проекта в процессе работы, а также является средством разрешения проблемы проекта.

Следовательно, первоначальные отличительные характерные черты проекта – установление исходной проблемы, кроме того построение цели и формирование абстрактного образа для проектного продукта.

Предварительное составление плана деятельности – это необходимая составная часть деятельности над проектом. От начальной проблемы вплоть до осуществления цели проекта следует поделить на этапы с некоторыми промежуточными задачами для каждого из них; обозначить способы решения поставленных задач и найти для этого ресурсы; разработать подробный план работы для каждого этапа с указанием сроков выполнения.

Реализация плана работы над проектом направлено на изучение и отбор литературы и других источников информации; возможно, связано с проведением разных экспериментов, опытов, исследований, наблюдений, опросов; с анализом и обобщением имеющихся данных; с формированием на основе выводов собственной точки зрения на поставленную проблему проекта и пути ее решения.

Проектный продукт создается с целью воплощения найденного метода для разрешения поставленной проблемы проекта. Он должен удовлетворять потребности любого человека, который сталкивается с данной проблемой, на решение которой направлен проект.

Проект должен иметь письменную часть, т.е. отчет о ходе работы, в котором определена проблема проекта и описаны подробно этапы работы; способы преодоления возникших вопросов; анализ собранной информации,

проведенных наблюдений и экспериментов, результаты опросов; делаются выводы, подводятся итоги, определяются перспективы проекта.

Публичная защита проекта является обязательным условием презентации результатов работы. В ходе представления проекта автор рассказывает о ходе работы, ее результатов, демонстрирует собственные знания, опыт в решении проблемы проекта. Важнейшая сторона работы над проектом – элемент самопрезентации, предполагающий рефлексивную оценку автором приобретенного опыта и проделанной работы.

Итак, автор Ступницкая М.А. [30] выделяет следующие этапы работы над проектом:

- проблематизация – формирование проблемы и оценка имеющихся обстоятельств;
- целеполагание – определение и формулирование цели деятельности;
- планирование – необходимо спланировать план работы;
- реализация – выполнение намеченного плана;
- рефлексия – анализ допущенных ошибок, выяснение дальнейшей перспективы работы, оценка своих достижений, которые возникли в процессе и по завершению работы.

Маркова В.И. [23] пишет, что для работы по методу проектов учителю необходимо создавать ученикам условия, благодаря которым у них появится интерес к познавательной работе, самообразования, использования полученных знаний на практике. Учитель делается педагогом широкого профиля, он обязан являться руководителем проекта, который владеет высоким уровнем культуры и креативными возможностями, учителю необходимо предстать в виде генератора формирования творческого потенциала и познавательных интересов учащихся. Следовательно, учителю необходимо «прожить» разные роли в процессе работы над проектом:

- роль энтузиаста (мотивирует, направляет, вдохновляет учеников на достижение цели);
- роль специалиста (имеет знания и умения в различных областях);

- роль консультанта (предоставляет доступ к информационным ресурсам, другим специалистам);
- роль руководителя (подсказывает ученикам в вопросах планирования времени);
- роль человека, который задает вопросы (задает наводящие вопросы, косвенные, помогающие обнаружить ошибки и т. п.);
- роль координатора группового процесса;
- роль эксперта (проводит анализ результатов выполненного проекта).

Пахомова Ю.Н. [24] различает три вида урочных занятий с целью развития проектной деятельности. Первым видом называется проектный урок, включающий в себя работу над проектом. Этот урок предусматривает выполнение учебного проекта во внеурочной и урочной формах. Выбор формы зависит от вида проекта. Наиболее лучшей является урочная форма работы, так как она позволяет избегать перегрузки учеников и учителей. Полагается большая степень самостоятельности учеников по ходу выполнения проекта, это содействует закреплению, углублению предметных познаний, расширению изучения новых познаний.

Урок, на котором устанавливается триединая дидактическая задача, как изучения предметного содержания, так и формирования и развития универсальных умений, имеющих отношение к проектным умениям, является вторым видом. Данный вид включает в себя осуществление практических урочных занятий с подключением самостоятельной работы учащихся. Данное обучение ориентировано на закрепление освоенных теоретических и практических познаний, в развитии проектной деятельности. Контроль со стороны учителя и самодисциплина учащегося в процессе исполнения плана деятельности считается важным воспитывающим условием, который дает возможность в обыденной жизни проявлять ответственность к построению и выполнению ранее спланированного. Презентация является важным навыком для учеников, который помогает развивать речь, рефлексивное и ассоциативное мышление.

Уроком третьего вида называется урок, на котором одновременно с усвоением предметного содержания совершается переход предметных умений в универсальные умения. Такие уроки формируют у учащихся проектную деятельность поэлементно, активизируют познавательную деятельность по предмету.

Важным этапом осуществления учебного проекта является презентация, так как она подытоживает, завершает работу над проектом и одинакова, важна для учеников и учителя, которым необходимо планировать ход и форму демонстрации презентации с начала работы над проектом.

Презентация учителю необходима для того, чтобы ему стала понятна работа учащихся в подробностях, которая проходила в большой степени самостоятельно. Учителю необходимо проследить ход идей и рассуждений участников проекта, их аргументацию при принятии решения, использование школьных знаний, житейского опыта. На презентации об этом рассказывает каждая команда, которая представляет самоанализ и рефлексию своей деятельности. Учитель решает свои задачи по обучению и воспитанию на наработанном учениками материале. Ему предстоит отметить, что нового узнали учащиеся, хорошо ли справились с применением ранее полученных знаний. Результат необходимо опубликовать, показать и рассказать, представить на всеобщее обозрение. В ходе представления результатов проекта формируются и развиваются навыки публичного самопредъявления, рефлексии, происходит самоутверждение, повышение самооценки личности.

С учетом индивидуальных особенностей учащихся подбираются соответствующие формы проведения презентации, с учетом личного выбора и предпочтений учеников. В процессе презентации необходимо в оценке результатов поддержать положительную тональность, инициировать доброжелательную и конструктивную дискуссию по оценке представленного проектного продукта.

Итак, педагогической целью проведения презентации является развитие, выработка презентативных умений и навыков, к которым относятся умения:

- достаточно полно и грамотно рассказать о постановке и решении задачи проекта;
- продемонстрировать понимание проблемы проекта, сформулировать собственные цели и задачи проекта, придумать путь решения;
- анализировать процесс поиска решения для аргументации выбора способа решения;
- продемонстрировать полученное решение;
- анализировать влияние разных факторов на процесс работы над проектом;
- выполнять самоанализ результативности, успешности решения проблемы, адекватности постановки проблемы тем средствам, благодаря которым отыскивалось решение.

Ступницкая М.А. [30] считает, что стратегической целью проектной деятельности как технологии обучения является усвоение учениками ряда специфических проектных умений, предметных знаний и общеучебных навыков, формирование у учащихся универсальных компетентностей. Эта цель отражается в критериях оценивания проектов учащихся:

- постановка цели, обоснование проблемы проекта;
- планирование пути по ее достижению;
- глубина раскрытия темы проекта;
- целесообразность использования источников информации, и их разнообразие;
- соответствие цели и содержания проекта, выбранных способов работы;
- анализ процесса работы над проектом, выводы, перспективы;
- творческий подход, личная заинтересованность автора к работе;
- оформленная письменная часть в соответствии с требованиями;

– качество проведения презентации, качество проектного продукта.

Названия данных критериев показывают, чему учащийся должен и может научиться, в процессе и в результате работы над проектом.

Емлютина И.А. [12] предлагает оценивать результаты работы над проектом по следующим параметрам:

- актуальность и глубина раскрытия выбранной темы;
- практическая ценность, композиционная стройность проекта;
- соответствие плану, обоснованность выводов;
- правильность, грамотность оформления;
- содержательность приложения;
- выступление на защите;
- умение изложить самое интересное и ценное, отвечать на вопросы;
- итоговая оценка.

Подводя итоги учебного проектирования, используют лист отзывов. Он включает следующие разделы: интересные, впечатляющие моменты; темы, которые наиболее полно раскрыты; мнение, уточнение, пожелание, главные выводы.

Выводы по второй главе

1. Рассмотрены основные цели и задачи организации проектной деятельности учащихся в курсе геометрии основной школы. Определено, что метод проектов позволяет создавать условия, при которых школьники могут самостоятельно получать новые знания и способы действия, применять на практике приобретенные ранее знания и умения. Проектная деятельность предполагает овладение оперативными знаниями и действиями в процессе социализации школьников.

2. Разработаны математические проекты для учащихся по теме «Четырехугольники» в курсе геометрии основной школы. Выполнен анализ содержания теоретического материала по теме «Четырехугольники» в курсе геометрии основной школы.

3. Сформулированы методические рекомендации по организации проектной деятельности обучающихся в курсе геометрии основной школы: проектная деятельность требует правильного следования принципам и логике, описаны особенности проектной деятельности, три вида урочных занятий для формирования проектной деятельности, выделены критерии и параметры оценивания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные выводы и полученные результаты проведенного исследования:

1. Определено понятие проектной деятельности на уроках математики и рассмотрены основные определения, связанные с проектной деятельностью. На основе проанализированной литературы сделан вывод, что проектная деятельность - совместно учебно-познавательная, игровая или творческая деятельность, которая имеет общую цель, согласованные способы, методы деятельности, направленная на достижение общего результата деятельности.

2. Рассмотрены математические проекты, являющиеся средством организации проектной деятельности учащихся на уроках математики. Представлены основные этапы организации проектной деятельности: 1) подготовка к выполнению проекта, 2) планирование работы, 3) исследование, 4) обобщение результатов, 5) презентация, 6) оценка результатов, подведение итогов.

3. Выделена типология математических проектов по геометрии при обучении учащихся в основной школе.

4. Раскрыты основные цели и задачи организации проектной деятельности учащихся в курсе геометрии основной школы.

5. Разработаны три примера математических проектов по теме «Четырехугольники» для учащихся 8-9 классов основной школы.

6. Сформулированы методические рекомендации по организации проектной деятельности учащихся в курсе геометрии основной школы.

Все это дает основание считать, что задачи, поставленные в исследовании, полностью решены, цель исследования достигнута.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров, А.Д. Геометрия [Текст]: учеб. пособие для 8 кл. с углубл. изучением математики/ А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – М.: Просвещение, 2002. – 240 с.
2. Архипова, Н.В. Проектная деятельность как одна из форм вовлечения учащихся в процессе исследования [Электронный ресурс] / Н.В. Архипова // Журнал "Новый ИМиДЖ". – 2010. – № 3 (46). – Режим доступа: <http://www.den-za-dnem.ru/>. – Последнее обновление 15.04.2017.
3. Атанасян, Л.С. Геометрия. 7-9 классы [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 20-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 384 с.
4. Баймуханова, Т.Ч. Исследовательская и проектная деятельность школьников [Электронный ресурс] / Т.Ч. Баймуханова // Педагогика: традиции и инновации: материалы VI Междунар. науч. конф. – 2015. – С. 112-115. – Режим доступа: <https://moluch.ru/conf/ped/archive/147/7313/>. – Последнее обновление 26.04.2017.
5. Бухаркина, М.Ю. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования [Текст]: учеб. пособие для студентов вузов и системы повышения квалификации педагогических кадров / М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеева, А.Е. Петров, Е.С. Полат. – М.: Издательский Центр «Академия», 1999. – 224 с.
6. Бухаркина, М.Ю. Разработка учебного проекта / М.Ю. Бухаркина. – М., 2003. – 26 с.
7. Габышева, С.А. Организация проектной деятельности учащихся на уроках математики [Электронный ресурс] / С.А. Габышева // Педагогический форум «Качественное образование - инвестиции в развитие региона», посвященного 80-летию физико-математического образования в Республике Саха (Якутия). Материалы форума. – 2015. – С. 213-214. – Режим доступа:

http://elibrary.ru/download/elibrary_24875709_31048104.pdf. – Последнее обновление 20.05.2017.

8. Гайдук, Л.В. Оценка сформированности исследовательской и проектной деятельности на уроках математики [Электронный ресурс] / Л.В. Гайдук // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. – 2015. – № 4. – С. 17-20. – Режим доступа: http://elibrary.ru/download/elibrary_23324171_65516335.pdf. – Последнее обновление 27.04.2017.

9. Германова, Л.М. Проектная деятельность на уроках математики как средство развития творческого мышления учащихся основной школы [Электронный ресурс] / Л.М. Германова // Педагогическое мастерство и педагогические технологии. – 2016. – № 3 (9). – С. 85-87. – Режим доступа: http://elibrary.ru/download/elibrary_26598015_43626077.pdf. – Последнее обновление 17.05.2017.

10. Горобец, С.С. Проектная деятельность на уроках математики и информатики как средство реализации ФГОС [Электронный ресурс] / С.С. Горобец, К.А. Матковская // Новое слово в науке: перспективы развития. – 2015. – № 2 (4). – С. 96-98. – Режим доступа: http://elibrary.ru/download/elibrary_24919145_31304910.pdf. – Последнее обновление 19.05.2017.

11. Денисова, Л.В. Внеучебная деятельность школьника как продукт и предпосылка опыта проектной научно-познавательной деятельности [Электронный ресурс] / Л.В. Денисова, В.О. Дженжер, В.Г. Рындак, Т.Б. Старостина // Педагогический журнал Башкортостана. – 2010. – № 6 (31). – С. 113-119. – Режим доступа: http://elibrary.ru/download/elibrary_15554728_11694314.pdf. – Последнее обновление 23.05.2017.

12. Емлютина, И.А. Метод учебных проектов и его возможности обучения. Проектная деятельность как деятельностная технология обучения /

И.А. Емлютина // Профессиональное образование и общество. – 2014. – № 2 (10). – С. 21-26.

13. Золотая, И.Г. Проектная деятельность на уроках математики как фактор развития мышления [Электронный ресурс] / И.Г. Золотая // Проблемы и перспективы развития образования в России. – 2013. – № 18. – С. 80-84. – Режим доступа: http://elibrary.ru/download/elibrary_20587386_51720254.pdf. – Последнее обновление 29.05.2017.

14. Иксанова, Т.А. Проектная деятельность на уроках математики [Электронный ресурс] / Т.А. Иксанова // Актуальные вопросы современной педагогики: материалы VI Междунар. науч. конф. (г. Уфа, март 2015 г.). – 2015. – С. 117-120. – Режим доступа: <http://moluch.ru/conf/ped/archive/148/7521/>. – Последнее обновление 28.04.2017.

15. Кашицына, Ю.Н. Проектно-исследовательская деятельность учащихся на уроках математики [Электронный ресурс] / Ю.Н. Кашицына // Начальная школа плюс До и После. – 2013. – № 10. – С. 16-20. – Режим доступа: <http://elibrary.ru/download/93576791.pdf>. – Последнее обновление 17.05.2017.

16. Колесникова, И.А. Педагогическое проектирование [Текст]: учеб. пособие для высш. учеб. заведений / И.А. Колесникова, М.П. Горчакова-Сибирская. – М: Издательский центр «Академия», 2005. – 288 с.

17. Куприенко, Е.Ю. Историко-методологические проекты по геометрии для учащихся старших классов / Е.Ю. Куприенко // Геометрия и геометрическое образование: сб. трудов Межд. науч. конф. «Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе» (к 70-летию В.А. Гусева). – 2012. – С. 253-256.

18. Куприенко, Е.Ю. Математический проект по теме «Периодические и непериодические функции» для учащихся старших классов / Е.Ю. Куприенко // Наукові записки Малої Академії наук України: Збірник

наукових праць. Серія: Педагогічні науки, - Випуск 3. – Київ, 2013. - С. 273-278.

19. Куприенко, Е.Ю. Понятие и типология математических проектов / Е.Ю. Куприенко // Письма в Эмиссия. Оффлайн: электронный научный журнал. – 2015. – № 8. Режим доступа: <http://www.emissia.org/offline/2015/2398.htm>. – Последнее обновление 25.03.2017.

20. Курова, Н.Н. Проектная деятельность в развитой информационной среде образовательного учреждения [Текст]: учебное пособие для системы доп. проф. образования / Н.Н. Курова. – М.: Федерация Интернет Образования, 2002. – 64 с.

21. Липилина, В.В. Формирование исследовательских и проектных компетентностей школьников в области математики / В.В. Липилина // Математика и математическое образование: сборник трудов по материалам VI международной научной конференции «Математика. Образование. Культура». – 2013. – С. 157-160.

22. Лукина, И.Г. Организация проектной деятельности на уроке как способ раскрытия творческого потенциала учащихся / И.Г. Лукина // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – 2007. – №43-2. – С. 144-148.

23. Маркова, В. Формирование мышления учащихся / В. Маркова // Математика. Приложение к газете «Первое сентября». – 2004. – №34.

24. Пахомова, Н.Ю. Метод учебного проекта в образовательном учреждении [Текст]: пособие для учителей и студентов педагогических вузов / Н.Ю. Пахомова. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: АРКТИ, 2005. – 112 с.

25. Погорелов, А.В. Геометрия. 7-9 классы [Текст]: учеб. для общеобразоват. организаций / А.В. Погорелов. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 240 с.

26. Полат, Е.С. Метод проектов: история и теория вопроса [Электронный ресурс] / Е.С. Полат // Современные педагогические и

информационные технологии в системе образования. – М.: изд. центр «Академия». – 2010. – С. 193-200 – Режим доступа: <http://www.studfiles.ru/preview/6306194/>. – Последнее обновление 10.04.2017.

27. Примерная основная образовательная программа основного общего образования (протокол от 8 апреля 2015 г. № 1/15) [Электронный ресурс] // утв. реш. фед. учебно-методического объединения по общему образованию. – Режим доступа: <http://fgosreestr.ru/wp-content/uploads/2015/06/primernaja-osnovnaja-obrazovatel'naja-programma-osnovogo-obshchego-obrazovanija.pdf>. – Последнее обновление 19.04.2017.

28. Савин, А. П. Энциклопедический словарь юного математика / А. П. Савин. - М.: Педагогика, 1989. – 352 с.

29. Сергеев, И.С. Как организовать проектную деятельность учащихся [Текст]: практическое пособие для работников общеобразовательных учреждений / И.С. Сергеев. – 2-е изд., испр. и доп. - М.: АРКТИ, 2005. – 80 с.

30. Ступницкая, М.А. Что такое учебный проект? [Текст]: учебно-методическое пособие / М. А. Ступницкая. – М.: Первое сентября, 2010. – 44 с.

31. Торопова, З.В. Основные подходы к пониманию сущности понятий «Учебный проект», «Учебное проектирование», «Проектная деятельность школьников» [Электронный ресурс] / З.В. Торопова // Мир науки, культуры, образования. – 2012. – № 1 (32). – С. 111-114. – Режим доступа: http://elibrary.ru/download/elibrary_17697818_60620553.pdf. – Последнее обновление 14.05.2017.

32. Уткина, С.А. Проектная деятельность на уроках математики в условиях реализации ФГОС ООО [Электронный ресурс] / С.А. Уткина // Актуальные проблемы современного образования. – 2014. – № 1 (16). – С. 210-215. – Режим доступа: http://elibrary.ru/download/elibrary_26582883_89673898.pdf. – Последнее обновление 20.05.2017.

33. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования: Приказ Мин. образования и науки РФ от 31.12.2015 г. №1577. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://минобрнауки.рф/документы/8034>. – Последнее обновление 29.05.2017.

34. Шеховцова, Д.Н. Сравнительный анализ школьных учебников геометрии / Д.Н. Шеховцова // Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов. – 2009. – № 2. – С. 74-76.

35. Alberty, H.B. A study of the project method in education / H.B. Alberty. – Columbus: Ohio State University Press, 1927.

36. Katz, L.G. Engaging children's minds: The project approach / L.G. Katz, S.C. Chard. – Norwood: Ablex, 1989.

37. Kilpatrick, W.H. The Project Method / W.H. Kilpatrick // Teachers College Record. – 1918. – № 19 (4). – P. 319-335.

38. Knoll, M. The Project Method: Its Vocational Education Origin and International Development / M. Knoll // Journal of Industrial Teacher Education. – 1997. – № 34. – P. 59-80.

39. Washburne, C. The Limitations of the project method / C. Washburne. – Proceedings of the National Educational Association, 1928. – P. 187-188.