МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий

Кафедра «Алгебра и геометрия»

Направление подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование»

Направленность (профиль) «Математика и информатика»

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему **«МЕТОДИКА ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ К РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ»**

Студент Ю.С. Лобыс ____________________

Руководитель д.п.н., профессор Р.А. Утеева ____________________

Консультант к.п.н., А.В. Кириллова ____________________

Допустить к защите

Заведующий кафедрой д.п.н., профессор Р.А. Утеева ________________

«____»__________2017 г.

Тольятти 2017

АННОТАЦИЯ

Цель бакалаврской работы – выявить методические особенности организации подготовки обучающихся к решению олимпиадных задач в курсе алгебры основной школы и разработать методические рекомендации по организации обучения решению олимпиадных задач по математике для 5-6 классов и по алгебре в 7-9 классах.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, даны основные характеристики.

Глава I посвящена теоретическим основам подготовки обучающихся к решению олимпиадных задач в курсе алгебры основной школы. Раскрывается краткая история становления олимпиадного движения по математике, описываются основные типы олимпиадных задач по математике и основные требования к ним, анализируются олимпиады по алгебре разного уровня для учащихся основной школы. Рассматриваются типы олимпиадных задач по алгебре для 7-9 классов учащихся.

В *Главе II* представлены основные цели и задачи подготовки учащихся к олимпиадам по математике в 5-6 классах и по алгебре в 7-9 классах, а также методика обучения решению олимпиадных задач по математике для 5-6 классов и по алгебре в основной школе. Анализируются результаты участия тольяттинских школьников 5-9 классов в олимпиадах городского и выше уровнях.

В *заключении* приведены основные выводы и результаты исследования.

Список литературы содержит 37 наименований.

ABSTRACT

The purpose of the bachelor's thesis is to identify methodological specifics of organizing the students teaching to solve the Olympiad tasks in the algebra course in secondary school, to develop methodological recommendations on organizing the teaching of students to the mathematical Olympiad tasks solving for grades 5-6, and algebra in grades 7-9.

Bachelor's thesis consists of an introduction, two chapters, a conclusion and a list of references.

In the introduction the relevance of the topic under study is justified, the main characteristics are given.

Chapter I is devoted to students teaching to solve the Olympiad tasks in the algebra course in secondary school. A brief history of the formation of the Olympiad movement in mathematics is revealed, the main types of Olympiad math problems are described and basic requirements to them are given. The chapter contains the analyzes of Algebra Olympiads of different levels for pupils of primary school. The types of Olympiad problems in algebra for students of grades 7-9 are discussed.

The second Chapter presents the main goals and objectives of preparing students for the Olympiads on mathematics in grades 5-6, and algebra in grades 7-9, and teaching methods for teaching to solve the Olympiad problems on mathematics for 5-6 grades and algebra in secondary school. The results of the participation of Togliatti pupils of 5-9 grades in the Olympiads in the city and higher level Olympiads are analyzed.

The conclusion contains the summary and the results of the study.

References include 37 items.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Математическое образование имеет особое значение для формирующегося информационного общества, так как во многих отраслях человеческой деятельности наблюдается потребность в специалистах, владеющих современными, универсальными математическими методами моделирования и исследования реальных процессов и явлений. Важной тенденцией современного отечественного образования является осуществление комплекса мер по приведению системы образования в соответствие с современными мировыми стандартами.

Главная задача политики образования России – обеспечение современного качества образования на основе сохранения его фундаментальности и соответствия актуальным и перспективным потребностям личности, общества и государства. Модернизация общеобразовательной школы предполагает ориентацию образования как на усвоение определенной суммы знаний, так и на развитие личности. Опора на богатейший опыт российской и советской школы, сохранение лучших традиций математического образования являются важными условиями для повышения качества общего образования [24, С. 2-4].

Мощным средством развития, выявления способностей и интересов учащихся являются предметные олимпиады.

Под олимпиадной задачей понимается задача, для которой характерна нестандартность условий и методов решения, требующих известной изобретательности. Исходя из этого, разработаны следующие требования к олимпиадным задачам: они должны соответствовать программе курса математики; быть нестандартными по своей тематике, иметь оригинальные и изящные решения; быть максимально понятными, с более краткими условиями; допускать вариативность решения; соответствовать тому уровню или тому этапу, на котором они предлагаются; быть доступными для решения.

Математические олимпиады школьников России имеют достаточно большую историю. В 2015 году научная и педагогическая общественность отмечала 80-летний юбилей со времени проведения первой Московской олимпиады школьников по математике, а в 2014 году такой же юбилей отмечала Ленинградская олимпиада.

Многие ученые и педагоги внесли большой вклад в становление олимпиад в России, в разработку методики организации проведения олимпиад. Проблемам подготовки к предметным олимпиадам по математике были посвящены диссертационные исследования Г.И. Алексеевой [7], И.С. Петракова [22].

Несмотря на то, что современная школа накопила богатый опыт проведения кружковых занятий по математике, неразрывно связанных с подготовкой к олимпиадам, в этом направлении имеются свои проблемы. Недостаточно разработан вопрос участия и подготовки к олимпиадам школьников среднего звена. В настоящее время, учитывая переход школ на новый образовательный стандарт, требования к учителям возрастают. ФГОС ООО предполагает активное участие в предметных олимпиадах. Учителя общеобразовательных школ испытывают нехватку современной методической литературы, предназначенной для работы со способными учащимися по организации и проведению кружковых занятий, олимпиад по математике. Учителя готовят учащихся к олимпиадам, опираясь на свой собственный опыт, взгляды, как правило, работа ведется на эмпирическом уровне без теоретической основы [23].

Проблема исследования состоит в выявлении методических особенностей организации подготовки обучающихся к решению олимпиадных задач в курсе алгебры основной школы.

Объект исследования: процесс организации подготовки обучающихся к решению олимпиадных задач в курсе алгебры основной школы.

Предмет исследования: методика организации подготовки обучающихся к решению олимпиадных задач в курсе алгебры основной школы.

Цель бакалаврской работы: выявить методические особенности организации подготовки обучающихся к решению олимпиадных задач в курсе алгебры основной школы, разработка методических рекомендаций по организации обучения решению олимпиадных задач по математике для 5-6 классов и по алгебре в 7-9 классах.

Задачи исследования:

1) рассмотреть исторические аспекты становления олимпиадного движения по математике;

2) рассмотреть понятие олимпиадных задач по математике и основные требования к ним;

3) провести анализ олимпиад по алгебре разного уровня для учащихся основной школы;

4) определить типы олимпиадных задач по алгебре для 7-9 классов;

5) выделить основные цели и задачи подготовки учащихся к олимпиадам по математике в 5-6 классах и по алгебре в 7-9 классах;

6) раскрыть методики обучения решению олимпиадных задач по математике для 5-6 классов и по алгебре в основной школе;

7) проанализировать результаты участия тольяттинских школьников 5-9 классов в олимпиадах городского и выше уровнях.

Решение поставленных задач потребовало привлечения следующих **методов исследования:** анализ психолого-педагогической и методической литературы, школьных программ, учебников и учебных пособий, изучение опыта работы отечественной школы, обобщение и систематизацию материала.

На защиту выносятся:

1. Методические рекомендации по организации обучения решению олимпиадных задач по математике для 5-6 классов.

2. Методические рекомендации по организации обучения решению олимпиадных задач по алгебре в 7-9 классах.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, даны основные характеристики.

Глава I посвящена теоретическим основам подготовки обучающихся к решению олимпиадных задач в курсе алгебры основной школы. Раскрывается краткая история становления олимпиадного движения по математике, описываются основные типы олимпиадных задач по математике и основные требования к ним, анализируются олимпиад по алгебре разного уровня для учащихся основной школы. Рассматриваются типы олимпиадных задач по алгебре для 7-9 классов учащихся.

В Главе II представлены основные цели и задачи подготовки учащихся к олимпиадам по математике в 5-6 классах и по алгебре в 7-9 классах, а также методики обучения решению олимпиадных задач по математике для 5-6 классов и по алгебре в основной школе. Анализируются результаты участия тольяттинских школьников 5-9 классов в олимпиадах городского и выше уровнях.

В заключении приведены основные выводы и результаты исследования.

Список литературы содержит 37 наименований.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ К РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§1. Краткая история становления олимпиадного движения по математике

О математических соревнованиях известно ещё со времен Древней Греции (776 г. до н.э.), именно с ними связаны имена многих известных учёных и некоторые из наиболее выдающихся открытий в области математики (Л. Фибоначчи, Н. Тарталья, Л. Эйлер, И. Бернулли, И. Ньютон и др.). Следует сказать о победе С.В. Ковалевской на одном из состязаний на приз французской Академии наук. Но только в 1986 г. в Венгрии было проведено Этвешское соревнование, которое стало прообразом современных массовых соревнований школьников, − первой математической олимпиадой [7, с. 9].

В России конкурсы по решению задач получили свое развитие в конце XIX века. В 1884 г. профессор Киевского университета В.П. Ермаков выпустил «Журнал элементарной математики». Через год редактором журнала был назначен Э.К. Шпачинский. Журнал получи новое название − «Вестник опытной физики и элементарной математики». Он просуществовал до января 1917 года. С 1885 г. в нём ежегодно публиковали «задачи на премию». Данный конкурс стал прообразом современных заочных олимпиад.

По сохранившимся данным, самая первая математическая олимпиада в СССР была проведена в Тбилиси 3 ноября 1933 года на базе школы №26 заслуженным учителем Грузинской ССР С.Е. Ватакидзе и Т.Д. Петраковской.

К 30-м годам XX века многие советские ученые-математики пришли к мысли о необходимости сотрудничества со школой для подготовки новой математической смены. Именно в этот период начинается широкое развитие олимпиады по математике в СССР. Первая массовая олимпиада в нашей стране была математическая олимпиада 1934 года, проведённая в Ленинградском университете. *Первая ленинградская олимпиада* состояла из трёх туров: I и II тур были подготовительного характера, основное значение для выявления победителей имел III тур. На нём участникам было предложено по 2 задачи из разных областей математики [6, С. 3].

В Москве олимпиады по математике начали проводиться с 1935 года. В *первой московской олимпиаде* участвовали многие учащиеся школ и вузов Москвы. Данную олимпиаду организовало Московское математическое общество. В состав оргкомитета входили А.Н. Колмогоров, В.Ф. Каган, Л.А. Люстерник, С.Л. Соболев, Л.Г. Шнирельман, и другие московские математики. Средний возраст участников олимпиады составлял 16−20 лет.

Успехи в первых математических олимпиадах способствовали полному преобразованию всей работы со способными школьниками. До Великой Отечественной войны олимпиады проводились ежегодно и быстро завоевали общее признание. Во многих университетах появились математические кружки для школьников. Во время Отечественной войны была проведена олимпиада в Ашхабаде и Казани. После войны, в 1946 году, математические олимпиады были возобновлены и «олимпиадное движение» резко пошло на подъем, так как в проведение олимпиад стали включаться высшие учебные заведения Советского Союза [22, С. 10].

Развитие олимпиадного движения привело к созданию международных математических олимпиад для учащихся средних школ. Первая международная математическая олимпиада состоялась в 1959 г. в Румынии. Команда Советского Союза для участия в Международной математической олимпиаде была отобрана случайным образом и не имела систематической подготовки, поэтому выступила неудачно [7, С. 11].

Олимпиада стала первым опытом проведения подобного рода Международных соревнований. Вскрылись многие проблемы, которые надо было решить каждой стране, участвующей в олимпиаде, как при подготовке команды, так и при проведении самой олимпиады. Все участвующие в олимпиаде страны, а также учёные-математики этих стран и министерства просвещения, народного образования и культуры, высшей школы взялись за изучение, разработку и решение проблем, связанных с проведением международных математических олимпиад. Министерство просвещения РСФСР выявило, что проблемы эти очень серьезны. Поэтому было принято решение, временно, в течение двух лет, воздержаться от участия в международных соревнованиях, а за этот период разработать методику подготовки и проведения олимпиад, а также решить многие другие проблемы [6, С. 3].

Всесоюзная олимпиада дала возможность благополучно разрешить проблему отбора команды на международную математическую олимпиаду. Поэтому с 1962 года команда СССР постоянно принимала участие в международных математических олимпиадах [29].

В 2012 году состоялась 53-я Международная математическая олимпиада (ММО). За время своего существования ММО стала самой представительной и престижной предметной олимпиадой школьников всего мира [1, С. 79] .

Самостоятельной командой Россия впервые выспупила на 33-й ММО, проходившей в Москве в 1992 году. За последующие годы наши школьники завоевали ровно 80 золотых, 37 серебряных и 9 бронзовых медалей. На счету команды Советского Союза: 77 золотых, 67 серебряных и 45 бронзовых медалей [18, С. 4].

Система подготовки национальной сборной по математике состоит из нескольких этапов, включающих Всероссийскую олимпиаду (проводится с 1960 года, с 1961 года в ней принимали участие все союзные республики), летние и зимние учебно-тренировочные сборы. Кроме того, учитываются результаты выступления кандидатов в команду на международных соревнованиях: открытой олимпиаде Китая и соревнования Romanian Masters, в которых принимают участие команды лучших стран мира по итогам ММО предыдущего года [1, С. 79].

Первые олимпиады по математике организовывались преимущественно с целью отбора наиболее способной молодежи в вузы страны, сегодня же они предстают как государственное мероприятие, включающее огромное число учащихся, и проводимое ежегодно по всей стране под руководством центрального оргкомитета. В состав Методической комиссии по математике Всероссийской олимпиады школьников в разные годы входили и входят студенты, аспиранты, преподаватели и научные сотрудники МГУ, СПбГУ, МФТИ, ЯрГУ, НГУ, вузов и специализированных школ Иваново, Калуги, Кирова, Костромы, Москвы, Нижнего Новгорода, Самары, Санкт-Петербурга, Саратова. Большинство членов комиссии – победители и призёры Всесоюзных, Всероссийских и Международных математических олимпиад прошлых лет [2, С. 4].

Таким образом, в России разработана четкая система проведения олимпиад. Если в первой, Московской олимпиаде участвовало 314, а в Ленинградской – 307 человек, то каждая из всероссийских олимпиад привлекает свыше 1,5 миллионов школьников [1, С. 80].

Этапы развития математической олимпиады в России Г.И. Алексеева определяет следующим образом:

– возникновение математической олимпиады (1884−1933);
– развитие математической олимпиады в СССР (1934−1960);
– формирование современной структуры организации математической олимпиады (с 1960 г.) [7, С. 27].

Подводя итоги первых «больших» олимпиад следует отметить, что они сыграли значительную роль в развитии олимпиадного движения на всей территории нашей страны, ведущие вузы начали активно работать со школьниками, учителями школ. Современное олимпиадное движение в России представлено разнообразными соревновательными формами внеклассной и внешкольной работы по математике, здесь воплощён многолетний опыт и труды новаторов и энтузиастов своего дела.

Все многообразие математических соревнований можно систематизировать, представив в виде своеобразного «древа» форм математических соревнований. По Е.А. Дышинскому, математические конкурсы можно подразделить на:

– обязательные и необязательные;
– очные и заочные;
– индивидуальные и групповые;
– однотемные и многотемные;
– одноступенчатые и многоступенчатые [13, С. 9].

Результаты систематизации соревновательных форм внеклассной работы по математике представлены на рис. 1.

Современное многообразие форм и проявлений олимпиадного движения в России представлено такими известными соревнованиями, как:

– Турнир Ломоносова (с 1978 г.);
– Турнир городов (с 1980 г.);
– Российский фестиваль юных математиков (с 1990 г.);
– Турнир Архимеда (с 1992 г.);
– Уральский турнир юных математиков (с 1993 г.);
– Международная олимпиада школьников «Туймаада» (с 1994 г.);
– Математические регаты (с 1996 г.);
– Кубок памяти А.Н. Колмогорова (с 1997 г.);
– Южный математический турнир (с 2005 г.);

и многие другие [16, С. 6].

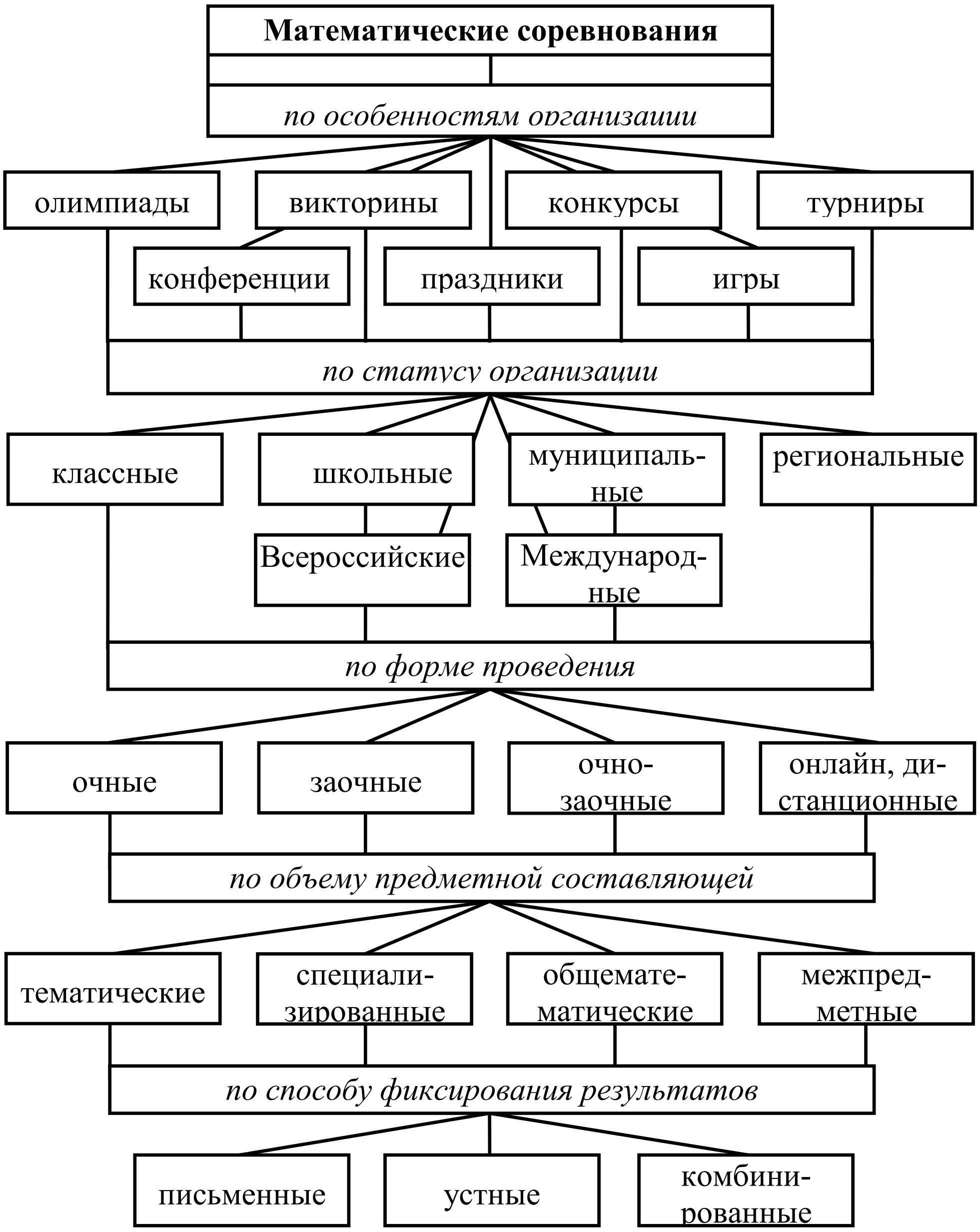

Рис. 1. Соревновательные формы внеклассной работы по математике.

В диссертационном исследовании Г.И. Алексеева выделяет основные показатели олимпиадного движения, определяя роль предметных олимпиад в системе работы с одарёнными детьми:

I. Организационно-методический:

1. Повышение уровня преподавания математики в школах;

2. Постоянное обогащение содержания предмета;

3. Возникновение и развитие специализированных классов и школ;

4. Мониторинг качества обучения в школах;

5. Выявление и поддержка учителей-энтузиастов.

II. Педагогический:

1. Выявление способных и интересующихся определенным предметом учащихся и их поддержка;

2. Формирование познавательной и исследовательской деятельности учащихся;

3. Формирование личностных качеств, таких, как упорство, рассудительность, терпение и т.д. [7, С. 62].

Подводя итог выше сказанному, заметим, что в настоящее время олимпиадное движение в России – это общественное движение со сложной иерархической организацией и богатым многообразием форм и проявлений.

Олимпиады закладывают основы поиска и творческой фантазии, приучают ученика к мышлению и тренировке умственных сил, благодаря им приобретаются навыки научной работы, что актуально задаче гуманитаризации математического образования – целостному развитию личности средствами математики [15, С. 127].

Организация олимпиад послужила толчком к созданию системы работы со способными учащимися по математике, направленной на расширение сети школ с углубленным и профильным обучением; на разработку государственных программ, обеспечивающих поддержку учителей-энтузиастов и одарённых учащихся; на объединение усилий как государственных, так и общественных структур по реализации этих программ.

§2. Понятие олимпиадных задач по математике и основные требования к ним

Олимпиадные задачи в математике — термин для обозначения круга задач, для решения которых обязательно требуется неожиданный и оригинальный подход [24, С. 3].

На выполнение олимпиадных задач отводится строго определенное время, в качестве заданий предлагаются не задачи обязательного или повышенного уровня (по школьным меркам), а задания нестандартные.

Какая же задача называется нестандартной? «Нестандартные задачи - это такие задачи, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения» [29, С. 112]. Однако следует заметить, что понятие «нестандартная задача» является относительным. Одна и та же задача может быть стандартной или нестандартной, в зависимости от того, знакомы ли мы со способами решения задач такого типа.

Таким образом, олимпиадная (нестандартная) задача - это задача, алгоритм которой неизвестен, т.е. неизвестен ни способ её решения, ни то, на какой учебный материал опирается решение. А многие задачи требуют и специальных знаний, подготовки. К таким задачам относятся задачи на смекалку, на логику, применения инвариантов, задачи на раскраски, и т.д.

Сложность олимпиадной задачи – это объективная характеристика задачи, определяемая ее структурой. Сложность задачи зависит от [32]:

– размера данных (количества определений, взглядов и т.п.), требуемого для ее решения;

– количества сведений в задаче;

– числа взаимосвязей между ними;

–количества всевозможных выводов из условия задачи;

– количества взаимопроникновения при решении задачи;

–длины размышлений при её решении;

–общего числа шагов решения, привлеченных аргументов и т.д.

Трудность олимпиадной задачи – субъективная характеристика задачи, определяемая взаимоотношениями между задачей и решающим ее учеником. Трудность задачи зависит от:

– сложности задачи (сложная задача, как правило, является более трудной для учащихся);

– периода прошедшего после изучения материала, который встречается в тексте задачи (задачи на материал, изученный 1-2 года назад, используемые факты, которые уже забылись);

– практики в решении подобного рода задач;

– уровня развития ученика (задача, тяжелая для ученика общеобразовательного класса, может быть легкой для ученика физико-математического класса);

– возраста учащегося [25].

Задания школьного этапа олимпиады должны удовлетворять следующим требованиям:

1. Задания не должны носить характер обычной контрольной работы по различным разделам школьной математики. Большая часть заданий должна включать в себя элементы (научного) творчества.

2. В задания нельзя включать задачи по разделам математики, не изученным хотя бы по одному из базовых учебников по математике, алгебре и геометрии в соответствующем классе к моменту проведения олимпиады.

3. Задания олимпиады должны быть различного характера сложности для того, чтобы, с одной стороны, обеспечить практически каждому ее участнику возможность выполнить наиболее простые из них, с другой стороны, достичь одной из основных целей олимпиады – определения

наиболее способных участников. Желательно, чтобы с первым заданием успешно справлялись не менее 70% участников, со вторым – около 50%, с третьим –20%-30%, а с последними – лучшие из участников олимпиады.

4. В задания должны включаться задачи, имеющие привлекательные, запоминающиеся формулировки.

5. Формулировки задач должны быть корректными, четкими и понятными для участников. Задания не должны допускать неоднозначности трактовки условий. Задания не должны включать термины и понятия, не знакомые учащимся данной возрастной категории.

6. Вариант по каждому классу должен содержать в себе 4-6 задач. Тематика заданий должна быть разнообразной, по возможности охват ывающей все разделы школьной математики: арифметику, алгебру, геометрию. Варианты также должны содержать в себе логические задачи (в начальном и среднем звене школы), комбинаторику.

Таким образом для 4-6 классов рекомендуется включать задачи по арифметике, логические задачи, задачи по наглядной геометрии, задачи, использующие понятие четности; в 7-8 классах добавляются задачи, использующие для решения преобразования алгебраических выражений, задачи на делимость, геометрические задачи на доказательство, комбинаторные задачи; в 9-11 последовательно добавляются задачи на свойства линейных и квадратичных функций, задачи по теории чисел, неравенства, задачи, использующие тригонометрию, стереометрию, математический анализ, комбинаторику.

7. Задания олимпиады не должны составляться на основе одного источника, с целью снижения риска знакомства одного или нескольких ее участников со всеми задачами, включенными в вариант. Предпочтительно использование различных источников, незнакомых участникам Олимпиады, либо включение в варианты новых задач.

8. В задания для учащихся 4-6 классов, с первый раз участвующих в олимпиадах, желательно включать задачи, не требующие сложных (многоступенчатых) математических рассуждений [32].

§3 Анализ олимпиад по алгебре разного уровня для учащихся основной школы

Согласно введенному в 2013 году Порядку проведения Всероссийской олимпиады школьников (приказ Минобрнауки России № 1252 от 18 ноября 2013 г., с изменениями № 249 от 17 марта 2015 г., № 1488 от 17 ноября 2016 г.), сохраняется общая четырехэтапная структура Олимпиады: школьный, муниципальный, региональный и заключительный этапы [23]. Олимпиада проводится в целях выявления и развития у обучающихся творческих способностей и интереса к научной (научно-исследовательской) деятельности, пропаганды научных знаний, отбора лиц, проявивших выдающиеся способности в составы сборных команд Российской Федерации для участия в международных олимпиадах по общеобразовательным предметам.

Методическая комиссия всероссийской олимпиады школьников по математике рекомендует задания, исходя из следующих принципов [2, С. 5]:

1) нарастание сложности заданий от первого к последнему. При этом их трудность должна быть такой, чтобы с первым заданием успешно справились примерно 70% участников, со вторым – около 50%, с третьим – около 20%, а с четвертым – лишь несколько участников;

2) тематическое разнообразие заданий – в комплект должны входить задачи по алгебре, комбинаторике, в старших классах желательно включение задач по теории чисел, математическому анализу;

3) обязательная новизна задач для участников олимпиады. Недопустимой является ситуация, когда участник математической

олимпиады заранее знаком с идеей решения задачи;

4) эстетическая красота задачи. В математике существует понятие «красивая задача». К таковым относят задачи, в которых сочетаются интересный с научной точки зрения факт, простота формулировки и элегантность решения.

5) недопустимость включения в задания задач по разделам математики, не изученным по всем базовым учебникам по алгебре в соответствующем классе к моменту проведения олимпиады.

6) включённые задачи взяты из разных разделов школьного курса математики. Не включены задачи с длительными выкладками.

Рассмотрим основные требования к тексту школьной олимпиады по математике:

1. Число задач в тексте олимпиадной работы должно быть от 4 до 7 (при 1-3 заданиях могут возникнуть проблемы с определением победителей и призеров олимпиады, а настроиться на решение больше 7 заданий сложно).

2. Все задачи в тексте работы должны располагаться в порядке возрастания трудности (или сложности). Что в данном случае нужно пон имать под сложностью или трудностью? И различаются ли эти понятия вообще?

Сложность - это объективная характеристика задачи, определяемая ее структурой. Сложность задачи зависит от [24, С. 3]:

- числа данных в задаче;
- объема информации (числа понятий, суждений...), необходимого для ее решения;
- числа связей между ними;
- количества возможных выводов из условия задачи;
- количества непосредственных выводов, необходимых для решения задачи;

– количества взаимопроникновений при решении задачи;
длины рассуждений при решении задачи;

– общего числа шагов решения, привлеченных аргументов и т.д.

В. И. Крупич предложил следующую формулу для нахождения сложности задачи: $S = m + n + l$, где S – сложность задачи, m – число элементов задачи, n – число явных связей между элементами задачи, l – число видов связи [22].

Рассчитать сложность задачи не очень просто (и мы не думаем, что задания на самом деле так распределяются – по крайней мере на первых двух – трёх уровнях). Обязательно при составлении текста олимпиадной работы то, что задания должны быть взяты из разных разделов, некоторые из них нестандартные. Поэтому лучше все же применять понятие трудности задания.

Трудность – субъективная характеристика задачи, определяемая взаимоотношениями между задачей и решающим ее учеником.

Трудность задачи зависит от:
сложности задачи (сложная задача, как правило, является более трудной для учащихся);

– времени, прошедшего после изучения материала, который встречается в тексте задачи (задачи на материал, изученный 1-2 года назад, используемые факты, которые уже забылись, более трудны для учащихся);

– практики в решении подобного рода задач;

– уровня развития ученика (задача, трудная для среднего ученика общеобразовательного класса, может быть легкой для обычного ученика физико-математического класса);

– возраста учащегося (задача, трудная для пятиклассника, может быть легкой для восьмиклассника) и т. д.

Трудность определяется процентом учеников, решивших задачу, из числа ее решавших.

Существуют различные формулы для расчета трудности задачи. Рассмотрим, на наш взгляд, наиболее простую из них: $K_T = \frac{n}{p} \cdot 100\%$, где K_T – коэффициент трудности, измеряемый в процентах, n – число учащихся, не решивших задачу, p – число учащихся, решавших задачу, в том числе и не приступивших к ней (общее число участников олимпиады).

Пример:

Таблица 1

Распределение коэффициента трудности задач 1-6

Номер задачи	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
П	2	6	10	12	16	19
Р	20	20	20	20	20	20
K_T	10 %	30 %	50 %	60 %	80 %	95 %

Таким образом, из Таблицы 1 следует, что 6-я задача – наиболее трудная, так как ее решил всего 1 ученик, а 1-я – наиболее легкая, ее решило 18 учеников.

3. В числе первых задач должны быть 1 – 2 задачи, доступные большинству учащихся, т.е. их трудность должна быть примерно 10-30%. Это могут быть обычные задачи продвинутого уровня, аналогичные задачам из контрольных работ, а также и не изучаемые в школе, но которые должно решить большинство участников. Это необходимо, так как в школьной олимпиаде участвуют все желающие. А участник, не решивший ни одной задачи, теряет уверенность в своих силах, а иногда и интерес к математике. Поэтому должны быть 1 – 2 доступные почти всем задачи. Но и эти задачи могут содержать "изюминку ", благодаря которой более сильный ученик

решит ее быстрее и рациональнее.

4. В середине текста олимпиады должно быть 2 – 3 задачи повышенной трудности. Это могут быть задачи продвинутого уровня из контрольных работ, но с измененными условиями. Их должна решить примерно половина участников, т. е. трудность их будет примерно 40-60% (ученик, решивший более трети всех задач, уже может получить поощрение.)

5. Последними в тексте олимпиады должно быть 1 – 2 задания более трудных, их должны решить единицы, значит, и трудность их будет уже примерно 80-95%. Это задания уровня районных (городских) олимпиад [9, С. 106-108].

Задания математических олимпиад являются творческими, допускают несколько различных вариантов решений. Кроме того, необходимо оценивать частичные продвижения в задачах (например, разбор важного случая, доказательство леммы, нахождение примера и т.п.). Наконец, возможны логические и арифметические ошибки в решениях. Окончательные баллы по задаче должны учитывать все вышеперечисленное.

В соответствии с регламентом проведения математических олимпиад школьников каждая задача оценивается из 7 баллов.

Соответствие правильности решения и выставляемых баллов приведено в Таблице 2.

Важно отметить, что любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снимать баллы за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри.

В то же время любой сколь угодно длинный текст решения, не содержащий полезных продвижений, должен быть оценен в 0 баллов [5].

Таблица 2

Соответствие правильности решения и выставляемых баллов

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	Полное верное решение
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако решение содержит существенные ошибки либо пропущены случаи, не влияющие на логику рассуждений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существе нных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно пол учена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0-1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

§4. Типы олимпиадных задач по алгебре для 7-9 классов

Олимпиадные задания школьного и муниципального этапов составляются на основе программ по математике для общеобразовательных учебных учреждений. Также допускается включение задач, тематика которых входит в программы школьных кружков (факультативов). Ниже (Рис. 2.) приводятся логические задачи, задачи на применение принципа Дирихле, графов, задачи на раскраски, задачи с параметрами, уравнения и функции, содержащие модуль, уравнения в целых числах (Диофантовы уравнения) и т. п. [11].

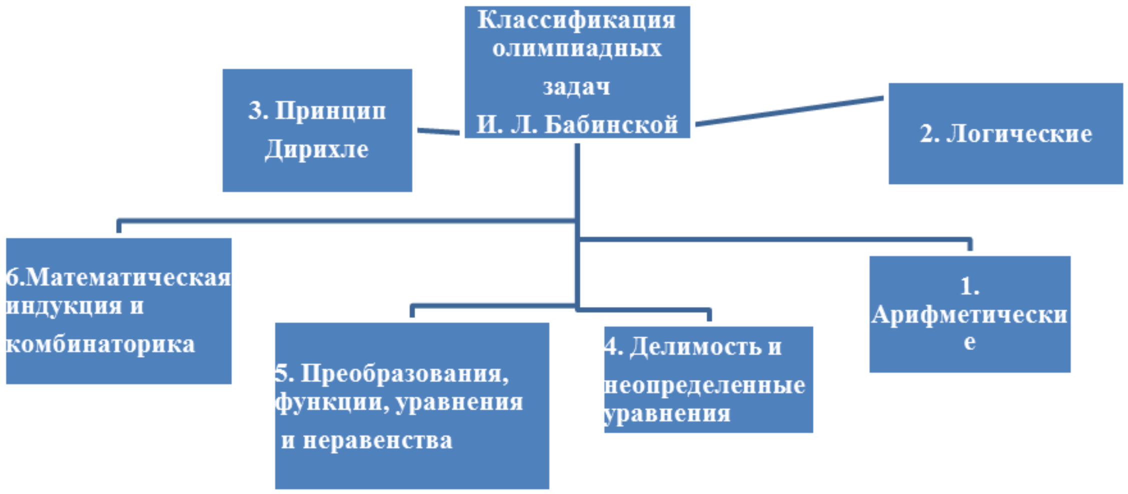

Рис. 2. Классификация олимпиадных задач.

Такого рода задачи часто называют специальным термином «олимпиадные» (по И. Л. Бабинской), хотя, конечно, не только они должны быть в тексте школьной олимпиады [28].

Олимпиадные задачи отличаются от других задач за счёт:

– нестандартности,
– идейности,
– красоты дизайна,
– красоты содержания,
– естественности.

Одна из особенностей олимпиадных задач, относящаяся к красоте дизайна, заключается в их формулировке, которая бывает двух видов: математическая и сказочная [10].

Пример:

– *математическая формулировка:*

Точка D лежит между вершинами B и C треугольника ABC. Докажите, что из трех отрезков AB, AC и AD, последний – не самый длинный.

– сказочная формулировка:

Домик Ниф-Нифа стоит на прямой дороге из домика Наф-Нафа в домик Нуф-Нуфа. Однажды, когда три поросенка, пятачок к пятачку, паслись на лугу, они увидели волка и бросились наутек. Бежали они одинаково быстро, каждый к своему домику, и все спаслись.

Докажите, что Ниф-Ниф прибежал не последним.

Решение:

Путь B, D и C – домики Наф-Нафа, Ниф-Нифа и Нуф-Нуфа соответственно, а A – точка, где они паслись. Хотя бы один из двух смежных углов ADB и ADC не меньше 90 градусов.

Против него-то и лежит сторона треугольника ABC, которая длиннее отрезка AD.

Примеры типов олимпиадных задач [11]:

7 КЛАСС

1. На сколько процентов увеличится площадь прямоугольника, если его длину увеличить на 20%, а ширину – на 10%?
2. Решите уравнение: $2(3-2x)=3x-4([illegible]+3x)$.
3. Имеется 9 пластинок и двухчашечные весы без гирь. По виду все пластинки одинаковые, но одна из них легче других. Как с помощью двух взвешиваний найти более лёгкую пластинку?
4. Бочка наполнена бензином. Как перелить из неё в мотоцикл 6 л бензина с помощью 9-литрового ведра и 5-литрового бидона?
5. Проказница Мартышка, Осёл, Козёл да Косолапый Мишка, затеяли играть квартет, испробовали все способы усесться на 4 пенька на поляне, прежде чем поверили Соловью, который, как известно, сказал им: “А вы, друзья, как ни садитесь, всё в музыканты не годитесь!” Сколько раз им пришлось пересаживаться?

6. Число 56 разложите на два слагаемых так, чтобы $\frac{1}{3}$ первого слагаемого была равна $\frac{1}{4}$ второго.

Решения и ответы:

1. На *32%*.

Решение:

Пусть длина равна а, ширина равна в, тогда площадь прямоугольника равна S=ab. Длину увеличили на 20%, тогда она стала равна a+0,2, т.е. a=1,2, а ширина стала равна b+0,1, т.е. b=1,1b. Теперь площадь будет равна:

$$S_1 = 1{,}2a \cdot 1{,}1b;$$

$$S_1 = 1{,}32ab;$$

$$S_1 = 1{,}32 \cdot S = S + 0{,}32 \cdot S.$$

Площадь увеличилась на 32%.

2. Решение.

$2(3 - 2x) = 3x - 4(1 + 3x);$

$6 - 4x = 3x - 4 - 12x;$

$-4x + 9x = -4 - 6;$

$5x = -10;$

$x = -2.$

3. Разделим 9 пластинок на три кучки по 3 пластинки. Произведём первое взвешивание: положим 2 кучки по 3 пластинки на каждую чашку весов. Возможны 2 случая:

а) весы находятся в равновесии, тогда на весах находятся пластинки с одинаковым весом; пластинка, которая легче остальных находится среди тех пластинок, которые не взвешивались;

б) равновесия на весах нет, тогда более лёгкая пластинка среди тех пластинок, где кучка легче.

Определив, таким образом, кучку с более лёгкой пластинкой, выполним с ней второе взвешивание. Возьмём из трёх пластинок любые две и положим их на чашки весов. Снова возможны 2 случая:

а) весы находятся в равновесии, тогда более лёгкая пластинка оставшаяся;

б) равновесия нет, в этом случае более лёгкая пластинка там, где вес меньше.

4. Наливаем бензин в 5-литровый бидон и переливаем в бак мотоцикла. Затем вновь наливаем в 5-литровый бидон, переливаем в 9-литровое ведро, наливаем ещё раз в 5-литровый бидон и отливаем недостающие 4 л в 9-литровое ведро. Тогда в 5литровом бидоне остаётся ровно 1 л, его и переливаем в бак мотоцикла.

5. Пусть Мартышка села на первый пень, тогда вариантов сесть на три оставшихся пня у Осла, Козла и Косолапого Мишки будет 6: ОКМ, ОМК, КОМ, КМО, МКО, МОК (обозначили по первым буквам). Аналогично получится и в остальных случаях, когда на первый пень будет садиться Осёл или Козёл или Мишка. В сумме всего получится 24 варианта, поэтому пересаживаться придётся *23 раза*.

6. *24* и *32*.

8 КЛАСС

1. Докажите, что биссектрисы внешних углов прямоугольника, пересекаясь, образуют квадрат.

2. В школе 30 классов и 1000 учащихся. Докажите, что есть класс, в котором не менее 34 учеников.

3. Вычислите: $\frac{1}{20}+\frac{1}{32}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}+\frac{1}{110}+\frac{1}{132}$.

4. Запишите число 10 с помощью семи “4”, знаков арифметических действий и запятой.

5. Постройте график: $(x-1)^2 y = 0$.

6. Зная, что $\dfrac{m}{n} = \dfrac{1}{3}$, найдите значение выражения $\dfrac{n-2m}{m}$.

Решения и ответы:

1. Рассмотрим ΔCKD (см. рис. 3). Так как *CK* и *DK* — биссектрисы внешних углов прямоугольника *ABCD,* то угол *KDC* = углу *KCD* = 45°, а ΔKCD - равнобедренный и прямоугольный. Примем длины сторон *CK* и *DK* за *c*.

Аналогично ΔNBC, ΔPAB, ΔMAB являются равнобедренными и прямоугольными, причем ΔNBC = ΔPAB, ΔKCB = ΔMAB. Обозначив длину *NC* за *d*, получим, что все стороны прямоугольника *MNKP* имеют длину $c + d$, поэтому *MNKP* является квадратом.

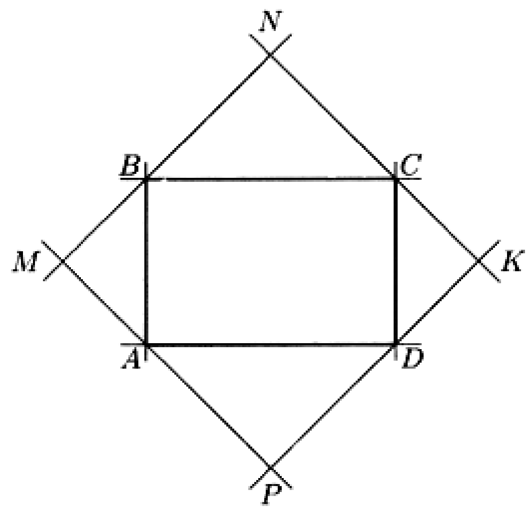

Рис. 3.

2. Пусть такого класса в школе нет, т.е. во всех классах будет 33 и менее. Тогда во всей школе будет не более 33 × 30 = 990 учащихся, что противоречит условию задачи (в школе 100 учеников). Значит, наше предположение неверно, поэтому в школе есть класс, в котором не менее 34 учеников.

3. $$\frac{1}{20}+\frac{1}{32}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}+\frac{1}{110}+\frac{1}{132}=\frac{1}{5\cdot 6}+\frac{1}{6\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 8}+\frac{1}{8\cdot 9}+\frac{1}{9\cdot 10}+$$

$$+\frac{1}{10\cdot 11}+\frac{1}{11\cdot 12}=\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{11}-\frac{1}{12}\right)=\frac{1}{4}-\frac{1}{12}=\frac{1}{6}.$$

4. 44,4 : 4 – 4,4 : 4 = 10.

5. Графиком уравнения являются 2 прямые, заданные уравнениями: $y=0$ и $x=1$ (Рис. 4).

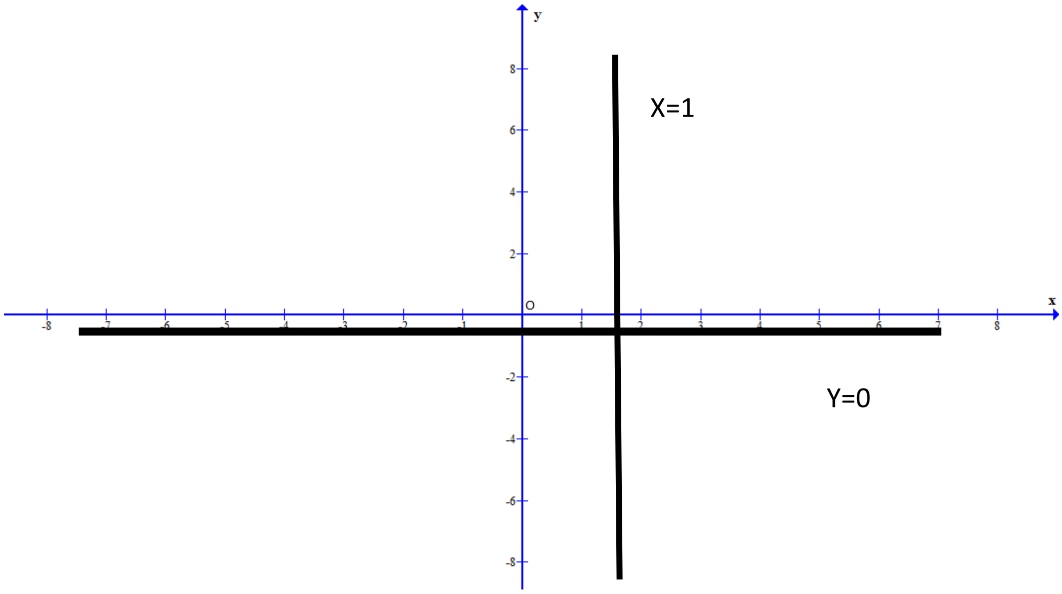

Рис. 4.

6. *1.*

Решение: выразим из $\frac{m}{n}=\frac{1}{3}$ n через m. n=3m. Подставим в $\frac{n-2m}{m}$, получим

$$\frac{3m-2m}{m}=\frac{m}{m}=1$$

9 КЛАСС

1. Найдите площадь квадрата, все вершины которого лежат на двух прямых:
$x+y=0$ *и* $x+y=2$.

2. На маленьком острове 2/3 всех мужчин женаты и 3/5 всех женщин замужем. Сколько жителей острова состоят в браке, если всего там проживает 1900 человек?

3. На окружности с диаметром *AB* и центром *O* выбрана точка *C* так, что биссектриса угла *CAB* перпендикулярна радиусу *OC*. В каком отношении прямая *CO* делит угол *ACB* [34]?

4. Найдите количество трехзначных чисел, в десятичной записи

которых участвует ровно одна цифра 3.

5. Мама хочет наказать Петю за двойку по математике. Они договор ились о следующем. Петя задумывает двузначное число с разными цифрами и сообщает его маме. После этого мама называет свое двузначное число Пете. Петя прибавляет мамино число к своему числу, затем к полученной сумме, затем к вновь полученной сумме и т.д. до тех пор, пока у него не получится сумма, оканчивающаяся на две одинаковые цифры. Сможет ли мама не позволить Пете в этот день поиграть в футбол?

Решения и ответы:

1. Ответ: 2

Решение. Длина стороны этого квадрата – расстояние между прямыми x + y = 0 и x + y = 2, так как на каждой из прямых – по две вершины квадрата. А это расстояние равно расстоянию от начала координат до прямой *x* + *y* = *2, пересекающей* оси координат на расстоянии 2 от начала координат. Значит, искомое расстояние – высота в равнобедренном прямоугольном треугольнике с катетами длины 2, которая равна $\sqrt{2}$

2. Ответ. 1200 человек.

Решение. Пусть *x* – количество мужчин, *y* – количество женщин на этом острове. Из условия следует, что 2/3 *x* = 3/5 *y,* кроме того, *x* + *y* = 1900.

Решая эту систему, получаем: *x* = *900, y* = 1000. Отсюда количество женатых мужчин равно 2/3 · 900= 600, а общее количество людей, состоящих в браке, равно 1200.

3. Ответ. 2:1.

Решение. Биссектриса угла *CAO* является высотой треугольника *CAO*, поэтому *CA* = *AO*. Но ОА = *OC* – как радиусы, значит, треугольник САО – равносторонний. Тогда угол *ACO* = 60º . Кроме того, в равнобедренном треугольнике ОСВ (*OC* = *OB*) угол *COB* = 120º , поэтому угол *OCB* = *30º* (иначе это можно получить, воспользовавшись тем, что угол АСВ –

опирающийся на диаметр, равен 90º).

4. Ответ: 225.

Решение. Если у трехзначного числа на первом месте стоит цифра 3, то две другие цифры – произвольные, отличные от 3. Значит, на втором месте может стоять любая из 9 других цифр, и на третьем – любая из 9 других цифр – всего 9х9 = 81 вариант. Если тройка стоит на втором месте, то на первом месте может стоять любая цифра, кроме 3 и 0, а на последнем – любая, кроме тройки. Всего получается 8х9 = 72 варианта. Столько же вариантов мы получим, если тройка будет стоять на последнем месте. Итого: 81 + 72 + 72 = 225 вариантов.

5. Ответ: Сможет.

Решение. Если Петя задумает число с двумя цифрами разной четности, то маме нужно назвать, например, число 20. Тогда четность каждой из двух последних цифр после каждого прибавления будет сохраняться, и эти цифры никогда не совпадут. Если же цифры Петиного числа будут одной четности, то маме достаточно назвать число 50. После каждых двух прибавлений последние две цифры будут повторяться, т.е. не будут совпадать, а после первого (третьего, пятого и т.д.) прибавления эти цифры будут иметь разную четность, т.е. тоже не совпадут.

«Решение задач - практическое искусство, подобное плаванию, катанию на лыжах или игре на фортепиано. Научиться ему можно, только подражая хорошим образцам и постоянно практикуясь», говорил Д. Пойа. [36]

Выводы по первой главе

1. В данной главе рассмотрена история становления олимпиадного движения по математике. Олимпиадное движение в России – это общественное движение со сложной иерархической организацией и богатым многообразием форм и проявлений. Организация олимпиад послужила толчком к созданию системы работы со способными учащимися по математике

2. Рассмотрено понятие олимпиадных задач по математике. Олимпиадная задача - это задача, алгоритм которой неизвестен, т.е. неизвестен ни способ её решения, ни то, на какой учебный материал опирается решение. Также рассмотрены основные требования к олимпиадным задачам.

3. Проведен анализ олимпиад по алгебре разного уровня для учащихся основной школы.

4. Определены типы олимпиадных задач по алгебре для 7-9 классов.

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ К РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

§5. Основные цели и задачи подготовки учащихся к олимпиадам по математике в 5-6 классах и по алгебре в 7-9 классах

Подготовка учащихся к олимпиадам по математике 5-6 классов и по алгебре в 7-9 классах, проявляющих повышенный интерес к математике, которые участвуют в различных соревнованиях по математике, ставит следующие цели [8, С. 106]:

– ознакомление учащихся с некоторыми методами и приемами решения олимпиадных задач;

– развитие творческого потенциала школьников, их способностей к плодотворной умственной деятельности;

– расширение и углубление знаний учащихся по математике.

Задачи **подготовки:**

– усиливать теоретическую подготовку одаренных детей;

– создавать индивидуальные траектории подготовки к олимпиадам;

– использовать склонность одаренных детей к самообучению;

– создать условия для систематизации методов и приёмов олимпиадных задач;

– создать условия для развития исследовательских навыков в работе;

– создать условия для систематизации и обобщения знаний, полученных на уроках математики и алгебры по наиболее сложным темам, которые чаще всего встречаются в олимпиадных задачах

– создать условия для формирования логических навыков в работе, в том числе умение обобщать, систематизировать полученную в результате исследовательской работы информацию, умение следовать от общего к частному и наоборот.

Ожидаемые результаты обучения. Учащиеся должны уметь:

- решать упражнения, в которых встречаются взаимно обратные операции;
- решать задачи несколькими способами;
- применять различные переформулировки условия задачи;
- научиться переключению с прямого ходу мыслей на обратный;
- научиться тому, какие знания, умения, навыки и в каком порядке применять в конкретной задаче и т.д.
- выполнять дополнительные построения на чертеже, способствующие поиску решения задачи
- длительное время (прочность знаний) сохранять и систематизировать тематическую информацию;
- понимать задания в различных формулировках и контекстах;
- аргументировать собственную точку зрения;
- находить, исправлять и анализировать ошибки в ответах заданий;
- оценивать достоверность полученной информации.

§6. Методика обучения решению олимпиадных задач по математике для 5-6 классов

Так как наибольших успехов в олимпиадах добиваются дети с нестандартным, творческим мышлением, высокими математическими способностями, повышенной обучаемостью математике, то одним из путей подготовки учащихся к олимпиадам является развитие их математических способностей, мышления, интеллекта. Давно известно, что люди, систематически занимающиеся умственным трудом, имеют более высокий показатель интеллекта. Совершенно не правы те учителя, которые при проведении уроков не уделяют должного внимания подготовке учащихся к олимпиадам. На уроке всегда можно найти место задачам, развивающим ученика [35].

Основные направления работы учителя на уроках по подготовке к олимпиадам [8, С. 108]:

— Решение олимпиадных задач, связанных с темой урока.

— Развитие качеств ума и приемов умственной деятельности.

Для развития гибкости ума на уроке используются такие методы:

— применение упражнения, в которых встречаются взаимно обратные операции;

— предлагаются решение задач несколькими способами, доказательства теорем различными методами;

— развивается переключение с прямого хода мыслей на обратный.

Для развития глубины мышления предлагаются следующие задания:

— выделять главное и второстепенное в задаче;

— выделять существенные признаки понятия;

— вычленять ведущие закономерные отношения явлений;

— отделять главное от второстепенного.

Следует отметить, для повышения уровня обучаемости подростков необходима длительная и кропотливая ежедневная работа учителя. В 5–6-х классах нужно уделять время на уроке работе с бумагой, делая акцент на дальнейшее систематическое развитие умений, связанных с работой мелкой моторики рук. В качестве заданий могут использоваться такие методы обучения, как изготовление моделей и разверток многогранников. Так как на обучаемость влияют мотивы обучения, а в 5–6-х классах одним из основных мотивов ребенка является интерес, поэтому на уроке математики постоянно проводятся различные игры, задаются занимательные задания. При этом учитель всегда должен помнить, что детям учиться интересно только в том случае, если при изучении нового материала 50 % информации учащимся известно, а 50 % — нет.

Целесообразно предлагать задачи, рассчитанные на преодоление у учащихся психологической инертности.

Например. Известно, что бумеранг можно бросить так, что он вернется обратно. А можно ли как-то ухитриться и бросить теннисный мяч так, чтобы он вернулся обратно?

Решение. В задаче незримо присутствует ограничение сферы поиска решения: бумеранг бросают под углом к горизонту. Поэтому учащиеся отвечают: бросить против ветра; бросить в стену; «подкрутить» мяч, как в футболе.

И очень немногие догадаются: мяч надо бросить вверх — и он вернется обратно. Но если эту задачу предложить решить без упоминания бумеранга, то большинство детей даст правильный ответ. Данный тип задач является для учащихся наиболее сложным. Плюсом подобного рода заданий является то, что такие задачи учат поиску нестандартных решений, альтернативных вариантов.

Работая над развитием обучаемости учащихся, учителю необходимо учитывать следующие психологические особенности подростка:

— предложения, содержащие больше 8 слов, трудно запоминать;

— после 40–45 минут работы мозг должен отдыхать 10–15 минут;

— после 2 часов работы надо переключаться на другой вид деятельности.

Но все же наиболее важным и необходимым условием повышения уровня обучаемости является освоение приемов умственной деятельности. Рассмотрим основные типы упражнений для формирования таких приемов.

Для освоения обучаемыми приемов *анализа*:

— применяются дополнительные построения, нестандартные идеи для решения задач;

— используется применение нисходящего и восходящего анализа для решения задач;

— используется применение нахождение достаточных признаков, отбирается требуемый признак для решения задачи и т. д.

Для освоения анализа, как приема умственной деятельности, на уроке применяются упражнения на классификацию, упражнения на сравнение, упражнения на освоение абстрагирования, упражнения на аналогию и другие. Между приемами умственной деятельности и качествами глубины мышления есть связь. Освоение некоторых приемов умственной деятельности способствует развитию определенных качеств мышления. Например, при выполнении упражнений, предназначенных для освоения приемов умственной деятельности «анализ» и «синтез», развивается гибкость мышления. А освоение приемов «абстрагирование» и «обобщение» способствует развитию глубины мышления.

В план недели математики необходимо включать конкурсы по решению задач, различные соревнования, это способствует подготовке учащихся к олимпиадам. На математических играх, которые проводятся на неделе математики, часто организуются разнообразные конкурсы, эстафеты. Школьную математическую олимпиаду проводим, как правило, осенью. Чтобы олимпиада смогла реализовать свои цели, текст школьной олимпиады должен соответствовать определенным требованиям, рассмотренным в §3.

Кроме того, в числе заданий могут быть занимательные задачи, задачи-шутки, софизмы, задачи прикладного характера. Для заинтересованности учащихся в посещении кружков желательно включать задания, аналогичные олимпиадным. В качестве одной из задач может быть задача, в условии которой фигурирует год проведения олимпиады. Не должны предлагаться задачи с длительными выкладками, задач на использование трудно запоминающихся формул, на использование справочных таблиц. В текстах олимпиад для разных классов могут быть и одинаковые задания.

В отличие от внеклассной работы, которая проводится с учащимися одной школы учителями математики этой же школы, внешкольная работа по математике организуется с учащимися нескольких школ города, района или региона.

При этом внешкольные занятия могут организовываться как на базе школ, так и на базе вузов, центров дополнительного образования, Домов творчества и т. п.

Внешкольная работа, прежде всего, предназначена для учащихся, уже увлеченных математикой. Основными целями организации внешкольной работы являются:

— развитие мышления и математических способностей учащихся;

— углубление знаний учащихся по математике.

Основными формами внешкольной работы по математике на сегодня являются:

— математические кружки и факультативы при вузах, Домах творчества, центрах дополнительного образования;

— летние математические школы;

— математические соревнования между школами, городами (различные виды олимпиад, кубок А. Н. Колмогорова, Уральские турниры и т.д.);

— муниципальные и региональные научные конференции школьников.

Многие из данных форм могут использоваться для подготовки учащихся как к олимпиадам, так и к другим соревнованиям. Проводят внешкольную работу, как правило, преподаватели и студенты вузов, работники Центров дополнительного образования, Домов творчества, а также учителя других школ.

В последние годы наряду с терминами внеклассная и внешкольная работа по математике часто употребляется и термин дополнительное математическое образование.

Дополнительное математическое образование школьников понимается как образовательный процесс, имеющий свои педагогические технологии и средства их реализации, по программам, дополняющим государственный стандарт средней школы. Дополнительное математическое образование школьников тесно связано с внеклассной работой по математике, вместе они входят в состав непрерывного математического образования.

К формам современного дополнительного математического образования относятся:

— центры дополнительного образования;

— очно-заочные школы и летние физико-математические школы для одаренных детей;

— системы спецкурсов, факультативов, кружков, которые ведут вузовские преподаватели;

— научно-исследовательская работа школьников (в рамках подготовки их к научно-практическим конференциям разного уровня: (муниципальным, региональным, федеральным);

— подготовительные курсы (в вузах и школах);

— репетиторское образование и т. п.

Задача учителя математики и определяется тем, чтобы учащиеся тех классов, в которых он ведет математику, смогли использовать те из вышеперечисленных форм, которые нужны именно детям. Главное — учителю владеть информацией обо всех формах внешкольной работы, которые могут посещать его ученики. И здесь надо думать больше об учениках, а не о собственном престиже [12].

Для учащихся 5-6 классов составлена программа обучения решению олимпиадных задач по математике.

Основными формами организации учебно-познавательной деятельности являются практикумы, математические соревнования.

Программа курса составлена на год и предполагает занятия с учащимися по 1 часу в неделю. Объем курса - 35 часов. В данный курс учитель математики может вносить изменения и дополнения по своему усмотрению.

Содержание учебно-тематического плана представлено в таблице 3.

Таблица 3

Учебно-тематический план

Принцип Дирихле	5 часов
Задачи на проценты и части	4 часа
Делимость	2 часа
Некоторые эвристические приемы решения задач	5часов
Задачи по геометрии	9 часов
Логические задачи	2 часа
Разные задачи	5 часов
Математические соревнования	3 часа

В результате изучения данного факультативного курса учащиеся должны знать:

- основные методы и приемы решения олимпиадных задач;

должны уметь:

- применять изученные методы и приемы при решении олимпиадных задач.

Представим содержание курса по темам.

Тема 1. Принцип Дирихле

- понятие о принципе Дирихле
- решение простейших задач на принцип Дирихле

Тема 2. Задачи на проценты и части

- задачи на проценты;
- задачи на составление уравнений

Тема 3. Делимость

- задачи на использование свойств делимости
- делимость и принцип Дирихле

Тема 4. Некоторые эвристические приемы решения задач

- введение вспомогательной неизвестной
- крайних случаев рассмотрение
- контрольный и подтверждающий пример
- перебор
- перефразирование
- прием получения следствий

Тема 5. Задачи по геометрии

- задачи на разрезание
- задачи на подсчет числа фигур
- творческие задачи на свойства неопределяемых геометрических понятий, на понятие ломаной, на общее представление о геометрических фигурах, на отрезки и их измерение.

Тема 6. Логические задачи

- логические задачи и методы их решения.

Тема 7. Разные задачи

- задачи на переливание
- задачи на совместную работу

- задачи на движение
- натуральные числа
- дроби

Тема 8. Математические соревнования

- виды математических соревнований, проведение олимпиады, математического боя и других соревнований [5].

Рассмотрим задания, подобранные при изучении данных тем.

Примеры задач по темам [25, 9, 10]:

Тема 1. ПРИНЦИП ДИРИХЛЕ

Задача 1.

В Москве живет около 8,3 млн. человек на голове у каждого не более 100 000 волос. Докажите, что в Москве есть по крайней мере 80 человек с одинаковым числом волос на голове.

Решение.

Пусть в наших клетках – люди с одинаковым числом волос на голове: 0 волос, с 1 волосом, с двумя и т.д. до 100 000 волос. Всего у нас 100 001 кле тка. И пусть в каждой клетке не более 80 человек. Тогда население Москвы не более 80*100 001= 8 000 080, а всего 8 300 000 человек. Значит, наше предположение неверно.

Задача 2.

Пусть в классе 41 человек. Маша Петрова сделала больше всех ошибок – 13. Докажите, что найдутся четверо учащихся, сделавших одинаковое число ошибок. Безошибочных работ не было.

Решение.

Клетки 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13- число ошибок.

Предположим, что только трое сделали одинаковое число ошибок. Тогда в классе не больше, чем 3*13=39 человек, а их 41. Значит, найдутся четверо, которые сделали одинаковое число ошибок.

Тема 2. ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ И ЧАСТИ.

Задача 1.

Товар подорожал на 30%, а затем подешевел на 30%. Как изменилась цена этого товара?

Решение.

Товар подорожал на 30%, то есть стал стоить 130%, что составляет 130:100=1,3 от первоначальной цены. Затем он подешевел на 30%, то есть стал стоить 100% - 30% = 70%, что составляет 70: 100 = 0,7 от новой цены. Пусть первоначальная цена была x. После подорожания товар стал стоить 1,3x, а после удешевления о.7*1,3x=0,91x. Найдем разницу между начальной и конечной ценой x-0,91x=0,09x, что составляет 0,09*100%=9% от начальной цены. Товар подешевел на 9%.

Ответ: 9%.

Задача 2.

В двух бочках было воды поровну. В первой бочке количество воды сначала увеличилось на 10%, а затем уменьшилось на 10%. Во второй вначале уменьшилось на 10%, а затем увеличилось на 10%.

В какой бочке стало больше воды?

Решение.

Пусть а – начальный объем воды в каждой из двух бочек отдельно. Тогда определим объем воды в каждом из двух случаев.

Если сначала уменьшили на 10%, а потом увеличили на 10%, то $a \times 0{,}9 \times 1{,}1 = 0{,}99a$

Если сначала увеличили на 10%, а потом уменьшили на 10%, то $a \times 0{,}9 \times 1{,}1 = 0{,}99a$

Таким образом, в каждом случае получается 0,99a. Значит, в каждой из бочек воды станет поровну.

Ответ: поровну.

Тема 3. ДЕЛИМОСТЬ.

Задача 1.

Имеются 5 листов бумаги. Некоторые из них порвали на 5 кусков каждый. Некоторые из полившихся кусков на 5 частей и. т.д.
Можно ли, продолжая эту операцию, получить 2008 листов?

Решение.

Если мы разбиваем любой листок на 5 кусков, то прибавляется 4 новых куска. Всего количество кусков будет: 5 + 4 + 4 + 4 + 4 + … .
Если посмотреть количество вновь появившихся кусков, то получаем, 2008 – 5 = 2003. Число 2003 не делится на 4, поэтому получить 2008 листов невозможно.
Ответ: невозможно

Задача 2.

Из чисел от 1 до 252 выбросили все числа, делящиеся на 2, но не делящиеся на 5, и все числа, делящиеся на 5, но не делящиеся на 2.
Сколько осталось чисел?

Решение.

В каждом десятке останется по 5 чисел. Но до 250 всего 25 десятков. Получаем 25 * 5 =125.
Ещё остаются два числа: 251, 252. Из них вычеркивается число 252.
Всего осталось 25 * 5 + 1 = 126 (чисел).
Ответ: 126 чисел

Тема 4. НЕКОТОРЫЕ ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Введение вспомогательной неизвестной

Задача 1.

Вычислить: $2379 \times 23782378 - 2378 \times 23792379$

Решение.

Ввести обозначения 2378 = x. Тогда 2379 = x + 1, 23782378 = 10000 x + x, 23792379 = 10000 (x + 1) + x + 1

Ответ: 0.

Задача 2.

Вычислить значение выражения

$$3\frac{1}{117}\times 4\frac{1}{119}-1\frac{116}{117}\times 5\frac{118}{119}-\frac{5}{119}$$

Ответ: $\frac{10}{117}$.

Крайних случаев рассмотрение

Задача 1.

Вова утверждал, что в этом году будет месяц с пятью воскресеньями и пятью средами. Прав ли он?

Решение.

Рассмотрим самый благоприятный, случай в месяце 31 день. Так как 31 = 4 × 7 + 3 и среди трех идущих подряд дней недели не могут быть и воскресенье, и среда, а лишь один из этих дней, то в этом месяце может быть либо 5 воскресений и 4 среды, либо 4 воскресения и 5 сред. Следовательно, Вова не прав.

Задача 2.

Расстояние от пункта А до пункта В 6 км, а от пункта В до пункта С вдвое больше. Может ли расстояние между пунктами А и С быть а) 19 км? б) 6 км? в) 10 км? г) 4 км?

Решение.

Наибольшее расстояние, которое может быть между А и С, равно 18 км (в этом случае пункт А расположен между пунктами В и С). Значит, все возможные значения расстояния расположены в пределах от 6 до 18 км.

Ответ: а) нет; б) да; в) да; г) нет.

Перебор

Задача 1.

Сколько имеется двузначных чисел, у которых а) среди цифр есть хоть одна пятерка? б) цифра десятков меньше цифры единиц? в) цифра десятков больше цифры единиц?

Ответ: а) 18; б) 36; в) 45

Задача 2.

Среди трехзначных чисел, выражающих количество изделий, изготовленных каждой из соревнующихся бригад, нет одинаковых, но в каждом из них сумма цифр равна 4. Какое наибольшее число бригад могло быть? Сколько изделий изготовила каждая из них?

Решение.

Всего имеется 10 чисел, удовлетворяющих условию: 400, 301, 310, 130, 103, 202, 220, 211, 121, 112, по этому наибольшее число бригад 10.

Ответ: 10.

Контрольный и подтверждающий пример

Задача 1.

Верно ли, что если произведение двух натуральных чисел больше 100, то каждое число больше 10?

Ответ: Нет. Например: $8 \times 13 = 104 > 100$, но $8 < 10$.

Задача 2.

Можно ли число 45 представить в виде суммы нескольких натуральных чисел так, чтобы произведение всех этих чисел тоже было равно 45?

Ответ: Да, можно. Например: $45 = 15 + 3 + 1 + 1 + \ldots + 1 = 15 \times 3 \times 1 \times 1 \times \ldots \times 1$. 27 единиц.

Перефразирование

Задача 1.

Во сколько раз больше число, выраженное девятью единицами шестого разряда, чем число, выраженное тремя единицами второго разряда?

Ответ: в 30 000 раз.

Задача 2.

За кухонный гарнитур заплатили сначала 41600 рублей, а затем еще половину стоимости этого гарнитура. Сколько стоит кухонный гарнитур?

Решение.

Перефразируем задачу так: «Какова стоимость кухонного гарнитура, если ее половина равна 41600 рублей?»

Ответ: 83200 рублей.

Прием получения следствий

Задача 1.

При сложении нескольких чисел ученик допустил ошибку: цифру единиц 3 он принял за 8, цифру десятков 7 принял за 4, а цифру тысяч 6 за 5. В сумме получилось 16054. Найти верную сумму.

Ответ: 17 079.

Задача 2.

Сколько всего прапрабабушек и прапрадедушек было у всех Ваших прапрабабушек и прапрадедушек?

Решение.

Так как у каждого человека было 8 прапрабабушек и 8 прапрадедушек, а у каждого из этих 16 человек так же было по 16 прямых предков в «четвертом колене», то искомое число равно $16 \times 16 = 256$.

Ответ: 256.

Тема 5. ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ

Задачи на разрезание и подсчет числа фигур

Задача 1.

Можно ли прямоугольник 35x23 клетки разрезать без остатка на прямоугольники размером 8x9? Если можно, то как? Если нет, то почему?

Ответ: Нет, так как число 23 нельзя представить в виде суммы пятерок и семерок.

Задача 2.

Прямоугольник разрезали по ломаной линии, состоящей из трех равных отрезков. Начало разреза в точке А (рис.5).

Получили две равные фигуры. Как это сделали?

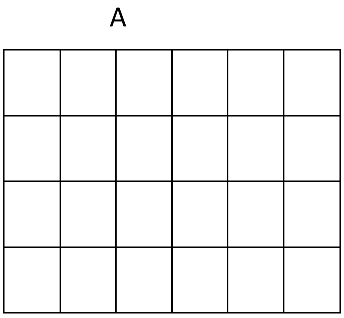

Рис. 5.

Решение.

Вариант разрезания показан на рис. 6.

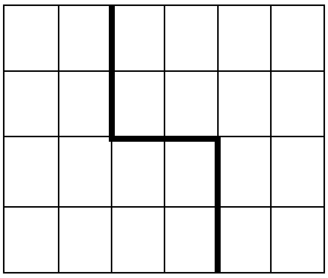

Рис. 6.

6 класс

Задача 1.

Длина ребра куба – 0,5 м. Этот куб разрезали на кубики, длина ребра каждого из которых равна 2 мм. Затем кубики уложили в один сплошной ряд. Чему равна его длина?

Решение.

Так как 0,5 м = 50 см = 500 мм, то грань можно разрезать на 500 : 2 = 250 (частей). Разрезав, таким образом куб в трех плоскостях, получим 250 * 250 * 250 = 15 625 000. Так как длина ребра кубика равна 2 мм, то длина ряда будет 15 625 000 * 2 мм = 31 250 000 мм = 31,25 км.

Ответ: 31,25 км.

Задачи на свойства неопределяемых геометрических понятий

Задача 1.

Точки А, В и С лежат на прямой а. Есть ли среди прямых АВ, АС и ВС различные? Объясните ответ.

Решение.

Используя аксиому прямой, делаем вывод о том, что прямые АВ, АС и ВС совпадают.

Задачи на понятие ломаной и ее длины

Задача 1

О некоторой ломаной известно: а)она замкнутая; б) каждое своё звено она пересекает один раз; в) у нее 6 звеньев. Есть ли противоречия в этих данных? Если есть, то какое изменение нужно внести в исходную информацию, чтобы избежать противоречия?

Ответ: противоречие есть. Изменить нужно второе и третье условия, каждое звено должно пересекаться два раза и ломаная должна иметь 5 звеньев.

Тема 6. ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Задача 1.

Волк и Лиса соревновались в беге. Кто какое место занял, если известно, что Волк был одним из первых, а Лиса была предпоследней?

Ответ: Лиса – первая, Волк – второй.

Задача 2.

Катя и Лена собирали грибы. Вместе они собрали на 18 грибов больше, чем Катя, и на 12 грибов больше, чем Лена. Сколько грибов собрала Катя и сколько грибов собрала Лена?

Ответ: Лена собрала 18 грибов, а Катя – 12 грибов.

Тема 7. РАЗНЫЕ ЗАДАЧИ

Задачи на переливание

Задача 1.

Имеется 2 сосуда – 3 л и 5 л. Нужно, пользуюсь ими, налить 1 л воды.

Решение:

Наполним 3 л, перельем в сосуд 5 л, затем нальем ещё раз 3 л в сосуд и перельем 2 л в сосуд 5 л до полного. В трехлитровом сосуде остался один литр.

Задачи на совместную работу

Задача 1.

Воробей склевал горсть пшена за 1 час. Воробьиха склевала горсть пшена 2 часа. Воробушек склевал горсть пшена за 3 часа. Спрашивается, за какое время они бы склевали пшено вместе?

Решение.

Пусть воробей, воробьиха и воробушек склевывают пшено за 6 часов. Воробей склюет 6 горстей пшена, воробьиха 3 горсти пшена, воробушек 2 горсти пшена. Всего 11 горстей пшена

6 : 11 = 6/11 (ч) на 1 горсть пшена. Ответ: 6/11 часа.

Задача 2.

На птицефабрику привезли корм, которого бы хватило уткам на 30 дней, а гусям на 45 дней. Рассчитайте,
на сколько хватит привезенного корма и уткам, и гусям вместе.

Решение.

1/30 – всего корма съедают за 1 день все утки

1/45 – всего корма съедают за 1 день все гуси

1/30 + 1/45 = 3/90 + 2/90 = 5/90 = 1/18 – всего корма съедаю за 1 день все утки и гуси вместе.

Ответ: на 18 дней.

Задачи на движение

Задача 1.

После того как бегун пробежал треть всей дистанции и еще 400 м, ему осталось пробежать еще треть пути и еще 200 м. Чему равна длина дистанции?

Решение.

Весь путь состоит из (1/3+1/3) пути +200 м+400 м. Значит, 600 м составляет 1/3 пути. Весь путь 600 м * 3 = 1800 м.

Ответ: 1800 м.

Задача 2.

Маша доходит до школы и обратно без остановки за 12 минут, а ее брат Миша добегает до школы и обратно без остановки за 8 минут. Во сколько раз скорость Миши больше, чем скорость Маши?

Решение.

Поскольку при одном и том же расстоянии скорости движения обратно пропорциональны затраченному времени, то получаем, что скорость Миши больше, чем скорость Маши, в 1,5 раза

Ответ: 1,5 раза.

Натуральные числа

Задача 1.

На доске в строчку написаны двадцать пятерок. Поставив между некоторыми из них знак «+», Вася обнаружил, что сумма равна 1000.
Сколько плюсов поставил Вася?

Решение.

Понятно , что 5555 и более - слишком много. Если бы все слагаемые были по 55 и 5, то сумма была бы не больше, чем 550 – это слишком мало. Следовательно, должно быть ровно одно слагаемое 555. Остается 17 пятерок, которыми нужно набрать сумму 445, но 445 = 55 * 8 + 5. Всего 9 плюсов.

Ответ: 9.

Дроби

Задача 1.

У Тани и Димы денег поровну. Какую часть своих денег должна Таня отдать Диме, чтобы у него стало в два раза больше, чем у неё?

Решение.

Пусть у Тани и Димы денег было по 3х рублей. Если Таня отдаст Диме х рублей, то у него станет 4х рублей, а у нее останется 2х рублей. Таким образом, у него станет в два раза больше, чем у нее.
Ответ: 1/3.

Тема 8. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СОРЕВНОВАНИЯ

Олимпиада

5 класс

Задачи 1 тура:

Задача 1.

Вычислите наиболее простым способом: 123456789 × 2007 – 123456788 × 2007.

Решение.

$123456789 \times 2007 - 123456788 \times 2007 = (123456789 - 123456788) \times 2007 = 1 \times 2007 = 2007$

Ответ: 2007.

Задача 2.

Шоколадка состоит из 24 (6 х 4) долек. Сколько разломов потребуется сделать, чтобы разделить её на 24 части? Накладывать части друг на друга не разрешается.

Решение.

При каждом разламывании целой шоколадки или любого ее куска на две части число кусков увеличивается на 1. Сначала была 1 шоколадка, в конце станет 24 куска, значит, добавиться 23 куска, т.е. потребуется 23 разлома.

Ответ: 23.

Задача 3.

Гриша пошел с папой в тир. Уговор был такой: Гриша делает 5 выстрелов и за каждое попадание в цель получает право сделать ещё 2 выстрела. Гриша сделал 17 выстрелов. Сколько раз он попал в цель?

Решение.

Сначала Гриша сделал 5 выстрелов, потом ещё 17 – 5 = 12 «призовых» выстрелов, которые он получил за 12 : 2 = 6 попаданий.

Ответ: 6.

Задача 4.

В клетках таблицы, содержащей 4 строки и 7 столбцов, расставьте натуральные числа так, чтобы их сумма в каждой строке была равна 28, а в каждом столбце 15. Можно ли осуществить требуемое? Если да, то покажите, как; если нет, то объясните, почему.

Решение. Предположим, что кому-то удалось расставить в клетки таблицы числа согласно условиям задачи. Тогда сумма всех чисел таблицы, подсчитанная по строкам, равна 28 × 4 = 112, а сумма тех же чисел, подсчитанная по столбцам, равна 15 × 7 = 105. Получилось противоречие. Значит, требуемое осуществить нельзя.

Задачи 2 тура:

Задача 1.

Длину прямоугольника уменьшили на 2,4 метра, а ширину увеличили на 30%. В результате площадь нового прямоугольника оказалась на 4% больше площади старого.

Найдите новую длину прямоугольника.

Ответ: 9,6 метра.

Задача 2.

Какой самый маленький результат может получиться, если в выражении 4*12 – 10/2 – 3 вставить одну пару скобок?

Решение.

4* (12 – 10)/2 – 3.

Ответ: 1.

Задача 3.

Двое поделили между собой 7 рублей, причем один получил на 3 рубля больше другого.

Сколько кому досталось?

Ответ: 5 и 2.

Задача 4.

Выразите число 16 с помощью четырех пятерок, соединяя их знаками действий.

Ответ: 55 : 5 + 5 = 16.

Задача 5.

Сколько воды нужно добавить к 600 г жидкости, содержащей 40% соли, чтобы получился 12%-й раствор этой соли?

Решение.

600 *40 : 100 = 240 (г) – содержится соли в 600 г жидкости;
240 : 12 * 100 = 2000 (г) – будет 12%-й жидкости;
2000 – 600 = 1400 (г) – воды надо добавить.

Ответ: 1400 г.

Задачи 3 тура:

Задача 1.

Что произойдет с разностью, если уменьшаемое уменьшить на 3, а из вычитаемого вычесть 3?

Ответ: не изменится.

Задача 2.

Сколькими нулями заканчивается произведение натуральных чисел $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times \ldots \times 100$?

Решение.

Среди чисел от 1 до 100 ровно 20 делятся на 5, из них 4 делятся на $5 \times 5 = 25$. Значит, 24 произведений 2×5 дадут 24 нуля.

Ответ: 24.

Задача 3.

Три утенка и четыре гусенка весят 2 кг 500 г, а четыре утенка и три гусенка весят 2 кг 400 г. Сколько весит 1 гусенок?

Решение.

Запишем коротко условие задачи:

3 у + 4 г = 2500

4 у + 3 г = 2400.

Определим вес 7 утят и 7 гусят (4900 г), затем вес 1 утенка и 1 гусенка (700 г), а потом вес 3 утят и 3 гусят (2100 г). Сравнение полученного результата с первым условием показывает, что 1 гусенок весит 400 г.

Ответ: 400 г.

Задача 4.

Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 17 км, выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч. Одновременно с ним из А в В вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Велосипедист доехал до В, повернул и поехал назад с той же скоростью. Через сколько часов после начала движения они встретятся?

Решение.

Велосипедист и пешеход сближаются со скоростью 12 + 5 = 17 км/ч с расстояния 34 км, поэтому они встретятся через 34 : 17 = 2 ч.

Ответ: 2 ч.

Математический бой

5 класс

Задача 1.

Выпишете все двузначные числа, у которых первая цифра в 3 раза больше второй.

Ответ: 31, 62, 93.

Задача 2 [33].

Восстановите поврежденные записи арифметических действий: ABCD – FEKQ = MECA

Ответ: 6750 – 3894 = 2856.

Задача 3.

Чашка и блюдце вместе стоят 25 рублей, а 4 чашки и 3 блюдца стоят 88 рублей. Найдите цены часки и блюдца.

Ответ: 13 рублей.

Задача 4.

Сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна 26. Найдите уменьшаемое.

Ответ: 13.

Задача 5.

Сумма пяти последовательных целых чисел равна 875. Найдите эти числа.

Ответ: 173, 174, 175, 176, 177.

Математический бой

6 класс

Задача 1.

У рыболова спросили: «Сколько весит пойманная рыба?» Он ответил: «Три четверти килограмма и еще три четверти своего веса» Сколько весит рыба?

Ответ: 3 кг.

Задача 2.

Сколькими способами можно представить число 10 в виде суммы четырех нечетных чисел?

Ответ: 3.

Задача 3.

Среднее арифметическое двух чисел равно 55, а одно из чисел равно 29,7. Чему равно другое число?

Ответ: 80,3.

Задача 4.

Сколько существует двузначных чисел, записанных только: а) нечетными цифрами; б) четными цифрами (цифры в записи числа не повторяются)?

Ответ: а) 20; б) 16.

Задача 5.

Найдите значение суммы: 1 + 1/2 +1/4 + 1/8 +…+ 1/1024.

Ответ: 2047/1024.

§7. Методика обучения решению олимпиадных задач по алгебре в основной школе

Учитывая особенности математики как естественной науки, можно выделить три составляющих, необходимых для успешного участия в олимпиадном состязании [19]:

– развитый математический кругозор;

– умение решать нестандартные задачи, владение необходимым для этого математическим аппаратом;

– практические умения и навыки, знание основных приемов, способов решения математических задач.

Эти ключевые моменты определяют основные направления подготовки школьника, и являются главными при составлении программы данного спецкурса.

При планировании работы с группой школьников следует избегать излишней заорганизованности. Учитывая разный возраст и разный уровень подготовки, оптимальным будет построение индивидуальных образовательных траекторий для каждого участника, причем ученику должна быть предоставлена и свобода выбора этой траектории. Ученик может прийти на занятие, чтобы получить краткую консультацию и задание для индивидуальной работы, чтобы порешать задачи определенного типа, разобрать теоретический вопрос, полистать необходимую литературу, поработать за ПК. На занятиях учащиеся познакомятся с материалом задач разного типа и уровня сложности и их решениями. В итоге, всем учащимся, интересующимся математикой, предоставляется широкое поле деятельности, на котором каждый ученик сможет подобрать задачи для себя, а задачи более сложные будут разобраны при совместной работе в группе или на занятиях с помощью учителя [12].

Для учащихся для 7-9 классов разработан спецкурс, рассчитанный на 1 учебный год (35 часов), занятия проводится еженедельно, продолжительность занятия 1 учебный час. Формы обучения: очно-заочная, домашняя подготовка учащихся.

При подготовке к олимпиадам одаренных детей в 7 - 9 классах рекомендуется использование информационно-компьютерных технологий, обеспечивающих индивидуализацию обучения (наряду с целями экономии времени и повышения доли наглядности в обучении, приводимыми в некоторых электронных пособиях).

Одним из интересных факторов, создающих предпосылки для успешного обучения одаренных детей с использованием средств ИКТ и Интернета является то, что таких детей характеризует высокая самостоятельность в процессе познания. Они широко используют «саморегуляционные стратегии» обучения и легко переносят их на новые задачи, что позволяет опережать программный материал и создаёт предпосылки для новых форм индивидуализации в обучении.

В ходе занятий предусмотрено использование электронно-образовательных ресурсов и интернет-ресурсов, расширяющих возможности реализации новых способов и форм самообучения и саморазвития, а также компьютеризация контроля знаний способствуют реализации принципа индивидуализации обучения, столь необходимого для одаренных учащихся, в том числе при подготовке к олимпиадам.

Программа курса содержит модуль «Алгебра».

Алгебраические методы в олимпиадных задачах (*35 час, в том числе 1 час – зачёт*). В ходе изучения этого модуля учащиеся отработают навыки по решению оригинальных и интересных олимпиадных задач алгебраическими методами. Решаются основные типы олимпиадных задач по математике: задачи на переливание, различные виды текстовых задач, задачи на применение специальных методов решений (применение принципа Дирихле, метода инвариантов, метода раскрасок, графов и др.); задачи, использующие программный материал, но повышенной трудности (арифметические задачи, алгебраические задачи); комбинированные задачи, задачи на комбинаторику и теорию вероятностей, а так же логические задачи. Тематическое планирование спецкурса представлено в таблице 4.

Таблица 4

Тематическое планирование спецкурса

№	Содержание учебного материала	час.	Форма занятий
1.	Вводное занятие. Основные правила при решении олимпиадных задач.	1	лекция
2.	Числовые головоломки . Ребусы	2	практ. занятие
3.	Задачи на переливание	1	семинар, практ. занятие
4.	Текстовые задачи на планирование	2	практ. занятие (работа в группах)
5.	Текстовые задачи на совместную работу.	1	семинар
6.	Текстовые задачи на проценты	2	практ. занятие
7.	Сюжетно-бытовые задачи и старинные задачи	2	занятие с использованием ИКТ
8.	Задачи, решаемые «обратным ходом»	1	семинар (работа в группах)
9.	Логические задачи. Чётность	2	семинар
10.	Признаки делимости. Делимость чисел.	1	практ.занятие, (работа в группах)
11.	Принцип Дирихле. Инварианты	2	Практ. занятие с использованием ИКТ
12.	Необходимые и достаточные условия.	2	практ. занятие
13.	Верные и не верные высказывания.	1	практ. занятие
14.	Учитесь правильно рассуждать: «Не», «И», «Или», «Следует», Равносильно».	2	практ. занятие (работа в группах)
15.	В мире чисел. Системы счисления	1	занятие с использованием ИКТ
16.	Рациональные числа	1	практ. занятие
17.	Квадратные корни	2	семинар занятие,практ. занятие
18.	Квадратный трехчлен и его корни	2	практ. занятие занятие с использованием ИКТ
19.	Неравенства и их свойства	2	практ. занятие (работа в группах)
20.	Уравнение в целых числах	2	занятие с использованием ИКТ
21.	Комбинаторика. Теория вероятностей.	1	Лекция
22.	Арифметическая викторина Зачёт.	2	круглый стол
Итого		35	

Представленный материал включает перечень основных математических понятий, знание которых необходимо участникам олимпиады, а также основные умения и навыки, которые должны быть сформированы у учащихся. Для достижения результатов недостаточно знать понятия, надо уметь привлекать их для решения именно тех задач, где эти средства окажутся полезными и оправданными. Для участника олимпиады приобретение подобных навыков становится все более необходимым, особенно если учесть характер современных требований. К сожалению, подготовка к олимпиаде требует не применение знаний и умений, а умение обобщать знания, получать выводы.

В процессе подготовки имеется возможность наиболее ярко продемонстрировать учащимся политехнический характер математики, ее прикладную направленность. Иллюстрируя применение математики к решению практических задач, можно показать, что математика, отражая явления реальной действительности, является мощным средством ее познания.

Согласно перечисленным темам можно выделить знания, умения которыми должны обладать учащиеся [19].

Материал по темам, выходящим за рамки программы общего образования, используется из учебника алгебры под редакцией Ю. М. Колягина, в учебном пособии: «Повторяем и систематизируем курс математике» под редакцией Крамора [16]. Первоначальные сведения об уравнениях в целых числах хорошо изложены в книжке «Текстовые задачи» под редакцией Шевкина [30, 31].

Выше поставленных целей не достичь с помощью решения стандартных задач, хотя стандартные задачи безусловно полезны и необходимы, если они вовремя и в нужном количестве. Однако, следует избегать большого числа стандартных задач, так как сильные ученики могут потерять интерес к математике. Ознакомление учащихся лишь со специальными способами решения отдельных типов задач создает реальную опасность того, что учащиеся ограничатся освоением одних шаблонных приемов и не приобретут умение самостоятельно решать незнакомые задачи.

При подготовке к олимпиаде, безусловно, необходимы задачи направленные на отработку того или иного математического навыка, но более необходимо задачи, направленные на воспитание учащихся устойчивые интересные математике, творческого отношения к учебной деятельности математического характера. Необходимы специальные упражнения для обучения школьников способом самостоятельной деятельности, общим приемам решения задач. Осуществляя целенаправленное обучение школьников решению задач с помощью специально подобранных упражнений, следует учить их наблюдать, пользоваться аналогией, индукцией, сравнениями и делать соответствующие выводы. Необходимо привить учащимся навыки не только логического рассуждения, но и прочные навыки эвристического мышления [37].

§8. Результаты участия тольяттинских школьников 5-9 классов в олимпиадах городского и выше уровнях

Данный анализ проведен в целях повышения эффективности проведения различных этапов Всероссийской олимпиады школьников.

В соответствии с Положением о проведении Всероссийской олимпиады школьников и планом работы школы на 2016-2017 учебный год в октябре месяце в образовательном учреждении был организован и проведен школьный этап предметных олимпиад.

Основными целями и задачами олимпиады школьников являются выявление и развитие у обучающихся творческих способностей и интереса к научно-исследовательской деятельности, создание необходимых условий для поддержки одаренных детей, пропаганда научных знаний [4].

Проведению олимпиад предшествовала большая организационная работа: составление графика проведения предметных олимпиад, создание комиссий, жюри. Необходимо отметить, что олимпиады прошли на хорошем организационном уровне, согласно составленному графику.

Самыми активными участниками школьного этапа олимпиады стали обучающиеся 7-8 классов.

1. В ходе школьной олимпиады были определены обучающиеся для участия в муниципальном этапе школьных предметных олимпиад.

2. Олимпиадные задания требовали от учащихся нестандартного подхода для своего выполнения, проявления творческой индивидуальности.

3. Олимпиадный материал был подготовлен учителями-предметниками школ города Тольятти и содержал дифференцированные задания, а так же задания, имеющие творческий характер.

В соответствии с приказом департамента образования № 513-пк/3.2 от 19.10.2016 «Об организации окружного (городского) этапа всероссийской олимпиады школьников 7-11 классов в 2016-2017 учебном году» в октябре-декабре 2016 года состоялся окружной (городской) этап всероссийской олимпиады школьников по 24 предметам. Олимпиада проводилась с целью выявления и развития одаренных детей. В окружном этапе приняли участие 6010 школьников. Победителями и призерами олимпиады стали 490 учащихся.

Призовые места распределились среди обучающихся образовательных учреждений следующим образом:

МБУ «Лицей № 57» – 76 мест (в том числе 14 победителей),

МБУ «Лицей № 67» – 52 места (в том числе 7 победителей),

МБУ «Лицей № 19» – 38 мест (в том числе 4 победителя), МБУ «Лицей № 51» – 32 места (в том числе 6 победителей),

МБОУ «Гимназия № 9» – 25 мест (в том числе 7 победителей),

МБУ «Лицей № 6» – 19 мест (в том числе 2 победителя),

МБУ «Гимназия № 38» – 18 мест (в том числе 2 победителя),

МБУ «Школа № 90» – 17 мест (в том числе 3 победителя),

МБУ «Школа № 94» – 16 мест (в том числе 3 победителя),

МБУ «Гимназия № 39» — 15 мест (в том числе 3 победителя),

МБУ «Школа № 93» – 14 мест (в том числе 2 победителя),

МБУ «Школа № 10» – 11 мест (в том числе 2 победителя),

МБУ «Гимназия № 35» — 11 мест (в том числе 1 победитель),

МБУ «Школа № 41» – 10 мест (в том числе 1 победитель),

МБУ «Школа № 58» – 9 мест (в том числе 1 победитель),

НОУ ПКГ – 6 мест (в том числе 2 победителя),

МБУ «Школа № 79», НОУ ООЦ «Школа» – по 6 мест,

МБУ школы № 2, 40, 89 – по 5 мест (в том числе по 2 победителя),

МБУ «Лицей № 37», «Гимназия № 48» — по 5 мест (в том числе 1 победитель),

МБУ «Школа № 70» — 5 мест,

МБУ школы №№ 72, 88 – по 4 места (в том числе по 1 победителю),

МБУ школы №№ 5, 25, 61, 91, лицей № 76 – по 3 места (в том числе по 1 победителю),

МБУ школы №№ 21, 34, 45, 47, 84, 85, лицей № 60, гимназия № 77 по 3 места,

МБУ школы №№ 11, 23, 31, 43, 59, 80, 81, СОШ — филиал ТАУ – по 2 места,

МБУ школы №№ 20, 32 по 1 месту (в том числе по 1 победителю),

МБУ школы №№ 1, 3, 4, 13, 15, 18, 33, 62, 66, 71, 73, 75, 82, МБОУ ДО «ГЦИР» — по 1 месту [14].

Рассмотрим результаты заключительного тура XXIV Межрегиональной олимпиады школьников "САММАТ-2016".

Всего в олимпиаде приняло участие 1603 человека. Из них 106 школьников - это представители города Тольятти. Из 106 учеников города Тольятти 7 человек заняли третье призовое место и 2 ученика первое призовое место [21].

Результаты участия тольяттинских школьников в заключительном туре XXIV Межрегиональной олимпиады школьников "САММАТ-2016" такие, что всего участников 94%, третье место 4%, первое место 2%.

Если сравнивать количество участников и призеров, то конечно можно сказать о том, что нужно пересмотреть уровень подготовки учеников к олимпиадам такого рода и постараться улучшить уровень знаний детей, которые принимают участие в олимпиаде по математике.

Но, тем не менее, количество участников муниципального тура, участвующих впервые, уменьшилось, результативность участия выше, чем в прошлом году. Причиной такого положения является эффективная работа педагогического коллектива по выявлению одаренных, имеющих высокую мотивацию к обучению детей, методическая подготовка к участию в олимпиадах. Необходимо отметить, что учителя математики систематически готовят ребят целенаправленно, проводят консультации, предлагают работать самостоятельно. Внеклассная образовательная деятельность становится для учащихся поприщем творческого самоопределения, самореализации, приобретения разнообразного познавательного опыта.

Нужно продолжать составление мониторинга участия в школьных предметных олимпиадах, т.к. это позволяет выявить способных и талантливых детей на уровне школы, определить педагогов, имеющих эффективные системы подготовки школьников к олимпиаде и в дальнейшем использовать этот опыт. Полученные данные можно использовать и для составления портфолио достижений образовательного учреждения, составления рейтинга школьников и рейтинга учителей, что является неотъемлемой частью системы оценки качества образования.

Выводы по второй главе

Подготовка учащихся к олимпиадам по математике 5-6 классов и по алгебре в 7-9 классах, проявляющих повышенный интерес к математике, которые участвуют в различных соревнованиях по математике, ставит следующие цели:

- ознакомление учащихся с некоторыми методами и приемами решения олимпиадных задач;
- развитие творческого потенциала школьников, их способностей к плодотворной умственной деятельности;
- расширение и углубление знаний учащихся по математике.

Для учащихся для 5-6 классов составлена программа обучения решению олимпиадных задач по математике.

Основными формами организации учебно-познавательной деятельности являются практикумы, математические соревнования.

Программа курса составлена на год и предполагает занятия с учащимися по 1 часу в неделю. Объем курса - 35 часов.

Для учащихся для 7-9 классов разработан спецкурс, рассчитанный на 1 учебный год (35 часов), занятия проводится еженедельно, продолжительность занятия 1 учебный час.

При подготовке к олимпиадам одаренных детей в 7 - 9 классах рекомендуется использование информационно-компьютерных технологий, обеспечивающих индивидуализацию обучения (наряду с целями экономии времени и повышения доли наглядности в обучении, приводимыми в некоторых электронных пособиях) [3].

В целях повышения эффективности проведения различных этапов Всероссийской олимпиады школьников, выполнен анализ результатов муниципального этапа олимпиады по математике за два учебных года.

Количество участников муниципального тура, участвующих впервые, уменьшилось, результативность участия выше, чем в предыдущем году.

Внеклассная образовательная деятельность становится для учащихся поприщем творческого самоопределения, самореализации, приобретения разнообразного познавательного опыта.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью бакалаврской работы являлось выявление методических особенностей организации подготовки обучающихся к решению олимпиадных задач в курсе алгебры основной школы.

В результате выполненной работы решены следующие задачи:

- рассмотрены исторические аспекты становления олимпиадного движения по математике;

- рассмотрено понятие олимпиадных задач по математике и основные требования к ним;

- проведен анализ олимпиад по алгебре разного уровня для учащихся основной школы;

- определены типы олимпиадных задач по алгебре для 7-9 классов;

- выделены основные цели и задачи подготовки учащихся к олимпиадам по математике в 5-6 классах и по алгебре в 7-9 классах;

- раскрыты методики обучения решению олимпиадных задач по математике для 5-6 классов и по алгебре в основной школе;

- проанализированы результаты участия тольяттинских школьников 5-9 классов в олимпиадах городского и выше уровнях.

В результате работы можно сделать следующие выводы.

1. Олимпиадное движение в России – это общественное движение со сложной иерархической организацией и богатым многообразием форм и проявлений. Организация олимпиад послужила толчком к созданию системы работы со способными учащимися по математике

2. Олимпиадная задача - это задача, алгоритм которой неизвестен, т.е. неизвестен ни способ её решения, ни то, на какой учебный материал опирается решение. Также рассмотрены основные требования к олимпиадным задачам.

Проведен анализ олимпиад по алгебре разного уровня для учащихся основной школы.

Определены типы олимпиадных задач по алгебре для 7-9 классов.

Подготовка учащихся к олимпиадам по математике 5-6 классов и по алгебре в 7-9 классах, проявляющих повышенный интерес к математике, которые участвуют в различных соревнованиях по математике, ставит следующие цели:

- ознакомление учащихся с некоторыми методами и приемами решения олимпиадных задач;
- развитие творческого потенциала школьников, их способностей к плодотворной умственной деятельности;
- расширение и углубление знаний учащихся по математике.

Для учащихся для 5-6 классов составлена программа обучения решению олимпиадных задач по математике.

Основными формами организации учебно-познавательной деятельн ости являются практикумы, математические соревнования.

Программа курса составлена на год и предполагает занятия с учащимися по 1 часу в неделю. Объем курса - 35 часов.

Для учащихся для 7-9 классов разработан спецкурс, рассчитанный на 1 учебный год (35 часов), занятия проводится еженедельно, продолжительность занятия 1 учебный час.

При подготовке к олимпиадам одаренных детей в 7 - 9 классах рекомендуется использование информационно-компьютерных технологий, обеспечивающих индивидуализацию обучения (наряду с целями экономии времени и повышения доли наглядности в обучении, приводимыми в некоторых электронных пособиях).

В целях повышения эффективности проведения различных этапов Всероссийской олимпиады школьников выполнен анализ результатов муниципального этапа олимпиады по математике за два учебных года.

Количество участников муниципального тура, участвующих впервые, уменьшилось, результативность участия выше, чем в предыдущем году.

Внеклассная образовательная деятельность становится для учащихся поприщем творческого самоопределения, самореализации, приобретения разнообразного познавательного опыта.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агаханов, Н. Х. 53-я Международная математическая олимпиада / Н.Х. Агаханов, И.И. Богданов, П.А. Кожевников, М.Я. Пратусевич, Д.А. Терешин // Математика в школе, 2012. – №9. – С. 79−80.

2. Агаханов, Н. Х. Математика. Всероссийские олимпиады [Текст] / Н. Х. Агаханов, О. К. Подлипский. – М.: Просвещение, 2009. –159 с.

3. Агаханов, Н. Х. Математика. Международные олимпиады [Текст] / Н. Х. Агаханов, П. А. Кожевников, Д. А. Терешин. – М.: Просвещение, 2010. – 127 с.

4. Агаханов, Н. Х. Математика. Районные олимпиады. 6–11 классы [Текст] / Н.Х. Агаханов, О.К. Подлипский. – М.: Просвещение, 2010. – 192 с.

5. Агаханов, Н.Х., Подлипский О.К. Методические рекомендации по разработке требований к проведению школьного и муниципального этапов всероссийской олимпиады школьников по математике в 2012/2013 учебном году. – Москва, 2012. – 9 с.

6. Агаханов, Н. Х. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993−2009: Заключительные этапы [Текст] / Н.Х. Агаханов, И.И. Богданов, П.А. Кожевников и др. – 2-е изд. – М.: МЦНМО, 2010. – 552 с.

7. Алексеева, Г.И. Из истории становления и развития математических олимпиад: опыт и проблемы: Дисс. … канд. пед. наук. – Якутск, 2002. − 144 с.

8. Аспекты и тенденции педагогической науки: материалы Междунар. науч. конф. – СПб.: Издательский дом «Свое издательство», 2016. – С. 106-109.

9. Вакульчик, П.А. Нестандартные и олимпиадные задачи по математике. [Текст] / П. А. Вакульчик. – Минск: УниверсалПресс, 2004. – 352 с.

10. Васильев, Н.Б., Савин А.П., Егоров А.А. Избранные олимпиадные задачи. Математика [Текст] / Н.Б. Васильев, А.П. Савин, А.А. Егоров. – М.: Бюро Квантум, 2007. – 160 с.

11. Горбунова, Т.А. Олимпиадные задачи по математике [Электронный ресурс] / Т.А. Горбунова. – Рубцовск, 2008. – Режим доступа: http://gigabaza.ru/doc/92578-pall.html – Последнее обновление 3.06.2017.

12. Гусев, В.А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы [Текст] / В. А. Гусев. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. – 456 с.

13. Дышинский, Е. А. Игротека математического кружка. В 2 частях. [Текст] / Е. А. Дышинский. – М.: Просвещение, 1972. – 141 с.

14. Живолуп, А. Об итогах окружного (городского) этапа всероссийской олимпиады школьников 7-11 классов в 2016-2017 учебном году [Электронный ресурс] / А. Живолуп // Вся правда про Тольятти. – 2016. – Режим доступа: http://tltpravda.ru/blog/education/19410.html/ – Последнее обновление 31.05.2017.

15. Иванова, Т.А. Гуманитаризация общего математического образования: Монография [Текст] / Т.А. Иванова. – Н. Новгород: Изд-во НГПУ, 1998. – 206 с.

16. Крамор, В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начала анализа [Текст] / В.С. Крамор. – М.: Оникс; Мир и Образование, 2008. – 416 с.

17. Медников, Л.Э. Чётность [Текст] / Л.Э. Медников. – М.: МЦНМО, 2009. – 60 с.

18. Олимпиада «Ломоносов» по математике (2005—2008) [Текст] / А.В. Бегунец., П.А. Бородин., И.Н. Сергеев под редакцией И.Н. Сергеева. – М.: Издательство ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ, 2008.

19. Организация и проведение школьных олимпиад как механизм обеспечения индивидуальных образовательных достижений [Электронный ресурс] / Е.А. Чопозова. – Ставрополь, 2014. Режим доступа: https://doc4web.ru/pedagogika/programma-speckursa-podgotovka-uchaschihsya-k-olimpiade-po-matem.html/ – Последнее обновление 23.05.2017.

20. Официальный сайт Международной математической олимпиады. – Режим доступа: www.imo-official.org/ – Последнее обновление 15.05.2017.

21. Официальный сайт Межрегиональной олимпиады школьников по математике «САММАТ». – Режим доступа: http://sammat.ru/ – Последнее обновление 28.05.2017.

22. Петраков, И.С. Содержание и методика подготовки и проведения олимпиад: Дисс. … канд. пед. наук. – Москва, 1973. – 212 с.

23. Приказ Минобрнауки РФ от 18 ноября 2013 г. № 1252 "Об утверждении Порядка проведения всероссийской олимпиады школьников" (с изменениями и дополнениями от 17.11.2016) / Российская газета. – 29 января 2014г. – № 18.

24. Романова, Т.В. Из истории становления и развития олимпиадного движения в России. / Т.В. Романова– Москва, 2014. – 8 с.

25. Сачук, Т. И. Задачи для подготовки к олимпиадам по математике учащихся 5-6 классов. – [Электронный ресурс] / Т. И. Сачук. – с. Борское, 2016. Режим доступа: https://www.prodlenka.org/index.php?option=com_mtree&task=att_download&link_id=222883&cf_id=24/ – Последнее обновление 9.06.2017.

26. Севрюков, П. Ф. Подготовка к решению олимпиадных задач по математике [Текст] / П. Ф. Севрюков. – Изд. 2-е. – М. : Илекса ; Народное образование, 2009. – 111 с.

27. Фарков, А. В. Математические олимпиадные работы. 5-11 классы [Текст] / А. В. Фарков. – СПб.: Питер, 2010. – 192 с.

28. Фарков, А. В. Олимпиадные задачи по математике и методы их решения [Текст] / А. В. Фарков. – М.: Народное образование, 2003. – 112 с.

29. Фридман, Л.М. Как научиться решать задачи [Текст]: книга для учащихся 9-11 кл. / Л.М. Фридман. – М.: Просвещение, 2009. – 255 с.

30. Шевкин, А. В. Текстовые задачи в школьном курсе математики [Текст] / А. В. Шевкин. – М.: Педагогический университет «Первое сентября», 2006. – 88 с.

31. Шевкин, А.В. Текстовые задачи [Текст]: пособие для учащихся / А. В. Шевкин. – М.: Просвещение, 1997. – 112 с.

32. Шеховцов, В. А. Олимпиадные задания по математике. 9-11 классы: решение олимпиадных задач повышенной сложности [Текст] / В. А. Шеховцов. - Волгоград: Учитель, 2009. – 99 с.

33. Andreescu, T., Gelca R. Mathematical Olympiad Challenges. Birkhauser, 2000. – 280 p.

34. Klamkin, M. USA Mathematical Olympiads 1972-1986. Problems and Solutions. Mathematical Association of America, 1989. – 180 p.

35. Negut, A. Problens for the Mathematical Olympiads. GIL Publishing House, 2005. – 158 p.

36. Polya, G. Mathematical Discovery. Princeton: Princeton University Press. New York: Wiley, 1981.

37. Schoenfeld, Alan H, ed. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-makingin. New York: MacMillan, 1992. – 334 – 370 p.