

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тольяттинский государственный университет»

Архитектурно-строительный институт

Кафедра «Городское строительство и хозяйство»

направление подготовки 08.04.01 Строительство  
направленность (профиль) «Техническая эксплуатация и реконструкция  
зданий и сооружений»

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

на тему: «Применение деформационной модели к расчету изгибаемых  
железобетонных элементов с неоднородными свойствами бетона»

Студент

М.П. Анисимова

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

Научный

Д.С. Гошин

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

руководитель

Консультанты

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

Руководитель программы д.т.н., доцент В.А. Ерышев

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия )

(личная подпись)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_\_ г.

**Допустить к защите**

Заведующий кафедрой к.т.н. Д.С. Гошин

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия )

(личная подпись)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_\_ г.

Тольятти 2017

## Оглавление

ВВЕДЕНИЕ .....	3
Глава 1 Диаграммы деформирования бетона.....	7
Глава 2 Методика расчета железобетонного сечения с однородными физико-механическими характеристиками .....	19
Глава 3 Методика расчета железобетонного сечения с неоднородными физико-механическими характеристиками .....	62
Заключение .....	86
Список использованной литературы.....	87

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Актуальность.**

Железобетон является композиционным материалом, которому характерно упругопластическое деформирование под нагрузкой. Поведение железобетона при нагружении определяется свойствами составляющих его материалов и особенностями их совместной работы. Поэтому, в реальных условиях железобетонные конструкции ведут себя совершенно не так, как расчетная математическая модель. Существующие изъяны, дефекты и повреждения негативно влияют на несущую способность изгибаемого элемента здания или сооружения. Бетонные и железобетонные конструкции должны быть обеспечены с требуемой надежностью от возникновения всех видов предельных состояний расчетом, выбором показателей качества материалов, назначением размеров и конструированием. В настоящее время нормативными документами не могут быть учтены повреждения железобетонных конструкций, связанные с его изготовлением и последующей эксплуатацией, такие как: коррозия, воздействие высоких температур, усадочные микротрещины. Актуальность исследования заключается в учете возможных повреждений конструкций при расчете с использованием нелинейной деформационной модели. Полученные результаты работы в виде алгоритма расчета железобетонных элементов с неоднородными свойствами и экспериментально-аналитического способа определения действующих напряжений в конструкции рекомендуется к использованию при проведении обследований строительных конструкций, выполнении поверочных расчетов и проектировании усиления.

### **Цель диссертационной работы.**

Целью работы является совершенствование расчета с использованием деформационной модели при расчете железобетонного элемента на прочность с постоянными и переменными физико-

механическими свойствами материала методом итерационного приближения с учетом предшествующих внешних воздействий для обеспечения безопасности дальнейшей эксплуатации.

Для достижения поставленной цели были запланированы **задачи:**

1. Разработка алгоритма расчета железобетонного элемента по деформационной модели при нагрузке с постоянными характеристиками по сечению;
2. Реализация алгоритма расчета железобетонного элемента по деформационной модели с неоднородными свойствами бетона;
3. Реализация расчета железобетонных элементов с переменными физико-механическими характеристиками по высоте сечения;
4. Сопоставление результатов с опытными данными, представленными в публикациях других авторов, предоставление результатов работы в наглядной графической форме.

**Объект исследования.**

Изгибаемые железобетонные конструкции с неоднородными свойствами бетона.

**Предмет исследования.**

Методика нелинейной деформационной модели.

**Научная новизна исследований.**

Научная новизна работы заключается:

- в разработке алгоритма расчета железобетонного элемента с дифференцированной оценкой участков сечения с различными прочностными и деформативными свойствами при определении жесткостных характеристик, входящих в основополагающие физические закономерности деформационной модели;

- в предложении экспериментально-аналитического способа определения действующих напряжений в строительных конструкциях без необходимости сбора нагрузок.

#### **Методы или методология проведения исследования.**

Методология проведения исследований на тему диссертационной работы включает в себя теоретический расчет, а так же проведение практического эксперимента.

#### **Теоретическая, научная и практическая значимость полученных результатов.**

Проведенные исследования позволяют более точно представить работу и состояние конструкции. Предложенная методика последовательного итерационного приближения позволяет повысить точность расчета бетонных и железобетонных конструкций на этапе проектирования, а так же оценить фактические прочностные характеристики материала при проведении поверочного расчета и обследования.

#### **Научная обоснованность и достоверность проведённых исследований.**

Достоверность работы подтверждается опытными данными, а так же их сравнением с проведенными исследованиями и расчетами, и достаточного процента сходимости экспериментальных и теоретических данных.

#### **Автор защищает.**

- основанный на деформационной модели алгоритм расчёта, позволяющий выполнять расчет сечения бетонных и железобетонных элементов с переменными физико-механическими свойствами методом последовательного итерационного приближения.

### **Апробация результатов исследования**

Основные положения проведённых исследований по теме диссертации успешно докладывались автором на конкурсе студенческих проектов на финансирование в 2016г. Так же на основании полученных результатов опубликованы статьи в научном журнале «Научное обозрение» (г. Москва, Саратов, 17/2016г.), в научном журнале «Вестник магистратуры» (г. Йошкар-Ола, 2017 г.).

## Глава 1 Диаграммы деформирования бетона.

При проектировании железобетонных конструкций прочностные и деформативные параметры бетона и арматуры принимаются на основании назначаемых классов материалов и считаются постоянными по сечению элемента и неизменными в период всего срока эксплуатации объекта. При этом известно, что процесс набора прочности является длительным и в благоприятных условиях может исчисляться годами. Напротив, при эксплуатации конструкций в неблагоприятной для бетона среде может отмечаться снижение прочностных и деформативных параметров материала. Как правило, во всех случаях можно констатировать неоднородность прочностных и деформативных свойств бетона по сечению, в том числе и расчетному. Поэтому существует «необходимость расширить и углубить исследования, весьма существенные для оценки работы бетона и железобетона, особенности их существования и силового сопротивления, ранее недостаточно привлекавшие исследователей» [26]. Разработка современных методик расчета бетонных и железобетонных конструкций по прочности и деформативности невозможна без учета нелинейных свойств бетона.

В существующих нормах проектирования содержатся только общие рекомендации по проектированию и расчету железобетонных конструкций. Определение усилий и уровня нагружения элементов конструкций выполняется преимущественно поверочным расчетом с учетом постоянных и временных нагрузок по нормативным документам, а также прочностных и деформативных параметров материалов, установленных неразрушающими методами. При этом действующие напряжения в интересующий момент времени при таком подходе могут существенно отличаться от расчетных величин. Способ определения напряжений в эксплуатируемых конструкциях при сложившихся нагрузках может позволить проводить оценку напряженно-деформированного

состояния элементов, способствовать установлению причин появления повреждений и при своевременном использовании снижать риск аварий, обеспечивая механическую безопасность эксплуатации объекта. Выявленные нюансы стали причиной поиска новых вариантов решений, основанных на нелинейной деформационной модели расчета и использовании нелинейных диаграмм деформирования материалов.

Учитывая всю сложность проблемы, при расчетах железобетонных конструкций в качестве базовых используют прочностные и деформационные характеристики бетона. Учет дополнительных факторов (других видов напряженно-деформированного состояния, возможных повреждений конструкции и т.д.) выполняют путем трансформаций исходных зависимостей, полученных в условиях осевого кратковременного нагружения. В соответствии с положениями норм по проектированию железобетонных конструкций *диаграмму деформирования* (состояния) бетона, устанавливающую связь между напряжениями и продольными относительными деформациями бетона при кратковременном действии однократно приложенной нагрузки вплоть до установленных ее предельных значений, отвечающих разрушению бетона при однородном напряженном состоянии, следует рассматривать в качестве обобщенной характеристики механических свойств бетона [17].

Метод расчета железобетонных конструкций по деформационной модели с применением диаграмм состояния бетона и арматуры впервые для российских норм проектирования был включен в Свод правил СП 52-101-2003 «Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры». В мировой практике проектирования подобный подход является известным. Диаграммы деформирования материалов под нагрузкой включены, например, в зарубежные нормативные документы Европы, Беларуси, Украины, Китая, Индии, Бразилии, Японии [8]. Актуализированная версия отечественного нормативного документа СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные

положения» сохраняет за методом расчета железобетонных конструкций по деформационной модели правомерность его применения при проектировании и решении практических задач строительства, а выполнение требований свода правил обеспечивает соблюдение технического регламента о безопасности зданий и сооружений (Федеральный закон № 384-ФЗ). Таким образом, деформационная модель приобретает функции универсального инструмента по расчету железобетонных конструкций, применяемого во многих странах мира и включаемого в современные вычислительные программные комплексы по проектированию строительных систем. Популярность рассматриваемого метода расчета можно объяснить уникальностью подхода, позволяющего с единых позиций выполнять проектирование конструкций с проверкой требований первой и второй групп предельных состояний; возможностью применения при оценке усиливаемых железобетонных элементов; перспективностью метода в выполнении поверочных расчетов с имеющейся неоднородностью физико-механических параметров материалов; адаптацией к программированию алгоритма расчета и автоматизации вычислений и т. п. [8].

Модели деформирования (рис. 1), представленные в отечественных и зарубежных нормах проектирования ж/б конструкций условно можно разделить на основные и расчетные:

- основные (криволинейные) оценивают напряженно-деформированное состояние бетона приближенно к реальной работе;
- расчетные модели (параболически линейные) используются для упрощения работы проектировщика с диаграммами деформирования.

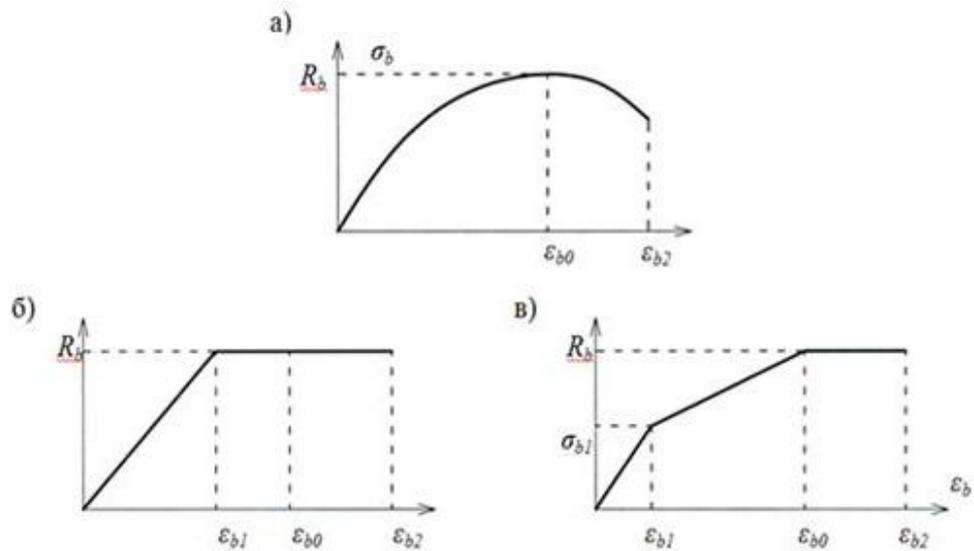


Рисунок 1 – Диаграммы состояния сжатого бетона, а) – криволинейная, б) – двухлинейная, в) – трехлинейная.

Рассмотрены примеры с 3-мя наиболее распространёнными видами диаграмм деформирования бетона (рис. 2, а-в). Для стальной арматуры показана диаграмма Прандтля из СП (рис. 1, г, как для жёстко-упругого тела).

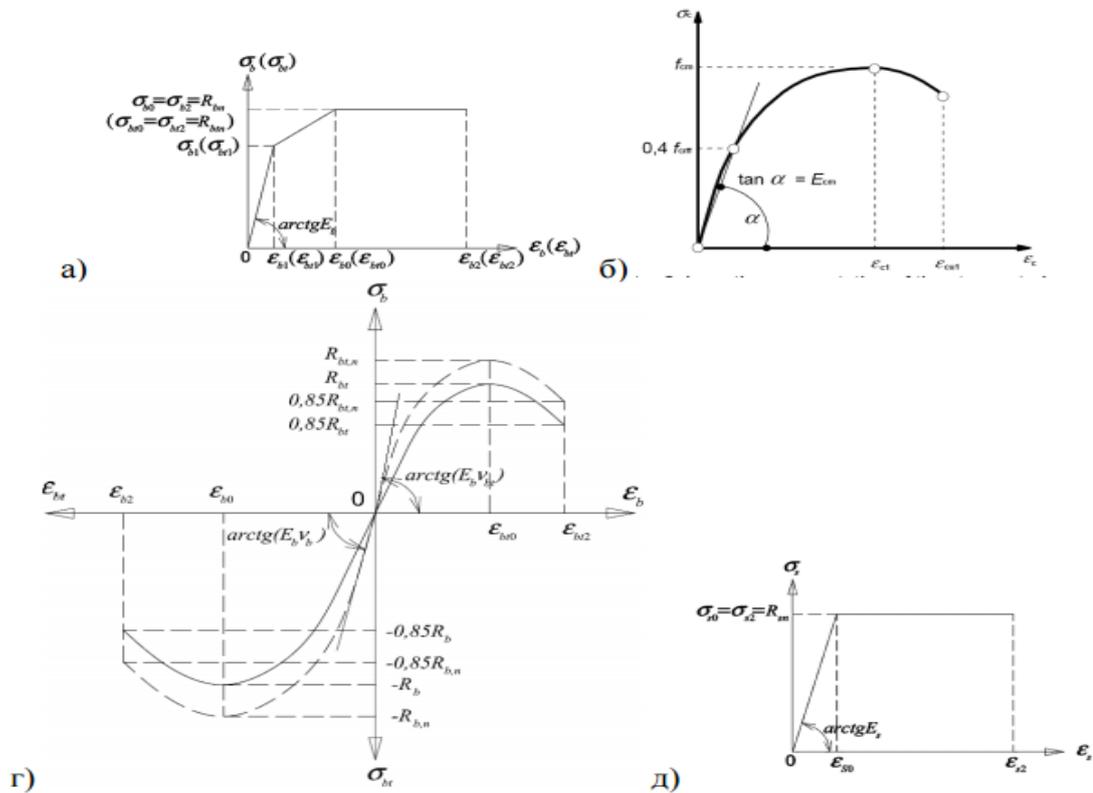


Рисунок 2 – Диаграммы деформирования бетона и стальной арматуры по различным нормам: а – СП 63.13330.2012; б – Еврокод 2 (1992), СНБ 5.03.01-02; в – Карпенко Н.И.

В зависимости от механических свойств материала, для описания модели деформирования твердых тел используются линейная теория упругости, теория пластичности и ползучести. Модель расчета включает в себя уравнения равновесия внешних и внутренних сил (1.1), условие деформирования нормального расчетного сечения в виде гипотезы плоских сечений, а также диаграммы деформирования бетона и арматуры, которые устанавливают связь между напряжениями и деформациями.

$$\{M\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} \quad (1.1)$$

По полученным экспериментально при одноосном растяжении или сжатии образца значениям напряжений и относительных деформаций строится некоторая кривая, так называемая диаграмма материала на растяжение или сжатие. В установленной системе координат на оси «Х» отмечаются значения относительных деформаций  $\varepsilon$ , по оси «У» - значения напряжений  $\sigma$ . Полученную кривую называют диаграммой деформирования материала. С помощью такого подхода можно учитывать основные закономерности работы материала, а следовательно, можно определить напряженно-деформированное состояние сечения на всех стадиях эксплуатации элемента[17].

В основу деформационной модели положен принцип дискретизации нормального сечения железобетонного элемента, при котором производится его разбиение на отдельные участки. Задавая наперед известные закономерности деформирования бетона и арматуры каждому выделенному участку, можно получить характер распределения деформаций и напряжений по сечению, нормальному к продольной оси железобетонного элемента. В основу деформационной модели положены следующие положения, предпосылки и допущения.

1. Напряженно-деформированное состояние в рассматриваемом сечении, нормальном к продольной оси элемента, определяется уравнениями равновесия внешних сил и внутренних усилий. Для случая

изгиба в плоскости оси симметрии поперечного сечения уравнения равновесия записываются в виде:

$$M_x = \sum_i \sigma_{bi} A_{bi} z_{bxi} + \sum_j \sigma_{sj} A_{sj} z_{sxj}; \quad (1.2)$$

$$0 = \sum_i \sigma_{bi} A_{bi} + \sum_j \sigma_{sj} A_{sj}, \quad (1.3)$$

где  $M_x$  – изгибающий момент от внешней нагрузки;

$\sigma_{bi}$ ,  $A_{bi}$ ,  $z_{bxi}$  – напряжения на уровне центра тяжести  $i$ -ого участка сечения, его площадь и координата относительно заданной оси;

$\sigma_{sj}$ ,  $A_{sj}$ ,  $z_{sxj}$  – напряжения на уровне центра тяжести  $j$ -ой арматуры, его площадь и координата относительно выбранной оси.

2. Распределение относительных деформаций бетона и арматуры подчиняется гипотезе плоских сечений и соответствует линейной зависимости:

$$\varepsilon_{bi} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} z_{bxi}; \quad \varepsilon_{sj} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} z_{sxj}, \quad (1.4)$$

где  $\varepsilon_0$  – относительные деформации волокна на уровне выбранной оси;

$\frac{1}{r_x}$  – кривизна продольной оси в плоскости действия изгибающего момента  $M_x$ .

3. Переход от деформаций  $\varepsilon_{bi}$  и  $\varepsilon_{sj}$  к напряжениям  $\sigma_{bi}$  и  $\sigma_{sj}$  в бетоне и арматуре соответственно осуществляется на основании диаграмм деформирования материалов, принятых в расчете и максимально отвечающих условиям нагружения (кратковременное, длительное, повторное, динамическое или иное по характеру воздействию):

$$\sigma_{bi} = E_b \nu_{bi} \varepsilon_{bi}; \quad \sigma_{sj} = E_s \nu_{sj} \varepsilon_{sj}, \quad (1.5)$$

где  $E_b$  и  $E_s$  – начальный модуль упругости бетона и модуль упругости арматуры соответственно;

$\nu_{bi}$  и  $\nu_{sj}$  – коэффициент упругопластических деформаций  $i$ -ого участка бетона и  $j$ -ой арматуры, определяемые по принятым диаграммам состояния материалов.

4. Диаграммы деформирования бетона при растяжении учитываются непосредственным образом только до образования трещин. После превышения предельных деформаций растяжимости и появления трещин бетон растянутой зоны учитывается косвенно через коэффициент  $\Psi_s$ .

5. Напряжение в пределах отдельного выделенного участка сечения, нормального к продольной оси элемента, считается равномерно распределенным. В связи с этим при разбиении сечения на малое количество участков, например до десяти, в результатах расчета может отмечаться ступенчатое распределение напряжений. При повышении количества участков разделения сечения эпюра распределения напряжений становится практически непрерывной без видимых дискретных скачков, что в итоге повышает точность конечного результата вычислений.

В основу деформационной модели расчета железобетонных конструкций по сечению, нормальному к продольной оси элемента, положены следующие физические зависимости (обозначения в формулах (1.6) — (1.14) приняты в соответствии с СП 63.13330.2012)[14]:

$$M_x = D_{11} \frac{1}{r_x} + D_{12} \frac{1}{r_y} + D_{13} \varepsilon_0; \quad (1.6)$$

$$M_y = D_{12} \frac{1}{r_x} + D_{22} \frac{1}{r_y} + D_{23} \varepsilon_0; \quad (1.7)$$

$$N = D_{13} \frac{1}{r_x} + D_{23} \frac{1}{r_y} + D_{33} \varepsilon_0; \quad (1.8)$$

где  $\frac{1}{r_x}$  – кривизна продольной оси в плоскости действия изгибающего момента  $M_x$ .

$D_{jk}$  – жесткостные характеристики нормального сечения железобетонного элемента ( $j$  и  $k$  для рассматриваемого случая принимают значения 1, 2), определяемые по выражениям:

$$D_{11} = \sum_i A_{bi} z_{bxi}^2 E_b \nu_{bi} + \sum_i A_{sj} z_{sxj}^2 E_s \nu_{sj}; \quad (1.9)$$

$$D_{22} = \sum_i A_{bi} z_{byi}^2 E_b \nu_{bi} + \sum_i A_{sj} z_{syj}^2 E_s \nu_{sj}; \quad (1.10)$$

$$D_{12} = \sum_i A_{bi} z_{bxi} z_{byi} E_b \nu_{bi} + \sum_i A_{sj} z_{sxj} z_{syj} E_s \nu_{sj}; \quad (1.11)$$

$$D_{13} = \sum_i A_{bi} z_{bxi} E_b \nu_{bi} + \sum_i A_{sj} z_{sxj} z_{syj} E_s \nu_{sj}; \quad (1.12)$$

$$D_{23} = \sum_i A_{bi} z_{byi} E_b \nu_{bi} + \sum_i A_{sj} z_{syj} E_s \nu_{sj}; \quad (1.13)$$

$$D_{33} = \sum_i A_{bi} E_b \nu_{bi} + \sum_i A_{sj} E_s \nu_{sj}. \quad (1.14)$$

Исходя из приведенных выражений (1)-(9) видно, что общие деформации железобетонного элемента  $\frac{1}{r_x}$ ,  $\frac{1}{r_y}$ ,  $\varepsilon_0$  при внутренних усилиях  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $N$  определяются жесткостными параметрами, величина которых, в свою очередь, зависит от площади сечения и его формы (заложено в  $A_{bi}$  и в координатах  $z_{bxi}$ ,  $z_{byi}$  соответственно), площади и положения арматуры ( $A_{sj}$  и  $z_{sxj}$ ,  $z_{syj}$ ), деформативных свойств бетона и арматуры ( $E_b$  и  $E_s$  соответственно) и степенью проявления неупругих деформаций в материалах в пределах отдельных элементарных участков на уровне их центров тяжести ( $\nu_{bi}$ ,  $\nu_{sj}$ )[23].

Деформационная модель, реализуемая с учетом изложенных положений, предпосылок и допущений, при всех своих преимуществах не имеет строго утвержденного последовательного алгоритма реализации и требует выполнение расчета с итерационным приближением (методом последовательного приближения) конечного результата, обеспечивающего

равновесие внешних сил и внутренних усилий в нормальном сечении элемента.

Метод последовательных приближений – метод решения математических задач при помощи такой последовательности приближений, которая сходится к решению и строится рекуррентно (т. е. каждое новое приближение вычисляют, исходя из предыдущего; начальное приближение выбирается в достаточной степени произвольно). В качестве начального приближения взято любое число.

Реализация итерационного расчета возможна различными подходами. Выделим три основных варианта.

1. Последовательным подбором положения линии распределения средних относительных деформаций по высоте сечения, определяемой, например, высотой сжатой зоны и относительными деформациями крайнего волокна бетона сжатой зоны от  $\varepsilon_{bi}=0$  до  $\varepsilon_{bi}=\varepsilon_{b,ult}$ .

2. Заданием предельных деформаций арматуры растянутой зоны и бетона крайнего волокна сжатой зоны.

3. Последовательным подбором коэффициентов упругопластических деформаций бетона и арматуры с назначением величин  $\nu_{bi}=1$ ,  $\nu_{si}=1$  в первой итерации и дальнейшим их уточнением в последующих циклах вычислений.

Первый вариант позволяет достичь конечного результата с заданной точностью, но недостатком данного подхода является неопределенность в количестве итераций и прогнозируемая многочисленность циклов последовательных вычислений по заданному алгоритму. Второй вариант итерационного приближения ограничен в области применения и может быть успешно реализован для определения несущей способности железобетонного элемента [22]. Третий вариант расчета по деформационной модели представляется наиболее оптимальным. Позволяет с единых позиций выполнять оценку конструкций по первой и второй группе предельных состояний. Опыт реализации по данному

алгоритму обеспечивает достижение конечного результата при числе итераций не более 10-20 в большинстве случаев расчета. Основная последовательность итерационного приближения приведена в виде блок-схемы (рис. 3).

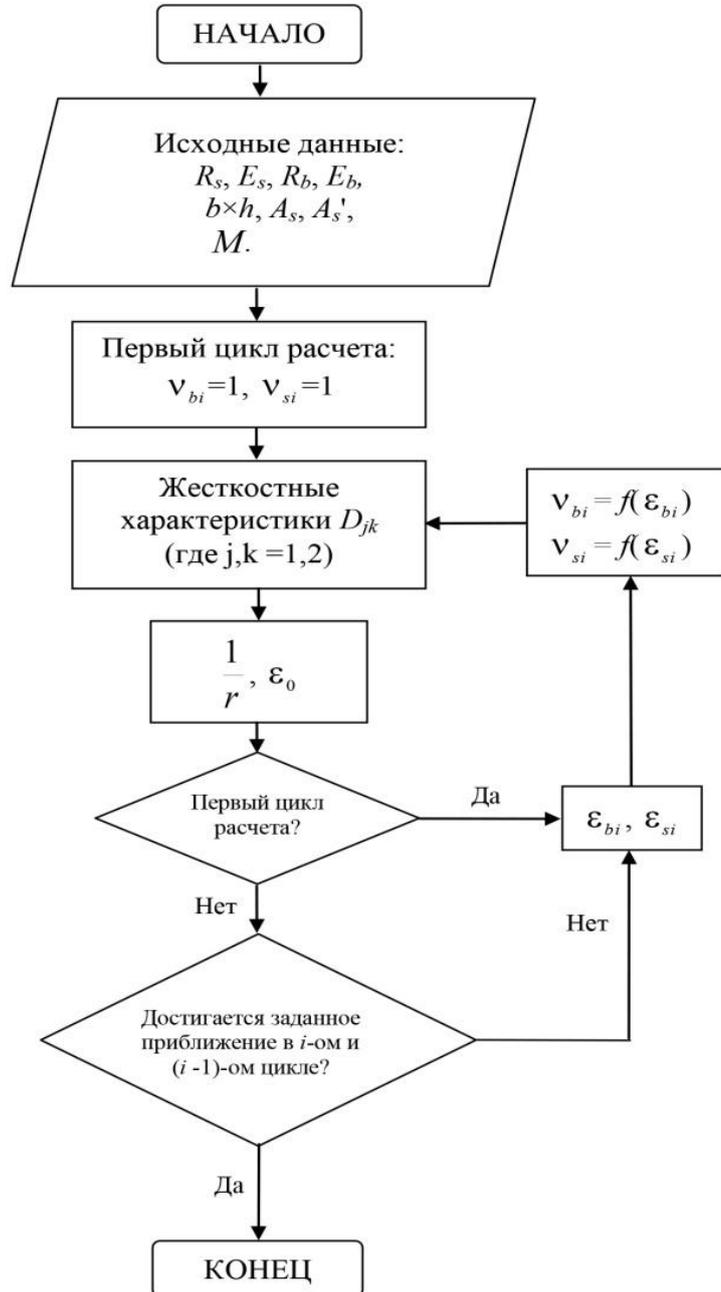


Рисунок 3 – Блок-схема итерационного приближения при расчете по деформационной модели с последовательным уточнением коэффициентов упругопластических деформаций материалов.

Таким образом, установлено, что наиболее оптимальный вариант расчета железобетонного элемента с использованием деформационной

модели базируется на реализации итерационного процесса с последовательным уточнением коэффициентов упругопластических деформаций бетона и арматуры в вычислительных циклах. Расчет железобетонных элементов может быть выполнен с применением деформационной модели, учитывающей в явном виде диаграммы состояния материалов.

## **Выводы по Главе 1.**

Обозначена проблема отсутствия единой модели расчета бетонных и железобетонных элементов с различными прочностными и деформативными свойствами по сечению при определении жесткостных характеристик. Рассмотрены примеры наиболее распространенных видов диаграмм деформирования бетона, проведен анализ методов построения диаграмм. Приведено обоснование оптимальности применения алгоритма расчета, предусматривающего последовательное приближение к конечному результату посредством уточнения коэффициентов упругопластических деформаций бетона и арматуры. Приведена блок-схема итерационного приближения по деформационной модели с последовательным уточнением коэффициентов упругопластических деформаций материалов. Обозначены базовые положения, предпосылки и допущения, положенные в основу расчета по деформационной модели.

## Глава 2 Методика расчета железобетонного сечения с однородными физико-механическими характеристиками

Диаграммы состояния бетона и арматуры выражают связь между напряжениями и деформациями. Такие диаграммы могут быть получены из испытаний образцов бетона на осевое сжатие. Диаграммы состояния бетона в целом имеют криволинейный характер с восходящим участком до максимальных значений напряжений и деформаций, а также и с нисходящим участком.

Зависимость основных параметров при расчете конструкций из железобетона, относительно деформации-напряжения, показана ниже в виде криволинейной диаграммы с восходящей и нисходящей ветвями (рис. 4).

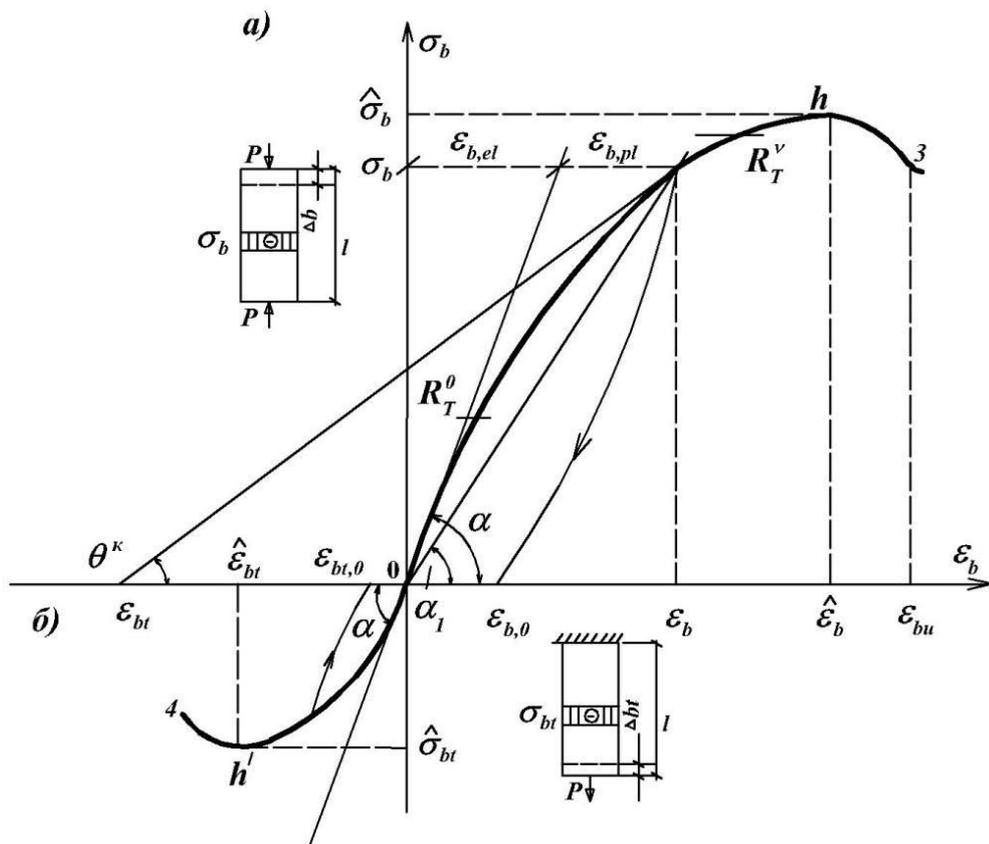


Рисунок 4 - Диаграммы деформирования бетона на сжатие и растяжение.

В основу алгоритма положена нелинейная связь между напряжениями  $\sigma_b$  и деформациями  $\varepsilon_b$  в бетоне (рис. 4), описание диаграммы деформирования принято по работе Н. И. Карпенко [2]:

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b^0 \cdot \nu_b}, \quad (2.1)$$

где  $\nu_b$  – коэффициент изменения секущего модуля бетона;  $\tilde{\nu}_b$  – значение коэффициента на начало разгрузки;  $E_b^0$  – начальный модуль упругости бетона [11].

Связь прочностных и деформативных свойств бетона отражается в диаграммах « $\varepsilon_b$ - $\sigma_b$ » на сжатие (рис. 4, а) и « $\varepsilon_{bt}$ - $\sigma_{bt}$ » на растяжение (рис. 4, б), которые строятся по результатам испытаний стандартных образцов на сжатие или растяжение при пропорциональном увеличении нагрузки ступенями до разрушения. В расчетах железобетонных конструкций с использованием диаграмм значения  $\sigma_b$  и  $\sigma_{bt}$  принимают равными нормативным значениям сопротивления бетона  $R_{b,n}$  и  $R_{bt,n}$ , а иногда и расчетным  $R_b$  и  $R_{bt}$  характеристикам бетона при сжатии и растяжении. Диаграммы сжатия и растяжения существенно отличаются своими параметрами: сопротивление бетона растяжению на порядок меньше чем на сжатие, а предельные деформации на сжатие  $\varepsilon_b$  в 15 раз превышают  $\varepsilon_{bt}$  на растяжение.

Деформативные свойства бетона характеризуются начальным модулем упругости  $E_b$ , который в нормативных документах назначается при классе бетона по прочности на сжатие, т.е. ставится в соответствие с нормативной прочностью бетона. Начальный модуль упругости тяжелого бетона (МПа):

$$E_b = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_{b,ei}} = 5,2 \cdot \frac{10^4 R}{18 + R}, \quad (2.2)$$

Модуль упругости бетона определяется при напряжениях  $\sigma_b=0,2\dots 0,3\sigma_b$  как тангенс угла наклона касательной к диаграмме из начала координат и характеризует только упругие свойства бетона.

К преимуществам данного вида моделирования повреждений можно отнести более точную информацию о прочностных характеристиках бетона по толщине, месте положения разнопрочных слоев и их границ.

Далее расчет для сечения железобетонного элемента с равномерными физико-механическими свойствами проводится по следующей методике.

Площадь сечения разбивается на отдельные участки, как правило, малых размеров по сравнению с исходными габаритами. В общем случае при разделении элементарные участки бетонной части сечения задают, как правило, прямоугольной или квадратной формы площадью  $A_{bi}$ . В частном случае, при действии изгибающего момента в одной из плоскостей симметрии сечения, рациональным является его разделение на элементарные полоски (рис. 5), что сокращает трудоемкость дискретизации сечения и уменьшает число слагаемых в разрешающих уравнениях. По этому же принципу в армировании выделяются отдельные стержни с индивидуальной площадью или группы стержней с суммарной площадью  $A_{sj}$  [23].

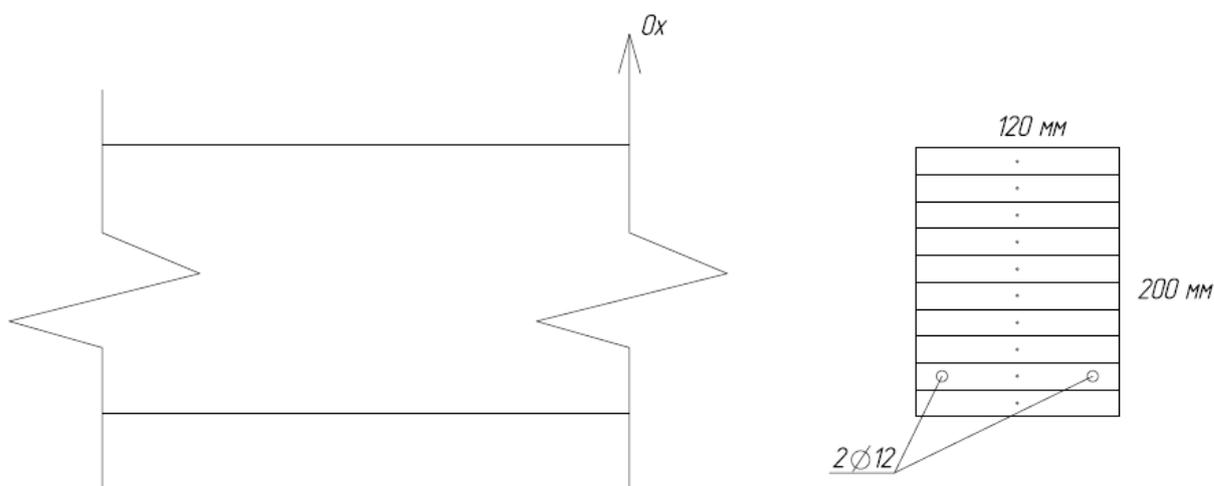


Рисунок 5 - Сечение, нормальное к продольной оси элемента при дискретизации на полоски с однородными свойствами бетона.

Для практической реализации деформационной модели используют следующие уравнения:

$$M_x = D_{11} \frac{1}{r_x} + D_{12} \varepsilon_0; \quad (2.3)$$

$$0 = D_{12} \frac{1}{r_x} + D_{22} \varepsilon_0, \quad (2.4)$$

где  $D_{jk}$  – жесткостные характеристики нормального сечения железобетонного элемента ( $j$  и  $k$  для рассматриваемого случая принимают значения 1, 2), определяемые по выражениям:

$$D_{11} = \sum_i A_{bi} z_{bi}^2 E_b \nu_{bi} + \sum_i A_{sj} z_{sj}^2 E_s \nu_{sj}; \quad (2.5)$$

$$D_{12} = \sum_i A_{bi} z_{bi} E_b \nu_{bi} + \sum_i A_{sj} z_{sj} E_s \nu_{sj}; \quad (2.6)$$

$$D_{22} = \sum_i A_{bi} E_b \nu_{bi} + \sum_i A_{sj} E_s \nu_{sj}. \quad (2.7)$$

Для проведения расчета методом последовательного приближения необходимо задать начальные значения коэффициентов изменения секущего модуля  $\nu_b=1$  и  $\nu_s=1$  для бетона и стальной арматуры соответственно.

Определяем параметры кривизны диаграммы для восходящей ветви:

$$\omega_1 = 2 - 2,5 \hat{\nu}_b; \quad (2.8)$$

где  $\hat{\nu}_b$  – коэффициент изменения секущего модуля бетона в вершине диаграммы.

$$\omega_2 = 1 - \omega_1; \quad (2.9)$$

При этом значение секущего модуля в вершине диаграммы  $\hat{\nu}_b$  выражается зависимостью:

$$\hat{\nu}_b = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_b^{\wedge} \cdot E_b^0}; \quad (2.10)$$

где  $\sigma_b$  - текущие значения напряжений,  $E_b^0$  - начальный модуль упругости бетона,  $\hat{\varepsilon}_b$  - относительные деформации в вершине диаграммы.

В общем случае коэффициент изменения секущего модуля  $\nu_b$ , может быть описан с использованием уровня относительных деформаций  $\eta_d$ :

$$\eta_d = \frac{\varepsilon_{bi}}{\hat{\varepsilon}_b}; \quad (2.11)$$

где  $\varepsilon_{bi}$  - текущее значение относительных деформаций  $i$ -того участка,  $\hat{\varepsilon}_b$  - относительные деформации в вершине диаграммы.

$$\varepsilon_{bi} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} \cdot x; \quad (2.12)$$

Значение коэффициента секущего модуля для  $i$ -того участка с площадью  $A_{bi}$  и текущим значением относительных деформаций  $\varepsilon_{bi}$  выражено следующим уравнением:

$$\hat{\nu}_{bi} = p + \sqrt{p^2 + s}; \quad (2.13)$$

где:

$$p = \frac{\hat{\nu}_b \left[ \hat{\nu}_b^2 - \omega_1 \eta_d^2 \left( \varepsilon_0 - \hat{\nu}_b \right) \right]}{2 \left[ \hat{\nu}_b^2 + \omega_2 \eta_d^2 \left( \varepsilon_0 - \hat{\nu}_b \right) \right]}; \quad (2.14)$$

$$s = \frac{\hat{\nu}_b^2 \left( \varepsilon_0^2 - 2\nu_0 \hat{\nu}_b \right)}{\hat{\nu}_b^2 + \omega_2 \eta_d^2 \left( \varepsilon_0 - \hat{\nu}_b \right)}; \quad (2.15)$$

Далее мы задаем необходимые расчетные параметры сечения железобетонного элемента: геометрические, физико-механические и прочностные характеристики.

Расчет прекращается при условии стабилизации деформаций, т.е. результаты расчета в  $k$ -ой и  $(k+1)$ -ой итерации отличаются на незначительную величину, заданную заранее. Цикл считается законченным, если выполняется условие:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon_{o,k-1} - \varepsilon_{o,k}}{\varepsilon_{o,k-1} + \varepsilon_{o,k}}^2 + \frac{\frac{I}{r_{k-1}} - \frac{I}{r_k}}{\frac{I}{r_{k-1}} + \frac{I}{r_k}}^2 \leq \Delta, \quad (2.16)$$

где  $\varepsilon_{o,k-1}$  и  $\varepsilon_{o,k}$  - деформации продольной оси Z на  $(k-1)$  и  $k$ -ой итерациях;

$\frac{I}{r_{k-1}}$  и  $\frac{I}{r_k}$  - кривизна продольной оси на  $(k-1)$  и  $k$ -ой итерациях.

Величина  $\Delta$  незначительна, и, в зависимости от требуемой точности, устанавливается в пределах  $10^{-3} \div 10^{-2}$ .

Задаем начальные параметры железобетонного сечения (табл. 2.1)

Таблица 2.1 – Параметры железобетонного сечения

№ п/п	Наименование	Значение	Ед. измерения
1	$M$	10	кН·м
2	$N$	0	кН
3	$R_b$	30	МПа
4	$E_s$	200000	МПа
5	$E_b$	30000	МПа
6	$\varepsilon_b$	$200 \cdot 10^{-5}$	-
7	$a$	0,2	м
8	$b$	0,12	м
9	$\varnothing$ арм.	0,012	м
10	$\nu_s$	1	-
11	$\nu_{b0}$	1	-
12	$\sigma_b$	30	МПа

В **первой итерации** определяем жесткостные характеристики нормального сечения железобетонного элемента, соблюдая привязку координаты геометрического центра тяжести относительно оси абсцисс:

$$D_{11} = \left[ \left( 0,02 \cdot 0,12 \right) \cdot 0,19^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ \left( 0,02 \cdot 0,12 \right) \cdot 0,17^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ \left( 0,02 \cdot 0,12 \right) \cdot 0,15^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ \left( 0,02 \cdot 0,12 \right) \cdot 0,13^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ \left( 0,02 \cdot 0,12 \right) \cdot 0,11^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ \left( 0,02 \cdot 0,12 \right) \cdot 0,09^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ \left( 0,02 \cdot 0,12 \right) \cdot 0,07^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ \left( 0,02 \cdot 0,12 \right) \cdot 0,05^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ \left( 0,02 \cdot 0,12 \right) \cdot 0,03^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ \left( 0,02 \cdot 0,12 \right) \cdot 0,01^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ \left( 0,006^2 \cdot \pi \right) \cdot 2 \cdot 0,036^2 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] = 9634629,687384$$

$$\begin{aligned}
D_{12} = D_{21} = & \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 0,19 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 0,17 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\
& + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 0,15 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 0,13 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\
& + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 0,11 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 0,09 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\
& + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 0,07 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 0,05 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\
& + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 0,03 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 0,01 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\
& + \left[ 0,006^2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 0,036 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] = -733571680263508
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{22} = & \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\
& + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\
& + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\
& + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\
& + \left[ 0,006^2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] = -7652389342116930
\end{aligned}$$

Решая систему уравнений (2.3) – (2.4) получаем общие деформации железобетонного элемента:

$$\varepsilon_{b0} = 0,0003683;$$

$$\frac{1}{r_x} = -0,0038425.$$

Далее определяем текущее значение относительных деформаций для каждого участка сечения, привязываясь к координате его геометрического центра тяжести:

$$\varepsilon_{b1} = 0,0003683 + (-0,0038425) \cdot 0,19 = -0,0003617,$$

$$\varepsilon_{b2} = 0,0003683 + (-0,0038425) \cdot 0,17 = -0,0002849$$

$$\varepsilon_{b3} = 0,0003683 + (-0,0038425) \cdot 0,15 = -0,0002080$$

$$\varepsilon_{b4} = 0,0003683 + (-0,0038425) \cdot 0,13 = -0,0001312$$

$$\varepsilon_{b5} = 0,0003683 + (-0,0038425) \cdot 0,11 = -0,0000543$$

$$\varepsilon_{b6} = 0,0003683 + (-0,0038425) \cdot 0,09 = 0,0000225$$

$$\varepsilon_{b7} = 0,0003683 + (-0,0038425) \cdot 0,07 = 0,0000994$$

$$\varepsilon_{b8} = 0,0003683 + (-0,0038425) \cdot 0,05 = 0,0001762$$

$$\varepsilon_{b9} = 0,0003683 + (-0,0038425) \cdot 0,03 = 0,0002531$$

$$\varepsilon_{b10} = 0,0003683 + (-0,0038425) \cdot 0,01 = 0,0003299$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,0003683 + (-0,0038425) \cdot 0,036 = 0,0002300.$$

Затем необходимо рассчитать значение уровня относительных деформаций и коэффициента секущего модуля для каждого  $i$ -того участка по (2.11), (2.13) - (2.14):

$$\eta_{d1} = \frac{-0,0003617}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,180862464;$$

$$p_1 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,180862464| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,180862464|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4623076$$

$$s_1 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,180862464|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$\nu_{b1} = 0,4623076 + \sqrt{0,4623076^2 + 0} = 0,9246153$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующей полоски:

$$\eta_{d2} = \frac{-0,0002849}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,142437589;$$

$$p_2 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,142437589| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,142437589|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4709045$$

$$s_2 = \frac{0,5^2 \left( \left( -2 \cdot 1 \cdot 0 \right) \right)}{0,5 + 0,25 \cdot \left| -0,14243758 \right|^2 \left( -0,5 \right)} = 0;$$

Таким образом:

$$v_{b2} = 0,4709045 + \sqrt{0,4709045^2 + 0} = 0,9418089$$

Для следующего участка сечения:

$$\eta_{d3} = \frac{-0,0002080}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,104012713;$$

$$p_3 = \frac{0,5 \left[ 0,5^2 - 0,75 \cdot \left| -0,104012713 \right| \left( -0,5 \right) \right]}{2 \left[ 0,5^2 + 0,25 \cdot \left| -0,104012713 \right|^2 \left( -0,5 \right) \right]} = 0,4792015$$

$$s_3 = \frac{0,5^2 \left( \left( -2 \cdot 1 \cdot 0 \right) \right)}{0,5 + 0,25 \cdot \left| -0,104012713 \right|^2 \left( -0,5 \right)} = 0;$$

Таким образом:

$$v_{b3} = 0,4792015 + \sqrt{0,4792015^2 + 0} = 0,9584031$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующей полоски:

$$\eta_{d4} = \frac{-0,0001312}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,065587888;$$

$$p_4 = \frac{0,5 \left[ 0,5^2 - 0,75 \cdot \left| -0,065587888 \right| \left( -0,5 \right) \right]}{2 \left[ 0,5^2 + 0,25 \cdot \left| -0,065587888 \right|^2 \left( -0,5 \right) \right]} = 0,4871783$$

$$s_4 = \frac{0,5^2 \left( \left( -2 \cdot 1 \cdot 0 \right) \right)}{0,5 + 0,25 \cdot \left| -0,065587888 \right|^2 \left( -0,5 \right)} = 0;$$

$$v_{b4} = 0,4871783 + \sqrt{0,4871783^2 + 0} = 0,9743567$$

Для следующего участка сечения:

$$\eta_{d5} = \frac{-0,0000543}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,027162963;$$

$$p_5 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,027162963| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,027162963|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4948157;$$

$$s_5 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,027162963|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b5} = 0,4948157 + \sqrt{0,4948157^2 + 0} = 0,9896313$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующего участка:

$$\eta_{d6} = \frac{0,0000225}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,01126192;$$

$$p_6 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,01126192| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,01126192|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4978726$$

$$s_6 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,01126192|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b6} = 0,4978726 + \sqrt{0,4978726^2 + 0} = 0,9957452$$

Далее для следующего участка:

$$\eta_{d7} = \frac{0,0000994}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,049686788;$$

$$p_7 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,049686788| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,049686788|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4903811$$

$$s_7 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,049686788|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b7} = 0,4903811 + \sqrt{0,4903811^2 + 0} = 0,9807621$$

Далее для следующей полоски:

$$\eta_{d8} = \frac{0,0001762}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,08811166;$$

$$p_8 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,08811166| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,08811166|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4825425$$

$$s_8 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,08811166|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b8} = 0,4825425 + \sqrt{0,4825425^2 + 0} = 0,9650850$$

Для следующей полоски:

$$\eta_{d9} = \frac{0,0002531}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,12653653;$$

$$p_9 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,12653653| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,12653653|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4743755$$

$$s_9 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,12653653|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b9} = 0,4743755 + \sqrt{0,4743755^2 + 0} = 0,9487511$$

Наконец, для последнего участка:

$$\eta_{d10} = \frac{0,0003299}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,16496144;$$

$$p_{10} = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,16496144| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,16496144|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4659002$$



$$\begin{aligned}
D_{22} &= \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9246153 + \\
&+ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9418089 + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9584031 + \\
&+ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9743567 + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9896313 + \\
&+ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9957452 + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9807621 + \\
&+ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9650850 + \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9487511 + \\
&+ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9318004 + \left[ 0,006^2 \cdot \pi \right] \cdot 2 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 + \\
&= -7372279870370310
\end{aligned}$$

Решая систему уравнений (2.3) – (2.4) получаем общие деформации железобетонного элемента:

$$\varepsilon_{b0} = 0,0003881;$$

$$\frac{1}{r_x} = -0,0040621.$$

Далее определяем текущее значение относительных деформаций для каждого участка сечения, привязываясь к координате его геометрического центра тяжести:

$$\varepsilon_{b1} = 0,0003881 + (-0,0040621) \cdot 0,19 = -0,0003837,$$

$$\varepsilon_{b2} = 0,0003881 + (-0,0040621) \cdot 0,17 = -0,0003025$$

$$\varepsilon_{b3} = 0,0003881 + (-0,0040621) \cdot 0,15 = -0,0002212$$

$$\varepsilon_{b4} = 0,0003881 + (-0,0040621) \cdot 0,13 = -0,0001400$$

$$\varepsilon_{b5} = 0,0003881 + (-0,0040621) \cdot 0,11 = -0,0000588$$

$$\varepsilon_{b6} = 0,0003881 + (-0,0040621) \cdot 0,09 = 0,0000225,$$

$$\varepsilon_{b7} = 0,0003881 + (-0,0040621) \cdot 0,07 = 0,0001037,$$

$$\varepsilon_{b8} = 0,0003881 + (-0,0040621) \cdot 0,05 = 0,0001850$$

$$\varepsilon_{b9} = 0,0003881 + (-0,0040621) \cdot 0,03 = 0,0002662$$

$$\varepsilon_{b10} = 0,0003881 + (-0,0040621) \cdot 0,01 = 0,0003475$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,0003881 + (-0,0040621) \cdot 0,036 = 0,0002418.$$

Затем необходимо рассчитать значение уровня относительных деформаций и коэффициента секущего модуля для каждого  $i$ -того участка по (2.11), (2.13) - (2.14):

$$\eta_{d1} = \frac{-0,0003837}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,191861295;$$

$$p_1 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,191861295| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,191861295|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4597947;$$

$$s_1 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,191861295|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$\nu_{b1} = 0,4597947 + \sqrt{0,4597947^2 + 0} = 0,9195893$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующей полоски:

$$\eta_{d2} = \frac{-0,0003025}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,15124001;$$

$$p_2 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,15124001| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,15124001|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4689608$$

$$s_2 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,15124001|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$\nu_{b2} = 0,4689608 + \sqrt{0,4689608^2 + 0} = 0,9379216$$

Для следующего участка сечения:

$$\eta_{d3} = \frac{-0,0002212}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,110618725;$$

$$p_3 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,110618725| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,110618725|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4777973$$

$$s_3 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,110618725|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$v_{b3} = 0,4777973 + \sqrt{0,4777973^2 + 0} = 0,9555947,$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующей полоски:

$$\eta_{d4} = \frac{-0,0001400}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,069997441;$$

$$p_4 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,069997441| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,069997441|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4862798$$

$$s_4 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,069997441|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b4} = 0,4862798 + \sqrt{0,4862798^2 + 0} = 0,9725597,$$

Для следующего участка сечения:

$$\eta_{d5} = \frac{-0,0000588}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,029376156;$$

$$p_5 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,029376156| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,029376156|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4943853$$

$$s_5 = \frac{0,5^2 \left( \left( -2 \cdot 1 \cdot 0 \right) \right)}{0,5 + 0,25 \cdot \left| -0,029376156 \right|^2 \left( -0,5 \right)} = 0;$$

$$v_{b5} = 0,4943853 + \sqrt{0,4943853^2 + 0} = 0,9887706$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующего участка:

$$\eta_{d6} = \frac{0,0000225}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,01124518;$$

$$p_6 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot \left| 0,01124518 \right| \left( -0,5 \right)}{2 \left[ 0,5^2 + 0,25 \cdot \left| 0,01124518 \right|^2 \left( -0,5 \right) \right]} = 0,4978758$$

$$s_6 = \frac{0,5^2 \left( \left( -2 \cdot 1 \cdot 0 \right) \right)}{0,5 + 0,25 \cdot \left| 0,01124518 \right|^2 \left( -0,5 \right)} = 0;$$

$$v_{b6} = 0,4978758 + \sqrt{0,4978758^2 + 0} = 0,9957516$$

Далее для следующего участка:

$$\eta_{d7} = \frac{0,0001037}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,05186643;$$

$$p_7 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot \left| 0,05186643 \right| \left( -0,5 \right)}{2 \left[ 0,5^2 + 0,25 \cdot \left| 0,05186643 \right|^2 \left( -0,5 \right) \right]} = 0,4899455$$

$$s_7 = \frac{0,5^2 \left( \left( -2 \cdot 1 \cdot 0 \right) \right)}{0,5 + 0,25 \cdot \left| 0,05186643 \right|^2 \left( -0,5 \right)} = 0;$$

$$v_{b7} = 0,4899455 + \sqrt{0,4899455^2 + 0} = 0,9798911$$

Далее для следующей полоски:

$$\eta_{d8} = \frac{0,0001850}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,092487698;$$

$$p_8 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,092487698| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,092487698|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4816286$$

$$s_8 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,092487698|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b8} = 0,4816286 + \sqrt{0,4816286^2 + 0} = 0,9632572$$

Для следующей полоски:

$$\eta_{d9} = \frac{0,0002662}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,13310898;$$

$$p_9 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,13310898| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,13310898|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4729471$$

$$s_9 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,13310898|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b9} = 0,4729471 + \sqrt{0,4729471^2 + 0} = 0,9458943$$

Наконец, для последнего участка:

$$\eta_{d10} = \frac{0,0003475}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,173730267;$$

$$p_{10} = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,173730267| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,173730267|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4639250$$

$$s_{10} = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,173730267|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b10} = 0,4639250 + \sqrt{0,4639250^2 + 0} = 0,9278500.$$

В третьей итерации определяем жесткостные характеристики нормального сечения железобетонного элемента, соблюдая привязку координаты геометрического центра тяжести относительно оси абсцисс:

$$\begin{aligned} D_{11} = & \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,19^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9195893 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,17^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9379216 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,15^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9555947 \right] \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,13^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9725597 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,11^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9887706 \right] \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,09^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9957516 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,07^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9798911 \right] \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,05^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9632572 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,03^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9458943 \right] \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,01^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9278500 \right] + \left[ \left[ 0,006^2 \cdot \pi \right] \cdot 2 \cdot 0,036^2 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\ = & -9161133,1232831 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{12} = D_{21} = & \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,19 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9195893 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,17 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9379216 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,15 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9555947 \right] \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,13 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9725597 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,11 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9887706 \right] \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,09 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9957516 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,07 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9798911 \right] \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,05 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9632572 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,03 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9458943 \right] \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,01 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9278500 \right] + \left[ \left[ 0,006^2 \cdot \pi \right] \cdot 2 \cdot 0,036 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\ = & -702419857798825 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{22} = & \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9195893 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9379216 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9555947 \right] \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9725597 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9887706 \right] \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9957516 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9798911 \right] \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9632572 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9458943 \right] \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9278500 \right] + \left[ \left[ 0,006^2 \cdot \pi \right] \cdot 2 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\ = & -7355087000535770 \end{aligned}$$

Решая систему уравнений (2.3) – (2.4) получаем общие деформации железобетонного элемента:

$$\varepsilon_{b0} = 0,0003893;$$

$$\frac{1}{r_x} = -0,0040767.$$

Далее определяем текущее значение относительных деформаций для каждого участка сечения, привязываясь к координате его геометрического центра тяжести:

$$\varepsilon_{b1} = 0,0003893 + (-0,0040767) \cdot 0,19 = -0,0003852$$

$$\varepsilon_{b2} = 0,0003893 + (-0,0040767) \cdot 0,17 = -0,0003037$$

$$\varepsilon_{b3} = 0,0003893 + (-0,0040767) \cdot 0,15 = -0,0002222$$

$$\varepsilon_{b4} = 0,0003893 + (-0,0040767) \cdot 0,13 = -0,0001406$$

$$\varepsilon_{b5} = 0,0003893 + (-0,0040767) \cdot 0,11 = -0,0000591$$

$$\varepsilon_{b6} = 0,0003893 + (-0,0040767) \cdot 0,09 = 0,0000224$$

$$\varepsilon_{b7} = 0,0003893 + (-0,0040767) \cdot 0,07 = 0,0001040$$

$$\varepsilon_{b8} = 0,0003893 + (-0,0040767) \cdot 0,05 = 0,0001855;$$

$$\varepsilon_{b9} = 0,0003893 + (-0,0040767) \cdot 0,03 = 0,0002670$$

$$\varepsilon_{b10} = 0,0003893 + (-0,0040767) \cdot 0,01 = 0,0003486$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,0003893 + (-0,0040767) \cdot 0,036 = 0,0002426.$$

Затем необходимо рассчитать значение уровня относительных деформаций и коэффициента секущего модуля для каждого  $i$ -того участка по (2.11), (2.13) - (2.14):

$$\eta_{d1} = \frac{-0,0003852}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,192623715;$$

$$p_1 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,19262375| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,19262375|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4596196$$

$$s_1 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,19262375|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$v_{b1} = 0,4596196 + \sqrt{0,4596196^2 + 0} = 0,9192393$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующей полоски:

$$\eta_{d2} = \frac{-0,0003037}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,15185626;$$

$$p_2 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,15185626| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,15185626|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4688241$$

$$s_2 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,15185626|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$v_{b2} = 0,4688241 + \sqrt{0,4688241^2 + 0} = 0,9376483$$

Для следующего участка сечения:

$$\eta_{d3} = \frac{-0,0002222}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,111088806;$$

$$p_3 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,111088806| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,111088806|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4776971$$

$$s_3 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,111088806|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$v_{b3} = 0,4776971 + \sqrt{0,4776971^2 + 0} = 0,9553941$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующей полоски:

$$\eta_{d4} = \frac{-0,0001406}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,070321351;$$

$$p_4 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,070321351| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,070321351|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4862137,$$

$$s_4 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,070321351|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b4} = 0,4862137 + \sqrt{0,4862137^2 + 0} = 0,9724273$$

Для следующего участка сечения:

$$\eta_{d5} = \frac{-0,0000591}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,029553897;$$

$$p_5 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,029553897| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,029553897|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4943507,$$

$$s_5 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,029553897|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b5} = 0,4943507 + \sqrt{0,4943507^2 + 0} = 0,9887014$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующего участка:

$$\eta_{d6} = \frac{0,0000224}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,01121358;$$

$$p_6 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,01121358| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,01121358|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4978818$$

$$s_6 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,01121358|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b6} = 0,4978818 + \sqrt{0,4978818^2 + 0} = 0,9957636$$

Далее для следующего участка:

$$\eta_{d7} = \frac{0,0001040}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,05198102;$$

$$p_7 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,05198102| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,05198102|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4899226$$

$$s_7 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,05198102|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b7} = 0,4899226 + \sqrt{0,4899226^2 + 0} = 0,9798452$$

Далее для следующей полоски:

$$\eta_{d8} = \frac{0,0001855}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,092748467;$$

$$p_8 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,092748467| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,092748467|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4815740$$

$$s_8 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,092748467|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b8} = 0,4815740 + \sqrt{0,4815740^2 + 0} = 0,9631480$$

Для следующей полосы:

$$\eta_{d9} = \frac{0,0002670}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,13351592;$$

$$p_9 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,13351592| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,13351592|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4728584$$

$$s_9 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,13351592|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b9} = 0,4728584 + \sqrt{0,4728584^2 + 0} = 0,9457168$$

Наконец, для последнего участка:

$$\eta_{d10} = \frac{0,0003486}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,17428337;$$

$$p_{10} = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,17428337| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,17428337|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4637999$$

$$s_{10} = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,17428337|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b10} = 0,4637999 + \sqrt{0,4637999^2 + 0} = 0,9275998.$$

В **четвертой итерации** определяем жесткостные характеристики нормального сечения железобетонного элемента, соблюдая привязку координаты геометрического центра тяжести относительно оси абсцисс:

$$\begin{aligned}
D_{11} = & \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,19^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9192393 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,17^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9376483 \right] \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,15^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9553941 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,13^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9724273 \right] \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,11^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9887014 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,09^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9957636 \right] \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,07^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9798452 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,05^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9631480 \right] \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,03^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9457168 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,01^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9275998 \right] \left[ \left[ 0,006^2 \cdot \pi \right] \cdot 2 \cdot 0,036^2 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\
= & -9159066,1622911
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{12} = D_{21} = & \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,19 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9192393 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,17^2 \cdot 30000 \cdot 10 \cdot 0,9376483 \right] \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,15 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9553941 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,13 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9724273 \right] \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,11 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9887014 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,09 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9957636 \right] \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,07 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9798452 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,05 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9631480 \right] \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,03 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9457168 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,01 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9275998 \right] \left[ \left[ 0,006^2 \cdot \pi \right] \cdot 2 \cdot 0,036 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\
= & -702287887461347
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{11} = & \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9192393 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9376483 \right] \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9553941 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9724273 \right] \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9887014 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9957636 \right] \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9798452 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9631480 \right] \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9457168 \right] \\
& + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9275998 \right] \left[ \left[ 0,006^2 \cdot \pi \right] \cdot 2 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] \\
= & -7353937756282490
\end{aligned}$$

Решая систему уравнений (2.3) – (2.4) получаем общие деформации железобетонного элемента:

$$\varepsilon_{b0} = 0,0003894;$$

$$\frac{1}{r_x} = -0,0040777.$$

Далее определяем текущее значение относительных деформаций для каждого участка сечения, привязываясь к координате его геометрического центра тяжести:

$$\varepsilon_{b1} = 0,0003894 + (-0,0040777) \cdot 0,19 = -0,0003854$$

$$\varepsilon_{b2} = 0,0003894 + (-0,0040777) \cdot 0,17 = -0,0003038$$

$$\varepsilon_{b3} = 0,0003894 + (-0,0040777) \cdot 0,15 = -0,0002222$$

$$\varepsilon_{b4} = 0,0003894 + (-0,0040777) \cdot 0,13 = -0,0001407$$

$$\varepsilon_{b5} = 0,0003894 + (-0,0040777) \cdot 0,11 = -0,0000591$$

$$\varepsilon_{b6} = 0,0003894 + (-0,0040777) \cdot 0,09 = 0,0000224$$

$$\varepsilon_{b7} = 0,0003894 + (-0,0040777) \cdot 0,07 = 0,0001040$$

$$\varepsilon_{b8} = 0,0003894 + (-0,0040777) \cdot 0,05 = 0,0001855;$$

$$\varepsilon_{b9} = 0,0003894 + (-0,0040777) \cdot 0,03 = 0,0002671$$

$$\varepsilon_{b10} = 0,0003894 + (-0,0040777) \cdot 0,01 = 0,0003486$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,0003894 + (-0,0040777) \cdot 0,036 = 0,0002426.$$

Затем необходимо рассчитать значение уровня относительных деформаций и коэффициента секущего модуля для каждого  $i$ -того участка по (2.11), (2.13) - (2.14):

$$\eta_{d1} = \frac{-0,0003854}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,19267658;$$

$$p_1 = \frac{0,5 \cdot \left[ 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,19267658| \cdot (-0,5) \right]}{2 \cdot \left[ 0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,19267658|^2 \cdot (-0,5) \right]} = 0,4596075$$

$$s_1 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,19267658|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$\nu_{b1} = 0,4596075 + \sqrt{0,4596075^2 + 0} = 0,9192150$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующей полоски:

$$\eta_{d2} = \frac{-0,0003038}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,151899231;$$

$$p_2 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,151899231| \cdot (-0,5)}{2 \cdot (0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,151899231|^2 \cdot (-0,5))} = 0,4688146$$

$$s_2 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,151899231|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$v_{b2} = 0,4688146 + \sqrt{0,4688146^2 + 0} = 0,9376292$$

Для следующего участка сечения:

$$\eta_{d3} = \frac{-0,0002222}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,111121894;$$

$$p_3 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,111121894| \cdot (-0,5)}{2 \cdot (0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,111121894|^2 \cdot (-0,5))} = 0,4776900$$

$$s_3 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,111121894|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$v_{b3} = 0,4776900 + \sqrt{0,4776900^2 + 0} = 0,9553800$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующей полоски:

$$\eta_{d4} = \frac{-0,0001407}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,07034457;$$

$$p_4 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,070344557| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,070344557|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4862089$$

$$s_4 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,070344557|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b4} = 0,4862089 + \sqrt{0,4862089^2 + 0} = 0,9724178$$

Для следующего участка сечения:

$$\eta_{d5} = \frac{-0,0000591}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,02956722;$$

$$p_5 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,02956722| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,02956722|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4943481$$

$$s_5 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,02956722|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b5} = 0,4943481 + \sqrt{0,4943481^2 + 0} = 0,9886962$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующего участка:

$$\eta_{d6} = \frac{0,0000224}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,01121017;$$

$$p_6 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,01121358| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,01121017|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4978825$$

$$s_6 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,01121017|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b6} = 0,4978825 + \sqrt{0,4978825^2 + 0} = 0,9957649$$

Далее для следующего участка:

$$\eta_{d7} = \frac{0,0001040}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,051987454;$$

$$p_7 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,051987454| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |0,051987454|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4899213$$

$$s_7 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,051987454|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b7} = 0,4899213 + \sqrt{0,4899213^2 + 0} = 0,9798427;$$

Далее для следующей полоски:

$$\eta_{d8} = \frac{0,0001855}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,092764791;$$

$$p_8 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,092764791| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |0,092764791|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4815706$$

$$s_8 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,092764791|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b8} = 0,4815706 + \sqrt{0,4815706^2 + 0} = 0,9631412$$

Для следующей полоски:

$$\eta_{d9} = \frac{0,0002671}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,133542127;$$

$$p_9 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,133542127| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |0,133542127|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4728527,$$

$$s_9 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,133542127|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b9} = 0,4728527 + \sqrt{0,4728527^2 + 0} = 0,9457054$$

Наконец, для последнего участка:

$$\eta_{d10} = \frac{0,0003486}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,174319464;$$

$$p_{10} = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,174319464| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |0,174319464|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4637918$$

$$s_{10} = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,174319464|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b10} = 0,4637918 + \sqrt{0,4637918^2 + 0} = 0,9275835.$$

В пятой итерации определяем жесткостные характеристики нормального сечения железобетонного элемента, соблюдая привязку координаты геометрического центра тяжести относительно оси абсцисс:

$$\begin{aligned} D_{11} = & \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,19^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9192393 \left[ \right] \\ + & \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,17^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9376483 \left[ \right] \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,15^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9553941 \left[ \right] \\ + & \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,13^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9724178 \left[ \right] \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,11^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9886962 \left[ \right] \\ + & \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,09^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9957649 \left[ \right] \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,07^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9798427 \left[ \right] \\ + & \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,05^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9631412 \left[ \right] \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,03^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9457054 \left[ \right] \\ + & \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,01^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9275835 \left[ \right] \left[ 0,006^2 \cdot \pi \right] \cdot 2 \cdot 0,036^2 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \left[ \right] \\ = & -9158922,289128 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{12} = D_{21} = & \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,19 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9192393 \left[ \right] \\ + & \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,17 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9376483 \left[ \right] \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,15 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9553941 \left[ \right] \\ + & \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,13 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9724178 \left[ \right] \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,11 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9886962 \left[ \right] \\ + & \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,09 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9957649 \left[ \right] \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,07 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9798427 \left[ \right] \\ + & \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,05 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9631412 \left[ \right] \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,03 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9457054 \left[ \right] \\ + & \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,01 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9275835 \left[ \right] \left[ 0,006^2 \cdot \pi \right] \cdot 2 \cdot 0,036 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \left[ \right] \\ = & -70227875,3937609 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{22} &= \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9192393 \left[ \right] \\
&+ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9376483 \left[ \right] \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9553941 \left[ \right] \\
&+ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9724178 \left[ \right] \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9886962 \left[ \right] \\
&+ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9957649 \left[ \right] \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9798427 \left[ \right] \\
&+ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9631412 \left[ \right] \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9457054 \left[ \right] \\
&+ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9275835 \left[ \right] \left[ 0,006^2 \cdot \pi \right] \cdot 2 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \left[ \right] \\
&= -7353860000470050
\end{aligned}$$

Решая систему уравнений (2.3) – (2.4) получаем общие деформации железобетонного элемента:

$$\varepsilon_{b0} = 0,0003894;$$

$$\frac{1}{r_x} = -0,0040778$$

Далее определяем текущее значение относительных деформаций для каждого участка сечения, привязываясь к координате его геометрического центра тяжести:

$$\varepsilon_{b1} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,19 = -0,0003854$$

$$\varepsilon_{b2} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,17 = -0,0003038$$

$$\varepsilon_{b3} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,15 = -0,0002222$$

$$\varepsilon_{b4} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,13 = -0,0001407$$

$$\varepsilon_{b5} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,11 = -0,0000591$$

$$\varepsilon_{b6} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,09 = 0,0000224$$

$$\varepsilon_{b7} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,07 = 0,0001040$$

$$\varepsilon_{b8} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,05 = 0,0001855;$$

$$\varepsilon_{b9} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,03 = 0,0002671$$

$$\varepsilon_{b10} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,01 = 0,0003486$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,036 = 0,0002426.$$

Затем необходимо рассчитать значение уровня относительных деформаций и коэффициента секущего модуля для каждого  $i$ -того участка по (2.11), (2.13) - (2.14):

$$\eta_{d1} = \frac{-0,0003854}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,192680215;$$

$$p_1 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,192680215| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,192680215|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4596067;$$

$$s_1 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,192680215|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$\nu_{b1} = 0,4596067 + \sqrt{0,4596067^2 + 0} = 0,9192133$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующей полоски:

$$\eta_{d2} = \frac{-0,0003038}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,151902207;$$

$$p_2 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,151902207| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,151902207|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4688140$$

$$s_2 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,151902207|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$\nu_{b2} = 0,4688140 + \sqrt{0,4688140^2 + 0} = 0,9376279$$

Для следующего участка сечения:

$$\eta_{d3} = \frac{-0,0002222}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,111124198;$$

$$p_3 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,111124198| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,111124198|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4776895$$

$$s_3 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,111124198|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$v_{b3} = 0,4776895 + \sqrt{0,4776895^2 + 0} = 0,9553790$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующей полоски:

$$\eta_{d4} = \frac{-0,0001407}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,070346189;$$

$$p_4 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,070346189| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,070346189|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4862086$$

$$s_4 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,070346189|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b4} = 0,4862086 + \sqrt{0,4862086^2 + 0} = 0,9724172$$

Для следующего участка сечения:

$$\eta_{d5} = \frac{-0,0000591}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,029568181;$$

$$p_5 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,029568181| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,029568181|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4943479$$

$$s_5 = \frac{0,5^2 \left( \left( -2 \cdot 1 \cdot 0 \right) \right)}{0,5 + 0,25 \cdot \left| -0,02956818 \right|^2 \left( -0,5 \right)} = 0;$$

$$v_{b5} = 0,4943479 + \sqrt{0,4943479^2 + 0} = 0,9886958$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующего участка:

$$\eta_{d6} = \frac{0,0000224}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,01120988;$$

$$p_6 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot \left| 0,01120988 \right| \left( -0,5 \right)}{2 \left[ 0,5^2 + 0,25 \cdot \left| 0,01120988 \right|^2 \left( -0,5 \right) \right]} = 0,4978825$$

$$s_6 = \frac{0,5^2 \left( \left( -2 \cdot 1 \cdot 0 \right) \right)}{0,5 + 0,25 \cdot \left| 0,01120988 \right|^2 \left( -0,5 \right)} = 0;$$

$$v_{b6} = 0,4978825 + \sqrt{0,4978825^2 + 0} = 0,9957650$$

Далее для следующего участка:

$$\eta_{d7} = \frac{0,0001040}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,051987837;$$

$$p_7 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot \left| 0,051987837 \right| \left( -0,5 \right)}{2 \left[ 0,5^2 + 0,25 \cdot \left| 0,051987837 \right|^2 \left( -0,5 \right) \right]} = 0,4899212$$

$$s_7 = \frac{0,5^2 \left( \left( -2 \cdot 1 \cdot 0 \right) \right)}{0,5 + 0,25 \cdot \left| 0,051987837 \right|^2 \left( -0,5 \right)} = 0;$$

$$v_{b7} = 0,4899212 + \sqrt{0,4899212^2 + 0} = 0,9798425$$

Далее для следующей полоски:

$$\eta_{d8} = \frac{0,0001855}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,092765845;$$

$$p_8 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,092765845| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,092765845|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4815704$$

$$s_8 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,092765845|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b8} = 0,4815704 + \sqrt{0,4815704^2 + 0} = 0,9631407;$$

Для следующей полоски:

$$\eta_{d9} = \frac{0,0002671}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,133543854;$$

$$p_9 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,133543854| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,133543854|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4728523$$

$$s_9 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,133543854|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b9} = 0,4728523 + \sqrt{0,4728523^2 + 0} = 0,9457046$$

Наконец, для последнего участка:

$$\eta_{d10} = \frac{0,0003486}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,174321862;$$

$$p_{10} = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,174321862| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,174321862|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4637912$$

$$s_{10} = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,174321862|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b10} = 0,4637912 + \sqrt{0,4637912^2 + 0} = 0,9275824.$$

В шестой итерации определяем жесткостные характеристики нормального сечения железобетонного элемента, соблюдая привязку координаты геометрического центра тяжести относительно оси абсцисс:

$$\begin{aligned} D_{11} = & \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,19^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9192133 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,17^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9376279 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,15^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9553790 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,13^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9724172 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,11^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9886958 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,09^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9957650 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,07^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9798425 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,05^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9631407 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,03^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9457046 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,01^2 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9275824 \right] + \left[ \left[ 0,006^2 \cdot \pi \right] \cdot 2 \cdot 0,036^2 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] = \\ & = -9158912,2702380 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{12} = D_{21} = & \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,19 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9192133 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,17 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9376279 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,15 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9553790 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,13 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9724172 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,11 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9886958 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,09 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9957650 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,07 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9798425 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,05 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9631407 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,03 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9457046 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 0,01 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9275824 \right] + \left[ \left[ 0,006^2 \cdot \pi \right] \cdot 2 \cdot 0,036 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] = \\ & = -702278124287808 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{22} = & \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9192133 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9376279 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9553790 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9724172 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9886958 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9957650 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9798425 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9631407 \right] + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9457046 \right] + \\ & + \left[ \left[ 0,02 \cdot 0,12 \right] \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9275824 \right] + \left[ \left[ 0,006^2 \cdot \pi \right] \cdot 2 \cdot 200000 \cdot 10^6 \cdot 1 \right] = \\ & = -7353854713294330 \end{aligned}$$

Решая систему уравнений (2.3) – (2.4) получаем общие деформации железобетонного элемента:

$$\varepsilon_{b0} = 0,0003894;$$

$$\frac{1}{r_x} = -0,0040778$$

Далее определяем текущее значение относительных деформаций для каждого участка сечения, привязываясь к координате его геометрического центра тяжести:

$$\varepsilon_{b1} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,19 = -0,0003854$$

$$\varepsilon_{b2} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,17 = -0,0003038$$

$$\varepsilon_{b3} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,15 = -0,0002222$$

$$\varepsilon_{b4} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,13 = -0,0001407$$

$$\varepsilon_{b5} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,11 = -0,0000591$$

$$\varepsilon_{b6} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,09 = 0,0000224$$

$$\varepsilon_{b7} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,07 = 0,0001040$$

$$\varepsilon_{b8} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,05 = 0,0001855;$$

$$\varepsilon_{b9} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,03 = 0,0002671$$

$$\varepsilon_{b10} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,01 = 0,0003486$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,0003894 + (-0,0040778) \cdot 0,036 = 0,0002426.$$

Затем необходимо рассчитать значение уровня относительных деформаций и коэффициента секущего модуля для каждого  $i$ -того участка по (2.11), (2.13) - (2.14):

$$\eta_{d1} = \frac{-0,0003854}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,192680466;$$

$$p_1 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,19268046| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,19268046|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4596066$$

$$s_1 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,19268046|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$v_{b1} = 0,4596066 + \sqrt{0,4596066^2 + 0} = 0,9192132$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующей полоски:

$$\eta_{d2} = \frac{-0,0003038}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,15190242;$$

$$p_2 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,15190242| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,15190242|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4688139$$

$$s_2 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,15190242|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$v_{b2} = 0,4688139 + \sqrt{0,4688139^2 + 0} = 0,9376278$$

Для следующего участка сечения:

$$\eta_{d3} = \frac{-0,0002222}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,11112437;$$

$$p_3 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,11112437| \cdot (-0,5)}{2 \cdot 0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,11112437|^2 \cdot (-0,5)} = 0,4776895$$

$$s_3 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,11112437|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

Таким образом:

$$v_{b3} = 0,4776895 + \sqrt{0,4776895^2 + 0} = 0,9553790$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующей полоски:

$$\eta_{d4} = \frac{-0,0001407}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,070346389;$$

$$p_4 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,070346389| \cdot (-0,5)}{2 \cdot (0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,070346389|^2 \cdot (-0,5))} = 0,4862086$$

$$s_4 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,070346389|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b4} = 0,4862086 + \sqrt{0,4862086^2 + 0} = 0,9724172$$

Для следующего участка сечения:

$$\eta_{d5} = \frac{-0,0000591}{200 \cdot 10^{-5}} = -0,029568249;$$

$$p_5 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |-0,029568249| \cdot (-0,5)}{2 \cdot (0,5^2 + 0,25 \cdot |-0,029568249|^2 \cdot (-0,5))} = 0,4943479$$

$$s_5 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |-0,029568249|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b5} = 0,4943479 + \sqrt{0,4943479^2 + 0} = 0,9886958$$

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм. Для следующего участка:

$$\eta_{d6} = \frac{0,0000224}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,011209806;$$

$$p_6 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,011209806| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,011209806|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4978825$$

$$s_6 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,011209806|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b6} = 0,4978825 + \sqrt{0,4978825^2 + 0} = 0,9957650$$

Далее для следующего участка:

$$\eta_{d7} = \frac{0,0001040}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,05198786$$

$$p_7 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,05198786| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,05198786|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4899212$$

$$s_7 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,05198786|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b7} = 0,4899212 + \sqrt{0,4899212^2 + 0} = 0,9798425$$

Далее для следующей полоски:

$$\eta_{d8} = \frac{0,0001855}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,092765915;$$

$$p_8 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,092765915| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,092765915|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4815704$$

$$s_8 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,092765915|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b8} = 0,4815704 + \sqrt{0,4815704^2 + 0} = 0,9631407$$

Для следующей полоски:

$$\eta_{d9} = \frac{0,0002671}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,13354399;$$

$$p_9 = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,13354399| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,13354399|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4728523$$

$$s_9 = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,13354399|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b9} = 0,4728523 + \sqrt{0,4728523^2 + 0} = 0,9457046$$

Наконец, для последнего участка:

$$\eta_{d10} = \frac{0,0003486}{200 \cdot 10^{-5}} = 0,17432204;$$

$$p_{10} = \frac{0,5 \cdot 0,5^2 - 0,75 \cdot |0,17432204| \cdot (-0,5)}{2 \cdot [0,5^2 + 0,25 \cdot |0,17432204|^2 \cdot (-0,5)]} = 0,4637912$$

$$s_{10} = \frac{0,5^2 \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 0)}{0,5 + 0,25 \cdot |0,17432204|^2 \cdot (-0,5)} = 0;$$

$$v_{b10} = 0,4637912 + \sqrt{0,4637912^2 + 0} = 0,9275824.$$

Заканчиваем расчет. На этапе шестой итерации произошло схождение результатов параметра коэффициента секущего модуля.

На основании полученных данных построим графики распределения деформаций по сечению (рис. 6).

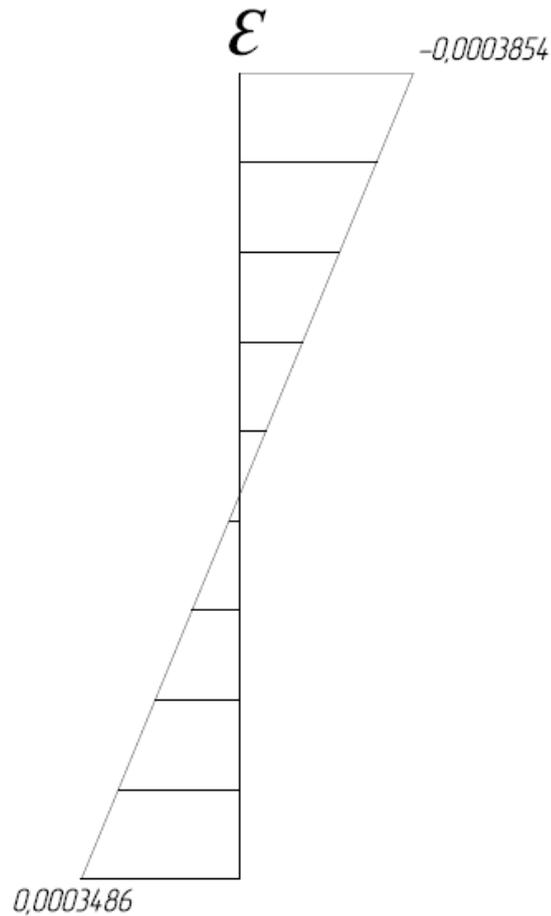


Рисунок 6 – График распределения деформаций по сечению.

Найдем значения напряжений для каждой полоски по выражению (2.17):

$$\sigma_{bi} = \varepsilon_{bi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi}; \quad (2.17)$$

Тогда:

$$\sigma_{b1} = -0,0003854 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9192132 = -1062686571;$$

$$\sigma_{b2} = -0,0003038 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9376278 = -8545675,539;$$

$$\sigma_{b3} = -0,0002222 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9553790 = -6369952,398;$$

$$\sigma_{b4} = -0,0001407 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9724171 = -4104356,919;$$

$$\sigma_{b5} = -0,0000591 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9886958 = -1754040,222;$$

$$\sigma_{b6} = 0,0000224 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9957650 = 669739,9696;$$

$$\sigma_{b7} = 0,0001040 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9798425 = 3056394,86;$$

$$\sigma_{b8} = 0,0001855 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9631407 = 5360797,69;$$

$$\sigma_{b9} = 0,0002671 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9457046 = 7577588,67;$$

$$\sigma_{b10} = 0,0003486 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9275824 = 9701882,036;$$

Исходя из полученных данных, построим график распределения напряжений (рис. 7):

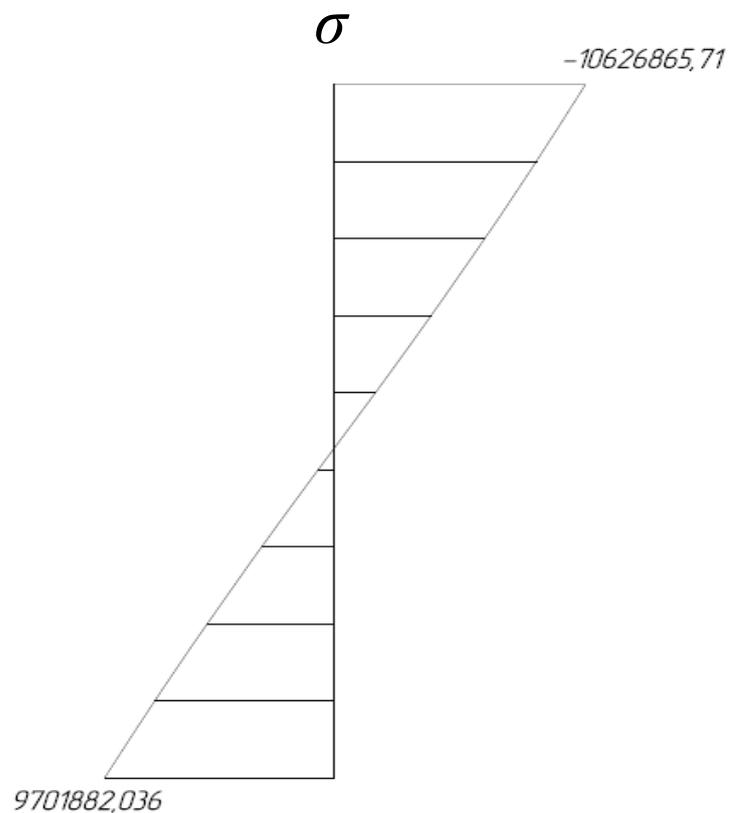


Рисунок 7 – График распределения напряжений по сечению.

## **Выводы по Главе 2**

Методика оценки прочностных и жесткостных параметров железобетонных элементов в условиях сложившихся внешних воздействий разработана на основе известной деформационной модели расчета железобетонных элементов. Во второй главе приведен алгоритм расчета железобетонного элемента с однородными прочностными и деформативными свойствами бетона по сечению, нормальному к продольной оси элемента. Развитие деформационной модели для рассматриваемого случая выполнено при сохранении основополагающих предпосылок и допущений. Установлено, что наиболее оптимальный вариант расчета железобетонного элемента с использованием деформационной модели базируется на реализации итерационного процесса с последовательным уточнением коэффициентов упругопластических деформаций бетона и арматуры в вычислительных циклах. Произведен расчет, на основании полученных данных построены графики распределения напряжений и деформаций.

### **Глава 3 Методика расчета железобетонного сечения с неоднородными физико-механическими характеристиками**

При проведении работ по обследованию «зданий и сооружений часто встречаются железобетонные элементы с различной прочностью слоев бетона. Условия эксплуатации реальных конструкций зачастую отличаются от лабораторных, так как конструкция может быть подвержена агрессивному воздействию нескольких реагентов» [24, 25], «фактические температурно-влажностные условия могут отличаться от принятых в расчете. Ошибки при прогнозировании коррозионных процессов в железобетонных конструкциях могут привести к снижению точности расчетов, а в некоторых случаях и переоценке их несущей способности. Вопрос расчета конструкций с нарушенной прочностью сжатого бетона, в связи с его актуальностью, в последние годы рассматривается многими российскими и зарубежными исследователями. Однако задача этих исследований, как правило, заключается в разработке упрощенного инженерного метода расчета. В связи с этим остаются достаточно большие расхождения между теорией и экспериментом. В то же время комплексный подход к более точному определению границ разнопрочных слоев по высоте сечения и применение более близких к реальным моделей деформирования бетонов позволяют существенно сократить расхождения между экспериментальными и теоретическими данными. Такой подход является весьма актуальной задачей, особенно при ориентировании строительной отрасли на капитальный ремонт и реконструкцию эксплуатируемых домов.

Изменение прочности слоев бетона может быть вызвано технологическими факторами, либо механическими или коррозионными повреждениями» [24, 25]. Так, например, «при воздействии агрессивных сред на железобетонные конструкции наблюдается коррозионное повреждение бетона, которое характеризуется снижением прочности

бетона и глубиной поражения по толщине конструкции» [27], а усадочные микротрещины со временем развиваются в полноценные, способные нарушить работу конструкции. Наиболее часто среди отмеченных элементов встречаются изгибаемые конструкции [15, 16].

Прочностные и деформативные параметры бетона и арматуры при проектировании железобетонных конструкций принимаются на основании назначаемых классов материалов и считаются постоянными по сечению элемента и неизменными в период всего срока эксплуатации объекта. В действительности свойства бетона распределяются неравномерно по сечению, что обусловлено совокупностью влияния условий твердения и набора прочности бетона, особенностями внешних воздействий несилового и силового характера и т.д. Практически во всех случаях можно констатировать переменные свойства бетона по сечению.

В целом разработка способа учета действующих напряжений в материалах строительных конструкций при эксплуатации и методики оценки неравномерных свойств бетона по сечению способствует развитию методов расчета и обеспечению безопасности эксплуатации.

Известно, что при действии изгибающего момента в одной из плоскостей симметрии разбиение нормального сечения на участки бетона малой величины сводится к выделению элементарных полосок. В случае расчета железобетонных элементов с переменными свойствами бетона, изменяющимися по некоторой зависимости от крайних волокон к глубинным слоям, даже при действии изгибающего момента в одной плоскости требуется разбиение сечения на элементарные участки малой величины для дифференцированного учета прочностных и деформативных параметров бетона. Степень детализации, размеры и положение элементарных участков в данном случае определяются преимущественно параметрами неоднородности свойств [16] (рис. 8).

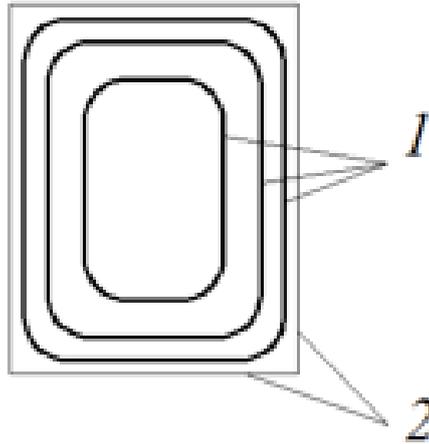


Рисунок 8 - Сечение, нормальное к продольной оси элемента с отображением изолиниями 1 характера распределения неоднородных физико-механических свойств в пределах границ сечения 2.

Количество элементарных участков бетона  $i$  и арматуры  $j$  определяется проектировщиком или заранее закладывается в вычислительные комплексы САПР при программировании расчета. Разбиение сечения с высокой степенью дискретизации, как правило, рационально при значительных градиентах деформаций по бетону сечения, а также при существенной неоднородности физико-механических характеристик бетона. Исходные зависимости (2.3) — (2.7) предусматривают постоянные по сечению и неизменные во времени деформативные характеристики бетона, определяемые начальным модулем упругости  $E_b$  и заданной зависимостью «напряжения-деформации». В действительности физико-механические показатели бетона изменяются во времени и могут характеризоваться увеличением или уменьшением значений показателей, определяющих жесткостные параметры элемента по сечению, нормальному к продольной оси элемента. При благоприятных условиях твердения, набора прочности и эксплуатации временное сопротивление бетона сжатию и начальный модуль упругости бетона увеличивается. При неблагоприятных внешних условиях (низкая влажность воздуха при изготовлении железобетонных элементов,

агрессивные воздействия окружающей среды, коррозия бетона различного происхождения и другие воздействия силового и несилового характера) физико-механические показатели бетона снижаются[5, 23].

Как правило, во всех случаях отмечается неравномерное распределение свойств бетона по сечению, интенсивность которого зависит от характера и степени воздействия. Зависимости (2.3) — (2.7) не предусматривают возможности учета переменных начальных модулей упругости бетона по нормальному сечению, что при существенных снижениях исходных показателей может привести к переоценке железобетонного элемента по прочности, жесткости и трещиностойкости. При этом выражения для численной оценки жесткостных характеристик являются физически понятными и обладают гибкостью к трансформации математической записи. Если по глубине сечения, нормального к продольной оси элемента, установить закономерности изменения прочностных и деформативных свойств, а в записях формул (1.9) — (2.1) заменить  $E_b$  на  $E_{bi}$ , то можно получить выражения, обеспечивающие возможность расчета железобетонных элементов с дифференцированной оценкой прочностных и деформативных свойств бетона в каждом отдельном элементарном участке сечения. Бетон поверхностных слоев конструкции, непосредственно контактирующий с окружающей средой, в большей степени подвергается внешнему воздействию и имеет наибольшую степень отклонения физико-механических параметров бетона от проектных (или начальных) значений. Ближе к центру сечения прочностные и деформативные параметры бетона практически одинаковые и существенно не отличаются по величине (рис. 8). При разбиении нормального сечения на элементарные участки данную особенность необходимо учитывать для оптимизации процедуры дискретизации. В случае действия изгибающего момента в одной из плоскостей симметрии рассчитываемого сечения разбиение рекомендуется выполнять таким образом, чтобы максимально дифференцировать учет зон сечения с

неоднородными прочностными и деформативными свойствами бетона по толщине элемента при минимальном числе участков разбиения[23] (рис. 9).

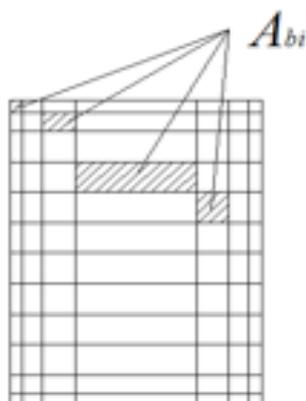


Рисунок 9 - Сечение, нормальное к продольной оси элемента при разбиении с неоднородными свойствами бетона.

В качестве расчетного параметра начального модуля упругости бетона  $E_{bi}$  в пределах элементарного участка  $A_{bi}$  может быть принято значение на уровне его центра тяжести. С некоторым запасом также возможно задание этой величины по минимальному значению на границе выделяемого участка[23].

Приобретенная неоднородность деформативных свойств бетона в конечном итоге сказывается на увеличении общих деформаций элемента с одновременным ростом деформаций (и напряжений) отдельных участков сечения. Уменьшение прочностных свойств бетона на поверхности конструкции отражается на перераспределении напряжений и приводит к смещению результирующего усилия вглубь сечения, что влияет на расчетную величину несущей способности[23].

Далее расчет для сечения железобетонного элемента с неоднородными физико-механическими свойствами проводится по следующему алгоритму.

Площадь сечения разбивается на отдельные участки, как правило, малых размеров по сравнению с исходными габаритами. Для

поверхностных зон сечения с высоким градиентом изменения исходных параметров бетона выделяемые участки должны иметь минимальную площадь. Ближе к центру сечения допускается увеличивать размеры элементарных участков с незначительным или отсутствующим изменением пара метров по их площади. Участки бетонной части сечения задают, как правило, прямоугольной или квадратной формы площадью  $A_{bi}$ . По этому же принципу в армировании выделяются отдельные стержни с индивидуальной площадью или группы стержней с суммарной площадью  $A_{sj}$  [23]. Схема разбиения сечения на полосы для расчета железобетонного элемента с неоднородными физико-механическими свойствами показана на рисунке 10.

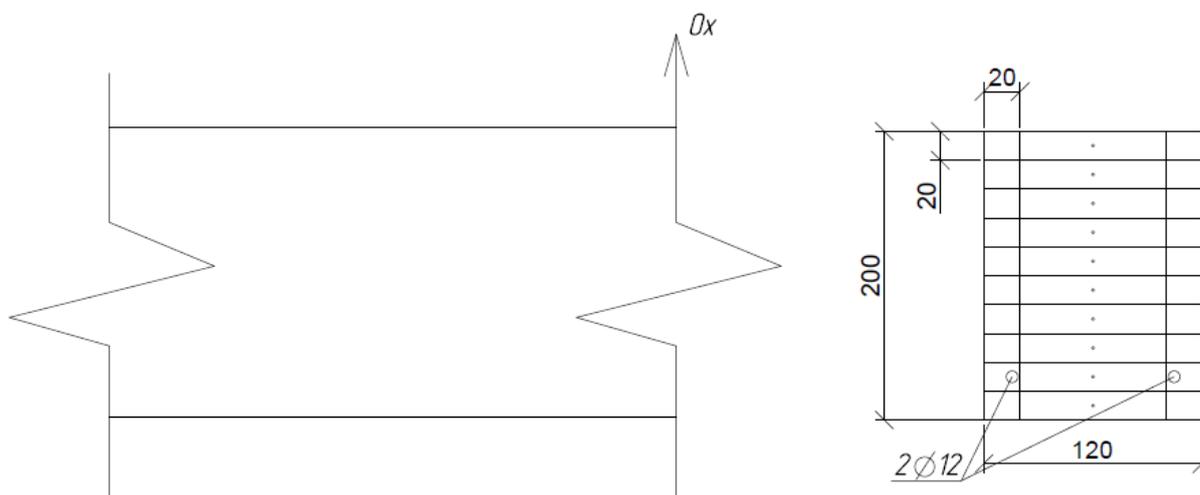


Рисунок 10 – Расчетное сечение, нормальное к продольной оси элемента при дискретизации на полосы с неоднородными свойствами бетона.

Для каждого участка задаются необходимые расчетные параметры сечения железобетонного элемента: геометрические, физико-механические и прочностные характеристики. В расчете мы будем моделировать коррозионное повреждение верхних слоев бетонного элемента путем снижения модуля упругости бетона  $E_b$ . Так как повреждение верхних слоев за период эксплуатации существенно больше, то определяем процент уменьшения от общего значения модуля упругости бетона следующим образом: модуль первой верхней полосы будет равен  $0,8E_b$ , модуль

второй верхней полосы будет равен  $0,9E_b$ , а так же крайние малые площади третьей полосы имеют значение модуля упругости бетона, равного  $0,9E_b$ . Сечение представим в виде матрицы (рис. 11) с обозначениями участков «n.m», где n – номер полосы по вертикали, m – по горизонтали. Координаты указаны для геометрического центра тяжести каждой полосы n относительно заданной оси абсцисс.

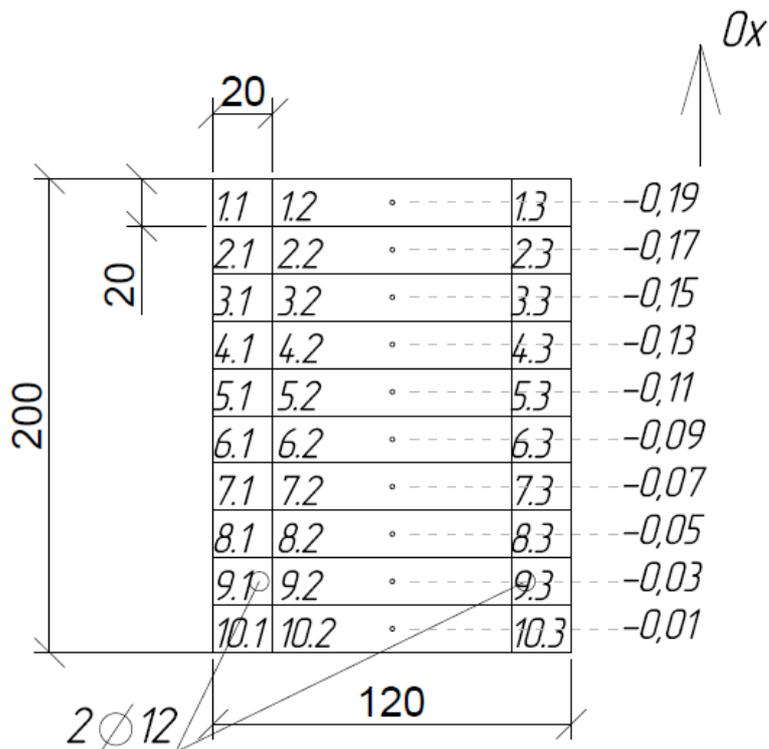


Рисунок 11 – Матрица сечения.

Дальнейшие расчеты будем проводить в табличной форме с использованием табличного процессора MS EXCEL. Выбор данной программы обоснован наличием в ней большого числа внутренних формул которые в значительной мере позволяют упростить выполнение расчетов.

В **первой итерации** определяем жесткостные характеристики нормального сечения железобетонного элемента, соблюдая привязку координаты геометрического центра тяжести относительно оси абсцисс, применяя для каждого участка свой модуль упругости бетона  $E_b$  согласно алгоритму Главы 2.

Участки матрицы 1.1-1.3, 2.1, 2.3 обладают характеристиками модуля упругости бетона равными  $0,8E_b$ , участки матрицы 2.2, 3.1, 3.3, 10.1-10.3 обладают характеристиками модуля упругости бетона равными  $0,9E_b$ , остальные участки матрицы обладают начальным модулем упругости бетона  $E_b$ .

Решая систему уравнений (2.3) – (2.4) получаем общие деформации железобетонного элемента и кривизну:

$$\varepsilon_{b0} = 0,0004120;$$

$$\frac{1}{r_x} = -0,0044014$$

Далее определяем текущее значение относительных деформаций для каждого участка сечения, привязываясь к координате его геометрического центра тяжести:

$$\varepsilon_{b1} = 0,0004120 + (-0,0044014) \cdot 0,19 = -0,0004243$$

$$\varepsilon_{b2} = 0,0004120 + (-0,0044014) \cdot 0,17 = -0,000332$$

$$\varepsilon_{b3} = 0,0004120 + (-0,0044014) \cdot 0,15 = -0,0002482$$

$$\varepsilon_{b4} = 0,0004120 + (-0,0044014) \cdot 0,13 = -0,0001602$$

$$\varepsilon_{b5} = 0,0004120 + (-0,0044014) \cdot 0,11 = -0,0000721$$

$$\varepsilon_{b6} = 0,0004120 + (-0,0044014) \cdot 0,09 = 0,0000159$$

$$\varepsilon_{b7} = 0,0004120 + (-0,0044014) \cdot 0,07 = 0,0001039$$

$$\varepsilon_{b8} = 0,0004120 + (-0,0044014) \cdot 0,05 = 0,0001919$$

$$\varepsilon_{b9} = 0,0004120 + (-0,0044014) \cdot 0,03 = 0,0002800$$

$$\varepsilon_{b10} = 0,0004120 + (-0,0044014) \cdot 0,01 = 0,0003680$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,0004120 + (-0,0044014) \cdot 0,036 = 0,0002536.$$

Затем необходимо рассчитать значение уровня относительных деформаций и коэффициента секущего модуля для каждого  $i$ -того участка по (2.11), (2.13) - (2.14).

Продолжаем уточнять коэффициент секущего модуля для каждого участка сечения, повторяя алгоритм.

Во **второй итерации** определяем жесткостные характеристики нормального сечения железобетонного элемента, соблюдая привязку координаты геометрического центра тяжести относительно оси абсцисс, применяя для каждого участка свой модуль упругости бетона  $E_b$ .

Решая систему уравнений (2.3) – (2.4) получаем общие деформации железобетонного элемента и кривизну:

$$\varepsilon_{b0} = 0,0004300;$$

$$\frac{1}{r_x} = -0,0045936$$

Далее определяем текущее значение относительных деформаций для каждого участка сечения, привязываясь к координате его геометрического центра тяжести:

$$\varepsilon_{b1} = 0,0004300 + (-0,0045936) \cdot 0,19 = -0,0004608$$

$$\varepsilon_{b2} = 0,0004300 + (-0,0045936) \cdot 0,17 = -0,0003509$$

$$\varepsilon_{b3} = 0,0004300 + (-0,0045936) \cdot 0,15 = -0,0002591$$

$$\varepsilon_{b4} = 0,0004300 + (-0,0045936) \cdot 0,13 = -0,0001672$$

$$\varepsilon_{b5} = 0,0004300 + (-0,0045936) \cdot 0,11 = -0,0000753$$

$$\varepsilon_{b6} = 0,0004300 + (-0,0045936) \cdot 0,09 = 0,0000166$$

$$\varepsilon_{b7} = 0,0004300 + (-0,0045936) \cdot 0,07 = 0,0001084$$

$$\varepsilon_{b8} = 0,0004300 + (-0,0045936) \cdot 0,05 = 0,0002003$$

$$\varepsilon_{b9} = 0,0004300 + (-0,0045936) \cdot 0,03 = 0,0002922$$

$$\varepsilon_{b10} = 0,0004300 + (-0,0045936) \cdot 0,01 = 0,0003840$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,0004300 + (-0,0045936) \cdot 0,036 = 0,0002646.$$

Затем необходимо рассчитать значение уровня относительных деформаций и коэффициента секущего модуля для каждого  $i$ -того участка по (2.11), (2.13) - (2.14).

Для **третьей итерации** определяем жесткостные характеристики нормального сечения железобетонного элемента, соблюдая привязку координаты геометрического центра тяжести относительно оси абсцисс, применяя для каждого участка свой модуль упругости бетона  $E_b$ .

Решая систему уравнений (2.3) – (2.4) получаем общие деформации железобетонного элемента и кривизну:

$$\varepsilon_{b0} = 0,0004311;$$

$$\frac{1}{r_x} = -0,004606.$$

Далее определяем текущее значение относительных деформаций для каждого участка сечения, привязываясь к координате его геометрического центра тяжести:

$$\varepsilon_{b1} = 0,0004311 + (-0,004606) \cdot 0,19 = -0,0004631$$

$$\varepsilon_{b2} = 0,0004311 + (-0,004606) \cdot 0,17 = -0,0003520$$

$$\varepsilon_{b3} = 0,0004311 + (-0,004606) \cdot 0,15 = -0,0002598$$

$$\varepsilon_{b4} = 0,0004311 + (-0,004606) \cdot 0,13 = -0,0001677,$$

$$\varepsilon_{b5} = 0,0004311 + (-0,004606) \cdot 0,11 = -0,0000756$$

$$\varepsilon_{b6} = 0,0004311 + (-0,004606) \cdot 0,09 = 0,0000165$$

$$\varepsilon_{b7} = 0,0004311 + (-0,004606) \cdot 0,07 = 0,0001086$$

$$\varepsilon_{b8} = 0,0004311 + (-0,004606) \cdot 0,05 = 0,0002008$$

$$\varepsilon_{b9} = 0,0004311 + (-0,004606) \cdot 0,03 = 0,0002929$$

$$\varepsilon_{b10} = 0,0004311 + (-0,004606) \cdot 0,01 = 0,0003850$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,0004311 + (-0,004606) \cdot 0,036 = 0,0002652.$$

Затем необходимо рассчитать значение уровня относительных деформаций и коэффициента секущего модуля для каждого  $i$ -того участка по (2.11), (2.13) - (2.14).

Для **четвертой итерации** определяем жесткостные характеристики нормального сечения железобетонного элемента, соблюдая привязку координаты геометрического центра тяжести относительно оси абсцисс, применяя для каждого участка свой модуль упругости бетона  $E_b$ .

Решая систему уравнений (2.3) – (2.4) получаем общие деформации железобетонного элемента и кривизну:

$$\varepsilon_{b0} = 0,0004311;$$

$$\frac{1}{r_x} = -0,0046068$$

Далее определяем текущее значение относительных деформаций для каждого участка сечения, привязываясь к координате его геометрического центра тяжести:

$$\varepsilon_{b1} = 0,0004311 + (-0,0046068) \cdot 0,19 = -0,0004633$$

$$\varepsilon_{b2} = 0,0004311 + (-0,0046068) \cdot 0,17 = -0,0003520$$

$$\varepsilon_{b3} = 0,0004311 + (-0,0046068) \cdot 0,15 = -0,0002599$$

$$\varepsilon_{b4} = 0,0004311 + (-0,0046068) \cdot 0,13 = -0,0001678$$

$$\varepsilon_{b5} = 0,0004311 + (-0,0046068) \cdot 0,11 = -0,0000756$$

$$\varepsilon_{b6} = 0,0004311 + (-0,0046068) \cdot 0,09 = 0,0000165$$

$$\varepsilon_{b7} = 0,0004311 + (-0,0046068) \cdot 0,07 = 0,0001086$$

$$\varepsilon_{b8} = 0,0004311 + (-0,0046068) \cdot 0,05 = 0,0002008$$

$$\varepsilon_{b9} = 0,0004311 + (-0,0046068) \cdot 0,03 = 0,0002929$$

$$\varepsilon_{b10} = 0,0004311 + (-0,0046068) \cdot 0,01 = 0,0003851$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,0004311 + (-0,0046068) \cdot 0,036 = 0,0002653.$$

Затем необходимо рассчитать значение уровня относительных деформаций и коэффициента секущего модуля для каждого  $i$ -того участка по (2.11), (2.13) - (2.14).

В **пятой итерации** определяем жесткостные характеристики нормального сечения железобетонного элемента, соблюдая привязку координаты геометрического центра тяжести относительно оси абсцисс, применяя для каждого участка свой модуль упругости бетона  $E_b$ .

Решая систему уравнений (2.3) – (2.4) получаем общие деформации железобетонного элемента и кривизну:

$$\varepsilon_{b0} = 0,0004311;$$

$$\frac{1}{r_x} = -0,0046069$$

Далее определяем текущее значение относительных деформаций для каждого участка сечения, привязываясь к координате его геометрического центра тяжести:

$$\varepsilon_{b1} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,19 = -0,0004633$$

$$\varepsilon_{b2} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,17 = -0,0003520$$

$$\varepsilon_{b3} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,15 = -0,0002599$$

$$\varepsilon_{b4} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,13 = -0,0001678$$

$$\varepsilon_{b5} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,11 = -0,0000756$$

$$\varepsilon_{b6} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,09 = 0,0000165$$

$$\varepsilon_{b7} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,07 = 0,0001086$$

$$\varepsilon_{b8} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,05 = 0,0002008$$

$$\varepsilon_{b9} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,03 = 0,0002929$$

$$\varepsilon_{b10} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,01 = 0,0003851$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,036 = 0,0002653.$$

Затем необходимо рассчитать значение уровня относительных деформаций и коэффициента секущего модуля для каждого  $i$ -того участка по (2.11), (2.13) - (2.14).

**В шестой итерации** определяем жесткостные характеристики нормального сечения железобетонного элемента, соблюдая привязку

координаты геометрического центра тяжести относительно оси абсцисс, применяя для каждого участка свой модуль упругости бетона  $E_b$ .

Решая систему уравнений (2.3) – (2.4) получаем общие деформации железобетонного элемента и кривизну:

$$\varepsilon_{b0} = 0,0004311;$$

$$\frac{1}{r_x} = -0,0046069$$

Далее определяем текущее значение относительных деформаций для каждого участка сечения, привязываясь к координате его геометрического центра тяжести:

$$\varepsilon_{b1} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,19 = -0,0004633$$

$$\varepsilon_{b2} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,17 = -0,0003520$$

$$\varepsilon_{b3} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,15 = -0,0002599$$

$$\varepsilon_{b4} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,13 = -0,0001678$$

$$\varepsilon_{b5} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,11 = -0,0000756$$

$$\varepsilon_{b6} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,09 = 0,0000165$$

$$\varepsilon_{b7} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,07 = 0,0001086$$

$$\varepsilon_{b8} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,05 = 0,0002008$$

$$\varepsilon_{b9} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,03 = 0,0002929$$

$$\varepsilon_{b10} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,01 = 0,0003851$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,036 = 0,0002653.$$

Затем необходимо рассчитать значение уровня относительных деформаций и коэффициента секущего модуля для каждого  $i$ -того участка по (2.11), (2.13) - (2.14).

В последней, **седьмой итерации** определяем жесткостные характеристики нормального сечения железобетонного элемента, соблюдая привязку координаты геометрического центра тяжести относительно оси абсцисс, применяя для каждого участка свой модуль упругости бетона  $E_b$ .

Решая систему уравнений (2.3) – (2.4) получаем общие деформации железобетонного элемента и кривизну:

$$\varepsilon_{b0} = 0,0004311;$$

$$\frac{1}{r_x} = -0,0046069$$

Далее определяем текущее значение относительных деформаций для каждого участка сечения, привязываясь к координате его геометрического центра тяжести:

$$\varepsilon_{b1} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,19 = -0,0004633$$

$$\varepsilon_{b2} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,17 = -0,000352$$

$$\varepsilon_{b3} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,15 = -0,0002599$$

$$\varepsilon_{b4} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,13 = -0,0001678$$

$$\varepsilon_{b5} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,11 = -0,0000756$$

$$\varepsilon_{b6} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,09 = 0,0000165$$

$$\varepsilon_{b7} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,07 = 0,0001086$$

$$\varepsilon_{b8} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,05 = 0,0002008$$

$$\varepsilon_{b9} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,03 = 0,0002929$$

$$\varepsilon_{b10} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,01 = 0,0003851$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,0004311 + (-0,0046069) \cdot 0,036 = 0,0002653.$$

Затем необходимо рассчитать значение уровня относительных деформаций и коэффициента секущего модуля для каждого  $i$ -того участка по (2.11), (2.13) - (2.14).

В таблице 3.1 представлены результаты расчетов для первой и последней итерации.

Таблица 3.1 – Результаты расчета коэффициентов секущего модуля для первой и итоговой итерации.

Параметр	№ итерации	
	1	7
$D_{11}$	-8577909,6587384	-8264547,2545297
$D_{12}=D_{21}$	-67364601,6316209	-65117157,7373853
$D_{22}$	-719638934,2116930	-695819969,2704670
$\varepsilon_0$	0,0004120	0,0004311
$1/r$	-0,0044014	-0,0046069
$\varepsilon_{b1}$	-0,0004243	-0,0004633
$\varepsilon_{b2}$	-0,0003362	-0,0003520
$\varepsilon_{b3}$	-0,0002482	-0,0002599
$\varepsilon_{b4}$	-0,0001602	-0,0001678
$\varepsilon_{b5}$	-0,0000721	-0,0000756
$\varepsilon_{b6}$	0,0000159	0,0000165
$\varepsilon_{b7}$	0,0001039	0,0001086
$\varepsilon_{b8}$	0,0001919	0,0002008
$\varepsilon_{b9}$	0,0002800	0,0002929
$\varepsilon_{b10}$	0,0003680	0,0003851

$\epsilon_{S_1}$	0,0002536	0,0002653
$\eta_{1.1}$	-0,212129809	-0,231646765
$p_{1.1}$	0,6090098	0,6080578
$s_{1.1}$	-0,247742494	-0,247742494
$v_{b1.1}$	0,9599376	0,9573311
$\eta_{1.2}$	-0,2121298	-0,2316468
$p_{1.2}$	0,6090098	0,6070028
$s_{1.2}$	-0,247742494	-0,247312652
$v_{b1.2}$	0,9599376	0,9550542
$\eta_{1.3}$	-0,2121298	-0,2316468
$p_{1.3}$	0,6090098	0,6070028
$s_{1.3}$	-0,247742494	-0,247312652
$v_{b1.3}$	0,9599376	0,9550542
$\eta_{2.1}$	-0,1681154	-0,1760212
$p_{2.1}$	0,6132160	0,6124936
$s_{2.1}$	-0,248577338	-0,248441242
$v_{b2.1}$	0,9702265	0,9684530
$\eta_{2.2}$	-0,1681154	-0,1760212
$p_{2.2}$	0,5335381	0,5323273
$s_{2.2}$	-0,110334982	-0,110260841
$v_{b2.2}$	0,9510641	0,9483939
$\eta_{2.3}$	-0,1681154	-0,1760212
$p_{2.3}$	0,6132160	0,6124936
$s_{2.3}$	-0,248577338	-0,248441242
$v_{b2.3}$	0,9702265	0,9684530
$\eta_{3.1}$	-0,1241010	-0,1299524
$p_{3.1}$	0,5400031	0,5391711
$s_{3.1}$	-0,110686831	-0,11064605
$v_{b3.1}$	0,9653458	0,9635051

$\eta_{3.2}$	-0,1241010	-0,1299524
$p_{3.2}$	0,4752852	0,4740526
$s_{3.2}$	0	0
$v_{b3.2}$	0,9505703	0,9481051
$\eta_{3.3}$	-0,1241010	-0,1299524
$p_{3.3}$	0,5400031	0,5391711
$s_{3.3}$	-0,110686831	-0,11064605
$v_{b3.3}$	0,9653458	0,9635051
$\eta_{4.1}$	-0,0800866	-0,0838836
$p_{4.1}$	0,4842073	0,4834214
$s_{4.1}$	0	0
$vb_{4.1}$	0,9684147	0,9668429
$\eta_{4.2}$	-0,0800866	-0,0838836
$p_{4.2}$	0,4842073	0,4834214
$s_{4.2}$	0	0
$vb_{4.2}$	0,9684147	0,9668429
$\eta_{4.3}$	-0,0800866	-0,0838836
$p_{4.3}$	0,4842073	0,4834214
$s_{4.3}$	0	0
$v_{b4.3}$	0,9684147	0,9668429
$\eta_{5.1}$	-0,0360722	-0,0378148
$p_{5.1}$	0,4930761	0,4927336
$s_{5.1}$	0	0
$vb_{5.1}$	0,9861521	0,9854672
$\eta_{5.2}$	-0,0360722	-0,0378148
$p_{5.2}$	0,4930761	0,4927336
$s_{5.2}$	0	0
$v_{b5.2}$	0,9861521	0,9854672
$\eta_{5.3}$	-0,0360722	-0,0378148

<b>p</b> <sub>5.3</sub>	0,4930761	0,4927336
<b>s</b> <sub>5.3</sub>	0	0
<b>v</b> <sub>b5.3</sub>	0,9861521	0,9854672
<b>η</b> <sub>6.1</sub>	0,0079422	0,0082540
<b>p</b> <sub>6.1</sub>	0,4985030	0,4984439
<b>s</b> <sub>6.1</sub>	0	0
<b>v</b> <sub>b6.1</sub>	0,9970060	0,9968878
<b>η</b> <sub>6.2</sub>	0,0079422	0,0082540
<b>p</b> <sub>6.2</sub>	0,4985030	0,4984439
<b>s</b> <sub>6.2</sub>	0	0
<b>v</b> <sub>b6.2</sub>	0,9970060	0,9968878
<b>η</b> <sub>6.3</sub>	0,0079422	0,0082540
<b>p</b> <sub>6.3</sub>	0,4985030	0,4984439
<b>s</b> <sub>6.3</sub>	0	0
<b>v</b> <sub>b6.3</sub>	0,9970060	0,9968878
<b>η</b> <sub>7.1</sub>	0,0519565	0,0543228
<b>p</b> <sub>7.1</sub>	0,4899275	0,4894534
<b>s</b> <sub>7.1</sub>	0	0
<b>v</b> <sub>b7.1</sub>	0,9798550	0,9789068
<b>η</b> <sub>7.2</sub>	0,0519565	0,0543228
<b>p</b> <sub>7.2</sub>	0,4899275	0,4894534
<b>s</b> <sub>7.2</sub>	0	0
<b>v</b> <sub>b7.2</sub>	0,9798550	0,9789068
<b>η</b> <sub>7.3</sub>	0,0519565	0,0543228
<b>p</b> <sub>7.3</sub>	0,4899275	0,4894534
<b>s</b> <sub>7.3</sub>	0	0
<b>v</b> <sub>b7.3</sub>	0,9798550	0,9789068
<b>η</b> <sub>8.1</sub>	0,0959709	0,1003916
<b>p</b> <sub>8.1</sub>	0,4808981	0,4799672

<b>S</b> <sub>8.1</sub>	0	0
<b>v</b> <sub>b8.1</sub>	0,9617963	0,9599345
<b>η</b> <sub>8.2</sub>	0,0959709	0,1003916
<b>p</b> <sub>8.2</sub>	0,4808981	0,4799672
<b>S</b> <sub>8.2</sub>	0	0
<b>v</b> <sub>b8.2</sub>	0,9617963	0,9599345
<b>η</b> <sub>8.3</sub>	0,0959709	0,1003916
<b>p</b> <sub>8.3</sub>	0,4808981	0,4799672
<b>S</b> <sub>8.3</sub>	0	0
<b>v</b> <sub>b8.3</sub>	0,9617963	0,9599345
<b>η</b> <sub>9.1</sub>	0,1399853	0,1464604
<b>p</b> <sub>9.1</sub>	0,5377247	0,5367780
<b>S</b> <sub>9.1</sub>	-0,11057183	-0,110521058
<b>v</b> <sub>b9.1</sub>	0,9603072	0,9582156
<b>η</b> <sub>9.2</sub>	0,1399853	0,1464604
<b>p</b> <sub>9.2</sub>	0,4714432	0,4700181
<b>S</b> <sub>9.2</sub>	0	0
<b>v</b> <sub>b9.2</sub>	0,9428863	0,9400362
<b>η</b> <sub>9.3</sub>	0,1399853	0,1464604
<b>p</b> <sub>9.3</sub>	0,5377247	0,5367780
<b>S</b> <sub>9.3</sub>	-0,11057183	-0,110521058
<b>v</b> <sub>b9.3</sub>	0,9603072	0,9582156
<b>η</b> <sub>10.1</sub>	0,1839997	0,1925293
<b>p</b> <sub>10.1</sub>	0,5310903	0,5297515
<b>S</b> <sub>10.1</sub>	-0,110182673	-0,110095405
<b>v</b> <sub>b10.1</sub>	0,9456675	0,9427178
<b>η</b> <sub>10.2</sub>	0,1839997	0,1925293
<b>p</b> <sub>10.2</sub>	0,5310903	0,5297515
<b>S</b> <sub>10.2</sub>	-0,110182673	-0,110095405

$v_{b10.2}$	0,9456675	0,9427178
$\eta_{10.3}$	0,1839997	0,1925293
$p_{10.3}$	0,5310903	0,5297515
$s_{10.3}$	-0,110182673	-0,110095405
$v_{b10.3}$	0,9456675	0,9427178

Заканчиваем расчет. На этапе седьмой итерации произошло схождение результатов параметра коэффициента секущего модуля.

На основании полученных данных построим графики распределения деформаций по сечению (рис. 12).

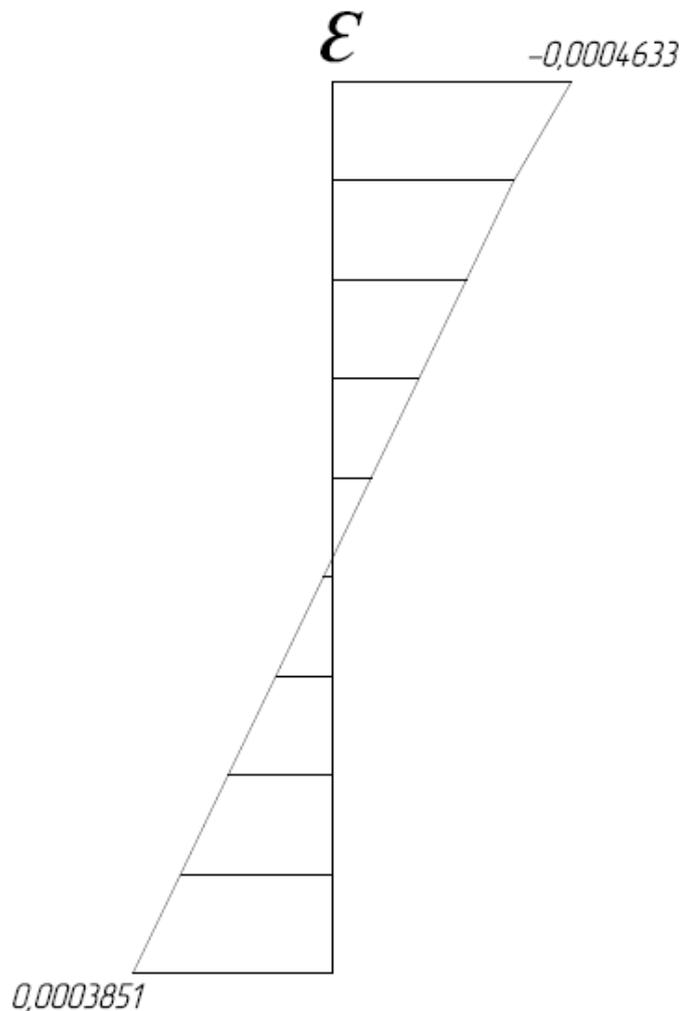


Рисунок 12 – График распределения деформаций по сечению.

Найдем значения напряжений для каждой полоски по выражению (2.17):

$$\sigma_{bi} = \epsilon_{bi} \cdot E_b \cdot v_{bi}; \quad (2.17)$$

Тогда:

$$\sigma_{b1.1} = -0,0004633 \cdot 24000 \cdot 10^6 \cdot 0,9573311 = -106446074;$$

$$\sigma_{b1.2} = -0,0004633 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9550542 = -1061929064;$$

$$\sigma_{b1.3} = -0,0004633 \cdot 24000 \cdot 10^6 \cdot 0,9550542 = -1061929064;$$

$$\sigma_{b2.1} = -0,0003520 \cdot 24000 \cdot 10^6 \cdot 0,968453 = -8182477,81;$$

$$\sigma_{b2.2} = -0,000352 \cdot 27000 \cdot 10^6 \cdot 0,9483939 = -9014622,92;$$

$$\sigma_{b2.3} = 0,000352 \cdot 24000 \cdot 10^6 \cdot 0,9684530 = -8182477,81;$$

$$\sigma_{b3.1} = -0,0002599 \cdot 27000 \cdot 10^6 \cdot 0,9635051 = -6761329,83;$$

$$\sigma_{b3.2} = 0,0002599 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9481051 = -7392513,07;$$

$$\sigma_{b3.3} = 0,0002599 \cdot 27000 \cdot 10^6 \cdot 0,9635051 = -6761329,83;$$

$$\sigma_{b4.1} = -0,0001678 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9668429 = -4866135,81;$$

$$\sigma_{b4.2} = -0,0001678 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9668429 = -4866135,81;$$

$$\sigma_{b4.3} = -0,0001678 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9668429 = -4866135,81;$$

$$\sigma_{b5.1} = -0,0000756 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9854672 = -2235914,346;$$

$$\sigma_{b5.2} = -0,0000756 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9854672 = -2235914,346;$$

$$\sigma_{b5.3} = -0,0000756 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9854672 = -2235914,346;$$

$$\sigma_{b6.1} = 0,0000165 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9968878 = 493699,5077;$$

$$\sigma_{b6.2} = 0,0000165 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9968878 = 493699,5077;$$

$$\sigma_{b6.3} = 0,0000165 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9968878 = 493699,5077;$$

$$\sigma_{b7.1} = 0,0001086 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9789068 = 3190618,708;$$

$$\sigma_{b7.2} = 0,0001086 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9789068 = 3190618,708;$$

$$\sigma_{b7.3} = 0,0001086 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9789068 = 3190618,708;$$

$$\sigma_{b8.1} = 0,0002008 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9599345 = 5782163,261;$$

$$\sigma_{b8.2} = 0,0002008 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9599345 = 5782163,2\text{Д};$$

$$\sigma_{b8.3} = 0,0002008 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9599345 = 5782163,2\text{Д};$$

$$\sigma_{b9.1} = 0,0002929 \cdot 27000 \cdot 10^6 \cdot 0,9582156 = 7578396,5\text{З};$$

$$\sigma_{b9.2} = 0,0002929 \cdot 30000 \cdot 10^6 \cdot 0,9400362 = 8260687,2\text{З};$$

$$\sigma_{b9.3} = 0,0002929 \cdot 27000 \cdot 10^6 \cdot 0,9582156 = 7578396,5\text{З};$$

$$\sigma_{b10.1} = 0,0003851 \cdot 27000 \cdot 10^6 \cdot 0,9427178 = 9801040,9\text{Б};$$

$$\sigma_{b10.2} = 0,0003851 \cdot 27000 \cdot 10^6 \cdot 0,9427178 = 9801040,9\text{Б};$$

$$\sigma_{b10.3} = 0,0003851 \cdot 27000 \cdot 10^6 \cdot 0,9427178 = 9801040,9\text{Б};$$

В целом предложенный алгоритм расчета железобетонного элемента с переменными свойствами бетона и принцип оптимальной дискретизации нормального сечения позволяет учитывать в расчетах конструкций приобретенную при изготовлении и эксплуатации неоднородность на основе нелинейной деформационной модели с сохранением основополагающих предпосылок и допущений[23].

### **Выводы по 3 главе**

В период длительной эксплуатации железобетонных элементов в них накапливаются дефекты и повреждения, которые приводят к нарушению прочностных характеристик бетона поверхностных слоев конструкций. Наиболее уязвимыми являются изгибаемые железобетонные элементы.

На основании сформулированной рабочей предпосылки о нелинейных деформациях бетона в 3 главе разработана методика расчета прочности изгибаемых элементов с нарушенными прочностными характеристиками бетона. Произведен расчет железобетонного элемента с неоднородными свойствами бетона по сечению. Построен график распределения деформаций.

## Заключение

Был предложен усовершенствованный расчет прочности нормальных сечений изгибаемых железобетонных элементов с равномерной, а так же различной прочностью слоев бетона. В основу расчета заложено использование деформационной модели элемента совместно с теоретическими диаграммами деформирования материалов. Повышение точности расчета планируется выполнить за счет учета физически нелинейных свойств бетона, применив в расчетах полные диаграммы деформирования бетона, приближенные к экспериментальным. Разработана блок-схема программы, в основу которой был заложен итерационный процесс последовательного приближения результатов. Далее блок-схема была реализована в табличной форме с использованием табличного процессора MS EXCEL.

Полученные результаты научной работы в виде алгоритма расчета железобетонных элементов с неоднородными свойствами и экспериментально-аналитического способа определения действующих напряжений в конструкции рекомендуется к использованию при проведении обследований строительных конструкций, выполнении поверочных расчетов и проектировании усиления.

## Список использованной литературы

1. Иващенко, Е.И. Разработка методов расчета железобетонных элементов на основе действительных диаграмм деформирования материалов с учетом фактического изменения площади их поперечных сечений // Дис. ... канд. техн. наук. – 2006. – 230 С.
2. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона. – М. : Стройиздат, 1996. –412 с.
3. Берг О.Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона. 1. - М. : Стройиздат, 1961. - 287 с.
4. Карпенко, Н.И. Диаграммы деформирования бетона, их трансформация в зависимости от различных факторов и использование в расчетах конструкций /Н.И.Карпенко, Т.А. Мухамедиев, М.А. Сапожников // НИИЖБ.– 1987. –С. 4 – 24.
5. Карпенко Н.И., Мухамедиев Т.А. К расчету прочности нормальных сечений изгибаемых элементов. // Бетон и железобетон, 1983, №4. - С.11-12.
6. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами.- М., Стройиздат, 1976. - 208 с.
7. Ганага П.Н. Закономерность изменения секущего модуля деформаций в однородных твердых телах. // Известия ВУЗов. Строительство и архитектура, 1988, №11. \_ с. 1-5.
8. Элементы теории реконструкции железобетона / В.М. Бондаренко, А.В. Боровских, С.В. Марков, В.И. Римшин; под общ. ред. В.М. Бондаренко. Н. Новгород: Нижегород. гос. арх.-строит. университет, 2002. 190 с.
9. Панфилов Д.А., Пищулев А.А., Гимадетдинов К.И. Обзор существующих диаграмм деформирования бетона при сжатии в отечественных и зарубежных нормативных документах // Промышленное и гражданское строительство. 2014. №3. С. 80-84.

- 10.Тошин Д.С. Применение диаграммного метода в расчетах усиливаемых конструкций // Научное обозрение. – 2016. – №1. – С. 85-89.
- 11.Ерышев В.А., Тошин Д.С. Методика расчета нормального сечения изгибаемого железобетонного элемента при разгрузке // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2009. – № 6. – С. 97-104.
- 12.Ерышев В.А. Метод расчета железобетонных конструкций на прочность с применением упрощенных диаграмм деформирования материалов // Научное обозрение. – 2016. – №4. – С. 21-25.
- 13.Ерышев, В. А., Ерышева Е. В., Тошин Д. С. и др. Оценка степени коррозионного поражения эксплуатируемых железобетонных конструкций покрытия // Градостроительство, реконструкция и инженерное обеспечение устойчивого развития городов Поволжья: сб. докладов Всероссийской науч. практич. конф. / ТГУ. — Тольятти, 2004. С. — 101–104.
- 14.Болотова А. С., Свиридов В. Н. Анализ методов и средств контроля качества монолитных железобетонных конструкций // Научное обозрение. – 2016. – № 11. – С. 61–65.
- 15.Александров Е. Н., Истомин А. Д. Анализ напряженно-деформированного состояния изгибаемых элементов с комбинированным армированием на основе диаграмм деформирования фибробетона // Научное обозрение. – 2016. – № 4. – С. 35–39.
- 16.Тошин Д. С., Анисимова М. П. Поиск оптимального способа реализации итерационного приближения при расчете по деформационной модели // Научное обозрение. – 2016. – № 17. – С. 25–29.

17. Тошин Д. С. Работа бетона при усилении конструкции под нагрузкой // Академический вестник УралНИИпроект РААСН. – 2015. – № 3. – С. 66–68.
18. Тошин Д. С. Способ определения напряжений в строительных конструкциях при сложившихся эксплуатационных нагрузках // Научное обозрение. — 2016. — № 17. — С. 16–19.
19. Тошин, Д.С. Нелинейный расчет деформаций изгибаемых железобетонных элементов при разгрузке с применением деформационной модели // Дис. ... к-та тех. наук. –Тольятти. 2009. – 132 с.
20. EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General rules and rules for buildings.
21. СП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры / Москва. – 2004.
22. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003 // ФАУ «ФЦС». – 2012. – С. 156.
23. Тошин Д. С. О дискретизации нормального сечения железобетонного элемента с неоднородными свойствами бетона при расчете по нелинейной деформационной модели // Молодой ученый. — 2016. — №27. — С. 172-174.
24. Совершенствование расчета прочности нормальных сечений изгибаемых железобетонных конструкций с поврежденной сжатой зоной бетона : автореферат дис. ... кандидата технических наук : 05.23.01 / Пищулёв Александр Анатольевич; [Место защиты: Сам. гос. архитектур.-строит. ун-т]. - Самара, 2010. - 20 с.
25. Пищулёв Александр Анатольевич. Совершенствование расчета прочности нормальных сечений изгибаемых железобетонных конструкций с поврежденной сжатой зоной бетона : диссертация ... кандидата технических наук : 05.23.01 / Пищулёв Александр

- Анатольевич; [Место защиты: Сам. гос. архитектур.-строит. ун-т].- Самара, 2010.- 192 с.: ил. РГБ ОД, 61 10-5/2748
26. Римшин Владимир Иванович. Повреждения и методы расчета усиления железобетонных конструкций : диссертация ... доктора технических наук : 05.23.01.- Москва, 2001.- 333 с.: ил. РГБ ОД, 71 02-5/237-5.
27. Новиков, Дмитрий Андреевич. Прочность и деформативность усиленных железобетонных элементов с коррозионными повреждениями : диссертация ... кандидата технических наук : 05.23.01 / Новиков Дмитрий Андреевич; [Место защиты: Моск. гос. ун-т путей сообщ. (МИИТ) МПС РФ].- Москва, 2013.- 146 с.: ил. РГБ ОД, 61 14-5/233.
28. Тошин Д. С. Нелинейный метод расчета железобетонных элементов по нормальному сечению с переменными свойствами бетона // Научное обозрение. — 2016. — № 22. — С. 38–41.
29. Семёнова А.Ю. Учет напряжений в железобетонных конструкциях при их усилении: дис. ... магистра. Тольятти, 2016.  
[https://dspace.tltsu.ru/bitstream/123456789/1244/1/%D0%A1%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%B0%20%D0%90.%D0%AE.%20\\_%D0%A1%D0%A2%D0%A0%D0%BC-1401.pdf](https://dspace.tltsu.ru/bitstream/123456789/1244/1/%D0%A1%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%B0%20%D0%90.%D0%AE.%20_%D0%A1%D0%A2%D0%A0%D0%BC-1401.pdf)
30. Ортега, Дж. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными / Дж. Ортега, В. Рейнболдт // Мир. – 1975. – С. 560.
31. Panfilov D. A., Pischulev A. A. The methodology for calculating deflections of reinforced concrete beams exposed to short duration uniform loading (based on nonlinear deformation model) // Procedia Engineering. – 2014. – Vol. 91. – Pp. 188–193.