



тольяттинский
государственный
университет

А.И. Сафронов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Учебно-методическое пособие

**Тольятти
Издательство ТГУ
2025**

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Тольяттинский государственный университет

А.И. Сафронов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Учебно-методическое пособие

Тольятти
Издательство ТГУ
2025

УДК 623.5:004.942(075.8)
ББК 24.543в631+68.514.1я73
С 218

Рецензенты:

канд. техн. наук, доцент кафедры информационного
и электронного сервиса Поволжского государственного
университета сервиса *А.А. Попов*;
д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры «Прикладная
математика и информатика» Тольяттинского государственного
университета *С.В. Мкртычев*.

С 218 Сафронов, А.И. Математическое моделирование баллистических систем : учебно-методическое пособие / А.И. Сафронов. — Тольятти : Издательство ТГУ, 2025. — 76 с. — ISBN 978-5-8259-1762-7.

Учебно-методическое пособие является частью учебно-методического комплекса по изучению дисциплин «Математическое и компьютерное моделирование — 1», «Математическое и компьютерное моделирование — 2». Состоит из четырех глав, каждая из которых посвящена отдельным разделам моделирования внутрибаллистических задач.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлениям подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» очной формы обучения.

УДК 623.5:004.942(075.8)
ББК 24.543в631+68.514.1я73

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом Тольяттинского государственного университета.

© Сафронов А.И., 2025
ISBN 978-5-8259-1762-7 © ФГБОУ ВО «Тольяттинский
государственный университет», 2025

ПРЕДИСЛОВИЕ

Артиллерия впервые была использована при отражении нашествия хана Тохтамыша на Москву в 1382 году. Таким образом, на Руси артиллерия как объект исследования насчитывает более шести веков.

Как наука внутренняя баллистика начала формироваться после того, как французские ученые ввели уравнение энергии (Резаль) и уравнение горения (Сарро), замкнувшие основную систему уравнений классической внутренней баллистики.

Наиболее существенными особенностями классического подхода к решению основной задачи внутренней баллистики (ОЗВБ) являются абстрагирование от конкретных конструкций заряда и использование в расчетах средних значений термодинамических величин в пределах всего заснарядного пространства. Эти особенности, с одной стороны, определяют универсальность такого подхода и дают возможность с помощью относительно простых моделей рассчитывать интегральные характеристики широкого класса артиллерийских орудий, с другой стороны, ограничивают его возможности при проектировании высокоскоростных пушек с большими ω / q и не позволяют его использовать для сравнительного анализа различных схем метания и выбора наиболее оптимальной конструкции метательного заряда, поскольку для любых конструкций применяется единая схема расчета, обусловленная одинаковыми допущениями. Необходимость повышения тактико-технических характеристик орудий поставила перед внутренней баллистикой ряд новых задач, которые не могли быть решены в рамках классического подхода.

Следующим шагом на пути дальнейшего совершенствования теории расчета и проектирования артиллерийских орудий стала разработка газодинамического направления, в которой приняли участие и многие российские ученые. Впервые ОЗВБ в газодинамической постановке методом характеристик была решена С.А. Бетехтиным (1947 г.) и А.П. Гришиным (1948 г.), в дальнейшем это направление было развито в работах В.М. Ушакова (1971 г.). Вначале работы газодинамического направления базировались на гипотезе газопороховой смеси [1], суть которой состоит в том, что в каждой точке засна-

рядного пространства скорость пороховых частиц равна скорости газа. Несмотря на серьезность принятого допущения, методологическое значение данной гипотезы велико. Такой подход позволил определить границы применимости классического метода и выявить колебательный характер, присущий баллистическому циклу.

Ряд трудностей, противоречий и проблем, возникающих при термодинамическом подходе и при использовании газодинамической модели течения в рамках гипотезы газопороховой смеси, могут быть успешно преодолены при помощи модели внутривольного течения, основанной на принципах механики гетерогенных сред и идее взаимопроникающих континуумов [2]. Эта модель особенно интенсивно начала разрабатываться в начале 70-х годов прошлого столетия после появления мощных электронных вычислительных машин и эффективных методов вычислительной математики. Суть ее состоит в раздельном описании неустановившегося движения фаз (продукты горения и несгоревшие пороховые элементы), обладающих различными скоростями, температурами и плотностями.

При этом уравнения баланса для этих фаз составлены таким образом, что учитываются обменные взаимодействия между ними, связанные с трением, теплообменом и горением.

Проблемы с улучшением баллистических характеристик существующих артиллерийских систем и созданием новых могут быть решены путем применения различных существующих и создания новых схем выстрела, например эстафетной схемы метания, предложенной В.Н. Вилюновым. Для эстафетной схемы метания решены ОЗВБ как в постановке с использованием гипотезы газопороховой смеси, так и с использованием принципов механики гетерогенных сред. Применение эстафетной схемы метания позволяет улучшать тактико-технические характеристики орудий.

ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие является частью учебно-методического комплекса дисциплин «Математическое и компьютерное моделирование – 1» и «Математическое и компьютерное моделирование – 2». Предназначено для изучения в рамках работы центра IT-Student, написания курсовых, дипломных работ студентами бакалавриата, магистрантами, для научных сотрудников, инженеров, аспирантов, докторантов.

Цель освоения дисциплины — овладение основными математическими методами и приемами моделирования систем, современными средствами для создания компьютерных моделей, а также решения проблем с помощью информационных технологий.

Задачи

К современному специалисту в сфере математического и компьютерного моделирования предъявляются требования, отражающиеся в сформированности следующих компетенций:

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-2.1. Знает математические основы программирования и языков программирования	Знать математические основы программирования и языков программирования
	ОПК-2.2. Умеет использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	Уметь использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
	ОПК-2.3. Владеет навыками применения данного математического аппарата при решении конкретных задач	Владеть навыками использования математического аппарата для решения конкретных задач
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Демонстрирует знание математических моделей и умение их применения и модификации для решения задач профессиональной деятельности	Знать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности
	ОПК-3.2. Осуществляет выбор математических моделей и необходимость их модификации для решения профессиональных задач	Уметь осуществлять выбор математических моделей и их модифицировать для решения профессиональных задач
	ОПК-3.3. Демонстрирует умение применения и модификации математических моделей при решении профессиональных задач	Владеть навыками выбора математических моделей для решения профессиональных задач

Пособие состоит из четырех глав, каждая из которых посвящена отдельным разделам моделирования внутрибаллистических задач.

Завершается каждая глава контрольными вопросами, ответы на которые позволят убедиться в усвоении теоретического материала.

В первой главе представлены физические основы процесса выстрела.

Во второй главе рассмотрены газодинамические методы решения основной задачи внутренней баллистики ствольных систем в рамках односкоростной модели сплошной среды, вопросы выбора конечно-разностного метода и некоторые особенности расчета внутрикамерных процессов в системах классической схемы выстрела.

В третьей главе раскрыты физические основы эстафетной схемы выстрела.

В четвертой главе рассмотрены: газодинамические методы решения ОЗВБ систем эстафетной схемы выстрела; вопросы решения ОЗВБ систем эстафетной схемы выстрела в рамках модели газопороховой смеси; вопросы решения ОЗВБ систем эстафетной схемы выстрела в рамках модели гетерогенных сред.

Данное пособие может быть использовано как дополнение к лекционному курсу, практическим занятиям и научно-исследовательской работе. Изложенный в пособии материал может служить основой для определения тематик и направления работы в научно-исследовательской деятельности студентов.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

t	— время
x	— координата
z	— продольная координата, связанная с пороховым элементом, или относительная толщина сгоревшего свода
v, w	— скорости движения газа и твердой фазы в канале ствола соответственно
c	— скорость звука в газе
p	— давление
T	— температура
ρ	— плотность газа
$\bar{\rho}$	— плотность газопороховой смеси
δ	— плотность материала пороха
ε	— внутренняя энергия единицы массы пороховых газов
ε	— энтропия единицы массы пороховых газов
c_v, c_p	— теплоемкости газа при постоянном объеме и давлении
T_v, T_p	— температуры горения при постоянном объеме и давлении
$\theta = k - 1$, где $k = c_p / c_v$	— показатель адиабаты
α	— коволюм
R_0, R	— удельная газовая постоянная и газовая постоянная
μ, λ	— коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности продуктов горения
m	— пористость смеси (объем пустот в единице объема)
a	— счетная концентрация зеренных пороховых элементов
Π	— периметр
Ψ	— относительная доля сгоревшего пороха
Q	— теплотворная способность (потенциал) пороха
$f = RT_v$	— сила пороха (энергетическая характеристика пороха, имеющая смысл работы, совершаемой единицей массы газов при расширении в условиях постоянного давления, равного атмосферному давлению, при их нагреве на T_v градусов)
Λ_0, S_0	— начальные объем и поверхность порохового зерна

- Λ_T, S_T — текущие значения объема и поверхности горения порохового зерна
- $\sigma(\Psi)$ — отношение текущей поверхности горения к первоначальной
- Λ_σ, S_σ — текущие ограничивающие объем и поверхность порохового зерна
- $2e_1$ — начальная толщина горящего свода
- d_0, D_0, L_0 — начальные внутренний, внешний диаметры и длина порохового элемента
- d, D, L — текущие внутренний, внешний диаметры и длина порохового элемента
- κ_p, λ_p — коэффициенты формы порохового элемента
- $d_{\Lambda\sigma}, d_{S\sigma}$ — диаметры шаров, эквивалентных зерненому элементу по текущему ограничивающему его объему и текущей ограничивающей его поверхности соответственно
- λ_w — коэффициент сопротивления порохового зерна в слое
- ξ — коэффициент сопротивления на непроницаемой поверхности
- S — переменная площадь сечения камеры и ствола
- $d_{\text{км}}, d_{\text{кн}}$ — диаметры камеры и канала ствола
- $W_{\text{км}}$ — объем камеры
- $L_{\text{км}}$ — длина камеры
- $L_{\text{д}}$ — длина ствола
- Δ — плотность заряжения
- P_Φ — давление форсирования
- $J_k = e_1 / u_1$ — полный импульс давления пороховых газов
- u_1 — скорость горения при атмосферном давлении (единичная скорость горения)
- φ — коэффициент второстепенных работ
- $P_{\text{мкр}}$ — максимальное крешерное давление
- ω — масса заряда
- q — масса снаряда
- P_m — максимальное давление, развиваемое в орудии

v_d	— дульная скорость снаряда
$l_{\text{сн}}$	— путь, пройденный снарядом в стволе
h, τ	— шаги по пространству и времени в разностной схеме
u_k	— линейная скорость горения пороха
F	— реакция сил сопротивления при движении снаряда в стволе
$\overline{\varphi}$	— среднее значение параметра φ

Основные индексы

n	— начальные параметры
$кн$	— параметры дна канала
$сн$	— параметры дна снаряда
d	— параметры на дульном срезе
c	— параметры поверхности ствола
m	— максимальное значение параметра

Глава 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЦЕССА ВЫСТРЕЛА

Сложное явление выстрела из артиллерийского орудия сопровождается горением пороха в переменном объеме канала ствола и преобразованием тепловой энергии пороховых газов в механическую работу, расходуемую на сообщение снаряду, заряду и откатным частям орудия кинетической энергии и преодоление вредных сопротивлений. Часть тепла поглощается стенками канала ствола. Оставшаяся часть вместе с газами выбрасывается в атмосферу.

В целях описания физических процессов выстрела рассмотрим основные уравнения баллистики артиллерийского орудия и определим необходимые функциональные связи, в частности между давлениями на дно канала, дно снаряда и средним давлением в заснарядном объеме, а также функции формы пороховых элементов.

1.1. Закономерности газообразования при горении пороха

Характер нарастания давления во времени при горении пороха в манометрической бомбе или камере орудия в большой степени зависит от доли сгоревшего пороха к данному моменту времени и скорости ее изменения.

Если обозначить через ψ отношение веса сгоревшего заряда $\omega_{\text{сг}}$ к первоначальному ω , то есть $\psi = \omega_{\text{сг}} / \omega$, то основной задачей при рассмотрении горения заряда является нахождение закона газообразования или скорости газообразования:

$$\psi = \psi(\tau) \text{ или } d\psi / d\tau.$$

1.1.1. Геометрический закон газообразования

Геометрический закон газообразования впервые введен во внутреннюю баллистику французским инженером Вьелем в 1890 году. Основные положения этого закона заключаются в следующем:

- пороховой заряд воспламеняется мгновенно по всей поверхности;
- порох горит параллельными слоями с одинаковой со всех сторон скоростью;

— все зерна пороха одинаковы по своим физико-химическим свойствам и геометрическим размерам и однородны по своей природе по всей своей массе.

Разумеется, геометрический закон очень сильно идеализирует процесс горения пороха, но тем не менее находит очень широкое применение во внутренней баллистике.

Если заряд состоит из n одинаковых элементов, то при объеме каждого элемента (зерна) до начала горения Λ_1 и плотности δ подлежащее изучению относительное количество сгоревшего пороха может быть представлено на основе ранее перечисленных допущений в виде:

$$\psi = \frac{n(\Lambda_1 - \Lambda)\delta}{n \Lambda_1 \delta} = 1 - \frac{\Lambda}{\Lambda_1} = \frac{\Lambda_{\text{сг}}}{\Lambda_1},$$

где $\Lambda = \Lambda_1 - \Lambda_{\text{сг}}$ — объем каждого зерна по истечении τ единиц по времени после начала горения.

Отсюда имеем:

$$d\psi = -\frac{1}{\Lambda_1} d\Lambda.$$

Обозначая величину горячей поверхности в данный момент через S , а толщину сгоревшего за элементарный промежуток времени $d\tau$ через de , получаем:

$$d\psi = \frac{S_{de}}{\Lambda_1}.$$

Дифференцируя по времени обе части этого уравнения и замечая, что

$$\frac{de}{d\tau} = u(p),$$

получаем:

$$\psi = \frac{1}{n\Lambda_1} \int_0^e S n de; \quad \frac{d\psi}{d\tau} = \frac{S}{\Lambda_1} u(p).$$

Введем относительную поверхность зерна:

$$\frac{S}{S_1} = \sigma(\psi),$$

тогда скорость газообразования:

$$\frac{d\Psi}{d\tau} = \frac{S}{\Lambda_1} \sigma(\Psi) u(p),$$

где отношение $\frac{S}{\Lambda_1}$ называется оголенностью порохового зерна.

Таким образом, для получения зависимости ψ от времени необходимо:

- 1) знание закона изменения горящей поверхности;
- 2) изучение закона изменения скорости горения в зависимости от условий горения.

Геометрический закон газообразования дает возможность установить аналитическую связь между относительной толщиной сгоревшей части пороха $z = \frac{e}{e_1}$, сгоревшей части зерна ψ и относительной поверхностью зерна $\sigma(\psi)$ или $\sigma(z)$.

А. Зависимость $\psi(z)$.

Исследование многочисленных применяемых в артиллерии форм пороховых зерен показывает, что зависимость $\psi(z)$ описывается единой формулой в виде полинома третьей степени:

$$\psi = kz(1 + \lambda z + \mu z^2), \quad (1)$$

где постоянные k, λ, μ — характеристики формы зерна.

Покажем это на отдельных примерах.

1. Ленточный порох.

Обозначим через $2e_1$ толщину ленты, $2b$ — ее ширину, причем $2e_1 < 2b < 2c$ (рис. 1), где $2c$ — длина.

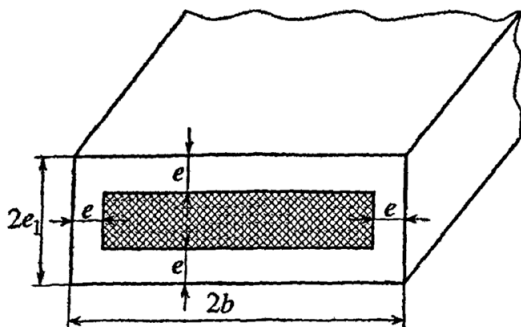


Рис. 1. Элементы ленточного пороха

Пусть за некоторый интервал времени со всех сторон сгорел слой толщиной $e < e_1$.

Тогда:

$$\begin{aligned}\psi &= 1 - \frac{\Lambda}{\Lambda_1}; \quad \Lambda_1 = 8e_1bc; \\ \Lambda &= (2e_1 - 2e)(2b - 2e)(2c - 2e); \\ \frac{\Lambda}{\Lambda_1} &= \left(1 - \frac{e}{e_1}\right) \left(1 - \frac{e}{b}\right) \left(1 - \frac{e}{c}\right).\end{aligned}$$

Введем относительные величины:

$$\frac{e}{e_1} = z; \quad \frac{e}{b} = \frac{e}{e_1} \frac{e_1}{b} = \alpha z; \quad \frac{e}{c} = \frac{e}{e_1} \frac{e_1}{c} = \beta z.$$

При раскрытии скобок будем иметь:

$$\psi = (1 + \alpha + \beta)z - (\alpha + \beta + \alpha\beta)z^2 + \alpha\beta z^3.$$

Таким образом, записанным ранее характеристикам формы зерна соответствуют выражения:

$$\kappa = 1 + \alpha + \beta; \quad \lambda = -\frac{\alpha + \beta + \alpha\beta}{1 + \alpha + \beta}; \quad \mu = \frac{\alpha\beta}{1 + \alpha + \beta}. \quad (2)$$

В конце горения $z=1$, $\psi=1$ и формула (1) обращается в равенство

$$1 = \kappa(1 + \lambda z + \mu),$$

служащее для проверки правильности расчета характеристик формы.

Полученные зависимости (2) позволяют вычислить характеристики формы производных от ленты зерен пороха.

2. Если рассматривать трубку как ленту бесконечной ширины или забронированную с обеих сторон по ширине ленту, то в обоих случаях $\alpha = 0$, и в этом случае

$$\kappa = 1 + \beta; \quad \lambda = -\frac{\beta}{1 + \beta}; \quad \mu = 0; \quad \kappa\lambda = -\beta.$$

3. Если пороховой элемент представляет собой квадратную пластинку (минометный порох типа НБПЛ), то здесь $2c = 2b$, $\alpha = \beta$, следовательно:

$$\kappa = 1 + 2\beta; \quad \lambda = -\frac{2\beta + \beta^2}{1 + 2\beta}; \quad \mu = \frac{\beta^2}{1 + 2\beta}.$$

4. При кубической форме порохового зерна

$$2e_1 = 2b = 2c; \alpha = \beta = 1.$$

В этом случае характеристики формы получаются наибольшими:

$$\kappa = 3; \lambda = -1; \mu = 1/3.$$

На рис. 2 представлены зависимости для рассмотрения дегрессивных форм зерна.

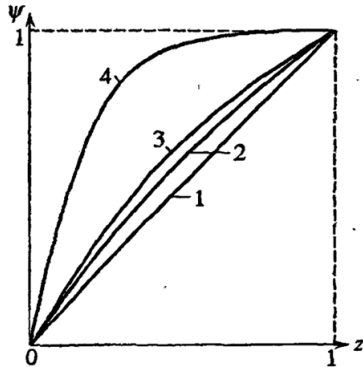


Рис. 2. Влияние формы зерна на функцию $\psi(z)$:

1 – трубка; 2 – лента; 3 – квадратная пластинка; 4 – куб или шар

Б. Зависимость $\frac{S}{S_1} = \sigma(z)$.

Продифференцируем зависимость (1) для $\psi(z)$ по аргументу z :

$$\frac{d\psi}{dz} = \kappa + 2\kappa\lambda z + 3\kappa\mu z^2, \quad (3)$$

и представим левую часть в виде

$$\frac{d\psi}{dz} = \frac{d\psi}{d\tau} \frac{d\tau}{de} \frac{de}{dz}.$$

Учитывая, что

$$\frac{d\psi}{d\tau} = \frac{S_1}{\Lambda_1} \sigma(z) \frac{de}{d\tau}; \quad \frac{de}{dz} = e_1,$$

можно записать:

$$\frac{S_1}{\Lambda_1} \sigma(z) e_1 = \kappa + 2\kappa\lambda z + 3\kappa\mu z^2. \quad (4)$$

В начале горения при $z = 0$ $\sigma_0 = 1$, отсюда сразу получаем:

$$\frac{S_1}{\Lambda_1} \cdot e_1 = \kappa.$$

Окончательно для относительного изменения горящей поверхности можно записать выражение:

$$\sigma(z) = \frac{S}{S_1} = 1 + 2\lambda z + 3\mu z^2.$$

Из сопоставления (3) и (4) легко видеть, что

$$\frac{d\Psi}{dz} = \kappa\sigma(z); \left(\frac{d\Psi}{dz}\right)_{\tau=0} = \kappa.$$

В зависимости от характера изменения поверхности горения пороховые элементы подразделяются на дегрессивные ($\frac{d\Psi}{dz} < 0$) и прогрессивные ($\frac{d\Psi}{dz} > 0$) формы. Рассмотренные ранее формы относятся к дегрессивному типу.

На рис. 3 приводятся графики $\sigma(z)$ для некоторых дегрессивно горящих зерен.

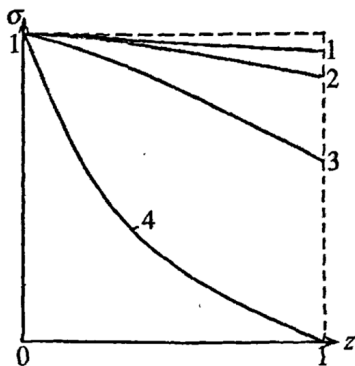


Рис. 3. Зависимость $\sigma(z)$ для дегрессивных порохов:
1 — трубка; 2 — лента; 3 — квадратная пластинка; 4 — куб или шар

1.1.2. Пороха прогрессивной формы

Цилиндрическое зерно с семью каналами — форма порохового элемента, которая является типичным представлением прогрессивного пороха, то есть пороха, горение которого происходит с увеличением площади горения, и широко используется как в РФ, так и в армиях зарубежных стран. Идея создания такого элемента принадлежит русским ученым-артиллеристам Н.В. Маиевскому и А.В. Гадолину, а его появление относится ко времени Первой мировой войны.

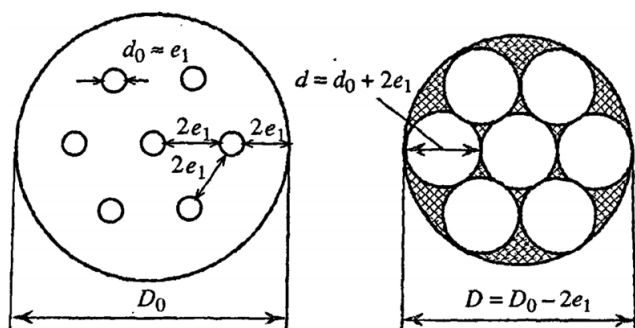


Рис. 4. Схема семиканального зерна до горения и в момент распада

Принятые в практике соотношения (толщины свода $2e_1$, диаметра канала d_0 и самого зерна D_0) показаны на рис. 4, где длина зерна $2s$ составляет $2\div 2,5$ диаметра зерна.

При горении многоканальных порохов наблюдается явление распада зерна (индекс s).

Когда внутри канала и с наружной поверхности сгорит слой толщиной e_1 , зерно распадется на 12 призм криволинейного сечения двух типов: большие наружные и малые внутренние.

В соответствии со своей геометрической формой эти продукты распада горят резко депрессивно.

При стандартном соотношении размеров зерна увеличение горячей поверхности к моменту распада составляет около 37 %, то есть $\sigma_0 = 1,37$. При этом сгорает примерно 85 % веса зерна ($\psi_s = 0,85$). Остальные 15 % будут гореть с резким убыванием поверхности.

Если вписать в сечение наружной призмы распада окружность, то ее радиус ρ окажется равным $\rho = 0,1772(d_0 + 2e_1)$, что при принятых стандартных размерах соответствует

$$P = 0,5316e_1.$$

Аналогично для окружности, вписанной в сечение внутренней призмы распада, $\rho' = 0,0774(d + 2e_1) = 0,2322e_1$. Таким образом, сначала заканчивают гореть внутренние призмы, а затем наружные. В целом пороховое зерно исчезает, когда сгоревшая толщина будет равна $e_k = e_1 + \rho$.

В нашем случае $z_k = 1,532$.

В соответствии с этим различают две фазы горения: первая — до распада — прогрессивное горение:

$$0 \leq z < 1; 0 \leq \Psi \leq \Psi_s = 0,85; 1 \leq \sigma \leq \sigma_s = 1,57;$$

вторая — после распада — дегрессивное горение:

$$0 \leq z \leq z_k = 1,532; \Psi_s \leq \Psi \leq 1; \sigma_s \leq \sigma \leq 0.$$

Определим характеристики формы зерна с семью каналами.

1-я фаза. Допустим: $2e$ — толщина свода; d_0 — диаметр каналов; D_0 — диаметр зерна; $2c$ — его длина; $n = 7$ — число каналов.

Начальный объем зерна

$$\Lambda_1 = \frac{\pi}{4} (D_0^2 - nd_0^2) 2c.$$

Несгоревший к рассматриваемому моменту времени объем составляет:

$$\Lambda_{\text{ост}} = \frac{\pi}{4} \left[(D_0 - 2e_1)^2 - n(d_0 + 2e_1)^2 \right] (2c - 2e).$$

С учетом того, что $\beta = \frac{2e_1}{2c}$, имеем:

$$\frac{\Lambda_{\text{ост}}}{\Lambda_1} = \left[1 - \frac{2(D_0 - nd_0)}{D_0^2 - nd_0^2} 2e - n \frac{n-1}{D_0^2 - nd_0^2} 2e_1 \right] (1 - \beta z).$$

Введем обозначения:

$$\frac{D_0 + nd_0}{2c} = \Pi; \frac{D_0^2 - nd_0^2}{(2c)} = Q.$$

Следует заметить, что Π есть отношение периметра сечения зерна к длине окружности диаметра $2c$, а Q представляет собой отношение площади поперечного сечения зерна к площади круга того же диаметра $2c$. В этом случае нетрудно получить:

$$\frac{\Lambda_{\text{ост}}}{\Lambda_1} = 1 - \left(1 + \frac{2\Pi}{Q} \right) \beta z - \left(\frac{n-1-2\Pi}{Q} \right) \beta^2 z^2 + \frac{n-1}{Q} \beta^3 z^3.$$

Далее:

$$\Psi = 1 - \frac{\Lambda_{\text{ост}}}{\Lambda_1} = \kappa z (1 + \lambda z + \mu z^2),$$

где

$$\left. \begin{aligned} \kappa &= \frac{Q+2\Pi}{Q}\beta \\ \lambda &= \frac{n-1-2\Pi}{Q+2\Pi}\beta \\ \mu &= -\frac{(n-1)\beta^2}{Q+2\Pi} \end{aligned} \right\} n=7 \left\{ \begin{aligned} \kappa &= \frac{Q+2\Pi}{Q}\beta \\ \lambda &= \frac{2(3-\Pi)}{Q+2\Pi}\beta \\ \mu &= -\frac{6\beta^2}{Q+2\Pi} \end{aligned} \right.$$

2-я фаза. Допустим, закон газообразования имеет вид:

$$\Psi = \kappa_S \xi + \kappa_S \lambda_S \xi_S^2,$$

где $\xi = \frac{e}{e_1 + p}$; κ_S, λ_S — характеристики формы призмы.

Заметим, что в момент распада зерна

$$e = e_1; \Psi = \Psi_S; \xi_S = \frac{e_1}{e_1 + p},$$

а при $e = e_1 + p$ $\Psi = 1$.

Отсюда следует:

$$\Psi_S = \kappa_S \xi_S + \kappa_S \lambda_S \xi_S^2; 1 = \kappa_S + \kappa_S \lambda_S.$$

В этом случае получаем следующую характеристику формы:

$$\kappa_S = \frac{\Psi_S - \xi_S^2}{\xi_S - \xi_S^2}; \kappa_S \lambda_S = \frac{\xi_S - \Psi_S}{\xi_S - \xi_S^2}.$$

На рис. 5 приведен график изменения $\psi(z)$ и $\sigma(z)$ для зерна с семью каналами.

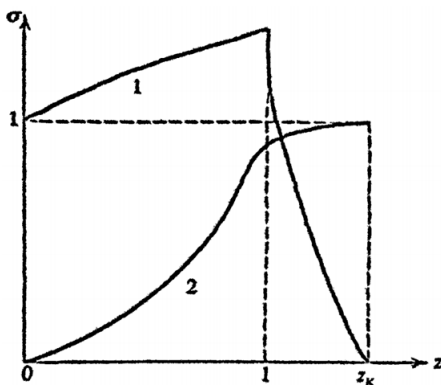


Рис. 5. Зависимости:

1 — $\sigma(z)$ и 2 — $\psi(z)$ для зерна с семью каналами

Наряду с семиканальными порохами существует еще ряд прогрессивно горящих форм зерен, которые в данном пособии не рассматриваются. Схема получения характеристик форм для этих порохов аналогична.

В практике баллистических расчетов используется обычно двучленная форма зависимости $\psi(z)$, так как κ_1 — величина малая по сравнению с κ . В этом случае:

$$\Psi = \kappa_1 z + \kappa_1 \lambda_1 z^2; \quad \sigma(z) = \frac{1}{\kappa} \frac{d\Psi}{dz} = 1 + 2\lambda_1 z.$$

Характеристики формы получаются из тех соображений, что кривые $\psi(z)$, рассчитанные по трехчленной и двучленной формулам, должны совпадать при $z = 1$ и $z = 0,5$. Отсюда легко проследить также связи $\kappa_1 = \kappa - 0,5\kappa$ и $\kappa_1 \lambda_1 = 1 - \kappa$.

Для порохов, горящих с распадом зерна при $z = 1$, $\psi < \psi_s < 1$, и тогда $\kappa_1 \lambda_1 = \psi_s - \kappa$.

Таким образом, после распада функция формы приобретает вид:

$$\sigma(\Psi) = \sqrt{1 + 4 \frac{\lambda_p}{\kappa_p} \Psi_s} \cdot \sqrt{\frac{1 - \Psi}{1 - \Psi_s}}.$$

В дальнейшем для функции формы $\sigma(\Psi)$ используем только двучленную форму записи.

1.2. Уравнение энергии

Количество высвобождающейся при горении пороха энергии легко определить, если провести сжигание в замкнутом объеме, тогда

$$Q = \omega \Psi \int_0^{T_v} c_v dT.$$

Совершая работу, газы охлаждаются до температуры $T < T_v$ и имеют запас энергии:

$$Q = \omega \Psi \int_0^T c_v dT.$$

В соответствии с первым законом термодинамики можно записать:

$$\omega \Psi \int_0^{T_v} c_v dT - \omega \Psi \int_0^T c_v dT = \int_0^{l_{\text{CH}}} S_{\text{CH}} p dl + \Delta Q, \quad (5)$$

где ΔQ — тепловые потери.

Правая часть равенства (5) представляет собой сумму совершенных внешних работ на пути снаряда l_{CH} и потери энергии на теплоотдачу.

Обычно механическую работу газов принято выражать через кинетическую энергию снаряда:

$$\int_0^{l_{\text{CH}}} S_{\text{CH}} p dl = \varphi_{\text{Э}} q \frac{v_{\text{CH}}^2}{2}, \quad (6)$$

где $\varphi_{\text{Э}}$ — коэффициент фиктивности, учитывающий все второстепенные работы при выстреле.

Таким образом, уравнение преобразования энергии (5) можно представить в виде:

$$\omega \Psi \int_0^{T_v} c_v dT = \varphi_{\text{Э}} q \frac{v_{\text{CH}}^2}{2} + \Delta Q. \quad (7)$$

Изменение удельной теплоемкости c_v в интервале температур $T_v - T$ будет незначительным. Поэтому, вынося c_v из-под знака интеграла средним значением для данного диапазона температур, запишем:

$$\omega \Psi c_v (T_v - T) = \varphi_{\text{Э}} q \frac{v_{\text{CH}}^2}{2} + \Delta Q. \quad (8)$$

Или, учитывая, что $c_v = R / \theta$, а $RT_v = f$, получаем окончательно

$$\varphi_{\text{Э}} q \frac{v_{\text{CH}}^2}{2} = \omega \Psi \frac{f}{\theta} - \omega \Psi \frac{RT}{\theta} - \Delta Q. \quad (9)$$

Без учета тепловых потерь ($\Delta Q = 0$) при полном сгорании заряда ($\Psi \geq 1$) имеем:

$$\varphi_{\text{Э}} q \frac{v_{\text{CH}}^2}{2} = \omega \frac{f}{\theta} \left(1 - \frac{T}{T_v} \right).$$

Если бы пороховые газы полностью преобразовали свою внутреннюю энергию в механическую ($T = 0$), то скорость снаряда имела бы предельное значение:

$$v_{\text{ПП}}^2 = \frac{2f\omega}{\varphi_{\text{Э}} q \theta}.$$

Величину правой части можно назвать полным запасом энергии в заряде. Отношение

$$\varphi_{\text{Э}} q \frac{v_{\text{Д}}^2}{2} / \frac{f\omega}{\theta} = 1 - \frac{T_{\text{Д}}}{T_v} = \frac{v_{\text{Д}}^2}{v_{\text{ПП}}^2} = r_{\text{Д}} \quad (10)$$

является термическим коэффициентом полезного действия выстрела.

1.3. Уравнение движения снаряда

Поступательное движение снаряда описывается уравнением

$$q \frac{dv_{\text{CH}}}{dt} = S_{\text{CH}} P_{\text{CH}} - F, \quad (11)$$

где F — реакция сил сопротивления.

В классической внутренней баллистике принимают

$$F = k_1 q \frac{dV_{\text{CH}}}{dt}.$$

Здесь и в дальнейшем пренебрегаем отличием абсолютной и относительной скоростей снаряда, то есть ствол считаем неподвижным. Заменяя величину давления на дно снаряда средним давлением по формуле $p = \varphi p_{\text{CH}}$, после интегрирования получаем:

$$\varphi(1 + k_1) q \frac{v_{\text{CH}}^2}{2} = \int_0^{l_{\text{CH}}} S_{\text{CH}} p dl. \quad (12)$$

В силу тождественности (6) и (12) можно заметить, что

$$\varphi(1 + k_1) = \varphi_{\text{э}}.$$

Если считать, что масса снаряда скорректирована на величину $(1 + k_1)$, то множитель $(1 + k_1)$ в предыдущих уравнениях можно опустить, заменив при этом в уравнении (6) $\varphi_{\text{э}}$ на φ . Учитывая данное обстоятельство, из (12) также имеем:

$$v_{\text{CH}} = \sqrt{\frac{2}{\varphi q} \int_0^{l_{\text{CH}}} S_{\text{CH}} p dl}. \quad (13)$$

1.4. Уравнение состояния пороховых газов

Известно, что уравнение состояния определяет функциональную зависимость между плотностью газа ρ или удельным объемом $V = 1/\rho$, давлением p и его абсолютной температурой T :

$$F(p, V, T) = 0.$$

Для не слишком высоких давлений и обыкновенных температур это уравнение с достаточной степенью точности определяется

законами Бойля — Мариотта и Гей-Люссака и представляется в виде уравнения Клапейрона — Менделеева:

$$pV = RT, \quad (14)$$

которое относится к единице массы газа. Для произвольной массы газа ω , занимающего объем W , уравнение Клапейрона — Менделеева имеет вид:

$$pW = \omega RT. \quad (15)$$

Это уравнение справедливо для идеального газа, когда можно пренебречь силами взаимодействия между молекулами и не учитывать их собственный объем. В противном случае его нужно заменить уравнением для реального газа (одним из таких уравнений является уравнение Ван-дер-Ваальса), которое было выделено из положений кинетической теории газов в 70-х годах XIX века:

$$\left(P + \frac{\beta}{V^2} \right) (V - \alpha) = RT. \quad (16)$$

Здесь α и β — соответственно характеристики объема молекул и сил их взаимодействия. При давлениях и температурах, характерных для процесса выстрела, силы взаимодействия между молекулами можно не учитывать и записать уравнение состояния в форме, предложенной Дюпре (1864 г.):

$$p(V - \alpha) = RT. \quad (17)$$

Для замкнутого объема W_0 при отсутствии внешних работ и тепловых потерь, при полном сжигании пороха массой ω , уравнение (17) будет записано в виде:

$$P_m = \frac{\omega RT_0}{W_0 - \alpha \omega}. \quad (18)$$

В этом случае достигается максимальное давление в объеме W_0 . Величина α получила название коволюма пороховых газов, а $f = RT_v$ — силы пороха.

Формула для наибольшего давления пороховых газов в постоянном объеме была получена эмпирически до давлений $p \leq 600$ МПа Ноблем и Абелем в 1870 году и имела вид:

$$P_m = \frac{f\Delta}{1 - \alpha\Delta},$$

где $\Delta = \omega / W_0$ — плотность заряжания.

1.5. Уравнение Резаля

В уравнении (9) произведение $\omega\psi RT$ можно заменить уравнением состояния (17), которое для всего объема заснарядного пространства будет иметь следующий вид:

$$p(W_{\text{CB}} - \alpha\omega\psi) = \omega\psi RT.$$

В рассматриваемом случае величина переменного объема, свободная от горящих пороховых частиц, запишется в форме:

$$W_{\text{CB}} = S_{\text{CH}}l_{\text{CH}} + W_{\text{KM}} - \frac{\omega}{\delta}(1 - \Psi).$$

Уравнение (9) можно переписать следующим образом:

$$P(S_{\text{CH}}l_{\text{CH}} + W_{\Psi}) = \omega\Psi f - \theta\varphi q \frac{V_{\text{CH}}^2}{2} - \theta\Delta Q, \quad (19)$$

где $W_{\Psi} = W_{\text{KM}} - \frac{\omega}{\delta}(1 - \Psi) - \alpha\omega\Psi$.

В таком виде оно представляет связь между давлением, путем и скоростью снаряда, а также характеристиками порохового заряда.

Уравнение (19) получено Резалем в 1864 г. и названо его именем. Уравнение Резаля является основным уравнением внутренней баллистики.

1.6. Основная задача внутренней баллистики

Основная задача внутренней баллистики состоит в нахождении закона изменения давления пороховых газов и скорости движения снаряда в зависимости от длины пути или времени при заданных условиях заряжания (прямая задача) и в выявлении рациональных конструктивных данных канала ствола и условий заряжания, при которых снаряд заданного калибра и массы получит заданную скорость (задача баллистического проектирования орудия).

Если решение прямой задачи однозначно определяет значения баллистических элементов выстрела (давление P_m , путь $(l_{\text{CH}})_m$ и скорость $(V_{\text{CH}})_m$ в точке максимума, а также в точке конца горения пороха $(p_k, (l_{\text{CH}})_k, (V_{\text{CH}})_k$) и в момент прохождения снарядом дульного среза $(p_d, (V_{\text{CH}})_d$), то задача баллистического проектирования допускает множество вариантов решения, окончательный выбор

которого зависит от предъявляемых к проектируемой системе тактико-технических требований. Составной и обязательной частью задачи баллистического проектирования является обратная задача внутренней баллистики. Она заключается в определении параметров заряжания, обеспечивающих получение заданного наибольшего давления для пороха данной природы, и известного давления форсирования.

Поскольку процесс выстрела — явление достаточно сложное, то для изучения его основных сторон необходима определенная схематизация процесса. Уровень ее зависит от наших знаний о явлении в целом и от возможностей аналитического или численного решения уравнений, описывающих это явление.

Впервые математически строгое решение прямой задачи внутренней баллистики получено в 1903 г. Н.Ф. Дроздовым в [3], а позже более детально раскрыто в [4]. Применение методов численного интегрирования уравнений внутренней баллистики и использование аппарата теории подобия привело к созданию баллистических таблиц для расчета широкого круга задач внутренней баллистики. С появлением таких таблиц стало возможным развитие теории баллистического проектирования орудий. Значительным шагом вперед оказалось создание М.С. Гороховым в 1940 г. [1] обобщенного «улучшенного» метода Н.Ф. Дроздова с использованием таблиц вспомогательных функций, на основе которого разработано решение обратной задачи внутренней баллистики — одного из главных элементов теории баллистического проектирования.

Следует отметить, что все известные аналитические решения основной задачи, в основе которых лежит геометрический закон газообразования, представляют собой либо аналогии метода Н.Ф. Дроздова, либо упрощенные зависимости, по сравнению с которыми сам метод Н.Ф. Дроздова проще и в то же время более совершенен. Это относится в полной мере и к методам зарубежных авторов.

В данной главе не преследовалась цель подробного освещения существующих методов решения основной задачи внутренней баллистики.

Заинтересованного читателя мы отсылаем к соответствующей литературе [1–6]. Здесь лишь отметим, что с современных позиций

моделирования доведение до числа аналитического решения бывает алгоритмически не менее трудоемко, а само решение менее информативно, нежели численное решение задачи. Приведем полную систему уравнений внутренней баллистики в осредненных параметрах:

$$\frac{d\psi}{dt} = \sqrt{\kappa^2 + 4\kappa\lambda\psi} \frac{P}{I_K}; \quad (20)$$

$$\frac{dV_{\text{CH}}}{dt} = \frac{S_{\text{CH}}P_{\text{CH}}}{q}; \quad (21)$$

$$\frac{dl_{\text{CH}}}{dt} = V_{\text{CH}}; \quad (22)$$

$$P \left[S_{\text{CH}}l_{\text{CH}} + W_{\text{KM}} - \alpha\omega\psi - \frac{\omega}{\delta}(1 - \psi) \right] = \omega\psi f - \frac{\theta}{2}\phi q V_{\text{CH}}^2; \quad (23)$$

$$P \left[S_{\text{CH}}l_{\text{CH}} + W_{\text{KM}} - \alpha\omega\psi - \frac{\omega}{\delta}(1 - \psi) \right] = \omega\psi RT,$$

$$\phi = a + b\frac{\omega}{q}, \quad P = \phi P_{\text{CH}}. \quad (24)$$

Начальные условия:

$$t = 0, P = P_{\phi}; T = T_{\nu}; V_{\text{CH}} = 0; l_{\text{CH}} = 0; \psi = \psi_0. \quad (25)$$

Система обыкновенных дифференциальных уравнений может быть решена одним из численных методов [7]. В частности, может быть применен метод Рунге – Кутты.

В системе уравнений (20)–(24) ε – полная работа, совершаемая газами; a – коэффициент, учитывающий потери энергии газа на трение ведущего пояска о боевые грани нарезов, вращение снаряда и откат орудия; b – коэффициент, учитывающий потери энергии газа на перемещение газопороховой смеси.

Этот коэффициент зависит от формы камеры и устройства заряда и является переменной величиной. Как указывалось ранее, он принимается за постоянную величину.

Среднее значение этого коэффициента находится в пределах $1/3$ – $1/6$.

Так как при $t = 0$ $l = 0$; $v = 0$; $p = p_0$, то из (23), $\sigma = 1 - 2\lambda z$ и $\frac{d\psi}{dz} = \kappa\sigma$ получаем:

$$\psi_H = \frac{\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\rho_2}}{\frac{f}{P_\Phi} + \alpha - \frac{1}{\rho_2}}; \quad z_H = \frac{2\psi_H}{\kappa_1(1 + \sigma_H)}; \quad \sigma_H = \sqrt{1 + 4\frac{\lambda_1}{\kappa_1}\psi_H}.$$

Необходимо проинтегрировать систему уравнений в процессе движения метаемого элемента по каналу.

Система уравнений решается методом Рунге – Кутты. Начальное значение шага интегрирования τ можно выбрать:

$$\tau = 0,2597e - 4.$$

Если в качестве начальных условий принять:

$$t = 0; P = P_m; T = T_v; V_{CH} = 0; l_{CH} = 0; \psi = 1,$$

то приходим к задаче Лагранжа о разгоне снаряда предварительно сжатым газом с известными параметрами в термодинамическом приближении:

$$\begin{aligned} q \frac{dV_{CH}}{dt} &= S_{CH} P_{CH}; \\ \frac{dl_{CH}}{dt} &= V_{CH}; \end{aligned} \tag{26}$$

$$P[S_{CH}l_{CH} + W_{KM} - \alpha\omega] = \omega f - \frac{\theta}{2} \phi q V_{CH}^2;$$

$$P[S_{CH}l_{CH} + W_{KM} - \alpha\omega] = \omega RT;$$

$$\phi = a + b \frac{\omega}{q}; \quad P = \phi P_{CH}.$$

Приняв в качестве независимой переменной длину пути, пройденного снарядом, можно получить решение системы уравнений (26) в квадратурах:

$$v_{CH} = v_{IP} \sqrt{1 - ((W_{KM} - \alpha\omega)/(S_{CH}l_{CH} + W_{KM} - \alpha\omega))^\theta}.$$

Если в качестве начальных значений принять значения параметров газа в момент полного сгорания заряда:

$$t = t_k; P = P_k; T = T_k; V_{CH} = V_k; l_{CH} = l_k; \psi = 1,$$

то решение ОЗВБ после конца горения заряда примет вид:

$$v_{CH} = v_{IP} \sqrt{1 - \left(1 - \frac{v_K^2}{v_{IP}^2}\right) \left(\frac{S_{CH}l_K + W_{KM} - \alpha\omega}{S_{CH}l_{CH} + W_{KM} - \alpha\omega}\right)^\theta}.$$

1.6.1. Решение ОЗВБ обобщенным методом Дроздова для баллистической системы

В практике баллистического моделирования важным является решение ОЗВБ в соответствии с обобщенным методом Дроздова.

Приведем следующие основные обозначения:

d — калибр канала (диаметр канала по полям нарезов в дм);

S — площадь поперечного сечения канала ствола с учетом нарезов в дм²;

$L_{\text{кн}}$ — длина канала (расстояние от дна канала ствола до конца канала в дм);

W_0 — объем каморы в дм³;

Q — вес снаряда в кг;

ω — вес порохового заряда в кг;

T_1 — температура горения пороха в °К;

f — сила пороха в кг · дм · кг⁻¹;

α — коволюм пороховых газов в дм³ · кг⁻¹;

δ — удельный вес пороха в кг · дм⁻³;

u_x — скорость горения пороха при одной атмосфере в дм · с⁻¹ : кг⁻¹ · дм²;

$2e_x$ — начальный наименьший размер порохового зерна в мм;

$\kappa, \kappa\lambda$ — характеристики формы порохового зерна;

Z — относительная толщина сгоревшего слоя зерна;

ψ — относительный вес или объем сгоревшего заряда;

σ — относительная поверхность горящего порохового зерна;

l — путь снаряда в дм;

v — скорость снаряда в м · с⁻¹;

p — среднее давление пороховых газов в данный момент времени;

$p_{\text{сн}}, p_{\text{кн}}$ — величина давления у дна снаряда и у дна канала;

J_k — импульс давления пороховых газов в конце горения пороха;

Δ — плотность заряжания в кг · дм⁻³;

l_0 — приведенная длина каморы в дм;

$1,0 + \theta$ — показатель политропы.

Подстрочные индексы для обозначения момента:

0 — начала движения метаемого элемента;

m — наибольшего давления;

S — распада порохового зерна;

k — окончания горения пороха;

d — вылета метаемого элемента.

Допущения

Уравнения классической внутренней баллистики выводятся для осредненных значений давления p , температуры T и относительного количества сгоревшего заряда ψ , при этом осреднение T и ψ получается как следствие осреднения давления.

При выводе и интегрировании уравнений используются следующие основные допущения:

1. Отношение теплоемкостей постоянно и равно среднему значению для температур от T_1 до T_d .
2. Коэффициент фиктивности ϕ постоянен и равен среднему значению.
3. Воспламенение пороха мгновенное.
4. Сопротивление врезанию пояска в нарезы учитывается величиной P_ϕ , называемой давлением форсирования.
5. Теплоотдача стенкам орудия учитывается косвенно в силе пороха.
6. Сила пороха считается постоянной.
7. $u = u_p$.

Система уравнений, начальные и граничные условия приведены выше в пункте 1.6. Необходимо проинтегрировать систему уравнений в процессе движения метаемого элемента по каналу ствола. Блок-схема алгоритма программы решения ОЗВБ приведена на рис. 6.

Исходные данные

$$t = 0,2597e - 4$$

$$Ld = 26$$

$$d = 0,7735$$

$$k = 1,2$$

$$\theta = k - 1$$

$$\pi = 3,14159$$

$$V_{CH} = 0,0$$

$$L_{CH} = 0,0$$

$$\alpha = 0,98$$

$$\rho_2 = 1,6$$

$$\omega = 1,075$$

$$w = 1,645$$

$$P_\phi = 0,294e + 0,7$$

$$I_k = 44390,6$$

$$\kappa_1 = 0,7357$$

$$\lambda_1 = -0,16786$$

$$f = 0,8624e + 8$$

$$S_{CH} = \pi \cdot d^2 / 4$$

$$L_k = w / S_{CH}$$

$$\Delta = \omega / w$$

$$q = 6,55$$

$$a = 1,03$$

$$b = 1/3$$

$$\varphi = 1,06$$

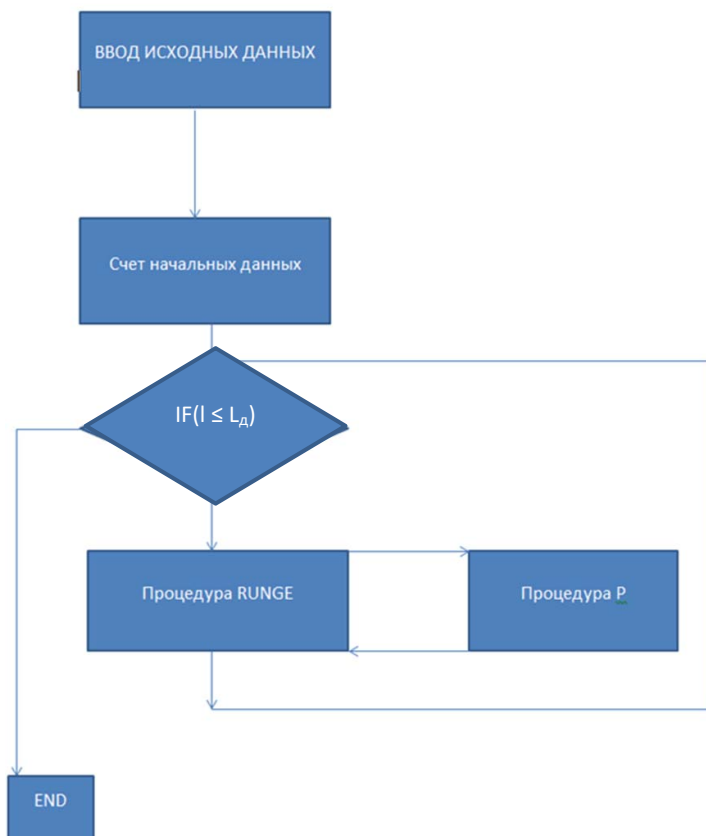


Рис. 6. Блок-схема алгоритма программы решения ОЗВБ

Исходные данные приведены в соответствии со своими размерностями.

Результаты расчета по программе на самостоятельно выбранном алгоритмическом языке представить в графическом виде. Пример результатов расчета в графическом виде приведен на рис. 7.

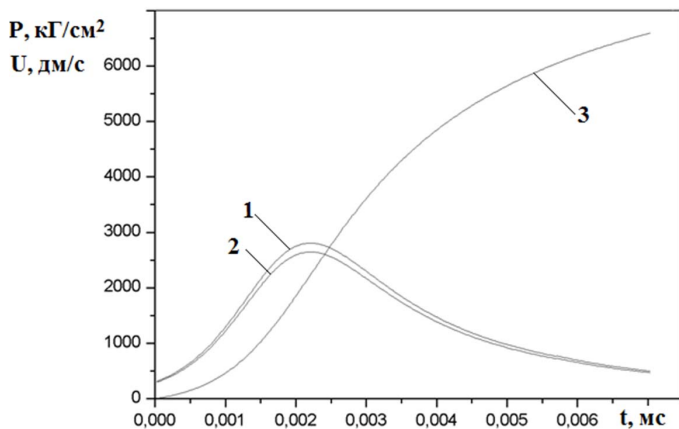


Рис. 7. Результаты расчета системы 76,2 мм:
1 – давление на дно канала; 2 – давление на снаряде;
3 – скорость снаряда

1.6.2. Решение ОЗВБ с использованием метода Рунге – Кутты

Для использования метода Рунге – Кутты необходимо решить уравнение первого порядка этим методом и протестировать в соответствии с результатами табл. 1:

$$\frac{dy}{dx} = y(1-x),$$

начальное условие: $y(0) = 1$, на отрезке $[0, 1]$ с шагом 0,1, то есть решить задачу Коши.

Таблица 1

Сравнение расчетных данных

x	0	0,1	0,2	...	1
y (точное решение)	1,0000	1,0997	1,1972	...	1,6487
y (метод Эйлера – Коши)	1,0000	1,1050	1,2089	...	1,7324
y (метод Рунге – Кутты)	1,0000	1,0997	1,1972	...	1,6487

Задания и вопросы к главе 1

1. Составьте программу решения уравнения методом Рунге – Кутты и протестируйте ее в соответствии с табл. 1.
2. Решите ОЗВБ в соответствии с постановкой задачи системы уравнений (20)–(24), начальными условиями и приведенными исходными данными для баллистической системы калибра 76,2 мм.
3. Приведите зависимость относительной доли сгоревшего пороха от относительной толщины сгоревшего свода пороха.
4. Назовите геометрические характеристики ленточного пороха.
5. Определите коэффициенты формы κ , λ для трубчатого состава пороха.
6. Определите коэффициенты формы κ , λ для состава пороха в виде шариков.
7. Определите коэффициенты формы κ , λ для состава пороха в виде квадратных пластинок.
8. Сформулируйте отличие дегрессивных тиров порохов от прогрессивных.
9. Запишите дифференциальное уравнение движения снаряда.
10. Запишите уравнение состояния в форме Дюпре.
11. Запишите уравнение Резаля.
12. Запишите дифференциальное уравнение горения пороха.
13. Запишите дифференциальные уравнения в постановке ОЗВБ.
14. Запишите начальные условия для решения ОЗВБ.
15. Определите допущение о воспламенении пороха при постановке ОЗВБ.

Глава 2. ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОЗВБ СТВОЛЬНЫХ СИСТЕМ В РАМКАХ ОДНОСКОРОСТНОЙ МОДЕЛИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

2.1. Общие положения

В связи с появлением артиллерийских систем с большими носительными массами заряда (ω/q) и высокими начальными скоростями снаряда стал необходим учет распределения параметров газопороховой смеси по заснарядному пространству. Это привело к созданию и развитию отличных от термодинамических методов решения ОЗВБ.

При решении ОЗВБ в термодинамической постановке основным допущением является осреднение плотности и температуры по заснарядному пространству и, следовательно, линейное распределение скорости. Однако такие проблемные вопросы, как влияние формы камеры на баллистику выстрела, учет теплотерьер, отставание пороховых зерен от газа, не могли быть изучены без рассмотрения динамики движения газопороховой смеси по заснарядному пространству. Таким образом, возникло второе направление во внутренней баллистике — газодинамическое.

Впервые ОЗВБ в газодинамической постановке была решена С.А. Бетехтиным и А.П. Гришиным в рамках гипотезы газопороховой смеси методом характеристик.

Современный уровень развития вычислительной математики и ЭВМ позволяет решать задачи внутренней баллистики с достаточной точностью, не прибегая к методу характеристик.

Кроме того, применение соответствующих разностных схем, допускающих сквозной счет через разрывы газодинамических параметров, дает возможность наиболее просто исследовать разрывные движения среды, а также решать самые сложные задачи внутренней баллистики.

Разностные методы при решении ОЗВБ в газодинамической постановке впервые использованы в работах В.М. Ушакова с применением схемы Лакса [8] и модифицированной схемы совместного

эйлерово-лагранжева метода (СЭЛ) [9]. Проводилось также сравнение метода характеристик с разностной схемой Лакса – Вендроффа и МакКормака [10].

Численное исследование сходимости метода характеристик показало, что значения баллистических параметров при $N \geq 100$ (N — число расчетных узлов в их временном слое) практически могут быть приняты в качестве точного решения. Сравнение трех конечно-разностных методов с методом характеристик показало, что для решения газодинамических задач в рамках гипотезы газопороховой смеси метод СЭЛ более точен и дает стабильные результаты в широком диапазоне изменения числа Куранта — Фридрихса — Леви [11].

В настоящей главе предлагается физическая модель внутрикамерного процесса в рамках односкоростной модели течения газопороховой смеси и на основе методов газовой динамики дается ее математическое описание.

2.2. Основные допущения.

Система газодинамических уравнений

Система газодинамических уравнений, описывающая внутрикамерные процессы в одномерном односкоростном приближении, впервые получена С.А. Бетехтиным. Физическая модель выстрела рассматривалась им при следующих основных допущениях:

- движение пороховых газов и несгоревших пороховых элементов отдельно не рассматривается, пороховые элементы движутся с той же скоростью, что и окружающие их газы;
- движение газопороховой смеси одномерно;
- воспламенение всех пороховых элементов одновременное и мгновенное, все они одинаковы по размерам, форме и физико-химическим характеристикам, горение происходит параллельными слоями со скоростью, одинаковой по всем направлениям;
- силы трения и теплоотдача к стенкам орудия не учитываются;
- отличие уравнения состояния пороховых газов от уравнения состояния идеального газа учитывается введением коволюма, постоянного в течение всего процесса выстрела;

- состав пороховых газов, сила пороха f , удельная газовая постоянная R и коэффициент адиабаты k принимаются постоянными значениями;
- ствол закреплен неподвижно;
- прорыв пороховых газов через зазоры и деформации канала ствола и гильзы не учитываются.

В соответствии с принятыми допущениями газодинамическая система уравнений в переменных Эйлера, описывающая внутрикамерный процесс, примет вид [1]:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho S}{\partial t} + \frac{\partial \rho u S}{\partial x} &= 0; \\
 \frac{\partial \rho u S}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2 S}{\partial x} + S \frac{\partial p}{\partial x} &= 0; \\
 \frac{\partial \rho \varepsilon S}{\partial t} + \frac{\partial \rho \varepsilon u S}{\partial x} + p \frac{\partial S u}{\partial x} &= S \Pi \rho \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} \right); \\
 \frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} &= \sqrt{\chi^2 + 4\chi\lambda\psi} \frac{p}{I_k}; \\
 \psi &= \chi z(1 + \lambda z); \\
 \varepsilon &= \frac{p}{k-1} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1-\psi}{\delta} - \alpha \psi \right),
 \end{aligned} \tag{27}$$

где u – скорость газопороховой смеси.

2.3. Начальные и граничные условия

Сформулируем начальные и граничные условия:

1. При $t = 0$, $0 \leq x \leq L_{\text{км}}$:

$$u = 0, p = p_n; \rho = \Delta; \psi = \psi_n = \frac{\frac{\delta}{\Delta} - 1}{\frac{f\delta}{p_n} + \alpha\delta - 1}. \tag{28}$$

2. При $x = 0$, $t \geq 0$:

$$v = 0. \tag{29}$$

3. При $x = x_{\text{сн}}$, $t \geq 0$:

$$q \frac{du_{\text{сн}}}{dt} = S p_{\text{сн}}, u = u_{\text{сн}}. \tag{30}$$

В итоге получаем систему уравнений (27) относительно неизвестных u , p , ρ , ϵ , Ψ , которая вместе с начальными и граничными условиями (28)–(30) позволяет решать основную задачу внутренней баллистики на основе газодинамического подхода в рамках гипотезы газопороховой смеси.

В условиях артиллерийского выстрела при скоростях снаряда $V_d < 2000$ м/с влияние противодавления воздушного столба незначительно.

Для систем со скоростями $V_d \geq 2000$ м/с учет сопротивления воздушного столба необходим, так как впереди снаряда образуется ударная волна, давление в которой в 10–100 раз превышает атмосферное, что вносит поправку к значению V_d на 5–7 %.

При этом возникающая впереди снаряда волна сжатия значительно влияет на среду за срезом ствола в период последствия. Информация о состоянии воздуха впереди снаряда также необходима при исследовании работы механических устройств, устанавливаемых в дульной части ствола (дульного тормоза, дульного ускорителя, газоотводного устройства).

Решение ОЗВБ в заснарядном пространстве осуществляется одновременно с решением задачи о сжатии воздуха быстро движущимся снарядом в стволе орудия с постановкой граничных условий на дульном срезе. Уравнение движения снаряда (30) в данном случае имеет вид:

$$q \frac{du_{\text{сн}}}{dt} = S(p_{\text{сн}} - p_{\text{пр}}), \quad (31)$$

где $p_{\text{пр}}$ — давление сжатого воздуха перед снарядом.

С учетом противодавления и продольной силы реакции сопротивления уравнение движения снаряда (30) примет вид:

$$q \frac{du_{\text{сн}}}{dt} = S(p_{\text{сн}} - p_{\text{пр}}) - F, \quad (32)$$

где F — сила трения снаряда о ствол.

Движение начинается при условии $S(p_{\text{сн}} - p_{\text{пр}}) - F = 0$, то есть с ускорением, равным нулю, тогда как при обычном подходе ускорение снаряда в момент начала движения изменяется скачком от нуля до значения $Sp_{\text{ф}} / q$.

Противодавление $p_{\text{пр}}$ с достаточной точностью определяется из решения задачи о движении поршня в трубе с постоянной скоростью как давление за отошедшей ударной волной:

$$p_{\text{пр}} = p_{\text{н}} \left(1 + \frac{k(k+1)u_{\text{сн}}^2}{4c_{\text{в}}^2} + \frac{ku_{\text{сн}}}{c_{\text{в}}} \sqrt{1 + \frac{(k+1)^2 u_{\text{сн}}^2}{16c_{\text{в}}^2}} \right), \quad (33)$$

где $p_{\text{н}}$ — начальное давление воздуха в стволе; $c_{\text{в}} = \sqrt{\kappa_{\text{в}} p_{\text{н}} / \rho_{\text{в}}}$ — скорость звука в воздухе; $\kappa_{\text{в}}$, $\rho_{\text{в}}$ — показатель адиабаты и плотность воздуха впереди ударной волны соответственно.

Учет влияния силы трения на характеристики выстрела представляет собой сложную проблему, в которой должны рассматриваться такие процессы, как разогрев, плавление поверхности контакта, частичный унос материала. Этому вопросу посвящено много работ. Известны зависимости, аппроксимирующие экспериментальные результаты, учитывающие влияние давления и скорости скольжения на силу трения. Однако они получены для конкретных контактных пар и в определенном диапазоне скоростей, а поэтому не универсальны. В ряде случаев трением между снарядом и стволом можно пренебречь [12].

2.4. Методы численного решения одномерных газодинамических задач внутренней баллистики

2.4.1. Общие сведения

Дифференциальные уравнения (27), описывающие внутрикамерные процессы в рамках гипотезы газопороховой смеси, являются следствием законов сохранения массы, импульса и энергии. В общем случае эти законы представляются в интегральном виде. Переход от интегральных законов сохранения к дифференциальным возможен лишь в случае непрерывного течения (когда решение дифференцируемо в заданной области).

Если гладкого решения не существует, то для определения течения, содержащего разрывы, необходимо обратиться к интегральным законам. Такой подход широко используется в теории разрывных (обобщенных) решений систем квазилинейных дифференциальных уравнений гиперболического типа.

Необходимость в единообразной схеме, формулы которой были бы одинаковы в различных точках сетки независимо от наличия особенностей, привела к созданию однородных разностных схем (схем сквозного счета) расчета систем гиперболического типа. Методы сквозного счета позволяют рассчитывать течения с заранее неизвестными ударными волнами и разрывами другого типа без усложнения вычислительного алгоритма.

Обратим внимание на некоторые общие свойства таких методов и требования, предъявляемые к ним.

В идеальной разностной схеме должна отсутствовать дисперсия и аппроксимационная (схемная) вязкость, то есть искажение формы возмущений с разными длинами волн. Существенная дисперсия схемы является одной из основных причин появления нефизических осцилляций в окрестностях разрывов. При этом скорость и форма реальных возмущений будут искажаться. В то же время большая схемная вязкость приводит к сглаживанию больших градиентов, сильному «размазыванию» разрывов.

Схемы первого порядка точности вследствие схемной вязкости могут сильно «размазывать» разрывы, особенно контактные. Схемы более высоких порядков обычно не обладают свойствами монотонности. При их использовании в зонах быстрого изменения параметров появляются нефизические осцилляции. В этом случае такие схемы становятся неэффективными при изучении нестационарных течений, взаимодействия разрывов различного типа и т. п. Проблема выбора метода расчета и разностной схемы многоплановая и непростая. При этом возникает ряд конкурирующих аспектов [13]:

- желание использовать схемы сквозного счета без специального выделения особенностей различного типа;
- получение достаточной точности;
- обеспечение того, чтобы схема и алгоритм решения допускали присоединение к основной системе уравнений дополнительных уравнений и членов (в правой части), описывающих протекание тех или иных сопутствующих процессов без существенной перестройки схемы и алгоритма;
- приемлемое время вычислений на ЭВМ.

Далее обратимся к рассмотрению некоторых наиболее употребительных разностных однородных схем в целях выбора подхода и построения схем сквозного счета для системы уравнений (27).

2.4.2. Выбор конечно-разностного метода и некоторые особенности расчета внутрикамерных процессов

Система уравнений, описывающих процесс выстрела в рамках односкоростного приближения (газопороховой смеси), является системой уравнений гиперболического типа. Детальный учет особенностей течения в этом случае можно проводить методом характеристик. Однако этот метод, наиболее точный при решении ОЗВБ, практически непригоден для решения усложненных задач внутренней баллистики из-за необходимости выделения всех разрывов, возникающих в области течения. Несмотря на ограниченность этого метода, его роль очень велика для построения решения тестовых задач.

Уже сама физическая постановка задач, а также нелинейности дифференциальных уравнений приводят к тому, что задача, как правило, не имеет идеальных решений, а содержит разнообразные особенности, характер которых различен в зависимости от области изменения переменных (x, t) .

При решении таких задач возможны два подхода. В первом выделяется расчет особенностей известной структуры и особо рассматривается счет в областях гладкости. Для систем гиперболического типа исторически первоначально возникли и широко развивались именно такие конечно-разностные методы. Однако по мере их развития и автоматизации вычислений возник ряд технических трудностей.

Для того чтобы обойти эти трудности, Нейман и Рихтмайер предложили схему с введением искусственной вязкости для «размазывания» разрывов на скачках: использование ячеек конечного размера приводит к «размазыванию» разрывов производных (метод сквозного счета). По существу, отсюда и возникла постановка задачи об обобщенном решении уравнений газовой динамики (возможно, даже и с разрывными параметрами), удовлетворяющем основным законам сохранения — массы, импульса и энергии.

Второй подход характеризуется сквозным расчетом в заданных областях без выделения особенностей течения.

Наиболее важными выходными данными внутриваллистического расчета артиллерийских систем являются скорость снаряда и эпюра максимальных давлений. На наш взгляд, эти параметры можно довольно надежно получить путем расчета по сквозной конечно-разностной схеме.

При проведении расчетов с помощью таких разностных схем разрывное решение заменяется непрерывным, но быстро меняющимся в зоне скачка. Сглаживающее влияние на разрывы в таких схемах оказывают искусственная и аппроксимационная вязкость.

К схемам с аппроксимационной вязкостью из наиболее широко применяемых относятся схемы, построенные на основе методов Лакса [8], Годунова, Куропатенко, которые при фиксированной сетке не содержат произвольных параметров.

Наиболее просты в реализации схемы, основанные на методе Лакса. Суть метода состоит в особом способе аппроксимации производных по времени, в результате чего разностная схема условно аппроксимирует исходную систему уравнений.

Аппроксимационная вязкость такой схемы содержит члены со вторыми производными по пространственной переменной. Наилучшие результаты получаются, если брать шаг по времени как можно больше (в пределах условия устойчивости), а шаг по пространству — как можно меньше.

Поскольку члены с аппроксимационной вязкостью входят в каждый разностный аналог уравнений газодинамики, то разностные схемы типа схемы Лакса «размазывают» и контактные границы. При этом «размазывание» возрастает с уменьшением шага по времени.

Широкое распространение при решении систем квазилинейных дифференциальных уравнений гиперболического типа получили схемы, основанные на двухшаговой процедуре метода Лакса — Вендроффа [10]. В соответствии с этим методом из разностных аналогов системы дифференциальных уравнений, записанных в неди-вергентной форме, сначала находятся вспомогательные величины на промежуточном слое.

Затем вспомогательные величины используются в разностных аналогах интегральных законов сохранения. Для подавления осцилляции при расчете вспомогательных величин либо добавляются

члены типа искусственной вязкости, либо меняется уровень промежуточного слоя, что приводит к появлению необходимой величины аппроксимационной вязкости.

Довольно широкое распространение получили конечноразностные схемы, основанные на методах СЭЛ [9] и МакКормака [10]. Разностная схема метода СЭЛ была специально разработана для расчета нестационарных гидродинамических задач и обладает вторым порядком точности на гладких решениях. Для выделения ударных волн вводится искусственная вязкость, которая включается в качестве составляющей в давление и «размазывает» ударную волну на фиксированное число ячеек таким образом, что значения газодинамических параметров меняются непрерывно при переходе через скачок и удовлетворяют условиям Ренкина — Гюгонно.

В настоящее время не существует универсального метода, который был бы одинаково эффективен для всех задач газовой динамики. Эффективность метода определяется его точностью, затратами ресурсов ЭВМ, простотой алгоритма и т. д. Чтобы оценить применимость того или иного конечно-разностного метода, необходимо провести путем численного эксперимента исследование сходимости методов, сравнение по затратам ресурсов ЭВМ и по точности на модельной (тестовой) задаче, которая по возможности включала бы все основные особенности процесса, подлежащего дальнейшему изучению. Таким образом, тест должен принадлежать к тому же классу, что и задачи, которые предстоит решать выбранным методом. В качестве теста может служить либо аналитическое решение, либо решение, полученное методом характеристик (как наиболее точным численным методом решения систем гиперболического типа). По результатам сравнения можно будет рекомендовать тот или иной конечно-разностный метод для решения задач внутренней баллистики в рамках односкоростной модели сплошной среды. Однако следует иметь в виду, что выбранный наиболее точный разностный метод для одного класса задач внутренней баллистики (например, где разрывные течения отсутствуют) может оказаться малопригодным при решении задач другого типа (там, где разрывы присутствуют). Это относится и к переходу от односкоростной модели сплошной среды к двухскоростной. В таких случаях необхо-

димо провести дополнительные эксперименты по сходимости того или иного конечно-разностного метода на тестах другого типа.

Сравнение следует проводить при оптимальных для каждого метода значениях чисел Куранта, то есть установить сходимость разностного оператора того или иного конечно-разностного метода к оператору дифференциальному.

Для исследования сходимости просчитывается несколько вариантов с различными шагами по пространственной и временной координате. В качестве характерных величин, по которым проводится сравнение, например, могут быть выбраны максимальные значения давлений у дна камеры и снаряда, а также дульная скорость снаряда. Экстраполяция характерных величин $(p_{\text{сн}})_m$, $(p_{\text{кн}})_m$ на нулевой шаг (при $\Delta x \rightarrow 0$) приводит при различных числах Куранта к одному значению, которое принимается за точное значение, соответствующее исходной дифференциальной задаче.

В качестве примера на рис. 8 для одного из типичных для ОЗВБ сочетаний исходных параметров приведены модули относительных ошибок дульной скорости $\tilde{\delta}_j(v_{dj})$ и давления на снаряд в момент вылета $\tilde{\delta}_j(p_{dj})$ в зависимости от числа разбиений N по пространственной координате. В качестве базы для сравнения в данном случае были выбраны значения соответствующих параметров, рассчитанные тем или иным методом при $N = 100$.

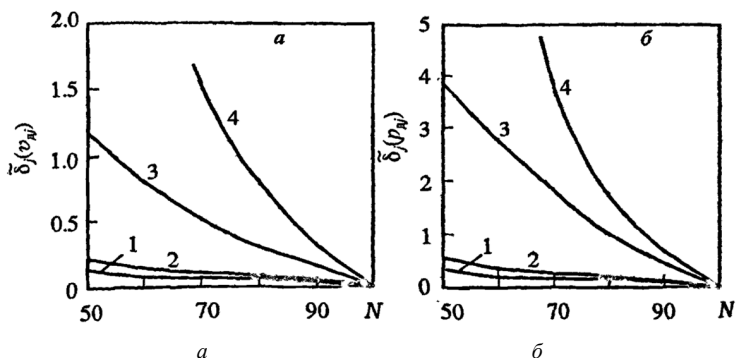


Рис. 8. Зависимость модулей относительных ошибок дульной скорости (а) и давления (б) у дна снаряда от числа интервалов разбиения по пространственной координате: 1 — метод характеристик; 2 — метод СЭЛ; 3 — метод Лакса — Вендроффа; 4 — метод Лакса

Параметры v_d, p_d , рассчитанные различными методами при $N \rightarrow \infty$, стремятся каждый к своему пределу. Результаты, полученные методами Лакса и Лакса – Вендроффа, значительно зависят от N , что вынуждает при использовании этих методов брать большое число интервалов N .

Как показано в работе [1], значения баллистических параметров, полученных методом характеристик при $N \geq 100$, могут быть приняты в качестве точного решения. Рис. 9 отражает зависимость модуля относительной ошибки $\tilde{\delta}_j = \frac{v_{dj} - v_{d1}}{v_{d1}}$ в функции N , где v_{d1} – значение дульной скорости, рассчитанное методом характеристик при $N = 100$. Зависимости v_d и p_d от N , рассчитанные методом характеристик и методом СЭЛ, представлены на рис. 10. Из рис. 9 следует, что параметры газопороховой смеси, рассчитанные по методу СЭЛ, уже при $N = 50$ достигают стационарного значения (практически не меняются при $N \rightarrow \infty$). Сравнение свидетельствует в пользу конечно-разностного метода СЭЛ. Логично предположить, что этот результат справедлив и в случае двухскоростной модели сплошной среды.

Тестирование метода СЭЛ на разрывном решении системы уравнений, описывающих двухскоростные движения двухфазной смеси, показывает правомерность такого предположения.

Одним из важных в техническом отношении моментов расчета является выбор и построение расчетной сетки. Последняя существенно сказывается как на точности решения, так и на объеме вычислений.

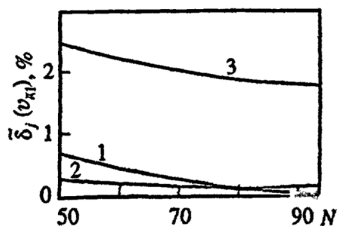


Рис. 9. Зависимость модуля относительной ошибки $\delta_j(v_d)$ от N :
1 – метод характеристик; 2 – метод СЭЛ; 3 – метод Лакса – Вендроффа

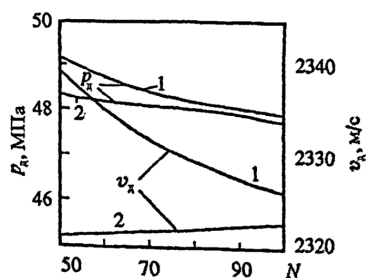


Рис. 10. Зависимость v_d и p_d от числа интервалов разбиения:
1 — метод характеристик; 2 — метод СЭЛ

Основные требования, предъявляемые к сеткам при расчете задач внутренней баллистики, можно сформулировать следующим образом:

- ячейки по возможности не должны значительно отличаться от прямоугольных;
- желательно, чтобы сетка не содержала ячейки, значительно различающиеся по размерам;
- сетка должна отражать специфические особенности течения, сгущаясь в области больших градиентов параметров.

В заключение следует отметить, что применение того или иного типа сетки в зависимости от задачи может существенно повысить точность вычислений без заметного увеличения времени счета. В каждом типе задач, связанных с движением газопороховой смеси, выбор расчетной сетки должен проводиться в соответствии с целями численного исследования. Общий рецепт по выбору некой оптимальной сетки, пригодной для всех практических случаев, отсутствует.

Задания и вопросы к главе 2

1. Запишите уравнение сохранения массы из системы уравнений газопороховой смеси.
2. Запишите уравнение количества движения из системы уравнений газопороховой смеси.
3. Запишите уравнение энергии из системы уравнений газопороховой смеси.

4. Запишите уравнение горения из системы уравнений газопороховой смеси.
5. Запишите уравнение движения снаряда с учетом противодействия воздуха в стволе.
6. Запишите уравнение движения снаряда с учетом противодействия воздуха в стволе и сопротивления трения.
7. Каковы два подхода к расчету внутрикамерных процессов?
8. Назовите эталонный метод при проведении расчетов на гладких течениях.
9. Назовите выбранный в результате исследований на сходимость метод для расчета нестационарных газодинамических задач.

Глава 3. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ ЭСТАФЕТНОЙ СХЕМЫ ВЫСТРЕЛА

3.1. Общие положения

Впервые задача метания, соответствующая решаемой, была поставлена профессором В.Н. Вилюновым в 1969 году. Вначале исследовалась возможность достижения более высоких скоростей для схемы метания типа «порох $\leftrightarrow$ поршень $\leftrightarrow$ порох» (ППП) по сравнению с классической схемой выстрела из пороховых баллистических установок. При этом сначала воспламенялся заряд пороха, расположенный у метаемого элемента, а затем заряд, расположенный в основной камере, перед поршнем. Позже исследования такой же схемы при применении штатных порохов проводились автором пособия, причем выигрыша в скорости по сравнению с реализуемыми скоростями метания при классической схеме выстрела на использованных баллистических установках не было получено. Его удалось достичь, когда сначала было выполнено воспламенение заряда пороха, расположенного в основной камере, перед поршнем, а затем заряда, расположенного у метаемого элемента.

Автором был теоретически показан существенный эффект при применении этой, названной эстафетной, схемы метания в артиллерийской системе калибра 100 мм. Также были проанализированы баллистические возможности установок эстафетной схемы калибра 23 мм, причем при ограничении давления в стволе установки до 500 МПа и допустимом давлении на дно канала ствола 1000 МПа расчетный выигрыш в скорости составил около 14 % по сравнению с классической схемой выстрела.

Таким образом, актуальным является изучение возможностей практической реализации эстафетной схемы.

3.2. Физическая постановка задачи

Эстафетный принцип метания заключается в ускорении метаемого элемента (МЭ) за счет последовательного воздействия пороховых газов на поршень и МЭ. Пороховые газы, ускоряющие МЭ, образуются от сгорания отдельных частей заряда. Схемы метания, использующие данный принцип, будем называть эстафетными. Заметим, что в отличие от двухступенчатых установок ППП в пороховых баллистических установках выстрела эстафетной схемы (ВЭС) движущийся поршень позволяет перераспределять энергию МЭ, начинающему движение одновременно с поршнем.

Схема метания с невесомыми, убирающимися при определенных условиях разделительными перегородками, имеющими возможность движения с МЭ, рассмотрена в работе [14].

С целью повышения начальной скорости МЭ предлагается разгонять камеру подгона или контейнер и воспламенять его пороховой заряд с некоторой задержкой после воспламенения основного заряда [15]. На рис. 11 изображен продольный разрез пороховой баллистической установки выстрела эстафетной схемы.

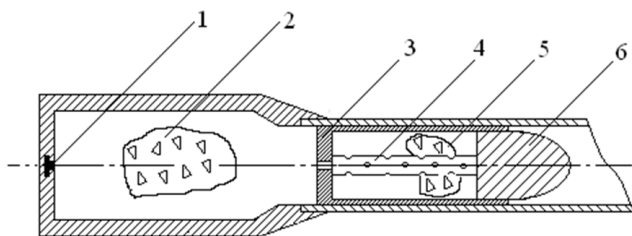


Рис. 11. Выстрел эстафетной схемы:

1 — капсюль-воспламенитель; 2 — основной заряд; 3 — дно контейнера;
4 — перфорированная трубка; 5 — дополнительный заряд; 6 — МЭ

Установка работает следующим образом. В начальный момент времени от капсюля-воспламенителя воспламеняется основной заряд. При достижении давления форсирования поршень, дополнительный или контейнерный заряд и МЭ приходят в движение. Дополнительный заряд воспламеняется горячими продуктами горения основного заряда через определенное время задержки зажига-

ния. Для более равномерного и стабильного воспламенения заряда контейнера используется воспламенительное устройство, выполненное в виде перфорированной трубки, жестко прикрепленной к поршню и расположенной соосно с отверстием в поршне. Время задержки зажигания заряда контейнера регулируется диаметром отверстия в поршне, количеством и диаметрами отверстий в перфорированной трубке.

До момента воспламенения дополнительного заряда энергия порохового газа основного заряда преобразуется главным образом в кинетическую энергию контейнера, что в конечном счете увеличивает переносную скорость метаемого газа. После воспламенения подвижного заряда и придания МЭ ускорения под действием силы давления порохового газа большего, чем ускорение поршня, движущегося под действием разности давлений газов основного и дополнительного зарядов, МЭ отделяется от контейнера и начинает самостоятельное движение по каналу ствола. Поршень будет продолжать свое движение по каналу с замедлением, испытывая возрастающее сопротивление движению из-за увеличивающегося давления газов, образующихся при горении заряда контейнера.

Благодаря такой схеме зажигания повышается КПД основного заряда, так как им ускоряется большая масса. Кроме того, заряд контейнера и МЭ разогнаны к моменту зажигания до высокой скорости, и энергия дополнительного заряда после зажигания передается в основном МЭ, так как работа пороховых газов дополнительного заряда, затрачиваемая на перемещение поршня, мала из-за большого сопротивления уже разогнанной массы газов, прилегающих к поршню со стороны основного заряда.

Из сравнения параметров с классическим способом разгона можно ожидать повышения скорости МЭ за счет перераспределения энергии пороховых зарядов.

Задания и вопросы к главе 3

1. Назовите различия схем ППП и эстафетной.
2. В чем заключается эстафетный принцип метания?
3. Какова роль движущегося поршня в пороховых баллистических установках выстрела эстафетной схемы (ВЭС)?
4. Какова последовательность срабатывания элементов ВЭС?
5. Укажите различие физических процессов при реализации классической и эстафетной схем выстрела.
6. За счет чего реализуется выигрыш в начальной скорости метания при применении эстафетной схемы по сравнению с использованием классической схемы метания?
7. Каковы особенности физических процессов при классической схеме метания, эстафетной схеме и схеме ППП?

Глава 4. ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ ДЛЯ СИСТЕМ ЭСТАФЕТНОЙ СХЕМЫ ВЫСТРЕЛА

При изучении внутрибаллистических параметров баллистических систем используются различные модели механики сплошной среды. В частности, применяются модели: газопороховой смеси, гетерогенной среды, гетерогенной среды с учетом начального периода.

При рассмотрении различных схем метания необходимо использовать газодинамический подход, который позволяет определять динамическую картину изменения параметров в каждой точке рассматриваемой области. Постановка основной задачи внутренней баллистики заключается в выводе уравнений сохранения для выбранной модели и конкретизации начальных и граничных условий, соответствующих выбранной схеме метания. Решение поставленных задач в виде систем уравнений с частными производными с соответствующими начальными и граничными условиями проводится численно различными разностными методами.

4.1. Основная задача внутренней баллистики для систем эстафетной схемы выстрела при применении модели газопороховой смеси

Основную задачу внутренней баллистики для систем эстафетной схемы метания необходимо решать с использованием газодинамического подхода в отличие от возможного применения термодинамического подхода, применяемого при определении параметров систем классической схемы метания.

Решение основной задачи внутренней баллистики на основе модели газопороховой смеси для систем эстафетной схемы метания (рис. 12) проводится при следующих основных допущениях, используемых в модели:

- заряды состоят из зерен мелкого иницирующего состава, причем зерна движутся с той же скоростью, что и окружающие их газы;
- поверхность каждого из зарядов охватывается пламенем мгновенно в соответствующий зажиганию момент времени;

- трением газа о стенки камеры, ствола и теплоотдачей пренебрегаем;
- движение сборки (перегородка, дополнительный заряд, метаемый элемент) начинается после достижения давления форсирования в основной камере;
- для зерен справедлив обычный геометрический закон горения;
- истечение газа в область сборки не учитывается.

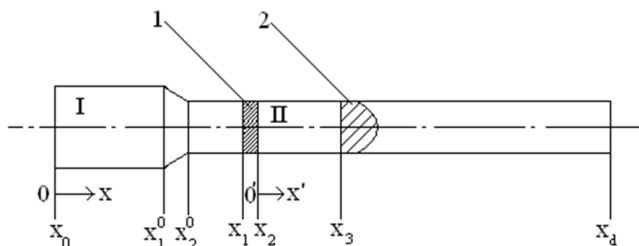


Рис. 12. Схема метания: I, II — области, где располагаются части заряда (I — камера основного заряда, II — область дополнительного заряда); 1 — перегородка (диафрагма); 2 — метаемый элемент

Для повышения точности решения ОЗВБ для эстафетной схемы необходимо решать в комбинированной системе координат. Решение системы уравнений в области I проводится в лабораторной системе координат, а решение системы уравнений в области II — в неинерциальной системе координат, связанной с перегородкой между областями.

Обозначая новые параметры со штрихом, имеем:

$$x' = x - \int_0^t v dt - x_0; \quad u' = u - v; \quad t' = t.$$

В этом случае дифференциальные операторы по независимым переменным будут выглядеть так:

$$\frac{\partial}{\partial x'} = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t} - v \frac{\partial}{\partial x}.$$

При этом система уравнений в неинерциальной системе координат, используемой во II области, принимает вид:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho S}{\partial t} + \frac{\partial \rho u S}{\partial x} &= 0; \\
\frac{\partial \rho u S}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2 S}{\partial x} + S \frac{\partial p}{\partial x} &= -\rho S \frac{dv}{dt}; \\
\frac{\partial \rho \varepsilon S}{\partial t} + \frac{\partial \rho \varepsilon u S}{\partial x} + p v \frac{\partial S}{\partial x} + p \frac{\partial S u}{\partial x} &= S \Pi \rho \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} \right); \\
\frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} &= \sqrt{\chi^2 + 4\chi\lambda\psi} \frac{p}{I_k}; \\
\psi &= \chi z(1 + \lambda z); \\
\varepsilon &= \frac{p}{k-1} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1-\psi}{\delta} - \alpha \psi \right).
\end{aligned}$$

Эта система используется для расчета в обеих областях. Как частный случай из нее можно легко получить уравнения в инерциальной системе координат для определения внутрибаллистических параметров в области I.

Начальные условия для области I определяются с учетом достижения давления форсирования сборки (перегородка, дополнительный заряд, метаемый элемент) в начальный момент времени. Начальные условия в области II определяются для условия достижения заданного времени задержки зажигания движущегося дополнительного заряда. Предполагается, что в этот момент времени в области II достигается заданное начальное давление. Скорости в области II при этом остаются равными нулю до момента разделения сборки.

4.1.1. Граничные условия

1. При $x = 0, t \geq 0$ $u = 0$.
2. При $x = x_1, t \geq 0$:

$$\begin{aligned}
\frac{du_1}{dt} &= \begin{cases} \frac{S}{Q} \left(p_1 - \frac{f_{CB}}{S} \right), & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} \geq \frac{p_3}{q}; \\ \frac{S(p_1 - p_2)}{Q_\Gamma}, & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} < \frac{p_3}{q}; \end{cases} \\
\frac{dv}{dt} &= \frac{du_1}{dt}.
\end{aligned}$$

3. При $x = x_2, t \geq 0$ $u_2 = 0$.

4. При $x = x_3, t \geq 0$:

$$\frac{du_3}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} \geq \frac{p_3}{q}; \\ \left\{ \frac{S(p_3 - f_{CB})/S}{q} \right\} - \frac{dv}{dt}, & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} < \frac{p_3}{q}; \end{cases}$$

$$f_{CB} = \left(p_{BH} + \frac{k+1}{2} \rho_{BH} u^2 \right) S.$$

f_{CB} во всех случаях вычисляется по формуле прямого скачка.

4.1.2. Относительные переменные

Для решения система уравнений приводится к безразмерному виду. В качестве масштабных величин выбраны:

$$L_{KM} = x_1, t_0 = L_{KM} / c_0,$$

$$P_0 = \frac{f_I \Delta_I}{1 - \alpha_I \Delta_I}, c_0^2 = \frac{p_0}{\Delta}, \Delta = \frac{\omega_I}{w_I}, \text{ если } \frac{\omega_I}{w_I} \geq \frac{\omega_{II}}{w_{II}};$$

$$P_0 = \frac{f_{II} \Delta_{II}}{1 - \alpha_{II} \Delta_{II}}, c_0^2 = \frac{p_0}{\Delta}, \Delta = \frac{\omega_{II}}{w_{II}}, \text{ если } \frac{\omega_I}{w_I} < \frac{\omega_{II}}{w_{II}}.$$

Здесь x_1 — начальная координата положения поршня; ω_I, ω_{II} — массы составов в областях; w_I, w_{II} — объемы областей; L_{KM} — масштаб длины; t_0 — масштаб времени; p_0 — масштаб давления; c_0 — масштаб скорости.

Тогда относительные переменные примут вид:

$$\tau = \frac{t}{t_0}, \quad \bar{u} = \frac{u}{c_0}, \quad \bar{x} = \frac{x}{L_{KM}}, \quad \bar{p} = \frac{p}{p_0}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\Delta}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{c_0^2}.$$

Далее знак «черта» у переменных убирается. На безразмерный характер уравнений в дальнейшем будет указывать τ .

Для простоты введем следующие замены:

$$\rho S \rightarrow \rho, \rho u S \rightarrow M, \rho \varepsilon S \rightarrow \varepsilon.$$

Переходя в исходной системе уравнений в начальных и граничных условиях к относительным переменным, с учетом замен получим:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} &= 0; \\
\frac{\partial M}{\partial \tau} + \frac{\partial M u}{\partial x} + S \frac{\partial p}{\partial x} &= -\rho \frac{dv}{d\tau}; \\
\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + \frac{\partial \varepsilon u}{\partial x} + p \frac{\partial S u}{\partial x} &= \rho \Pi \left(\frac{\partial \psi}{\partial \tau} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - p v \frac{dS}{dx}; \\
\frac{\partial \psi}{\partial \tau} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} &= \sqrt{\chi^2 + 4\chi\lambda\psi} A; \\
\psi &= xz(1 + \lambda z); \\
\varepsilon &= \frac{p\rho}{\theta} \left(\frac{S}{\rho} - \frac{1-\psi}{\delta} - \alpha\psi \right),
\end{aligned} \tag{34}$$

где $\theta = k - 1$, $A = \frac{\Delta L_{\text{KM}} c_0}{I_k}$.

Начальные и граничные условия

1. При $\tau = 0$, $0 \leq x \leq 1$:

$$u_I = 0, \quad \rho_I = \Delta_I S, \quad p_I = p_\Phi, \quad \psi_I = \frac{\frac{1}{\Delta_I} - \frac{1}{\delta_I}}{\frac{f_I}{p_I} + \alpha_I - \frac{1}{\delta_I}}.$$

2. При $\tau = 0$, $x_2 \leq x \leq x_3$:

$$u_{II} = 0, \quad \rho_{II} = \Delta_{II} S, \quad p_{II} = p_a, \quad \psi_{II} = 0. \tag{35}$$

3. При $\tau = \tau_3$, $x_2 \leq x \leq x_3$:

$$u_{II} = 0, \quad \rho_{II} = \Delta_{II} S, \quad M_{II} = \rho_{II} u_{II}, \quad p_{II} = p_B, \quad \psi_{II} = \frac{\frac{1}{\Delta_{II}} - \frac{1}{\delta_{II}}}{\frac{f_{II}}{p_{II}} + \alpha_{II} - \frac{1}{\delta_{II}}}.$$

4. При $x = 0$, $\tau \geq 0$ $u = 0$.

5. При $x = x_1, \tau \geq 0$:

$$\frac{du_1}{d\tau} = \begin{cases} \frac{B}{Q} \left(Sp_1 - \frac{f_{CB}}{S_{KM}} \right), & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} \geq \frac{p_3}{q}; \\ \frac{B}{Q_\Gamma} (S(p_1 - p_2)), & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} < \frac{p_3}{q}. \end{cases}$$

$$\frac{dv}{d\tau} = \frac{du_1}{d\tau}.$$

6. При $x = x_2, \tau \geq 0, u_2 = 0$.

7. При $x = x_3, \tau \geq 0$:

$$\frac{du_3}{d\tau} = \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} \geq \frac{p_3}{q}; \\ \frac{B}{q} \left(p_3 - \frac{f_{CB}}{S_{KM}} \right) - \frac{dv}{d\tau}, & \text{если } \frac{p_1 - p_2}{Q_\Gamma} < \frac{p_3}{q}. \end{cases}$$

$$B = S_{KM} \Delta L_{KM}.$$

f_{CB} — по формуле прямого скачка.

Величины $\frac{B}{Q}, \frac{B}{Q_\Gamma}, \frac{B}{q}$ — безразмерные.

Система гиперболических уравнений с соответствующими начальными и граничными условиями решается совместным методом Эйлера — Лагранжа (СЭЛ) [9].

4.1.3. Численная схема расчета.

Конечно-разностные уравнения

Для численного решения поставленной задачи выбран модифицированный метод СЭЛ, см. [9].

Введем определения:

$$f(x_{k+1/2}, \tau_n) = f_{k+1/2}^n,$$

$$g(x_k, \tau_{n+1/2}) = g_k^{n+1/2},$$

$$q(x_{k+1/2}, \tau_{n+1/2}) = q_{k+1/2}^{n+1/2},$$

$$(fu)_{k+1/2}^{n+1/2} = \begin{cases} f_{k+1/2}^n(u)_{k+1}^{n+1/2}, & \text{если } u_{k+1}^{n+1/2} \geq 0; \\ f_{k+3/2}^n(u)_{k+1}^{n+1/2}, & \text{если } u_{k+1}^{n+1/2} < 0, \end{cases}$$

$$[\nabla fu]_{k+1/2}^{n+1/2} = \frac{(fu)_{k+1}^{n+1/2} - (fu)_k^{n+1/2}}{h}.$$

С учетом введенных определений конечно-разностные уравнения, соответствующие уравнениям системы (27), принимают вид:

$$\begin{aligned}
M_k^{n+1/2} &= M_k^{n-1/2} - \tau \left\{ [\nabla Mu]_k^{n-1/2} + \right. \\
&\quad \left. + \rho_{k-1/2}^n \cdot \left(\frac{\Delta V}{\Delta \tau} \right)_K^{N+1/2} - \frac{S_{K+1/2} + S_{K-1/2}}{2} \left(\frac{\Delta P}{\Delta X} \right)_K^N \right\}, \\
u_k^{n+1/2} &= \frac{2M_K^{n+1/2}}{\rho_{K+1/2}^n + \rho_{K-1/2}^n}, \\
\rho_{k-1/2}^{n+1} &= \rho_{k-1/2}^n - \tau \left\{ [\nabla \rho u]_{k-1/2}^{n+1/2} \right\}, \\
\Psi_{k-1/2}^{n+1} &= \Psi_{k-1/2}^n - \tau \left\{ u_k^{n+1/2} \cdot \left(\frac{\Delta \Psi}{\Delta x} \right)_K^n - (\kappa + 2\kappa\lambda z_{k-1/2}^n) P_{k-1/2}^n A \right\}, \\
z_{k-1/2}^n &= \frac{\sqrt{\kappa^2 + 4\kappa\lambda \Psi_{K-1/2}^n} - \kappa}{2\kappa\lambda}, \\
\varepsilon_{K-1/2}^{n+1} &= \varepsilon_{K-1/2}^n - \tau \left\{ [\nabla \varepsilon u]_{k-1/2}^{n-1/2} + P_{k-1/2}^n \cdot [\nabla Su]_{K-1/2}^{N+1/2} + \right. \\
&\quad \left. + P_{K-1/2}^n V_K^{n-1/2} \cdot \left(\frac{\Delta S}{\Delta X} \right) - \rho_{K-1/2}^n \Pi \left(\frac{\Delta \Psi}{\Delta X} \right)_{K-1/2}^N \right\}, \\
P_{k-1/2}^{n+1} &= \frac{\varepsilon_{K-1/2}^{n+1} \theta}{\rho_{K-1/2}^{n+1} \left(\frac{S_{K-1/2}}{\rho_{K-1/2}^{n+1}} - \frac{1 - \Psi_{K-1/2}^{n+1}}{\delta} - \alpha \Psi_{K-1/2}^{n+1} \right)}.
\end{aligned}$$

Счет на границах областей:

$$\begin{aligned}
\frac{d\rho}{d\tau} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} &= 0; \\
\frac{dx}{d\tau} &= u, \quad M = \rho u, \quad \psi = xz(1 + \lambda z); \\
\frac{d\varepsilon}{d\tau} + (\varepsilon + pS) \frac{\partial u}{\partial x} &= \rho \Pi \frac{d\psi}{d\tau}; \\
\frac{d\psi}{d\tau} &= AP(\kappa + 2\kappa\lambda z);
\end{aligned} \tag{36}$$

$$p = \frac{\varepsilon\theta}{\rho \left(\frac{S}{\rho} - \frac{1-\psi}{\delta} - \alpha\psi \right)}.$$

В разностном виде:

$$x_{\Gamma}^{n+1/2} = x_{\Gamma}^{n-1/2} + \tau \cdot (u_{\Gamma}^{n+1/2} - u_{\Gamma}^{n-1/2})/2,$$

$$x_{\Gamma}^{n+1} = x_{\Gamma}^n + \tau \cdot u_{\Gamma}^{n+1/2},$$

$$\rho_{\Gamma}^{n+1} = \rho_{\Gamma}^n - \tau \cdot \rho_{\Gamma}^n \cdot \frac{(u_{\Gamma}^{n+1/2} - u_{\Gamma}^{n-1/2})}{(x_{\Gamma}^{n+1/2} - x_{\Gamma}^{n-1/2})},$$

$$M_{\Gamma}^{n+1/2} = u_{\Gamma}^{n+1/2} \cdot \rho_{\Gamma}^{n+1},$$

$$z_{\Gamma}^n = \frac{\sqrt{\kappa^2 + 4\kappa\lambda\Psi_{\Gamma}^n} - \kappa}{2\kappa\lambda},$$

$$\varepsilon_{\Gamma}^{n+1} = \varepsilon_{\Gamma}^n - \tau \cdot \left\{ (\varepsilon_{\Gamma}^n + s \cdot P_{\Gamma}^n) \frac{(u_{\Gamma}^{n+1/2} - u_{\Gamma}^{n-1/2})}{(x_{\Gamma}^{n+1/2} - x_{\Gamma}^{n-1/2})} - \rho_{\Gamma}^n \cdot \text{ПАП}_{\Gamma}^n(\kappa + 2\kappa\lambda z_{\Gamma}^n) \right\},$$

$$\Psi_{\Gamma}^{n+1} = \Psi_{\Gamma}^n + \tau \cdot (\kappa + 2\kappa\lambda z_{\Gamma}^n) \cdot P_{\Gamma}^n \cdot A,$$

$$P_{\Gamma}^{n+1} = \frac{\varepsilon_{\Gamma}^{n+1} \cdot \vartheta}{\rho_{\Gamma}^{n+1} \left(\frac{S_{\Gamma}}{\rho_{\Gamma}^{n+1}} - \frac{1 - \Psi_{\Gamma}^{n+1}}{\delta} - \alpha \cdot \Psi_{\Gamma}^{n+1} \right)}.$$

Система уравнений (36) общая для расчета на границах, соответствующих индексам $\Gamma = 1, 3$.

Уравнения движения выписываются для каждой границы отдельно с учетом соответствующих граничных условий (35) в разностном виде. На правой границе I области ($x = x_1$).

$$u_1^{n+1/2} = u_1^{n-1/2} + \tau \cdot \begin{cases} \frac{B}{Q} \left(S p_1^n - \frac{f_{\text{СВ}}}{S_K} \right), & \text{если } \frac{p_1^n - p_2^n}{Q_{\Gamma}} \geq \frac{p_3^n}{q}; \\ \frac{B}{Q_{\Gamma}} (S(p_1^n - p_2^n)), & \text{если } \frac{p_1^n - p_2^n}{Q_{\Gamma}} < \frac{p_3^n}{q}. \end{cases} \quad (37)$$

На левой границе II области ($x = x_2$) $u_2^{n+1/2} = 0$.

На правой границе II области ($x = x_3$)

$$u_3^{n+1/2} = u_3^{n-1/2} + \tau \cdot \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{p_1^n - p_2^n}{Q_\Gamma} \geq \frac{p_3^n}{q}; \\ \frac{B}{q} \left(Sp_3^n - \frac{f_{CB}}{S_K} \right) - \frac{dV^n}{d\tau}, & \text{если } \frac{p_1^n - p_2^n}{Q_\Gamma} < \frac{p_3^n}{q}; \end{cases}$$

$$f_{CB}^n = p_{BH} + \frac{\rho_{BH} \cdot (k_B + 1)}{2} \cdot (u_\Gamma^n)^2.$$

Параметры газопороховой смеси в точках $x_{K+1}^{n+1/2}$ и $x_{K+3/2}^{n+1/2}$ находятся линейной интерполяцией между точками $x_K^{n+1/2}$ и $x_\Gamma^{n+1/2}$, $x_{K+1/2}^{n+1}$ и x_Γ^{n+1} соответственно. Тогда:

$$u_{K+1}^{n+1/2} = u_K^{n+1/2} + \frac{(x_{K+1}^{n+1/2} - x_K^{n+1/2})}{(x_\Gamma^{n+1/2} - x_K^{n+1/2})} (u_\Gamma^{n+1/2} - u_K^{n+1/2}),$$

$$P_{K+3/2}^{n+1} = P_{K+1/2}^{n+1} + \frac{(x_{K+1}^{n+1/2} - x_K^{n+1/2})}{(x_\Gamma^{n+1/2} - x_K^{n+1/2})} (P_\Gamma^{n+1} - P_{K+1/2}^{n+1}).$$

И так далее.

Порядок вычислений

1. Вычисляются параметры газопороховой смеси во внутренних точках на $n + 1/2$ слое по времени $M_k^{n+1/2}$, $u_k^{n+1/2}$.
2. Вычисляются значения $M_1^{n+1/2}$, $u_1^{n+1/2}$ на правой границе I области, и проводится интерполяция в приграничных точках.
3. Находятся параметры газопороховой смеси во внутренних точках I области на $n + 1$ слое по времени $\rho_{K-1/2}^{n+1}$, $z_{K-1/2}^{n+1}$, $\Psi_{K-1/2}^{n+1}$, $P_{K-1/2}^{n+1}$, $\varepsilon_{K-1/2}^{n+1}$.
4. Вычисляются значения этих параметров на правой границе, и проводится интерполяция в приграничные точки. Специальных вычислений на левых границах I и II областей не требуется: $u_0^{n+1/2} = M_0^{n+1/2} = 0$, $u_2^{n+1/2} = M_2^{n+1/2} = 0$.
5. Начиная с момента времени $\tau = \tau_3$ проводятся вычисления параметров газопороховой смеси во II области в порядке, аналогичном для первой области.

4.1.4. Сравнительная оценка различных подходов к расчету баллистических процессов

В связи с применением ранее [15] метода решения ОЗВБ пороховых установок с ускоряемым контейнером в лабораторной системе координат представляется целесообразным провести сравнение двух математических подходов к решению ОЗВБ подобных систем. Основным достоинством метода решения ОЗВБ в комбинированной системе координат (расчет параметров в основной камере проводится в инерциальной системе координат, а в дополнительной камере — в неинерциальной системе координат, связанной с правой границей поршня контейнера) является то, что при его реализации удается единообразно рассчитывать границы областей благодаря появлению инерционного члена в системе уравнений для второй расчетной области. Такой подход позволяет улучшить аппроксимацию параметров в левых граничных точках второй расчетной области благодаря исключению линейной интерполяции в приграничные точки, проводившейся в прежнем методе. Сходимость нового метода была определена в сравнении с методом решения ОЗВБ в лабораторной системе координат. Исследования показали, что новый подход к решению задачи обладает некоторым преимуществом по сравнению с использовавшимся ранее методом. Были просчитаны варианты с различными значениями шага по пространству h и числа Куранта $r = \tau / h$ — для систем калибра 23 мм $r = 0,1, 0,2, 0,3$; $n = 15, 20, 26, 30, 40$, где $n = 1 / h$ — число точек на единице безразмерной длины.

Результаты исследования сходимости в комбинированной системе координат для системы калибра 23 мм приведены на графиках (рис. 13–17), где по оси абсцисс отложен шаг по пространственной переменной, а по оси ординат — отношение значений скорости поршня U_1 , скорости модели U_3 в дульный момент времени и максимальных давлений на левой границе поршня, на правой границе поршня, на модели, обозначенных соответственно индексами 1, 2, 3 к масштабу. За масштабы принимались значения функционалов U и P при максимальном n , то есть при $n = 40$. Из графиков видно, что значения выбранных функционалов монотонно стремятся к некоторому пределу при $h \rightarrow 0$. Экстраполированное на нулевой шаг по

пространству значение функционала не зависит от числа Куранта и принимается за точное значение, соответствующее решению исходной дифференциальной задачи. Следовательно, приведенные результаты свидетельствуют о наличии сходимости решения разностной задачи к решению дифференциальной задачи, поставленной в п. 4.1.

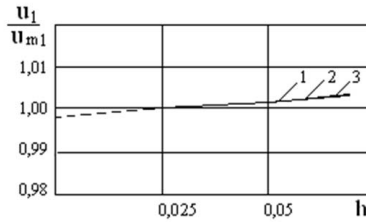


Рис. 13. Зависимость скорости поршня от величины шага разностной сетки по пространству при различных числах Куранта:
1 – $r = 0,3$; 2 – $r = 0,2$; 3 – $r = 0,1$

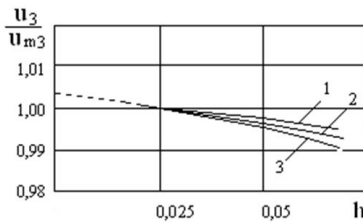


Рис. 14. Зависимость скорости модели от величины шага разностной сетки по пространству при различных числах Куранта:
1 – $r = 0,3$; 2 – $r = 0,2$; 3 – $r = 0,1$

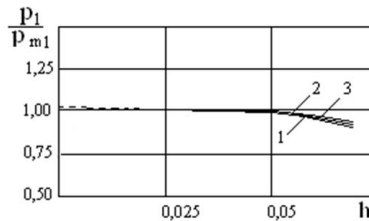


Рис. 15. Зависимость давления на поршень от величины шага разностной сетки по пространству при различных числах Куранта:
1 – $r = 0,3$; 2 – $r = 0,2$; 3 – $r = 0,1$

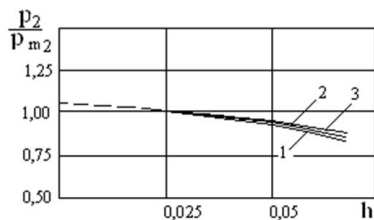


Рис. 16. Зависимость давления перед поршнем от величины шага разностной сетки по пространству при различных числах Куранта:
 $1 - r = 0,3$; $2 - r = 0,2$; $3 - r = 0,1$

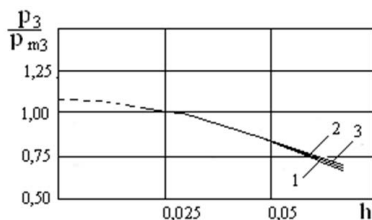


Рис. 17. Зависимость давления на модели от величины шага разностной сетки по пространству при различных числах Куранта:
 $1 - r = 0,3$; $2 - r = 0,2$; $3 - r = 0,1$

На рис. 18–20 представлено сравнение результатов расчета в комбинированной и лабораторной системах координат для функционалов U_3 , P_1 , P_3 .

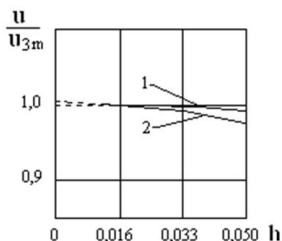


Рис. 18. Сравнение зависимости функционала U_3 от шага разностной сетки по пространству для различных подходов к решению ОЗВБ ВЭС: $1 -$ в комбинированной системе координат; $2 -$ в инерциальной системе координат

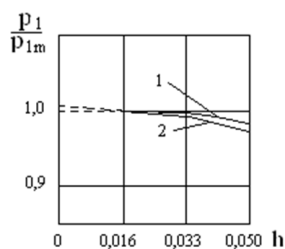


Рис. 19. Сравнение зависимости функционала P_1 от шага разностной сетки по пространству для различных подходов к решению ОЗВБ ВЭС: 1 — в комбинированной системе координат; 2 — в инерциальной системе координат

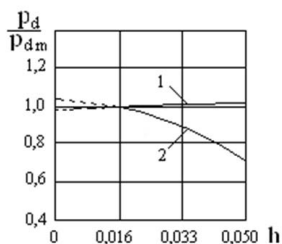


Рис. 20. Сравнение зависимости функционала P_d от шага разностной сетки по пространству для различных подходов к решению ОЗВБ ВЭС: 1 — в комбинированной системе координат; 2 — в инерциальной системе координат

Из графиков расчетов видно, что для всех исследуемых параметров, выбранных в качестве характерных величин для сравнения вариантов с различными значениями h и r , сходимость при расчетах в комбинированной системе координат более быстрая по сравнению с расчетами в лабораторной системе координат и практически не зависит от числа Куранта, что позволяет значительно сократить затраты машинного времени введением переменного r .

Различия в значениях выбранных функционалов в первой области при расчете в лабораторной и комбинированной системах координат не превышают 1 %. Более существенные различия наблюдаются для функционалов во второй расчетной области, особенно в поведении давления P_2 .

При расчете с использованием комбинированной системы координат значения данного функционала изменяются более моно-

тонно с уменьшением шага по пространству, по сравнению с расчетом в лабораторной системе координат.

Шаг по времени при счете с переменным r выбирается минимальным из двух, удовлетворяющих условию устойчивости [11]:

$$\tau_{1,2} = \min \left[\frac{\zeta \cdot h}{u_3 + c_2}, \frac{\zeta \cdot h}{u_1 + c_0} \right].$$

Коэффициент ζ подбирается для конкретных систем экспериментально. Введение переменного r не сказывается на точности расчетов. Таким образом, использование комбинированной системы координат при расчете баллистической установки с ускоряемым контейнером обладает некоторым преимуществом по сравнению с использованием единой лабораторной системы координат ввиду лучшей сходимости результатов.

4.2. Основная задача внутренней баллистики систем эстафетной схемы выстрела при применении модели механики гетерогенных сред

Физико-математическое моделирование эстафетной схемы основано на подходе механики гетерогенных сред [16–19], применяемом для внутренней баллистики ствольных систем.

При построении модели эстафетной схемы приняты следующие допущения:

- движение фаз одномерно;
- теплоотдача к горячей поверхности зерен не учитывается (скорость движения тепловой волны в порохе равна скорости горения);
- материал частиц несжимаем;
- параметры газа внутри и вне пороховых элементов в данном сечении одинаковы;
- поверхности частей зарядов охватываются пламенем мгновенно в соответствующий зажиганию для каждой из частей заряда момент времени;
- движение сборки — диафрагма, дополнительный заряд и метаемый элемент — начинается после достижения давления форсирования сборки;

- сопротивление воздуха в стволе и трение при движении элементов по каналу ствола не учитываются;
- для пороховых частиц частей заряда справедлив обычный геометрический закон горения;
- до момента разделения сборки частицы дополнительной части заряда неподвижны относительно сборки;
- перетоки газа между областями I и II не учитываются.

Для описания процессов в области 0 используется система уравнений, записываемая в инерциальной системе координат ($0 - x$). В свою очередь, в неинерциальной системе координат ($0' - x'$), связанной с диафрагмой (см. рис. 12), записывается система уравнений в области II.

Далее приводится система уравнений с начальными и граничными условиями, которая при $N = 0$ описывает процессы в области I, а при $N = 1$ и замене переменных и параметров на переменные и параметры со штрихом ($u \equiv u'$ и т. д.) описывает процессы в области II после разделения сборки.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho s \varphi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u s \varphi) = M; \quad (38)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho s \varphi u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho s \varphi u^2 + p s \varphi) = M\omega - \tau_{TP} + p \frac{\partial s \varphi}{\partial x} - N \rho s \varphi \frac{du_D}{dt}; \quad (39)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho S \varphi E) + \frac{\partial}{\partial x}(S \varphi u(\rho E + p)) = \\ & = -p \frac{\partial(1-\varphi)S\omega}{\partial x} - \tau_{TP}\omega + M \left(Q + \frac{\omega^2}{2} \right) - N \rho S \varphi u \frac{du_D}{dt}; \end{aligned} \quad (40)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_2(1-\varphi)S) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2(1-\varphi)S\omega) = -M; \quad (41)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_2(1-\varphi)S\omega) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2(1-\varphi)S\omega^2) + \\ & + (1-\varphi)S \frac{\partial p}{\partial x} = \tau_{TP} - M\omega - N \rho_2(1-\varphi)S \frac{du_{II}}{dt}; \end{aligned} \quad (42)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \omega \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{a_1 p}{e_b}; \quad (43)$$

$$P\left(\frac{1}{\rho} - \alpha\right) = RT; \quad (44)$$

$$E = \varepsilon + \frac{u^2}{2};$$

$$\varphi = 1 - n\Lambda_0(1 - \varphi(z));$$

$$\psi(z) = \kappa_1 z(1 + \lambda_1 z);$$

$$M = SnS_{02}\rho_2\sigma(z)a_1p;$$

$$\sigma(z) = 1 + 2\lambda_1 z;$$

$$\tau_{TP} = \frac{1}{2} C_x \rho (u - \omega) |u - \omega| S_n \frac{\pi d_{op}^2}{4} (1 - \psi(z))^{2/3}; \quad (45)$$

$$Cx = \begin{cases} \frac{24}{Re} + 0,48; & 0 < Re < 3 \cdot 10^5; \\ 0,1; & Re \geq 3 \cdot 10^5; \end{cases}$$

$$Re = \frac{\rho |u - \omega| \varphi \sqrt{S_{02}}}{\mu}.$$

Начальные условия для области I:

$$T(x,0) = T_G; \quad P(x,0) = P_\Phi; \quad u(x,0) = w(x,0) = 0; \quad \varphi(x,0) = \varphi_H; \quad (46)$$

$$\psi_H = \frac{\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\rho_2}}{\frac{f}{P_\Phi} + \alpha - \frac{1}{\rho_2}}; \quad z_H = \frac{2\psi_H}{\kappa_1(1 + \sigma_H)}; \quad \sigma_H = \sqrt{1 + 4 \frac{\lambda_1}{\kappa_1} \psi_H}.$$

Начальные условия для области II:

$$T'(x',t_R) = T'(x'); \quad p'(x',t_R) = p'(x'); \quad u'(x',t_R) = u'(x'); \quad w'(x',t_R) = 0;$$

$$\varphi'(x',t_R) = \varphi'(x'); \quad z'(x',t_R) = z'(x').$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} u(0,t) = w(0,t) = 0; \quad u(x_D,t) = w(x_D,t) = u_D; \\ u'(0,t) = w'(0,t) = 0; \quad u'(x'_S,t) = w'(x'_S,t) = u'_S. \end{aligned} \quad (47)$$

Значения переменных x_D , x'_S , u_D , u'_S определяются интегрированием уравнений движения сборки, а после ее разделения – интегрированием уравнений движения поршня и снаряда:

$$\left. \begin{aligned} m_{AS} \frac{du_D}{dt} &= p_1 s \\ q_S \frac{du'_S}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad t \leq t_R. \quad (48)$$

$$\left. \begin{aligned} m_D \frac{du_D}{dt} &= (p_1 - p_2)s \\ q_s \frac{du'_s}{dt} &= p_3 s - q_s \frac{du_D}{dt} \end{aligned} \right\} t > t_R. \quad (49)$$

Разделение сборки происходит в момент времени t_R , когда ускорение поршня под действием сил давления на него станет меньше ускорения снаряда под действием сил давления на него:

$$p_3 > \frac{q_s}{q_D} (p_1 - p_2).$$

4.2.1. Численное решение задачи

Система уравнений (38)–(44) с соответствующими начальными и граничными условиями решается численно методом С.К. Годунова [20; 21].

Для решения расчетные области покрываются разностной сеткой с соответствующими шагами. Потоки массы, импульса и энергии газа на границах расчетных ячеек в уравнениях (38)–(40) определялись из решения задачи о распаде произвольного разрыва параметров газа на скачке площади сечения [22].

В уравнениях (41), (42) потоки массы и импульса частиц конденсированной фазы находятся из решения задачи о распаде произвольного разрыва для среды, лишенной собственного давления [23].

Уравнение (43) решается методом, аппроксимирующим конвективный член разностями противотока. Уравнения (48), (49) решаются методом Эйлера, где давления p_1 , p_2 , p_3 определяются из решения задачи о распаде произвольного разрыва параметров газа на подвижной непроницаемой поверхности [21].

В расчетной ячейке, прилегающей к подвижной границе, параметры среды находятся по методу С.К. Годунова, применяемому для случая подвижных границ ячейки [20].

При увеличении ячейки, прилегающей к подвижной границе, до величины, большей $2h$ (где h – величина расчетной ячейки в расчетной области), проводится ее разделение: выделяется целое число ячеек h и одна ячейка h_N , прилегающая к подвижной границе, удовлетворяющая условию $h \leq h_N < 2h$.

Расчетные области I и II покрываются разностной сеткой с шагами h и h' соответственно.

Величина шага по времени определяется из условий устойчивости схемы. Условия устойчивости Куранта — Фридрихса — Леви определяются для всех расчетных областей.

Решение системы уравнений (38)–(44) после воспламенения присоединенного заряда (в момент достижения времени задержки зажигания) проводится последовательно для областей I и II.

4.2.2. Расчетные результаты баллистики карабина ВПО-208

Рассмотрим расчетную баллистику карабина ВПО-208 эстафетной схемы выстрела, представленную на рис. 21.

Полагается, что изначально воспламеняется часть заряда в области 0, сборка — диафрагма, дополнительная часть заряда и метаемый элемент — начинает движение как единое целое. Через определенное время задержки зажигания воспламеняется дополнительная часть заряда в области II. Реализуемое последовательное срабатывание частей полного заряда благодаря данной схеме при общей массе заряда, равной штатной, понижает давление пороховых газов в патроннике, и суммарный заряд может быть увеличен без превышения допустимого давления для рассматриваемой системы. В расчетном случае масса заряда увеличена на 0,5 г.

На графиках зависимостей, представленных на рис. 21, видно, что элементы сборки — диафрагма, дополнительная часть заряда и метаемый элемент — разделяются в расчетный момент времени примерно 0,45 мс.

Легкая диафрагма при этом после воспламенения заряда в области II резко тормозится от скорости 270 до 125 м/с. После возрастания давления на диафрагме со стороны области 0 скорость диафрагмы снова возрастает до 320 м/с и в дальнейшем падает примерно до 230 м/с.

Так как давление за движущимся метаемым элементом уже падает, то скорость диафрагмы возрастает, и после возвращения волны уплотнения от дна канала диафрагма значительно ускоряется, почти догоняя метаемый элемент. За промежуток времени примерно от 0,74 до 0,76 мс метаемый элемент повышает скорость примерно от 475 до 580 м/с.

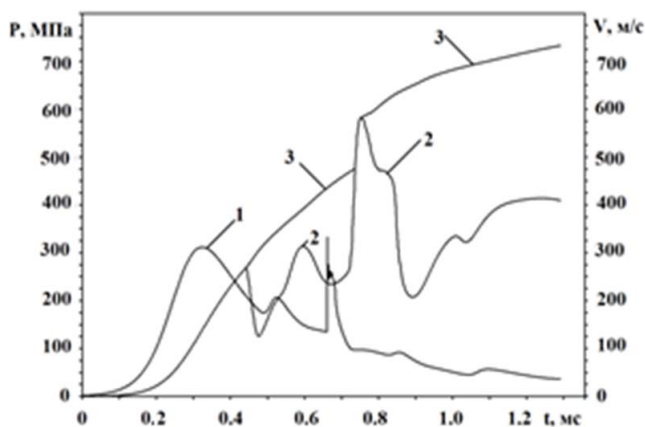


Рис. 21. Расчетная баллистика карабина ВПО-208 эстафетной схемы выстрела: 1 — зависимость давления на дно канала от времени; 2 — зависимость скорости диафрагмы от времени; 3 — зависимость скорости пули от времени

В последующие моменты времени скорость диафрагмы начинает снижаться. При этом скорость метаемого элемента постепенно повышается примерно до 732 м/с на дульном срезе карабина. После покидания метаемым элементом канала ствола диафрагма также покидает ствол со скоростью примерно 400 м/с.

Расчетным путем показано, что при использовании эстафетной схемы на системе ВПО-208 скорости метания могут быть повышены примерно на 12 % по сравнению со скоростями метания, реализуемыми при классической схеме выстрела при прочих равных условиях.

Задания и вопросы к главе 4

1. В чем разница записей системы уравнений в инерциальной и неинерциальной системах координат?
2. Запишите определения для аппроксимации дифференциальных уравнений по разностной схеме СЭЛ.
3. Запишите систему уравнений на правых границах областей.
4. Запишите дифференциальное уравнение сохранения количества движения в разностном виде по методу СЭЛ.

5. Объясните зависимости функционалов на рис. 13.
6. Объясните зависимости функционалов на рис. 14.
7. Объясните зависимости функционалов на рис. 16.
8. Объясните зависимости функционалов на рис. 17.
9. Объясните зависимости функционалов на рис. 19.
10. Объясните зависимости функционалов на рис. 20.
11. Перечислите допущения для модели гетерогенных сред.
12. Объясните полную систему уравнений на основе подхода модели гетерогенных сред.
13. Объясните используемые граничные условия в ОЗВБ при эстафетной схеме метания.
14. Объясните формулу для определения расчетного шага ОЗВБ эстафетной схемы метания.
15. Объясните принцип организации счета ОЗВБ систем эстафетной схемы.
16. Укажите особенности результатов рассчитанного баллистического процесса метания на системе ВПО-208 эстафетной схемы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Материал, изложенный в учебно-методическом пособии, касается математического моделирования процессов, происходящих в баллистических системах. Изучение студентами математического моделирования быстро протекающих динамических процессов позволит глубже понять разделы курсов «Математическое и компьютерное моделирование — 1», «Математическое и компьютерное моделирование — 2», посвященные изучению численных методов решения уравнений в частных производных, а именно гиперболических уравнений и систем гиперболических уравнений.

В данном пособии, кроме базовых разделов по внутренней баллистике, представлены материалы по нетрадиционной эстафетной схеме метания. Рассмотрен пример решения внутрибаллистической задачи выстрела из охотничьего ружья при использовании нетрадиционной схемы метания.

Достаточно подробно рассмотрен процесс выбора разностных схем для решения сложных внутрибаллистических задач.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Газодинамические основы внутренней баллистики / С. А. Бетехтин, А. М. Виницкий, М. С. Горохов [и др.] ; под общ. ред. К. П. Станюковича. — Москва : Оборонгиз, 1957. — 384 с.
2. Русяк, И. Г. Внутрикамерные гетерогенные процессы в ствольных системах / И. Г. Русяк, В. М. Ушаков ; Уральское отделение Российской академии наук. — Екатеринбург : УрО РАН, 2001. — 259 с. — ISBN 5-7691-1210-7.
3. Дроздов, Н. Ф. Решение задач внутренней баллистики для бездымного пироксилинового пороха // Артиллерийский журнал. — 1903. — № 5. — С. 497–503.
4. Дроздов, Н. Ф. Решение задач внутренней баллистики. — Санкт-Петербург : Артиллерийская академия, 1910. — 220 с.
5. Серебряков, М. Е. Внутренняя баллистика : учебник / М. Е. Серебряков. — 2-е изд., испр. — Москва : Оборонгиз, 1949. — 670 с.
6. Серебряков, М. Е. Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет : учебник / М. Е. Серебряков. — 3-е изд., доп. и перераб. — Москва : Оборонгиз, 1962. — 703 с.
7. Березин, И. С. Методы вычислений. Учебное пособие. Том 2 / И. С. Березин, Н. П. Жидков. — Москва : Физматгиз, 1960. — 620 с.
8. Lax P. D. Weak solutions of nonlinear hyperbolic equations and their numerical computation // Communications on Pure and Applied Mathematics. — 1954. — Vol. 7, № 1. — P. 159–193.
9. Нох, В. Ф. СЭЛ — совместный эйлерово-лагранжев метод для расчета нестационарных двумерных задач // Вычислительные методы в гидродинамике / ред.: Б. Олдер [и др.] ; пер. с англ. В. П. Коробейникова, П. И. Чушкина ; под ред. С. С. Григоряна, Ю. Д. Шмыглевского. — Москва, 1967. — С. 128–184.
10. MacCormack, R. W. The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering // Journal of Spacecraft and Rockets (American Institute of Aeronautics and Astronautics). 2003. Vol. 40, № 5. P. 757–763.
11. Рихтмайер, Р. Разностные методы решения краевых задач / Р. Д. Рихтмайер, К. У. Мортон ; под ред. Б. М. Будака, А. Д. Горбунова. — Москва : Мир, 1972. — 418 с.

12. Bicen, A. F. Subconic Single-Phase Flow in a Gun Simulator / A. F. Bicen, L. Khezzar, J. H. Whitelaw // *AIAA Journal*. 1988. Vol. 25, № 1. P. 47–51.
13. Ромашкевич, Ю. И. Сравнение двух методов расчета двумерных нестационарных течений газа на модельной задаче // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. — 1978. — № 1. — С. 258–263.
14. Комаровский, Л. В. Об одной схеме ускорения тела в пусковой трубе и газодинамическом анализе ее с учетом образования и взаимодействия всех поверхностей разрыва / Л. В. Комаровский, В. Н. Панков // *Аэрогазодинамика быстротекающих процессов : [сборник статей] / [ред. Л. В. Комаровский]*. — Томск, 1979. — С. 35–39.
15. Сафронов, А. И. О газодинамическом методе расчета последовательного воспламенения полужарядов в артиллерийской системе / А. И. Сафронов, В. М. Ушаков, И. Г. Русяк // *Теория, расчет, производство и эксплуатация боеприпасов : Тезисы докладов XII Всесоюзной конференции*. — Пенза, 1978. — С. 40.
16. Сафронов, А. И. Внутренняя баллистика ствольной системы с присоединенной камерой подгона / А. И. Сафронов, А. Ю. Крайнов // *Вестник Томского государственного педагогического университета*. — 2004. — № 6. — С. 67–70.
17. Сафронов, А. И. Анализ и баллистическое проектирование системы с присоединенной камерой подгона / А. И. Сафронов, В. В. Потапенко // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С. П. Королёва*. — 2009. — № 3-1. — С. 212–216.
18. Рахматуллин, Х. А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред // *Прикладная математика и механика*. — 1956. — Т. 20, № 2. — С. 184–195.
19. Нигматулин, Р. И. Динамика многофазных сред. Часть 1 / Р. И. Нигматулин. — Москва : Наука, 1987. — 464 с.
20. Численное решение многомерных задач газовой динамики / [С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов и др.] ; под ред. С. К. Годунова. — Москва : Наука, 1976. — 400 с.

21. Рождественский, Б. Л. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике / Б. Л. Рождественский, Н. Н. Яненко. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Наука, 1978. — 687 с.
22. Яушев, И. К. Распад произвольного разрыва в канале со скачком площади сечения // Известия Сибирского отделения Академии наук СССР. Серия технических наук. — 1967. — № 8, вып. 2. — С. 109–120.
23. Крайко, А. Н. О поверхностях разрыва в среде, лишенной «собственного» давления // Прикладная математика и механика. — 1979. — Т. 43, № 3. — С. 500–510.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	5
ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ	8
Глава 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЦЕССА ВЫСТРЕЛА	11
1.1. Закономерности газообразования при горении пороха	11
1.2. Уравнение энергии	20
1.3. Уравнение движения снаряда	22
1.4. Уравнение состояния пороховых газов	22
1.5. Уравнение Резаля	24
1.6. Основная задача внутренней баллистики	24
Задания и вопросы к главе 1	32
Глава 2. ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОЗВБ СТВОЛЬНЫХ СИСТЕМ В РАМКАХ ОДНОСКОРОСТНОЙ МОДЕЛИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ	33
2.1. Общие положения	33
2.2. Основные допущения. Система газодинамических уравнений	34
2.3. Начальные и граничные условия	35
2.4. Методы численного решения одномерных газодинамических задач внутренней баллистики	37
Задания и вопросы к главе 2	44
Глава 3. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ ЭСТАФЕТНОЙ СХЕМЫ ВЫСТРЕЛА	46
3.1. Общие положения	46
3.2. Физическая постановка задачи	47
Задания и вопросы к главе 3	49

Глава 4. ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ ДЛЯ СИСТЕМ ЭСТАФЕТНОЙ СХЕМЫ ВЫСТРЕЛА	50
4.1. Основная задача внутренней баллистики для систем эстафетной схемы выстрела при применении модели газопороховой смеси	50
4.2. Основная задача внутренней баллистики систем эстафетной схемы выстрела при применении модели механики гетерогенных сред	63
Задания и вопросы к главе 4	68
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	70
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	71

Учебное издание

Сафронов Александр Иванович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
БАЛЛИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Учебно-методическое пособие

Редакторы: *Л.П. Казанская, Е.В. Пилясова*

Технический редактор *Н.П. Крюкова*

Компьютерная верстка: *Л.В. Сызганцева*

Дизайн обложки: *Г.В. Карасева*

*При оформлении обложки использовано изображение
от starline на Freepik (сайт ru.freepik.com)*

Подписано в печать 11.09.2025. Формат 60×84/16.

Печать оперативная. Усл. п. л. 4,41.

Тираж 100 экз. Заказ № 1-90-22.

Издательство Тольяттинского государственного университета
445020, г. Тольятти, ул. Белорусская, 14,
тел. 8 (8482) 44-91-47, www.tltsu.ru