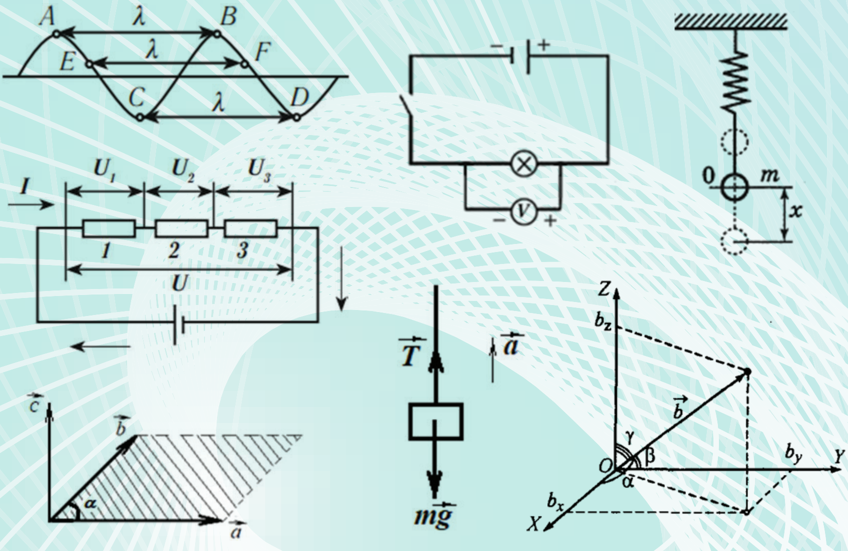
тольяттинский
государственный
университет

АДАПТИВНЫЙ КУРС ФИЗИКИ

Учебно-методическое пособие



Тольятти
Издательство ТГУ
2025

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Тольяттинский государственный университет

АДАПТИВНЫЙ КУРС ФИЗИКИ

Учебно-методическое пособие

Тольятти
Издательство ТГУ
2025

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я73
А284

Авторы:
В.А. Сарафанова, С.Н. Потемкина, В.В. Антонов, Н.В. Чиркунова

Рецензенты:
канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры «Цифровое управление процессами в АПК» Саратовского государственного университета генетики, биотехнологии и инженерии им. Н.И. Вавилова *А.В. Розанов*;
д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры «Общая и теоретическая физика» Тольяттинского государственного университета *В.А. Решетов*

А284 Адаптивный курс физики : учебно-методическое пособие / В.А. Сарафанова, С.Н. Потемкина, В.В. Антонов, Н.В. Чиркунова. – Тольятти : Издательство ТГУ, 2025. – 148 с. – ISBN 978-5-8259-1720-7.

Учебное-методическое пособие по организации и проведению практических занятий по дисциплине «Адаптивный курс физики» является введением в общий курс физики. Оно содержит теоретический материал, примеры решения тестовых заданий по основным темам повторяемого курса школьной физики, задачи для самостоятельной работы студентов, примерное содержание итогового теста и может быть использовано студентами для самоконтроля знаний перед прохождением итогового теста по изучаемому курсу.

Предназначено для студентов всех направлений/специальностей инженерного профиля, в том числе по программам ПИШ очной формы обучения высшего образования.

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я73

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом Тольяттинского государственного университета.

ISBN 978-5-8259-1720-7

ПРЕДИСЛОВИЕ

Повторение основ школьных курсов физики и математики играет важную роль в процессе адаптации студентов первого курса к вузовской образовательной системе. Данное учебное пособие является введением в курс вузовской физики.

Учебно-методическое пособие соответствует структуре и содержанию рабочей программы дисциплины «Адаптивный курс физики». В данном пособии рассматриваются разделы курса школьной физики и математики. Весь материал разбит на 5 модулей: «Элементарная математика в физике», «Механика», «Термодинамика», «Электромагнетизм», «Волновые процессы» и содержит 11 практических занятий.

Цель пособия – оказать помощь студентам в изучении курса физики, организации их самостоятельной работы на практических занятиях и при обучении по индивидуальным образовательным траекториям.

Содержание практических занятий направлено на повторение физических явлений, законов, формул, единиц измерения физических величин, различных методов расчета искомых величин, формирование умений применять полученные знания для решения задач.

В пособии подобраны задания, предназначенные для организации аудиторной и внеаудиторной работы студентов и для самоконтроля при подготовке к итоговому тестированию.

Каждое практическое занятие по отдельно взятой теме содержит: 1) краткую теорию; 2) основные формулы и законы; 3) методические указания к решению задач по данной теме; 4) примеры выполнения тестовых заданий; 5) задачи для аудиторной и домашней самостоятельной работы.

Авторы выражают уверенность, что работа с данным пособием принесет огромную пользу студентам при изучении дисциплины «Адаптивный курс физики» и будет способствовать более успешному прохождению ими итогового тестирования.

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемая дисциплина «Адаптивный курс физики» предназначена для студентов различных инженерных направлений подготовки и специальностей, обучающихся в Тольяттинском государственном университете. Недостаточная довузовская физическая и математическая подготовка вызывает определенные трудности у студентов первого курса при изучении дисциплины «Физика» в вузе, что неизбежно приводит к сложностям освоения последующих специальных технических дисциплин.

Данное учебное пособие является введением в курс вузовской физики и его цель – повторение основ физики и математического аппарата.

Физика является основой всего современного естествознания. В основании современной естественно-научной картины мира лежат физические принципы и концепции.

Приоритетами дисциплины «Адаптивный курс физики» являются:

- повторение основных физических явлений, понятий, законов, а также методов физического исследования;
- овладение приемами и методами решения конкретных учебных задач.

После прохождения данной дисциплины курса студент должен:

– *знать* фундаментальные законы природы и основные физические законы;

– *уметь* применять физические методы и законы для решения физических задач;

– *владеть* основными методами решения конкретных физических задач.

Эта дисциплина сосредоточивает усилия на формировании у студентов общего физического мировоззрения и развитии физического мышления.

Модуль 1. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА В ФИЗИКЕ

Практическое занятие 1
Элементы векторной алгебры

Вопросы для обсуждения

Скаляры. Векторы. Проекция вектора на координатные оси. Действия с векторами: сложение, вычитание, скалярное произведение, векторное произведение.

Краткая теория

В физике используют два вида физических величин: скалярные и векторные.

Скалярная величина (скаляр) полностью определяется численным значением.

Примеры скалярных физических величин: масса – m, время – t, энергия – E, плотность – ρ, работа A и др.

Векторная величина (вектор) характеризуется числовым значением и определенным направлением.

Примеры векторных физических величин: вектор перемещения – $\vec{s}$, вектор ускорения – $\vec{a}$, вектор скорости – $\vec{V}$, вектор напряженности электрического поля – $\vec{E}$, вектор магнитной индукции – $\vec{B}$ и др.

Вектор обозначается буквой со стрелкой над ней $\vec{A}$. Иногда в литературе векторы обозначаются буквами, записанными полужирным шрифтом, – $\boldsymbol{A}$.

Модуль вектора – числовое значение вектора или его длина. Модуль вектора – всегда положительная величина.

Обозначение модуля вектора $\vec{A}$: $|\vec{A}| = A$.

Графически вектор изображают отрезком со стрелкой на конце. Длина отрезка соответствует (в произвольном масштабе) числовому значению вектора, стрелка указывает направление вектора.

Векторы, имеющие одинаковые численные значения и направления, равны между собой. Отсюда следует, что при параллельном переносе вектор не изменяется.

Два численно равных, но противоположно направленных вектора $\vec{A}$ и $\vec{B}$ называются **противоположными векторами**. Для них имеет место равенство

$$\vec{A} = -\vec{B} \text{ или } \vec{B} = -\vec{A}.$$

Векторы, направленные вдоль параллельных прямых (в одну и ту же либо в противоположные стороны) называются **коллинеарными** (рис. 1.1).

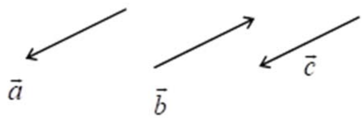


Рис. 1.1. Коллинеарные векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

Путем переноса коллинеарные векторы могут быть расположены на одной и той же прямой.

Векторы, лежащие в параллельных плоскостях, называются **компланарными**.

Любой вектор $\vec{a}$ можно представить в виде:

$$\vec{a} = a \cdot \vec{e}_a,$$

где a – модуль вектора; $\vec{e}_a$ – вектор с модулем, равным единице, направленный так же, как и вектор $\vec{a}$.

Вектор $\vec{e}_a$ называется единичным вектором или **ортом** вектора $\vec{a}$. Орт вектора – безразмерная величина.

Орты можно сопоставлять не только векторам, но и направлениям в пространстве, например, координатным осям: $\vec{e}_x = \vec{i}$ – орт оси x; $\vec{e}_y = \vec{j}$ – орт оси y; $\vec{e}_z = \vec{k}$ – орт оси z.

Орты координатных осей $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ или $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ полностью определяют пространственную (декартову) систему координат и называются **базисом координатной системы**.

Вектор $\vec{a}$ можно представить в виде векторной суммы **составляющих вектора** $\vec{a}_x$ и $\vec{a}_y$: $\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z$. Составляющая вектора – вектор (рис. 1.2).

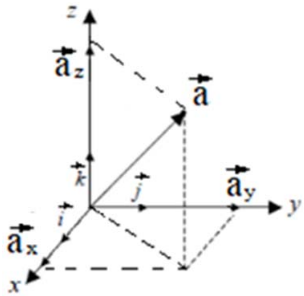


Рис. 1.2. Разложение вектора на составляющие

Проекцией вектора $\vec{a}$ на ось x (рис. 1.3) называется величина

$$a_x = |\vec{a}| \cdot \cos\varphi = a \cdot \cos\varphi,$$

где a – модуль вектора $\vec{a}$, $\varphi = (\vec{a}\hat{\ }\vec{i})$ – угол между направлением вектора $\vec{a}$ и осью x.

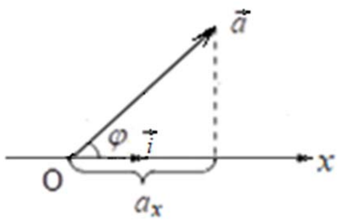


Рис. 1.3. Проекция вектора $\vec{a}$ на ось x

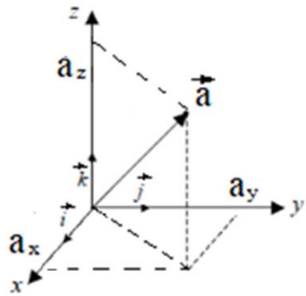


Рис. 1.4. Представление вектора через его компоненты

Проекции вектора на координатные оси a_x, a_y, a_z называются **компонентами вектора**. Компонента вектора – **скаляр.**

Любой вектор $\vec{a}$ можно представить через его компоненты в пространственной декартовой системе координат (рис. 1.4):

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\ .$$

Тогда модуль вектора можно рассчитать по формуле

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\ .$$

Если вектор $\vec{c}$ равен сумме векторов: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, то проекция этого вектора равна сумме проекций складываемых векторов:

$$c_x = a_x + b_x.$$

Сложение векторов

Сложение векторов производится по *правилу параллелограмма*. Чтобы сложить два вектора $\vec{A}$ и $\vec{B}$ (рис. 1.5, *а*), необходимо путем параллельного переноса совместить их начала и построить на векторах параллелограмм (рис. 1.5, *б*). Вектор $\vec{C}$, являющийся диагональю параллелограмма, представляет собой искомую сумму:

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}.$$

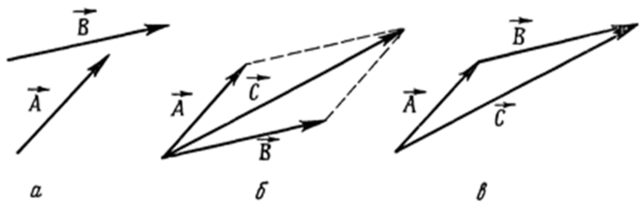


Рис. 1.5. Сложение векторов: *а* – складываемые векторы; *б* – сложение по правилу параллелограмма; *в* – сложение по правилу треугольника

Векторы можно сложить и другим способом – по *правилу треугольника*. Для этого надо совместить начало второго вектора с концом первого. Вектор $\vec{C}$, соединяющий начало первого вектора с концом второго, также представляет искомую сумму (рис. 1.5, *в*).

Сложение по правилу треугольника особенно удобно при сложении нескольких векторов, например четырех: $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ и $\vec{D}$ (рис. 1.6, *а, б*).

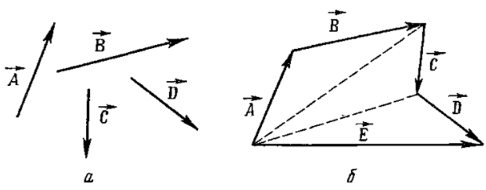


Рис. 1.6. Сложение нескольких векторов: *а* – складываемые векторы; *б* – сложение по правилу треугольника

В этом случае начало второго вектора совмещают с концом первого, начало третьего – с концом второго и т. д. Вектор $\vec{E}$, соединяющий начало первого вектора с концом последнего, является суммой данных векторов:

$$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}=\vec{E}.$$

Он не зависит от последовательности, в которой производилось сложение векторов.

Вычитание векторов

Вычитание вектора $\vec{B}$ из вектора $\vec{A}$ можно заменить сложением $\vec{A}$ с вектором $(-\vec{B})$, противоположным $\vec{B}$ (рис. 1.7, *а*, *б*):

$$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})=\vec{C}.$$

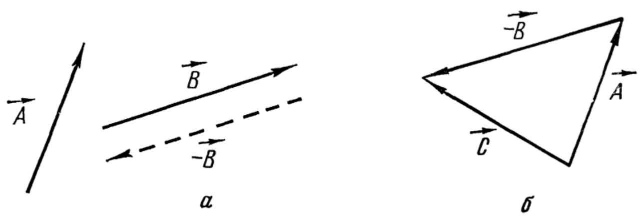


Рис. 1.7. Вычитание векторов

Тогда, применяя правило треугольника, получим вектор разности $\vec{C}$.

Модуль разности векторов равен: $|\vec{a}-\vec{b}|$.

Приращение или изменение какой-то величины находится вычитанием из конечного значения величины его начального значения. Обозначают приращение символом Δ (дельта).

Например, начальное значение вектора ускорения $\vec{a}_1$, конечное значение – $\vec{a}_2$. Тогда приращение ускорения: $\Delta\vec{a}=\vec{a}_2-\vec{a}_1$.

Начальное значение энергии E_1, конечное E_2. Приращение энергии $\Delta E=E_2-E_1$.

Модуль приращения вектора $\vec{a}$ – модуль разности начального и конечного значений вектора $\vec{a}$:

$$|\Delta\vec{a}|=|\vec{a}_2-\vec{a}_1|.$$

Приращение модуля вектора $\vec{a}$ – разность модулей начального и конечного значений вектора $\vec{a}$:

$$\Delta|\vec{a}|=|\vec{a}_2|-|\vec{a}_1|.$$

Произведением вектора $\vec{a}$ на скаляр m называется вектор $\vec{b}$, модуль которого в m раз больше модуля вектора $\vec{a}$, а направление совпадает с направлением вектора, если скаляр положителен $m > 0$, и противоположно направлению $\vec{a}$, если скаляр $m < 0$.

Например, изобразим на рис. 1.8 векторы, которые связаны определенными соотношениями: $\vec{a} = -\vec{b}$, $\vec{b} = -\vec{a}$, $\vec{c} = 2\vec{a}$, $\vec{c} = -2\vec{b}$.

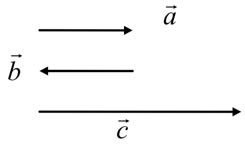


Рис. 1.8. Изображение векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, связанных соотношениями: $\vec{a} = -\vec{b}$, $\vec{b} = -\vec{a}$, $\vec{c} = 2\vec{a}$, $\vec{c} = -2\vec{b}$

Скалярное произведение векторов

Скалярным произведением векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется скаляр, равный произведению модулей этих векторов и косинуса угла между ними:

$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos\alpha .$$

Скалярное произведение обладает свойствами коммутативности и дистрибутивности.

Коммутативность означает, что произведение векторов не зависит от порядка сомножителей: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$.

Дистрибутивность заключается в том, что произведение сумм векторов равно сумме произведений слагаемых, взятых попарно, например:

$$(\vec{a}_1 + \vec{a}_2) \cdot (\vec{b}_1 + \vec{b}_2) = \vec{a}_1 \cdot \vec{b}_1 + \vec{a}_1 \cdot \vec{b}_2 + \vec{a}_2 \cdot \vec{b}_1 + \vec{a}_2 \cdot \vec{b}_2 .$$

Аналогичное равенство имеет место при любом числе слагаемых в каждом сомножителе.

Скалярные произведения ортогональных единичных векторов равны нулю: $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$, так как $\alpha = \frac{\pi}{2}$, а $\cos\frac{\pi}{2} = 0$.

Скалярное произведение единичного вектора самого на себя равно единице: $\vec{i} \cdot \vec{i} = 1$, или $\vec{j} \cdot \vec{j} = 1$, или $\vec{k} \cdot \vec{k} = 1$, так как $\alpha = 0°$, а $\cos 0° = 1$.

Скалярное произведение вектора самого на себя есть квадрат модуля этого вектора:

$$\vec{a}\vec{a} = a \cdot a \cdot \cos 0° = a \cdot a \cdot 1 = a^2.$$

В физике скалярное произведение применяется для расчета величины механической работы $A = \vec{F} \cdot \vec{S} = |\vec{F}| \cdot |\vec{S}| \cdot \cos\alpha$, где $\vec{F}$ – вектор силы, $\vec{S}$ – вектор перемещения.

Векторное произведение векторов

Векторным произведением векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется вектор, обозначаемый символом $[\vec{a}, \vec{b}]$ или $(\vec{a} \times \vec{b})$.

$$\vec{c} = \left[\,\vec{a}, \vec{b}\,\right].$$

Модуль векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ определяется формулой

$$|\vec{c}| = \left|[\vec{a}, \vec{b}]\right| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\alpha,$$

где $|\vec{a}|$ и $|\vec{b}|$ – модули перемножаемых векторов; α – угол между векторами.

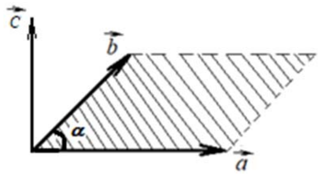


Рис. 1.9. Изображение векторов, связанных векторным произведением

Направление вектора $\vec{c}$, равного векторному произведению, задается по *правилу буравчика* или правого винта: если смотреть с конца вектора $\vec{C}$, то кратчайший поворот от вектора $\vec{a}$ к вектору $\vec{b}$ должен быть против часовой стрелки (рис. 1.9).

Свойства векторного произведения:

1. $\left[\vec{a} \cdot \vec{b}\right] = -\left[\vec{b} \cdot \vec{a}\right]$ – оно некоммутативно.

2. $\left[(\vec{a}_1 + \vec{a}_2) \cdot (\vec{b}_1 + \vec{b}_2)\right] = \left[\vec{a}_1\vec{b}_1\right] + \left[\vec{a}_1\vec{b}_2\right] + \left[\vec{a}_2\vec{b}_1\right] + \left[\vec{a}_2\vec{b}_2\right]$ – оно дистрибутивно.

Кроме того, векторное произведение вектора самого на себя равно нулю $\left[\vec{a}, \vec{a}\right] = 0$.

В физике векторное произведение используется для определения векторов сил Ампера $d\overrightarrow{F_A} = I\left[\overrightarrow{dl}, \vec{B}\,\right]$ и Лоренца $\overrightarrow{F_A} = q\left[\vec{V}, \vec{B}\right]$.

Некоторые сведения о прямоугольном треугольнике

В прямоугольном треугольнике введены обозначения: *c* – гипотенуза, *a* и *b* – катеты, α, β – углы, противолежащие соответственно сторонам a и *b* (рис. 1.10).

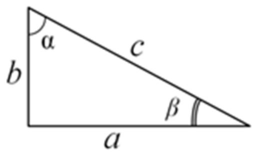


Рис. 1.10. Прямоугольный треугольник:
a, *b* – катеты; *c* – гипотенуза

Справедливы следующие соотношения:

1) теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$;
2) сумма углов $\alpha + \beta = 90°$;
3) площадь: $S = \frac{1}{2}ab$;
4) $\sin\alpha = \cos\beta = a / c$;
5) $\cos\alpha = \sin\beta = b / c$;
6) $\mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{ctg}\,\beta = a / b$;
7) $\mathrm{ctg}\,\alpha = \mathrm{tg}\,\beta = b / a$.

Теорема косинусов справедлива для произвольного треугольника, в котором известны две стороны и угол между ними (рис. 1.11):

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\varphi.$$

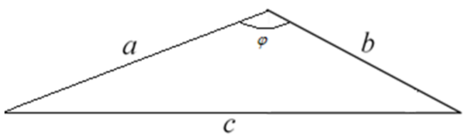


Рис. 1.11. Произвольный треугольник

Основные формулы

№	Название	Формула
1	Проекция вектора $\vec{a}$ на координатную ось x	$a_x = \lvert\vec{a}\rvert \cdot \cos\varphi = a \cdot \cos\varphi$
2	Модуль вектора $\vec{a}$	$a = \lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$
3	Приращение вектора $\vec{a}$	$\Delta\vec{a} = \vec{a}_2 - \vec{a}_1$
4	Модуль приращения вектора $\vec{a}$	$\lvert\Delta\vec{a}\rvert = \lvert\vec{a}_2 - \vec{a}_1\rvert$
5	Приращение модуля вектора $\vec{a}$	$\Delta\lvert\vec{a}\rvert = \lvert\vec{a}_2\rvert - \lvert\vec{a}_1\rvert$
6	Скалярное произведение векторов	$c = \vec{a} \cdot \vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert \cos\alpha$
7	Векторное произведение	$\vec{c} = \left[\vec{a}, \vec{b}\right]$
8	Модуль векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$	$\lvert\vec{c}\rvert = \lvert[\vec{a}, \vec{b}]\rvert = \lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert \cdot \sin\alpha$
9	Теорема Пифагора	$a^2 + b^2 = c^2$
10	Площадь прямоугольного треугольника	$S = \frac{ab}{2} = \frac{a^2 \cdot \mathrm{tg}\,\beta}{2} = \frac{c^2 \cdot \sin 2\beta}{4}$
11	Теорема косинусов	$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos\alpha$

Методические указания к решению задач

Скалярные физические величины могут быть как положительными, так и отрицательными. Математические операции над ними выполняются по правилам арифметики и элементарной алгебры.

Операции над векторными величинами выполняются по правилам векторной алгебры, поэтому при решении физических задач необходимо знать свойства векторов и уметь производить действия над ними:

1) правила разложения вектора на составляющие (составляющая вектора – вектор, проекция вектора на направление координатной оси вектора – скаляр);
2) сложения и вычитания векторов;

3) умножения вектора на скаляр;
4) скалярного произведения векторов (скалярное произведение векторов – скаляр);
5) векторного произведения векторов (уметь определять направление вектора, являющегося векторным произведением векторов) по правилу правого винта.

Приведем методические указания по решению задач на определение направления того или иного вектора относительно какого-либо другого вектора или относительно осей выбранной системы координат.

Рассмотрим произвольный вектор $\vec{b}$. Пусть требуется указать углы, которые образует данный вектор с осями OX, OY, OZ декартовой системы координат (рис. 1.12).

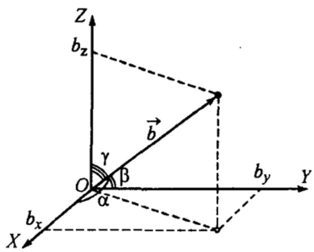


Рис. 1.12. Вектор $\vec{b}$, углы α, β, γ между этим вектором и координатными осями и его проекции на координатные оси b_x, b_y, b_z

Угол α между направлением вектора $\vec{b}$ и осью OX может быть определен как

$$\alpha = \arcsin\frac{\sqrt{b_y^2 + b_z^2}}{b} = \arccos\frac{b_x}{b} = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{b_y^2 + b_z^2}}{b_x}.$$

Аналогичным образом можно определить углы β и γ между вектором $\vec{b}$ и осями OY и OZ. Для этих целей используют так называемые направляющие косинусы:

$$\cos\alpha = \frac{b_x}{b}, \cos\beta = \frac{b_y}{b}, \cos\gamma = \frac{b_z}{b}.$$

Модуль вектора $\vec{b}$ будет равен корню квадратному из суммы квадратов проекций данного вектора на оси координат:

$$b = \left|\vec{b}\right| = \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}\,.$$

Для определения угла между двумя произвольными векторами воспользуемся скалярным произведение векторов:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

С другой стороны,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}) \cdot (b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z\,.$$

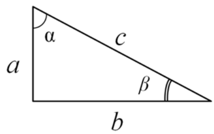
Следовательно, $a \cdot b \cdot \cos\alpha = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$.

Отсюда

$$\cos\alpha = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{a \cdot b} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \cdot \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}\,.$$

Примеры решения тестовых заданий

Задание 1.1



В прямоугольном треугольнике известны: длина стороны $c = 1$ м, а угол $\alpha = 30°$. Определите, чему равна сторона a.

Дано:	*Решение*
$c = 1$ м	*Первый способ решения*
$\alpha = 30°$	По условия задачи треугольник прямоуголь-
a – ?	ный, с острым углом в 30°.

Прилежащий катет и гипотенуза связаны тригонометрической функцией косинуса: $\cos\alpha = \dfrac{a}{c}$.

Отсюда сторона треугольника a: $a = c \cdot \cos\alpha$.

Произведем расчет: $a = 1\,\text{м} \cdot \cos 30° = 1\,\text{м} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ м.

Второй способ решения

По условиям задачи треугольник прямоугольный, с острым углом в 30°. Тогда катет $b = \dfrac{c}{2}$.

Для ответа на вопрос задачи воспользуемся теоремой Пифагора, определяющей связь между длинами сторон в прямоугольном треугольнике: $c^2 = a^2 + b^2$.

Отсюда выразим интересующую нас величину стороны a:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{c^2 - \frac{c^2}{4}} = \sqrt{\frac{3c^2}{4}} = \frac{c\sqrt{3}}{2}.$$

Ответ: $a = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ м.

Задание 1.2

Отношение проекций вектора $\vec{a}$: $\dfrac{a_x}{a_y} = \sqrt{3}$. Какой угол образует вектор $\vec{a}$ с положительным направлением оси x при условии, что он острый?

Дано:	*Решение*
$\dfrac{a_x}{a_y} = \sqrt{3}$	По определению проекции вектора на координатные оси: $a_x = a \cdot \cos\alpha$; $a_y = a \cdot \sin\alpha$.
α – острый	Отношение проекций
α – ?	$$\frac{a_x}{a_y} = \frac{a \cdot \cos\alpha}{a \cdot \sin\alpha} = \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}.$$

По условию задачи: $\dfrac{a_x}{a_y} = \sqrt{3}$. Значит, $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \sqrt{3}$.

Отсюда $\alpha = \operatorname{arcctg}\sqrt{3} = \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}} = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{3} = 30°$.

Ответ: $\alpha = 30°$.

Задание 1.3

В декартовой системе координат, заданной ортами $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$, $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$. Найдите модуль вектора $(\vec{a} + \vec{b})$ и угол α, образованный вектором $(\vec{a} + \vec{b})$ с осью x.

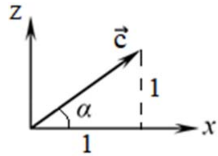
Дано:	*Решение*
$\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$,	Вектор
$\vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$	$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (2\vec{i} - 3\vec{j}) + (-\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}) = \vec{i} + \vec{k}$.
$\lvert\vec{a}\rvert + \lvert\vec{b}\rvert$ – ?	Проекции вектора $\vec{c}$ на координатные оси
α – ?	$c_x = 1$; $c_y = 0$; $c_z = 1$.

Формула для расчета модуля вектора

$$|\vec{c}| = \sqrt{c_x^2 + c_y^2 + c_z^2}.$$

Модуль вектора

$$|\vec{c}| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}.$$



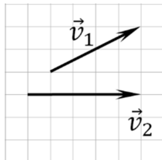
Построим результирующий вектор $\vec{c}$ в плоскости XOZ.

Из рисунка видно, что треугольник не только прямоугольный, но и равнобедренный. Следовательно, угол между вектором $\vec{c}$ и осью X равен 45°.

Ответ: 45°.

Задание 1.4

Найдите приращение скорости $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, используя рисунок. Одна клетка на рисунке соответствует 1 м/с. Ось x направлена горизонтально вправо и задана единичным вектором $\vec{\imath}$, а ось y направлена вертикально вверх и задана единичным вектором $\vec{\jmath}$.



Дано:	*Решение*
$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ 1 кл. = 1 м/с	Из рисунка следует: $\vec{v}_1 = 4\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$, $\vec{v}_2 = 5\vec{\imath}$.
$\Delta\vec{v}$ – ?	По определению приращение физической величины – это разность ее конечного и начального значений: $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = 5\vec{\imath} - (4\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}) = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$.

Ответ: $\Delta\vec{v} = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$.

Задание 1.5

В декартовой системе координат, заданной ортами $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$, вектор напряженности однородного электростатического поля равен $\vec{E} = (50\vec{\imath} + 100\vec{\jmath})$ В/м. Найдите работу поля по перемещению заряда q = 2 мкКл на перемещении $\vec{S} = \left(0{,}2\vec{\jmath} + 0{,}5\vec{k}\right)$ м. Для вычисления работы используйте формулу $A = q\left(\vec{E}, \vec{S}\right)$.

Дано:	*Решение*
$\vec{E} = (50\vec{\imath} + 100\vec{\jmath})$ В/м q = 2 мкКл = $2 \cdot 10^{-6}$ Кл $\vec{S} = \left(0{,}2\vec{\jmath} + 0{,}5\vec{k}\right)$ м	По определению работа поля по перемещению заряда равна: $A = q\vec{E} \cdot \vec{S}$.
A – ?	Подставим в формулу выражения для векторов напряженности ЭСП и перемещения:

$$A = q(50\vec{\imath} + 100\vec{\jmath})(0{,}2\vec{\jmath} + 0{,}5\vec{k}) =$$

$$= (50\vec{\imath} \cdot 0{,}2\vec{\jmath} + 100\vec{\jmath} \cdot 0{,}2\vec{\jmath} + 50\vec{\imath} \cdot 0{,}5\vec{k} + 100\vec{\jmath} \cdot 0{,}5\vec{k}) = q \cdot 20\vec{\jmath}^2.$$

Произведем расчет:

$$A = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл} \cdot 20\ \text{В} = 40 \cdot 10^{-6}\ \text{Дж} = 40\ \text{мкДж}.$$

Ответ: $A = 40$ мкДж.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 1.1. Из точки A (–4; 4; 4) выехали два автомобиля. Первый автомобиль отправился в точку B (3; 1; 0), а второй в точку C (–1; 0; 6). Определите, чему будут равны модули векторов перемещения автомобилей $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$ и $|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|$ и косинус угла между ними.

Задача 1.2. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ лежат в одной плоскости, угол между ними 30°. Модули векторов 2 и 3 м соответственно. Определите модуль суммы этих векторов.

Задача 1.3. На тело действуют две силы – $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, которые образуют угол 120°. Силы по модулю равны $|\vec{F}_1| = 3$ Н, $|\vec{F}_2| = 5$ Н. Вычислить сумму и разность этих векторов $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|$ и $|\vec{F}_1 - \vec{F}_2|$.

Задача 1.4. Даны проекции силы $\vec{F}$ на координатные оси: $\vec{F} = \{4, 4, -4\sqrt{2}\}$. Найти величину силы $\vec{F}$ и направление ее действия.

Задача 1.5. Что выражают собой представленные ниже произведения: число или вектор? (Скобки указывают обычную в элементарной алгебре последовательность действий.):

а) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$;

б) $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$;

в) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times (\vec{c} \cdot \gamma))$, где γ – число;

г) $((\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}) \cdot \vec{d}$;

д) $(((\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}) \cdot \vec{d}) \cdot \vec{m}$.

Практическое занятие 2
Функции. Графики. Производные

Вопросы для обсуждения

Элементарные функции. Графики зависимостей. Применение производных при решении задач по физике.

Краткая теория

Прямо пропорциональная зависимость: $\boldsymbol{y = kx}$, где k – постоянный множитель.

Графиком прямо пропорциональной зависимости является прямая, проходящая через начало координат.

В качестве примера рассмотрим зависимость $\boldsymbol{y = 2x}$, график которой приведен на рис. 2.1.

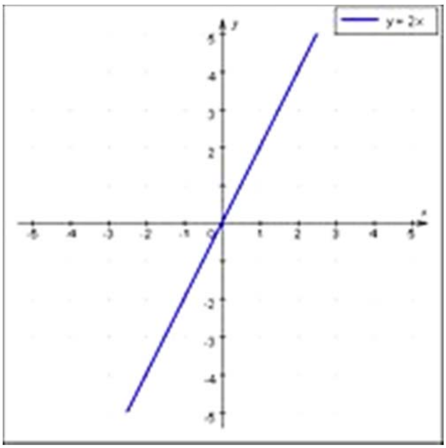


Рис. 2.1. График прямо пропорциональной зависимости

В физике, например, прямо пропорциональной зависимостью описываются: зависимость пройденного пути s от времени t при равномерном прямолинейном движении – $s = \vartheta \cdot t$; зависимость модуля силы упругости от смещения тела от положения равновесия: $F_{упр} = kx$.

Линейная зависимость: $\boldsymbol{y = y_0 + kx}$.

Графиком линейной зависимости является прямая, не проходящая через начало координат.

Например, зависимость $y = 0,5x - 2$ изображена на графике, приведенном на рис. 2.2.

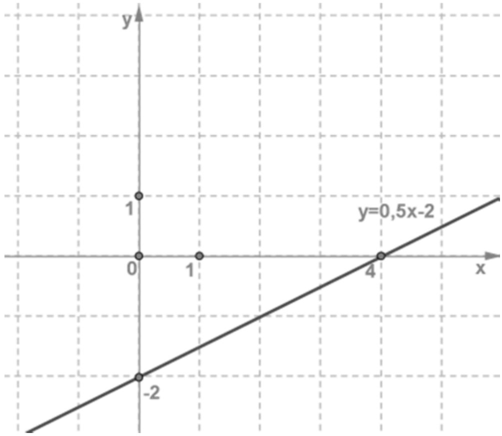


Рис. 2.2. График линейной зависимости

При $x = 0$, $y_0 = -2$; при $y = 0$, $x_0 = \frac{y+2}{0,5} = \frac{0+2}{0,5} = 4$. По двум точкам можно построить прямую.

В физике, например, линейной зависимостью задается скорость при равноускоренном движении:

$$\vartheta_t = \vartheta_0 + at.$$

Квадратичная зависимость: $\boldsymbol{y = ax^2 + bx + c}$,

где y – квадратичная функция; a – первый коэффициент; b – второй коэффициент; c – свободный член.

Графиком квадратичной зависимости является парабола.

Изобразим квадратичную функцию $y = x^2 - 2x - 1$ (рис. 2.3).

Ветви параболы направлены вверх, так как $a = 1 > 0$.

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1;\ y_0 = 1^2 - 2 \cdot 1 - 1 = -2.$$

Парабола пересекает ось Oy в точке (0; –1).

В физике квадратичная зависимость описывает зависимость пройденного пути s от времени t при равноускоренном движении:

$$S = \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2},$$

где a = const – ускорение; ϑ_0 – начальная скорость; t – время движения.

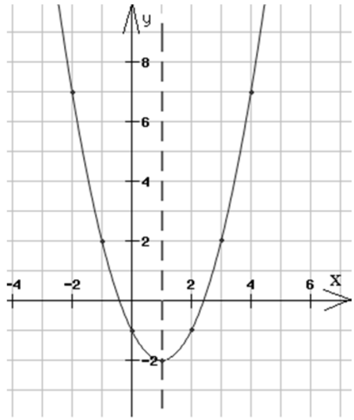


Рис. 2.3. График квадратичной зависимости – парабола

Графики синусоиды и косинусоиды

Синусоидой называют плоскую кривую, изображающую изменение синуса в зависимости от изменения его угла. Для построения синусоиды нужно разделить окружность радиусом $R = 1$ м на равные части (12 частей) и на такое же количество равных частей отрезок прямой $x = 2\pi R$. Из одноименных точек деления провести взаимно перпендикулярные линии, в пересечении которых получатся точки, принадлежащие синусоиде (рис. 2.4).

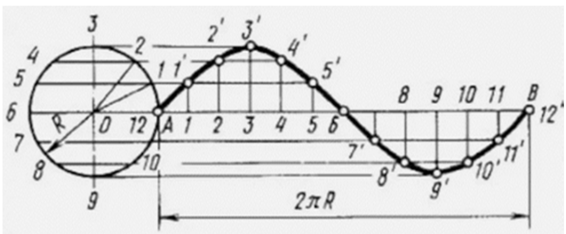


Рис. 2.4. Построение синусоиды

Для построения графика функции $y = \cos x$ учтем, что

$$y = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right).$$

Следовательно, для построения графика косинусоиды достаточно график синусоиды параллельно сместить влево (в отрицательном направлении оси x) относительно оси y на $\frac{\pi}{2}$.

График синусоиды (рис. 2.5) изображен синим цветом, а график косинусоиды – зеленым.

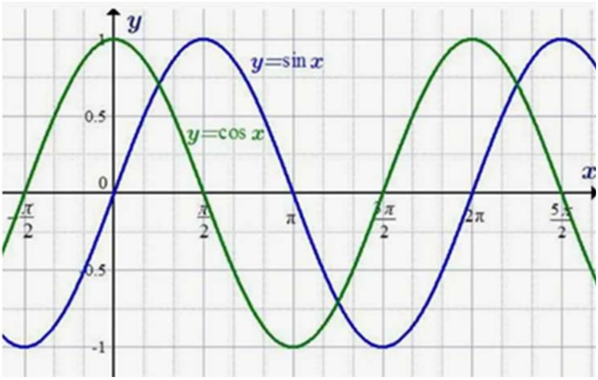


Рис. 2.5. Графики синусоиды и косинусоиды

В физике изучаются колебательные движения или процессы, которые повторяются через одинаковые промежутки времени.

Простейшим видом колебательного движения являются гармонические колебания, описываемые уравнениями:

$$x = x_{max} \cos(\omega t + \phi_0) \quad \text{или} \quad y = y_{max} \sin(\omega t + \phi_0).$$

Производная степенной функции

Степенная функция имеет вид: $y = x^n$.

Производная степенной функции равна произведению показателя степени на основание функции в степени, уменьшенной на единицу:

$$y' = n \cdot x^{n-1}.$$

Например, если $y = x^3$, то $y' = 3x^2$.

Чтобы найти производную от произведения: $(c \cdot x)$, где x – переменная, с – некоторая постоянная величина, необходимо сначала вынести константу за знак производной: $(cx)' = c(x)'$. Производная $(x)' = 1$. Тогда $(cx)' = c$.

Производная константы всегда равна нулю. Например, $(5)' = 0$.

Производная суммы функций: $(u + v)' = u' + v'$.

Производная суммы функций равна сумме производных каждой из функций.

В формуле стоит только два слагаемых, но она работает и в случае более двух слагаемых.

Например, найти производную суммы функций: $y = x^2 + 4x + 3$. Многочлен представляет собой сумму трёх функций. По определению производная от суммы функций есть сумма производных от слагаемых функций: $y' = (x^2 + 4x + 3)' = (x^2)' + (4x)' + (3)'$.

Производная от первого слагаемого находится по правилу производной степенной функции: $y' = (x^2)' = 2x$. Чтобы найти производную второго слагаемого, необходимо сначала вынести константу за знак производной $(4x)' = 4(x)' = 4 \cdot 1 = 4$. Третье слагаемое представляет собой константу, производная которой всегда равна нулю: $(3)' = 0$.

В итоге производная суммы равна $y' = (x^2)' + (4x)' + (3)' = 2x + 4$.

Производная произведения функций: $(u \cdot v)' = u'v + uv'$.

Производная произведения равна произведению производной первой функции на вторую плюс произведение первой функции, умноженной на производную второй.

Производная частного функций: $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$.

Рассмотрим пример $y = \dfrac{2-4x}{3x+7}$. Здесь $u = 2 - 4x$, $v = 3x + 7$.

$$y' = \left(\frac{2-4x}{3x+7}\right)' = \frac{(2-4x)' \cdot (3x+7) - (3x+7)' \cdot (2-4x)}{(3x+7)^2} =$$

$$= \frac{-4(3x+7) - 3(2-4x)}{(3x+7)^2} = \frac{-12x - 28 - 6 + 12x}{(3x+7)^2} = -\frac{34}{(3x+7)^2}.$$

Производная синуса: $(\sin x)' = \cos x$.

Производная косинуса: $(\cos x)' = -\sin x$.

Производная функции, если ее аргумент тоже является функцией.

Например: $(\cos \boldsymbol{u}(x))' = -\sin \boldsymbol{u}(x) \cdot (\boldsymbol{u}(x))' = -\boldsymbol{u}'(x) \sin \boldsymbol{u}(x)$.

Или $(\sin f(x))' = f'(x) \cos f(x)$.

Основные формулы

№	Название	Формула
1	Прямо пропорциональная зависимость	$y = kx$, где k – постоянный множитель
2	Линейная зависимость:	$y = y_0 + kx$
3	Квадратичная зависимость	$y = ax^2 + bx + c$
4	Производная степенной функции $y = x^n$	$y' = n \cdot x^{n-1}$
5	Производная суммы функций	$(u + v)' = u' + v'$
6	Производная произведения функций	$(u \cdot v)' = u'v + uv'$
7	Производная частного функций	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$
8	Производная синуса	$(\sin x)' = \cos x$
9	Производная косинуса	$(\cos x)' = -\sin x$

Методические указания

Для нахождения вида функциональных зависимостей по графику необходимо найти:

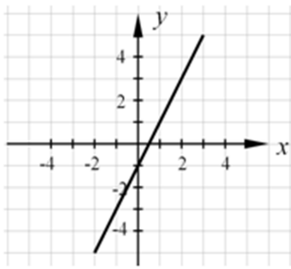
1) для квадратичной зависимости: вершины параболы, направление ветвей параболы и точки пересечения ветвей параболы с осями OX, OY;
2) значение y_0 и коэффициента k как тангенс угла наклона зависимости с осью OX.

Для нахождения производных функций используем их определения, приведенные в краткой теории.

Примеры решения тестовых заданий

Задание 2.1

Найдите функциональную зависимость $y(x)$ по графику.



Дано:	*Решение*
график $y(x)$	На графике мы видим прямую линию, не проходящую через начало координат.
$y(x)$ – ?	

Это означает, что данная зависимость является линейной $y = y_0 + kx$.

Необходимо найти значения координат точек пересечения этой прямой с осями координат и величину коэффициента пропорциональности k.

При $x = 0$, $y_0 = -1$; при $y = 0$, $x_0 = 0{,}5$; $k = \dfrac{y - y_0}{x} = \dfrac{0-(-1)}{0{,}5} = 2$.

Подставив эти значения в линейную зависимость, получим:

$$y = y_0 + kx = -1 + 2x.$$

Ответ: $y = 2x - 1$.

Задание 2.2

Уравнение траектории камня, брошенного под углом к горизонту, имеет вид (в СИ): $y(x) = 10x - 5x^2$, ось x направлена горизонтально, ось y – вертикально ($y = 0$ на поверхности земли). Найти максимальную высоту подъема камня над землей.

Дано:	*Решение*
$y(x) = 10x - 5x^2$	Максимальная высота подъема камня над землей – это максимальная функция $h_{max} = y_{max}$. Для этого найдем производную этой функции и приравняем ее нулю $y' = 0$.
h_{max} – ?	

$$y' = (10x - 5x^2)' = 10 - 5 \cdot 2x = 10 - 10x.$$

$$10 - 10x = 0.$$

Отсюда $x = 1$.

$$y_{max}(x = 1) = 10 \cdot 1 - 5 \cdot 1^2 = 5.$$

Ответ: $h_{max} = 5$ м.

Задание 2.3

Найти производную произведения двух функций: $y = x \cdot \ln x$.

Дано:	*Решение*
$y = x \cdot \ln x$	Используя формулу определения производной произведения функций, получаем:
$y' - ?$	

$$y' = (x \cdot \ln x)' = (x)' \cdot \ln x + x \cdot (\ln x)' = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1.$$

Ответ: $y' = \ln x + 1$.

Задание 2.4

Дана система уравнений: $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ y + x = 2 \end{cases}$. Найти значение $y - x$.

Дано:	*Решение*
$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ y + x = 2 \end{cases}$	Решать данную систему уравнений будем методом подстановки. Из второго уравнения выразим величину y и подставим в первое уравнение.
$y - x - ?$	

$$y = 2 - x;\ 2x + 2 - x = 1;$$

$$x = -1;\ y = 2 - x = 2 - (-1) = 3.$$

Теперь выразим искомую величину: $y - x = 3 - (-1) = 3 + 1 = 4$.

Ответ: $y - x = 4$.

Задание 2.5

При разрядке конденсатора заряд убывает по закону: $q_t = q_0 2^{-\frac{t}{\tau}}$. Во сколько раз уменьшится заряд конденсатора через промежуток времени $t = 2\tau$?

Дано:	*Решение*
$q_t = q_0 2^{-\frac{t}{\tau}}$ $t = 2\tau$	Начальное значение заряда больше, чем конечное, так как заряд убывает. Поэтому будем искать отношение большего начального значения к меньшему $\frac{q_0}{q_t}$.
$\frac{q_0}{q_t} - ?$	

$$\frac{q_0}{q_t} = \frac{q_0}{q_0 2^{-\frac{t}{\tau}}} = \frac{1}{2^{-\frac{t}{\tau}}} = 2^{\frac{t}{\tau}} = 2^{\frac{2\tau}{\tau}} = 2^2 = 4.$$

Ответ: за время $t = 2\tau$ заряд уменьшится в 4 раза.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 2.1. Движение материальной точки задано уравнением $x = 10t + 0{,}5t^2$. Запишите уравнение скорости материальной точки. Определите значение скорости в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 4$ с. Постройте график зависимости скорости от координаты x.

Задача 2.2. Найдите решение тригонометрического уравнения: $\sin 3x = -\frac{1}{2}$, принадлежащее интервалу $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

Задача 2.3. Заряд на конденсаторе изменяется с течением времени по закону: $q = q_0 e^{0,2t}$, где $q_0 = 5$ мкКл, $t = 5 \ln 2$ (мс). Определить силу тока в цепи в момент времени $t = 5 \ln 2$ (мс). Сила тока равна первой производной заряда по времени $I = \frac{dq}{dt}$.

Задача 2.4. Найти производную функции: $y(x) = \frac{1}{2x - 3}$.

Задача 2.5. Частица движется в плоскости XY с постоянным ускорением $\vec{a}$, равным по модулю 2 м/с^2 и направлением противоположным положительному направлению оси y. Уравнение траектории частицы имеет вид: $y = 2x - 4x^2$. Найти скорость частицы в начале координат.

Модуль 2. МЕХАНИКА

Практическое занятие 3
Кинематика

Вопросы для обсуждения

Механика. Кинематика. Материальная точка. Радиус-вектор. Перемещение. Скорость. Ускорение.

Краткая теория

Физика – наука, изучающая простейшие и вместе с тем наиболее общие закономерности явлений природы, свойства и строение материи и законы ее движения.

Простейшей формой движения является **механическое движение**. Оно заключается в изменении с течением времени взаимного расположения тел или частей тел друг относительно друга.

Механика – часть физики, изучающая закономерности механического движения.

Кинематика – раздел механики, в котором изучается движение тел без учета причин, его вызывающих.

В механике для описания движения тел в зависимости от условий конкретных задач используются **физические модели**.

Материальная точка (МТ) – тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь, считая, что вся масса тела сосредоточена в одной точке.

Тело отсчета – произвольно выбранное тело, относительно которого мы рассматриваем движение данного тела.

Система координат, связанная с телом отсчета, и отсчитывающие время часы составляют **систему отсчета**.

Положение материальной точки M задается **радиус-вектором** $\vec{r}(t)$, проведенным из некоторой неподвижной точки O, выбранной за начало системы отсчета, в точку, где в данный момент времени находится МТ.

В пространственной декартовой системе координат, состоящей из трех взаимно перпендикулярных осей Ox, Oy, Oz, положение МТ задается ее координатами – x, y, z (рис. 3.1).

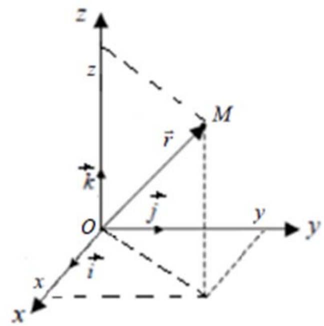


Рис. 3.1. Положение материальной точки с помощью радиус-вектора и координат

Тогда радиус-вектор МТ: $\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$.

Траекторией движения МТ называется линия, которую описывает материальная точка (тело) при своем движении.

В зависимости от формы траектории движение делят на прямолинейное и криволинейное.

Пусть тело движется из положения 1 в положение 2. Положение тела в этих точках определяется радиус-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ (рис. 3.2).

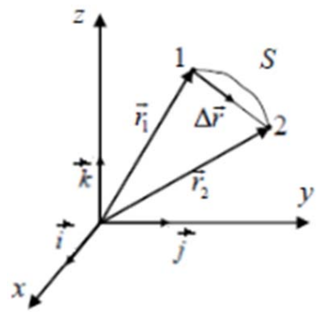


Рис. 3.2. Путь S, перемещение $\Delta\vec{r}$

Длина пройденного пути или **путь** S – расстояние между точками 1 и 2, отсчитанное вдоль траектории.

Перемещение $\Delta\vec{r}$ – направленный отрезок прямой, проведенной из начального положения 1 в конечное 2. Перемещение есть приращение радиус-вектора:

$$\Delta\vec{r}(t) = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

Перемещение характеризуется числовым значением и определенным направлением.

Поступательное движение – это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению.

Основными кинематическими характеристиками поступательного движения являются скорость и ускорение.

Скорость – векторная физическая величина, определяющая быстроту изменения положения тела в единицу времени.

Средняя скорость – приращение радиус-вектора за единицу времени: $<\vec{V}>=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$. Направление средней скорости совпадает с направлением приращения радиус-вектора $\Delta\vec{r}$ (рис. 3.3).

Мгновенная скорость – скорость тела в данный момент времени. Она определяется первой производной радиус-вектора по времени, направлена по касательной к данной точке траектории в сторону движения (рис. 3.3).

$$\vec{V}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\vec{r}\,'.$$

Модуль мгновенной скорости: $V=\sqrt{V_x^2+V_y^2+V_z^2}$.

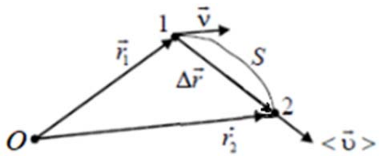


Рис. 3.3. Векторы средней и мгновенной скоростей

Ускорение – векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости.

Среднее ускорение:

$$<\vec{a}>=\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}.$$

Мгновенное ускорение:

$$\vec{a}=\frac{d\vec{V}}{dt}=\vec{V}\,'.$$

Модуль ускорения:

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}.$$

При криволинейном движении ускорение можно разложить на две составляющие: тангенциальную и нормальную (рис. 3.4).

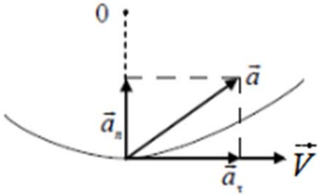


Рис. 3.4. Ускорения полное, касательное и нормальное

Тангенциальная (касательная) составляющая ускорения характеризует быстроту изменения скорости по модулю. Равна первой производной модуля скорости по времени и направлена по касательной к траектории:

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = V'.$$

Нормальная (центростремительная) составляющая ускорения характеризует быстроту изменения скорости по направлению и направлена перпендикулярно вектору скорости к центру кривизны траектории:

$$a_n = \frac{V^2}{R}.$$

Полное ускорение при криволинейном движении

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Модуль полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Вращательное движение – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, лежащим в параллельных плоскостях, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения. При вращательном движении все точки тела имеют одинаковые значения угловой скорости.

Характеристики вращательного движения: угол поворота φ, угловая скорость $\vec{\omega}$ угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$.

Угол поворота φ можно рассчитать по формулам:

$$\varphi = \frac{S}{R} \text{ или } \varphi = 2\pi N,$$

где S – длина дуги в произвольном круге, на которую опирается угол φ; R – радиус круга; N – число полных оборотов. Единица измерения в системе СИ $[\varphi] = 1$ рад.

На практике углы измеряются в градусах. В системе СИ за единицу измерения принимается радиан – центральный угол для дуги, длина которой равна радиусу круга. Радианная мера полного угла в 2π рад соответствует 360°.

Мгновенная угловая скорость – векторная физическая величина, модуль которой есть первая производная угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi'.$$

Направление угловой скорости задается по правилу буравчика. Единица измерения $[\omega] = 1$ рад/с.

Мгновенное угловое ускорение – векторная физическая величина, равная первой производной угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\omega}'.$$

При равномерном движении тела по окружности используются такие характеристики, как период и частота вращения.

Период – время одного оборота $T = \frac{t}{N}$. Единица измерения $[T] = 1$ с.

Частота вращения – число оборотов в единицу времени $\nu = \frac{N}{t}$.. Единица измерения $[\nu] = 1$ Гц $= 1$ с$^{-1}$.

Формулы, связывающие угловые характеристики:

$$v = \frac{2\pi R}{T}; \quad T = \frac{1}{\nu}; \qquad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Формулы связи линейных и угловых характеристик:

$$S = \varphi R; \qquad V = \omega R; \qquad a_{ц} = \frac{V^2}{R} = \omega^2 R.$$

Кинематические уравнения в проекциях на координатные оси:

1) равномерное движение: $x = x_0 + V_t$;

2) равноускоренное движение: $\begin{cases} x = x_0 + V_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2}; \\ V_x = V_{0x} + a_x t \end{cases}$

3) свободное падение: $\begin{cases} x = x_0 + V_{0x}t \\ V_x = V_{0x} \end{cases}$; $\begin{cases} y = y_0 + V_{0y}t + \dfrac{gt^2}{2} \\ V_y = V_{0y} + gt \end{cases}$;

$V_{0x} = V_0 \cos\alpha$ – проекция скорости на ось Ox;

$V_{0y} = V_0 \sin\alpha$ – проекция скорости на ось Oy;

$t_n = \dfrac{2V_0 \sin\alpha}{g}$ – время полета (до падения на землю);

$h_{\max} = \dfrac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$ – максимальная высота полета;

$S = \dfrac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ – горизонтальная дальность полета.

Закон сложения скоростей:

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_{12} + \vec{V}_2,$$

где $\vec{V}_1$ – скорость первого тела относительно земли; $\vec{V}_{12}$ – скорость первого тела относительно второго (подвижной системы отсчета); $\vec{V}_2$ – скорость второго тела относительно земли.

Относительная скорость: $\vec{V}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$.

Основные формулы

№	Название	Формула
1	Радиус-вектор	$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$
2	Средняя скорость	$\vec{V}_{\text{ср}} = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$
3	Мгновенная скорость	$\vec{V} = \vec{r}\,'$
4	Среднее ускорение	$\langle \vec{a} \rangle = \dfrac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$
5	Мгновенное ускорение	$\vec{a} = \vec{V}\,' = \vec{r}\,''$
6	Тангенциальное (касательное) ускорение	$a_\tau = V'$
7	Нормальное (центростремительное) ускорение	$a_n = \dfrac{V^2}{R}$

№	Название	Формула
8	Полное ускорение Модуль	$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ $a = \lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$
9	Угол поворота	$\varphi = \frac{S}{R}$ $\varphi = 2\pi N$
10	Угловая скорость	$\omega = \varphi'$
11	Угловое ускорение	$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
12	Период	$T = \frac{t}{N}$
13	Частота вращения	$\nu = \frac{N}{t}$
14	Связь периода с частотой	$T = \frac{1}{\nu}$
15	Связь угловой скорости с частотой	$\omega = 2\pi\nu$
16	Связь линейной скорости с угловой	$V = \omega R$
17	Уравнение равномерного движения	$x = x_0 + Vt$
18	Уравнения равноускоренного движения	$\begin{cases} x = x_0 + V_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \\ V_x = V_{0x} + a_x t \end{cases}$
19	Время полета тела, брошенного под углом к горизонту	$t_n = \frac{2V_0 \sin\alpha}{g}$
20	Максимальная высота подъема тела, брошенного под углом к горизонту	$h_{\max} = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$
21	Горизонтальная дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту	$S = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

Методические указания к решению задач

При решении задач по этой теме сначала необходимо внимательно прочитать условие задачи, определить тип движения (поступательное или вращательное) и записать кинематические уравнения этого движения.

Затем если по определению физической величины, требуемой расчета в условии задачи, можно получить искомый ответ, то для получения ответа достаточно использовать определение физической величины.

Если определения физической величины для ответа на вопрос задачи недостаточно, то необходимо использовать формулы связи между физическими величинами, описывающими этот тип движения, и кинематические уравнения движения.

Примеры решения тестовых заданий

Задание 3.1

Материальная точка движется вдоль оси X. Уравнение ее движения имеет вид: $x = t^4 + 2t^2 + 5$ м. Определить мгновенную скорость и мгновенное ускорение точки в конце второй секунды от начала движения, среднюю скорость и путь, пройденный за это время.

Дано:	*Решение*
$x = t^4 + 2t^2 + 5$ м	Движение материальной точки прямолинейное.
$t = 2$ с	Мгновенную скорость найдем как первую производную координаты x:
$V - ?$ $a - ?$	$$V = x' = (t^4 + 2t^2 + 5)' = 4t^3 + 4t.$$
$V_{ср} - ?$ $S - ?$	

Мгновенная скорость в конце второй секунды:

$$V(t = 2) = 4 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2 = 32 + 8 = 40 \text{ м/с}.$$

Мгновенное ускорение найдем как первую производную скорости или вторую производную координаты x:

$$a = V' = (4t^3 + 4t)' = 12t^2 + 4.$$

Мгновенное ускорение в конце второй секунды:

$$a(t = 2) = 12 \cdot 2^2 + 4 = 48 + 4 = 52 \text{ м/с}^2.$$

Средняя скорость:

$$V_{ср} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{t^4 + 2t^2 + 5 - 5}{t - 0} = t^3 + 2t.$$

Средняя скорость за 2 секунды:

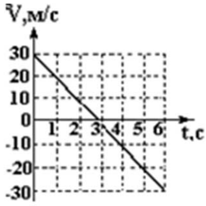
$$V_{ср}(t = 2) = 2^3 + 2 \cdot 2 = 12 \text{ м/с}.$$

Путь, пройденный точкой за 2 секунды:

$$S = \Delta x = x_2 - x_1 = t^4 + 2t^2 + 5 - 5 = 2^4 + 2 \cdot 2^2 = 24 \text{ м}.$$

Ответ: $V = 40$ м/с, $a = 52$ м/с^2; $V_{ср} = 12$ м/с; $S = 24$ м.

Задание 3.2



Стрела пущена вертикально вверх. Проекция ее скорости на вертикальное направление меняется со временем согласно приведенному графику. В какой момент времени стрела достигла максимальную высоту подъема?

Дано:
$V = f(t)$
h_{max}

t – ?

Решение

Стрела движется прямолинейно и равнозамедленно вдоль оси OY.

Из графика зависимости $V = f(t)$ следует, что в момент времени $t = 3$ вертикальная составляющая скорости стрелы стала равна 0, то есть стрела поднялась на максимальную высоту.

Ответ: $t = 3$ с.

Задание 3.3

Диск радиусом 0,1 м вращается таким образом, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задана уравнением $\varphi = C + Dt^2$ ($C = 2$ рад, $D = 5$ рад/с^2). Для точек на ободе колеса определите нормальное ускорение в момент времени $t = 4$ с.

Дано:
$R = 0{,}1$ м
$\varphi = C + Dt^2$
$C = 2$ рад
$D = 5$ рад/с^2
$t = 4$ с

a_n –?

Решение

Выразим нормальное ускорение через угловую скорость:

$$a_n = \omega^2 \cdot R.$$

Угловая скорость по определению есть первая производная от угла поворота по времени:

$$\omega = \varphi' = 2Dt = 2 \cdot 5 \cdot t = 10t.$$

Тогда нормальное ускорение:

$$a_n = (10t)^2 R = 100t^2 R = 100 \cdot 4^2 \cdot 0{,}1 = 160 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_n = 160$ м/с^2.

Задание 3.4

Маховик начал вращаться равноускоренно и за промежуток времени $\Delta t = 20$ с достиг частоты вращения $\nu = 800$ мин$^{-1}$. Определить угловое ускорение ε маховика. Ответ округлить до целого числа рад/с^2.

Дано:	Решение
$\Delta t = 20$ с $\nu_0 = 0$ с$^{-1}$ $\nu_t = 800$ мин$^{-1}$ = $= \frac{800}{60}$ с$^{-1} = 13{,}3$ с$^{-1}$	Из условия задачи следует, что маховик начинает равноускоренное вращение из состояния покоя. Его частота и, соответственно, угловая скорость равны нулю.
$\varepsilon - ?$	

Связь угловой скорости с частотой: $\omega = 2\pi\nu$.

Угловое ускорение по определению:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} = \frac{\omega}{\Delta t} = \frac{2\pi\nu}{\Delta t}.$$

Произведем числовой расчет:

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 13{,}3}{20} = 4{,}18 \approx 4 \text{ рад/с}^2.$$

Ответ: $\varepsilon \approx 4$ рад/с^2.

Задание 3.5

Пуля вылетает из ствола в горизонтальном направлении со скоростью 800 м/с. На сколько снизится пуля во время полета, если щит с мишенью находится на расстоянии, равном 400 м?

Дано:	Решение
$S = 400$ м $V = 800$ м/с	Движение пули – свободное падение с ускорением $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.
$\Delta h - ?$	

В горизонтальном направлении пуля движется равномерно. Время движения пули равно: $t = \frac{S}{V}$.

В вертикальном направлении пуля движется равноускоренно. Так как пуля вылетает горизонтально, то ее вертикальная составляющая начальной скорости равна нулю.

Тогда за время t пуля снизится:

$$\Delta h = \frac{gt^2}{2}.$$

Подставим время и получим:

$$\Delta h = \frac{gS^2}{2V^2}.$$

Числовой расчет:

$$\Delta h = 10 \cdot \frac{400^2}{2 \cdot 800^2} = 1{,}25 \text{ м.}$$

Ответ: $\Delta h = 1{,}25$ м.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 3.1. Пароход идет вниз по течению от пункта A к пункту B 2 часа, а вверх по течению – 3 часа. Сколько времени будет плыть бревно от пункта A к пункту B?

Задача 3.2. Какой путь прошло тело за время, в течение которого его скорость увеличилась с 4 до 12 м/с, если ускорение равно 2 м/с^2.

Задача 3.3. Электровоз начинает двигаться равноускоренно в тот момент, когда с ним поравнялся мальчик, бегущий равномерно со скоростью 3 м/с. Определите скорость электровоза в тот момент, когда он догонит мальчика.

Задача 3.4. Материальная точка первую половину пути двигалась равномерно со скоростью 3 м/с, а вторую – со скоростью 5 м/с. Определите среднюю скорость на всем пути.

Задача 3.5. Вал электромотора вращается равномерно с частотой $n = 1200$ об/мин. После выключения рубильника вал остановился из-за трения в подшипниках, сделав $N = 100$ оборотов. Определить угловое ускорение ε, считая его постоянным.

Практическое занятие 4
Динамика

Вопросы для обсуждения

Силы. Импульс. Законы Ньютона. Закон сохранения импульса. Механическая работа. Энергия. Кинетическая энергия. Потенциальная энергия. Закон сохранения полной механической энергии.

Краткая теория

Динамика – раздел механики, изучающий механическое движение с учетом причин, его вызывающих.

Силой называется физическая величина, характеризующая воздействие на данное тело других тел.

Обозначение силы – $\vec{F}$. Модуль силы $F = |\vec{F}|$ определяет «интенсивность» воздействия, а направление совпадает с направлением ускорения, сообщаемого данным воздействием.

Масса тела – физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи, определяющая ее инерциальные свойства. Масса есть мера инертности тела.

Под **инертностью** тела понимают свойство тела сохранять свое состояние неизменным.

В системе СИ масса измеряется в килограммах: $[m] = 1$ кг.

Импульсом тела называется векторная физическая величина, равная произведению массы тела на вектор его скорости:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{V}.$$

Направление вектора импульса тела совпадает с направлением вектора скорости тела: $\vec{p} \uparrow\uparrow \vec{V}$. В СИ единицей измерения импульса тела является: $[\vec{p}\,] = 1$ (кг · м)/с.

Динамика является основным разделом механики. В ее основе лежат три закона Ньютона.

Первый закон Ньютона: существуют такие системы отсчета, относительно которых тела, не подверженные воздействию внешних тел, движутся без ускорения, то есть прямолинейно и равномерно. Такие системы отсчета называются **инерциальными**.

Любая система отсчета, движущаяся относительно какой-либо ИСО поступательно с постоянной скоростью, также является инерциальной.

Второй закон Ньютона: ускорение, приобретаемое телом, пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе тела:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Существует вторая, более общая формулировка этого закона: скорость изменения импульса тела равна действующей на нее силе:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}.$$

Второй закон Ньютона – основной закон динамики поступательного движения.

Третий закон Ньютона: силы, с которыми действуют друг на друга два тела, всегда равны по модулю, противоположны по направлению и действуют вдоль прямой, соединяющей эти тела: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, по модулю: $F_1 = F_2$.

Если на тело действуют несколько сил, то результирующая сила

$$\vec{F}_{\text{рез}} = \sum \vec{F}_i .$$

Замкнутой системой называется механическая система, на которую не действуют внешние силы или действие внешних сил скомпенсировано.

Закон сохранения импульса: векторная (геометрическая) сумма импульсов тел, составляющих замкнутую систему, остается постоянной при любых движениях и взаимодействиях тел системы: $\vec{P} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = const$, если $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i^{\text{внеш}} = 0$.

Работа постоянной силы равна произведению модулей векторов силы и перемещения на косинус угла между этими векторами:

$$A = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta r} \cdot \cos\alpha = F_r \Delta r.$$

Кинетическая энергия – это энергия движения. Кинетическая энергия равна половине произведения массы тела на квадрат его скорости:

$$E_k = \frac{m\mathrm{V}^2}{2}.$$

Потенциальная энергия тела – это энергия положения.

Потенциальная энергия тела, поднятого на высоту h над нулевым уровнем, равна:

$$E_n = mgh.$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела равна:

$$E_{n\,\text{упр}} = \frac{kx^2}{2}.$$

Закон сохранения энергии: полная механическая энергия замкнутой системы тел остается неизменной при любых движениях тел системы: если $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i^{\text{внеш}} = 0$, то $E = \text{const}$ или $E_1 = E_2$.

Мощностью называется работа, совершенная в единицу времени:

$$N = \frac{A}{t}.$$

В системе СИ мощность измеряется в ваттах: $[P] = 1$ Вт $= 1$ Дж/с.

Коэффициентом полезного действия (КПД) называется величина, равная отношению полезной работы ко всей совершенной работе:

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{полн}}}.$$

КПД показывает, насколько эффективно данная машина использует подводимую к ней энергию. Коэффициент полезного действия не может быть больше единицы.

Основные формулы

№	Название	Формула
1	Сила тяжести	$\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g}$
2	Сила трения скольжения	$F_{\text{тр}} = \mu N$
3	Сила упругости	$F_{\text{упр}} = kx$
4	Вес тела	$P = N$
5	Гравитационная сила	$F = \frac{Gm_1 \cdot m_2}{r_2}$
6	Сила Архимеда	$F_{\text{Арх}} = \rho_{\text{ж}} gV$

№	Название	Формула
7	Момент силы	$M = F \cdot L$
8	Работа постоянной силы	$A = FS\cos\alpha$
9	Мощность	$N = \dfrac{A}{t}$
10	Коэффициент полезного действия	$\eta = \dfrac{A_{\text{полез}}}{A_{\text{затр}}}$
11	Кинетическая энергия	$E_k = \dfrac{mV^2}{2}$
12	Потенциальная энергия тела в поле силы тяжести	$E_n = mgh$
13	Потенциальная энергия тела в поле силы упругости	$E_n = \dfrac{kx^2}{2}$
14	Закон сохранения импульса	$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2 = \text{const}$
15	Закон сохранения механической энергии	$E = E_{\text{к}} + E_n = \text{const}$
16	Абсолютно упругий удар	$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$ $\dfrac{m_1V_1^2}{2} + \dfrac{m_2V_2^2}{2} = \dfrac{m_1u_1^2}{2} + \dfrac{m_1u_2^2}{2}$
17	Абсолютно неупругий удар шаров	$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = (m_1 + m_2)\vec{V}$ $\dfrac{m_1V_1^2}{2} + \dfrac{m_2V_2^2}{2} = \dfrac{(m_1 + m_2)V^2}{2} + \Delta E$

Методические указания к решению задач

Алгоритм решения задач по разделу «Динамика поступательного движения»:

1) сделать рисунок, указав на нем все силы, действующие на тело;
2) выбрать систему координат, начало системы координат совместить с центром масс тела, направив ось *OX* в сторону движения тела;
3) записать основной закон динамики поступательного движения (второй закон Ньютона) в векторной форме;

4) спроецировать векторную форму записи второго закона Ньютона на соответствующие координатные оси;
5) составить систему уравнений; если число неизвестных величин совпадает с числом уравнений, то данная система разрешима; если же число уравнений меньше числа неизвестных, то дополнить эту систему формулами связи между искомыми величинами, чтобы она стала разрешимой;
6) получить выражения для искомых величин в общем виде и проверить их единицы измерения в СИ;
7) провести расчет численных значений искомых величин и записать ответ.

Кроме кинематического и динамического подхода к решению задач существует еще один, более общий, основанный на применении законов сохранения импульса и механической энергии. Область применения законов сохранения является более широкой, чем законов динамики, однако они не позволяют получить детальную информацию о ходе самого процесса движения, так как связывают лишь начальное и конечное состояние системы. При решении задач с помощью законов сохранения необходимо:

1) выяснить, какие тела входят в рассматриваемую механическую систему и является ли она замкнутой;
2) определить характеристики начального и конечного состояния системы;
3) выяснить, какие законы сохранения можно применить для решения данной задачи;
4) если выполняются условия, при которых можно применить закон сохранения импульса, то записать этот закон сначала в векторной форме, а затем спроецировать его на координатные оси;
5) если выполняются условия, при которых можно применить закон сохранения механической энергии, то использовать при решении этот закон;
6) решить полученную систему уравнений, проверить единицы измерения полученных величин, записать ответ.

Примеры решения тестовых заданий

Задание 4.1

Тело массой $m_1 = 1$ кг, движущееся горизонтально со скоростью $V_1 = 3$ м/с, догоняет второе тело массой $m_2 = 0{,}25$ кг и неупруго соударяется с ним. Какую скорость получат тела, если второе тело двигалось со скоростью $V_2 = 0{,}5$ м/с в направлении, что и первое тело?

Дано:
$m_1 = 1$ кг
$V_1 = 3$ м/с
$m_2 = 0{,}25$ кг
$V_2 = 2$ м/с

U – ?

Решение

Система двух движущихся тел замкнута. Для нее выполняется закон сохранения импульса:

$$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = (m_1 + m_2)\vec{V}.$$

В проекции на направление движения:

$$m_1V_1 + m_2V_2 = (m_1 + m_2)U.$$

Выразим искомую скорость:

$$U = \frac{m_1V_1 - m_2V_2}{m_1 + m_2}.$$

Произведем расчет:

$$U = \frac{1\cdot 3 - 0{,}25\cdot 2}{1 + 0{,}25} = 2 \text{ м/с}.$$

Ответ: $U = 2$ м/с.

Задание 4.2

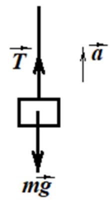
К нити подвешен груз массой 2 кг. Найти силу натяжения нити, если нить с грузом поднимать с ускорением 5 м/с^2.

Дано:
$m = 2$ кг
$a = 5$ м/с^2
$g = 9{,}81$ м/с^2

T – ?

Решение

На груз действуют две силы: сила тяжести $\vec{F}_{тяж} = m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, и сила натяжения нити, $\vec{T}$, направленная вертикально вверх.



Результирующая сила, действующая на груз, по второму закону Ньютона равна:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{тяж} + \vec{T}.$$

Спроецируем это уравнение на направление движения груза ОY:

$$ma = T - mg.$$

Выразим искомую величину силы натяжения нити:

$$T = ma + mg = m(a + g).$$

Произведем расчет:

$$T = 2(5 + 9{,}81) = 29{,}62\ \text{Н}.$$

Ответ: $T = 29{,}62$ Н.

Задание 4.3

Камень брошен под углом 60° к горизонту. Кинетическая энергия камня в начальный момент времени равна 20 Дж. Определить кинетическую и потенциальную энергию камня в высшей точке траектории.

Дано:	*Решение*
$\alpha = 60°$	Так как на камень не действуют внешние силы,
$E_{к1} = 20$ Дж	то выполняется закон сохранения полной механической энергии:
$E_{к2}$ – ?	$$E_1 = E_2 \quad \text{или} \quad E_{к1} + E_{п1} = E_{к2} + E_{п2}.$$
$E_{п2}$ – ?	

Потенциальная энергия в поле тяготения Земли рассчитывается по формуле $E_п = mgh$. Если отсчет высоты производить от Земли, то $E_{п1} = 0$.

Тогда в начальной точке $E_1 = E_{к1}$.

В точке наивысшего подъема $V_{0x} = V_0 \cos\alpha$, $V_{0y} = 0$. По условию задачи $\cos\alpha = \cos 60° = 0{,}5$. Тогда кинетическая энергия в точке наивысшего подъема:

$$E_{к2} = \frac{mV_2^2}{2} = \frac{mV_1^2 \cdot \cos^2\alpha}{2} = E_{к1}\cos^2\alpha = 20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 5\ \text{Дж}.$$

Потенциальная энергия в этой точке:

$$E_{п2} = E_1 - E_{к2} = 20 - 5 = 15\ \text{Дж}.$$

Ответ: $E_{к2} = 5$ Дж, $E_{п2} = 15$ Дж.

Задание 4.4

К ободу колеса диаметром 60 см приложена касательная тормозящая сила 100 Н. Какой минимальный по величине вращательный момент может заставить колесо вращаться?

Дано:	*Решение*
$d = 60$ см $= 0{,}3$ м	По определению вращающий момент равен:
$F_{торм} = 100$ Н	$$M = F_\tau R.$$
M – ?	Для получения ответа на вопрос задачи необходимо найти значения величин F_τ и R.

Сила, которая может заставить колесо вращаться, должна быть больше или равна касательной тормозящей силы: $F_\tau \geq F_{торм}$.

Плечо этой силы равно радиусу колеса:

$$R = \frac{d}{2} = 0{,}3 \text{ м}.$$

Тогда вращающий момент равен:

$$M = F_\tau R = 100 \cdot 0{,}3 = 30 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Ответ: $M = 30$ Н · м.

Задание 4.5

Мощность подъемного крана 20 кВт. Им можно равномерно поднять груз массой 2 т за 0,5 мин. Какую работу произведет кран в этом случае?

Дано:	*Решение*
$m = 2$ т $= 2 \cdot 10^3$ кг $P = 20$ кВт $= 2 \cdot 10^4$ Вт $t = 0{,}5$ мин $= 30$ с	Воспользуемся формулой работы через мощность: $A = P \cdot t$.
А – ?	По условию задачи известны мощность крана и время подъема.

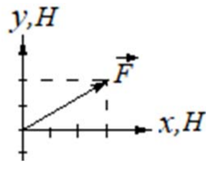
Подставив числовые данные из условия задачи, получим искомый ответ:

$$A = 2 \cdot 10^4 \cdot 30 = 600 \text{ кДж}.$$

Ответ: 600 кДж.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 4.1. На частицу массой m действует сила, график зависимости которой $F = f(x, y)$ приведен на рисунке. Определить величину работы, совершенной этой силой при перемещении частицы из начала координат в точку с координатами (5, 0).



Задача 4.2. Груз массой 100 кг поднят по наклонному помосту, длина которого 10 м, а угол наклона равен 30°. Определите работу по подъему груза. Трением пренебречь.

Задача 4.3. Снаряд массой m_1 = 100 кг, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью V_1 = 500 м/с, попадает в вагон с песком, масса которого m_2 = 10 т, и застревает в нем. Какую скорость U получит вагон, если: а) вагон стоит неподвижно; б) вагон движется со скоростью V_2 = 36 км/ч в том же направлении, что и снаряд; в) вагон движется со скоростью V_2 = 36 км/ч в направлении против движения снаряда?

Задача 4.4. Парашютист массой m_1 = 80 кг падает при открытом парашюте с установившейся скоростью V_1 = 5 м/с. Какой станет установившаяся скорость, если на том же парашюте станет спускаться мальчик массой m_2 = 40 кг? Сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости. Ответ записать с точностью до сотых.

Задача 4.5. На тело массой m = 200 г действуют две силы – F_1 = 300 мН и F_2 = 400 мН, направленные под прямым углом друг к другу. Определите величину и направление ускорения тела.

Модуль 3. ТЕРМОДИНАМИКА

Практическое занятие 5
Молекулярная физика и термодинамика

Вопросы для обсуждения

Идеальный газ. Основные положения молекулярно-кинетической теории. Уравнение состояния идеального газа. Изопроцессы. Внутренняя энергия. Первый закон термодинамики.

Краткая теория

Идеальный газ – это идеализация, как и материальная точка. Молекулы такого газа являются материальными точками, а соударения молекул абсолютно упругие. Взаимодействием же молекул на расстоянии пренебрегают.

Основные положения молекулярно-кинетической теории:

1. Вещество состоит из огромного числа частиц – молекул и атомов.
2. Эти частицы непрерывно и хаотически движутся.
3. Частицы взаимодействуют друг с другом.

Основные параметры газа, определяющие его состояние:

1) давление p, единица измерения в системе СИ $[p] = 1$ Па;
2) объем V, единица измерения $[V] = 1$ м^3;
3) температура T, единица измерения $[T] = 1$ К.

Температура характеризует степень нагретости тел. В технике и быту температура измеряется в градусах Цельсия t °С. В системе единиц измерения СИ единицей измерения термодинамической температуры T является кельвин К. Термодинамическая температура T связана с температурой $t°$ по шкале Цельсия соотношением

$$T = t\,°\text{C} + 273.$$

Моль – количество вещества, содержащего столько молекул, сколько содержится атомов в 12 г углерода.

Число молекул или атомов в 1 моле вещества называют **постоянной Авогадро**.

Закон Авогадро: объём одного моля любого газа при $t_0 = 0$ °С (273 К) и давлении в $p_0 = 1$ атм (10^5 Па) равен: $V_\mu = 22{,}4 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{\text{м}^3}{\text{моль}}$.

Газовые постоянные:

1) постоянная Авогадро – $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$;

2) постоянная Больцмана – $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$;

3) универсальная газовая постоянная – $R = 8{,}31 \dfrac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

Формула связи газовых постоянных – $R = k \cdot N_A$.

Уравнение состояния идеального газа – соотношение, связывающее его основные параметры:

$$PV = \frac{m}{M} RT .$$

Это уравнение состояния идеального газа носит название **уравнения Менделеева – Клапейрона**.

Это уравнение можно представить в других формах:

$$pV = vRT \quad \text{или} \quad PV = \frac{N}{N_A} RT \quad \text{или} \quad p = nkT.$$

Изопроцесс – процесс перехода газа из одного состояния в другое при неизменном одном параметре.

Изотермическим процессом называют процесс, протекающий при постоянной температуре.

Закон Бойля – Мариотта: при постоянной температуре и неизменном количестве вещества в сосуде произведение давления газа на его объем должно оставаться постоянным: $T = \text{const}$, $m = \text{const}$, $pV = \text{const}$.

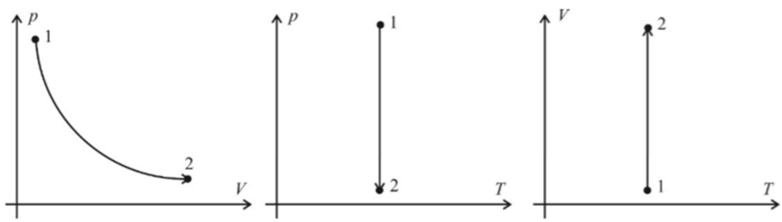


Рис. 5.1. Графики изотермического процесса в координатах pV; pT и VT

График изотермического процесса называется *изотермой* (рис. 5.1). Изотерма на pV-диаграмме – это график обратно пропорциональной зависимости $p \sim \dfrac{1}{V}$, изображается гиперболой.

Изобарическим процессом называют процесс, протекающий при постоянном давлении.

Закон Гей-Люссака: при постоянном давлении и неизменном количестве вещества в сосуде отношение объема газа к его температуре должно оставаться постоянным: $p = \text{const}$, $m = \text{const}$, $\frac{V}{T} = \text{const}$.

Графики изобарного процесса изображены на рис. 5.2.

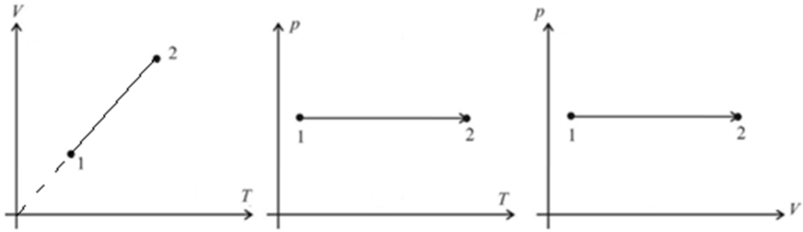


Рис. 5.2. Графики изобарного процесса
в координатах *VT, pT, pV*

Изохорическим процессом называют процесс, протекающий при постоянном объеме.

Закон Шарля: при постоянном объеме и неизменном количестве вещества в сосуде отношение давления газа к его температуре должно оставаться постоянным: $V = \text{const}$, $m = \text{const}$, $\frac{p}{T} = \text{const}$.

Графики изохорного процесса изображены на рис. 5.3.

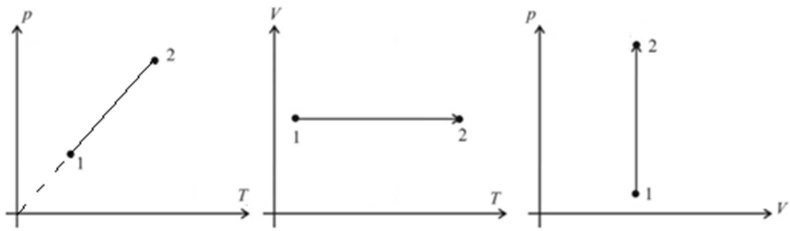


Рис. 5.3. Графики изохорного процесса
в координатах *pT, VT, pV*

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n V_{\text{ср}}^2 \text{ или } p = \frac{2}{3} n E_{\text{ср}}.$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа:

$$E_{\text{ср.к}} = \frac{mV_{\text{ср}}^2}{2} = \frac{3}{2}kT .$$

Средняя квадратичная скорость молекул газа:

$$V_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} .$$

Термодинамика – это наука о тепловых явлениях. Она исходит из наиболее общих закономерностей тепловых процессов и свойств макроскопических систем.

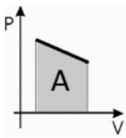
Термодинамика рассматривает изолированные системы тел, находящиеся в состоянии **термодинамического равновесия**.

Газ совершает **работу**, если изменяется его объем. Работа газа зависит не только и не столько от начального и конечного состояний газа, сколько от процесса, с помощью которого конечное состояние было достигнуто.

В изобарном процессе работу идеального газа можно рассчитать по формуле

$$A_p = p \cdot \Delta V.$$

Если давление нельзя считать постоянным, то работу газа находят как площадь фигуры под графиком в координатах (p, V).



Очевидно, что в изохорном процессе работа газа равна нулю:

$$A_V = 0.$$

Внутренняя энергия одноатомного идеального газа зависит только от его температуры и не зависит от объема:

$$U = \frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}pV .$$

В любых процессах для одноатомного идеального газа изменение или приращение внутренней энергии определяется выражением

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1).$$

Первый закон термодинамики: изменение ΔU внутренней энергии неизолированной термодинамической системы равно разности между количеством теплоты Q, переданной системе, и работой A, совершенной системой над внешними телами.

Другое определение этого закона: количество теплоты, полученное системой, идет на изменение ее внутренней энергии и совершение работы над внешними телами.

$$Q = \Delta U + A.$$

Первый закон термодинамики является обобщением закона сохранения и превращения энергии для термодинамической системы.

Важным следствием первого закона термодинамики является утверждение о невозможности создания машины, способной совершать полезную работу без потребления энергии извне и без каких-либо изменений внутри самой машины. Такая гипотетическая машина получила название вечного двигателя (*perpetuum mobile*) первого рода.

Адиабатным (адиабатическим) называют процесс, в ходе которого система не обменивается теплотой с окружающей средой. При адиабатном процессе $Q = 0$. Газ совершает работу за счет уменьшения собственной внутренней энергии: $A = -\Delta U$.

Тепловым двигателем называется устройство, способное превращать полученное количество теплоты в механическую работу.

Тепловой резервуар с более высокой температурой называют *нагревателем*, а с более низкой – *холодильником*.

Совершая круговой процесс, рабочее тело получает от нагревателя некоторое количество теплоты $Q_1 > 0$ и отдает холодильнику количество теплоты $Q_2 < 0$.

КПД тепловой машины может быть рассчитан по формуле

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}.$$

Наибольший КПД при заданных температурах нагревателя T_1 и холодильника T_2 достигается, если тепловая машина работает по циклу Карно. Цикл Карно состоит из двух изотерм и двух адиабат.

КПД цикла Карно равен:

$$\eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Обратимыми процессами называют процессы перехода системы из одного равновесного состояния в другое, которые можно провести в обратном направлении через ту же последовательность промежуточных равновесных состояний. При этом сама система и окружающие тела возвращаются к исходному состоянию.

Необратимыми являются процессы превращения механической работы во внутреннюю энергию тела.

Многие тепловые процессы могут протекать только в одном направлении. Такие процессы называются необратимыми.

Первый закон термодинамики не может отличить обратимые процессы от необратимых. Направление самопроизвольно протекающих процессов устанавливает второй закон термодинамики.

Второй закон термодинамики: в циклически действующей тепловой машине невозможен процесс, единственным результатом которого было бы преобразование в механическую работу всего количества теплоты, полученного от единственного теплового резервуара.

Другая формулировка второго закона термодинамики: невозможен процесс, единственным результатом которого была бы передача энергии путем теплообмена от тела с низкой температурой к телу с более высокой температурой.

Фазой вещества называется однородная система, например, твердое тело, физические свойства которой во всех точках одинаковые.

Процесс фазового перехода из жидкого состояния в газообразное (**парообразование**) или из твердого в жидкое (**плавление**) может происходить только при сообщении веществу некоторого количества теплоты.

Количество теплоты, необходимое для превращения жидкости в пар или выделяемое паром при конденсации, называется теплотой парообразования:

$$Q_{\text{парообр}} = rm,$$

где r – **удельная теплота парообразования**. Единица измерения $[r] = 1$ Дж/кг.

Превращение жидкости в пар не требует доведения жидкости до кипения. Вода может превратиться в пар и при комнатной температуре. Такой процесс называется **испарением**.

Количество теплоты, необходимое для плавления тела или выделяемое при кристаллизации (отвердевании), называется теплотой плавления:

$$Q_{пл} = \lambda m,$$

где λ – удельная теплота плавления. Единица измерения $[\lambda] = 1$ Дж/кг.

Во время фазовых переходов температура системы не изменяется; фазовые переходы начинаются только после достижения необходимой температуры.

Количество теплоты (энергии), необходимое для изменения температуры некоторого тела массой m, рассчитывают по формуле

$$Q_{нагр} = cm\Delta t = cm(t_2 - t_1),$$

где c – удельная теплоемкость вещества – количество теплоты Q, необходимое для нагревания 1 кг вещества на 1 K. Единица измерения удельной теплоемкости вещества – Дж/(кг · К).

Теплообмен прекращается в состоянии термодинамического равновесия, то есть когда температура всех тел системы становится одинаковой. Уравнение теплового баланса: в замкнутой системе тел алгебраическая сумма количеств теплоты, отданных и полученных всеми телами, участвующими в теплообмене, равна нулю:

$$|Q_{отд1}| + |Q_{отд2}| + \ldots = |Q_{погл1}| + |Q_{погл2}| + \ldots$$

Основные формулы

№	Название	Формула
1	Количество вещества	$\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$
2	Масса молекулы (атома)	$m_0 = \frac{M}{N_A}$
3	Концентрация частиц	$n = \frac{N}{V}$
4	Плотность газа	$\rho = \frac{m}{V}$
5	Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева – Клапейрона)	$PV = \frac{m}{M}RT$ $pV = \nu RT$ $p = nkT$

№	Название	Формула
6	Изотермический процесс, закон Бойля – Мариотта	$T = \mathrm{const}$, $m = \mathrm{const}$, $pV = \mathrm{const}$
7	Изобарный процесс, закон Гей-Люссака	$p = \mathrm{const}$, $m = \mathrm{const}$, $\frac{V}{T} = \mathrm{const}$
8	Изохорный процесс, закон Шарля	$V = \mathrm{const}$, $m = \mathrm{const}$, $\frac{p}{T} = \mathrm{const}$
9	Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов	$p = \frac{1}{3} m_0 n V_{\text{ср}}^2 = \frac{2}{3} n E_{\text{ср}}$
10	Средняя квадратичная скорость молекул газа	$E_{\text{ср.к}} = \frac{m V_{\text{ср}}^2}{2} = \frac{3}{2} kT$
11	Закон Дальтона для смеси газов	$p_{\text{см}} = p_1 + p_2 + \ldots$
12	Соотношение между термодинамическими константами	$R = N_A \cdot k$
13	Первое начало термодинамики	$Q = \Delta U + A$
14	Внутренняя энергия одноатомного газа	$U = \frac{3}{2} \nu RT = \frac{3}{2} pV$
15	Приращение внутренней энергии	$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$
16	Работа в изобарном процессе	$A_p = p \cdot \Delta V$
17	Работа в изохорном процессе	$A_V = 0$
18	Работа газа в изотермическом процессе	$A_T = Q$
19	Работа газа в адиабатном процессе	$A = -\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2)$
20	Работа за цикл	$A = Q\text{н} - Q_x$
21	КПД тепловой машины	$\eta = \frac{A}{Q_{\text{н}}} = \frac{Q_{\text{н}} - \lvert Q_x \rvert}{Q_{\text{н}}}$

№	Название	Формула
22	КПД цикла Карно	$\eta = \dfrac{T_н - T_x}{T_н}$
23	Теплота для нагревания	$Q_{нагр} = cm\Delta t = cm(t_2 - t_1)$
24	Теплота плавления	$Q_{пл} = \lambda m$
25	Теплота парообразования	$Q_{парообр} = rm$
26	Теплота сгорания топлива	$Q_{сгор} = qm$

Методические указания к решению задач

При решении задач на определение параметров состояния ИГ сначала все исходные данные представляем в единицах СИ, затем используем определение термодинамической характеристики и уравнение состояния идеального газа (Менделеева – Клапейрона).

При расчете величины работы газа необходимо определить, какой это процесс (изотермический, изобарный или др.), и только после этого использовать соответствующую формулу. Если процесс произвольный, то работа рассчитывается через площадь фигуры под графиком $p(V)$.

Для расчета количества теплоты, затраченного в процессах, протекающих согласно условию задачи, используем первое начало термодинамики.

Для определения КПД цикла сначала выясняем, какой это цикл (произвольный или цикл Карно). После этого используем соответствующую формулу КПД.

Примеры решения тестовых заданий

Задание 5.1

Тепловой двигатель за один цикл получает от нагревателя 100 кДж теплоты и отдает холодильнику 60 кДж. Чему равен КПД этого двигателя?

Дано:	*Решение*
$Q_н = 100$ кДж $Q_х = 60$ кДж	Воспользуемся определением КПД теплового двигателя:
η – ?	$$\eta = \frac{Q_н - Q_х}{Q_н}.$$

Подставим числовые значения величин из условия задачи и проведем расчет:

$$\eta = \frac{100 - 60}{100} = 0{,}4 \cdot 100\ \% = 40\ \%.$$

Ответ: $\eta = 40$ %.

Задание 5.2

Давление кислорода в баллоне объёмом 1 м^3 составляет 78 кПа при температуре 27 °С. Какова масса кислорода? Ответ записать с точностью до сотых долей кг.

Дано:	*Решение*
$V = 1$ м^3 $p = 78$ кПа $= 7{,}8 \cdot 10^4$ Па $M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $T = 27$ °С $+ 273 = 300$ К	Воспользуемся уравнением Менделеева – Клапейрона: $$pV = \frac{m}{M} RT.$$
m – ?	

Выразим отсюда массу газа:

$$m = \frac{MpV}{RT}.$$

Числовой расчет искомой величины:

$$m = \frac{32 \cdot 10^{-3} \cdot 7{,}8 \cdot 10^4 \cdot 1}{8{,}31 \cdot 300} = 1{,}00\ \text{кг}.$$

Ответ: $m = 1{,}00$ кг.

Задание 5.3

Если бы удалось использовать энергию, которая выделяется при падении груза массой 1 т на высоту 8 м, для нагревания 0,25 кг воды, то температура воды повысилась бы на ΔT K. Удельную теплоемкость воды принять равной 4200 Дж/(кг · К). Определить изменение температуры ΔT. Ответ запишите с точностью до целых.

Дано:	*Решение*
$M = 1$ т $= 10^3$ кг	Энергия, которая выделяется при падении груза:
$h = 8$ м	$$W = Mgh.$$
$m = 0{,}25$ кг	Количество теплоты, необходимое на нагрев воды:
$c = 4200$ Дж/(кг · К)	$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T.$$
ΔT – ?	

Если вся энергия падения груза пойдет на нагрев воды:

$$W = Q,$$

то $c \cdot m \cdot \Delta T = mgh$, отсюда повышение температуры

$$\Delta T = \frac{Mgh}{cm}.$$

Произведем числовой расчет:

$$\Delta T = \frac{1000 \cdot 10 \cdot 8}{4200 \cdot 0{,}25} = 76 \text{ К}.$$

Ответ: $\Delta T = 76$ К.

Задание 5.4

Какова внутренняя энергия гелия, заполняющего аэростат объёмом 50 м^3 при давлении 50 кПа? Ответ выразить в МДж.

Дано:	*Решение*
$V = 50$ м^3	Гелий является одноатомным газом.
$p = 50$ кПа $= 50 \cdot 10^3$ Па	Воспользуемся формулой внутренней энергии для одноатомного газа:
U – ?	

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT.$$

Из уравнения Менделеева – Клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$ выразим величину $\frac{m}{M}RT$ и подставим в выражение внутренней энергии:

$$U = \frac{3}{2}pV.$$

Произведем расчет:

$$U = \frac{3}{2} 50 \cdot 10^3 \cdot 50 = 3{,}75 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3{,}75 \text{ МДж}.$$

Ответ: $U = 3{,}75$ МДж.

Задание 5.5

При адиабатическом сжатии 4 г гелия, молярная масса которого равна $M = 0{,}004$ кг/моль, совершена работа, равная 600 Дж. Чему равно изменение температуры гелия в этом процессе?

Дано:	*Решение*
$m = 4$ г $= 0{,}004$ кг $M = 0{,}004$ кг/моль А = 600 Дж	При адиабатном процессе отсутствует теплообмен с окружающей средой: $Q = 0$. Тогда первое начало термодинамики имеет вид: $0 = \Delta U + A$.
ΔT – ?	

Отсюда получаем, что работа в адиабатном процессе совершается за счет убыли внутренней энергии:

$$A = -\Delta U = -\frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} R \cdot \Delta T.$$

Тогда убыль температуры:

$$\Delta T = \frac{2}{3} \cdot \frac{M}{m} \cdot \frac{A}{R}.$$

Произведем числовой расчет:

$$\Delta T = \frac{2}{3} \cdot \frac{0{,}004}{0{,}004} \cdot \frac{600}{8{,}31} = -48 \text{ К}.$$

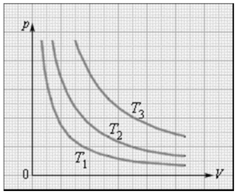
Ответ: $\Delta T = -48$ К.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 5.1. В баллоне объемом $V = 10$ л находится гелий под давлением $p_1 = 1$ МПа при температуре $T_1 = 300$ К. После того как из баллона было взято $m = 10$ г гелия, температура в баллоне понизилась до $T_2 = 290$ К. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

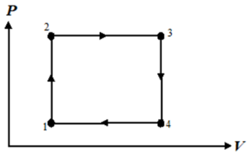
Задача 5.2. При изобарном нагревании одноатомного идеального газа было затрачено количество теплоты $Q_1 = 3$ кДж. Определите, какое количество теплоты пришлось бы затратить, чтобы нагреть этот газ изохорно.

Задача 5.3. Для трех различных газов (по 1 молю каждый) были получены изотермы, приведенные на рисунке. Указать максимальную температуру изотермы.



Задача 5.4. Определите концентрацию молекул идеального газа при нормальном давлении и температуре $t = 23$ °С. Сколько таких молекул будет содержаться в колбе вместимостью $V = 200$ мл?

Задача 5.5. На рисунке представлен замкнутый цикл. Изобразите эту диаграмму в координатах p, T и V, T.



Модуль 4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Практическое занятие 6
Электростатика

Вопросы для обсуждения

Электрический заряд. Закон Кулона. Электростатическое поле. Напряженность. Потенциал. Принцип суперпозиции. Работа электростатического поля. Конденсатор. Электроемкость конденсатора. Энергия электрического поля.

Краткая теория

Электрический заряд – это физическая величина, характеризующая способность частиц или тел вступать в силовые электромагнитные взаимодействия.

Обозначение электрического заряда q. Единица измерения в СИ $[q] = 1$ Кл. Дробные единицы измерения заряда: 1 мкКл = $= 10^{-6}$ Кл – микрокулон, 1 нКл = 10^{-9} Кл – нанокулон.

Существует два вида электрических зарядов: **положительные** и **отрицательные**. Одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются.

Минимально возможный (по модулю) электрический заряд или **элементарный заряд** обозначается e:

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}.$$

Носителями элементарных зарядов являются элементарные частицы: **протон** несет положительный заряд, а **электрон** – отрицательный заряд. Электрические заряды протона и электрона по модулю одинаковы и равны элементарному заряду e.

Электрический заряд квантуется. Электрический заряд любого тела всегда кратен элементарному заряду:

$$q = \pm Ne,$$

где N – целое число.

Величина электрического заряда, измеряемая в различных инерциальных системах отсчета, оказывается одинаковой. Величина заряда не зависит от того, движется заряд или покоится.

Закон сохранения электрического заряда: в электрически изолированной системе алгебраическая сумма зарядов всех тел остается постоянной:

$$q_1 + q_2 + q_3 + ... + q_n = \text{const}.$$

Если два тела одного размера и формы, обладающие зарядами q_1 и q_2, привести в соприкосновение, а затем обратно развести, то заряд каждого из тел станет равным:

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2}.$$

В нейтральном атоме число протонов в ядре равно числу электронов в оболочке. Это число называется атомным номером.

Нейтральный атом может превращаться в положительно или отрицательно заряженный ион. Сообщение телу отрицательного заряда означает передачу ему лишних электронов; сообщение телу положительного заряда означает передачу электронов от этого тела другому телу.

Точечным зарядом называют заряженное тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Закон Кулона: сила взаимодействия неподвижных точечных зарядов прямо пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2},$$

где $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9$ м/Ф – коэффициент пропорциональности; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Каждое заряженное тело создает в окружающем пространстве **электрическое поле**. Главное свойство электрического поля – действие на электрические заряды с некоторой силой.

Напряженность – силовая характеристика электрического поля. Напряженность электрического поля – векторная физическая величина, равная силе, действующей на единичный заряд.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Для наглядного представления электрического поля используют **силовые линии.**

Силовые линии электростатического поля:

- никогда не пересекаются;
- всегда направлены от положительных зарядов к отрицательным;
- их густота пропорциональна модулю вектора напряженности поля;
- начинаются на положительном заряде, заканчиваются на отрицательном.

На рис. 6.1 изображены силовые линии положительного и отрицательного точечных зарядов.

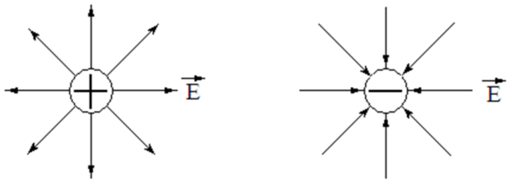


Рис. 6.1. Силовые линии точечных зарядов

Электрическое поле называют **однородным**, если вектор напряжённости одинаков во всех точках поля.

Принцип суперпозиции: напряженность электрического поля, создаваемого системой зарядов в данной точке пространства, равна векторной сумме напряжённостей электрических полей, создаваемых в той же точке зарядами в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots$$

Второй характеристикой электростатического поля является потенциал. Потенциал φ является энергетической характеристикой поля; это скалярная физическая величина, равная отношению потенциальной энергии электрического заряда в электростатическом поле к величине этого заряда:

$$\varphi = \frac{W}{q}.$$

Знак потенциала поля зависит от знака заряда, создавшего поле. В СИ единицей потенциала является вольт [В].

Для наглядного представления электрического поля наряду с силовыми линиями используют **эквипотенциальные поверхности**. Поверхность, во всех точках которой потенциал имеет одинаковые значения, называется эквипотенциальной поверхностью.

Силовые линии электрического поля всегда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Характеристики поля точечного заряда:

1) модуль напряженности электростатического поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r от него в вакууме:

$$E = k\frac{|q|}{r^2};$$

2) потенциал поля точечного заряда q в вакууме на расстоянии r от него:

$$\varphi = k\frac{q}{r}.$$

Электрическое **напряжение** между двумя точками ЭСП – это разность потенциалов:

$$U = \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2.$$

В однородном электрическом поле существует **связь между напряженностью поля и напряжением**:

$$U = Ed; \quad \Delta\varphi\ E\cdot\Delta l.$$

Работа электрического поля по перемещению заряда q:

$$A = F\cdot d = qEd = W_1 - W_2 = kq_1\cdot q_2\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) = q(\varphi_1-\varphi_2) = q\cdot\Delta\varphi = qU.$$

Электростатическое поле обладает важным свойством: работа сил электростатического поля при перемещении заряда из одной точки поля в другую не зависит от формы траектории, а определяется только положением начальной и конечной точек и величиной заряда, поэтому работа сил электростатического поля при перемещении заряда по любой замкнутой траектории равна нулю.

В **проводниках** возможно свободное движение электронов – носителей заряда (по проводникам может протекать электрический ток). К проводникам относятся металлы, растворы и расплавы электролитов, ионизированные газы, плазма.

Свойства проводника в электрическом поле

- Внутри проводника напряженность поля всегда равна нулю.
- Потенциал внутри проводника во всех точках одинаков и равен потенциалу поверхности проводника.
- Снаружи от проводника вблизи от его поверхности напряженность поля всегда перпендикулярна поверхности.

- Если проводнику сообщить заряд, то он весь распределится по очень тонкому слою вблизи поверхности проводника.
- Максимальное значение напряженности достигается вблизи остриев и резких изломов поверхности проводника.

В диэлектриках (изоляторах) свободное движение электронов внутри диэлектриков невозможно (по ним не может протекать электрический ток). Диэлектрики характеризуются диэлектрической проницаемостью ε:

$$\varepsilon = \frac{E_{\text{в вакууме}}}{E_{\text{в веществе}}}.$$

Для характеристики способности тела накапливать электрический заряд вводят понятие **электрической емкости**. Емкость зависит лишь от формы тела, его размеров и свойств окружающей его среды.

В системе СИ емкость измеряется в Фарадах [Ф]. 1 Фарад – чрезвычайно большая емкость. Для сравнения: емкость всего земного шара значительно меньше одного фарада.

Емкостью уединенного проводника называют отношение его заряда к потенциалу:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Емкость проводника в форме шара, окруженного диэлектриком:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R.$$

На практике необходимы устройства, обладающие способностью накапливать значительный по величине заряд.

Конденсаторами называются устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды.

Конденсаторы состоят из двух проводников, которые называются обкладками. Электрическое поле оказывается сосредоточенным (локализованным) между обкладками конденсатора.

Электроемкостью конденсатора называется скалярная физическая величина, определяемая как отношение заряда q одной обкладки к разности потенциалов $\Delta\varphi$ между ними:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U}.$$

Плоский конденсатор – система из двух плоских проводящих пластин, расположенных параллельно друг другу на малом по сравнению с размерами пластин расстоянии и разделенных слоем диэлектрика (рис. 6.2).

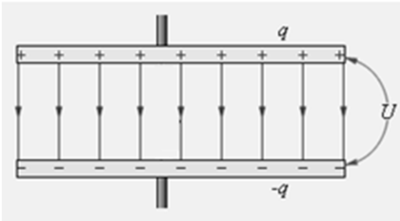


Рис. 6.2. Плоский конденсатор

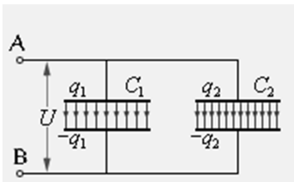
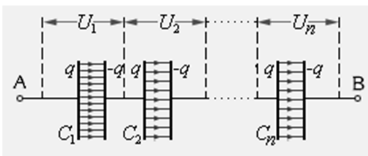
Электроемкость плоского конденсатора с диэлектриком:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

Энергия электростатического поля конденсатора:

$$W_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}.$$

Соединения конденсаторов

Параллельное соединение конденсаторов: $q = q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_n$ $U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n$ $C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$	
Последовательное соединение конденсаторов: $q_1 = q_2 = q_3 = \ldots = q_n$ $U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$ $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$	

Основные формулы

№	Название	Формула
1	Закон Кулона	$F = k\dfrac{\lvert q_1\rvert \cdot \lvert q_2\rvert}{r^2}$
2	Напряженность электростатического поля	$\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$
3	Потенциал электростатического поля	$\varphi = \dfrac{W}{q}$
4	Принцип суперпозиции	$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots$
5	Модуль напряженности поля ТЗ	$E = k\dfrac{\lvert q\rvert}{r^2}$
6	Потенциал поля ТЗ	$\varphi = k\dfrac{q}{r}$
7	Напряжение между двумя точками ЭСП	$U = \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$
8	Связь между напряженностью поля и напряжением	$U = Ed; \quad \Delta\varphi = E \cdot \Delta l$
9	Работа электрического поля	$A = q(\varphi_1 \cdot \varphi_2) = qU$
10	Диэлектрическая проницаемость	$\varepsilon = \dfrac{E_{\text{в вакууме}}}{E_{\text{в веществе}}}$
11	Электроемкость уединенного проводника	$C = \dfrac{q}{\varphi}$
12	Электроемкость шара	$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$
13	Электроемкость конденсатора	$C = \dfrac{q}{\Delta\varphi} = \dfrac{q}{U}$
14	Электроемкость плоского конденсатора	$C = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$
15	Параллельное соединение конденсаторов	$q = q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_n$ $U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n$ $C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$

№	Название	Формула
16	Последовательное соединение конденсаторов	$q_1 = q_2 = q_3 = \ldots = q_n$ $U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$ $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$
17	Энергия ЭСП	$W_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}$

Методические указания к решению задач

Задачи о точечных зарядах и системах точечных зарядов решаются с применением закона Кулона, принципа суперпозиции и законов механики. Для решения необходимо:

1) указать все силы, действующие на ТЗ, помещенный в электрическое поле;
2) записать уравнение равновесия или основное уравнение динамики;
3) выразить все силы электрического взаимодействия через величины электрических зарядов и характеристики поля;
4) составить систему уравнений так, чтобы число неизвестных совпадало с числом уравнений, добавляя в нее вспомогательные формулы связи, записать в проекциях на искомые координатные оси.

При решении задач часто помогают соображения симметрии, позволяющие определить значения некоторых величин (зарядов, составляющих сил или полей) без детального их рассмотрения.

При расчете величины электроёмкости *C* следует исходить из того, что ёмкость – это коэффициент пропорциональности между зарядом q и потенциалом φ, хотя и не зависит от них. Для расчета величины С необходимо:

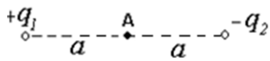
1) предположить, что тело или конденсатор заряжены;
2) найти силовую характеристику (E) возникающего при этом электрического поля;
3) зная величину напряженности поля, рассчитать величину разности потенциалов между двумя точками поля;
4) зная q и $\Delta\varphi$, найти величину электроемкости: $C = \frac{q}{\Delta\varphi}$;

5) если все преобразования и вычисления сделаны верно, то останутся только характеристики геометрических размеров конденсатора и свойств среды между его обкладками.

Примеры решения тестовых заданий

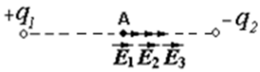
Задание 6.1

Заряды, расположенные вдоль одной прямой на расстоянии a друг от друга, равны по модулю. Найти результирующие напряженность и потенциал поля в точке A.



Дано:	*Решение*
$\lvert q_1\rvert = \lvert q_2\rvert = q$ a	ЭСП в искомой точке A создается двумя зарядами, следовательно, результирующая напряженность подчиняется принципу суперпозиции полей: $\vec{E}_{\text{рез}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.
E_A – ? φ_A – ?	

Обозначим напряженность поля, созданного в точке A положительным зарядом $\vec{E}_1$ и отрицательным зарядом $\vec{E}_2$.



Определим величины и направления напряженностей полей, созданных каждым из зарядов в точке A. Модули напряженностей: $E_1 = \dfrac{k\lvert q_1\rvert}{a^2} = \dfrac{kq}{a^2}$, $E_2 = \dfrac{k\lvert q_2\rvert}{a^2} = \dfrac{kq}{a^2}$. По модулю они равны друг другу.

Вектор $\vec{E}_1$ в точке A направлен вдоль прямой, соединяющей положительный заряд и точку A, от точки A вправо. Вектор $\vec{E}_2$ направлен от точки A к отрицательному заряду. Таким образом, в точке A оба вектора напряженности сонаправлены.

Тогда модуль результирующей напряженности равен сумме модулей складываемых напряженностей:

$$E_{\text{рез}A} = E_1 + E_2 = 2E_1 = 2k\frac{q}{a^2}.$$

Величину результирующего потенциала в точке A найдем тоже по принципу суперпозиции: $\varphi_{\text{рез}A} = \varphi_1 + \varphi_2$.

Запишем выражения для величин потенциалов поля, созданных зарядами q_1, q_2, в искомой точке A:

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{a} = \frac{kq}{a} \text{ и } \varphi_2 = \frac{kq_2}{a} = -\frac{kq}{a}.$$

Тогда результирующий потенциал

$$\varphi_{\text{рез}A} = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{kq}{a} - \frac{kq}{a} = 0.$$

Ответ: $E_{\text{рез}A} = 2k\frac{q}{a^2}$; $\varphi_{\text{рез}A} = 0$.

Задание 6.2

Расстояние между двумя точечными зарядами уменьшили в 4 раза, первый заряд увеличили в 2 раза, а второй уменьшили в 2 раза. Во сколько раз изменится модуль сил электростатического взаимодействия между зарядами?

Дано:	*Решение*
$r' = \frac{r}{4}$	Сила взаимодействия между точечными зарядами подчиняется закону Кулона.
$q_1' = 2q_1$	Для получения ответа на вопрос задачи выразим силы кулоновского взаимодействия в двух случаях и найдем их отношение.
$q_2' = \frac{q_2}{2}$	
$\frac{F'}{F} - ?$	

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}; \qquad F' = k\frac{q_1' q_2'}{r'^2} = k\frac{2q_1 \cdot q_2/2}{(r/2)^2} = k\frac{4q_1 \cdot q_2}{r^2}; \qquad \frac{F'}{F} = 4$$

Ответ: $\frac{F'}{F} = 4$; увеличится в 4 раза.

Задание 6.3

Пылинка массой 1 мг, имеющая заряд q = 2 нКл, находится в равновесии между двумя параллельными горизонтальными разноименно заряженными пластинами, расстояние между которыми d = 1 см. Определить разность потенциалов между пластинами.

Дано:	*Решение*
$q = 2$ нКл $=$ $= 2 \cdot 10^{-9}$ Кл $m = 1$ мг $= 10^{-6}$ кг $d = 1$ см $= 10^{-2}$ м	На пылинку действуют две силы: сила тяжести пылинки и электростатическая сила. Так как заряженная пылинка находится в равновесии в поле, созданном заряженным конденсатором, то величина силы тяжести равна
U – ?	

величине электростатической силы, а их направления противоположны.

Сила тяжести $F_{тяж} = mg$, электростатическая сила

$$F_{эл} = qE = q\frac{U}{d}.$$

Так как $F_{тяж} = F_{Кул}$, то $q\frac{U}{d} = mg$. Отсюда $U = \frac{mgd}{q}$.

Подставим числовые данные из условия задачи:

$$U = \frac{mgd}{q} = \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-9}} = 50 \text{ В}.$$

Ответ: $U = 50$ В.

Задание 6.4

Найти работу сил электростатического поля при перемещении заряда $q = -2$ Кл из точки с потенциалом 150 В в точку поля с потенциалом 110 В.

Дано:	*Решение*
$q = -2$ Кл $\varphi_1 = 150$ В $\varphi_2 = 110$ В $d = 1$ см $= 10^{-2}$ м	Так как в условиях задачи известны величина заряда и потенциалы начальной и конечной точек перемещения, то работу сил электростатического поля выразим в формуле
A – ?	$A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Произведем расчет:

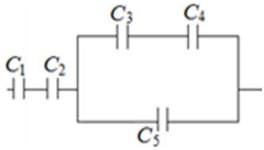
$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = (-2) \cdot (150 - 110) = -80 \text{ Дж}.$$

Знак минус говорит о том, что работа совершается не силой электростатического поля, а внешними силами.

Ответ: $A = -80$ Дж.

Задание 6.5

Найти общую электроёмкость батареи конденсаторов. Электроёмкости конденсаторов: $C_1 = 1$ пФ; $C_2 = 2$ пФ; $C_3 = 3$ пФ; $C_4 = 4$ пФ; $C_5 = 5$ пФ.



Дано:	*Решение*
$C_1 = 1$ пФ $C_2 = 2$ пФ $C_3 = 3$ пФ $C_4 = 4$ пФ $C_5 = 5$ пФ	В схеме, изображенной на рисунке, конденсаторы C_1 и C_2 соединены последовательно. Общая емкость последовательного соединения этих конденсаторов C_{12}:
$C_{общ}$ – ?	$$C_{12} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1 \cdot 2}{1+2} = \frac{2}{3}\text{ пФ}.$$

Конденсаторы C_3 и C_4 тоже соединены последовательно. Их общая емкость

$$C_{34} = \frac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4} = \frac{3 \cdot 4}{3+4} = \frac{12}{7}\text{ пФ}.$$

Теперь конденсатор с электроемкостью C_{34} и конденсатор с электроемкостью C_5 оказались соединены параллельно. Общую емкость параллельно соединеных конденсаторов расчитаем по формуле

$$C_{345} = C_{34} + C_5 = \frac{12}{7} + 5 = \frac{47}{7}\text{ пФ}.$$

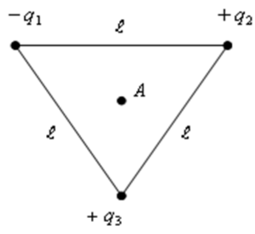
Теперь конденсаторы с электроекмкостью C_{12} и C_{345} оказались соединены последовательно. Рассчитаем общую электроемкость такого соединения:

$$C_{общ} = \frac{C_{12} \cdot C_{345}}{C_{12} + C_{345}} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{47}{7}\right)}{\frac{2}{3} + \frac{47}{7}} = \frac{2 \cdot 47 \cdot 21}{3 \cdot 7 \cdot (14 + 141)} = 0{,}61\text{ пФ}.$$

Ответ: $C_{общ} = 0{,}61$ пФ.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 6.1. Чему равен потенциал системы трех точечных зарядов q_1, q_2, q_3 в точке A, расположенной согласно рисунку?
$|q_1| = |q_2| = |q_3|$.



Задача 6.2. Сопоставьте выражения, соответствующие физическим величинам:
1) напряженность поля ТЗ;
2) потенциал ТЗ;
3) работа перемещения заряда в ЭСП;
4) модуль силы Кулона.

1. $F = k\dfrac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2}$.

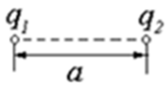
2. $E = k\dfrac{q}{r^2}$.

3. $\lambda = \dfrac{q}{l}$.

4. $\varphi = k\dfrac{q}{r}$.

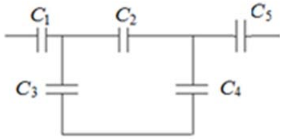
5. $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Задача 6.3. Два точечных заряда q_1 = 2 нКл и q_2 = –3 нКл находятся в вакууме на расстоянии $\boldsymbol{a}$ = 1 см друг от друга. Найти напряженность электростатического поля в точке, расположенной на линии, соединяющей заряды, на расстоянии a правее заряда q_2 ($k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф – коэффициент пропорциональности).



Задача 6.4. Определить расстояние между пластинами плоского воздушного конденсатора, если между ними приложена разность потенциалов U = 150 В, причем площадь каждой пластины S = 100 см^2, ее заряд q = 10 нКл. Ответ записать в мм с точностью до сотых долей.

Задача 6.5. Найти общую электроёмкость батареи конденсаторов. Электроёмкости конденсаторов: C_1 = 1 пФ; C_2 = 2 пФ; C_3 = 3 пФ; C_4 = 4 пФ; C_5 = 5 пФ.



Практическое занятие 7
Законы постоянного тока

Вопросы для обсуждения

Постоянный ток. Сила тока. Напряжение. Сопротивление. Закон Ома. Закон Джоуля – Ленца. Работа тока. Мощность тока.

Краткая теория

Электрическим током называют упорядоченное движение заряженных частиц.

Условия существования электрического тока в проводнике:
- наличие свободных заряженных частиц;
- наличие электрического поля.

Количественной характеристикой электрического тока служит сила тока.

Сила тока – скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{q}{t}.$$

За **направление тока** принимается направление, в котором перемещаются положительные носители зарядов.

Ток, сила и направление которого не изменяется со временем, называется **постоянным током**.

Единицей измерения силы тока в СИ является ампер $[I] = 1$ А.

Плотность тока – физическая величина, численно равная силе тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярно направлению тока:

$$j = \frac{I}{S_{\perp}}.$$

Единицей измерения плотности тока является $[j] = 1$ А/м^2.

Для определения силы тока в электрической цепи применяется измерительный прибор амперметр. Амперметр включают в цепь (рис. 7.1) последовательно с тем прибором, силу тока в котором измеряют, и с соблюдением полярности.

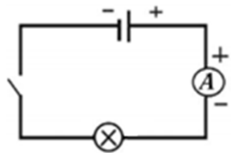


Рис. 7.1. Амперметр и его подключение в цепь

В проводнике, по которому протекает ток, заряды движутся под действием сил электростатического поля. Работу электростатических сил характеризуют разностью потенциалов или напряжением.

Электрическое напряжение – скалярная физическая величина, равная отношению работы по перемещению единичного электрического заряда между двумя точками цепи:

$$U = \frac{A_{\text{эл}}}{q}.$$

Единица измерения напряжения в СИ – 1 вольт (В).

Напряжение равно разности потенциалов только в том случае, если рассматриваемый участок цепи не содержит источник тока.

Измеряют напряжение **вольтметром**. При измерении вольтметр включают в цепь (рис. 7.2) параллельно с тем прибором, напряжение на котором измеряют, и с соблюдением полярности.

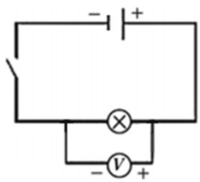


Рис. 7.2. Вольтметр и его подключение в цепь

Для существования постоянного тока необходимо наличие в цепи устройства, способного создавать и поддерживать разность потенциалов за счёт работы сил неэлектростатического происхождения. Такие устройства называют **источниками тока**, а силы неэлектростатического происхождения называют **сторонними**.

Характеристикой источника тока сил является ЭДС (ε).

Электродвижущей силой (ЭДС) называется физическая величина, равная отношению работы сторонних сил по перемещению положительного единичного заряда к величине этого заряда:

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{ст}}}{q}.$$

Единица измерения ЭДС в СИ – 1 вольт (В): $[\varepsilon] = 1$ В.

Электрическое сопротивление – свойство материала проводника препятствовать прохождению через него электрического тока.

Обозначение – R, единица измерения в СИ – 1 Ом.

Чем больше сопротивление проводника, тем хуже он проводит электрический ток. Сопротивление различных проводников зависит от материала, из которого они изготовлены, их размеров, геометрической формы и температуры.

Электрическое сопротивление проводника прямо пропорционально длине проводника и обратно пропорционально площади поперечного сечения проводника:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S}.$$

Удельным сопротивлением называется сопротивление проводника длиной 1 м и площадью поперечного сечения 1 м^2.

Обозначение – ρ, единица измерения в СИ – 1 Ом · м.

Каждый материал, из которого изготовляется проводник, обладает своим удельным сопротивлением.

Удельное сопротивление зависит от температуры:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta T),$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при 0 °С; α – температурный коэффициент сопротивления.

Взаимосвязь между силой тока, протекающей по проводнику, и напряжением на его концах была экспериментально установлена Г. Омом и носит название закона Ома для участка цепи.

Закона Ома для участка цепи: сила тока прямо пропорциональна напряжению на концах участка и обратно пропорциональна его сопротивлению:

$$I = \frac{U}{R}.$$

График зависимости силы тока от напряжения называется **вольт-амперной характеристикой** (рис. 7.3). Из закона Ома для участка цепи следует, что при постоянном сопротивлении сила тока прямо пропорциональна напряжению. Следовательно, вольт-амперная характеристика для металлического проводника представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат.

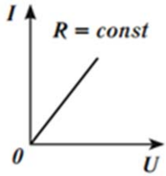


Рис. 7.3. Вольт-амперная характеристика проводника

Проводник с такими свойствами называется **резистором**.

Угол наклона графика к оси напряжений зависит от сопротивления проводника. Тангенс угла наклона графика равен проводимости резистора.

Проводники в электрической цепи могут по-разному соединяться друг с другом.

При последовательном соединении начало одного проводника соединяется с концом другого (рис. 7.4).

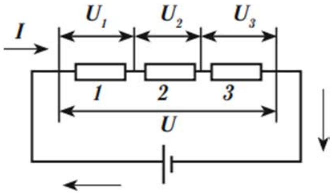


Рис. 7.4. Последовательное соединение проводников

При последовательном соединении сила тока во всех проводниках одинакова:

$$I = I_1 = I_2 = \ldots$$

Общее напряжение U на проводниках равно сумме напряжений на отдельных проводниках:

$$U = U_1 + U_2 + \ldots$$

Общее сопротивление равно сумме сопротивлений проводников, образующих цепь:

$$R = R_1 + R_2 + \ldots$$

Если проводники имеют одинаковое сопротивление, то общее сопротивление находится по формуле

$$R = n \cdot R_i,$$

где n – число проводников; R_i – сопротивление отдельного проводника.

При параллельном соединении проводники подключаются между одной и той же парой точек (рис. 7.5). Если в этой точке соединяются три и более проводников, то она называется узлом электрической цепи.

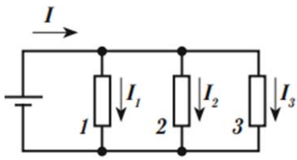


Рис. 7.5. Параллельное соединение проводников

При параллельном соединении напряжение на всех проводниках одинаково:

$$U = U_1 = U_2 = \ldots$$

Сумма сил токов, протекающих по проводникам, равна силе тока в неразветвленной цепи:

$$I = I_1 + I_2 + \ldots$$

Это следствие того факта, что в точках разветвления цепи заряды не могут накапливаться.

Величина, обратная общему сопротивлению цепи, равна сумме величин, обратных сопротивлениям параллельно включенных проводников:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$$

Если проводники имеют одинаковое сопротивление, то общее сопротивление находится по формуле

$$R = \frac{R_1}{n},$$

где n – число проводников; R_1 – сопротивление проводника.

Если параллельно соединены два проводника, от общее сопротивление вычисляется по формуле

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Полная или замкнутая электрическая цепь состоит из источника тока и проводников, представляющих внешнее сопротивление.

Закон Ома для полной электрической цепи: сила тока в полной цепи прямо пропорциональна ЭДС, действующей в цепи, и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

Полное сопротивление – это сумма внутреннего сопротивления источника *r* и сопротивления внешней цепи *R*. Во внешней цепи ток идет по направлению электрического поля, внутри источника тока – против поля.

Напряжение на внешней цепи (падение напряжения):

$$U = IR = \frac{\varepsilon \cdot R}{R + r} = \varepsilon - Ir.$$

Если цепь разомкнута, то ток внутри источника не проходит и $\varepsilon = U$. ЭДС численно равна напряжению на зажимах источника тока (разности потенциалов на полюсах источника).

Сопротивление внешней цепи больше внутреннего сопротивления источника.

Если сопротивление внешней цепи мало $R = 0$, то возможно **короткое замыкание**. Сила тока короткого замыкания

$$I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}.$$

Работа тока – работа сил электрического поля, создающего электрический ток.

Работа тока на участке цепи вычисляется по формуле

$$A = IUt.$$

Используя закон Ома для участка цепи, работу тока можно вычислить так:

$$A = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t.$$

Работа тока в замкнутой цепи находится по формуле

$$A = \varepsilon It = I^2(R+r)t = \frac{\varepsilon^2}{R+r}t.$$

При протекании тока через проводник, обладающий сопротивлением, проводник нагревается. Если проводник неподвижен и в нём нет химических превращений, то вся работа тока расходуется на нагревание проводника.

Закон Джоуля – Ленца: количество теплоты, выделяющееся при прохождении тока по проводнику, прямо пропорционально квадрату силы тока, времени его прохождения и сопротивлению проводника:

$$Q = I^2Rt.$$

Мощность электрического тока – работа тока за единицу времени:

$$P = \frac{A}{t}.$$

Обозначение – P, единица измерения в СИ – 1 Вт.

Можно записать еще несколько формул для вычисления мощности электрического тока на участке цепи:

$$P = I \cdot U = \frac{U^2}{R} = I^2R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}.$$

Полная мощность источника тока:

$$P = \varepsilon I = I^2(R+r) = \frac{\varepsilon^2}{R+r}.$$

Коэффициент полезного действия источника тока:

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{затр}}} = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{R}{R+r}.$$

Основные формулы

№	Название	Формула
1	Сила тока	$I = \frac{q}{t}$
2	Плотность тока	$j = \frac{I}{S_\perp}$
3	Напряжение	$U = \frac{A_{\text{эл}}}{q}$

№	Название	Формула
4	ЭДС	$\varepsilon = \frac{A_{\text{ст}}}{q}$
5	Сопротивление	$R = \frac{\rho \cdot l}{S}$
6	Закон Ома для участка цепи	$I = \frac{U}{R}$
7	Закон Ома для полной цепи	$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$
8	Последовательное соединение	$I = I_1 = I_2 = \ldots$ $U = U_1 + U_2 + \ldots$ $R = R_1 + R_2 + \ldots$
9	Параллельное соединение	$U = U_1 = U_2 = \ldots$ $I = I_1 + I_2 + \ldots$ $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$
10	Ток короткого замыкания	$I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$
11	Работа электрического тока	$A = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$
12	Мощность электрического тока	$P = \frac{A}{t} = I \cdot U = \frac{U^2}{R} = I^2R$
13	КПД	$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{затр}}} = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{R}{R + r}$
14	Закон Джоуля – Ленца	$Q = I^2Rt = IUt = \frac{U^2}{R}t$

Методические указания к решению задач

Самой важной величиной в разделе постоянного тока необходимо считать силу тока I. Зная или рассчитав эту величину, можно определить практически любую другую интересующую нас характеристику (работу, мощность, количество теплоты, энергию, параметры магнитного поля и т. д.), описывающую рассматриваемое явление. Поэтому основная задача в теории постоянного тока заключается в нахождении сил токов.

В этом разделе представлено много задач на смешанное соединение проводников – соединение, при котором часть проводников соединена последовательно, а часть – параллельно.

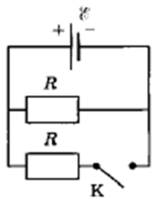
Чтобы рассчитать общее сопротивление такого участка или найти силу тока и напряжение при таком соединении, нужно:

– разбить его на простые участки с последовательно или параллельно соединенными проводниками;
– найти общее (эквивалентное) сопротивление каждого из этих участков;
– составить эквивалентную схему. Обычно получается цепь из последовательно соединенных эквивалентных сопротивлений;
– рассчитать сопротивление полученной схемы.

Примеры решения тестовых заданий

Задание 7.1

В цепи постоянного тока сопротивление резисторов одинаковое и равно R = 5 Ом, ЭДС источника тока 4 В, внутренним сопротивлением источника тока можно пренебречь. Найти силу тока через источник при разомкнутом ключе.



Дано:	Решение
R = 5 Ом ε = 4 В r = 0	Если ключ разомкнут, то через нижний резистор ток не потечет. Замкнутая цепь, по которой течет ток, состоит из источника и верхнего резистора.
I – ?	Воспользуемся законом Ома для полной цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

Из условия внутренним сопротивлением источника тока можно пренебречь – $r = 0$, тогда

$$I = \frac{\varepsilon}{R}.$$

Произведем расчет:

$$I = \frac{4}{5} = 0{,}8 \text{ А}.$$

Ответ: $I = 0{,}8$ А.

Задание 7.2

За какое время при протекании через резистор сопротивлением $R = 20$ Ом тока силой $I = 5$ А выделится количество теплоты $Q = 25$ Дж?

Дано:	*Решение*
$R = 20$ Ом	Количество теплоты, выделяющееся в проводнике за время протекания тока t, подчиняется закону Джоуля – Ленца:
$I = 5$ А	
$Q = 25$ Дж	
t – ?	$Q = I^2 \cdot R \cdot t.$

Выразим искомую величину:

$$t = \frac{Q}{I^2 \cdot R}.$$

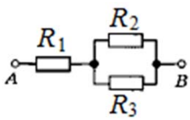
Проведем расчет:

$$t = \frac{25}{5^2 \cdot 20} = 0{,}05 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 0{,}05$ с.

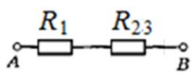
Задание 7.3

Определите сопротивление участка цепи, изображенного на схеме между точками *A* и *B*. Сопротивления: $R_1 = 2$ Ом; $R_2 = 6$ Ом; $R_3 = 3$ Ом.



Дано:	*Решение*
$R_1 = 2$ Ом	На участке цепи, приведенной на рисунке, резисторы R_2 и R_3 соединены параллельно. Рассчитаем их общее сопротивление:
$R_2 = 6$ Ом	
$R_3 = 3$ Ом	
R_{AB} – ?	$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = \frac{18}{9} = 2$ Ом.

Изобразим эквивалентную схему:



На ней сопротивления R_1 и R_{23} соединены последовательно.

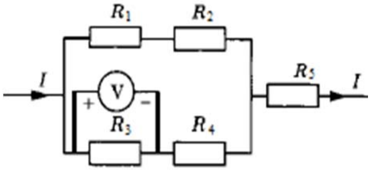
Общее сопротивление последовательного соединения резисторов:

$$R_{AB} = R_1 + R_{23} = 2 + 2 = 4 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_{AB} = 4$ Ом.

Задание 7.4

Пять одинаковых резисторов с сопротивлением 60 Ом каждый соединены в электрическую цепь, приведенную на рисунке, через которую течет ток $I = 3$ А. Какое напряжение показывает идеальный вольтметр, подключенный к третьему резистору?



Дано:	*Решение*
$R_1 = R_2 = R_3 =$ $= R_4 = R_5 = 60$ Ом $I = 3$ А	Сопротивления R_1 и R_2 в верхней ветви схемы соединены последовательно. Их общее сопротивление
U_3 – ?	$$R_{12} = R_1 + R_2 = 2R.$$

Аналогично найдем общее сопротивление последовательно соединенных сопротивлений нижней ветви R_3 и R_4.

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 2R.$$

При параллельном соединении напряжение на верхней и нижней ветвях одинаковы, а так как в ветвях одинаковое сопротивление, то и токи, текущие по верхней и нижней ветвях, будут одинаковы и равны

$$I_{12} = I_{34} = \frac{I}{2}.$$

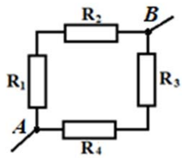
Зная ток и сопротивление, можно по закону Ома найти напряжение на третьем резисторе:

$$U_3 = I_{12} \cdot R_3 = \frac{I}{2} \cdot R_3 = \frac{3}{2} \cdot 60 = 90 \text{ В}.$$

Ответ: $U_3 = 90$ В.

Задание 7.5

В изображенной на рисунке схеме R_1 = 2 Ом; R_2 = 4 Ом; R_3 = 10 Ом; R_4 = 2 Ом. Падение напряжения между точками *A* и *B* равно 12 В. Определить ток через сопротивление R_2.



Дано:	*Решение*
R_1 = 2 Ом	Сопротивления R_1 и R_2 в верхней ветке соединены последовательно. Их общее сопротивление
R_2 = 4 Ом	$$R_{12} = R_1 + R_2.$$
R_3 = 10 Ом	Ток через последовательно соединенные резисторы течет одинаковый: $I_1 = I_2$.
R_4 = 2 Ом	
U_{AB} = 12 В	
I_2 – ?	

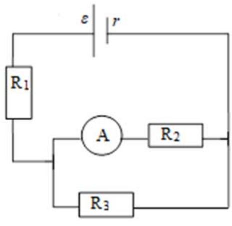
Используя закон Ома, найдем ток через сопротивление R_2:

$$I_2 = \frac{U_{AB}}{R_{12}} = \frac{U_{AB}}{R_1 + R_2} = \frac{12}{2+4} = 2 \text{ А}.$$

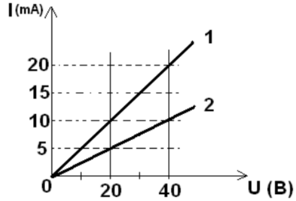
Ответ: I_2 = 2 А.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 7.1. Батарея аккумуляторов с ЭДС ε = 2,8 В включена в цепь согласно схеме, изображенной на рисунке. R_1 = 3,6 Ом; R_2 = 4 Ом; R_3 = 6 Ом. Амперметр показывает силу тока I_2 = 0,24 А. Определить внутреннее сопротивление батареи и полную силу тока в цепи. Сопротивлением амперметра пренебречь.

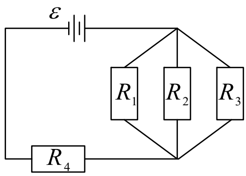


Задача 7.2. На приведенном графике показаны вольт-амперные характеристики для двух проводников. Найти отношение мощностей, выделяющихся на каждом из проводников – $\frac{P_1}{P_2}$.

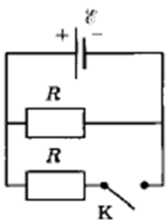


Задача 7.3. Ток короткого замыкания источника тока с ЭДС $\varepsilon = 12$ В составляет 40 А. Найти величину сопротивления, которое нужно включить во внешнюю цепь, чтобы получить от этого источника ток силой 1 А.

Задача 7.4. В схеме, приведенной на рисунке, ЭДС батареи $\varepsilon = 20$ В; $R_1 = R_3 = 50$ Ом; $R_2 = 100$ Ом и $R_4 = 20$ Ом. Найти величину тока, текущего через сопротивление R_2. Ответ выразить в амперах.



Задача 7.5. Два одинаковых резистора с сопротивлением 15 Ом каждый соединены в электрическую цепь. ЭДС источника тока 2 В. Найти мощность источника при замкнутом ключе.



Практическое занятие 8
Магнитное поле

Вопросы для обсуждения

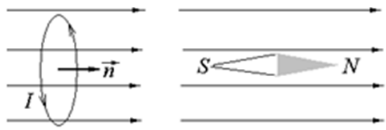
Магнитное поле. Магнитная индукция. Сила Лоренца. Сила Ампера. Работа магнитного поля. Энергия магнитного поля. Явление электромагнитной индукции.

Краткая теория

В пространстве, окружающем токи и постоянные магниты, возникает силовое поле, называемое магнитным.

Магнитное поле (МП) – особая форма материи, посредством которой осуществляется взаимодействие между **движущимися** заряженными частицами.

За **направление МП** в данной точке принимается направление положительной нормали к рамке с током или направление от южного полюса к северному внутри магнитной стрелки и от северного полюса к южному вне магнита.



Источниками магнитного поля являются движущиеся заряды, проводники с током, постоянные магниты, переменные электрические поля.

Магнитное поле оказывает силовое воздействие на движущиеся в этом поле заряды, проводники с током.

Силовая характеристика магнитного поля – **вектор магнитной индукции** – $\vec{\boldsymbol{B}}$.

Экспериментально было установлено, что индукция магнитного поля, создаваемого проводником с током, зависит от размеров и формы проводника, прямо пропорциональна силе тока I и обратно пропорциональна квадрату расстояния от проводника до исследуемой точки.

Направление вектора $\vec{B}$ задается по **правилу буравчика**: если направление поступательного движения буравчика совпадает с направлением тока в проводнике, то направление вращения ручки буравчика совпадает с направлением вектора $\vec{B}$ (рис. 8.1).

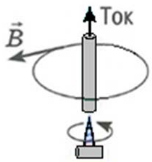


Рис. 8.1. Определение направления вектора $\vec{B}$ по правилу буравчика

Единицей измерения магнитной индукции в СИ является $[\vec{B}] = 1$ Тл.

Графически МП можно изображать с помощью силовых линий – линий магнитной индукции.

Силовыми линиями МП называются линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{B}$.

Свойства силовых линий магнитного поля:

1) никогда не пересекаются;

2) всегда замкнуты.

Силовые линии прямого проводника с током и постоянного магнита изображены на рис. 8.2.

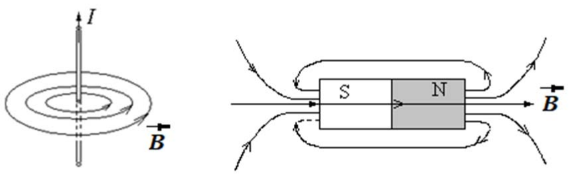


Рис. 8.2. Силовые линии прямого проводника с током и постоянного магнита

Для магнитного поля справедлив **принцип суперпозиции**:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \ldots$$

Результирующая магнитная индукция поля, порождаемого несколькими источниками (движущимися зарядами, токами), равна векторной сумме магнитных индукций полей, порождаемых каждым источником в отдельности.

Магнитная сила, действующая со стороны магнитного поля на движущийся со скоростью $\vec{V}$ электрический заряд q, называется **силой Лоренца** и определяется формулой

$$F = qVB \cdot \sin\alpha,$$

где B – модуль вектора магнитной индукции; α – угол между направлениями вектора скорости и вектора магнитной индукции.

Когда вектор скорости перпендикулярен вектору магнитной индукции $\vec{V} \perp \vec{B}$, то определить направление силы Лоренца можно с помощью **правила левой руки**: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор магнитной индукции $\vec{B}$, а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора скорости $\vec{V}$, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на положительный заряд (рис. 8.3). На отрицательный заряд сила действует в противоположном направлении.

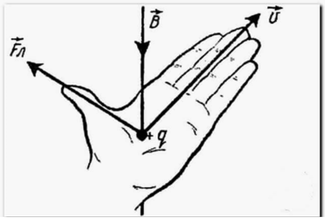


Рис. 8.3. Определение направления силы Лоренца по правилу левой руки

Движение заряженных частиц в МП зависит от угла между направлениями вектора скорости и вектора магнитной индукции:

1) если заряженная частица влетает в МП сонаправленно или противонаправленно вектору магнитной индукции $\vec{V} \| \vec{B}$, то $\alpha = 0$ или $\alpha = 180°$, при этом $\vec{F}_Л = 0$. В этом случае МП на частицу не действует и ее движение будет *равномерным и прямолинейным*;

2) если скорость частицы перпендикулярна вектору магнитной индукции $\vec{V} \perp \vec{B}$ (рис. 8.4), то $\alpha = 90°$, $\sin\alpha = 1$, $\vec{F}_Л = qVB$. В этом случае частица будет двигаться равномерно по окружности радиусом $R = \frac{m}{q}\frac{V}{B}$ с периодом $T = \frac{m}{q}\frac{2\pi}{B}$;

3) если угол между направлениями вектора скорости и вектора магнитной индукции $0 < \alpha < 90°$, то движение будет по спирали.

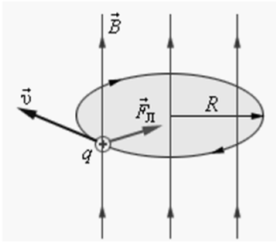


Рис. 8.4. Круговое движение заряженной частицы под действием силы Лоренца

Сила Лоренца направлена перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы $\vec{V}$ и $\vec{B}$. При движении заряженной частицы в МП **сила Лоренца работы не совершает**.

Сила, с которой магнитное поле действует на участок проводника с током, находящимся в магнитном поле, называется **силой Ампера** и определяется по формуле

$$F_A = IBl\sin\alpha,$$

где I – сила тока; l – длина участка проводника; B – модуль вектора магнитной индукции; α – угол между направлениями тока и вектора магнитной индукции.

Когда ток перпендикулярен магнитному полю, то для определения направления силы Ампера используют **правило левой руки**: если левую руку расположить так, чтобы линии вектора $\vec{B}$ входили в ладонь, а вытянутые пальцы направлены вдоль тока, то отогнутый большой палец укажет направление силы Ампера, действующей на проводник с током (рис. 8.5).

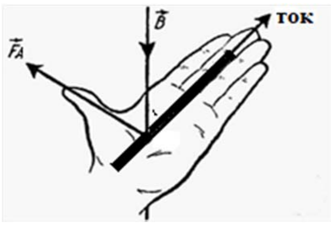


Рис. 8.5. Определение направления силы Ампера по правилу левой руки

Взаимодействие проводников с током: если два параллельных проводника с током одинакового направления, то они притягиваются друг к другу; если токи имеют противоположные направления, то между ними действует сила отталкивания (рис. 8.6).

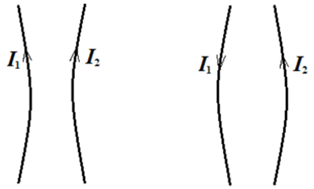


Рис. 8.6. Взаимодействие проводников с током

Магнитным потоком Ф через площадь S контура называют скалярную физическую величину, равную произведению модуля вектора магнитной индукции B, площади поверхности S, пронизываемой данным потоком, и косинуса угла α между направлением вектора магнитной индукции и вектора нормали $\vec{n}$ (перпендикуляра к поверхности):

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha.$$

Единица измерения магнитного потока в СИ вебер: [Ф] = 1 Вб = = 1 Тл · 1 м^2.

Магнитный поток можно наглядно представить как величину, пропорциональную числу магнитных линий, пронизывающих площадь, ограниченную контуром (рис. 8.7).

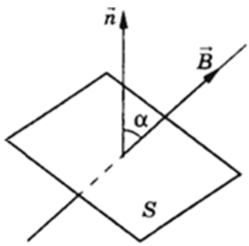


Рис. 8.7. Магнитный поток через площадь S

В зависимости от угла α магнитный поток может быть положительным ($\alpha < 90°$) или отрицательным ($\alpha > 90°$); если $\alpha = 90°$, то магнитный поток равен 0.

Изменить магнитный поток можно, меняя площадь контура, модуль индукции поля или расположение контура в магнитном поле (поворачивая его).

Соленоид – цилиндрическая катушка с током, состоящая из большого числа витков, равномерно намотанных на общий сердечник. Внутри соленоида магнитное поле однородно, вне – неоднородное и очень слабое.

Полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида, называется **потокосцеплением**: $\psi = N\Phi_1 = NB$.

Работа, совершаемая магнитными силами над контуром, равна произведению силы тока на приращение магнитного потока через контур:

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I \cdot \Delta\Phi.$$

Явление электромагнитной индукции: в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, получивший название индукционного.

Явление электромагнитной индукции открыто английским физиком М. Фарадеем в 1831 г. Открытие электромагнитной индукции – одно из наиболее фундаментальных открытий в электродинамике.

Закон Фарадея: ЭДС индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром:

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Этот закон является универсальным, так как ЭДС индукции ε_i не зависит от способа изменения магнитного потока.

Правило Ленца: индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток (рис. 8.8).

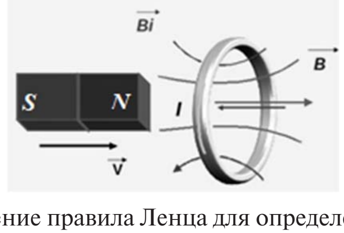


Рис. 8.8. Применение правила Ленца для определения направления индукционного тока в контуре

Сила индукционного тока в замкнутом проводящем контуре с сопротивлением R:

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R}.$$

При движении проводника длиной l со скоростью $\vec{V}$ в постоянном однородном магнитном поле с индукцией и $\vec{B}$ ЭДС электромагнитной индукции определяется по формуле

$$\varepsilon_i = B \cdot V \cdot l \cdot \sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{B}$ и $\vec{V}$.

Самоиндукция – это явление возникновения ЭДС индукции в контуре в результате изменения силы тока в нем.

При изменении силы тока в контуре происходит изменение магнитного потока, создаваемого этим током. Изменение магнитного потока, пронизывающего контур, должно вызывать появление ЭДС индукции в контуре. В соответствии с правилом Ленца ЭДС самоиндукции препятствует нарастанию или убыванию силы тока в контуре.

Магнитный поток, пронизывающий площадь контура с током, прямо пропорционален силе тока в контуре:

$$\Phi = L \cdot I.$$

Индуктивность – коэффициент пропорциональности между силой тока I в контуре и магнитным потоком Ф, создаваемым этим током:

$$L = \frac{\Phi}{I}.$$

Индуктивность зависит от размеров и формы проводника, от магнитных свойств среды, в которой находится проводник.

Единица индуктивности в СИ – $[L] = 1$ Гн (генри).

Тогда закон, описывающий явление самоиндукции: ЭДС самоиндукции прямо пропорциональна индуктивности катушки и скорости изменения силы тока в катушке:

$$\varepsilon_{is} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Энергия магнитного поля равна:

$$W_{\text{маг}} = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi I}{2}.$$

Единица измерения энергии магнитного поля в СИ $[W] = 1$ Дж.

Основные формулы

№	Название	Формула
1	Принцип суперпозиции магнитных полей	$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_3+...$
2	Сила Лоренца	$F_{Л}=qVB\cdot\sin\alpha$
3	Радиус окружности	$R=\frac{m}{q}\frac{V}{B}$
4	Период движения по окружности	$T=\frac{m}{q}\frac{2\pi}{B}$
5	Сила Ампера	$F_A=IBl\sin\alpha$
6	Магнитный поток	$\Phi=B\cdot S\cdot\cos\alpha$
7	Работа	$A=I(\Phi_2-\Phi_1)=I\cdot\Delta\Phi$
8	Закон Фарадея, описывающий явление электромагнитной индукции	$\varepsilon_i=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
9	ЭДС индукции при движении проводника в МП	$\varepsilon_i=B\cdot V\cdot l\cdot\sin\alpha$
10	Магнитный поток, пронизывающий площадь контура с током	$\Phi=L\cdot I$
11	Индуктивность	$L=\frac{\Phi}{I}$
12	ЭДС самоиндукции	$\varepsilon_{si}=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}$
13	Энергия магнитного поля	$W_{маг}=\frac{LI^2}{2}=\frac{\Phi I}{2}$

Методические указания к решению задач

Для решения задач расчетного характера о силах, действующих на проводник с током, находящимся в однородном магнитном поле, необходимо:

1) сделать схематический чертеж, на котором указать проводник или контур с током и направление линий магнитной индукции;
2) определить направление силы Ампера, используя правило левой руки;

3) если в задаче рассматривается равновесие проводника с током в магнитном поле, то кроме силы Ампера необходимо указать все силы, действующие на проводник, и записать условие его равновесия.

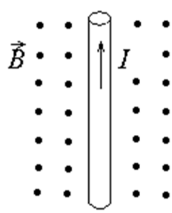
Для решения задач, в которых рассматривается заряженная частица, движущаяся в скрещенных электрическом и магнитном полях, необходимо:

1) сделать схематический чертеж, на котором указать направление линий магнитной индукции и линий напряженности электрического поля;
2) изобразить силы, действующие на заряженную частицу со стороны магнитного и электрического полей;
3) направление магнитной силы Лоренца, действующей на движущийся положительный заряд, задается правилом левой руки; необходимо помнить, что $\vec{F}_Л \perp \vec{V}$; $\vec{F}_Л \perp \vec{B}$;
4) если вектор скорости частицы составляет некоторый острый угол α с направлением вектора магнитной индукции, то необходимо спроецировать ее на направление вектора $\vec{B}$ и на перпендикулярное ему направление;
5) составить основное уравнение динамики МТ в проекциях на два взаимно перпендикулярных направления и решить полученные уравнения.

Примеры решения тестовых заданий

Задание 8.1

Определите направление силы Ампера, действующей на проводник с током, показанный на рисунке.



Дано:
$I, \vec{B}$

Направление $\vec{F}_А$ – ?

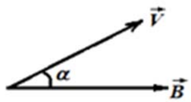
Решение

Направление силы Ампера, действующей со стороны магнитного поля на помещенный в него проводник с током, подчиняется правилу левой руки: если левую руку расположить так, чтобы линии вектора $\vec{B}$ входили в ладонь, а вытянутые пальцы направлены вдоль тока, то отогнутый большой палец укажет направление силы Ампера, действующей на проводник с током. Тогда вектор силы Ампера, действующей на проводник с током указанного направления, будет направлен **вправо**.

Ответ: сила Ампера направлена вправо.

Задание 8.2

Определить величину и направление магнитной силы Лоренца, действующей на электрон, влетевший со скоростью $V = 10$ Мм/с в магнитное поле с индукцией $B = 0,5$ Тл под углом $\alpha = 30°$.



Дано:
$V = 10$ Мм/с $=$
$= 10 \cdot 10^6$ м/с
$q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$B = 0,5$ Тл
$\alpha = 30°$

$\vec{F}_Л$ – ?

Решение

Сила Лоренца определяется по формуле

$$\vec{F}_Л = e[\vec{V}, \vec{B}].$$

Вектор $\vec{F}_Л$ направлен перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы скорости $\vec{V}$ и магнитной индукции $\vec{B}$ – от нас.

Модуль силы Лоренца равен:

$$F_Л = |-e| \cdot V \cdot B \cdot \sin\alpha.$$

Подставим числовые значения величин:

$$F_Л = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^7 \cdot 0,5 \cdot \sin 30° = 4 \cdot 10^{-13} \text{ Н}.$$

Ответ: $F_Л = 4 \cdot 10^{-13}$ Н. Вектор $\vec{F}_Л$ направлен перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы $\vec{V}$ и $\vec{B}$ от нас.

Задание 8.3

α-частица движется по окружности в однородном магнитном поле между полюсами магнита под действием силы Лоренца. После замены магнита по таким же траекториям стали двигаться протоны, обладающие той же скоростью. Как изменилась (увеличилась, уменьшилась, не изменилась) индукция магнитного поля?

Дано:	*Решение*
$q_\alpha = 2q_p$	Радиус круговой орбиты частицы равен
$m_\alpha = 4m_p$	$$R_\alpha = \frac{m_\alpha \cdot V_\alpha}{q_\alpha B_\alpha}.$$
$V_\alpha = V_p$	
$R_\alpha = R_p$	Радиус круговой орбиты протона равен
B_p – ?	$$R_p = \frac{m_p \cdot V_p}{q_p B_p}.$$

Найдем отношение радиусов частиц $\frac{R_\alpha}{R_p}$:

$$\frac{R_\alpha}{R_p} = \frac{m_\alpha \cdot V_\alpha}{q_\alpha B_\alpha} \cdot \frac{q_p B_p}{m_p \cdot V_p} = \frac{4 \cdot B_p}{2B_\alpha} = 2\frac{B_p}{B_\alpha}.$$

Так как $\frac{R_\alpha}{R_p} = 1$, то $B_p = \frac{1}{2}B_\alpha$. Значит, индукция магнитного поля уменьшится.

Ответ: индукция магнитного поля уменьшится.

Задание 8.4

В однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл находится рамка площадью $S = 1$ см^2, по которой течет ток $I = 4$ А. Плоскость рамки перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить работу, которую необходимо затратить для поворота рамки на 90°.

Дано:	*Решение*
$B = 1$ Тл	Работа магнитного поля, которую необходимо
$S = 1$ см^2 $= 10^{-4}$ м^2	затратить для поворота рамки, равна:
$I = 4$ А	$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1).$$
$\alpha = 90°$	Сила тока известна; если найдем приращение
A – ?	магнитного потока, то ответим на вопрос задачи.

По определению магнитный поток $\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha$.

По условию задачи плоскость рамки перпендикулярна линиям магнитной индукции, значит, угол между вектором магнитной индукции и нормалью к площади рамки $\alpha_1 = 0$.

Магнитный поток, пронизывающий площадь рамки в начальный момент:

$$\Phi_1 = B \cdot S \cdot \cos\alpha_1 = B \cdot S \cdot \cos 0^\circ = B \cdot S \cdot 1 = B \cdot S.$$

После поворота угол станет $\alpha_2 = 90^\circ$. Магнитный поток, пронизывающий площадь рамки в конечный момент:

$$\Phi_2 = B \cdot S \cdot \cos\alpha_2 = B \cdot S \cdot \cos 90^\circ = B \cdot S \cdot 0 = 0.$$

Подставим выражения для магнитного потока в формулу работы:

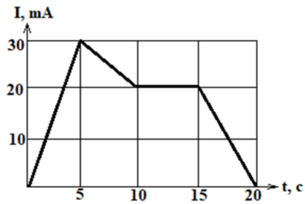
$$A = I(0 - B \cdot S) = -I \cdot B \cdot S.$$

Сделаем числовой расчет: $A_{мп} = -4 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = -4 \cdot 10^{-4}$ Дж.

Ответ: $A = -0{,}4$ мДж.

Задание 8.5

На рисунке приведен график зависимости силы тока от времени в электрической цепи, индуктивность которой 1 мГн. Определите модуль ЭДС самоиндукции в интервале времени от 0 до 5 с.



Дано:	*Решение*
$L = 1$ мГн $= 10^{-3}$ Гн	ЭДС самоиндукции определим по формуле
$\Delta t = 5$ с	$$\varepsilon_{Si} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$
ε_{Si} – ?	

Из приведенного графика получаем изменение тока в интервале времени от 0 до 5 с:

$$\Delta I = 30mA = 30 \cdot 10^{-3} \text{ А}.$$

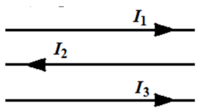
Вычислим модуль ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_{Si} = 10^{-3} \cdot \frac{30 \cdot 10^{-3}}{5} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ В}.$$

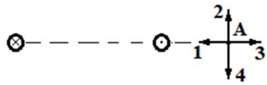
Ответ: $\varepsilon_{Si} = 6$ мкВ.

Задачи для самостоятельной работы

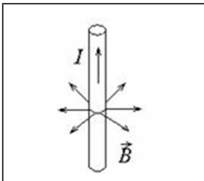
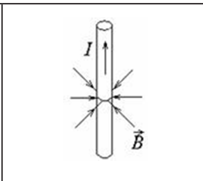
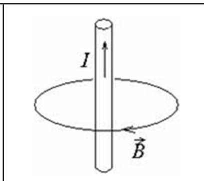
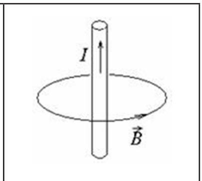
Задача 8.1. Как направлена относительно рисунка (*вверх, вниз, влево, вправо, от наблюдателя, к наблюдателю*) сила Ампера, действующая на проводник с током I_3 со стороны других проводников. Все проводники прямые, тонкие, длинные, лежат в одной плоскости и параллельны друг другу. Сила тока во всех проводниках одинакова. Ответ запишите словом.



Задача 8.2. Правильное направление вектора магнитной индукции в точке *A*, при условии, что $I_1 = I_2$, задано номером:



Задача 8.3. Укажите номер рисунка, на котором изображено правильное направление силовых линий магнитного поля.

			
1	2	3	4

Задача 8.4. Как направлена относительно рисунка (*вверх, вниз, влево, вправо, от наблюдателя, к наблюдателю или равна нулю*) сила Лоренца, действующая на движущийся электрон, находящийся в точке *C*, со стороны магнитного поля прямого тока?

Задача 8.5. Определить разность потенциалов на концах прямого проводника длиной 1,2 м, движущегося со скоростью 12,5 м/с в магнитном поле перпендикулярно силовым линиям. Индукция магнитного поля 0,8 Тл.

Модуль 5. ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

Практическое занятие 9
Колебания и волны

Вопросы для обсуждения

Колебания. Гармонические колебания. Пружинный маятник. Математический маятник. Колебательный контур. Волны.

Краткая теория

Колебаниями называют движения или процессы, обладающие определенной повторяемостью во времени.

В зависимости от физической природы колебаний различают колебания **механические** и **электромагнитные**.

В физике примером механических колебаний являются колебания пружинного и математического маятников, а электромагнитных – колебания заряда в колебательном контуре. В первом случае при колебательном движении маятника изменяется координата его центра масс, во втором – величина заряда на обкладках конденсатора, сила тока и напряжение в цепи.

Колебательной системой называется система, совершающая колебания.

Колебания называются свободными (собственными), если они совершаются за счет первоначально сообщенной энергии при отсутствии внешних воздействий на колебательную систему.

Гармонические колебания – колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется по закону синуса или косинуса.

Механические гармонические колебания описываются уравнением

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0) \text{ или } x = A\sin(\omega t + \varphi_0),$$

где x – смещение тела от положения равновесия; $A = x_{\max}$ – амплитуда колебаний – максимальное значение колеблющейся величины; ω – циклическая (круговая) частота – число колебаний за 2π секунд, единица измерения: $[\omega] = 1$ рад/с $= 1$ с$^{-1}$; $\varphi = (\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебаний – величина, стоящая под знаком синуса или косинуса, которая определяет состояние колебательной системы в данный момент времени t; единица измерения $[\varphi] = 1$ рад; φ_0 – начальная фаза колебаний определяет состояние в начальный момент времени $t = 0$.

Так как тригонометрическая функция косинуса или синуса изменяется от +1 до –1, то колеблющаяся величина изменяется от $+A$ до $-A$ (рис. 9.1).

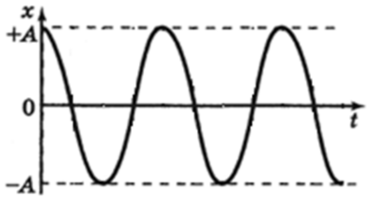


Рис. 9.1. График гармонических колебаний

Периодом колебаний называется промежуток времени T, за который фаза колебаний получает приращение 2π рад, то есть

$$\omega(t + T) + \varphi_0 - (\omega t + \varphi_0) = 2\pi.$$

Отсюда связь периода с циклической частотой

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Периодом колебания называется промежуток времени T, за который совершается одно полное колебание:

$$T = \frac{t}{N},$$

где t – время колебаний; N – число полных колебаний.

В СИ единицей измерения периода является секунда: $[T] = 1$ с.

Линейной частотой колебаний называется число полных колебаний, совершаемых в единицу времени:

$$\nu = \frac{N}{t}.$$

В СИ единицей измерения линейной частоты является герц: $[\nu] = 1$ Гц.

Период и частота колебаний – взаимно обратные величины:

$$T = \frac{1}{\nu},\ \nu = \frac{1}{T}.$$

Связь циклической и линейной частоты:

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Скорость гармонических колебаний есть первая производная координаты по времени:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0);\ V = x' = -A\omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Амплитуда скорости – максимальное значение скорости колебаний:

$$V_{max} = A\omega.$$

Ускорение гармонических колебаний есть первая производная скорости по времени:

$$V = -A\omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0);\ a = V' = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Максимальное значение ускорения:

$$a_{max} = A\omega^2.$$

Если тело совершает гармонические колебания, то сила, действующая на тело, тоже изменяется по гармоническому закону. Согласно второму закону Ньютона: $F = ma$. Подставим в это выражение формулу ускорения и получим мгновенное значение силы, действующей на тело:

$$F = -mA\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = -m\omega^2 x.$$

Сила пропорциональна смещению материальной точки из положения равновесия и направлена в противоположную сторону (к положению равновесия).

Тело, совершающее гармонические колебания, обладает кинетической или потенциальной энергией.

Кинетическая энергия:

$$W_к = \frac{mV^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)}{2}.$$

Полная механическая энергия равна сумме кинетической и потенциальной энергий:

$$W = W_к + W_п.$$

Период колебаний кинетической и потенциальной энергий в 2 раза меньше, чем период колебаний координаты, скорости, ускорения и силы. А частота колебаний кинетической и потенциальной энергий в 2 раза больше, чем частота колебаний координаты, скорости, ускорения и силы.

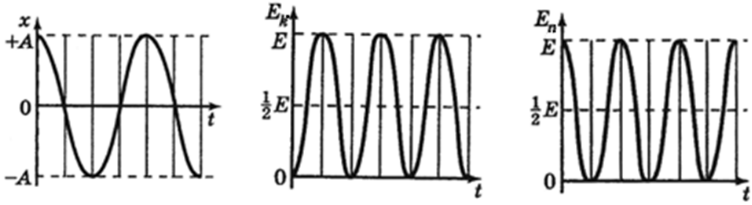


Рис. 9.2. Графики зависимости кинетической,
потенциальной и полной энергий

Графики зависимости кинетической, потенциальной и полной энергий всегда лежат выше оси времени (рис. 9.2). График зависимости полной энергии от времени есть прямая, параллельная оси времени (в отсутствие сил трения).

Если сила сопротивления отсутствует, то полная энергия сохраняется. **Полная механическая энергия** рассчитывается по формуле

$$W_{\text{полн}} = \frac{mA^2\omega^2}{2}.$$

Пружинный маятник – это тело, подвешенное на пружине и совершающее колебания вдоль вертикальной или горизонтальной оси (рис. 9.3) под действием силы упругости пружины: $F = -kx$.

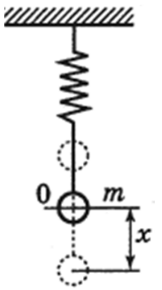


Рис. 9.3. Пружинный маятник

Период колебаний пружинного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где k – жесткость пружины; m – масса груза.

Потенциальная энергия пружинного маятника:

$$W_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2} A^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0).$$

Математический маятник – это материальная точка массы m, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити и колеблющаяся под действием силы тяжести (рис. 9.4).

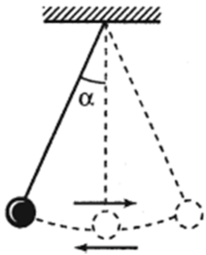


Рис. 9.4. Математический маятник

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

При наличии сил трения свободные колебания будут затухающими. **Затухающие колебания** – это колебания, амплитуда которых с течением времени уменьшается.

Вынужденные колебания – это колебания, происходящие под действием внешней периодически изменяющейся силы.

Резонанс – явление резкого возрастания амплитуды колебаний, которое происходит при совпадении частоты вынуждающей силы и собственной частоты колебаний тела.

Условие резонанса:

$$\omega_0 = \omega_{\text{внеш}} = \omega_{\text{рез}}.$$

На рис. 9.5 изображены резонансные кривые для сред с разным трением. Чем меньше трение, тем выше и острее резонансная кривая.

Явление резонанса учитывается при периодически изменяющихся нагрузках в машинах и различных сооружениях. Также резонанс используется в акустике, радиотехнике и т. д.

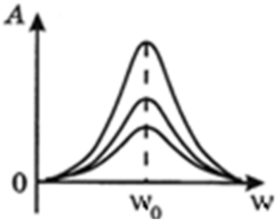


Рис. 9.5. Резонансные кривые для сред с разным трением

Механические волны – это процесс распространения колебаний в упругой среде.

Поперечная волна – это волна, в которой колебание частиц среды происходит перпендикулярно направлению распространения волны (рис. 9.6).

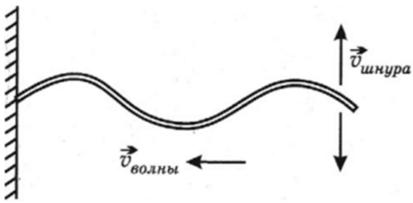


Рис. 9.6. Поперечная волна

Поперечные волны возникают вследствие сдвига слоев среды относительно друг друга, поэтому они распространяются в твердых телах.

Продольная волна – волна, в которой колебание частиц среды происходит в направлении распространения волны (рис. 9.7).

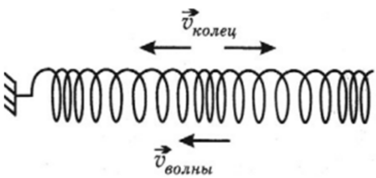


Рис. 9.7. Продольная волна

Продольные волны возникают из-за сжатия и разряжения среды, поэтому они могут возникать в жидких, твердых и газообразных средах.

Механические волны не переносят вещество среды. Они переносят энергию, которая складывается из кинетической энергии движения частиц среды и потенциальной энергии ее упругой деформации.

Характеристики волны – длина волны, скорость ее распространения.

Длина волны – это расстояние, на которое волна распространяется за время, равное периоду, то есть это кратчайшее расстояние между двумя точками среды, колеблющимися в одинаковых фазах (рис. 9.8).

$$\lambda = VT = \frac{V}{\nu}.$$

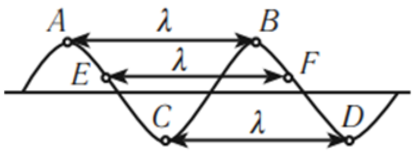


Рис. 9.8. Длина волны

Обозначение – λ, единицы измерения [λ] = 1 м.

Скорость распространения волны:

$$V = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu.$$

Звук – это колебания упругой среды, воспринимаемые органом слуха.

Звуковые волны – это упругие волны, вызывающие у человека ощущение звука.

Скорость звука

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T}, \upsilon = \lambda\nu.$$

Скорость звука в воздухе при температуре 0 °C – 331 м/с, в воде – 1400 м/с, в металле – 5000 м/с;

Электромагнитные колебания – периодические изменения заряда, силы тока и напряжения, происходящие в электрической цепи. Простейшей системой для наблюдения электромагнитных колебаний служит колебательный контур.

Колебательный контур – цепь, состоящая из включенных последовательно катушки индуктивностью L, конденсатора емкостью C и резистора сопротивлением R.

Колебательный контур, в котором резистор отсутствует ($R \approx 0$), называется идеальным колебательным контуром (рис. 9.9).

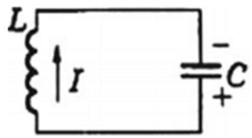


Рис. 9.9. Идеальный колебательный контур

Для возбуждения колебаний в контуре конденсатор предварительно заряжают, сообщая его обкладкам заряды $\pm q$.

Тогда в начальный момент времени $t = 0$ между обкладками конденсатора существует электрическое поле, энергия которого

$$W_э = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}.$$

Если замкнуть конденсатор на катушку индуктивности, он начнёт разряжаться и в контуре потечёт возрастающий со временем ток I. Вследствие самоиндукции в катушке конденсатор разряжается постепенно.

В результате энергия электрического поля будет уменьшаться, а энергия магнитного поля катушки возрастать:

$$W_м = \frac{LI^2}{2}.$$

Когда конденсатор полностью разрядится, энергия электрического поля обращается в ноль, а энергия магнитного поля, а, следовательно, и ток достигают наибольшего значения.

Начиная с этого момента времени ток в контуре будет убывать, следовательно, магнитное поле катушки начнет ослабевать.

Конденсатор начнет перезаряжаться, возникнет электрическое поле, стремящееся ослабить ток, который в конце концов обратится в нуль, а заряд на обкладках конденсатора достигнет максимума.

Далее процессы начнут протекать в обратном направлении, и система к моменту времени $t = T$ придёт в первоначальное состояние.

После этого начнётся повторение рассмотренного цикла разрядки и зарядки конденсатора.

В контуре происходят превращения энергии электрического поля конденсатора в энергию магнитного поля катушки и обратно. В любой произвольный момент времени полная энергия в контуре

$$W = W_э + W_м = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2}.$$

Так как $R = 0$ и энергия на нагревание не расходуется, то выполняется закон сохранения энергии:

$$W = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{LI_m^2}{2} = \text{const}.$$

Гармоническими электромагнитными колебаниями называются периодические изменения заряда, силы тока и напряжения, происходящие по гармоническому — синусоидальному или косинусоидальному закону.

Гармонические колебания заряда:

$$q = q_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $q_{\max}$ — амплитудное значение электрического заряда на конденсаторе.

Сила тока равна первой производной заряда по времени:

$$I = q' = -q_{\max}\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где $I_{\max} = -q_{\max}\omega$ — амплитудное значение силы тока.

Гармонические колебания напряжения конденсатора:

$$U_c = \frac{q}{C} = \frac{q_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0)}{C} = U_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $U_{\max} = \frac{q_{\max}}{C}$ — амплитудное значение напряжения на конденсаторе.

Период свободных электромагнитных колебаний находится по **формуле Томсона**:

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

где L – индуктивность катушки; C – электроемкость конденсатора.

Период колебаний энергии в два раза меньше, чем период колебаний заряда, силы тока и напряжения. Частота колебаний энергии в два раза больше частоты колебаний заряда, силы тока и напряжения.

Основные формулы

№	Название	Формула
1	Механические ГК	$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$
2	Скорость ГК	$V = x' = -A\omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$
3	Ускорение ГК	$a = V' = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0)$
4	Период колебаний	$T = \frac{t}{N}$
5	Частота колебаний	$\nu = \frac{N}{t}$
6	Связь периода с циклической частотой	$T = \frac{2\pi}{\omega}$
7	Связь периода с частотой	$T = \frac{1}{\nu}$
8	Полная механическая энергия	$W_{полн} = \frac{mA^2\omega^2}{2}$
9	Период колебаний пружинного маятника	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
10	Период колебаний математического маятника	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
11	Скорость распространения волны	$V = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu$
12	Длина волны	$\lambda = VT = \frac{V}{\nu}$
13	Разность фаз колебаний двух точек волны	$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$
14	Полная энергия электромагнитного поля	$W = W_э + W_м = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2}$
15	Гармонические колебания заряда	$q = q_{max}\cos(\omega t + \varphi_0)$

№	Название	Формула
16	Гармонические колебания силы тока	$I = -q_{\max}\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$
17	Гармонические колебания напряжения на конденсаторе	$U_c = \dfrac{q_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0)}{C}$
18	Период электромагнитных ГК – формула Томпсона	$T = 2\pi\sqrt{LC}$

Методические указания к решению задач

При решении задач на колебательные процессы необходимо помнить, что простейшим типом колебаний являются гармонические колебания. Гармонические колебания подразделяют на механические и электромагнитные.

Если в задаче не указан закон механических колебаний, то необходимо проверить оба закона колебаний (по закону синуса или косинуса) и выбрать закон, подходящий условиям задачи.

Если по условию задачи совершаются электромагнитные колебания, то колебания заряда в контуре совершаются по закону косинуса.

При гармонических колебаниях выполняется закон сохранения энергии.

Если заданы графики зависимости координаты или скорости колебаний от времени, то основные параметры колебаний удобно найти из графиков.

При решении задач на волновые процессы необходимо помнить, что в воздухе или вакууме электромагнитные колебания распространяются со скоростью света в вакууме: $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, а коэффициент преломления $n = 1$.

Если механическая волна распространяется в среде, то связь скорости распространения волны в среде связана со скоростью ее распространения в вакууме и задана соотношением $n = \dfrac{c}{v}$.

Примеры решения тестовых заданий

Задание 9.1

Материальная точка совершает гармоническое колебание по закону $x = 5\cos\left(\frac{2\pi}{8}t + \frac{\pi}{4}\right)$ см. Чему равен период колебаний?

Дано:	*Решение*
$x = 5\cos\left(\frac{2\pi}{8}t + \frac{\pi}{4}\right)$ см	В условии задачи задан закон гармонических колебаний:
T – ?	$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$.

Запишем числовое значение циклической частоты колебательного процесса:

$$\omega = \frac{2\cdot\pi}{8}\ \text{рад/с}.$$

По определению период колебаний равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Подставив значение циклической частоты, получим искомое значение периода колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\cdot 8}{2\pi} = 8\ (\text{c}).$$

Ответ: $T = 8$ с.

Задание 9.2

Заряд конденсатора в колебательном контуре меняется со временем по закону: $q = 10^{-9}\cos(62\cdot 10^6 t)$ Кл. Чему равна максимальная сила тока в контуре? Ответ привести в миллиамперах.

Дано:	*Решение*
$q = 10^{-9}\cos(62\cdot 10^6 t)$ Кл	В условии задачи задан закон гармонических электромагнитных колебаний заряда конденсатора: $q = q_{max}\cos(\omega t + \varphi_0)$.
I_{max} – ?	

По определению сила тока равна первой производной заряда по времени:

$$I = \frac{dq}{dt} = -10^{-9}\cdot 62\cdot 10^6\sin(62\cdot 10^6 t) = -62\cdot 10^{-3}\ \text{А}.$$

Сила тока будет максимальной, если $\sin(62 \cdot 10^6 t) = 1$, тогда

$$I_{max} = 62 \cdot 10^{-3}\ \text{А} = 62\ \text{мА}.$$

Ответ: $I_{max} = 62$ мА.

Задание 9.3

Емкость и индуктивность колебательного контура равны соответственно $C = 50$ мкФ и $L = 15$ мГн. Чему равна частота колебаний тока в контуре?

Дано:	*Решение*
$C = 50$ мкФ	Период колебаний находится по формуле Томпсона:
$L = 15$ мГн	$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$
ν – ?	

Период связан с частотой формулой

$$T = \frac{1}{\nu}.$$

Выразим частоту колебаний:

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Проведем расчет:

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14\sqrt{50 \cdot 10^{-6} \cdot 15 \cdot 10^{-3}}} \approx 184\ \text{Гц}.$$

Ответ: $\nu = 184$ Гц.

Задание 9.4

Чему равна длина волны света, распространяющегося в стекле с показателем преломления $n = 1{,}5$, если частота волны $\nu = 3{,}6 \cdot 10^{14}$ Гц. Ответ дать в нанометрах с точностью до целых.

Дано:	*Решение*
$n = 1{,}5$	По определению длина волны равна $\lambda = V \cdot T$.
$\nu = 3{,}6 \cdot 10^{14}$ Гц	Выразим период через частоту колебаний:
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с	$$T = \frac{1}{\nu}.$$
λ – ?	

Скорость распространения световой волны найдем из определения абсолютного показателя преломления:

$$n = \frac{c}{V}.$$

Отсюда

$$V = \frac{c}{n},$$

где с = $3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме.

Подставив все формулы в определение длины волны, получим:

$$\lambda = \frac{c}{n} \cdot \frac{1}{\nu}.$$

Проведем расчет:

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}5 \cdot 3{,}6 \cdot 10^{14}} = 0{,}5555 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 556 \text{ нм}.$$

Ответ: λ = 556 нм.

Задание 9.5

Груз массой m = 100 г совершает гармонические колебания по закону: $x = 15 \cdot \cos(2t)$ см. Найти максимальное значение кинетической энергии груза.

Дано:	*Решение*
m = 100 г = 0,1 кг	В условии задачи задан закон гармонических
$W_{\text{к max}}$ – ?	колебаний: $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$.

Из этого выражения амплитуда A = 15 см = 0,15 м и циклическая частота $\omega = 2\,\frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

По определению $W_{\text{к max}} = \frac{mV_{\text{max}}^2}{2}$, максимальная скорость равна: $V_{\text{max}} = A\omega$.

Тогда максимальное значение кинетической энергии

$$W_{\text{к max}} = \frac{m(A \cdot \omega)^2}{2}.$$

Проведем расчет:

$$W_{\text{к max}} = \frac{0{,}1(0{,}15 \cdot 2)^2}{2} = 4{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

Ответ: $W_{\text{к max}}$ = 4,5 мДж.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 9.1. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону: $x = 12 \cos(2t + 4)$ см. Найти, чему равна фаза колебания в момент времени $t = 7$ с.

Задача 9.2. Электромагнитная волна, распространяясь в вакууме, проходит за четверть периода расстояние 9 м. Чему равна длина волны?

Задача 9.3. Емкость и индуктивность колебательного контура равны соответственно $C = 50$ мкФ и $L = 15$ мГн. Выразить период колебаний тока в контуре (в миллисекундах).

Задача 9.4. Небольшой груз массой 2 кг подвешен на нерастяжимой нити длиной $l = 4$ м. Чему равен период малых колебаний груза (в секундах), если его размеры пренебрежимо малы по сравнению с длиной нити? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2. Ответ записать с точностью до целых.

Задача 9.5. Груз массы $m = 1$ кг подвешен на пружине жесткостью $k = 550$ Н/м. Чему равна частота его свободных колебаний (в герцах)?

Практическое занятие 10
Оптика

Вопросы для обсуждения

Свет. Волновая теория. Интерференция. Дифракция. Дифракционная решетка. Корпускулярная теория. Внешний фотоэффект. Фотон.

Краткая теория

Свет играет чрезвычайно важную роль в нашей жизни.

Огромный поток информации об окружающем мире человек получает с помощью света.

Свет – это электромагнитное излучение, характеризующееся определенной длиной волны – λ и частотой – *v*.

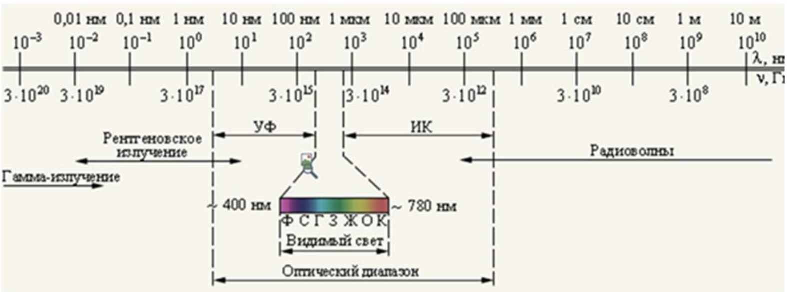


Рис. 10.1. Шкала электромагнитных волн

Под светом в физике понимают не только видимый свет, но и примыкающие к нему широкие диапазоны спектра электромагнитного излучения – инфракрасный (ИК) и ультрафиолетовый (УФ) (рис. 10.1).

Для измерения волн в оптическом диапазоне используют единицы длины: 1 мкм = 10^{-6} м и 1 нм = 10^{-9} м.

Видимый свет занимает диапазон от 400 нм до 780 нм.

Первые представления о свете возникли у древних греков и египтян. По мере изобретения и совершенствования различных оптических приборов (параболическое зеркало, микроскоп, зрительная труба) эти представления развивались и трансформировались.

К началу XVIII века существовало два противоположных подхода к объяснению природы света: **корпускулярная теория Ньютона** и **волновая теория Гюйгенса**.

Согласно корпускулярной теории, свет представляет собой поток частиц (корпускул), испускаемых светящимися телами.

Волновая теория рассматривает свет как волновой процесс.

Важнейшую роль в выяснении природы света сыграло опытное определение скорости света (опыт Майкельсона, опыт Физо).

Скорость света в вакууме принята равной $c = 3 \cdot 10^8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Волновая теория света позволила объяснить такие физические явления, как интерференция, дифракция, поляризация.

Интерференцией света называют явление наложения двух или нескольких когерентных волн, приводящее к перераспределению интенсивности света.

Когерентные волны – волны, имеющие одинаковую частоту волны и фазу колебаний.

Самый простой способ получения когерентных волн: опыт Юнга.

В этом методе источником света служит ярко освещенная щель S (рис. 10.2), от которой световая волна падает на две узкие щели S_1 и S_2, удаленные от S на одинаковое расстояние. Они играют роль когерентных источников света. Как видно из рисунка, световые пучки от S_1 и S_2 по мере удаления от щелей расширяются и накладываются друг на друга. На экране, удаленном от вторичных источников на достаточно большое расстояние, наблюдается интерференционная картина. На рисунке изображен геометрический путь от источника S_1 до точки наблюдения на экране – r_1 и геометрический путь – r_1.

Оптический путь или оптическая длина пути учитывает свойства среды и рассчитывается по формуле

$$S = n \cdot r,$$

где n – показатель преломления среды; r – геометрический путь.

Разность хода – разность оптических путей двух лучей:

$$\Delta = S_2 - S_1 = n_2 \cdot r_2 - n_1 r_1.$$

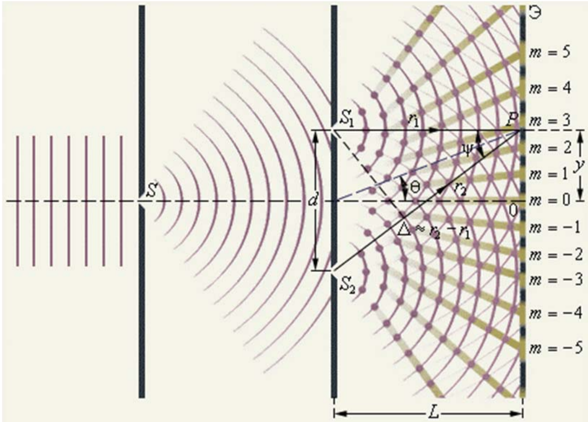


Рис. 10.2. Опыт Юнга

Интерференционная картина представляет собой чередование светлых (максимумы интенсивности) и темных (минимумы интенсивности) полос.

Условие максимума интенсивности света при интерференции:

$$\Delta_{\max} = 2m\frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 .$$

Условие минимума интенсивности света при интерференции:

$$\Delta_{\min} = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2},$$

где $m = 0, \pm1, \pm2, \pm3,...$ – порядок интерференционного максимума или минимума.

Расстояние между двумя соседними максимумами или минимумами интенсивности называется **шириной интерференционной полосы**.

Дифракцией света называется явление отклонения света от прямолинейного направления распространения вблизи препятствий.

Из опыта следует, что при определенных условиях свет может заходить в область геометрической тени.

Если на пути светового пучка расположено круглое препятствие (диск, шарик или круглое отверстие в непрозрачном экране), то на экране, расположенном на достаточно большом расстоянии от препятствия, появляется **дифракционная картина** – система чередующихся темных и светлых колец (рис. 10.3).

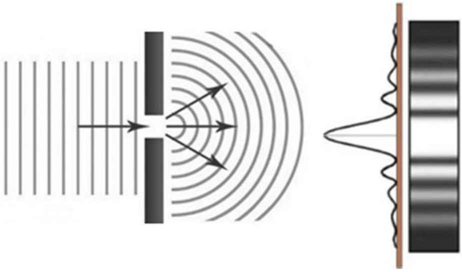


Рис. 10.3. Дифракция света

Дифракция волн объясняется на основе **принципа Гюйгенса**: каждая точка, до которой доходит волна, является центром вторичных волн, огибающая которых дает новое положение фронта волны. В однородной изотропной среде вторичные волны являются сферическими. Построив огибающую вторичных волн, видим, что фронт волны заходит в область геометрической тени, то есть волна огибает края отверстия (рис. 10.4).

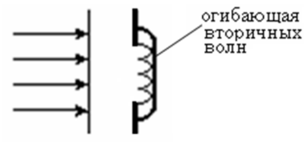


Рис. 10.4. Иллюстрация принципа Гюйгенса

Френель дополнил принцип Гюйгенса идеей об интерференции вторичных волн. Согласно **принципу Гюйгенса – Френеля** вторичные волны когерентны и интерферируют.

Для наблюдения явления дифракции применяется дифракционная решетка.

Простейшая дифракционная решетка состоит из прозрачных участков (щелей), разделенных непрозрачными промежутками.

Характеристика дифракционной решетки – **период** или **постоянная дифракционной решетки**:

$$d = a + b,$$

где a – ширина щели; b – ширина непрозрачного участка.

На практике применяют дифракционные решетки с 50÷100 штрихами на 1 миллиметр, нанесенными на поверхность прозрачной пленки.

На дифракционную решетку падает нормально параллельный пучок монохроматического света (рис. 10.5). Наблюдение дифракционной картины осуществляется с помощью собирающей линзы и экрана, помещенного в фокальной плоскости линзы. Как видно из рисунка, лучи, отклоненные на угол φ, от всех щелей попадают в одну точку фокальной плоскости.

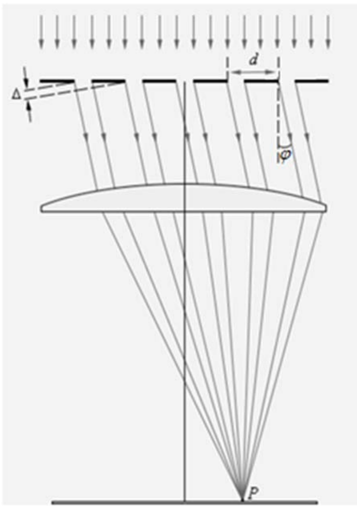


Рис. 10.5. Дифракция света на дифракционной решетке

Колебание в точке *P* является результатом интерференции вторичных волн, приходящих в эту точку от разных щелей.

Для того чтобы в точке *P* наблюдался **дифракционный максимум**, разность хода Δ между волнами должна быть равна целому числу длин волн:

$$\Delta_{max} = d \sin \varphi = m\lambda,$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3...$ – порядок дифракционного максимума; φ – угол дифракции.

Максимальный порядок дифракции $m_{\max} = \dfrac{d}{\lambda}$ при $\sin \varphi_{max} = 1$.

Максимальный порядок дифракции – целое число, без округления.

Электромагнитные волны любой длины волны распространяются в вакууме с одной и той же скоростью *c*.

В среде скорость распространения света меньше, чем в вакууме. В соответствии с формулой

$$n = \frac{c}{V} = \frac{\lambda_0}{\lambda}.$$

Показатель преломления среды *n* тоже зависит от частоты или длины волны. Зависимость показателя преломления среды от частоты или длины волны падающего света называется **дисперсией света**.

Дисперсию впервые осуществил Ньютон, пропустив свет сквозь трехгранную призму и получив сплошной спектр – полосу из непрерывно меняющихся цветов радуги – от красного до фиолетового. Красные лучи отклоняются призмой на малый угол, фиолетовые – на большой угол (рис. 10.6).

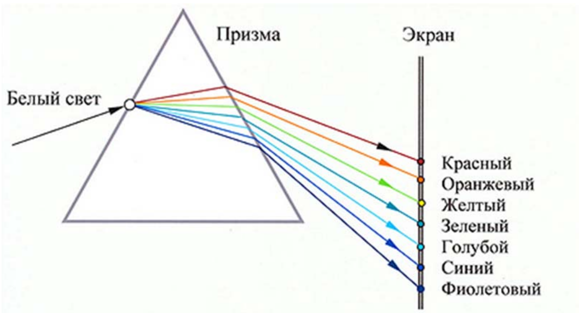


Рис. 10.6. Преломление светового луча при прохождении через стеклянную призму

После открытия явления фотоэффекта для его объяснения потребовалось введение квантовых представлений о свете. Фотоэффект необъясним с точки зрения волновой теории света. А. Эйнштейн показал, что явление фотоэффекта и его закономерности могут быть объяснены на основе предложенной им квантовой теории. Согласно Эйнштейну, свет частотой ν не только **испускается**, как это предполагал Планк, но и **распространяется** в пространстве и **поглощается** веществом отдельными порциями (квантами). Таким образом, распространение света нужно рассматривать не как непрерывный волновой процесс, а как поток дискретных световых квантов, движущихся со скоростью распространения света в вакууме c. Эти кванты электромагнитного излучения получили название фотонов.

Фотон – элементарная частица, которая всегда движется со скоростью света c и не имеет массы покоя. Это отличает фотон от таких частиц, как электрон, протон и другие, которые могут существовать, двигаясь со скоростями, меньшими скорости света c, и даже покоясь.

Энергия фотона:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

где $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – постоянная Планка.

Масса фотона находится из закона взаимосвязи массы и энергии $E = mC^2$:

$$m_{ф} = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}.$$

Импульс фотона:

$$p_{ф} = m_{ф}c = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Внешним фотоэффектом называется испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения.

Внешний фотоэффект наблюдается в твердых телах (металлах, полупроводниках, диэлектриках), а также в газах.

По закону сохранения энергии энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном работы выхода $A_{вых}$ из металла и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии $\dfrac{mV_{max}^2}{2}$.

Установка для исследования фотоэффекта состоит из двух электродов: K – катод из исследуемого металла и A – анод. Электроды находятся в вакуумной трубке и подключены к батарее (рис. 10.7). С помощью потенциометра R можно изменять не только значение, но и знак подаваемого на электроды напряжения. Катод освещается через кварцевое окошко светом. Возникающий при этом ток измеряется миллиамперметром.

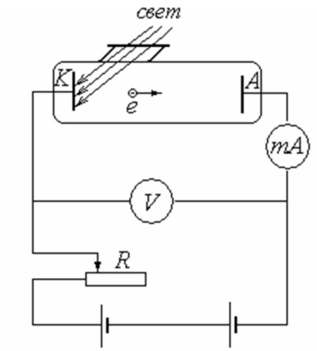


Рис. 10.7. Установка для исследования внешнего фотоэффекта

Вольтамперная характеристика (ВАХ) фотоэффекта – зависимость фототока $I_ф$, образуемого потоком электронов, испускаемых катодом под действием света, от напряжения U между электродами при различной освещенности E_e катода (рис. 10.8).

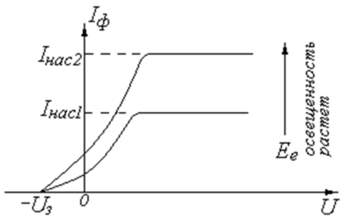


Рис. 10.8. Вольтамперная характеристика фотоэффекта

По мере увеличения напряжения U фототок постепенно возрастает, то есть всё большее число фотоэлектронов достигает анода. Пологий характер кривых показывает, что электроны вылетают из катода с различными скоростями. Максимальное значение тока – фототок насыщения $I_{нас}$ – определяется таким значением напряжения, при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода. При $U = 0$ фототок не исчезает, следовательно, электроны, выбитые светом из катода, обладают некоторой начальной скоростью V_0 и начальной кинетической энергией $W_{к0} \neq 0$, и они могут достигнуть анода без внешнего поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить задерживающее напряжение $U_з$, при котором ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью V_{max}, не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода. Измерив задерживающее напряжение $U_з$, можно определить V_{max} и $W_{к\,max}$:

$$\frac{mV_{max}^2}{2} = eU_з.$$

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$h\nu = A_{вых} + \frac{mV_{max}^2}{2}.$$

Установлены три закона внешнего фотоэффекта.

1. Закон Столетова: при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности падающего света.

2. Максимальная кинетическая энергия $W_{к\,max}$ фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света и определяется только его частотой ν, а именно $W_{к\,max}$ линейно возрастает с увеличением частоты.

3. Для каждого вещества существует «красная граница» фотоэффекта, то есть минимальная частота ν_0 света, зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности, при которой свет любой интенсивности фотоэффекта не вызывает.

В квантовой физике используют внесистемную единицу измерения энергии – 1 эВ.

$$1 \text{ эВ} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Фотоэффект свидетельствует о квантовых (корпускулярных) представлениях о природе света, а интерференция, дифракция свидетельствуют о волновой природе света.

В проявлении этих свойств есть определенная закономерность. С уменьшением длины волны или увеличением частоты световой волны становятся более выраженными квантовые свойства света, для световых волн рентгеновского диапазона или гамма-излучения становится труднее обнаруживать волновые свойства, а в длинноволновом диапазоне слабо проявляются квантовые свойства.

Таким образом, электромагнитное излучение обнаруживает единство непрерывных (волновых) и дискретных (фотоны) свойств, которые взаимно дополняют друг друга.

Основные формулы

№	Название	Формула
1	Оптический путь	$S = n \cdot r$
2	Оптическая разность хода	$\Delta = S_2 - S_1 = n_2 \cdot r_2 - n_1 r_1$
3	Условие максимума интенсивности света при интерференции	$\Delta_{\max} = 2m\frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0$
4	Условие минимума интенсивности света при интерференции	$\Delta_{\min} = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$
5	Условие максимума интенсивности света при дифракции на дифракционной решетке	$d \sin \varphi = \mathrm{m}\lambda$
6	Период дифракционной решетки	$d = a + b,\ d = \frac{l}{N}$
7	Максимальный порядок дифракции	$m_{\max} = \frac{d}{\lambda}$
8	Абсолютный показатель преломления среды	$n = \frac{c}{V} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$
9	Связь частоты и длины волны	$\nu = \frac{c}{\lambda}$
10	Энергия фотона	$\varepsilon_{\text{ф}} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$
11	Масса фотона	$m_{\text{ф}} = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$
12	Импульс фотона	$p_{\text{ф}} = m_{\text{ф}}c = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$
13	Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта	$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{mV_{\max}^2}{2}$
14	Кинетическая энергия фотоэлектрона	$E_{\text{к max}} \frac{mV_{\max}^2}{2} = eU_{\text{з}}$
15	Работа выхода	$A_{\text{вых}} = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$
16	Единица измерения энергии	1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж

Методические указания к решению задач

При решении задач на явление дифракции используем условие главных дифракционных максимумов. Если известна длина дифракционной решетки и число штрихов, нанесенных на 1 мм решетки, то период решетки равен:

$$d = \frac{1}{N}.$$

При решении задач на явление фотоэффекта необходимо выяснить, какие данные заданы в условиях задачи, выбрать соответствующее им выражение закона внешнего фотоэффекта и найти искомую величину.

Примеры решения тестовых заданий

Задание 10.1

Оптическая разность хода двух волн в максимуме пятого порядка равна 3,1 мкм. Чему равна длина волны света? Ответ дать в нанометрах.

Дано:	*Решение*
$\Delta = 3{,}1$ мкм $=$ $= 3{,}1 \cdot 10^{-6}$ м $m = 5$	Так как в задаче указан максимум, то запишем условие максимума интенсивности света при интерференции:
λ – ?	$$\Delta = 2m\frac{\lambda}{2} = m\lambda.$$

Отсюда искомая величина

$$\lambda = \frac{\Delta}{m}.$$

Рассчитаем длину волны:

$$\lambda = \frac{3{,}1 \cdot 10^{-6}}{5} = 0{,}62 \cdot 10^{-6} = 620 \cdot 10^{-9}\ \text{м} = 620\ \text{нм}.$$

Ответ: $\lambda = 620$ нм.

Задание 10.2

При нормальном падении на дифракционную решетку света с длиной волны $\lambda = 550$ нм максимум второго порядка наблюдается под углом 36°. Чему равен период дифракционной решетки? Ответ выразить в микрометрах.

Дано:	*Решение*
$\lambda = 550$ нм =	Условие главных максимумов при дифракции света на дифракционной решетке:
$= 550 \cdot 10^{-9}$ м	$$d \cdot \sin\varphi = m\lambda,$$
$\varphi = 36°$	где d – период дифракционной решетки; λ – длина волны падающего света; φ – угол дифракции; m – порядок дифракционного максимума.
$m = 2$	
d – ?	

Отсюда период дифракционной решетки

$$d = \frac{m\lambda}{\sin\varphi}.$$

Проведем расчет:

$$d = \frac{2 \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{\sin 36°} = \frac{2 \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-7}}{0{,}588} = 18{,}7 \cdot 10^{-7}\ \text{м} = 1{,}87 \cdot 10^{-6}\ \text{м} = 1{,}87\ \text{мкм}.$$

Ответ: $d = 1{,}87$ мкм.

Задание 10.3

Найти энергию фотона с длиной волны 330 нм. Ответ дать в электрон-вольтах.

Дано:	*Решение*
$\lambda = 330$ нм =	Энергия фотонов рассчитывается по формуле Планка:
$= 330 \cdot 10^{-9}$ м	$$\varepsilon_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$
ε_γ – ?	

где $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – постоянная Планка; $c = 3 \cdot 10^8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ – скорость света в вакууме.

Энергия фотона в СИ:

$$\varepsilon_\gamma = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3{,}3 \cdot 10^{-7}} = 6 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж}.$$

Чтобы перевести в электрон-вольты, надо воспользоваться соотношением: 1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Тогда энергия фотонов в электрон-вольтах:

$$\varepsilon_\gamma = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 3{,}75\ \text{эВ}.$$

Ответ: $\varepsilon_\gamma = 3{,}75$ эВ.

Задание 10.4

При падении света на фотоэлемент вылетевшие электроны приобретают скорость $8{,}4 \cdot 10^6$ м/с. Чему равна энергия падающих фотонов, если работа выхода из материала фотокатода $A_{вых} = 2{,}1$ эВ? Ответ выразить в Дж. Масса электрона равна $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Дано:	*Решение*
$V = 8{,}4 \cdot 10^6$ м/с	Воспользуемся уравнением Эйнштейна для
$A_{вых} = 2{,}1$ эВ	внешнего фотоэффекта:
ε_γ – ?	$\varepsilon_\gamma = A_{вых} + W_{к\,max}$.

Рассчитаем кинетическую энергию вырванных электронов:

$$W_{к\,max} = \frac{mV^2}{2} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}(8{,}4 \cdot 10^6)^2}{2} = 3{,}21 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Выразим величину работы выхода в системе СИ в джоулях:

$$A_{вых} = 2{,}1 \text{ эВ} = 2{,}1 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 3{,}36 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Рассчитаем энергию падающих фотонов:

$$\varepsilon_\gamma = 3{,}36 \cdot 10^{-19} + 3{,}21 \cdot 10^{-19} = 6{,}57 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Ответ: $\varepsilon_\gamma = 6{,}57 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Задание 10.5

Свет с длиной волны $\lambda = 460$ нм падает на фотоэлемент. Чему равно задерживающее напряжение, если работа выхода равна 1,0 эВ.

Дано:	*Решение*
$\lambda = 460$ нм =	Явление внешнего фотоэффекта описывает-
$= 460 \cdot 10^{-9}$ м	ся уравнением Эйнштейна:
$A_{вых} = 1{,}0$ эВ =	$\varepsilon_\gamma = A_{вых} + W_{к\,max}$.
$= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$Дж	Выразим энергию фотона через длину волны:
$U_з$ – ?	$\varepsilon_\gamma = h\nu = \dfrac{hc}{\lambda}$,

где $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с – постоянная Планка; $c = 3 \cdot 10^8 \ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$ – скорость света в вакууме.

Представим кинетическую энергию электрона через задерживающее напряжение: $W_{к\,max} = eU_з$.

Тогда уравнение Эйнштейна примет вид:

$$\frac{h}{\lambda}c = A_{\text{вых}} + eU_{\text{з}}.$$

Отсюда задерживающее напряжение

$$U_{\text{з}} = \frac{\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вых}}}{e} = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{A_{\text{вых}}}{e}.$$

Подставим числовые значения:

$$U_{\text{з}} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 4{,}6 \cdot 10^{-7}} - \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 2{,}69 - 1 = 1{,}69 \text{ В}.$$

Ответ: $U_{\text{з}} = 1{,}69$ В.

Задачи для самостоятельной работы

Задача 10.1. На дифракционную решетку с периодом $d = 3{,}5$ мкм нормально падает свет с длиной волны $\lambda = 480$ нм. Каков наибольший порядок наблюдаемых максимумов?

Задача 10.2. При прохождении света через дифракционную решетку максимум третьего порядка для длины волны λ_1 наблюдается под тем же углом, что и четвертый максимум для длины волны λ_2. Чему равна длина волны λ_2, если $\lambda_1 = 600$ нм? Ответ выразить в нанометрах.

Задача 10.3. Какой длине соответствует импульс фотона $p = 1{,}5 \cdot 10^{-27}$ кг · м/с? Ответ дать в нанометрах.

Задача 10.4. Свет с длиной волны $\lambda = 440$ нм падает на фотоэлемент. Чему равна максимальная энергия вылетающих электронов, если работа выхода $A_{\text{вых}} = 1{,}6$ эВ. Ответ дать в электрон-вольтах.

Задача 10.5. Свет с длиной волны $\lambda = 497$ нм падает на фотоэлемент. Фототок прекращается при задерживающем напряжении 1 В. Чему равна работа выхода материала фотокатода? Ответ дать в электрон-вольтах.

ИТОГОВОЕ ЗАНЯТИЕ. ПРОБНЫЙ ТЕСТ

Задание 1	
Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ лежат в одной плоскости, угол между ними 30°. Модули векторов 2 и 3 м соответственно. Определите модуль суммы этих векторов.	
Выберите один из 5 вариантов ответа:	
1)	$\sqrt{3}$
2)	$\sqrt{7}$
3)	$\sqrt{13+6\sqrt{3}}$
4)	$\sqrt{5-2\sqrt{3}}$
5)	$\sqrt{19}$

Задание 2	
Груз массой 100 кг поднят по наклонному помосту, длина которого 10 м, а угол наклона равен 30°. Определите работу по подъему груза. Трением пренебречь.	
Укажите один из вариантов ответа:	
1)	50 кДж
2)	5 кДж
3)	0,5 кДж
4)	500 кДж

Задание 3
Небольшой груз массой 2 кг подвешен на нерастяжимой нити длиной l = 4 м. Чему равен период малых колебаний груза (в секундах), если его размеры пренебрежимо малы по сравнению с длиной нити? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2. Ответ записать с точностью до целых.
Введите число:

Задание 4	
Найти производную функции $y(x) = \dfrac{1}{2x-3}$	
Выберите один из 5 вариантов ответа:	
1)	$\dfrac{3}{(3x-2)^2}$
2)	$-\dfrac{3}{(3x-2)^2}$
3)	$-\dfrac{2}{(2x-3)^2}$
4)	$-\dfrac{1}{(2x-3)^2}$
5)	$-\dfrac{1}{(3x-2)^2}$

Задание 5
Определить расстояние между пластинами плоского конденсатора, если между ними приложена разность потенциалов $U = 150$ В, причем площадь каждой пластины $S = 100$ см^2, ее заряд $q = 10$ нКл. Между пластинами конденсатора находится воздух. Ответ записать в см с точностью до сотых долей. ($\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная).
Введите число:

Задание 6
Свет с длиной волны $\lambda = 440$ нм падает на фотоэлемент. Чему равна максимальная кинетическая энергия вылетающих электронов, если работа выхода $A_{\text{вых}} = 1{,}6$ эВ. Ответ дать в электрон-вольтах с точностью до сотых.
Введите число:

Задание 7

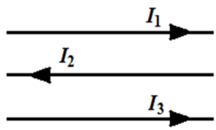
Материальная точка первую половину пути двигалась равномерно со скоростью 3 м/с, а вторую – со скоростью 5 м/с. Определите среднюю скорость на всем пути.

Выберите один из 5 вариантов ответа:

1)	2,67 м/с
2)	3,75 м/с
3)	26,7 м/с
4)	4 м/с

Задание 8

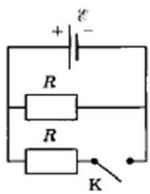
Как направлена относительно рисунка (*вверх, вниз, влево, вправо, от наблюдателя, к наблюдателю, равна нулю*) сила Ампера, действующая на проводник с током I_3 со стороны других проводников. Все проводники прямые, тонкие, длинные, лежат в одной плоскости и параллельны друг другу. Сила тока во всех проводниках одинакова. Ответ запишите словами.



Введите верные ответы:

Задание 9

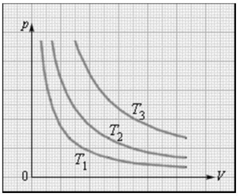
Два одинаковых резистора с сопротивлением 15 Ом каждый соединены в электрическую цепь. ЭДС источника тока 2 В. Найти мощность источника при замкнутом ключе.



	Выберите один из 5 вариантов ответа:
1)	0,27 Вт
2)	1,875 Вт
3)	0,53 Вт
4)	3,75 Вт
5)	7,5 Вт

Задание 10

Для трех различных идеальных газов (по 1 молю) были получены изотермы. Указать номер изотермы, соответствующей максимальной температуре.



	Укажите один из вариантов ответа:
1)	1
2)	2
3)	3
4)	недостаточно данных

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1.1. $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{74},\ \left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{29}, \cos\alpha = \frac{25}{\sqrt{74}\sqrt{29}}$.

1.2. $\sqrt{13 + 6\sqrt{3}}$ м.

1.3. $\left|\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right| = \sqrt{19}$ Н, $\left|\vec{F}_1 - \vec{F}_2\right| = 7$ Н.

1.4. $F = 8$ Н, вектор образует с координатными осями OX, OY, OZ углы $\alpha = 60°$, $\beta = 60°$, $\gamma = 135°$.

1.5. а) вектор, б) вектор, в) число, г) вектор, д) вектор.

2.1. $V = 10 + t,\ V_1 = 12\,\frac{\text{м}}{\text{с}},\ V_2 = 14\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2.2. $x = -\frac{\pi}{18}$.

2.3. $I = 2 \cdot 10^{-6}$ (А).

2.4. $\left(\frac{u}{\vartheta}\right)' = -\frac{2}{(2x-3)^2}$.

2.5. $V = \sqrt{\frac{5}{4}}$.

3.1. 12 ч.

3.2. 32 м.

3.3. 4 м/с.

3.4. 3,75 м/с.

3.5. 12,56 рад/с.

4.1. 15 Дж.

4.2. 5 кДж.

4.3. а) $U = 5$ м/с; б) $U = 15$ м/с; в) $U = -5$ м/с.

4.4. $V_2 = 3{,}54\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

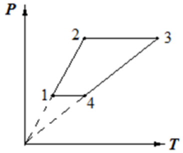
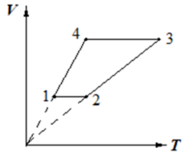
4.5. $a = 2{,}5$ м/с^2; $\alpha = 53°$ с направлением силы F_1.

5.1. 0,37 МПа.

5.2. $Q_2 = 1{,}8$ кДж.

5.3. T_3.

5.4. $n = 2{,}9 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$; $N = 5{,}8 \cdot 10^{21}$.

5.5.  

6.1. $\varphi_A = k\dfrac{q \cdot 2\sqrt{3}}{\ell}$.

6.2. 1–2; 2–4;3–5; 4–1.

6.3. $2{,}25 \cdot 10^5$ В/м.

6.4. 1,33.

6.5. 0,68 пФ.

7.1. $I = 0{,}4$ А; $r = 1$ Ом.

7.2. $\dfrac{P_1}{P_2} = 2$.

7.3. $R = \left(\dfrac{\varepsilon}{I_{\text{ц}}} - \dfrac{\varepsilon}{I_{\text{кз}}}\right) = 11{,}7$ Ом.

7.4. $I_4 = 0{,}1\ A$.

7.5. 0,53 Вт.

8.1. Вниз.

8.2. 2.

8.3. 4.

8.4. Равна нулю.

8.5. 12 В.

9.1. $\varphi = (2t + 4) = 18$ рад.

9.2. $\lambda = 4 \cdot \Delta S = 36$ м.

9.3. $T = 5{,}4$ мс.

9.4. $T \approx 4$ (с).

9.5. $\nu = 3{,}7$ Гц.

10.1. $m_{\max} = \dfrac{d}{\lambda} = 7$.

10.2. $\lambda_2 = 450$ нм.

10.3. $\lambda = \dfrac{h}{p_\gamma} = 440$ нм.

10.4. $W_{\text{к max}} = 1{,}21$ эВ.

10.5. $A_{\text{вых}} = 2{,}38$ эВ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трофимова, Т. И. Курс физики : учеб. пособие для инженерно-технических специальностей вузов / Т. И. Трофимова. – 24-е изд., стер. – Москва : Академия, 2020. – 557, [1] с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-4468-0333-1.
2. Рымкевич, А. П. Физика : 10–11 классы : задачник : учеб. пособие для общеобразовательных учреждений / А. П. Рымкевич. – 29-е изд., стер. – Москва : Просвещение, 2025. – 188 с. – ISBN 978-5-09-120708-8.
3. Мякишев, Г. Я. Физика. Колебания и волны : 11 класс : углубленный уровень : учебник для общеобразовательных учреждений / Г. Я. Мякишев, А. З. Синяков. – 9-е изд., стер. – Москва : Просвещение, 2021. – 284, [1] с. – ISBN 978-5-09-079388-9.
4. Козел, С. М. Физика : 10–11 : пособие для учащихся и абитуриентов : в 2 частях / С. М. Козел. – Москва : Мнемозина, 2010. – 2 ч. – ISBN 978-5-346-01628-1.
5. Козел, С. М. Физика : 10–11 классы : сборник задач и заданий с ответами и решениями : учеб. пособие для учащихся общеобразовательных учреждений / С. М. Козел, В. А. Коровин, В. А. Орлов. – Москва : Мнемозина, 2001. – 252, [2] с. – ISBN 5-87441-211-5.
6. Кудин, Л. С. Курс общей физики : (в вопросах и задачах) : учеб. пособие / Л. С. Кудин, Г. Г. Бурдуковская. – Изд. 3-е, испр. – Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2022. – 321 с. – URL: e.lanbook.com/book/184045 (дата обращения: 28.03.2025). – Режим доступа: по подписке. – ISBN 978-5-8114-7804-0.
7. Трофимова, Т. И. Физика от А до Я : справочное пособие / Т. И. Трофимова. – 2-е изд., стер. – Москва : Кнорус, 2025. – 301 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-406-14550-0.
8. Трофимова, Т. И. Справочник по физике для студентов и абитуриентов / Т. И. Трофимова. – Москва : Астрель [и др.], 2005. – 400 с. – ISBN 5-17-028261-3.

ГЛОССАРИЙ

Адиабатный (адиабатический) процесс – процесс, в ходе которого система не обменивается теплотой с окружающей средой.

Внешний фотоэффект – испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения.

Вольт-амперная характеристика – график зависимости силы тока от напряжения.

Вращательное движение – движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, лежащим в параллельных плоскостях, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

Вынужденные колебания – колебания, происходящие под действием внешней периодически изменяющейся силы.

Гармонические колебания – колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется по закону синуса или косинуса.

Динамика – раздел механики, изучающий механическое движение с учетом причин, его вызывающих.

Дисперсия света – зависимость показателя преломления среды от частоты или длины волны падающего света.

Дифракция света – явление отклонения света от прямолинейного направления распространения вблизи препятствий.

Длина волны – расстояние, на которое волна распространяется за время, равное периоду, то есть это кратчайшее расстояние между двумя точками среды, колеблющимися в одинаковых фазах.

Закон Фарадея – ЭДС индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром.

Затухающие колебания – колебания, амплитуда которых с течением времени уменьшается.

Звук – колебания упругой среды, воспринимаемые органом слуха.

Звуковые волны – упругие волны, вызывающие у человека ощущение звука.

Идеальный газ – газ, взаимодействием между молекулами которого можно пренебречь.

Изобарический процесс – процесс, протекающий при постоянном давлении.

Изопроцесс – процесс перехода газа из одного состояния в другое при неизменном одном параметре.

Изотермический процесс – процесс, протекающий при постоянной температуре.

Изохорный процесс – процесс, протекающий при постоянном объеме.

Импульс тела – векторная физическая величина, равная произведению массы тела на вектор его скорости.

Интерференционная картина – чередование светлых (максимумы интенсивности) и темных (минимумы интенсивности) полос.

Интерференция света – явление наложения двух или нескольких когерентных волн, приводящее к перераспределению интенсивности света.

Касательное ускорение (тангенциальная составляющая ускорения) характеризует быстроту изменения скорости по модулю, равна первой производной модуля скорости по времени и направлена по касательной к траектории.

Кинематика – раздел механики, в котором изучается движение тел без учета причин, его вызывающих.

Кинетическая энергия – энергия движения, равна половине произведения массы тела на квадрат его скорости.

Когерентные волны – волны, имеющие одинаковую частоту волны и фазу колебаний.

Колебания – движения или процессы, обладающие определенной повторяемостью во времени.

Колебательный контур – цепь, состоящая из включенных последовательно катушки индуктивностью L, конденсатора емкостью C и резистора сопротивлением R.

Колебательный контур идеальный – колебательный контур, в котором резистор отсутствует.

Компланарные векторы – векторы, лежащие в параллельных плоскостях.

Конденсатор – устройство, обладающее способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды.

Коэффициент полезного действия – величина, равная отношению полезной работы ко всей совершенной работе.

Магнитное поле – особая форма материи, посредством которой осуществляется взаимодействие между **движущимися** заряженными частицами.

Магнитный поток через площадь контура – скалярная физическая величина, равная произведению модуля вектора магнитной индукции на площадь поверхности, пронизываемой данным потоком, и косинуса угла между направлением вектора магнитной индукции и вектора нормали (перпендикуляра к поверхности).

Масса тела – физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи, определяющая ее инерциальные свойства.

Математический маятник – материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити и колеблющаяся под действием силы тяжести.

Материальная точка (МТ) – тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь, считая, что вся масса тела сосредоточена в одной точке.

Мгновенная скорость – скорость тела в данный момент времени, определяется первой производной радиус-вектора по времени, направлена по касательной к данной точке траектории в сторону движения.

Мгновенная угловая скорость – векторная физическая величина, модуль которой определяется первой производной угла поворота по времени.

Механическое движение – изменение с течением времени взаимного расположения тел или частей тел друг относительно друга.

Механика – часть физики, изучающая закономерности механического движения.

Механические волны – процесс распространения колебаний в упругой среде.

Моль – количество вещества, содержащего столько молекул, сколько содержится атомов в 12 г углерода.

Мощность электрического тока – работа тока за единицу времени.

Напряженность – силовая характеристика электрического поля, векторная физическая величина, равная силе, действующей на единичный заряд.

Обратимый процесс – процесс перехода системы из одного равновесного состояния в другое, который можно провести в обратном направлении через ту же последовательность промежуточных равновесных состояний.

Оптическая разность хода – разность оптических путей двух лучей.

Парообразование – процесс фазового перехода вещества из жидкого состояния в газообразное.

Период колебаний – промежуток времени, за который совершается одно полное колебание.

Плавление – процесс фазового перехода вещества из твердого состояния в жидкое.

Плотность тока – физическая величина, численно равная силе тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярно направлению тока.

Поперечная волна – волна, в которой колебание частиц среды происходит перпендикулярно направлению распространения волны.

Постоянная Авогадро – число молекул или атомов в 1 моле вещества.

Поступательное движение – это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению.

Постоянный электрический ток – ток, сила и направление которого не изменяется со временем.

Потокосцепление – полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида.

Правило Ленца – индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.

Принцип Гюйгенса – каждая точка, до которой доходит волна, является центром вторичных волн, огибающая которых дает новое положение фронта волны; в однородной изотропной среде вторичные волны являются сферическими.

Принцип суперпозиции магнитных полей – результирующая магнитная индукция поля, порождаемого несколькими источниками (движущимися зарядами, токами), равна векторной сумме магнитных индукций полей, порождаемых каждым источником в отдельности.

Принцип суперпозиции электрических полей – напряженность электрического поля, создаваемого системой зарядов в данной точке пространства, равна векторной сумме напряжённостей электрических полей, создаваемых в той же точке зарядами в отдельности.

Продольная волна – волна, в которой колебание частиц среды происходит в направлении распространения волны.

Пружинный маятник – тело, подвешенное на пружине и совершающее колебания вдоль вертикальной или горизонтальной оси под действием силы упругости пружины.

Работа постоянной силы равна произведению модулей векторов силы и перемещения на косинус угла между этими векторами.

Резонанс – явление резкого возрастания амплитуды колебаний, которое происходит при совпадении частоты вынуждающей силы и собственной частоты колебаний тела.

Самоиндукция – явление возникновения ЭДС индукции в контуре в результате изменения силы тока в нем.

Свободные (собственные) колебания – колебания, которые совершаются за счет первоначально сообщенной энергии при отсутствии внешних воздействий на колебательную систему.

Сила Ампера – сила, с которой магнитное поле действует на участок проводника с током, находящимся в магнитном поле.

Сила тока – скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени.

Силовая линия магнитного поля – линия, касательные к которой в каждой точке совпадают с направлением вектора магнитной индукции.

Сила – физическая величина, характеризующая воздействие на данное тело других тел.

Соленоид – цилиндрическая катушка с током, состоящая из большого числа витков, равномерно намотанных на общий сердечник.

Тело отсчета – произвольно выбранное тело, относительно которого рассматривается движение данного тела.

Термодинамика – наука о тепловых явлениях, исходит из наиболее общих закономерностей тепловых процессов и свойств макроскопических систем.

Точечный заряд – заряженное тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Траектория движения тела – линия, которую описывает тело при своем движении.

Удельное сопротивление – сопротивление проводника длиной 1 м и площадью поперечного сечения 1 м^2.

Уравнение состояния идеального газа – соотношение, связывающее его основные параметры.

Физика – наука, изучающая простейшие и вместе с тем наиболее общие закономерности явлений природы, свойства и строение материи и законы ее движения.

Фотон – элементарная частица, которая всегда движется со скоростью света и не имеет массы покоя.

Центростремительное ускорение (нормальная составляющая ускорения) – величина, которая характеризует быстроту изменения скорости по направлению, направлена перпендикулярно вектору скорости к центру кривизны траектории.

Частота вращения – число оборотов в единицу времени.

Ширина интерференционной полосы – расстояние между двумя соседними максимумами или минимумами интенсивности.

Эквипотенциальная поверхность – поверхность, во всех точках которой потенциал имеет одинаковые значения.

Электрический заряд – физическая величина, характеризующая способность частиц или тел вступать в силовые электромагнитные взаимодействия.

Электрический ток – упорядоченное движение заряженных частиц.

Электрическое напряжение – скалярная физическая величина, равная отношению работы по перемещению единичного электрического заряда между двумя точками цепи.

Электрическое сопротивление – величина, характеризующая свойство материала проводника препятствовать прохождению через него электрического тока.

Электроемкость конденсатора – скалярная физическая величина, определяемая как отношение заряда одной обкладки к разности потенциалов между обкладками.

Электродвижущая сила (ЭДС) – физическая величина, равная отношению работы сторонних сил по перемещению положительного единичного заряда к величине этого заряда.

Элементарный заряд – минимально возможный (по модулю) электрический заряд.

Явление электромагнитной индукции – в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток.

1. Математические формулы

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$; $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$;

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$; $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$;

$\frac{d}{dx}\left(x^n\right) = nx^{n-1}$; $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$; $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^n}\right) = -\frac{n}{x^{n+1}}$;

$\frac{d}{dx}\left(e^x\right) = e^x$; $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$; $\frac{d}{dx}(\mathrm{tg}\, x) = \frac{1}{\cos^2 x}$;

$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$; $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$; $\int u\,dv = uv - \int v\,du$;

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\ (n \neq 1)$; $\int \frac{dx}{x} = \ln x$; $\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$;

$\int \sin x dx = -\cos x$; $\int \cos x dx = \sin x$; $\int e^x dx = e^x$;

$\int\limits_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$; $\int\limits_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$; $\int\limits_0^\infty x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}$;

2. Десятичные приставки к названиям единиц

Т – тера (10^{12})	д – деци (10^{-1})	н – нано (10^{-9})
Г – гига (10^{9})	с – санти (10^{-2})	п – пико (10^{-12})
М – мега (10^{6})	м – милли (10^{-3})	ф – фемто (10^{-15})
к – кило (10^{3})	мк – микро (10^{-6})	а – атто (10^{-18})

3. Внесистемные величины

1 час = 3600 с 1 сут. = 86400 с 1 год = 365,25 сут = $3{,}16 \cdot 10^{7}$ с

1° = $1{,}75 \cdot 10^{-2}$ рад 1′ = $2{,}91 \cdot 10^{-4}$ рад 1″ = $4{,}85 \cdot 10^{-6}$ рад

1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж 1 мм рт. ст. = 133,3 Па

4. Основные физические постоянные

Атомная единица массы	1 а.е.м. = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг
Гравитационная постоянная	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг · с^2)
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_c = 2{,}43 \cdot 10^{-12}$ м
Магнетон Бора	$\mu_B = 9{,}27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя протона	$m_p = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя электрона	$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг
Молярная газовая постоянная	$R = 8{,}31$ Дж/(К · моль)
Нормальное ускорение свободного падения	$g = 9{,}81$ м/с^2
Первый боровский радиус	$a_0 = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ м
Постоянная Авогадро	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Постоянная Вина	$b = 2{,}90 \cdot 10^{-3}$ м · К
Постоянная Планка	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с $\hbar = \dfrac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
Постоянная Ридберга	$R = R' \cdot c = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$ $R' = 1{,}10 \cdot 10^{7}$ м$^{-1}$
Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2 · К^4)
Скорость света в вакууме	$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ м/с
Удельный заряд электрона	$e/m_e = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^{9}$ м/Ф
Элементарный заряд	$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл

5. Астрономические величины

Радиус Земли	$6{,}37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1{,}98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7{,}33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49 \cdot 10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84 \cdot 10^8$ м

6. Плотность твердых тел ρ (кг/м^3)

Алюминий	$2{,}70 \cdot 10^3$
Вольфрам	$19{,}3 \cdot 10^3$
Железо (чугун, сталь)	$7{,}87 \cdot 10^3$
Золото	$19{,}3 \cdot 10^3$
Медь	$8{,}93 \cdot 10^3$
Никель	$8{,}80 \cdot 10^3$
Платина	$21{,}5 \cdot 10^3$
Свинец	$11{,}3 \cdot 10^3$
Серебро	$10{,}5 \cdot 10^3$
Уран	$18{,}7 \cdot 10^3$

Содержание

Учебное издание

Сарафанова Валентина Александровна,
Потемкина Светлана Николаевна,
Антонов Владимир Васильевич,
Чиркунова Наталья Валерьевна

АДАПТИВНЫЙ КУРС ФИЗИКИ

Учебно-методическое пособие

Редактор *Т.М. Воропанова*
Технический редактор *Н.П. Крюкова*
Компьютерная верстка: *Л.В. Сызганцева*
Дизайн обложки: *И.И. Шишкина*

В оформлении обложки использовано
изображение от klyaksun на сайте ru.freepik.com

Подписано в печать 12.06.2025. Формат 60×84/16.
Печать оперативная. Усл. п. л. 8,54.
Тираж 100 экз. Заказ № 1-05-25.

Издательство Тольяттинского государственного университета
445020, г. Тольятти, ул. Белорусская, 14,
тел. 8 (8482) 44-91-47, www.tltsu.ru