МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Кафедра «Прикладная математика и информатика»
(наименование)

01.03.02 Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления подготовки / специальности)

Компьютерные технологии и математическое моделирование
(направленность (профиль) /специализация)

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА (БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА)

на тему Программная реализация алгоритма формирования инвестиционного портфеля на основе метода Баранкина – Дорфмана

Обучающийся Н.С. Матросов
(Инициалы Фамилия) (личная подпись)

Руководитель к.т.н., доцент, Н.А. Сосина
(ученая степень (при наличии), ученое звание (при наличии), Инициалы Фамилия)

Консультант к.ф.н., доцент, М.В. Дайнеко
(ученая степень (при наличии), ученое звание (при наличии), Инициалы Фамилия)

Тольятти 2025

Аннотация

Тема выпускной квалификационной работы: «Программная реализация алгоритма формирования инвестиционного портфеля на основе метода Баранкина – Дорфмана».

Целью работы является создание программного продукта для решения задачи формирования инвестиционного портфеля на основе метода Баранкина – Дорфмана.

Выпускная квалификационная работа состоит из: введения, трех глав, заключения, а также списка используемой литературы и источников.

Введение раскрывает актуальность темы, область применения, поставленную цель, а также задачи, которые необходимо решить в ходе выполнения выпускной квалификационной работы.

Первая глава содержит сравнительный анализ существующих методов управления портфелем и обоснование выбора метода Баранкина – Дорфмана для создания программного продукта.

Вторая глава содержит описание математической модели задачи оптимизации и алгоритм решения задачи.

Третья глава представляет собой программную реализацию и тестирование системы формирование инвестиционного портфеля на основе метода Баранкина – Дорфмана.

Заключение содержит выводы, которые были сделаны в результате выполнения работы.

Результатом выпускной квалификационной работы является программа для формирования инвестиционного портфеля на основе метода Баранкина – Дорфмана.

В работе было использовано 9 рисунков и 25 ссылок на внешние ресурсы. Общий объем выпускной квалификационной работы 64 страницы.

Abstract

The title of the graduation work is Software implementation of the investment portfolio formation algorithm based on Barankin – Dorfman method.

The graduation work consists of an introduction, 3 parts, 9 figures, a conclusion, and a list of 25 references including foreign sources.

The aim of this graduation work is to create a software product for solving the problem of forming the investment portfolio based on the Barankin – Dorfman method.

The object of the graduation work is the process of forming the investment portfolio taking into account multi-criteria constraints.

The subject of the graduation work is the application of the Barankin – Dorfman method for investment portfolio formation and development of a software product.

The key issue of the graduation work is studying the Barankin – Dorfman method for forming the investment portfolio with constraints and creating the software product.

The graduation work may be divided into several logically connected parts which are: theoretical model, mathematical model and experimental part.

The first part conducts a comparative analysis of the existing portfolio management methods and the choice of the Barankin – Dorfman method for developing the software product is explained. The theoretical foundations of the method are explored as well.

The second part describes the mathematical model of the optimization problem and the algorithm of solving this problem. The model is formulated as a quadratic programming problem.

The third part dwells on implementing the software and testing the investment portfolio formation system based on the Barankin – Dorfman method.

In conclusion, it should be emphasized that the developed software effectively forms the investment portfolio and ensures the optimal asset weights.

Оглавление

Введение

Одной из основных задач в области финансов и инвестиций является создание идеального инвестиционного портфеля, поскольку правильное распределение активов сильно влияет на баланс между доходностью и риском. Традиционные методы управления портфелем часто оказываются недостаточно гибкими на современных финансовых рынках, которые отличаются высокой волатильностью и неопределенностью. Классическая модель разработанная Гарри Марковицем, направлена на минимизацию риска при заданном уровне доходности. Однако данная модель не полностью учитывает многокритериальные факторы, такие как ликвидность, устойчивость активов и ESG-факторы. Кроме того, она не подходит для нестабильного рынка, где прогнозирование доходности становится сложной задачей. Эти недостатки подчеркивают актуальность разработки более современных методов управления портфелем, способных учитывать дополнительные параметры.

Одним из таких подходов является метод Баранкина – Дорфмана. Этот метод расширяет возможности классической модели, позволяя одновременно оптимизировать ряд целей, таких как ликвидность, риск, доходность и ESG-факторы. Такой многокритериальный метод повышает устойчивость управления портфелем к рыночным изменениям. Когда инвесторы стремятся минимизировать риски, при этом сохраняя приемлемую доходность и соответствуя современным требованиям инвестирования, метод Баранкина – Дорфмана становится все более полезным.

Целью выпускной квалификационной работы является разработка программного продукта на основе метода Баранкина – Дорфмана, который позволяет упростить анализ и тестирование инвестиционных стратегий за счет автоматизации процесса создания инвестиционного портфеля. Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

– проведен анализ существующих методов управления инвестиционными портфелями;
– выполнено аналитическое решение задачи формирования инвестиционного портфеля на основе метода Баранкина – Дорфмана,
– разработан программный продукт на языке Python;
– проведено тестирование разработанного приложения.

Работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка используемых источников. Первая глава посвящена обзору существующих моделей и методов портфельного управления. Во второй главе рассматривается метод Баранкина – Дорфмана, а также представлена математическая модель задачи формирования инвестиционного портфеля и алгоритм реализации. В третьей главе разработана программная реализация системы, включая разработку интерфейса, создание инвестиционного портфеля и тестирование.

Глава 1 Математическая модель и математические методы формирования оптимального инвестиционного портфеля

1.1 История создания математических методов формирования инвестиционных портфелей

Формирование инвестиционного портфеля играет важную роль в процессе управления финансовыми активами. Со времен возникновения первых теорий о создании инвестиционных стратегий область претерпела значительные изменения, интегрируя различные модели и методы, предназначенные для уменьшения рисков и повышения доходности [15].

Первым исследователем, который предложил математическую модель для управления инвестиционным портфелем, стал Гарри Марковиц. В 1952 году он выпустил свою работу под названием «Portfolio Selection» [22]. Она стала основой для нового этапа развития финансовой науки. Согласно теории Марковица, инвесторы должны учитывать не только потенциальный доход от вложений, но и уровень риска, который определяется через дисперсию доходности. До появления этой работы, большинство решений принималось на основе интуитивных суждений и накопленного опыта.

Главное достижение Марковица состояло в доказательстве возможности минимизации рисков путем распределения инвестиций между различными активами. Этот подход называется диверсификацией. Он предполагает, что инвесторы могут объединять активы с разными уровнями риска, снижая общий риск портфеля без существенного уменьшения его ожидаемого дохода [22].

Модель Марковица, также называемая модель средней-стандартной девиацией, основана на двух основных параметрах:

1) ожидаемая доходность портфеля – это средневзвешенная доходность активов, входящих в портфель;

2) риск портфеля – это дисперсия или стандартное отклонение доходностей активов, что позволяет оценить колебания доходности.

Формула для определения ожидаемой доходности портфеля выглядит так:

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} \omega_i R_i, \quad (1)$$

где R_p – ожидаемая доходность портфеля;

ω_i – доля i-го актива в портфеле;

R_i – ожидаемая доходность i-го актива.

Уровень риска инвестиционного портфеля, определяемый через показатель дисперсии, вычисляется следующим образом:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \omega_i \omega_j \sigma_{ij}, \quad (2)$$

где σ_p^2 – дисперсия доходности портфеля;

$\omega_i \omega_j$ – доли активов i и j в портфеле;

σ_{ij} – ковариация между доходностями активов i и j.

Модель Марковица дает возможность построить так называемую эффективную границу – это набор оптимальных инвестиционных портфелей, которые при определенном уровне риска гарантируют максимальную доходность [22].

Хотя модель Марковица очень популярна и широко используется, у нее есть определенные ограничения. В ней предполагается, что доходы от инвестиций следуют нормальному распределению, что не всегда ответствует действительности. На реальных рынках часть наблюдаются «толстые хвосты» - редкие, но крупные колебания цен, которые не учитываются в данной модели.

Более того, модель Марковица исходит из предположения, что инвесторы имеют полную информацию о прибыльности и рисках инвестиций, что в реальной жизни практически невозможно. Кроме того, в модели не принимаются во внимания такие аспекты, как ликвидность активов, налогообложение и прочие особенности финансовых рынков [15].

1.2 Модель управления портфелем CAMP (Capital Asset Pricing Model)

Важным этапом в развитие теории управления портфелем стало появление модели CAMP (Capital Asset Pricing Model) предложенной Уильямом Шарпом в 1964 году. CAMP развивает модель Марковица, вводя концепцию рыночного риска или систематического риска, который не может быть устранен путем диверсификации [5].

В основе модель CAMP лежит уравнение:

$$R_i = R_f + \beta_i\left(R_m - R_f\right), \tag{3}$$

где R_i – ожидаемая доходность актива i;

R_f – безрисковая ставка доходности;

β_i – бета-коэффициент актива i, который измеряет чувствительность доходности актива к изменениям на рынке;

R_m – доходность рыночного портфеля.

Шарп утверждает, что доходность актива определяется его бета-коэффициентом, который указывает на степень реакции актива на изменения рыночных доходов. Этот подход стал значительным улучшением по сравнению с моделью Марковица, поскольку он позволил учитывать различия между активами с разной чувствительностью к рыночным условиям [21].

Экономические потрясения, включая Великую рецессию 2008 года и кризис, вызванный COVID-19 в 2020 году, оказали значительное влияние на методы управления инвестиционными портфелями. Классические модели, такие как модель Марковица и CAMP, зачастую оказывались недостаточными для оценки рисков в условиях кризиса, что потребовало создание новых подходов к управлению портфелями [5].

Во времена экономических кризисов инвесторы сталкиваются с проблемой повышенной волатильности активов и нестабильность рынков. В таких ситуациях используются методы управления портфелями, которые принимают во внимание как краткосрочную волатильность, так и долгосрочные риски. Один из таких методов – метод Баранкина-Дорфмана, которые учитывает множество факторов и позволяет адаптировать стратегию к меняющимся условиям.

На практике модели Марковица и CAMP активно применяются в управлении активами как в частных, так и институциональных инвестициях. Например, хедж-фонды и крупные управляющие компании используют эти модели для оптимизации своих портфелей, минимизируя риски и повышая доходность.

Примером использования модели Марковица является ее применение в создании пенсионных фондов, где важны не только сохранение средств, но и их рост с минимальными рисками. В то же время модели, подобные CAMP, активно используются для оценки акций.

1.3 Вклад Гарри Марковица, развитие модели эффективного портфеля

Гарри Марковиц занимает центральное место в разработке современной теории управления инвестиционными портфелями. Его работа «Portfolio Selection», положила начало созданию рациональных методов составления портфелей, которые до сих пор являются фундаментальными в финансовой теории. Роли Марковица в развитии модели эффективного портфеля проявляется в нескольких важных аспектах.

Первое – это оптимизация портфеля с учетом риска и доходности. До работ Марковица финансовые решения в основном принимались на основе интуиции или акцентировались исключительно на доходности активов. Инвесторы часто пытались максимизировать прибыль, пренебрегая рисками, связанными с различными активами. Гарри Марковиц предложил учитывать не только доходность, но и риск, выраженный через дисперсию (стандартное отклонение) доходности активов [13]. Это был новаторский шаг в финансовой теории, позволяющий инвесторам находить оптимальные сочетания активов, которые обеспечивал максимальную доходность при минимальном риске.

Второе – это модель средне-стандартного отклонения. Одним из важнейших вкладов Марковица стала математическая модель, известная как модель средне-стандартного отклонения. В этой модели Марковиц предложил два ключевых параметра для оценки доходности портфеля:

– ожидаемая доходность портфеля – это средневзвешенная доходность активов, входящих в портфель;
– риск портфеля – это дисперсия доходностей активов, которая оценивает вариативность доходностей активов в портфеле и позволяет измерить степень риска.

Формула для расчета ожидаемой доходности портфеля выглядит так:

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} \omega_i R_i, \tag{4}$$

где R_p – ожидаемая доходность портфеля;

ω_i – доля -го актива в портфеле;

R_i – ожидаемая доходность -го актива.

Для оценки риска используется следующая формула:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \omega_i \omega_j \sigma_{ij}, \tag{5}$$

где σ_p^2 – дисперсия доходности портфеля (показатель риска);

ω_i, ω_j – доли активов в портфеле;

σ_{ij} – ковариация между доходностями активов i и j.

Одним из ключевых выводов принципа диверсификации, сделанных Г. Марковицем, стало утверждение о том, что риск портфеля можно существенно снизить путем диверсификации [16]. Исследования показали, что объединение активов, коррелирующих в значительной степени по отношению к друг другу или вовсе не имеющих корреляции, позволяет снизить общий уровень риска и при это не уменьшить доходность. Эта концепция предполагает, что в случае потенциальных убытков по одной группе активов контрарные прибыли по другим могут их полностью компенсировать.

Рассмотрим ситуацию, когда инвестиции распределяются между активами автопроизводителя и компанией, занимающейся производство товаров для повседневного потребления. Первые демонстрируют значительные колебания стоимости, сильно зависящие от экономических обстоятельств: рост цен на авто происходит в период экономического всплеска, а падение стоимости на акции части фиксируется в пике рецессии. В то время как потребительские товары стабильно привлекают клиентов независимо от ситуации на рынке и перспектив дальнейшего роста.

Модель, разработанная Марковицем, позволяет получить концепцию эффективной границы. Этот метод позволяет сформировать такую совокупность активов, где при известной вероятности доходности можно снизить риск потерь. Эффективная граница содержит варианты вложений, которые могут принести наибольшую прибыль при конкретных рисках. Она позволяет инвестору выбрать портфель, обеспечивающий оптимальные условия. Все рисковые активы, соответствующие достоверной доходности располагаются на прямой линии. Если риск снизится, показатель доходности упадут, или наоборот [13].

Применение модели в области формирования инвестиционных портфелей оставило значимый след в финансовой практике и теории. Модель Марковица по сей день служит основой для стратегического выбора активов в фондах, пенсионных схемах, а также в рамках больших инвестиционных организациях. Эта интеллектуальная структура оказала положительное воздействие на развитие более продвинутых методологий, среди которых выделяются Капитальная оценочная модель – CAMP, а также модель арбитражной ценовой активности – APT [16].

Таким образом, вклад Гарри Марковица в теорию портфельного управления является безусловно важным. Он основал систематизированный подход, суммировавший данные о доходности и риске, который позволил сформировать множество более сложных методов. Однако его главные концепции, такие как диверсификация и оценка риска, по-прежнему играют важную роль в современных финансовых анализах.

1.4 Влияние экономических кризисов на эволюцию теорий портфелей

1.4.1 Великая рецессия 2008 года: кризис, удар по моделям оптимизации инвестиционного портфеля

Кризисы оказывают значительное влияние на эволюцию финансовых теорий и тактики управления инвестициями. Классические методики, среди которых модель Марковица и CAMP, демонстрируют свою неэффективность во время сильных рыночных потрясений, такие как Великая рецессия 2008 года и ковидный кризис 2020 года. Это события послужили стимулом к критическому анализу существующих подходов, способствующие поиску новых решений.

В 2008 году кризис болезненно ударил не только по мировым экономика, но и по классическому подходу. Модель Марковица, как краеугольный камень портфельной теории, показала свою неприменимость в условиях высокой волатильности. Основное предложение модели, о нормальном распределении доходностей активов, оказалось критически важным, что не учитывается возможностью экстремальных событий. Напряженные рыночные условия выявили недостатки в оценки корреляции активов. В режиме стабильности ковариация активов может быть низкой, с углублением волатильности любого бизнеса необходимо формировать заранее распланированные параметры управления активами [4].

Однако в кризисные моменты активы демонстрируют свою многоплановость – отвечая панической распродажей на внешние факторы колебания рынка [11]. На основе этого лучше осознать, что достоинство актива не дано. Посткризисное переформатирование риск-менеджмента обеспечило системное разрешение по включению различных событий, как стресс-тесты, а также риск-модели, способные учитывать нестабильные колебания активов через такие виды динамических корреляций, как DCC-GARCH.

Таким образом, стал активно развиваться подход к управлению ликвидностью. На современном рынке очень важно понимать важность обеспеченности ликвидности, постоянного внимания к предназначению активов и необходимости быстрой продажи активов в случае чрезвычайных ситуаций. Когда дело доходит до ликвидности, необходимо учитывать, что обычное проведение активов может измениться во время кризиса. В связи с этим инвесторы все чаще делают акцент на диверсификацию активов и тщательный анализ их ликвидности перед включение в портфель.

1.4.2 Ковид кризис 2020 года: кризис неопределенности и волатильности

Ковид-кризис начался в начале 2020 года и был первым кризисом с начала 2020 года, вызванный пандемией COVID-19. В результате резкого падения производственных показателей, закрытия компаний, сбоя их операционной деятельности и ухудшения финансовых показателей глобальным экономическим падением и высокими затратами на соблюдение мер предосторожности. После объявления пандемии началась волатильность рынков и широкий обвал котировок в марте 2020 года.

В отличие от финансового кризиса 2008-2009 года, который был вызван внутренними финансовыми проблемами, ковид-кризис вызван неопределенными факторами, которые делают его особенным, в том смысле что сложно оценить какие отрасли пострадают больше всего и при каком темпе восстановятся к обычной жизни.

Ковид-кризис стал контрольной точкой для классических инвесторов и перевернул их представление о финансовых рисках, и переосмыслению их моделей. Например модель Марковица не смогла как следует адаптироваться к ситуации на фондовом рынке, когда волатильность не поддавалась статистическим прогнозам ведь в ней анализировались крайние случаи на основании статистических данных за последний период и также модель CAMP, регистрировавшая ответную реакцию на рыночные события через бета-коэффициент, не учитывая внешние факторы такие как ликвидация границ, разрывы цепочки поставок на микро, малом и среднем уровне, массовые увольнения, создавая системный шок для фондового рынка [11].

По мере ухудшения индексов классической модели не работали. Премией за автокорреляцию потерь воспользовались сценарные и стресс-тесты. За определенные временные промежутки инвесторы формировали сценарные матрицы, рассматривая вероятные последствия ущемления максимума, минимума в 4-х ситуациях: экономическое падение по сценарию нового финансового локаута; экономический подъем с внесением инновационных возможностей с закрытия ресторанов; частный локдаун и полный информационный интервал.

После ковид-кризиса возрос интерес к стратегиям управления волатильностью. Одной из таких стратегий стала вьюрная стратегия, при которой инвесторы сокращают долю рисков активов в периоды высокой волатильности и возвращаются к ним при стабилизации рынка [4].

Финансовый кризис, возникший в период ковид-эпидемии, являлся лакмусовой бумажкой для проверки устойчивости динамических и статических моделей в сфере управления активами. Инвесторы, руководствующиеся старинным постулатом «меньше риска – больше дохода», столкнулись с преждевременной реализацией ликвидного актива в условиях резкого падения фондового рынка. Данная ситуация вновь заострила профессиональные дискуссии по вопросу важности глубокого понимания спецификацией качества активов в свете долгосрочных ожиданий их доходности. Институты, нацеленные на пассивное управление инвестициями в традиционные перечни активов, несут риски одновременной потери в пределах одного здания или отрасли. В конце второго квартала 2020 года инвесторы начали активе использовать факторы устойчивого развития и социальной ответственности (Inclusion) для принятия решения о размещения активов. Тот класс активов, который до коронавирусной пандемии считался «благоприятным», продемонстрировал наибольшую устойчивость в период спада цен на нефть и бумаги предприятий крупных нефтяных компаний, что, в свою очередь, упростило задачу внедрения нового концепта Distress Investing.

Кризисы 2020 и 2008 годов продемонстрировали необходимость адаптации традиционных принципов управления портфелей, включая принятие решений с учетом динамики рисков, формирования альтернативных источников дохода и теории выбора мультипликаторов. Это обусловило применение новых практик управления рисками, таких как мониторинг коррелирующих трендов и ему подобные, что позволило снизить потери в период кризисных ситуаций через раннюю диагностику и оценку системных рисков. В итоге, причинно-следственная связь кризисного влияния на экономику позволила внедрить новую систему управления активами и минимизации возможных убытков, способную адаптировать к быстро меняющимся условиям и новым вызовам.

1.5 Примеры применения теории портфеля на реальных рынках

Применение теории анализа портфелей на практике стало возможным, особенно в таких финансовых сферах, как фондовые рынки и хедж-фонды Г. Марковиц предложил концепцию, которая пронизывает актуальные подходы к эффективности в управлении активами. Модель Марковица предлагает возможность использования разумных решений в контексте неопределенности. В последующем будут приведены конкретные ситуации, как модель применялась в финансовых рынках.

Пенсионные фонды играют значительную роль на финансовых рынках, поскольку они управляют большими объемами капитала, стремясь обеспечить стабильный доход для будущих пенсионеров. Эти организации сталкиваются с задачей минимизации рисков и максимизации доходности в долгосрочной перспективе, что делает использование моделей Марковица и его принципов диверсификации особенно важным [20].

Хорошим примером является Пенсионный фонд Калифорнии (CalPERS), который является одним из самых крупных в Соединенных Штатах. Этот фонд применяет стратегию, которая основана на диверсификации активов, чтобы снизить риски, связанные с колебаниями цен на акции. В портфель фонда входят разнообразные типы активов, включая:

– акции (как развивающихся рынков, так и рынков с высокой капитализацией);
– облигации (корпоративные и государственные);
– недвижимость;

– частные инвестиции.

CalPERS применяет принципы эффективного распределения активов по модели Марковица, чтобы сформировать портфель, который будет наиболее устойчив в долгосрочной перспективе. Эта стратегия позволяет уменьшить риски, связанные с колебаниями на отдельных рынках, благодаря диверсификации между различными классами активов, обладающими низкой взаимной корреляцией [14].

Хедж-фонды относятся к особой категории инвестиционных фондов, которые применяют более агрессивные и динамичные методы управления капиталом, нежели традиционные фонды. Основная цель хедж-фондов заключается в максимизации прибыли, часто посредством использования рискованных стратегий, таких как заемных средств (левередж), короткие продажи и деривативные инструменты. Тем не менее, даже в этих условиях принципы теории портфеля активно применяются для управления рисками [20].

Один из знаменитых хедж-фондов, активно применяющий принципы теории портфеля, – это Bridgewater Associates, основанный Рэем Далио. Стратегия этого фонда состоит в управление диверсифицированными портфелями с использованием различных активов, чтобы минимизировать риск убытков на рынке.

Фонд применяет стратегию под названием «All Weather», основанную на принципах диверсификации и управления рисками с учетом изменений в макроэкономической обстановке. Эта стратегия подразумевает инвестиции в различные активы, включая акции, облигации, сырьевые товары и прочие инструменты, для формирования портфеля, который сохранит свою устойчивость перед лицом экономических циклов. Благодаря диверсификации, фонд способен эффективно управлять своим портфелей, учитывая то, как разные классы активов реагируют на изменения в экономике, такие как инфляция, рецессия и прочее.

Фонд Bridgewater наглядно показывает, что диверсификация активов в портфеле способствует достижению высоких доходов при одновременном снижении системных рисков, присущих отдельным классам активов.

Модель оценки капитальных активов (CAMP), предложенная Уильямом Шарпом, является развитием идей Марковица и активно применяется для оценки стоимости акций на фондовых рынках. Ключевая функция модели CAMP заключается в определении необходимой доходности акций с учетом их системного риска, который оценивается через бета-коэффициент [21].

Например, инвесторы, работающие на американских фондовых рынках, используют модель CAMP для оценки степени, в которой цена акции изменяется вместе с общим движением рынка. Если бета-коэффициент акции превышает единицу, это указывает на ее повышенную чувствительность к рыночным изменениям, и инвестор может рассчитывать на большую доходность, но также и на повышенный риск. Акции с низкими бета-коэффициентами, напротив, менее подвержены колебаниям рынка и могут быть полезны для формирования более стабильных портфелей.

Один из способов применения модели CAMP – это анализ акций технологических компаний. Например, в первые месяцы 2020 года, когда мир столкнулся с пандемией COVID-19, инвесторы обратились к этой модели для оценки акций крупных компаний, таких как Amazon, Apple и Google. Эти компании испытывали значительные колебания стоимости своих акций, поэтому инвесторам было важно определить, стоит ли включать эти акции в свои инвестиционные портфели. Для этого они учитывали бета-коэффициенты акций и ожидаемую доходность по отношению к риску. Если бета-коэффициент был высоким, это означало, что данные акции могли принести значительную прибыль при благоприятных рыночных условиях, но вместе с тем подразумевались и высокие риски [5].

Фонды ETF (exchange-traded funds) представляют собой инвестиционные инструменты, которые обращаются на биржах аналогично обычным акциям. Они позволяют инвесторам вкладывать средства в диверсифицированные портфели, что делает их привлекательными как для индивидуальных, так и для профессиональных участников рынка. При создании многих ETF-фондов используется принцип теории портфеля, чтобы сформировать оптимальные сочетания активов, снижая риски и увеличивая потенциальную доходность.

В качестве примера рассмотрим Vanguard Total Stock Market ETF, который представляет собой диверсифицированный портфель акций американских компаний. Стратегия фонда заключается в использование индексного подхода, что дает возможность инвесторам получить доступ ко всему американскому фондовому рынку с минимальными затратами. Используя принципы теории портфеля, Vanguard стремиться сбалансировать риск и доходность путем включения большего количества акций с разными уровнями риска и доходности [20].

Фонды ETF, такие как Vanguard, применяют диверсификация активов для уменьшения системных рисков, обеспечивая инвесторам устойчивые результаты на длительном периоде. Благодаря низким издержкам и широкому покрытию они позволяют инвесторам реализовать принципы диверсификации, предложенные моделью Марковица, без необходимости самостоятельного выбора отдельных акций.

На финансовых рынках также развивается использование сбалансированных инвестиционных стратегий, основанных на теории портфеля. Эти стратегии направлены на создание портфелей, включающих как рисковые активы (например, акции), так и более стабильные активы (например, облигации). Такая комбинация позволяет достичь сбалансированного результата, где более стабильные активы компенсируют возможные убытки от рисковых инвестиций.

Хорошим примером сбалансированного фонда является PIMCO, который активно управляет активами с учетом риска, распределяя инвестиции между акциями, облигациями и другими инструментами. PIMCO активно использует принципы управлениям рисками по Марковицу, формируя портфели, способные оставаться устойчивыми даже при изменениях рыночной ситуации [22].

Эти примеры показывают, как теория портфеля применяется на практике на финансовых рынках, помогая как институциональным, так и частным инвесторам эффективно управлять рисками и доходностью. Инструменты диверсификации и управления рисками позволяют формировать более устойчивые портфели, способные генерировать доходы даже в условиях нестабильности и волатильности на рынке.

Следовательно, принципы теории портфеля, предложенные Гарри Марковицем, оказались не только полезными для практического управления активами, но и послужили основной для разработки более продвинутых и гибких стратегий, которые используются сегодня на финансовых рынках по всему миру.

1.6 Модель APT (Arbitrage Pricing Theory)

Модель APT предложенная экономистом Стевеном Россом в 1976 году считается улучшенной альтернативой своей предшественнице – модели CAMP [3]. APT основан на законе единой цены, который предполагает, что на равновесном рынке рационные инвесторы будут осуществлять арбитраж таким образом, чтобы в конечном итоге была достигнута равновесная цена. Таким образом, APT утверждает, что когда возможности для арбитража исчерпаны в данный период, то ожидаемая доходность актива является линейной функцией различных факторов или теоретических рыночных индексов, где чувствительность каждого фактора представляет специфичным для фактора бета-коэффициентом. Структура линейной факторной модели APT используется в качестве основы для оценки распределения активов, а также для расчета стоимости капитала [3].

$$R_i = R_f + \sum_{k=1}^{K} \beta_{ik} F_k, \qquad (6)$$

где R_i – ожидаемая доходность актива i;

R_f – безрисковая ставка доходности;

β_{ik} – чувствительность доходности актива i к -му фактору;

F_k – значение k-го фактора (например, изменение процентных ставок).

Как применяется модель Arbitrage Pricing Theory:

– используется для оценки доходности активов с учетом различных макроэкономических факторов;
– применима для анализа многокомпонентных портфелей, где требуется учитывать различные рыночные влияния на доходность.

Основное преимущество АРТ заключается в том, что он позволяет инвесторам адаптировать свои исследования, поскольку предоставляет больше данных и может указывать на несколько источников рисков для актива. Доходность актива можно спрогнозировать с помощью линейной зависимости между доходностью актива и рядом макроэкономических факторов, влияющих на риск актива [18].

Для современных финансовых рынков требуются более сложные модели, которые учитывают несколько факторов при принятие инвестиционных решений. Многофакторные модели позволяют инвесторам учитывать не только доходность и риск, но и ликвидность активов, экологические и социальные проблемы, налоговые последствия и другие важные показатели. Это позволяет им адаптироваться к динамичным рыночным условиям, обеспечивая более точную оптимизацию.

.

1.7 Модель Баранкина – Дорфмана и многокритериальные методы оптимизации

Модель Баранкина – Дорфмана относится к многофакторным схемам, применяемым для создания эффективных инвестиционных портфелей. В отличие от моделей одной ключевой функцией, таких как моделей Марковица и CAMP, она обеспечивает возможность учитывать множество критериев при формировании портфеля, а не только доходность и риск. В современных условиях финансовых рынков, приоритеты инвесторов включают рисковую доходность, денежную ликвидность, экологические характеристики, ответственное начисление и налоговые последствия [11].

В данной модели, многокритериальная оптимизация вкладов осуществляется с помощью множества параметров и критериев, что позволяет находить такие активы, которые обеспечивают оптимальное вложение средств по всем параметрам одновременно. Местная оптимизация предполагает, что улучшение одного критерия может происходить одновременно с ухудшением другого. Эта модель оптимизации особенно актуальна для институциональных, инвестиционных и ипотечных организаций, работающих в условиях многофакторной среды [24].

Ключевые критерии для оптимизации:

1) инвесторы должны сбалансировать доходность и риск, стремясь к максимизации доходности. Тем не менее, рост доходности обычно влечет за собой увеличение риска. Поэтому в модели тарифов выделяются основные достоинства;
2) для определения риска применяется стандартное отклонение активов или дисперсия доходов. Кроме того, в модели Баранкина-Дорфмана учитываются колебания доходности активов, а ковариация позволяет минимизировать общее отклонение доходов портфеля;
3) ликвидность представляет собой способность актива быть проданным без значительных потерь стоимости. Важность ликвидности особенно

возрастает в периоды рыночной нестабильности, когда инвестору может потребоваться быстрая продажа активов;

4) все больше инвесторов, особенно институциональные фонды, рассматривают экологические, социальные и корпоративные (ESG) факторы при формирование своих портфелей. Включение этих критериев в модель помогает инвесторам учитывать их влияния на долгосрочную устойчивость и репутационные риски компаний.

1.7.1 Преимущества и недостатки модели Баранкина – Дорфмана

Преимущества модели Баранкина – Дорфмана для создания инвестиционного портфеля:

1) многокритериальный подход позволяет одновременно учитывать множество критериев, что делает ее более гибкой по сравнению с классическими моделями;
2) инвесторы могут настраивать модель под свои конкретные цели, изменяя веса различные критериев в зависимости от рыночной ситуации и личный предпочтений;
3) модель Баранкина – Дорфмана может быть полезной для институциональных инвесторов, которым необходимо учитывать большое количество факторов при формировании портфеля.

Недостатки модели Баранкина – Дорфмана:

1) модель требует значительных вычислительных мощностей и сложных численных методов для оптимизации, особенно если рассматривается большое количество критериев;
2) как и многие другие модели, Баранкина – Дорфмана зависит от качества входных данных. Ошибки в данных или неверные предположения могут привести к неточным результатам.

Благодаря своему многокритериальному подходу модель Баранкина – Дорфмана является эффективным инструментом для формирования инвестиционного портфеля [11]. Он может одновременном учитывать такие элементы, как доходность, риск, ликвидность и показатели ESG, что делает его гибким и современным решением, которое удовлетворяет требованиям сложных финансовых рынков. Инвесторы могут изменять вес критериев, что позволяет им адаптировать модель под свои собственные цели и рыночные условия, это особенно важно для инвесторов, которые управляют большим количеством активов и ограничений. Модель зависит от качества входные данных и требует больших вычислительных затрат, что ставит под сомнение ее преимущества. Для успешного применения модели Баранкина – Дорфмана необходимо тщательно подготовить данные и использовать современные программные средства [24]. Этот процесс может потребовать больших ресурсов. Тем не менее, при правильной реализации модель способна обеспечивать более устойчивые и обоснованные инвестиционные решения. Таким образом, при правильном использование модель Баранкина – Дорфмана может стать надежным инструментом для инвесторов.

Глава 2 Математическая модель метода Баранкина – Дорфмана

2.1 Математическая основа метода Баранкина – Дорфмана

Для решения задачи квадратичного программирования по оптимизации портфеля методом Баранкина – Дорфмана объединяется несколько математических методов. Эти подходы позволяют моделям решать множество проблем (например, максимизацию доходности или минимизацию риска) и ограничений (например, ликвидность и ESG-факторы). В этом подразделе представлен обзор основных математических методов, используемых в работе [4].

В основном метод Баранкина – Дорфмана использует квадратичное программирование для снижения дисперсии портфеля при линейных ограничениях. Условия Куна – Таккера преобразуют нелинейную задачу в систему линейных уравнений, решаемых с помощью симплексных итераций. Эти условия используются для разработки критериев оптимальности.

Кроме того, метод Баранкина – Дорфмана поддерживает интеграцию методов многокритериальной оптимизации, что позволяет сбалансировать конкурирующие цели, такие как максимизация доходности, минимизация риска, обеспечение ликвидности и ESG-факторам. Метод может создавать решения, учитывающие предпочтения инвесторов, моделируя задачу с учетом различных целей. Также очень полезна идея о Парето-оптимальности, которая позволяет найти решения, когда ни одна из целей не может быть улучшена без ущерба для другой, что дает основу для анализа компромиссов при построении портфеля. В совокупности эти подходы гарантируют теоретическую обоснованность и применимость модели Баранкина – Дорфмана [11]. Эти преимущества делают метод особенно ценным в рыночных условиях, поскольку он обеспечивает инвесторам гибкость и устойчивость в принятие решений.

2.1.1 Метод многокритериальной оптимизации и Парето-оптимальность

Метод Баранкина – Дорфмана представляет собой метод квадратичного программирования для оптимизации портфеля с целью соблюдения линейных ограничений и минимизации рисков. Метод Баранкина – Дорфмана возможно адаптировать к современным требованиям по созданию портфеля ценных бумаг, таким как баланс риска, доходность, ликвидность и ESG [11]. В этом подразделе рассматривается ключевой метод многокритериальной оптимизации, метод взвешенной суммы, и его роль в создание по Парето портфелей в рамках теории Баранкина – Дорфмана [14].

Метод объединяет несколько целей в одну целевую функцию путем присвоения весовых коэффициентов, что позволяет использовать метод Баранкина – Дорфмана для оптимизации портфеля с учетом противоречивых целей. Целями при оптимизации портфеля являются минимизация риска, обеспечение ликвидности, максимизация доходности и соответствие ESG-факторам. Общая целевая функция включает в себя:

$$f(x) = \omega_1 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{ij} x_i x_j - \omega_2 \sum_{j=1}^{n} m_j x_j - \omega_3 \sum_{j=1}^{n} l_j x_j - \omega_4 \sum_{j \in E} x_j, \tag{7}$$

где x_i, x_j – доли капитала, инвестированные в активы i и j;

$\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4 \geq 0$ – веса для риска, доходности, ликвидности и ESG;

d_{ij} – элемент ковариационной матрицы;

m_j – ожидаемая доходность;

$l_j \in [0; 1]$ – показатели ликвидности

E – отвечает требованиям ESG.

Отрицательные показатели доходности, ликвидности и ESG свидетельствуют о максимизации их целей, преобразованных в минимизацию в соответствие с квадратичным программированием. Эта цель подчиняется линейным ограничениям, которые определяют допустимые область для задачи оптимизации портфеля. Они ограничивают веса портфеля [4]. Ниже приведены ограничения, в которые используются следующие переменные: m_p – заданный минимальный уровень доходности портфеля, δ_j – максимально допустимая доля для j, a_k – минимально требуемая доля для ценной бумаги k, x_k – доля капитала, инвестированная в k-й актив, $l_j \in [0,1]$ – показатель ликвидности ценной бумаги j, γ_l – минимально требуемый уровень ликвидности, $E \in \{1, \dots, n\}$ – множество ценных бумаг, соответствующих ESG-факторам, γ_e – минимально требуемая доля для ESG-вложений.

1. Ожидаемый доход.

$$\sum_{j=1}^{n} m_j x_j \geq m_p, \tag{8}$$

гарантирует, что ожидаемая доходность портфеля соответствует минимально требуемой доходности или превышает ее.

2. Полное распределение.

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1, \tag{9}$$

гарантирует инвестирование всего капитала (суммарный вес портфеля равнее 100%).

3. Неотрицательность.

$$x_j \geq 0, \tag{10}$$

предотвращает короткие продажи (отрицательные инвестиции), что является стандартным ограничением.

4. Верхние границы.

$$x_j \leq \delta_j, \tag{11}$$

ограничивает выделение средств на обеспечение безопасности, отражая ограничения регулирующих органов или инвесторов.

5. Нижние границы.

$$x_k \geq a_k \text{ для } k \in K, \tag{12}$$

обеспечивает минимальное распределение ресурсов к конкретным инвестициям (например, безрисковым активам).

6. Ликвидность.

$$\sum_{j=1}^{n} l_j x_j \geq L, \tag{13}$$

обеспечивает соответствие показателя ликвидности портфеля минимальному пороговому значению.

7. ESG-фактор.

$$\sum_{j \in E} x_j \geq E, \tag{14}$$

обеспечивает минимальное распределение ресурсов E, соответствующим требованиям ESG.

Эти ограничения выражаются следующим образом:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - b_i = \varphi_i \leq 0, \tag{15}$$

где a_{ij} – коэффициент, связывающий j-й актив с i-м ограничением;

b_i – правая часть i-го ограничения;

φ_i – величина отклонения i-го ограничения;

$i = 1, \dots, m$;

$x_j \geq 0$.

Метод взвешенной суммы позволяет получить квадратичную задачу, которую метод Баранкина – Дорфмана решает с использованием условий Куна – Таккера [14].

Парето-оптимальность определяет портфели, в которых ни одна цель не может быть достигнута без ухудшения другой, что является основной целью многокритериальной оптимизации. Портфель x^* является Парето-оптимальным, если не существует другого допустимого портфеля x, который может улучшить один из критериев без ухудшения другого [14]. Критерии включают:

1) критерий риска

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{ij} x_i x_j, \tag{16}$$

2) критерий доходности

$$f_2(x) = -\sum_{j=1}^{n} m_j x_j, \tag{17}$$

3) критерий ликвидности

$$f_3(x) = -\sum_{j=1}^{n} l_j x_j, \tag{18}$$

4) критерий ESG

$$f_4(x) = -\sum_{j \in E} x_j. \tag{19}$$

Граница Парето состоит из большинства всех Парето-оптимальных портфелей. Метод взвешенных сумм помогает аппроксимировать эта границу, изменяя веса ω_k.

$$\min \omega_1 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{ij} x_i x_j - \omega_2 \sum_{j=1}^{n} m_j x_j - \omega_3 \sum_{j=1}^{n} l_j x_j - \omega_4 \sum_{j \in E} x_j. \tag{20}$$

При различных значениях ω_k создается множество портфелей Парето-оптимальных, каждый из которых представляет собой определенный компромисс между критериями.

Поскольку структура квадратичного программирования метода Баранкина – Дорфмана решает как квадратичные задачи, так и линейные ограничения, она хорошо подходит для метода взвешенной суммы. Метод решает задачу, используя условия Куна – Таккера.

1) Баланс линейных ограничений

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + y_i = b_i, \tag{21}$$

где y_i – слабина для i-го ограничения.

2) Градиент целевой функции с учетом ограничений

$$2\sum_{k=1}^{n} d_{jk}x_k - v_j + \sum_{i=1}^{m} a_{ij}\lambda_i = 0, \qquad (22)$$

где d_{jk} – элемент ковариационной матрицы, который измеряет ковариацию между доходностями j и k;

v_j – двойственная переменная (или множитель Лагранжа), связанная с ограничением неотрицательности;

a_{ij} – коэффициент, связывающий j-й актив с i-м ограничением;

λ_i – двойственная переменная (или множитель Лагранжа), связанная с i-м ограничением.

3) Условие дополняющее нежесткости

$$\sum_{i=1}^{m} y_i\lambda_i = 0. \qquad (23)$$

Множители Лагранжа λ_i предлагает представление о компромиссах, таких как ограничения ESG или влияние ликвидности на риск, что облегчает выбор наилучших по Парето портфелям [4].

Метод Баранкина – Дорфмана решает задачу оптимизации для различных комбинаций весов, создавая ряд оптимальных по Парето портфелям с помощью метода взвешенной суммы. Метод Парето позволяет инвесторам создавать портфель, соответствующий их предпочтениям в отношение риска, доходности, ликвидности и ESG-факторов, что повышает актуальность метода для современного управления портфелем.

2.2 Математическое моделирование инвестиционного портфеля методом Баранкина – Дорфмана

Для оптимизации портфеля с линейными ограничениями и квадратичной целью (риском) используется метод квадратичного программирования, известный, как метод Баранкина – Дорфмана. В этом разделе подробно описывается математическая формулировка метода, его решение с помощью условий Куна – Такера и адаптация к многокритериальной оптимизации, включая современные факторы портфеля, такие как ликвидность и ESG-факторы. Они поддерживают концепцию метода и расширяют его применимость к современному управлению инвестиционным портфелем [1].

В методе Баранкина – Дорфмана оптимизация портфеля направлена на минимизацию риска портфеля, представленного дисперсией доходности при соблюдении набора линейных ограничений. Для моделирования риска используется квадратичная функция, а ограничения включают минимальную ожидаемую доходность, нормализацию бюджета и дополнительные требования или требования к инвесторам. С учетом ликвидности и ESG-факторов, задача минимизации дисперсии портфеля формулируется следующим образом [14]:

$$\min V_p = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{ij} x_i x_j, \tag{24}$$

где x_j – доля капитала, инвестированного в обеспечение безопасности j;

d_{ij} – ковариация между доходностью i и j;

n – количество ценных бумаг.

Из-за квадратичной целевой функции (риска) и линейных ограничений эта задача является задачей квадратичного программирования. Метод Баранкина – Дорфмана особенно подходит для решения таких задач, потому что он использует условие Куна – Таккера для поиска идеального решения [3].

Шаг 1. для решения задачи оптимизации методом Баранкина – Дорфмана используется функция Лагранжа, которая учитывает все ограничения, а также условия Куна-Таккера, чтобы определить оптимальные веса портфеля x_j. Формула Лагранжа записывается так:

$$L(x, y, \upsilon, \lambda, \mu, \eta, \xi) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}x_i x_j + \lambda_1(m_p - \sum_{j=1}^{n} m_j x_j) + \lambda_2(\sum_{j=1}^{n} x_j - 1) +$$
$$+ \sum_{j=1}^{n} y_j(-x_j) + \sum_{j=1}^{n} \upsilon_j(x_j + \delta_j) + \sum_{k=1}^{n} \mu_k(a_k - x_k) + \eta(\gamma_l - \sum_{j=1}^{n} l_j x_j) +$$
$$+ \xi(\gamma_e - \sum_{j\in E} x_j), \tag{25}$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \eta, \xi \geq 0$ – множители Лагранжа для ограничений (доходность, ликвидность, ESG) и ограничения (бюджет);

$y_j, \upsilon_j \mu_j \geq 0$ – множители для ограничений неотрицательности, верхней и нижней границы.

Шаг 2. Условия оптимальности Куна-Таккера получают, приравнивая производные Лагранжа по каждой переменной к нулю, а также учитывая условия дополняющей нестрогости [14].

Стационарность по x_j:

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} = 2\sum_{k=1}^{n} d_{jk}x_k - \lambda_1 m_j + \lambda_2 - y_j + \upsilon_j - \mu_j - \eta l_j - \xi \times \mathbb{I}(j \in E),$$
$$j = 1, \dots, n, \tag{26}$$

где $\mathbb{I}(j \in E) = 1$, если $j \in E$, и 0 в противоположном случае.

Эти условия описывают необходимые для использований множителей Лагранжа в методе Баранкина – Дорфмана. Эти условия составляют систему уравнений и неравенств Куна – Таккера, которые гарантируют оптимальное решение задачи квадратичного программирования.

1) Ограничение на ожидаемую доходность:

$$\sum_{j=1}^{n} m_j x_j \geq m_p, \qquad \lambda_1 \left(\sum_{j=1}^{n} m_j x_j - m_p\right) = 0, \qquad \lambda_1 \geq 0. \tag{27}$$

2) Бюджетное ограничение:

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1. \tag{28}$$

3) Ограничение на неотрицательность:

$$x_j \geq 0, \qquad y_j x_j = 0, \qquad y_j \geq 0. \tag{29}$$

4) Ограничение на верхнюю границу:

$$x_j \leq \delta_j, \qquad \upsilon_j (x_j - \delta_j) = 0, \qquad \upsilon_j \geq 0. \tag{30}$$

5) Ограничение на нижнюю границу:

$$x_k \geq a_k, \qquad \mu_k (a_k - x_k) = 0, \qquad \mu_k \geq 0. \tag{31}$$

6) Ограничение на ликвидность:

$$\sum_{j=1}^{n} l_j x_j \geq \gamma_l, \qquad \eta(\sum_{j=1}^{n} l_j x_j - \gamma_l) = 0, \qquad \eta \geq 0. \tag{32}$$

7) Ограничения на ESG:

$$\sum_{j \in E} x_j \geq \gamma_e, \qquad \xi(\sum_{j \in E} x_j - \gamma_e) = 0, \qquad \xi \geq 0. \tag{33}$$

Шаг 3. После преобразований в систему линейных уравнений, решается итеративно. Метод работает следующим образом:

1) для начала используем допустимое решение, которое удовлетворяет всем ограничениям (например, $x_j = \frac{1}{n}$ и скорректировав с учетом границ);
2) определить основу активных ограничений (например, ограничения, которые действуют как равенства, такие как $x_j = 0, x_j = \delta_j$, или $\sum_{j=1}^{n} m_j x_j = m_p$);
3) решить систему Куна-Таккера для текущего базиса, чтобы найти значения x_j и множителей Лагранжа. Это включает решение, в котором используются параметры a_{ij} и b_i – представляют коэффициенты и правые части линейных ограничений. Ниже приведена эта система:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + y_i = b_i \\ 2\sum_{k=1}^{n} d_{jk}x_k - v_j + \sum_{i=1}^{m} a_{ij}\lambda_i = 0\,, \\ \sum_{j=1}^{n} x_j v_j + \sum_{i=1}^{m} y_i\lambda_i = 0 \end{cases} \tag{34}$$

4) проверить, что решение удовлетворяет всем условия Куна-Таккера, включая условия дополняющей нестрогости и неотрицательность множителей. Если нет, изменить базис, добавив или удалив ограничения, а затем повторить [14];

5) продолжать итерации, пока не найдется идеальное решение или не достигнем требования остановки (например, максимальное количество итераций).

Множители Лагранжа, полученные при решение двойственной задачи, дают ценную информацию о компромиссах между целями и ограничениями:

– λ_1 (ограничение на доходность). Показывает предельное увеличение риска на единицу увеличения требуемой ожидаемой доходности m_p. Более высокое значение λ_1 указывает, что достижение большей доходности обходится дорого с точки зрения роста риска;
– v_j (ограничение на верхнюю границу). Измеряет влияние верхней границы δ_j на риск портфеля. Если $v_j > 0$, ограничение $x_j \le \delta_j$ является активным, и его ослабление снизит риск;
– μ_j (ограничение на нижнюю границу). Показывает стоимость требования минимального вложения a_j. Если $\mu_j > 0$, ограничение $x_j \ge a_j$ активно, и снижение этого требования уменьшит риск;
– η_j (ограничение на ликвидность). Отражает предельное влияние ограничения ликвидности на риск. Если $\eta > 0$, требование ликвидности $\sum_{j=1}^{n} l_j x_j \ge \gamma_l$ активно, и его ослабление снизит риск;

– ξ (ограничение на ESG). Показывает влияние ограничения на ESG на риск. Если $\xi > 0$, требование ESG $\sum_{j \in E} x_j \geq \gamma_e$ активно, и его снижение уменьшит риск.

Эти множители помогают инвесторам понять чувствительность оптимального портфеля к каждому ограничению, что облегчает им выбор оптимального портфеля Парето [3].

Метод Баранкина – Дорфмана можно применить к многокритериальной оптимизации, используя метод взвешенной суммы (как описано в подразделе 2.1.1). Риск, доходность, ликвидность и ESG-факторы составляют целевые функции:

$$\min \omega_1 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{ij} x_i x_j - \omega_2 \sum_{j=1}^{n} m_j x_j - \omega_3 \sum_{j=1}^{n} l_j x_j - \omega_4 \sum_{j \in E} x_j \,, \qquad (35)$$

где $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4 \geq 0$ – веса, отражающие приоритеты инвестора.

В соответствии со структурой квадратичного программирования эти цели максимизации превращаются в задачи минимизации в результате отрицательных знаков для членов доходности, ликвидности и ESG. Чтобы решить эту задачу, метод Баранкина – Дорфмана использует те же условия Куна-Таккера, но корректирует условие стационарности с учетом взвешенных целей [14]:

$$2\omega_1 \sum_{k=1}^{n} d_{jk} x_k - \omega_2 m_j - \omega_3 l_j - \omega_4 \times \mathbb{I}(j \in E) - \lambda_1 m_j + \lambda_2 -$$
$$-y_j + \upsilon_j - \mu_j - \eta l_j - \xi \times \mathbb{I}(j \in E) = 0, \qquad (36)$$

Изменяя веса ω_k, метод создает множество портфелей Парето-оптимальных, каждый из которых представляет различные компромиссы между ESG, ликвидностью, риском и доходностью [14].

2.3 Решение задачи с 3 активами методом Баранкина – Дорфмана

В этом разделе рассматривается пошаговое решение задачи оптимизации инвестиционного портфеля из трех активов для нахождения оптимальных весов портфеля с использование метода Баранкина – Дорфмана. Решение использует подход квадратичного программирования и использует условия Куна – Таккера для работы с квадратичной целевой функцией и линейными ограничениями [14].

2.3.1 Постановка задачи

Рассмотрим портфель, состоящий из трех активов ($n = 3$). Активы обозначены, как Актив 1, Актив 2 и Актив 3. Инвестор соблюдает ограничения на ожидаемую доходность, бюджет, ликвидность и ESG-факторы, чтобы минимизировать дисперсию риска портфеля. Задача ставится следующим образом.

Данные по активам:

- ожидаемые доходности: $m_1 = 0.08,\ m_2 = 0.10,\ m_3 = 0.12$ (годовые доходности в долях единицы);
- ковариационная матрица $D = [d_{ij}]$, отражающая структуру риска:

$$D = \begin{pmatrix} 0.04 & 0.01 & 0.005 \\ 0.01 & 0.06 & 0.02 \\ 0.005 & 0.02 & 0.08 \end{pmatrix},$$

где d_{ij} - ковариация между доходностями активов i и j.

Выпуклость задачи обеспечивается симметричной и положительно определенной матрицей;

- показатели ликвидности: $l_1 = 0.9,\ l_2 = 0.7,\ l_3 = 0.5$ (в шкале от 0 до 1, где более высокие значения указывают на большую ликвидность);
- соответствие ESG: Актив 2 является ESG-совместимым, поэтому множество $E = \{2\}$;
- целевая функция (минимизация риска):

$$\min V_p = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} d_{ij} x_i x_j.$$

Ограничения для поставленной задачи.

Ограничения на ожидаемую доходность. Ожидаемая доходность портфеля должна быть не менее $m_p = 0.09$.

$$\sum_{j=1}^{3} m_j x_j \geq 0.09.$$

Бюджетные ограничения. Сумма весов должна быть равна 1.

$$\sum_{j=1}^{3} x_j = 1.$$

Ограничение на неотрицательность. Короткие продажи не допускаются.

$$x_j \geq 0, \qquad j = 1,2,3.$$

Ограничение на верхнюю границу. Регуляторные ограничения устанавливают максимум вложений в каждый актив.

$$x_1 \leq 0.5, x_2 \leq 0.6, x_3 \leq 0.4.$$

Ограничение на ликвидность. Показатель ликвидности портфеля должен быть не менее $\gamma_l = 0.7$.

$$\sum_{j=1}^{3} l_j x_j \geq 0.7.$$

Ограничения ESG. Не менее 20% портфеля должно быть вложено в ESG активы.

$$x_2 \geq 0.2.$$

Метод Баранкина – Дорфмана может решить эту задачу квадратичного программирования с квадратичной целевой функцией и линейными ограничениями [14]. Это делает его эффективным для решения задач портфельной оптимизации.

2.3.2 Алгоритм решения поставленной задачи

Чтобы решить задачу методом Баранкина – Дорфмана, создадим функцию Лагранжа, которая включает целевую функцию и все ограничения с соответствующими множителями Лагранжа. Функция Лагранжа принимает следующий вид:

$$L(x,\lambda,y,v,\mu,\eta,\xi) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} d_{ij}x_i x_j + \lambda_1(0.09 - \sum_{j=1}^{3} m_j x_j) + \lambda_2(\sum_{j=1}^{3} x_j - 1) +$$

$$+\sum_{j=1}^{3} y_j(-x_j) + v_1(x_1 - 0.5) + v_2(x_2 - 0.6) + v_3(x_3 - 0.4) + \mu(0.2 - x_2) +$$

$$+\eta(0.7 - \sum_{j=1}^{3} l_j x_j) + \xi(0.2 - x_2).$$

Далее нужно вывести условие Куна – Таккера, используя частные производные функции Лагранжа для каждой переменной и применяя условия дополняющей нестрогости. Эти условия необходимы чтобы найти решение задачи квадратичного программирования [24].

Стационарность по x_j.

Для каждого $j = 1,2,3$ берем производную $\frac{\partial L}{\partial x_j}$ и приравниваем ее к нулю. Производная от $\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} d_{ij}x_i x_j$ по x_j дает $2\sum_{k=1}^{3} d_{jk}x_k$, так как матрицы D симметричная. Итоговое уравнение выглядит так:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 2(d_{11}x_1 + d_{12}x_2 + d_{13}x_3) - \lambda_1 m_1 + \lambda_2 - y_1 + v_1 - \eta l_1 = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 2(d_{21}x_1 + d_{22}x_2 + d_{23}x_3) - \lambda_1 m_2 + \lambda_2 - y_2 + v_2 - \mu - \eta l_2 - \xi = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_3} = 2(d_{31}x_1 + d_{32}x_2 + d_{33}x_3) - \lambda_1 m_3 + \lambda_2 - y_3 + v_3 - \eta l_3 = 0.$$

Здесь $\mu + \xi$ объединяется в один множитель для x_2, так как связаны с ограничением $x_2 \geq 0.2$. В дальнейшем решение они будут обозначены как единый множитель μ.

Условия дополняющие нестрогости и ограничения.

Ограничение на доходность:

$$\sum_{j=1}^{3} m_j x_j \geq 0.09, \qquad \lambda_1(\sum_{j=1}^{3} m_j x_j - 0.09) = 0, \qquad \lambda_1 \geq 0.$$

Бюджетное ограничение:

$$\sum_{j=1}^{3} x_j = 1.$$

Ограничения на неотрицательность:

$$x_j \geq 0, \qquad y_j x_j = 0, \qquad y_j \geq 0, \qquad j = 1,2,3.$$

Ограничения на верхнюю границу:

$$x_1 \leq 0.5, \qquad \upsilon_1(x_1 - 0.5) = 0, \qquad \upsilon_1 \geq 0;$$

$$x_2 \leq 0.6, \qquad \upsilon_2(x_2 - 0.6) = 0, \qquad \upsilon_2 \geq 0;$$

$$x_3 \leq 0.4, \qquad \upsilon_3(x_3 - 0.4) = 0, \qquad \upsilon_3 \geq 0.$$

Ограничения на ликвидность:

$$\sum_{j=1}^{3} l_j x_j \geq 0.7, \qquad \eta(\sum_{j=1}^{3} l_j x_j - 0.7) = 0, \;\; \eta \geq 0.$$

Ограничения на ESG:

$$x_2 \geq 0.2, \qquad \mu(0.2 - x_2) = 0, \qquad \mu \geq 0.$$

Метод Баранкина – Дорфмана решает эту систему итеративно, выбирая базис активных ограничений и решая полученные уравнения [18]. Приступим к пошаговому решению:

Шаг 1. Предположение об активных ограничениях.

Предположим, что следующие ограничения активны.

Бюджетное ограничение: $x_1 + x_2 + x_3 = 1$.

Ограничение на доходность: $0.8x_1 + 0.10x_2 + 0.12x_3 = 0.09$, так что $\lambda_1 > 0$.

Ограничение ESG: $x_2 = 0.2$, так что $\mu > 0$.

Предположим $x_1, x_3 > 0$, так что $y_1 = y_3 = 0$.

Предположим $x_1 < 0.5$, $x_2 < 0.6$, $x_3 < 0.4$, так что $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_3 = 0$.

Подставим $x_2 = 0.2$ в бюджетное и доходное ограничения:

Бюджетное:

$$x_1 + 0.2 + x_3 = 1,$$

$$x_1 + x_3 = 0.8.$$

Доходность:

$$0.8x_1 + 0.10(0.2) + 0.12x_3 = 0.09,$$

$$0.8x_1 + 0.02 + 0.12x_3 = 0.09,$$

$$0.08x_1 + 0.12x_3 = 0.07.$$

Решим систему из двух уравнений: умножим первое уравнение на 0.08 и вычтем его из второго:

$$(0.08x_1 + 0.12x_3) - (0.08x_1 + 0.08x_3) = 0.07 - 0.064,$$

$$0.04x_3 = 0.006,$$

$$x_3 = 0.15,$$

$$x_1 = 0.8 - 0.15 = 0.65.$$

Получается, $x_1 = 0.65$, $x_2 = 0.2$, $x_3 = 0.15$. Проверяем границы:

$x_1 = 0.65 > 0.5$, что нарушает верхнюю границу $x_1 \leq 0.5$, так что $\upsilon_1 > 0$, и $x_1 = 0.5$, $x_2 = 0.2 < 0.6$, $\upsilon_2 = 0$, $x_3 = 0.15 < 0.4$, $\upsilon_3 = 0$.

Шаг 2. Корректировка для $x_1 = 0.5$.

Установим $x_1 = 0.5$.

Бюджетное ограничение:

$$0.5 + x_2 + x_3 = 1,$$

$$x_2 + x_3 = 0.5.$$

Доходное ограничение:

$$0.08(0.5) + 0.10x_2 + 0.12x_3 = 0.09,$$

$$0.04 + 0.10x_2 + 0.12x_3 = 0.09,$$

$$0.10x_2 + 0.12x_3 = 0.05.$$

ESG ограничение:

$$x_2 = 0.2.$$

Подставим $x_2 = 0.2$.

Тогда, $0.2 + x_3 = 1 \Longrightarrow x_3 = 0.3$.

Доходность:

$$0.10(0.2) + 0.12x_3 = 0.05,$$

$$0.02 + 0.12x_3 = 0.05,$$

$$0.12x_3 = 0.03,$$

$$x_3 = 0.25.$$

Решения различаются ($x_3 = 0.3$ против $x_3 = 0.25$), что указывает на то, что ограничение на доходность может быть неактивным ($\lambda_1 = 0$). Попробуем с λ_1 сохраняя $x_1 = 0.5$, $x_2 = 0.2$.

Возьмем по бюджетному ограничению $x_3 = 0.3$ и проверим через доходное ограничение, получается:

$$0.08(0.5) + 0.10(0.2) + 0.12(0.3) = 0.04 + 0.02 + 0.036 = 0.096.$$

Тогда, $0.096 > 0.09$, условие ограничения выполняется, значит $\lambda_1 = 0$.

Шаг 3. Решение системы Куна – Таккера.

Условия для решения системы: $x_1 = 0.5$, $x_2 = 0.2$, $x_3 = 0.3$, $\lambda_1 = 0$, $\upsilon_2 = \upsilon_3 = 0$, $y_1 = y_2 = y_3 = 0$.

Ограничение ликвидности:

$$0.9(0.5) + 0.7(0.2) + 0.5(0.3) = 0.45 + 0.14 + 0.15 = 0.74.$$

Тогда, $0.74 > 0.7$, условие ограничения на ликвидность выполняется, значит $\eta = 0$.

Тогда, с учетом неактивных ограничений, уравнения стационарности принимают вид:

$$2(0.04x_1 + 0.01x_2 + 0.005x_3) + \lambda_2 + \upsilon_1 = 0,$$

$$2(0.01x_1 + 0.06x_2 + 0.02x_3) + \lambda_2 - \mu = 0,$$

$$2(0.005x_1 + 0.02x_2 + 0.08x_3) + \lambda_2 = 0.$$

Раскрываем скобки:

$$0.08x_1 + 0.02x_2 + 0.01x_3 + \lambda_2 + \upsilon_1 = 0,$$

$$0.02x_1 + 0.12x_2 + 0.04x_3 + \lambda_2 - \mu = 0,$$

$$0.01x_1 + 0.04x_2 + 0.16x_3 + \lambda_2 = 0.$$

Подставляем значения x_1, x_2, x_3:

$$0.08(0.5) + 0.02(0.2) + 0.01(0.3) + \lambda_2 + \upsilon_1 = 0,$$

$$0.02(0.5) + 0.12(0.2) + 0.04(0.3) + \lambda_2 - \mu = 0,$$

$$0.01(0.5) + 0.04(0.2) + 0.16(0.3) + \lambda_2 = 0.$$

Решим каждое уравнение по отдельности.

Найдем значение λ_2:

$$0.01(0.5) + 0.4(0.2) + 0.16(0.3) + \lambda_2 = 0,$$

$$0.005 + 0.008 + 0.048 + \lambda_2 = 0,$$

$$0.061 + \lambda_2 = 0,$$

$$\lambda_2 = -0.061.$$

Подставим λ_2 и найдем υ_1 и μ.

Найдем значение υ_1:

$$0.08(0.5) + 0.02(0.2) + 0.01(0.3) + \lambda_2 + \upsilon_1 = 0,$$

$$0.04 + 0.004 + 0.003 - 0.061 + \upsilon_1 = 0,$$

$$-0.014 + \upsilon_1 = 0,$$

$$\upsilon_1 = 0.014.$$

Найдем значение μ:

$$0.02(0.5) + 0.12(0.2) + 0.04(0.3) + \lambda_2 - \mu = 0,$$

$$0.01 + 0.024 + 0.012 - 0.061 - \mu = 0,$$

$$-0.015 - \mu = 0,$$

$$\mu = -0.015.$$

Согласно ограничениям, $\upsilon_1 = 0.014 > 0$, не нарушает, а $\mu = -0.015 < 0$, нарушает $\mu \geq 0$. Тогда переходим к 4 шагу.

Шаг 4. Корректировка предположений.

Поскольку $\mu < 0$, ограничение на ESG $x_2 = 0.2$ может быть неактивным. Установим $\mu = 0$, и предположим, что ограничение на ликвидность активно ($\eta > 0$).

Ликвидность: $0.9x_1 + 0.7x_2 + 0.5x_3 = 0.7$.

Бюджет: $x_1 + x_2 + x_3 = 1$.

$x_1 = 0.5$.

Тогда, из ограничения бюджета: $x_2 + x_3 = 0.5$.

Из ограничения ликвидности:

$$0.9(0.5) + 0.7x_2 + 0.5x_3 = 0.7,$$

$$0.45 + 0.7x_2 + 0.5(0.5 - x_2) = 0.7,$$

$$0.45 + 0.7x_2 + 0.25 - 0.5x_2 = 0.7,$$

$$0.2x_2 = 0,$$

$$x_2 = 0.$$

Это нарушает $x_2 \geq 0.2$. Пробуем теперь с $\eta = 0$.

Шаг 5. Итоговая итерация.

Установим $\mu = 0$, $\eta = 0$, минимизируем риск с $x_1 = 0.5$, $x_2 + x_3 = 0.5$, $x_2 \geq 0.2$.

$x_3 = 0.5 - x_2$, минимизируем:

$$V_p = 0.04(0.5)^2 + 2(0.01)(0.5)x_2 + 2(0.5)(0.5 - x_2) + 0.06x_2^2 +$$
$$+2(0.02)x_2(0.5 - x_2) + 0.08(0.5 - x_2) = 0.01 + 0.01x_2 +$$
$$+0.0025(0.5 - x_2) + 0.06x_2^2 + 0.02x_2(0.5 - x_2) + 0.08(0.25 -$$
$$-x_2 + x_2^2) = 0.1 + 0.1x_2 + 0.00125 - 0.0025x_2 + 0.06x_2^2 + 0.01x_2 -$$
$$-0.02x_2^2 + 0.02 - 0.08x_2 + 0.08x_2^2 = -0.03125 + 0.02125x_2 +$$
$$+0.12x_2^2 - 0.08x_2 - 0.12x_2^2 - 0.05875x_2 + 0.03125.$$

Возьмем производную по x_2:

$$0.24x_2 - 0.05875 = 0,$$

$$x_2 = \frac{0.05875}{0.24},$$

$$x_2 = 0.2448,$$

$$x_3 = 0.5 - 0.2448 = 0.2552.$$

Итоговый портфель: $x_1 = 0.5$, $\mathrm{x}_2 = 0.2448$, $\mathrm{x}_3 = 0.2552$. Проверим:

Доходность: $0.08(0.5) + 0.10(0.2448) + 0.12(0.2552) = 0.095 > 0.09$.

Ликвидность: $0.9(0.5) + 0.7(0.2448) + 0.5(0.2552) = 0.749 > 0.7$.

ESG: $x_2 = 0.2448 > 0.2$.

Границы: $\mathrm{x}_1 = 0.5$, $\mathrm{x}_2 < 0.6$, $\mathrm{x}_3 < 0.4$.

Дисперсия портфеля:

$$V_p = 0.12(0.2448)^2 - 0.05875(0.2448) + 0.03125 = 0.024$$

Стандартное отклонение: $\sqrt{0.024} = 0.155$.

Метод Баранкина – Дорфмана позволил эффективно решить задачу создания инвестиционного портфеля с учетом ограничений. Итоговое распределение капитала в процентах показывает, что половина капитала (50%) должна быть вложена в Актив 1, 24.48% капитала рекомендуется вложить в Актив 2. Оставшиеся 25.52% капитала следует направить в Актив 3. Полученное распределение капитала показывает, что метод Баранкина – Дорфмана позволяет учитывать несколько аспектов одновременно, не жертвуя ни одним из них. Такой портфель эффективно балансирует между риском, который минимизируется за счет грамотного распределения средств, и доходностью, которая остается на уровне, достаточном для достижения инвестиционных целей. Большим преимуществом этого портфеля является то, что он соответствует современным стандартам инвестиций. Кроме того, ликвидность портфеля остается в заданных рамках, что позволяет оперативно управлять средой. Таким образом, данный портфель обеспечивает баланс между риском, доходностью, ликвидностью и ESG. Полученные результаты дают возможность для дальнейшего анализа и оптимизации.

Глава 3 Программная реализация системы создания инвестиционного портфеля методом Баранкина – Дорфмана

3.1 Архитектура системы создания инвестиционного портфеля методом Баранкина - Дорфмана

В выпускной квалификационной работе для решения задачи оптимизации инвестиционного портфеля применяется метод Баранкина – Дорфмана с целью минимизации риска, который измеряется дисперсией доходности портфеля, при соблюдение определенных ограничений. Этот метод основан на квадратичном программировании и позволяет найти оптимальное распределение капитала между активами. Для реализации системы был выбран язык программирования Python, а средой разработки текстовый редактор Visual Studio Code [17].

Наличие большого количества современных библиотек, технологий, движков для реализации интерфейса определяет выбор конкретного языка программирования [17].

Чтобы создать инвестиционный портфель с использованием метода Баранкина – Дорфмана пользователь должен перейти в графический интерфейс программы, реализованный с помощью библиотеки Tkinter. В программе доступны основные параметры оптимизации, такие как количество активов, ковариационная матрица доходностей, вектор ожидаемых доходностей, коэффициенты ликвидности, минимальные значения доходности и ликвидности, минимальные значения ESG и верхние границы долей активов [2]. Эти параметры определяют структуру и ограничения оптимизации.

На основе введенных данных система формирует задачу минимизации дисперсии портфеля. Для оптимизации используется численный метод SLSQP из библиотеки SciPy, начиная с предположения, что доля актива x_1 достигает своей верхней границы. После этого остаток капитала распределяется между остальными активами, за счет этого минимизируется дисперсия с учетом заданных ограничений. Результаты вычисления представляются в виде оптимальных весов, дисперсии, стандартного отклонения, ожидаемой доходности, ликвидности и значения ESG.

Далее результаты оптимизации выводятся на экран в текстовом формате через интерфейс Tkinter для удобства пользователя. Вес активов и ожидаемой доходности отображаются как в десятичной, так и в процентной форме.

Производится анализ сформированного портфеля, позволяющий оценить соответствие поставленным ограничениям и при необходимости скорректировать входные параметры для повторной оптимизации. Блок-схема алгоритма создания инвестиционного портфеля представлена на рисунке 1.

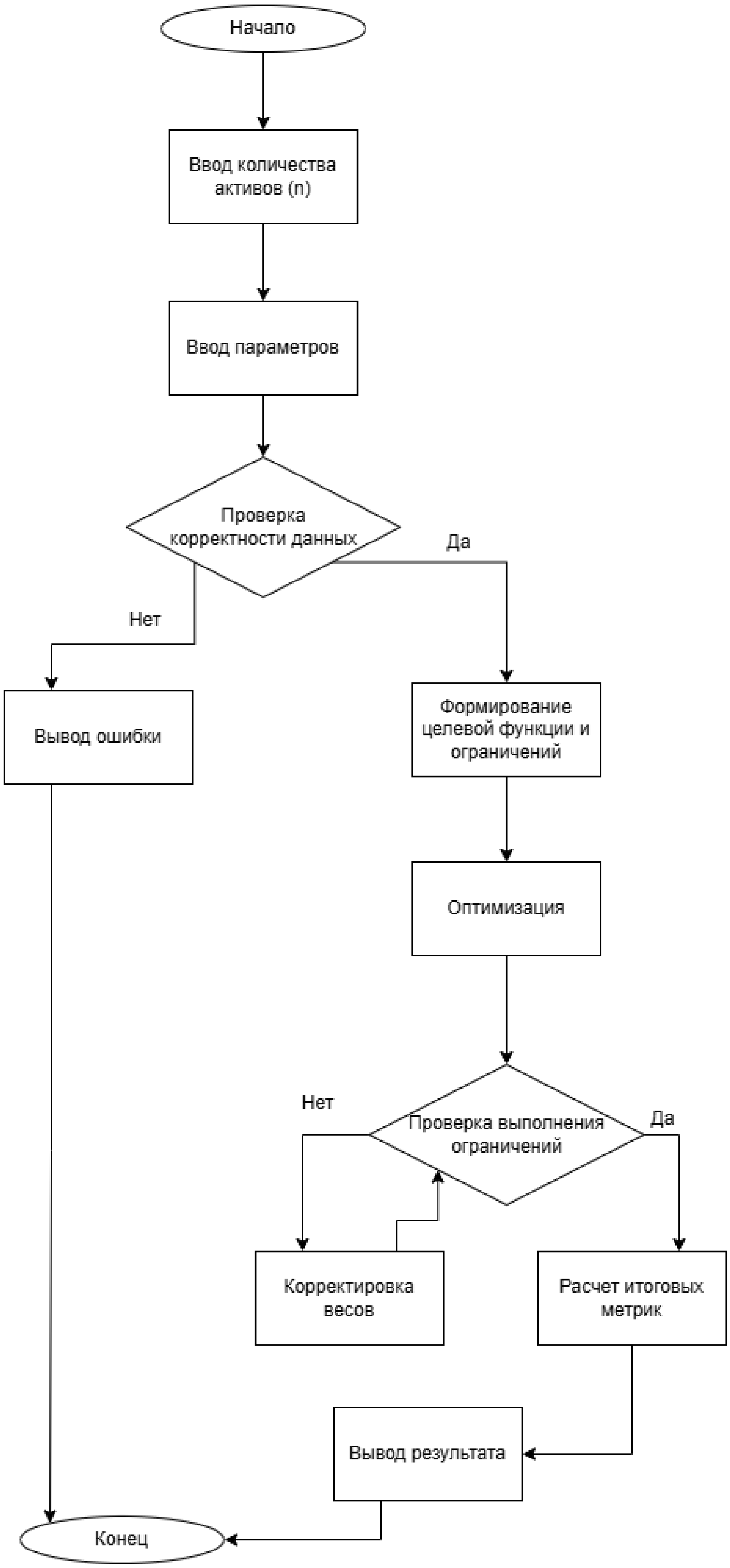

Рисунок 1 – Блок-схема алгоритма создания инвестиционного портфеля

Блок-схема, представленная на рисунке 1 демонстрирует алгоритм работы метода Баранкина – Дорфмана для формирования инвестиционного портфеля. С помощью нее, можно эффективно реализовать структуру интерфейса и программную часть. Она наглядно показывает последовательность шагов, начиная с ввода данных и заканчивая оптимизацией портфеля и выводом результатов. Представленный метод помогает разработчику структурировать логику программ, обеспечивая правильную обработку данных, проверку ограничений и удобное представление результатов пользователю.

3.2 Разработка и реализация интерфейса приложения

Графический интерфейс пользователя (GUI) играет ключевую роль, обеспечивая удобное взаимодействие между пользователем и программой. GUI включает в себя систему графических компонент, таких как кнопки, поля ввода, окна и другие элементы, которые помогают пользователям эффективно использовать приложения [23]. При разработке системы создания инвестиционного портфеля методом Баранкина – Дорфмана интерфейс должен соответствовать следующим требованиям:

– предоставлять возможность решать все задачи, связанные с оптимизацией портфеля, в соответствие с функциональными требованиями;
– быть простым и удобным для людей с разным уровнем подготовки;
– иметь механизмы обработки ошибок, такие как предупреждение и сообщения об ошибках, чтобы предотвратить неправильное внесение данных;
– включать элементы поддержки пользователя, такие как подписи к полям ввода и всплывающие сообщения.

Для реализации интерфейса была выбрана библиотека Tkinter, которая является обычным инструментом для создания графического приложения.

Данная библиотека проста в использование и имеет большое множество различных экранных форм и методов взаимодействия с ними. Имеющиеся в библиотеке элементы интерфейса, такие как кнопки, поля ввода и метки, называются виджетами, каждый из которых обладает встроенными методами для настройки и взаимодействия [9].

Таким образом, пользовательский интерфейс приложения, разработанный с использованием Tkinter, прост в использовании и предлагает все инструменты, необходимые для ввода данных, оптимизации и анализа результатов. Реализация начальной страницы приложения представлена на рисунке 2.

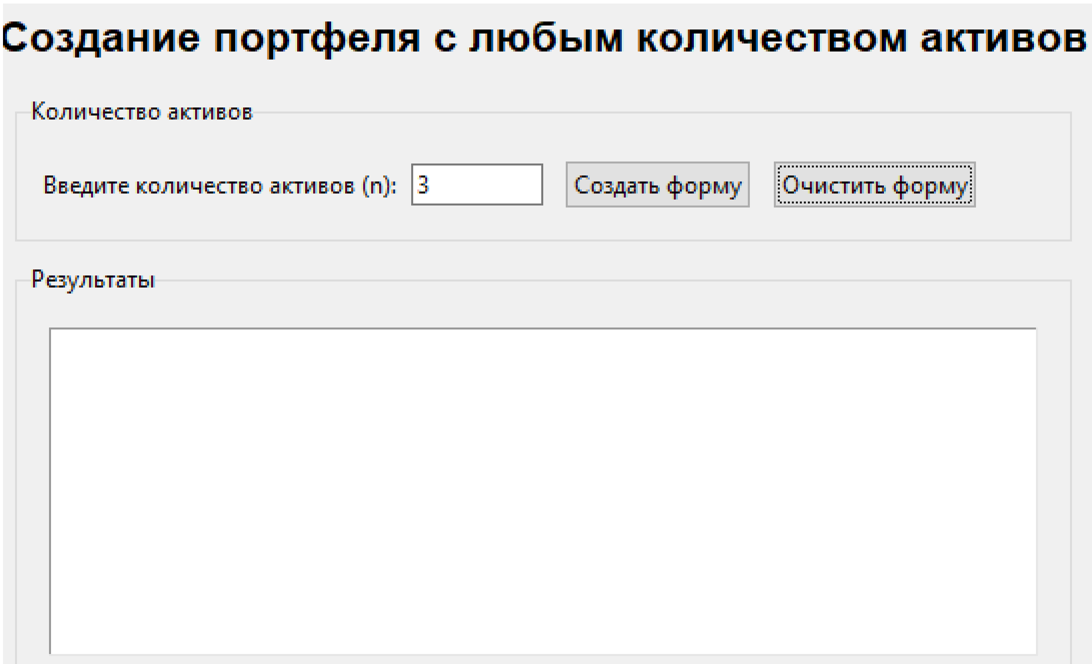

Рисунок 2 – Начальная страница входа в программу

На странице есть кнопки «Создать форму» и «Очистить форму». При нажатии на кнопку «Очистить форму», все данные будут очищены, и мы сможем снова задать количество активов. После нажатия пользователя на кнопку «Создать форму» откроется страница для ввода параметров, такие как элементы ковариационной матрицы, ожидаемые доходности, коэффициенты ликвидности, минимальные значения доходности, ликвидности и ESG-фактора, а также верхние границы долей активов. Помимо этого, на этой странице есть кнопка «Создать портфель», которая позволяет начать процесс расчета, а также встроенные механизмы проверки данных с помощью модуля сообщений. Например, функция showerror() отображает сообщение об ошибке при неправильном вводе данных, а функция showwarning() отображает предупреждение при нарушении ограничений на доходность или ликвидность. Страница для ввода параметров представлена на рисунке 3.

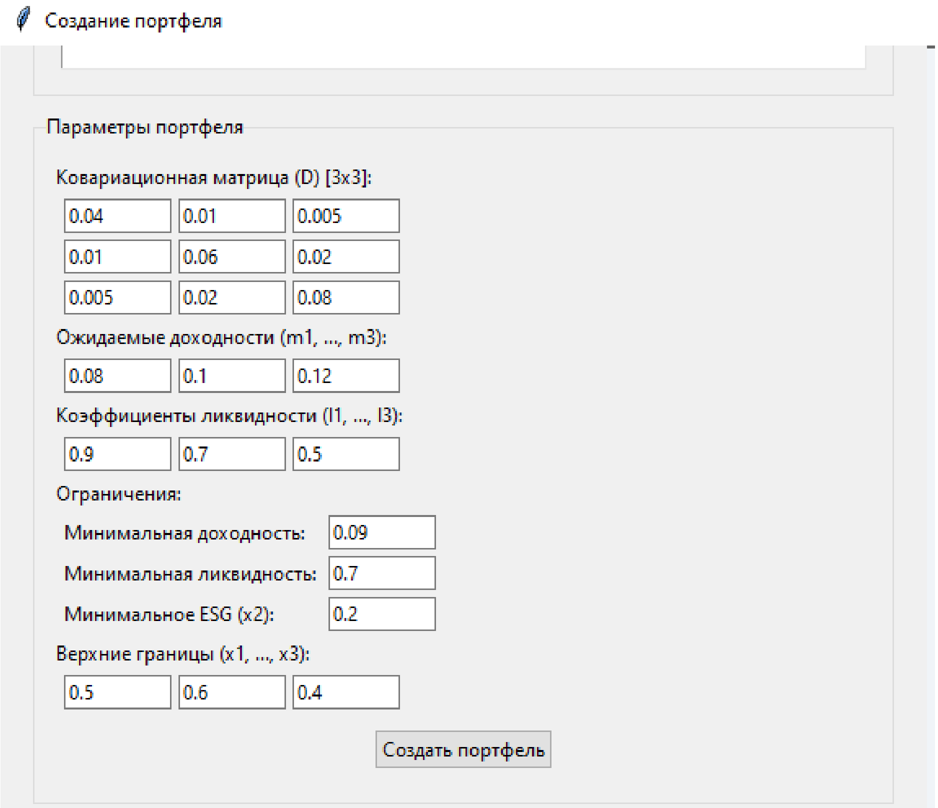

Рисунок 3 – Страница для ввода параметров

Таким образом, реализованный интерфейс представляет удобный и интуитивно понятный способ работы с системой, обеспечивая как ввод данных, так и анализ итоговых результатов.

3.3 Программная реализация процесса создания инвестиционного портфеля

Система создания инвестиционного портфеля не может быть полностью реализована только за счет оптимизации весов активов на основе метода Баранкина – Дорфмана. Требуется также решить проблему программного обеспечения, необходимую для реализации процесса создания и вывода результата [25]. На первом этапе необходимо проверить введенные параметры пользователем и обработать их для дальнейших вычислений [19].

Система формирует задачу минимизации дисперсии портфеля [6]. Оптимизация осуществляется с помощью SLSQP из библиотеки SciPy, уменьшая дисперсию, учитывая заданные ограничения на доходность, ликвидность, бюджет и ESG. Алгоритм находит оптимальные веса. Интерфейс используется для отображения результатов в текстовом формате. Реализация алгоритма формирования инвестиционного портфеля Методом Баранкина – Дорфмана представлена в виде функции «optimize_porfolio()». Поскольку данная функция объемная, ее описание разбито на три части, представленные на рисунках 4, 5 и 6.

```python
def optimize_portfolio(self):
    try:
        n = self.n

        # Считываем данные
        D = np.array([[float(self.d_entries[i][j].get()) for j in range(n)] for i in range(n)])
        m = np.array([float(self.m_entries[i].get()) for i in range(n)])
        l = np.array([float(self.l_entries[i].get()) for i in range(n)])
        min_return = float(self.min_return_entry.get())
        min_liquidity = float(self.min_liquidity_entry.get())
        min_esg = float(self.min_esg_entry.get())
        upper_bounds = np.array([float(self.upper_bounds_entries[i].get()) for i in range(n)])

        # Проверяем, что верхние границы позволяют выполнить бюджетное ограничение
        if sum(upper_bounds) < 1:
            raise ValueError("Сумма верхних границ меньше 1, невозможно составить портфель")

        # Оптимизация
        def objective(x):
            return np.sum([D[i, j] * x[i] * x[j] for i in range(n) for j in range(n)])
```

Рисунок 4 – Первая часть программной реализации процесса создания портфеля

```python
# Ограничения
constraints = [
    {'type': 'eq', 'fun': lambda x: np.sum(x) - 1},  # Бюджет
    {'type': 'ineq', 'fun': lambda x: np.dot(m, x) - min_return},  # Доходность
    {'type': 'ineq', 'fun': lambda x: np.dot(l, x) - min_liquidity},  # Ликвидность
    {'type': 'ineq', 'fun': lambda x: x[1] - min_esg if n > 1 else 0},  # ESG
]

# Границы
bounds = [(0, upper_bounds[i]) for i in range(n)]

# Начальное приближение
x0 = np.ones(n) / n
```

Рисунок 5 – Вторая часть программной реализации процесса создания портфеля

```python
# Оптимизация с учётом всех ограничений
result = minimize(objective, x0, method='SLSQP', bounds=bounds, constraints=constraints, options={'ftol': 1e-10, 'eps': 1e-10})
if not result.success:
    raise ValueError(f"Не удалось найти оптимальное решение: {result.message}")

x = result.x

# Финальный расчёт
Vp = np.sum([D[i, j] * x[i] * x[j] for i in range(n) for j in range(n)])
std_dev = sqrt(Vp)
return_val = np.dot(m, x)
liquidity = np.dot(l, x)
esg_value = x[1] if n > 1 else "N/A"
```

Рисунок 6 – Третья часть программной реализации процесса создания портфеля

Следующим шагом является анализ результатов после выполнения функции «optimize_porfolio()». Для этого система предоставляет пользователю подробный вывод, который включает в себя вес активов в десятичной форме и процентах, дисперсию портфеля, стандартное отклонение, ожидаемую доходность в десятичной форме и процентах, а также значения ликвидности и ESG. Благодаря отображению этих данных в текстовом поле интерфейса пользователь может оценить эффективность портфеля и соответствие его ограничениям. Функция вывода результатов показана на рисунке 7.

```
# Вывод результатов с процентами
esg_value = x[1] if n > 1 else "N/A"
weights_percent = [f"{x[i]*100:.1f}%" for i in range(n)]
return_percent = f"{return_val*100:.1f}%"
result = (
    "Оптимальные веса портфеля:\n"
    + "\n".join([f"x{i+1} = {x[i]:.4f} ({weights_percent[i]})" for i in range(n)])
    + f"\n\nДисперсия портфеля (Vp): {Vp:.6f}\n"
    f"Стандартное отклонение: {std_dev:.4f}\n\n"
    f"Ожидаемая доходность: {return_val:.4f} ({return_percent})\n"
    f"Ликвидность: {liquidity:.4f}\n"
    f"ESG (x2): {esg_value}"
)

self.result_text.config(state="normal")
self.result_text.delete(1.0, tk.END)
self.result_text.insert(tk.END, result)
self.result_text.config(state="disabled")
```

Рисунок 7 – Функция вывода результатов

Таким образом, пользователь может создать инвестиционный портфель и анализировать результаты через текстовый вывод приложения.

3.4 Тестирование программного продукта формирования инвестиционного портфеля методом Баранкина - Дорфмана

Тестирование системы является важным этапом разработки приложения и требует значительного количества ресурсов и времени [12]. Отсутствие тестирования может привести к значительным финансовым потерям из-за нарушения целостности данных и частых сбоев в работе приложения [7].

В приложение был применен подход модульного тестирования для проверки корректности вводимых данных пользователем, таких как элементы ковариационной матрицы, ожидаемую доходность, коэффициенты ликвидности, ESG, минимальные значения доходности и ликвидности и верхние границы долей активов. Все параметры должны быть числами. При нажатии кнопки «Создать форму» или «Создать портфель» значения считываются из полей ввода. Ошибкой пользователя может быть ввод некорректных типов данных. Пример сообщения об ошибке приведен на рисунке 8.

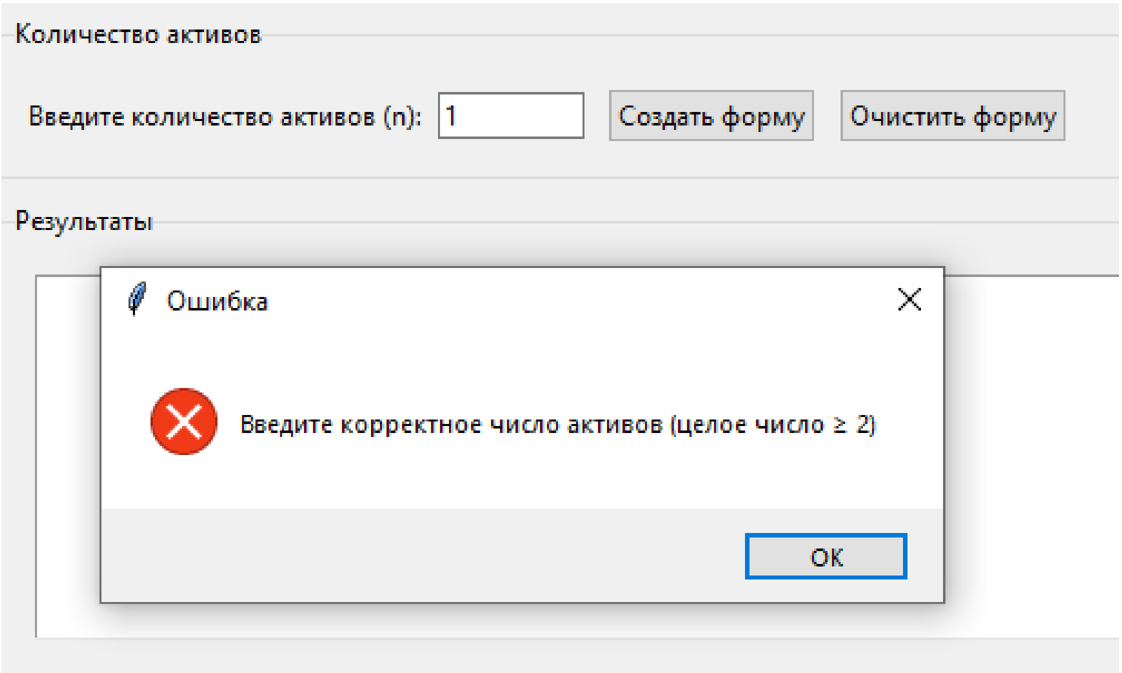

Рисунок 8 – Пример сообщения об ошибке

Следующим этапом необходимо провести проверку работы программы с помощью системного тестирования. В процессе разработки интерфейса приложения были проверены все функции переходов и взаимодействия с элементами интерфейса [8]. Для проведения тестирования будет произведен проверочный запуск программы создания инвестиционного портфеля.

Для того чтобы создать инвестиционной портфель с помощью приложения, нужно задать начальные данные, такие как количество активов, ковариационную матрицу, ожидаемую доходность, коэффициенты ликвидности, минимальную доходность, минимальную ликвидность, минимально значение ESG и верхние границы. На рисунке 9 показана запущенная программа для проведения тестирования.

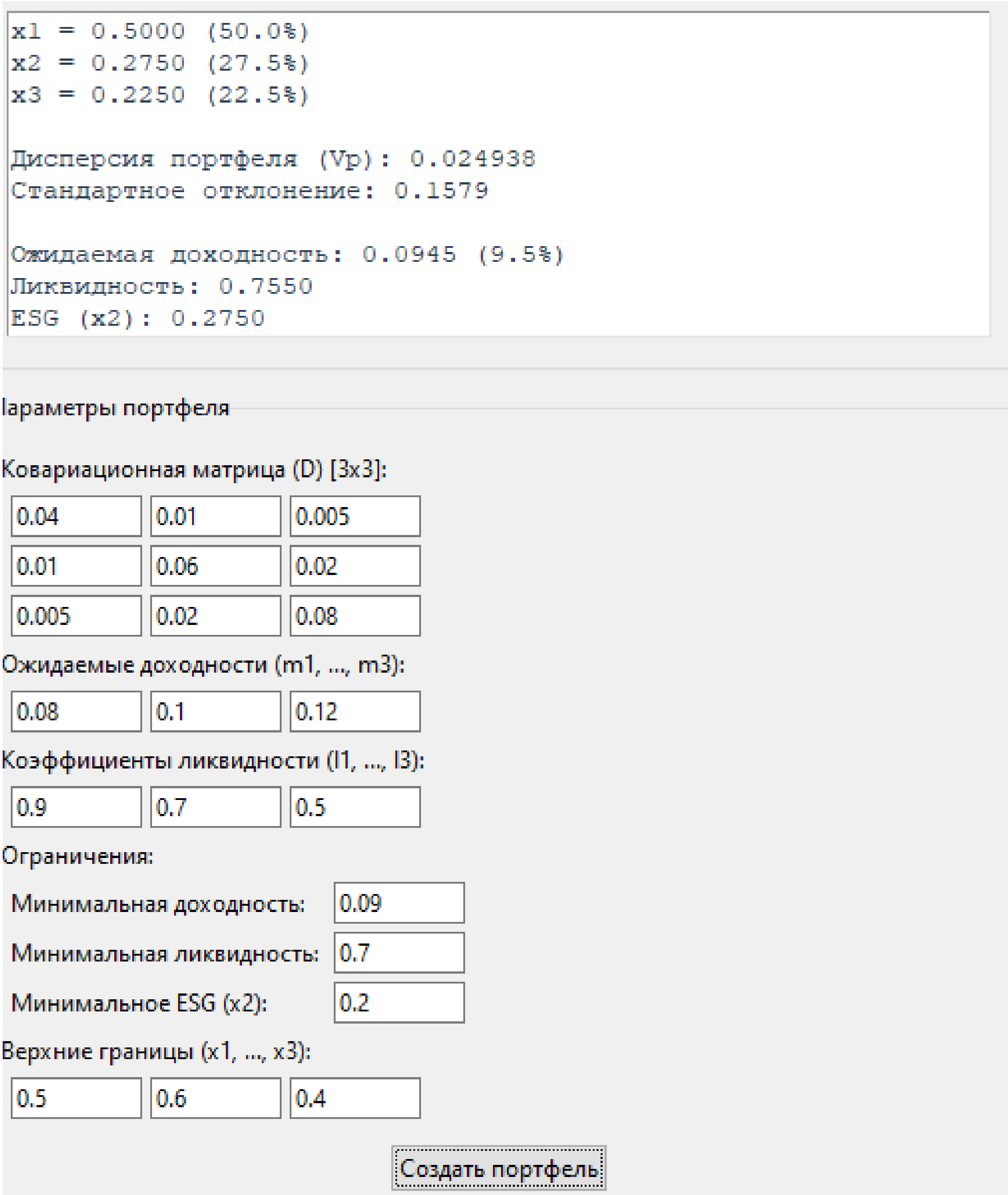

Рисунок 9 – Запущенная программа для тестирования

По итогам тестирования программного продукта, который формирует инвестиционный портфель на основе метода Баранкина – Дорфмана видно, что при вводе сбалансированных параметров, система обеспечивает равномерное распределение весов активов, что соответствует заданным ограничениям. Тестирование позволяет определить, что программа работает правильно и способна предотвращать ошибки пользователя, уведомляя его сообщение об ошибках. Результаты тестирования показывают, что реализованная система является надежным инструментом для формирования портфеля с учетом конкретных параметров и ограничений. Программа хорошо адаптируется к различным условиям, таким как изменение количества активов и параметров ограничений. Это подтверждает ее универсальностью. Стабильность работы программы также проверялась и на большем количестве данных, что позволило убедиться в устойчивости к нагрузкам. Кроме того, интуитивно понятный интерфейс системы облегчает ввод данных и анализ результатов. Это делает программу доступной не только для профессиональных инвесторов, но и для начинающих пользователей.

Заключение

Итогом выпускной квалификационной работы является программный продукт для формирования инвестиционного портфеля на основе метода Баранкина – Дорфмана. Основная цель работы достигнута, была разработана программа, которая позволяет оптимально распределять капитал между активами с учетом ограничений.

В ходе работы проведен анализ существующих методов управления инвестиционным портфелем. Метод Баранкина – Дорфмана выбран как наиболее подходящий для решения поставленной задачи, поскольку он может учитывать множество критериев оптимизации. В работе приводится описание математической модели задачи оптимизации и алгоритм решения.

Программный продукт реализован на языке Python. Разработанный интерфейс обеспечивает удобный ввод параметров, выполнение расчетов и отображение результатов. Тестирование показало, что программа надежна и корректна, а также способна предотвращать ошибки ввода данных.

Разработанное приложение помогает инвесторам принимать разумные решения при формирование инвестиционного портфеля. Благодаря простоте интерфейса и наглядности результатов, программа подходит как начинающим, так и профессиональным участникам рынка.

Список используемой литературы

1. Богданов, А. П. Численные методы оптимизации в финансах: учебное пособие / А. П. Богданов. – Москва: Финансы и статистика, 2020. – 240 с. – (Серия: Высшее образование). – ISBN 978-5-279-03456-7.

2. Васильев, Д. С. Математическое моделирование инвестиционных портфелей: учебное пособие / Д. С. Васильев. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 200 с. – ISBN 978-5-8114-4356-7.

3. Гниденко, И. Г. Технология разработки программного обеспечения: учебное пособие для среднего профессионального образования / И. Г. Гниденко, Ф. Ф. Павлов, Д. Ю. Федоров. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2024. – 248 с. – (Профессиональное образование). – ISBN 978-5-534-18131-9.

4. Иванова, Н. В. Математические методы оптимизации: учебное пособие / Н. В. Иванова. – Москва: Финансы и статистика, 2020. – 192 с. – ISBN 978-5-279-03245-6.

5. Ковалёв, В. В. Финансовая математика: учебник / В. В. Ковалёв. – Москва: Проспект, 2019. – 432 с. – ISBN 978-5-392-30567-8.

6. Козлов, А. И. Программирование на Python: учебное пособие / А. И. Козлов. – Санкт-Петербург: Питер, 2021. – 288 с. – ISBN 978-5-4461-1890-4.

7. Куликов, Л. Ю. Тестирование программного обеспечения: практическое руководство / Л. Ю. Куликов. – Москва: ДМК Пресс, 2020. – 320 с. – ISBN 978-5-97060-845-6.

8. Липаев, В. В. Проектирование и разработка программного обеспечения: учебное пособие / В. В. Липаев. – Москва: Синтег, 2018. – 256 с. – ISBN 978-5-91862-045-6.

9. Мартынов, А. А. Принципы проектирования графического интерфейса пользователя / А. А. Мартынов // Журнал "Информатика и вычислительная техника", 2018. – С. 89-102.

10. Минаев, В. А. Алгоритмы и структуры данных: учебное пособие / В. А. Минаев. – Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2022. – 352 с. – ISBN 978-5-9963-4189-3.

11. Николаев, С. М. Многокритериальная оптимизация в управлении инвестициями: учебное пособие / С. М. Николаев. – Москва: Юрайт, 2022. – 280 с. – (Серия: Высшее образование). – ISBN 978-5-534-15234-0.

12. Child Пероцкая, В. Н. Основы тестирования программного обеспечения: учебное пособие / В. Н. Пероцкая, Д. А. Градусов; Владимирский. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир: Издательство ВлГУ, 2017. – 100 с. – ISBN 978-5-9984-0777-2.

13. Петров, С. П. Инвестиционный анализ: учебное пособие / С. П. Петров. – Москва: Юрайт, 2023. – 284 с. – (Серия: Высшее образование). – ISBN 978-5-534-16789-5.

14. Саяпова, Г. Т. Оптимизация инвестиционных портфелей с использованием методов квадратичного программирования: диссертация на соискание учёной степени кандидата экономических наук / Г. Т. Саяпова. – Казань, 2015. – 167 с.

15. Соколов, И. А. Финансовые рынки и инвестиции: учебник / И. А. Соколов. – Москва: Юрайт, 2022. – 312 с. – (Серия: Высшее образование). – ISBN 978-5-534-14987-6.

16. Степанов, А. В. Основы финансового моделирования: учебное пособие / А. В. Степанов. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 224 с. – ISBN 978-5-8114-4287-9.

17. Терехов, А. Н. Программная инженерия: учебник / А. Н. Терехов. – Москва: БХВ-Петербург, 2019. – 480 с. – ISBN 978-5-9775-3962-1.

18. Фроленков, Д. А. Численные методы в экономике: учебное пособие / Д. А. Фроленков. – Москва: Дашков и К, 2020. – 296 с. – ISBN 978-5-394-03678-9.

19. Шелудько, В. М. Основы программирования на языке высокого уровня Python: учебное пособие; Южный федеральный университет. –

Ростов-на-Дону; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2017. – 112 с.

20. Щербаков, В. С. Алгоритмы оптимизации: учебное пособие / В. С. Щербаков. – Москва: Академия, 2022. – 208 с. – ISBN 978-5-7695-9890-6.

21. Elton, E. J. Modern Portfolio Theory and Investment Analysis / E. J. Elton, M. J. Gruber, S. J. Brown, W. N. Goetzmann. – 9th Edition. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2014. – 752 p. – ISBN 978-1-118-46594-8.

22. Markowitz, H. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments / H. Markowitz. – New York: John Wiley & Sons, 1959. – 368 p. – ISBN 978-1-55786-108-5.

23. Moore, A. D. Python GUI Programming with Tkinter, 2nd Edition: Expert Insight / A. D. Moore. – UK, Birmingham: Packt Publishing Ltd, 2021. – 860 p. – ISBN 978-1-80181-592-5.

24. Press, W. H. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing / W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery. – 3rd Edition. – Cambridge: Cambridge University Press, 2007. – 1256 p. – ISBN 978-0-521-88068-8.

25. Romano, F. Learn Python Programming, 2nd Edition: Beginner's Guide to Programming / F. Romano. – UK, Birmingham: Packt Publishing Ltd, 2018. – 469 p. – ISBN 978-1-78899-666-2.