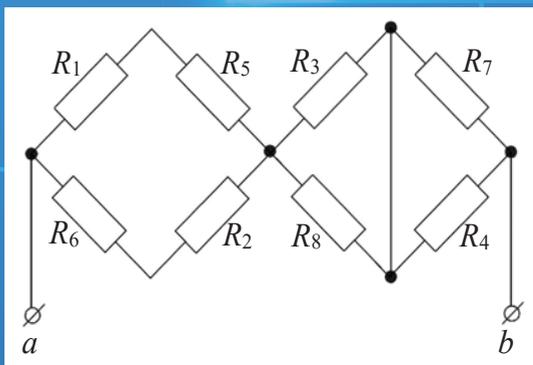


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Тольяттинский государственный университет

Н.В. Шаврина, С.В. Шлыков

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Практикум



© Шаврина Н.В., Шлыков С.В., 2024

© ФГБОУ ВО «Тольяттинский  
государственный университет», 2024

ISBN 978-5-8259-1674-3

УДК 621.3.01(075.8)

ББК 31.211.512я73

Рецензенты:

д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической и общей электротехники Самарского государственного технического университета *В.Н. Козловский*;

д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Электроснабжение и электротехника» Тольяттинского государственного университета  
*В.В. Вахнина*.

Шаврина, Н.В. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи постоянного тока : практикум / Н.В. Шаврина, С.В. Шлыков. – Тольятти : Издательство ТГУ, 2024. – 1 оптический диск. – ISBN 978-5-8259-1674-3.

Практикум содержит примеры использования методов расчета линейных электрических цепей постоянного тока и задачи для самостоятельного решения на практических занятиях по учебному курсу «Теоретические основы электротехники».

Предназначен для студентов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника», очной и заочной форм обучения.

Текстовое электронное издание.

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом Тольяттинского государственного университета.

Минимальные системные требования: IBM PC-совместимый компьютер: Windows XP/Vista/7/8/10; PIII 500 МГц или эквивалент; 128 Мб ОЗУ; SVGA; CD-ROM; Adobe Acrobat Reader; интернет-браузер.

© Шаврина Н.В., Шлыков С.В., 2024

© ФГБОУ ВО «Тольяттинский  
государственный университет», 2024

*Учебное издание*

**Шаврина Наталья Вячеславовна,  
Шлыков Сергей Викторович**

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ.  
ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Редактор *Е.В. Пилясова*  
Технический редактор *Н.П. Крюкова*  
Компьютерная верстка: *Л.В. Сызганцева*  
Художественное оформление,  
компьютерное проектирование: *И.И. Шишкина*

В оформлении пособия использовано изображение  
от freepik на сайте [ru.freepik.com](http://ru.freepik.com)

Дата подписания к использованию 20.12.2024.

Объем издания 4,2 Мб.

Комплектация издания: компакт-диск, первичная упаковка.

Тираж 50 экз. Заказ № 1-25-23.

Издательство Тольяттинского государственного университета  
445020, г. Тольятти, ул. Белорусская, 14,  
тел. 8 (8482) 44-91-47, [www.tltsu.ru](http://www.tltsu.ru)

## Содержание

Введение .....	5
Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся на практических занятиях .....	6
Практическое занятие 1. Преобразование цепей. Метод преобразования (свертывания) цепей .....	7
Практическое занятие 2. Законы Кирхгофа .....	18
Практическое занятие 3. Метод наложения .....	27
Практическое занятие 4. Закон Ома для активного участка цепи. Метод узловых потенциалов. Метод двух узлов .....	32
Практическое занятие 5. Метод контурных токов .....	42
Практическое занятие 6. Метод эквивалентного генератора .....	50
Рекомендуемая литература .....	60
Глоссарий .....	62

## Введение

Практикум предназначен для организации практических занятий студентов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», 11.03.04 «Электроника и микроэлектроника», изучающих дисциплину «Теоретические основы электротехники», и составлен в соответствии с требованиями, предусмотренными рабочей программой дисциплины.

В рабочей программе изложены основные цели и задачи дисциплины:

- изучить электромагнитные явления в цепях, представленных идеализированными элементами схем замещения, при различных воздействиях и режимах;
- ознакомиться с терминологией и символикой теории линейных электрических цепей постоянного и переменного тока в установившемся режиме;
- приобрести навыки расчета, анализа и моделирования линейных электрических цепей с использованием схем замещения;
- освоить способы записи уравнений состояния элементов и участков цепей в установившемся режиме.

**Цели** практикума: освоение методов расчета линейных электрических цепей постоянного тока, в том числе с применением средств виртуального моделирования; приобретение базовых навыков решения задач для успешного прохождения общеинженерных и специальных дисциплин на последующих курсах обучения.

### Задачи

В процессе освоения дисциплины обучающиеся должны:

- знать основы теории активных и пассивных линейных электрических цепей постоянного тока;
- уметь проводить анализ и моделировать линейные электрические цепи постоянного тока;
- владеть навыками работы с программами математических и компьютерных моделей.

Практикум состоит из шести практических занятий и предполагает решение типовых задач как совместно с преподавателем, так и самостоятельно, а также выполнение компьютерного моделирования.

## **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся на практических занятиях**

В ходе подготовки к практическим занятиям обучающиеся знакомятся с планом занятия, изучают конспекты лекций, соответствующие разделы учебников и учебных пособий.

Теоретические вопросы, которые необходимо изучить при подготовке к практическим занятиям:

1. Линейная электрическая цепь и ее элементы. Определения: ветвь, узел, контур, ток, напряжение, ЭДС, сопротивление [2–5].
2. Источники и приемники электрической энергии [2–5].
3. Последовательное, параллельное и смешанное соединение приемников. Взаимное преобразование «звезды» и «треугольника». Определение эквивалентного сопротивления электрической цепи [2–5].
4. Закон Ома для пассивного и активного участков цепи [2–5].
5. Метод преобразования (свертывания) цепи [2–5].
6. Законы Кирхгофа. Формулы для определения мощности [2; 5].
7. Энергетический баланс в электрических цепях [2–5].
8. Метод контурных токов [2–5].
9. Метод двух узлов [2–5].
10. Метод узловых потенциалов [2–5].
11. Активный и пассивный двухполюсники [2–5].
12. Метод эквивалентного генератора (активного двухполюсника) [2–5].
13. Метод наложения [2–5].
14. Основы программирования в пакете Mathcad [6].
15. Моделирование цепей постоянного тока в пакете прикладных программ Electronics Workbench [7; 8].

При выполнении практических заданий для получения численного результата рекомендуется использовать программное обеспечение Mathcad.

Виртуальное моделирование электрических цепей выполняется в пакете прикладных программ Electronics Workbench.

Практическое задание содержит задачи двух вариантов. Номер варианта выдается обучающемуся преподавателем.

Для закрепления изученного материала рекомендуется решить задачи для самостоятельной работы и тесты для самоконтроля.

## Практическое занятие 1

### Преобразование цепей. Метод преобразования (свертывания) цепей

**Цель занятия:** овладеть способами преобразования линейных электрических цепей постоянного тока и их применением для решения задач.

Для успешной работы на практическом занятии необходимо:

- знание топологических элементов электрической цепи [3–5];
- знание правил последовательного и параллельного соединения резисторов [3; 4];
- знание закона Ома на пассивном и активном участках электрической цепи [2–5];
- умение преобразовывать сложную электрическую цепь [1–5; 9];
- умение рассчитывать сложную электрическую цепь с одним источником энергии [1–5; 9].

#### Задание

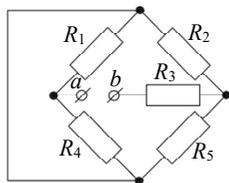
Для указанной линейной электрической цепи по вариантам определите:

1. Величину эквивалентного сопротивления  $R_{ab}$  (задача 1).
2. Величину эквивалентного сопротивления  $R_{ab}$  (задача 2).
3. Токи в ветвях методом преобразования цепей (задача 3).

#### Задача 1

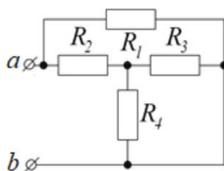
##### Вариант 1

Дано:  $R_1 = R_5 = 4 \text{ Ом}$ ,  
 $R_2 = R_4 = 16 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ .



##### Вариант 2

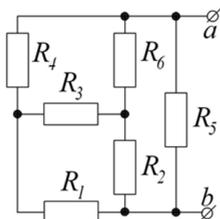
Дано:  $R_1 = 180 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 160 \text{ Ом}$ ,  
 $R_3 = R_4 = 40 \text{ Ом}$ .



## Задача 2

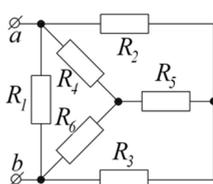
### Вариант 1

Дано:  $R_1 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ ,  
 $R_3 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 9 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 9 \text{ Ом}$ ,  
 $R_6 = 6 \text{ Ом}$ .



### Вариант 2

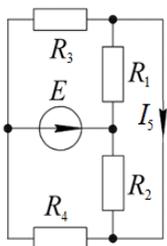
Дано:  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 3 \text{ Ом}$ ,  
 $R_3 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 3 \text{ Ом}$ ,  
 $R_6 = 2 \text{ Ом}$ .



## Задача 3

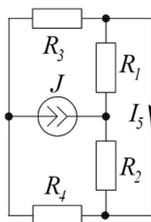
### Вариант 1

Дано:  $E = 96 \text{ В}$ ,  $R_1 = 15 \text{ Ом}$ ,  
 $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 6 \text{ Ом}$ .



### Вариант 2

Дано:  $J = 96 \text{ А}$ ,  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  
 $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 6 \text{ Ом}$ .



### Методические рекомендации по выполнению задания

Резисторы соединены последовательно, если по ним течет один и тот же ток. Эквивалентное сопротивление цепи, состоящей из  $n$  последовательно соединенных резисторов, равно сумме их сопротивлений:

$$R_{\text{э}} = \sum_{i=1}^n R_i. \quad (1)$$

Резисторы соединены параллельно, если они подключены к одной и той же паре узлов. Эквивалентное сопротивление цепи,

состоящей из  $n$  параллельно соединенных резисторов, определяется по формуле

$$\frac{1}{R_3} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}. \quad (2)$$

В частном случае параллельного соединения двух резисторов эквивалентное сопротивление находится по формуле

$$R_3 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}. \quad (3)$$

Если параллельно соединены  $n$  одинаковых резисторов, то их эквивалентное сопротивление в  $n$  раз меньше одного из них:

$$R_3 = \frac{R_n}{n}. \quad (4)$$

Преобразование треугольника резисторов в эквивалентную «звезду» и наоборот (рис. 1) проводится по формулам (5).

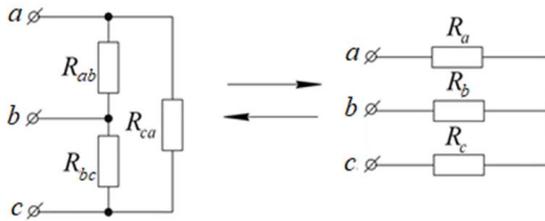


Рис. 1. Преобразование трехлучевой «звезды» в «треугольник» [11]

Сопротивления схемы «звезда»

$$R_a = \frac{R_{ab} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}};$$

$$R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}};$$

$$R_c = \frac{R_{bc} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}.$$

Сопротивления схемы «треугольник»

$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a \cdot R_b}{R_c};$$

$$R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b \cdot R_c}{R_a}; \quad (5)$$

$$R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_c \cdot R_a}{R_b}.$$

При наличии в цепи только одного источника ЭДС внешнюю по отношению к источнику часть электрической цепи можно в большинстве случаев рассматривать как смешанное (последова-

тельно-параллельное) соединение резистивных элементов. Расчет таких цепей проводят путем преобразования цепи до эквивалентного сопротивления. Определяют ток в ветви с источником ЭДС, а затем, используя закон Ома, рассчитывают токи в остальных ветвях.

### Пример выполнения задания

**Пример 1.** Задана конфигурация линейной электрической цепи (рис. 2). Определите величину эквивалентного сопротивления цепи  $R_{ab}$ , если  $R_1 = R_4 = 20$  Ом,  $R_2 = 2$  Ом,  $R_3 = 5$  Ом,  $R_5 = 8$  Ом.

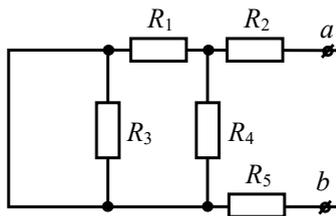


Рис. 2. Конфигурация расчетной электрической цепи

*Решение.* Резистор  $R_3$  зашунтирован перемычкой, а резисторы  $R_1$  и  $R_4$  соединены параллельно. Заменяем параллельно соединенные резисторы  $R_1$  и  $R_4$  эквивалентным резистором  $R_{14}$ :

$$R_{14} = \frac{R_1}{2} = \frac{R_2}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ Ом.} \quad (6)$$

Далее заменим последовательно соединенные резисторы  $R_2$ ,  $R_{14}$  и  $R_5$  эквивалентным резистором  $R_{ab}$  (рис. 3).

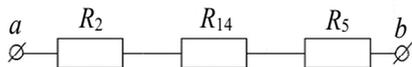


Рис. 3. Преобразованная расчетная электрическая цепь

Эквивалентное сопротивление цепи найдем по формуле

$$R_{ab} = R_2 + R_{14} + R_5 = 2 + 10 + 8 = 20 \text{ Ом.} \quad (7)$$

**Пример 2.** Для изображенной электрической цепи (рис. 4) определите токи ветвей. Значения параметров электрической цепи:  $E = 100$  В,  $R_1 = 6$  Ом,  $R_2 = 5$  Ом,  $R_3 = 16$  Ом,  $R_4 = 5$  Ом,  $R_5 = 20$  Ом.

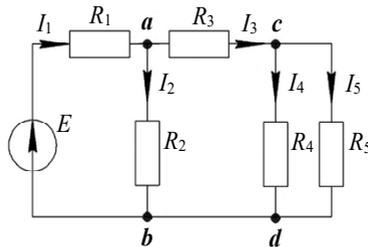


Рис. 4. Конфигурация расчетной электрической цепи

*Решение.* В расчетной электрической цепи находим основные типы соединений сопротивлений – последовательное и параллельное. При этом цепь постепенно преобразуется и сводится к одному сопротивлению – эквивалентному. Преобразование начинаем с ветвей, наиболее удаленных от источника энергии. Видно, что сопротивления  $R_4$  и  $R_5$  соединены параллельно, поэтому эквивалентное сопротивление этого участка находится по формуле

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{5 \cdot 20}{5 + 20} = \frac{100}{25} = 4 \text{ Ом.} \quad (8)$$

Заметим, что участок цепи с сопротивлениями  $R_3$  и  $R_{45}$  имеет последовательное соединение:

$$R_{345} = R_3 + R_{45} = 16 + 4 = 20 \text{ Ом.} \quad (9)$$

Конфигурация расчетной электрической цепи после преобразования участка с резисторами  $R_3$ ,  $R_4$  и  $R_5$  показана на рис. 5.

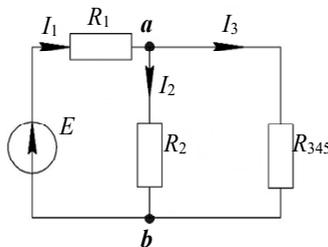


Рис. 5. Преобразованная расчетная электрическая цепь

Сопротивление участка электрической цепи между узловыми точками  $a$  и  $b$  находим по формуле

$$R_{2345} = \frac{R_2 \cdot (R_3 + R_{45})}{R_2 + R_3 + R_{45}} = \frac{5 \cdot (16 + 4)}{5 + 16 + 4} = \frac{100}{25} = 4 \text{ Ом.} \quad (10)$$

В результате преобразования расчетная цепь содержит один источник ЭДС и одно эквивалентное сопротивление (рис. 6).

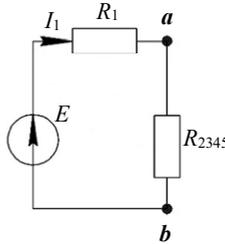


Рис. 6. Преобразованная расчетная электрическая цепь

Тогда ток в первой ветви найдется по закону Ома:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_{2345}} = \frac{100}{6 + 4} = \frac{100}{10} = 10 \text{ А.} \quad (11)$$

Начинаем обратно разворачивать электрическую цепь и находить токи остальных ветвей. Например, напряжение между точками  $a$  и  $b$  (рис. 6) находим по формуле

$$U_{ab} = R_{2345} \cdot I_1 = 4 \cdot 10 = 40 \text{ В.} \quad (12)$$

Одновременно токи второй и третьей ветвей находим по закону Ома для преобразованной электрической цепи (рис. 5) по формулам:

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = \frac{40}{5} = 8 \text{ А;} \quad (13)$$

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_{345}} = \frac{40}{20} = 2 \text{ А.}$$

Для исходной конфигурации электрической цепи (рис. 4) определим токи четвертой и пятой ветвей, применяя закон Ома:

$$I_4 = \frac{U_{cd}}{R_4} = \frac{R_{45} \cdot I_3}{R_4} = \frac{4 \cdot 2}{5} = \frac{8}{5} = 1,6 \text{ А;} \quad (14)$$

$$I_5 = \frac{U_{cd}}{R_5} = \frac{R_{45} \cdot I_3}{R_5} = \frac{4 \cdot 2}{10} = \frac{8}{20} = 0,4 \text{ А.}$$

**Пример 3.** Для изображенной электрической цепи (рис. 7) определите токи неизвестных ветвей. Значения параметров электрической цепи:  $J = 5$  А,  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 40$  Ом,  $R_5 = 20$  Ом,  $R_6 = 80$  Ом.

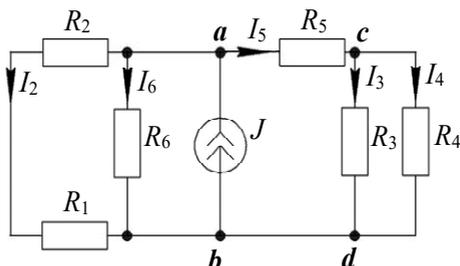


Рис. 7. Конфигурация расчетной электрической цепи

*Решение.* Находим основные типы соединений сопротивлений. Сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  соединены последовательно, поэтому находим эквивалентное сопротивление этого участка:

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 40 + 40 = 80 \text{ Ом.} \quad (15)$$

Одновременно сопротивления  $R_3$  и  $R_4$  соединены параллельно, и их значения одинаковые, поэтому их эквивалентное сопротивление определяется по формуле

$$R_{34} = \frac{R_3}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ Ом.} \quad (16)$$

Преобразованная расчетная электрическая цепь упрощается до трех пассивных ветвей (рис. 8).

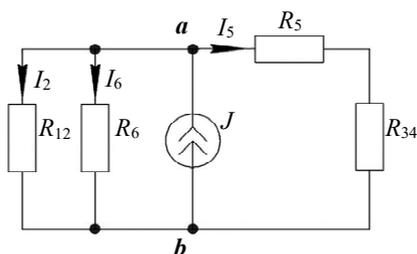


Рис. 8. Конфигурация преобразованной электрической цепи

Видим, что сопротивления  $R_{12}$  и  $R_6$  соединены параллельно и их значения одинаковые, поэтому их эквивалентное сопротивление находим по формуле

$$R_{126} = \frac{R_{12}}{2} = \frac{80}{2} = 40 \text{ Ом.} \quad (17)$$

Сопротивления  $R_5$  и  $R_{34}$  соединены последовательно, поэтому эквивалентное сопротивление находим по формуле

$$R_{345} = R_{34} + R_5 = 20 + 20 = 40 \text{ Ом.} \quad (18)$$

Рассчитываем напряжение  $U_{ab}$  (рис. 8) по закону Ома для источника тока:

$$U_{ab} = J \cdot \frac{R_{126} \cdot R_{345}}{R_{126} + R_{345}} = 5 \cdot \frac{40 \cdot 40}{40 + 40} = 5 \cdot \frac{1600}{80} = 100 \text{ В.} \quad (19)$$

В преобразованной электрической цепи (рис. 8) находим, применяя закон Ома, токи ветвей:

$$\begin{aligned} I_5 &= \frac{U_{ab}}{R_{345}} = \frac{100}{40} = 2,5 \text{ А;} \\ I_6 &= \frac{U_{ab}}{R_6} = \frac{100}{80} = 1,25 \text{ А;} \\ I_2 &= \frac{U_{ab}}{R_1 + R_2} = \frac{100}{40 + 40} = 1,25 \text{ А.} \end{aligned} \quad (20)$$

Для определения токов третьей и четвертой ветвей обратимся к исходной заданной электрической цепи (рис. 7) и найдем напряжение  $U_{cd}$  по закону Ома:

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{U_{cd}}{R_3} = \frac{R_{34} \cdot I_5}{R_3} = \frac{20 \cdot 2,5}{40} = \frac{50}{40} = 1,25 \text{ А;} \\ I_4 &= \frac{U_{cd}}{R_4} = \frac{R_{34} \cdot I_5}{R_4} = \frac{20 \cdot 2,5}{40} = \frac{50}{40} = 1,25 \text{ А.} \end{aligned} \quad (21)$$

### Задачи для самостоятельной работы

**Задача 1.** Для заданной электрической цепи (рис. 9) определите величину эквивалентного сопротивления  $R_{\text{экв}}$ , если  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = 8 \text{ Ом}$ .

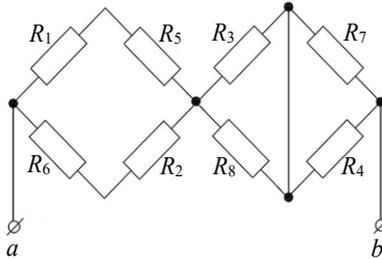


Рис. 9. Конфигурация электрической цепи к задаче 1

**Задача 2.** Для заданной электрической цепи (рис. 10) определите величину эквивалентного сопротивления  $R_{\text{экв}}$ , если  $R_1 = R_2 = R_3 = 12 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 3 \text{ Ом}$ .

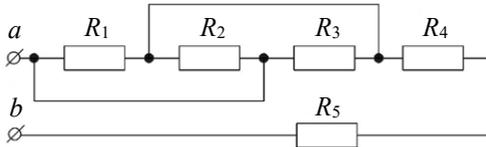


Рис. 10. Конфигурация электрической цепи к задаче 2

**Задача 3.** Для заданной электрической цепи (рис. 11) определите напряжение  $U_{ab}$ , если  $E = 45 \text{ В}$ ,  $R_1 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 5 \text{ Ом}$ .

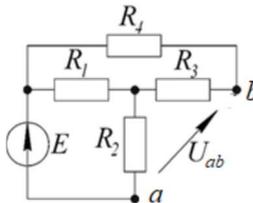


Рис. 11. Конфигурация электрической цепи к задаче 3

**Задача 4.** Для заданной электрической цепи (рис. 12) определите распределение токов, если  $U = 96$  В,  $R_1 = 2$  Ом,  $R_2 = 6$  Ом,  $R_3 = R_4 = 3$  Ом,  $R_5 = 1$  Ом,  $R_6 = 5$  Ом,  $R_7 = 4$  Ом.

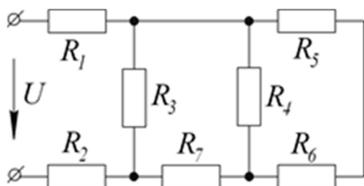
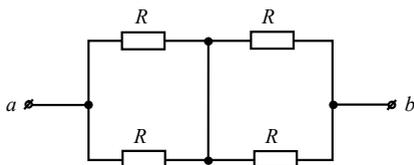


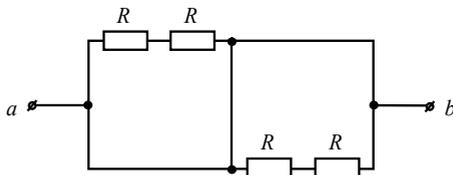
Рис. 12. Конфигурация электрической цепи к задаче 4

### Тесты для самоконтроля

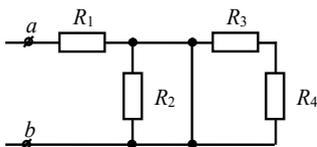
1. Определите величину эквивалентного сопротивления цепи  $R_{\text{экв}}$ , если  $R = 2$  Ом.



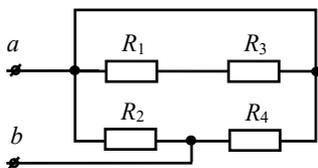
2. Определите величину эквивалентного сопротивления цепи  $R_{\text{экв}}$ , если  $R = 1$  Ом.



3. Определите величину эквивалентного сопротивления цепи  $R_{\text{экв}}$ , если  $R_1 = 15$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом,  $R_3 = 5$  Ом,  $R_4 = 10$  Ом.



4. Определите величину эквивалентного сопротивления цепи  $R_{\text{экв}}$ , если  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 40 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 40 \text{ Ом}$ .



## Практическое занятие 2

### Законы Кирхгофа

**Цель занятия:** приобрести навыки составления уравнений по законам Кирхгофа для расчета линейных электрических цепей постоянного тока.

Для успешной работы на практическом занятии необходимо:

- знание топологических элементов электрической цепи [2–5];
- знание формулировок законов Кирхгофа для топологических элементов электрической цепи [2–5];
- умение составлять систему уравнений по законам Кирхгофа для сложной электрической цепи [1–5; 9];
- умение определять токи ветвей электрической цепи с помощью математического пакета Mathcad [5; 6];
- умение выполнять компьютерное моделирование электрической цепи [5; 7].

#### Задание

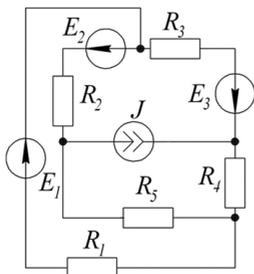
Для указанной линейной электрической цепи по вариантам:

1. Составьте систему уравнений для определения токов в ветвях электрической цепи по законам Кирхгофа.
2. Рассчитайте токи заданной цепи в математическом пакете Mathcad.
3. Проверьте правильность расчета с помощью уравнения баланса мощностей.
4. Выполните компьютерное моделирование в программе Electronics Workbench и сравните полученные значения токов с расчетными.

## Задача

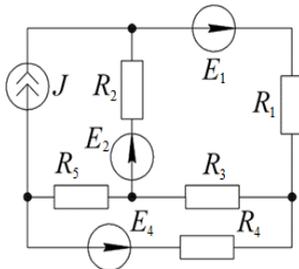
### Вариант 1

Дано:  $E_1 = 10 \text{ В}$ ,  $E_2 = 20 \text{ В}$ ,  $E_3 = 30 \text{ В}$ ,  
 $J = 2 \text{ А}$ ,  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 3 \text{ Ом}$ ,  
 $R_3 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 6 \text{ Ом}$ .



### Вариант 2

Дано:  $E_1 = 20 \text{ В}$ ,  $E_2 = 30 \text{ В}$ ,  $E_4 = 40 \text{ В}$ ,  
 $J = 1 \text{ А}$ ,  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 4 \text{ Ом}$ ,  
 $R_3 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 6 \text{ Ом}$ .



## Методические рекомендации по выполнению задания

### Первый закон Кирхгофа

Алгебраическая сумма токов ветвей, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\pm \sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (22)$$

Ток, подходящий к узлу, берется со знаком «+», отходящий от узла — со знаком «-».

### Второй закон Кирхгофа

Алгебраическая сумма падений напряжения в любом замкнутом контуре равна алгебраической сумме ЭДС в этом контуре:

$$\pm \sum_{k=1}^n R_k \cdot I_k = \pm \sum_{k=1}^n E_k. \quad (23)$$

В каждую из сумм соответствующие слагаемые входят со знаком «+», если их направления совпадают с направлением обхода контура, и со знаком «-», если их направления не совпадают с ним.

Для составления уравнений по законам Кирхгофа необходимо:

- произвольно выбрать направления токов в ветвях;
- произвольно выбрать положительные направления обхода контуров.

Количество уравнений определяется количеством неизвестных токов.

Число уравнений по первому закону Кирхгофа на единицу меньше числа узлов:

$$n_I = y - 1. \quad (24)$$

По второму закону Кирхгофа составляется недостающее число уравнений, равное числу независимых контуров или ветвей без источников тока  $(v - v_j)$  за вычетом числа уравнений, составленных по первому закону:

$$n_{II} = v - v_j - n_I = v - v_j - (y - 1). \quad (25)$$

При составлении уравнений по второму закону независимые контуры выбираются так, чтобы в каждый из них входила новая ветвь, исключая ветви с источниками тока.

В любой электрической цепи должен соблюдаться энергетический баланс — баланс мощностей: алгебраическая сумма мощностей всех источников энергии равна арифметической сумме мощностей всех приемников энергии:

$$\pm \sum_{k=1}^n E_k \cdot I_k \pm \sum_{k=1}^n U_{jk} \cdot J_k = \sum_{k=1}^n R_k \cdot I_k^2. \quad (26)$$

Мощность источника ЭДС положительна, если ток в ветви с источником совпадает по направлению с ЭДС. Такой источник отдает энергию в цепь, работает в режиме генератора.

Мощность источника ЭДС отрицательна, если ток в ветви с источником направлен противоположно ЭДС. В этом случае источник работает в режиме приемника, потребляет энергию.

При определении мощности источника тока напряжение  $U_j$  берется как разность потенциалов между узлом, к которому подходит ток источника  $J$ , и узлом, от которого он отходит.

### Пример выполнения задания

Для линейной электрической цепи (рис. 13) составьте уравнения по законам Кирхгофа и определите токи в ветвях. Значения параметров электрической цепи:  $E_1 = 15$  В,  $E_4 = 25$  В,  $J = 2$  А,  $R_1 = 15$  Ом,  $R_2 = 25$  Ом,  $R_3 = 60$  Ом,  $R_4 = 50$  Ом,  $R_5 = 70$  Ом.

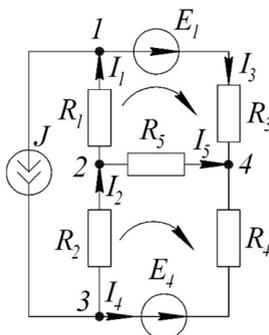


Рис. 13. Конфигурация расчетной электрической цепи

*Решение.* Произвольно выбираем направление токов в ветвях и направление обхода контуров, обозначив эти направления на схеме стрелками. В схеме шесть ветвей. Необходимо составить систему из  $6 - 1 = 5$  уравнений, так как одна ветвь содержит источник тока и значение тока в ней задано.

В нашей электрической цепи 4 узла, поэтому составляем 3 уравнения по первому закону Кирхгофа. Токи ветвей, подходящие к узлу, берутся со знаком «+», а отходящие от узла – со знаком «-»:

– для узла 1:

$$I_1 - I_3 - J = 0;$$

– для узла 2:

$$I_2 - I_1 - I_5 = 0; \quad (27)$$

– для узла 3:

$$J - I_2 - I_4 = 0.$$

Недостающие два уравнения записываем по второму закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 - R_5 \cdot I_5 &= E_1; \\ R_2 \cdot I_2 + R_5 \cdot I_5 - R_4 \cdot I_4 &= -E_4. \end{aligned} \quad (28)$$

Запишем уравнения (27), (28) в виде, удобном для их записи в матричной форме:

$$\begin{cases} I_1 - I_3 = J, \\ -I_1 + I_2 - I_5 = 0, \\ -I_2 - I_4 = -J, \\ I_1 R_1 + I_3 R_3 - I_5 R_5 = E_1, \\ I_2 R_2 - I_4 R_4 + I_5 R_5 = -E_4. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 - 1 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 = J, \\ -1 \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 - 1 \cdot I_5 = 0, \\ 0 \cdot I_1 - 1 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 - 1 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 = -J, \\ R_1 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 - R_5 \cdot I_5 = E_1, \\ 0 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 - R_4 \cdot I_4 + R_5 \cdot I_5 = -E_4. \end{cases} \quad (29)$$

Приведем пример решения системы уравнений (29), составленной по законам Кирхгофа, матричным способом с помощью математического пакета Mathcad (рис. 14).

Дано  $E1 := 15$     $E4 := 25$     $J := 2$   
 $R1 := 15$     $R2 := 25$     $R3 := 60$     $R4 := 50$     $R5 := 70$

Зададим матрицу системы R и матрицу-столбец E правой части

$$R := \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ R1 & 0 & R3 & 0 & -R5 \\ 0 & R2 & 0 & -R4 & R5 \end{pmatrix} \quad E := \begin{pmatrix} J \\ 0 \\ -J \\ E1 \\ -E4 \end{pmatrix}$$

Рис. 14. Скрин-лист окна математического пакета Mathcad

Далее с помощью двух известных матриц определяем искомые токи ветвей в расчетной электрической цепи (рис. 15).

Найдем решение системы по формуле  $I := R^{-1} \cdot E$

$$\begin{pmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \\ I4 \\ I5 \end{pmatrix} := R^{-1} \cdot E \quad R^{-1} \cdot E = \begin{pmatrix} 1.54 \\ 1.26 \\ -0.46 \\ 0.74 \\ -0.279 \end{pmatrix}$$

Искомые токи  $I1 = 1.54$     $I2 = 1.26$     $I3 = -0.46$     $I4 = 0.74$     $I5 = -0.279$

Рис. 15. Скрин-лист окна Mathcad: решение системы уравнений, составленных матричным способом

Решить систему уравнений (29) в математическом пакете Mathcad можно с помощью встроенных функций **Given – Find**.

Команда **Given** – это служебное слово. Оно подключает определенные программные модули Mathcad для расчета системы уравнений численными методами. Перед командой **Given** указывается начальное приближение для искомых переменных. Начальное приближение можно принять за ноль.

Далее заносится система уравнений. В каждом уравнении указывается логический символ «равно», который находится в панели «Булева алгебра». Вид окна математического пакета Mathcad показан на рис. 16.

```

I1 := 0      I2 := 0      I3 := 0      I4 := 0      I5 := 0
Given
  I1 - I3 = J
  -I1 + I2 - I5 = 0
  -I2 - I4 = -J
  I1·R1 + I3·R3 - I5·R5 = E1
  I2·R2 - I4·R4 + I5·R5 = -E4

Find(I1, I2, I3, I4, I5) =  $\begin{pmatrix} 1.54 \\ 1.26 \\ -0.46 \\ 0.74 \\ -0.279 \end{pmatrix}$ 

```

Рис. 16. Скрин-лист окна Mathcad: решение системы уравнений с помощью встроенных функций Given – Find

Искомые токи ветвей, найденные двумя способами, совпали и составляют:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= 1,54 \text{ A}; & I_4 &= 0,74 \text{ A}; \\
 I_2 &= 1,26 \text{ A}; & I_5 &= -0,279 \text{ A}. \\
 I_3 &= -0,46 \text{ A}; & &
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

Для проверки правильности решения составим уравнение баланса мощностей:

$$\begin{aligned}
 P_{\text{ист}} &= P_{\text{потр}}, \\
 &\text{или} \\
 E_1 \cdot I_3 + E_4 \cdot I_4 + U_{31} \cdot J &= R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_5 \cdot I_5^2.
 \end{aligned}
 \tag{31}$$

В уравнении баланса мощностей не определена одна электрическая величина: напряжение на источнике тока  $J$ . Это напряжение определяется на основании второго закона Кирхгофа:

$$U_{31} = U_J = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 = 15 \cdot 1,54 + 25 \cdot 1,26 = 54,6 \text{ В.} \quad (32)$$

Подставим числовые значения, получим:

– мощность источников электрической энергии:

$$\begin{aligned} P_{\text{ист}} &= E_1 \cdot I_3 + E_4 \cdot I_4 + U_{31} \cdot J = \\ &= 15 \cdot (-0,46) + 25 \cdot 0,74 + 54,6 \cdot 2 = 120,79 \text{ Вт;} \end{aligned} \quad (33)$$

– мощность потребителей электрической энергии:

$$\begin{aligned} P_{\text{потр}} &= R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_4 \cdot I_5^2 = \\ &= 15 \cdot 1,54^2 + 25 \cdot 1,26^2 + 60 \cdot (-0,46)^2 + 50 \cdot 0,74^2 + \\ &\quad + 70 \cdot (-0,279)^2 = 120,79 \text{ Вт.} \end{aligned} \quad (34)$$

Соберем компьютерную модель расчетной электрической цепи в программе Electronics Workbench (рис. 17). Видно, что показания виртуальных измерительных приборов совпадают с результатами расчетов.

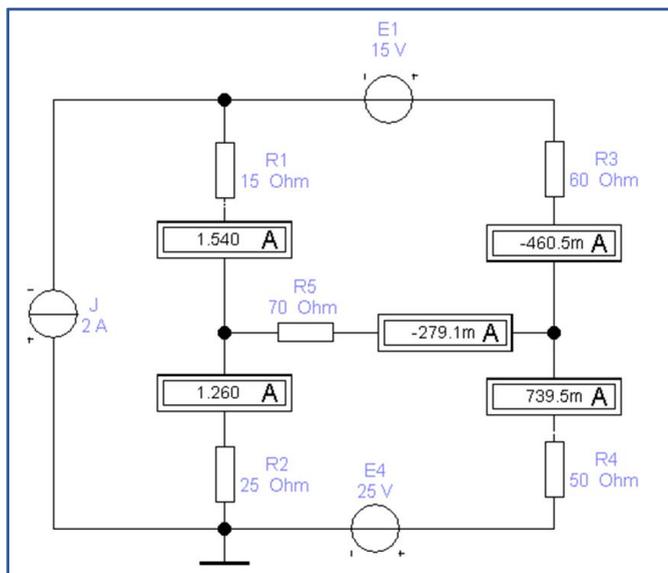


Рис. 17. Компьютерная модель расчетной электрической цепи

### Задачи для самостоятельной работы

**Задача 1.** В заданной электрической цепи (рис. 18) известно, что  $I_1 = 4$  А,  $I_2 = 1$  А,  $I_4 = 2$  А. Определите  $J$ ,  $I$ ,  $I_3$ .

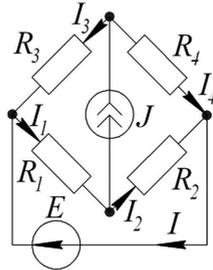


Рис. 18. Расчетная электрическая цепь к задаче 1

**Задача 2.** В заданной электрической цепи (рис. 19) известны параметры:  $R_1 = R_2 = R_3 = 2$  Ом,  $R_4 = R_5 = 5$  Ом,  $E_1 = 50$  В,  $E_4 = 100$  В,  $J = 2$  А. Определите токи в ветвях по законам Кирхгофа. Составьте баланс мощностей.

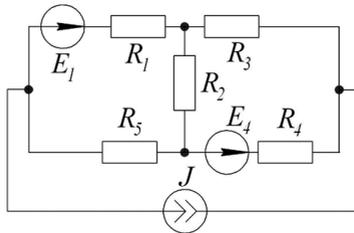
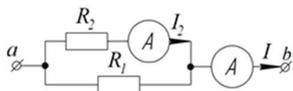


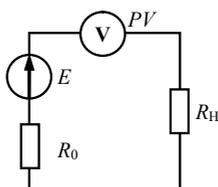
Рис. 19. Расчетная электрическая цепь к задаче 2

## Тесты для самоконтроля

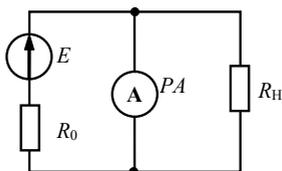
1. В электрической цепи известно, что  $R_1 = 3 \text{ Ом}$ . Показания амперметров равны:  $I = 25 \text{ А}$ ,  $I_2 = 5 \text{ А}$ . Определите сопротивление резистора  $R_2$ .



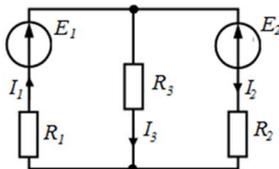
2. В электрической цепи известно, что  $R_H = 12 \text{ Ом}$ ,  $R_0 = 3 \text{ Ом}$ ,  $E = 45 \text{ В}$ . Определите показания вольтметра  $PV$ . Укажите режим работы электрической цепи.



3. В электрической цепи известно, что  $R_H = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_0 = 2 \text{ Ом}$ ,  $E = 30 \text{ В}$ . Определите показания амперметра  $PA$ . Укажите режим работы электрической цепи.



4. В электрической цепи указано истинное направление токов в ветвях. Укажите режимы работы источников ЭДС.



## Практическое занятие 3

### Метод наложения

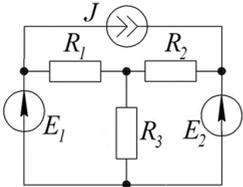
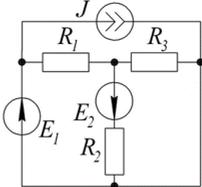
**Цель занятия:** получить навыки применения метода наложения для расчета электрических цепей постоянного тока.

Для успешной работы на практическом занятии необходимо:

- знание принципа наложения электрических цепей [2–5];
- знание закона Ома на пассивном участке электрической цепи [2–5];
- умение преобразовывать сложную электрическую цепь [1–5; 9];
- умение выполнять компьютерное моделирование электрической цепи [5; 7].

#### Задание

1. В заданной цепи определите токи ветвей методом наложения.
2. Выполните компьютерное моделирование в программе Electronics Workbench и сравните полученные значения токов с расчетными.

Задача	
<p><b>Вариант 1</b></p> <p>Дано: <math>E_1 = 30 \text{ В}</math>, <math>E_2 = 50 \text{ В}</math>, <math>J = 2 \text{ А}</math>,  <math>R_1 = 4 \text{ Ом}</math>, <math>R_2 = 3 \text{ Ом}</math>, <math>R_3 = 1 \text{ Ом}</math>.</p> 	<p><b>Вариант 2</b></p> <p>Дано: <math>E_1 = 30 \text{ В}</math>, <math>E_2 = 50 \text{ В}</math>, <math>J = 2 \text{ А}</math>,  <math>R_1 = 4 \text{ Ом}</math>, <math>R_2 = 3 \text{ Ом}</math>, <math>R_3 = 1 \text{ Ом}</math>.</p> 

#### Методические рекомендации по выполнению задания

При расчете цепей по методу наложения поступают следующим образом: поочередно рассчитывают токи, возникающие от действия каждого источника электрической энергии, мысленно удаляя остальные из схемы, но оставляя в схеме внутренние сопротивления источников, и затем находят токи в ветвях путем алгебраического сложения частичных токов [10].

### Пример выполнения задания

Для изображенной электрической цепи (рис. 20) определите токи ветвей методом наложения. Значения параметров электрической цепи:  $E_1 = 20$  В,  $E_2 = 15$  В,  $R_1 = 7$  Ом,  $R_2 = 3$  Ом,  $J = 1$  А.

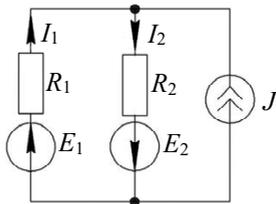


Рис. 20. Конфигурация расчетной электрической цепи

*Решение.* В расчетной электрической цепи присутствуют три источника энергии. Для применения принципа наложения необходимо рассмотреть три электрические цепи, в каждой из которых действует по одному источнику энергии (рис. 21).

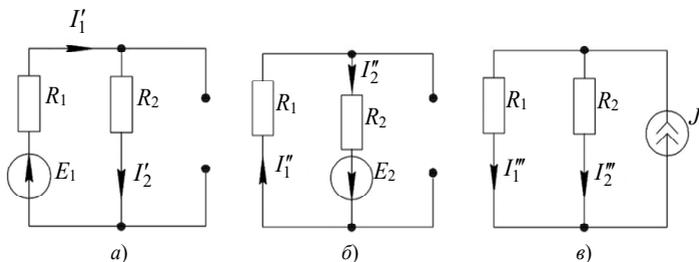


Рис. 21. Расчетные электрические цепи

В первой расчетной электрической цепи (рис. 21, а) действует один источник энергии – источник ЭДС  $E_1$ . Рассчитаем частичные токи в ветвях электрической цепи, обусловленные этим источником. Для этого применим закон Ома, тогда величины токов ветвей

$$I_1' = I_2' = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = \frac{20}{7 + 3} = 2 \text{ А.} \quad (35)$$

Во второй расчетной электрической цепи (рис. 21, б) также действует только один источник ЭДС  $E_1$ . Определим частичные токи в ветвях электрической цепи по закону Ома:

$$I_1'' = I_2'' = \frac{E_2}{R_1 + R_2} = \frac{15}{7 + 3} = 1,5 \text{ A.} \quad (36)$$

В третьей расчетной электрической цепи остается один источник тока  $J$ . Значения частичных токов ветвей также находим по закону Ома:

$$I_1''' = \frac{U_J}{R_1} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot J}{R_1 + R_2} = \frac{R_2 \cdot J}{R_1 + R_2} = \frac{3 \cdot 1}{7 + 3} = 0,3 \text{ A;} \quad (37)$$

$$I_2''' = \frac{U_J}{R_2} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot J}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 \cdot J}{R_1 + R_2} = \frac{7 \cdot 1}{7 + 3} = 0,7 \text{ A.}$$

Результирующие токи в ветвях заданной электрической цепи (рис. 20) найдем как алгебраическую сумму соответствующих частичных токов в трех расчетных цепях:

$$I_1 = I_1' + I_1'' - I_1''' = 2 + 1,5 - 0,3 = 3,2 \text{ A;} \quad (38)$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' + I_2''' = 2 + 1,5 + 0,7 = 4,2 \text{ A.}$$

Соберем компьютерную модель расчетной электрической цепи в программе Electronics Workbench (рис. 22). Видно, что показания виртуальных измерительных приборов совпадают с результатами расчетов.

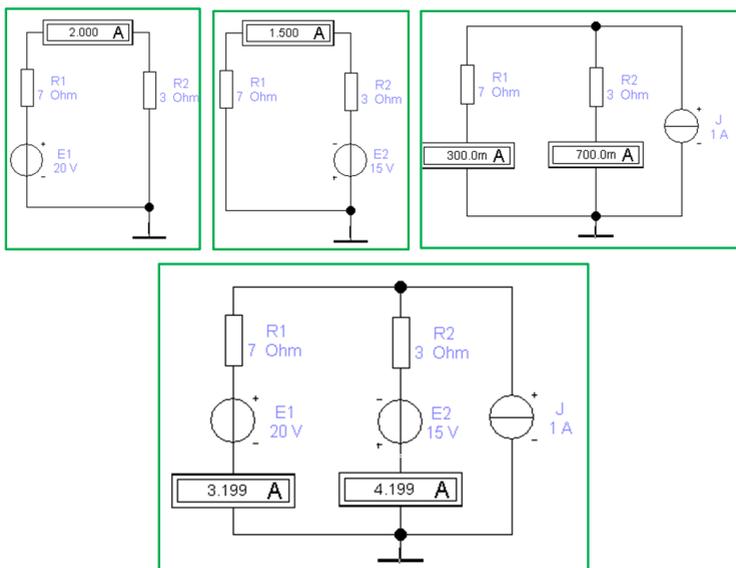


Рис. 22. Компьютерная модель расчетной электрической цепи

### Задачи для самостоятельной работы

**Задача 1.** В заданной электрической цепи (рис. 23) известны ее параметры:  $R_1 = R_4 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 1 \text{ Ом}$ ,  $E = 100 \text{ В}$ ,  $J = 2 \text{ А}$ . Определите токи в ветвях методом наложения.

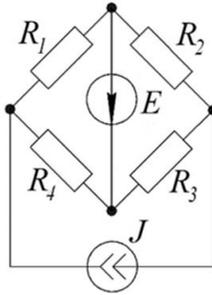


Рис. 23. Расчетная электрическая цепь к задаче 1

**Задача 2.** В заданной электрической цепи (рис. 24) известны ее параметры:  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 2 \text{ Ом}$ ,  $E = 100 \text{ В}$ ,  $J = 2 \text{ А}$ . Определите токи в ветвях методом наложения.

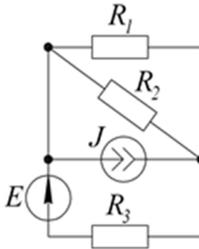
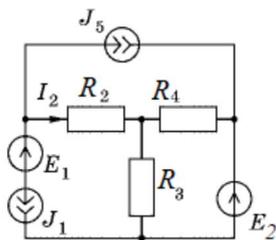


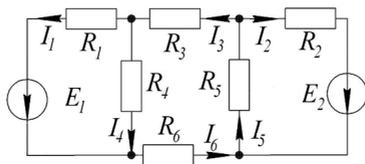
Рис. 24. Расчетная электрическая цепь к задаче 2

### Тесты для самоконтроля

1. Как изменится ток  $I_2$ , если ток источника  $J_5$  возрастет вдвое? Значения параметров цепи:  $R_2 = R_3 = R_4 = 1 \text{ Ом}$ ,  $E_1 = E_2 = 1 \text{ В}$ ,  $J_1 = J_5 = 1 \text{ А}$ .



2. Определите частичный ток  $I_1$  от действия источника  $E_1$ , если заданы параметры цепи:  $R_1 = 50 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 40 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 100 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 40 \text{ Ом}$ ,  $E_1 = 25 \text{ В}$ ,  $E_2 = 30 \text{ В}$ .



## Практическое занятие 4

### Закон Ома для активного участка цепи. Метод узловых потенциалов. Метод двух узлов

**Цель занятия:** научиться применять метод узловых потенциалов (МУП) для расчета сложных электрических цепей постоянного тока.

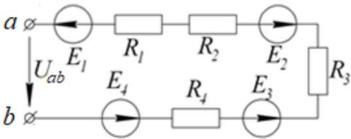
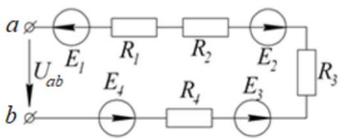
Для успешной работы на практическом занятии необходимо:

- знание алгоритма расчета электрических цепей методом узловых потенциалов [2–5];
- знание обобщенного закона Ома для участка электрической цепи [2–5];
- умение применять метод узловых потенциалов для расчета сложных электрических цепей [1–5; 9];
- умение выполнять компьютерное моделирование электрической цепи [5; 7].

#### Задание

Для указанной линейной электрической цепи по вариантам:

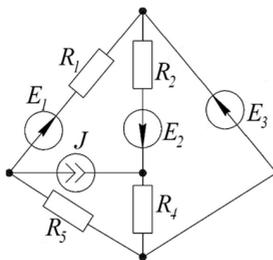
1. Определите ток в цепи по закону Ома (задача 1).
2. Составьте уравнения для расчета цепи методом узловых потенциалов, определите токи в ветвях (задача 2).
3. Правильность расчета проверьте с помощью уравнения баланса мощностей.
4. Определите токи в ветвях методом двух узлов (задача 3).

Задача 1	
<p><b>Вариант 1</b></p> <p>Дано: <math>U_{ab} = 30 \text{ В}</math>, <math>R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}</math>,  <math>R_3 = R_4 = 5 \text{ Ом}</math>, <math>E_1 = 40 \text{ В}</math>, <math>E_2 = 20 \text{ В}</math>,  <math>E_3 = 10 \text{ В}</math>, <math>E_4 = 60 \text{ В}</math>.</p> 	<p><b>Вариант 2</b></p> <p>Дано: <math>U_{ab} = 80 \text{ В}</math>, <math>R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}</math>,  <math>R_3 = R_4 = 5 \text{ Ом}</math>, <math>E_1 = 30 \text{ В}</math>, <math>E_2 = 40 \text{ В}</math>,  <math>E_3 = 10 \text{ В}</math>, <math>E_4 = 20 \text{ В}</math>.</p> 

## Задача 2

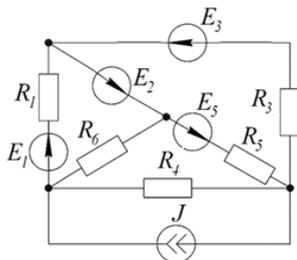
### Вариант 1

Дано:  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 5 \text{ Ом}$ ,  
 $R_4 = R_5 = 4 \text{ Ом}$ ,  $E_1 = 100 \text{ В}$ ,  $E_2 = 80 \text{ В}$ ,  
 $E_3 = 60 \text{ В}$ ,  $J = 2 \text{ А}$ .



### Вариант 2

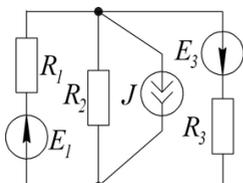
Дано:  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 2 \text{ Ом}$ ,  
 $R_4 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 1 \text{ Ом}$ ,  
 $E_1 = 8 \text{ В}$ ,  $E_2 = 10 \text{ В}$ ,  $E_3 = 6 \text{ В}$ ,  
 $E_5 = 7 \text{ В}$ ,  $J = 2 \text{ А}$ .



## Задача 3

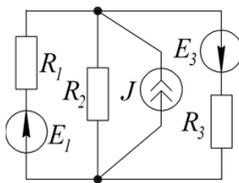
### Вариант 1

Дано:  $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ,  
 $E_1 = 40 \text{ В}$ ,  $E_3 = 20 \text{ В}$ ,  $J = 3 \text{ А}$ .



### Вариант 2

Дано:  $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ,  
 $E_1 = 40 \text{ В}$ ,  $E_3 = 20 \text{ В}$ ,  $J = 3 \text{ А}$ .



### Методические рекомендации по выполнению задания

Закон Ома для активного участка цепи между точками  $a$  и  $b$  имеет вид:

$$I = \frac{\pm U_{ab} \pm \sum E}{\sum R}. \quad (39)$$

На основании второго закона Кирхгофа напряжение участка цепи и ЭДС берутся со знаком «+», если их направление совпадает с направлением тока, и со знаком «-», если они направлены противоположно току.

Метод расчета электрических цепей, в котором за неизвестные принимают потенциалы узлов электрической цепи, называют мето-



$$I = \frac{\pm U_{ab} \pm \sum E}{\sum R} = \frac{U_{ab} + E_1 - E_2 + E_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}. \quad (41)$$

Преобразуем выражение (38) и получим выражение для напряжения  $U_{ab}$ :

$$\begin{aligned} U_{ab} &= -E_1 + E_2 - E_3 + (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) \cdot I = \\ &= -30 + 10 - 18 + (10 + 10 + 5 + 5) \cdot 2 = 22 \text{ В}. \end{aligned} \quad (42)$$

**Пример 2.** Для изображенной электрической цепи (рис. 26) определите токи ветвей методом узловых потенциалов. Значения параметров электрической цепи:  $E_1 = 100 \text{ В}$ ,  $E_2 = 150 \text{ В}$ ,  $E_3 = 28 \text{ В}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 8 \text{ Ом}$ ,  $J = 2 \text{ А}$ .

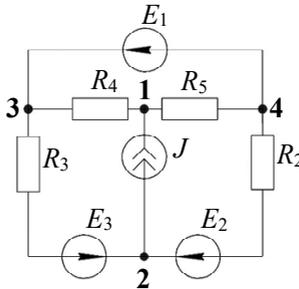


Рис. 26. Конфигурация расчетной электрической цепи

*Решение.* Определяем необходимое количество уравнений в системе. В электрической цепи 4 узла, 6 ветвей, одна из которых с источником тока. Поскольку число уравнений, составленных по методу узловых потенциалов, совпадает с количеством уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа:

$$n_l = y - 1 = 4 - 1 = 3. \quad (43)$$

Принимаем за ноль потенциал четвертой узловой точки, то есть  $\varphi_4 = 0 \text{ В}$ . Тогда потенциал третьей узловой точки  $\varphi_3 = E_1 = 100 \text{ В}$ , так как сопротивление этой ветви равно нулю. Таким образом, необходимо найти потенциалы только двух узловых точек. Записываем систему уравнений по методу узловых потенциалов:

$$\begin{cases} g_{11} \cdot \varphi_1 - g_{12} \cdot \varphi_2 - g_{13} \cdot \varphi_3 = I_{11}, \\ -g_{21} \cdot \varphi_1 + g_{22} \cdot \varphi_2 - g_{23} \cdot \varphi_3 = I_{22}, \\ \varphi_3 = E_1 = 100 \text{ В}. \end{cases} \quad (44)$$

Распишем проводимости и узловые токи по методу узловых потенциалов, тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right) \cdot \varphi_1 - \frac{1}{R_4} \cdot \varphi_3 = J, \\ \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \cdot \varphi_2 - \frac{1}{R_3} \cdot \varphi_3 = \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} - J. \end{cases} \quad (45)$$

Переносим в правую часть уравнений слагаемые с известным потенциалом третьей узловой точки. Учтем, что проводимость ветви между первой и второй узловыми точками равна нулю, что является условием идеального источника тока:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right) \cdot \varphi_1 = J + \frac{1}{R_4} \cdot E_1, \\ \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2}\right) \cdot \varphi_2 = \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} - J + \frac{1}{R_3} \cdot E_1. \end{cases} \quad (46)$$

Подставим в систему уравнений параметры цепи и получим систему с числовыми значениями:

$$\begin{cases} 0,292 \cdot \varphi_1 = 2 + 16,67, \\ 0,75 \cdot \varphi_2 = 75 + 7 - 2 + 25. \end{cases} \quad (47)$$

Решая систему уравнений, найдем значения потенциалов узловых точек:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 64 \text{ В}, & \varphi_3 &= 100 \text{ В}, \\ \varphi_2 &= 140 \text{ В}, & \varphi_4 &= 0 \text{ В}. \end{aligned} \quad (48)$$

Произвольно зададимся направлениями токов в ветвях в исходной электрической цепи (рис. 27).

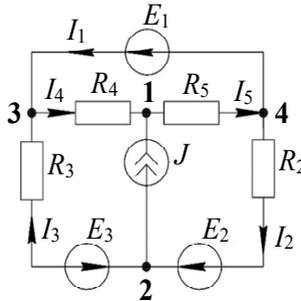


Рис. 27. Расчетная электрическая цепь по МУП

Используем обобщенный закон Ома и выразим токи в ветвях через потенциалы известных значений узловых точек:

$$\left\{ \begin{aligned} I_2 &= \frac{\varphi_4 - \varphi_2 + E_2}{R_2} = \frac{0 - 140 + 150}{2} = 5 \text{ А}, \\ I_3 &= \frac{\varphi_2 - \varphi_3 - E_3}{R_3} = \frac{140 - 100 - 28}{4} = 3 \text{ А}, \\ I_4 &= \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{R_4} = \frac{100 - 64}{6} = 6 \text{ А}, \\ I_5 &= \frac{\varphi_1 - \varphi_4}{R_5} = \frac{64 - 0}{8} = 8 \text{ А}. \end{aligned} \right. \quad (49)$$

Ток первой ветви можно определить только по первому закону Кирхгофа, примененному или к узловой точке 3, или к узловой точке 4:

$$I_1 = I_4 - I_3 = 6 - 3 = 3 \text{ А}. \quad (50)$$

Для проверки правильности решения составим уравнение баланса мощностей. В электрической цепи потребляется мощность:

$$\begin{aligned} P_{\text{потр}} &= R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_5 \cdot I_5^2 = \\ &= 2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 3^2 + 6 \cdot 6^2 + 8 \cdot 8^2 = 814 \text{ Вт}. \end{aligned} \quad (51)$$

Источники электрической энергии доставляют мощность:

$$\begin{aligned} P_{\text{ист}} &= E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 - E_3 \cdot I_3 + U_{ab} \cdot J = \\ &= 100 \cdot 3 + 150 \cdot 5 - 28 \cdot 3 + (64 - 140) \cdot 2 = 814 \text{ Вт}. \end{aligned} \quad (52)$$

Таким образом, в электрической цепи соблюдается баланс мощности:

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{потр}}.$$

**Пример 3.** Для изображенной электрической цепи (рис. 28) определите токи ветвей методом двух узлов и сделайте проверку баланса мощности. Значения параметров электрической цепи:  $E_1 = 20 \text{ В}$ ,  $E_3 = 30 \text{ В}$ ,  $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ,  $J = 2 \text{ А}$ .

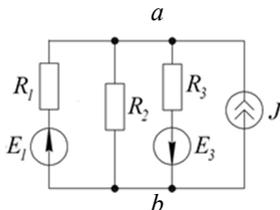


Рис. 28. Конфигурация расчетной электрической цепи

*Решение.* Найдем напряжение между двумя узлами  $a$  и  $b$ :

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \frac{\pm \sum E_k g_k \pm \sum J_k}{\sum g_k}. \quad (53)$$

В выражение подставим числовые значения:

$$U_{ab} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_3}{R_3} + J}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{20}{10} - \frac{30}{20} + 2}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20}} = 10 \text{ В}. \quad (54)$$

Определим токи ветвей по обобщенному закону Ома, но перед этим обозначим их и выберем произвольно для них положительные направления в ветвях (рис. 29).

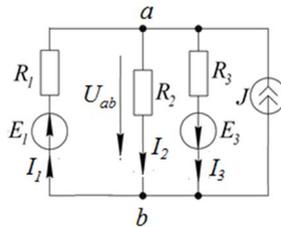


Рис. 29. Расчетная электрическая цепь

Таким образом, выражения токов ветвей будут иметь вид:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{-U_{ab} + E_1}{R_1} = \frac{-10 + 20}{10} = 1 \text{ А}; \\ I_2 &= \frac{U_{ab}}{R_2} = \frac{10}{10} = 1 \text{ А}; \\ I_3 &= \frac{U_{ab} + E_3}{R_3} = \frac{10 + 30}{20} = 2 \text{ А}. \end{aligned} \quad (55)$$

Сделаем проверку решения — составим уравнение баланса мощности.

В электрической цепи потребляется мощность:

$$P_{\text{потр}} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 = 10 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1^2 + 20 \cdot 2^2 = 100 \text{ Вт}. \quad (56)$$

Источники энергии доставляют мощность:

$$P_{\text{ист}} = E_1 \cdot I_1 + E_3 \cdot I_3 + U_{ab} \cdot J = 20 \cdot 1 + 30 \cdot 2 + 2 \cdot 10 = 100 \text{ Вт}. \quad (57)$$

Таким образом, в электрической цепи соблюдается баланс мощности:

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{потр}}.$$

### Задачи для самостоятельной работы

**Задача 1.** В заданной электрической цепи (рис. 30) определите напряжение  $U_{ab}$ , если  $E_1 = 10$  В,  $E_2 = 5$  В,  $I_1 = 5$  А,  $I_2 = 2$  А,  $R_1 = 1$  Ом,  $R_2 = 3$  Ом.

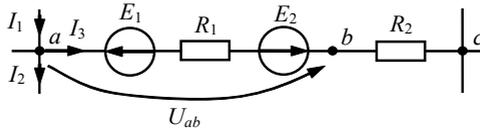


Рис. 30. Расчетная электрическая цепь к задаче 1

**Задача 2.** В заданной электрической цепи (рис. 31) определите токи в ветвях методом узловых потенциалов, если  $g_1 = 0,1$  См,  $g_2 = 0,2$  См,  $g_3 = 0,08$  См,  $g_4 = 0,1$  См,  $g_5 = 0,25$  См,  $E_1 = 8$  В,  $E_2 = 10$  В,  $E_3 = 12$  В.

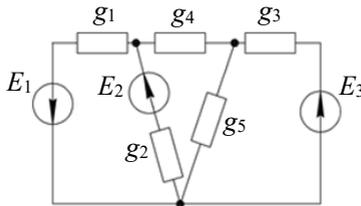


Рис. 31. Конфигурация расчетной электрической цепи к задаче 2

**Задача 3.** В заданной электрической цепи (рис. 32), известны параметры:  $R_1 = 2$  Ом,  $R_2 = 10$  Ом,  $R_3 = 5$  Ом,  $E_1 = 12$  В,  $E_2 = 20$  В,  $E_3 = 20$  В. Определите токи в ветвях методом двух узлов.

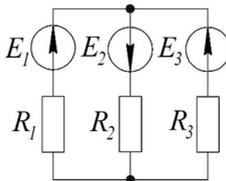
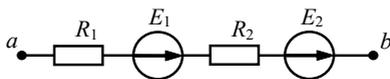


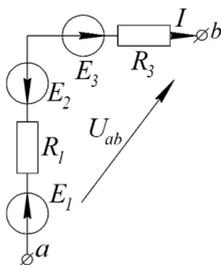
Рис. 32. Конфигурация расчетной электрической цепи к задаче 3

### Тесты для самоконтроля

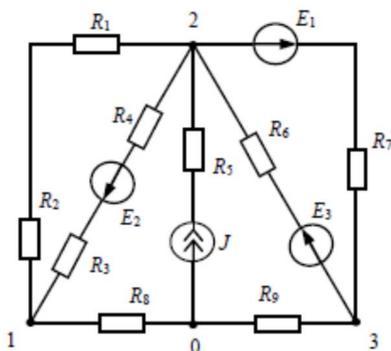
1. В электрической цепи заданы параметры:  $R_1 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ,  $E_1 = 15 \text{ В}$ ,  $E_2 = 25 \text{ В}$ . А также известны потенциалы узловых точек:  $\varphi_a = -10 \text{ В}$ ,  $\varphi_b = 25 \text{ В}$ . Определите ток в электрической цепи.



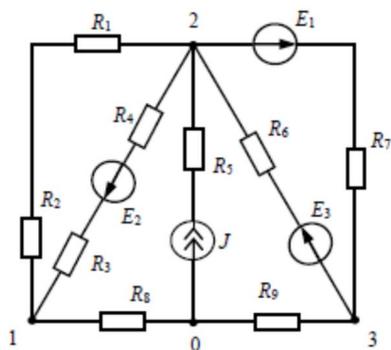
2. В электрической цепи заданы параметры:  $R_1 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 4 \text{ Ом}$ ,  $E_1 = 10 \text{ В}$ ,  $E_2 = 40 \text{ В}$ ,  $E_3 = 12 \text{ В}$ . Ток в электрической цепи  $I = 1 \text{ А}$ . Определите напряжение  $U_{ab}$ .



3. Определите узловой ток  $I_{11}$ , если заданы параметры электрической цепи:  $R_1 = 25 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 50 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 40 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 60 \text{ Ом}$ ,  $R_7 = 15 \text{ Ом}$ ,  $R_8 = 45 \text{ Ом}$ ,  $R_9 = 45 \text{ Ом}$ ,  $E_1 = 85 \text{ В}$ ,  $E_2 = 80 \text{ В}$ ,  $E_3 = 55 \text{ В}$ ,  $J = 1 \text{ А}$ .



4. Определите  $g_{33}$ , если  $R_1 = 25 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 50 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 40 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 50 \text{ Ом}$ ,  $R_7 = 100 \text{ Ом}$ ,  $R_8 = 45 \text{ Ом}$ ,  $R_9 = 25 \text{ Ом}$ ,  $E_1 = 45 \text{ В}$ ,  $E_2 = 40 \text{ В}$ ,  $E_3 = 60 \text{ В}$ ,  $J = 1,5 \text{ А}$ . Ответ запишите в МСм.



## Практическое занятие 5 Метод контурных токов

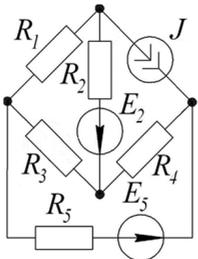
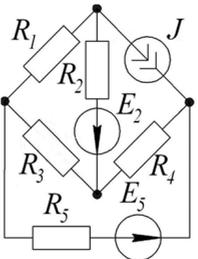
**Цель занятия:** научиться применять метод контурных токов (МКТ) для расчета линейных электрических цепей постоянного тока.

Для успешной работы на практическом занятии необходимо:

- знание второго закона Кирхгофа для электрических цепей [2–5];
- знание алгоритма расчета электрических цепей методом контурных токов (МКТ) [2–5];
- умение применять метод контурных токов для расчета сложных электрических цепей [1–5; 9];
- умение выполнять компьютерное моделирование сложной электрической цепи [5; 7].

### Задание

1. Составьте систему уравнений методом контурных токов для заданной электрической цепи.
2. Рассчитайте неизвестные токи заданной цепи в математическом пакете Mathcad.
3. Проверьте правильность расчета с помощью уравнения баланса мощностей.
4. Выполните компьютерное моделирование в программе Electronics Workbench и сравните полученные значения токов с расчетными.

Задача	
<p><b>Вариант 1</b></p> <p>Дано: <math>R_1 = R_2 = 5 \text{ Ом}</math>,  <math>R_3 = R_4 = R_5 = 1 \text{ Ом}</math>, <math>E_2 = 30 \text{ В}</math>,  <math>E_3 = 20 \text{ В}</math>, <math>J = 5 \text{ А}</math>.</p> 	<p><b>Вариант 2</b></p> <p>Дано: <math>R_1 = R_2 = 5 \text{ Ом}</math>,  <math>R_3 = R_4 = R_5 = 1 \text{ Ом}</math>, <math>E_2 = 30 \text{ В}</math>,  <math>E_3 = 20 \text{ В}</math>, <math>J = 5 \text{ А}</math>.</p> 



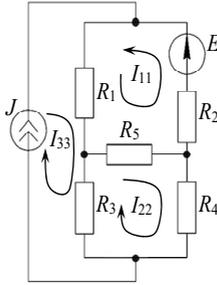


Рис. 33. Расчетная электрическая цепь

*Решение.* Определяем необходимое количество уравнений в системе. В электрической цепи 4 узла, 6 ветвей, одна из которых с источником тока. Поскольку число уравнений, составленных по методу контурных токов, совпадает с количеством уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа, то находим их число:

$$n_{II} = v - (y - 1) - v_j = 6 - (4 - 1) - 1 = 2.$$

Выбираем зависимые контуры и произвольно задаемся в них положительными направлениями контурных токов. В методе контурных токов положительный обход контура совпадает с направлением контурного тока. Итак, задано направление контурных токов  $I_{11}$ ,  $I_{22}$  и  $I_{33}$ . Причем первые два тока неизвестны, а третий ток уже известен и совпадает со значением источника тока. Ток источника тока замкнули по ветвям с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_3$ .

Запишем систему уравнений для двух неизвестных контурных токов:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_5) \cdot I_{11} + R_5 \cdot I_{22} + R_1 \cdot I_{33} = E, \\ R_5 \cdot I_{11} + (R_3 + R_4 + R_5) \cdot I_{22} - R_3 \cdot I_{33} = 0, \\ I_{33} = J. \end{cases} \quad (59)$$

Переносим в правую часть уравнений слагаемые с источником тока. Эти члены уравнений уже известны и относятся к значениям контурных ЭДС, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_5) \cdot I_{11} + R_5 \cdot I_{22} = E - R_1 J, \\ R_5 \cdot I_{11} + (R_3 + R_4 + R_5) \cdot I_{22} = R_3 J. \end{cases} \quad (60)$$

Приведем пример решения системы уравнений (60) матричным способом с помощью математического пакета Mathcad (рис. 34).

Дано

$$E1 := 60 \quad J := 50 \quad R1 := 5 \quad R2 := 4 \quad R3 := 16 \quad R4 := 2 \quad R5 := 8$$

$$\underline{R} := \begin{pmatrix} R1 + R2 + R5 & R5 \\ R5 & R3 + R4 + R5 \end{pmatrix} \quad E := \begin{pmatrix} E1 - J \cdot R1 \\ J \cdot R3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \end{pmatrix} := R^{-1} \cdot E$$

$$I_{11} = -30 \quad I_{22} = 40$$

Рис. 34. Скрин-лист окна математического пакета Mathcad

Итак, неизвестные контурные токи равны:

$$\begin{aligned} I_{11} &= -30 \text{ A;} \\ I_{22} &= 40 \text{ A.} \end{aligned} \quad (61)$$

Далее перейдем к нахождению токов, протекающих в ветвях. Для этого произвольно зададимся направлениями этих токов (рис. 35).

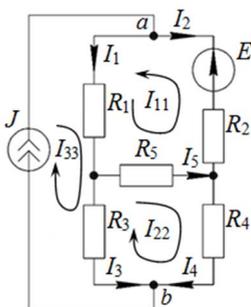


Рис. 35. Расчетная электрическая цепь

Тогда токи ветвей находим суперпозицией или сложением контурных токов. Сравниваем направление тока ветви и протекающих в этой же ветви контурных токов. Получим выражения для определения токов в ветвях:

$$\begin{cases} I_1 = I_{11} + I_{33} = I_{11} + J = -30 + 50 = 20 \text{ A,} \\ I_2 = -I_{11} = 30 \text{ A,} \\ I_3 = I_{33} - I_{22} = J - I_{22} = 50 - 40 = 10 \text{ A,} \\ I_4 = I_{22} = 40 \text{ A,} \\ I_5 = I_{11} + I_{22} = -30 + 40 = 10 \text{ A.} \end{cases} \quad (62)$$

Для проверки правильности решения составим уравнение баланса мощностей. В электрической цепи потребляется мощность:

$$P_{\text{потр}} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_5 \cdot I_5^2 =$$

$$= 5 \cdot 20^2 + 4 \cdot 30^2 + 16 \cdot 10^2 + 2 \cdot 40^2 + 8 \cdot 10^2 = 11\,200 = 11,2 \text{ кВт.} \quad (63)$$

Источники энергии доставляют мощность:

$$P_{\text{ист}} = -EI_2 + U_{ab}J = -60 \cdot 30 + 50 \cdot 260 = 11\,200 = 11,2 \text{ кВт.} \quad (64)$$

В выражении мощности источников (64) не была определена одна электрическая величина: напряжение на источнике тока  $U_{ab}$ . Определим ее на основании второго закона Кирхгофа:

$$U_{ab} = I_3 R_3 + I_1 R_1 = 10 \cdot 16 + 20 \cdot 5 = 260 \text{ В.} \quad (65)$$

Таким образом, в электрической цепи соблюдается баланс мощностей:

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{потр}}.$$

Соберем компьютерную модель расчетной электрической цепи в программе Electronics Workbench (рис. 36). Видно, что показания виртуальных измерительных приборов совпадают с результатами расчетов в формуле (62).

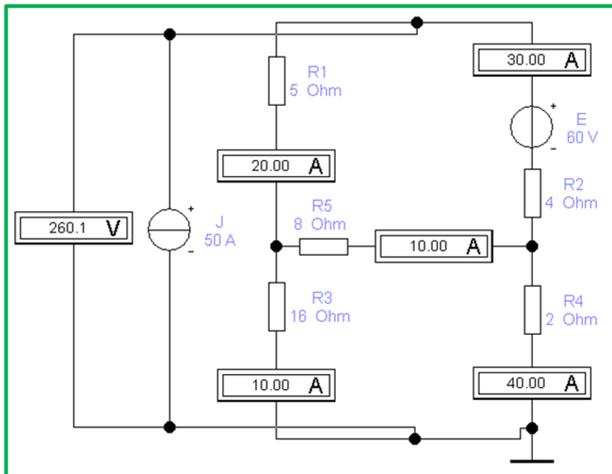


Рис. 36. Компьютерная модель расчетной электрической цепи

### Задачи для самостоятельной работы

**Задача 1.** В заданной электрической цепи (рис. 37) составьте систему уравнений методом контурных токов.

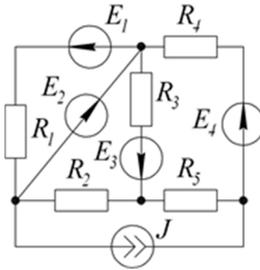


Рис. 37. Расчетная электрическая цепь к задаче 1

**Задача 2.** В заданной электрической цепи (рис. 38) определите токи в ветвях методом контурных токов (МКТ), если  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 6 \text{ Ом}$ ,  $E_1 = 40 \text{ В}$ ,  $E_2 = 26 \text{ В}$ ,  $E_3 = 58 \text{ В}$ ,  $J_1 = 2 \text{ А}$ ,  $J_2 = 7 \text{ А}$ .

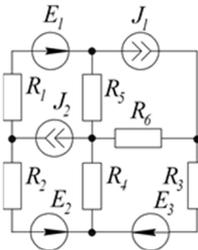


Рис. 38. Расчетная электрическая цепь к задаче 2

**Задача 3.** В заданной электрической цепи (рис. 39) определите напряжение  $U_{ab}$ , если  $E_1 = 10 \text{ В}$ ,  $E_2 = 5 \text{ В}$ ,  $I_1 = 5 \text{ А}$ ,  $I_2 = 2 \text{ А}$ ,  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 3 \text{ Ом}$ .

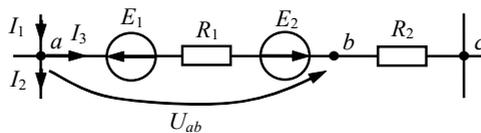
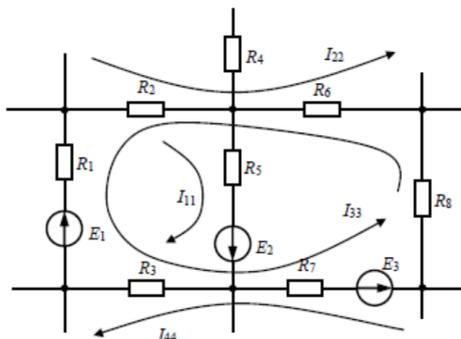


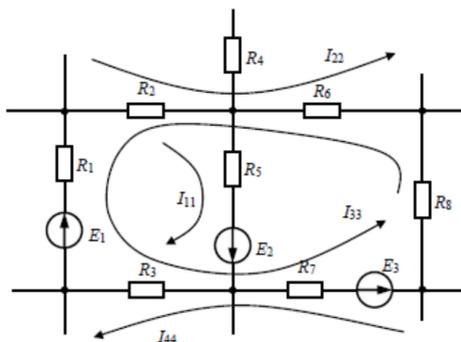
Рис. 39. Расчетная электрическая цепь к задаче 1

## Тесты для самоконтроля

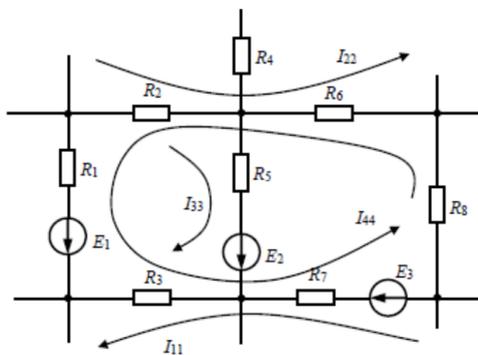
1. В электрической цепи постоянного тока заданы сопротивления резисторов:  $R_1 = 25 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 50 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 35 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 40 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 60 \text{ Ом}$ ,  $R_7 = 15 \text{ Ом}$ ,  $R_8 = 45 \text{ Ом}$ . Определите по методу контурных токов сопротивление  $R_{11}$ , Ом.



2. В электрической цепи постоянного тока заданы сопротивления резисторов:  $R_1 = 25 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 50 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 35 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 40 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 60 \text{ Ом}$ ,  $R_7 = 15 \text{ Ом}$ ,  $R_8 = 45 \text{ Ом}$ . Определите по методу контурных токов сопротивление  $R_{12}$ , Ом.



3. В электрической цепи постоянного тока заданы ЭДС источников:  $E_1 = 25 \text{ В}$ ,  $E_2 = 30 \text{ В}$ ,  $E_3 = 50 \text{ В}$ . Определите по методу контурных токов ЭДС  $E_{44}$ , В.



## Практическое занятие 6

### Метод эквивалентного генератора

**Цель занятия:** приобрести опыт применения метода эквивалентного генератора (МЭГ) для расчета линейных электрических цепей постоянного тока.

- Для успешной работы на практическом занятии необходимо:
- знание законов Кирхгофа для расчета электрических цепей [2–5];
  - знание алгоритма расчета электрических цепей методом эквивалентного генератора [2–5];
  - умение находить параметры эквивалентного генератора (ЭГ) сложной электрической цепи [1–5; 9];
  - умение выполнять компьютерное моделирование сложной электрической цепи [5; 7].

#### Задание

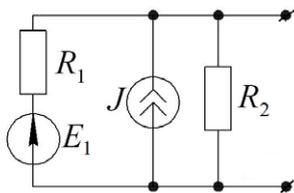
Для указанной линейной электрической цепи по вариантам:

1. Определите параметры эквивалентного генератора (задача 1).
2. Определите показания амперметра (задача 2).
3. Выполните компьютерное моделирование в программе Electronics Workbench и сравните полученные значения токов с расчетными.

#### Задача 1

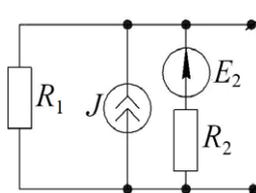
##### Вариант 1

Дано:  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 3 \text{ Ом}$ ,  
 $E_1 = 20 \text{ В}$ ,  $J = 5 \text{ А}$ .



##### Вариант 2

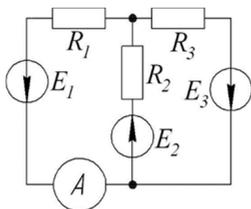
Дано:  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ ,  
 $E_2 = 20 \text{ В}$ ,  $J = 5 \text{ А}$ .



## Задача 2

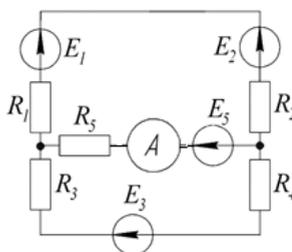
### Вариант 1

Дано:  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  
 $R_2 = R_3 = 20 \text{ Ом}$ ,  $E_1 = 100 \text{ В}$ ,  
 $E_2 = 80 \text{ В}$ ,  $E_3 = 60 \text{ В}$ .



### Вариант 2

Дано:  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 1 \text{ Ом}$ ,  
 $R_3 = R_4 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 5 \text{ Ом}$ ,  $E_1 = 50 \text{ В}$ ,  
 $E_2 = 100 \text{ В}$ ,  $E_3 = 80 \text{ В}$ ,  $E_5 = 30 \text{ В}$ .



### Методические рекомендации по выполнению задания

Метод эквивалентного генератора (активного двухполюсника) используется для определения тока в заданной ветви. По этому методу пассивную часть заданной ветви рассматривают как нагрузку эквивалентного генератора (ЭГ), которым является вся оставшаяся цепь.

Сначала определяют параметры схемы замещения эквивалентного генератора  $E_{ЭГ} = U_{XX}$  и  $R_{ВН} = R_{ВХ}$ , а затем находят неизвестный ток по выражению

$$I_H = \frac{U_{XX}}{R_{ВХ} + R_H}. \quad (66)$$

### Примеры выполнения задания

**Пример 1.** Для изображенной электрической цепи (рис. 40) определите параметры эквивалентного генератора (ЭГ). Значения параметров электрической цепи:  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 15 \text{ Ом}$ ,  $E_1 = 80 \text{ В}$ ,  $E_2 = 60 \text{ В}$ .

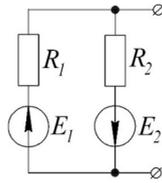


Рис. 40. Конфигурация расчетной электрической цепи

*Решение.* Параметрами эквивалентного генератора являются ЭДС эквивалентного генератора  $E_{\text{ЭГ}}$  и его внутреннее сопротивление  $R_{\text{вн}}$ .

ЭДС эквивалентного генератора найдем как напряжение холостого хода на выходных зажимах:  $E_{\text{ЭГ}} = U_{\text{ХХ}}$  (рис. 41).

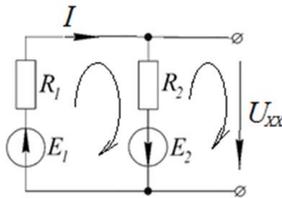


Рис. 41. Определение ЭДС эквивалентного генератора

Напряжение холостого хода находим из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа:

$$U_{\text{ХХ}} = -E_2 + R_2 \cdot I = -60 + 15 \cdot 7 = 45 \text{ В}, \quad (67)$$

где  $I$  — ток, который протекает во внутренней цепи активного двухполюсника и определяется в соответствии с законом Ома:

$$I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2} = \frac{80 + 60}{5 + 15} = 7 \text{ А}. \quad (68)$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно входному сопротивлению по отношению к выходным зажимам при замкнутых источниках ЭДС (рис. 42).

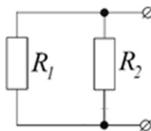


Рис. 42. Определение внутреннего сопротивления ЭГ

Входное сопротивление определяется по формуле

$$R_{\text{BX}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5 \cdot 15}{5 + 15} = 3,75 \text{ Ом.} \quad (69)$$

**Пример 2.** Для изображенной электрической цепи (рис. 43) определите показания амперметра  $PA$ . Значения параметров электрической цепи:  $E_1 = 36 \text{ В}$ ,  $E_5 = 42 \text{ В}$ ,  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 15 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 12 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 24 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 26 \text{ Ом}$ . Сопротивление амперметра  $PA$  равно нулю.

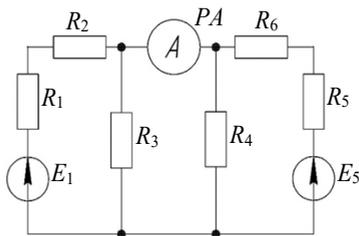


Рис. 43. Конфигурация расчетной электрической цепи

*Решение.* Определим ток, протекающий в амперметре  $PA$ , методом эквивалентного генератора. Величину тока, проходящего по амперметру, найдем по формуле

$$I_A = \frac{U_{\text{XX}}}{R_{\text{BX}}}, \quad (70)$$

где  $U_{\text{XX}}$  — напряжение холостого хода, равное ЭДС эквивалентного генератора;  $R_{\text{BX}}$  — входное сопротивление этого генератора.

Размыкаем ветвь в месте включения амперметра (рис. 44).

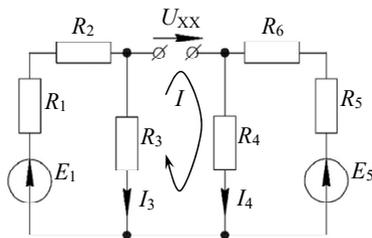


Рис. 44. Определение ЭДС эквивалентного генератора

Составим уравнение по второму закону Кирхгофа для первого контура в расчетной электрической цепи:

$$U_{XX} + R_4 \cdot I_4 - R_3 \cdot I_3 = 0. \quad (71)$$

Видно, что неизвестными переменными в этом уравнении являются токи ветвей  $I_3$  и  $I_4$ . Найдем значения этих токов по закону Ома:

$$I_3 = \frac{E_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{36}{5 + 15 + 12} = 1,125 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{E_5}{R_5 + R_6 + R_4} = \frac{42}{30 + 26 + 24} = 0,525 \text{ А}. \quad (72)$$

Таким образом, величина напряжения холостого хода равна:

$$U_{XX} = R_3 \cdot I_3 - R_4 \cdot I_4 = 12 \cdot 1,125 - 24 \cdot 0,525 = 0,9 \text{ В}. \quad (73)$$

Для определения входного сопротивления эквивалентного генератора необходимо в расчетной электрической цепи заменить перемычками все источники ЭДС (рис. 45).

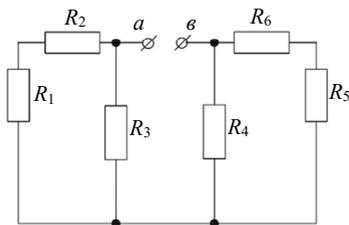


Рис. 45. Определение внутреннего сопротивления ЭГ

Видно, что участки цепи имеют как последовательное, так и параллельное соединение сопротивлений (рис. 45). Входное сопротивление эквивалентного генератора определим по формуле

$$R_{BX} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_3 + R_1 + R_2} + \frac{R_4(R_5 + R_6)}{R_4 + R_5 + R_6} =$$

$$= \frac{12 \cdot (5 + 15)}{12 + 5 + 15} + \frac{24 \cdot (30 + 26)}{24 + 30 + 26} = 24,3 \text{ Ом}. \quad (74)$$

Определяем значение тока, которое покажет амперметр  $PA$ :

$$I_A = \frac{U_{XX}}{R_{BX}} = \frac{0,9}{24,3} = 0,037 \text{ А}. \quad (75)$$

Соберем компьютерную модель расчетной электрической цепи в программе Electronics Workbench (рис. 46). Видно, что показания виртуальных измерительных приборов совпадают с результатами расчетов формул (73) и (75).

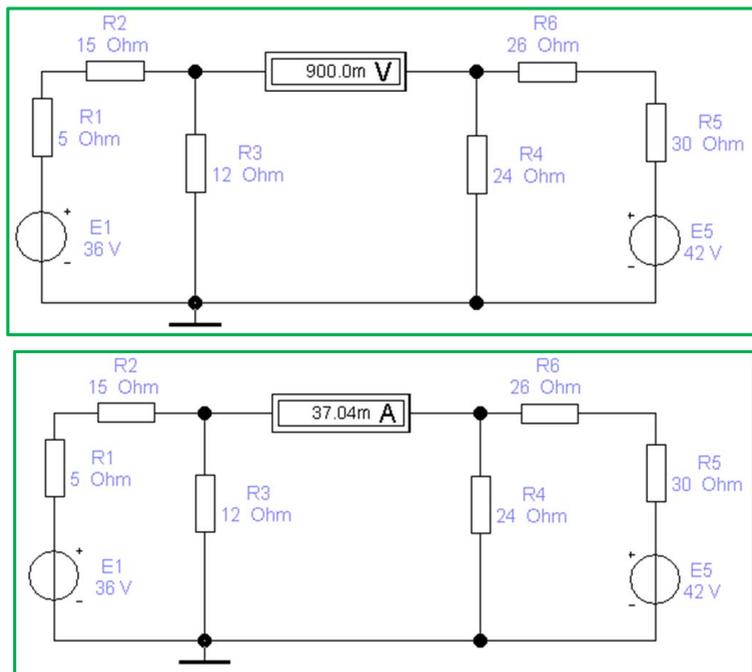


Рис. 46. Компьютерная модель расчетной электрической цепи

### Задачи для самостоятельной работы

**Задача 1.** В заданной электрической цепи (рис. 47) определите показание амперметра, если  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 5 \text{ Ом}$ ,  $E_1 = 20 \text{ В}$ ,  $J = 5 \text{ А}$ .

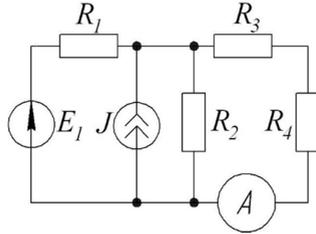


Рис. 47. Расчетная электрическая цепь к задаче 1

**Задача 2.** В заданной электрической цепи (рис. 48) определите ток в сопротивлении  $R_7$  методом эквивалентного генератора, если  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = R_4 = R_5 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_7 = 5 \text{ Ом}$ ,  $E_1 = 10 \text{ В}$ ,  $E_5 = 20 \text{ В}$ .

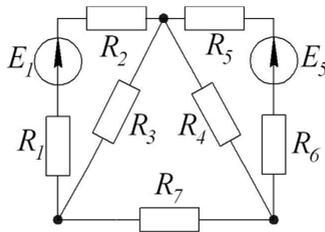
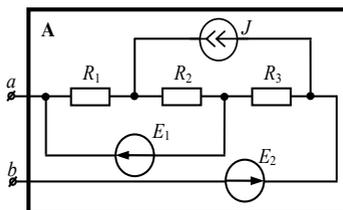


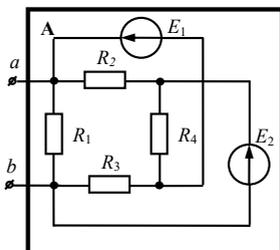
Рис. 48. Расчетная электрическая цепь к задаче 2

## Тесты для самоконтроля

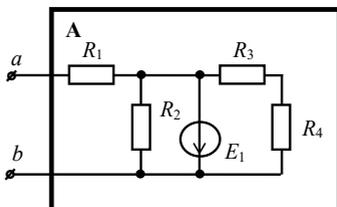
1. Определите внутреннее сопротивление активного двухполюсника, если  $R_1 = R_2 = R_3 = 9 \text{ Ом}$ .



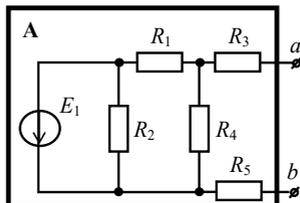
2. Определите внутреннее сопротивление активного двухполюсника, если  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 40 \text{ Ом}$ .



3. Определите величину напряжения холостого хода активного двухполюсника  $U_{ab,xx}$ , если  $E_1 = 20 \text{ В}$ ,  $R_1 = 25 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 45 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 15 \text{ Ом}$ .



4. Определите величину напряжения холостого хода активного двухполюсника  $U_{ab,xx}$ , если  $E_1 = 10$  В,  $R_1 = 20$  Ом,  $R_2 = 40$  Ом,  $R_3 = 15$  Ом,  $R_4 = 80$  Ом,  $R_5 = 15$  Ом.



## Описание текущего контроля

Формы и виды текущего контроля успеваемости обучающихся определяются рабочей программой дисциплины. Текущий контроль успеваемости обучающихся является постоянным, осуществляется в течение семестра по итогам работы обучающихся на практических занятиях и посредством реализации накопительной балльно-рейтинговой системы (БРС) оценки успеваемости.

В ходе практических занятий выясняется степень усвоения обучающимися понятий и терминов по заданным темам, умение обучающихся применять полученные знания для решения типовых задач по заданной теме.

При оценивании работы обучающихся на практическом занятии обращается внимание на правильность ответов при решении типовых задач. На занятии обучающемуся предлагается решить определенное количество задач на заданную тему.

Баллы, выставяемые за каждую из выполненных работ, вносятся в технологическую карту дисциплины, актуализируемой перед началом учебного семестра.

## Рекомендуемая литература

1. Анисимова, М. С. Электротехника и электроника : расчёт электрических цепей постоянного тока : учеб.-метод. пособие / М. С. Анисимова, И. С. Попова ; Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС». – Москва : МИСиС, 2018. – 45 с. – URL: [e.lanbook.com/book/115307](http://e.lanbook.com/book/115307) (дата обращения: 15.02.2023). – Режим доступа: по подписке.
2. Аполлонский, С. М. Теоретические основы электротехники : учеб. пособие / С. М. Аполлонский, А. Л. Виноградов. – Москва : Кнорус, 2016. – 249 с. – ISBN 978-5-406-03879-6.
3. Атабеков, Г. И. Основы теории цепей / Г. И. Атабеков. – 7-е изд., стер. – Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2022. – 424 с. – URL: [e.lanbook.com/book/256100](http://e.lanbook.com/book/256100) (дата обращения: 02.07.2023). – Режим доступа: по подписке. – ISBN 978-5-507-45036-7.
4. Белецкий, А. Ф. Теория линейных электрических цепей : учебник / А. Ф. Белецкий. – Изд. 3-е, стер. – Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2017. – 544 с. – URL: [e.lanbook.com/book/209825?ysclid=iktoy85sca216137440](http://e.lanbook.com/book/209825?ysclid=iktoy85sca216137440) (дата обращения: 02.07.2023). – Режим доступа: по подписке. – ISBN 978-5-8114-0905-1.
5. Введение в теоретическую электротехнику : курс подготовки бакалавров : учеб. пособие / Ю. А. Бычков, В. М. Золотницкий, Е. Б. Соловьева, Э. П. Чернышев. – Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2022. – 288 с. – URL: [e.lanbook.com/book/212480](http://e.lanbook.com/book/212480) (дата обращения: 12.07.2022). – Режим доступа: по подписке. – ISBN 978-5-8114-2406-1.
6. Воскобойников, Ю. Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME : учеб. пособие / Ю. Е. Воскобойников, А. Ф. Задорожный. – Изд. 2-е, стер. – Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2018. – 223 с. – ISBN 978-5-8114-2052-0.
7. Сергеева, А. С. Базовые навыки работы с программным обеспечением в техническом вузе. Пакет MS Office (Word, Excel, PowerPoint, Visio), Electronic Workbench, MATLAB : учеб. пособие / А. С. Сергеева, А. С. Синявская. – Новосибирск : Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2016. – 263 с. – URL: [www.iprbookshop.ru/69537.html](http://www.iprbookshop.ru/69537.html) (дата обращения: 15.03.2023). – Режим доступа: по подписке.

8. Серебряков, А. С. Электротехника и электроника : лабораторный практикум на Electronics Workbench и Multisim : учеб. пособие / А. С. Серебряков. — Москва : Высшая школа, 2009. — 334, [1] с. — ISBN 978-5-06-005899-4.
9. Сборник задач по основам теоретической электротехники : учеб. пособие / А. Н. Белянин, Ю. А. Бычков, В. Д. Гончаров [и др.] ; под ред. Ю. А. Бычкова [и др.]. — Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2022. — 400 с. — URL: [e.lanbook.com/book/210608](http://e.lanbook.com/book/210608) (дата обращения: 15.02.2023). — Режим доступа: по подписке. — ISBN 978-5-8114-1157-3.
10. Электротехника и электроника : учеб. пособие / Э. М. Пинт, Г. В. Фролов, И. Н. Петровнина, И. И. Романенко. — Пенза : Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, 2014. — 245, [1] с. — URL: [library.pguas.ru/xmlui/handle/123456789/974](http://library.pguas.ru/xmlui/handle/123456789/974) (дата обращения: 14.05.2023). — ISBN 978-5-9282-1213-1.
11. Томникова, Л. Г. Анализ установившихся режимов в линейных электрических цепях : учеб.-метод. пособие / Л. Г. Томникова. — Тольятти : Тольяттинский государственный университет, 2005. — 73 с.

## Глоссарий

**Алгебраическая сумма** — это выражение, которое можно представить в виде суммы положительных и отрицательных чисел.

**Ветвь** — это часть схемы, содержащая один или несколько последовательно соединенных элементов цепи, через которые течет одинаковый ток, и заключенная между двумя узлами.

**Источники электрической энергии** — гальванические элементы, аккумуляторы, генераторы и другие устройства, в которых происходит процесс преобразования химической, тепловой, механической или другого вида энергии в электрическую.

**Источник тока** — элемент, ток которого не зависит от параметров цепи, которую он питает.

**Источник ЭДС** — это элемент, напряжение между зажимами которого не зависит от величины тока, отдаваемого во внешнюю цепь.

**Двухполюсник** — электрическая цепь, содержащая две точки для соединения с другими цепями. Бывают активные (внутри которых имеется хотя бы один источник, количество пассивных элементов не ограничено), пассивные (внутри которых находятся только пассивные элементы и нет ни одного источника).

**Контур (замкнутый контур)** — совокупность ветвей, образующих путь, при перемещении вдоль которого мы можем вернуться в исходную точку, не проходя более одного раза по каждой ветви и по каждому узлу.

**Матрица** — это прямоугольный массив элементов, записанных в виде набора строк и столбцов, количество которых определяет размер матрицы.

**Напряжение (U)** — это величина, численно равная работе по перемещению единицы электрического заряда между двумя произвольными точками электрической цепи. Напряжение измеряется в вольтах (В).

**Независимый контур** — контур, который имеет не менее одной новой ветви и не получается из контуров, для которых уже написаны уравнения, путем удаления из этих контуров общих ветвей.

**Постоянный ток** — ток, неизменный во времени.

**Приемники электрической энергии (нагрузка)** – устройства, в которых электрическая энергия превращается в световую, тепловую, механическую (электрические лампы, электронагревательные приборы, двигатели и другие).

**Сопротивление** – это способность элемента электрической цепи противодействовать в той или иной степени прохождению по нему электрического тока. Сопротивление, в общем случае, зависит от материала элемента, его размеров, температуры, частоты тока и измеряется в омах (Ом).

**Узел электрической цепи** – место (точка) соединения трех и более ветвей.

**Холостой ход** – это режим, при котором электрическая цепь разомкнута и ток в нагрузке равен нулю.

**Электрическая мощность** – физическая величина, характеризующая скорость передачи или преобразования электрической энергии.

**Электрическая схема** – это графическое изображение электрической цепи.

**Электрический ток** – это направленное движение электрических зарядов в веществе или вакууме под воздействием электрического поля. Ток характеризуется силой, измеряемой в амперах (А). Для установившихся режимов различают два вида токов: постоянный и переменный.

**Электрическая цепь** – совокупность устройств, предназначенных для прохождения электрического тока.

**Элементы электрической цепи** – источники электрической энергии, активные и реактивные сопротивления.

**Электродвижущая сила (ЭДС)** – это сила, способная совершать работу по перемещению в электрической цепи электрических зарядов. ЭДС измеряется в вольтах (В) и обозначается латинской буквой  $E$ .