

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Кафедра Прикладная математика и информатика
(наименование)

01.03.02 Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления подготовки, специальности)

Компьютерные технологии и математическое моделирование
(направленность (профиль) / специализация)

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА)**

на тему Моделирование работы импульсной системы с учётом начального периода

Обучающийся

Д.В. Морозов

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

Руководитель

доктор ф.-м. наук, профессор, А. И. Сафронов

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

Консультант

к.п.н., доцент, С.А. Гудкова

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

Тольятти 2024

Аннотация

Тема выпускной квалификационной работы: «Моделирование работы импульсной системы с учетом начального периода».

Ключевыми словами являются: метательная система, начальный период, постепенное воспламенение, основная задача внутренней баллистики (ОЗВБ), классическая схема метания, гетерогенная среда, постепенное инициирование заряда, метод СЭЛ, процессы горения.

Данная выпускная квалификационная работа посвящена моделированию работы импульсной системы с учётом начального периода в гетерогенной среде в рамках основной задачи внутренней баллистики классической схемы метания.

Основными целями исследования являются разработка математической модели классической схемы метания, учитывающей энергетические и газодинамические процессы, происходящие во время выстрела, программная реализация данной математической модели, получение результатов расчёта по модели для сравнения с ранее используемыми методами.

Объектом исследования работы являются внутрибаллистические газодинамические процессы, протекающие во время работы классической схемы метания.

Актуальность данной работы обусловлена моделированием схемы метания с использованием газодинамического подхода к процессу постепенного воспламенения заряда с учётом начального периода, который при расчёте классической ОЗВБ не учитывается.

Результатом проведенного исследования является определение баллистики классической схемы с учётом постепенного воспламенения и начальным периодом.

Общее количество страниц выпускной квалификационной работы составляет 53 страницы, включая 7 рисунков и 1 таблицу, список литературы из 20 наименований, включая 4 зарубежных.

Abstract

The title of the graduation work is «Simulation of a pulse system taking into account the initial period».

The graduation work consists of an introduction, three chapters, a conclusion, 1 table, 7 illustrations and list of references including foreign sources.

The aim of the work is to give some information about the development of a mathematical model of the classical throwing scheme with consideration of the initial period, the construction of the mathematical model, and the obtaining of results

The object of the graduation work is the internal ballistic gas-dynamic processes occurring during the operation of the classical throwing scheme.

The subject of the graduation work is the classical throwing scheme and the processes accompanying the operation of the scheme.

The issues of the theory of the classical throwing scheme, the gas-dynamic approach to solving the main problem of internal ballistics within a heterogeneous medium in relative variables, and taking into account the initial period are highlighted in the project's general part.

For the classical throwing scheme within the framework of the heterogeneous ignition model, the most suitable difference method for solving the problem is selected, assumptions are made, the main equations are presented, a mathematical model is constructed with consideration of the gradual initiation of the charge and the gradual ignition, and the calculated parameters of pressure and velocity of the thrown element are obtained in details.

Finally, we present the work, the result of which is a simulated model of the classical throwing scheme with consideration of the initial period, which will allow for the development of new throwing schemes.

In conclusion, we'd like to stress that this work is relevant because we have solved the main problem of internal ballistics with consideration of the initial period, and this will allow for the development of new throwing schemes.

Оглавление

Введение.....	5
Глава 1 Основные положения и теории классической схемы метания.....	8
1.1 Важность исследования внутренней баллистики.....	8
1.2 Описание основных принципов классической схемы метания.....	9
1.3 Газодинамический метод в классической схеме метания.....	14
1.4 Выбор разностного метода решения задачи.....	19
1.5 Решение ОЗВБ с учётом постепенного воспламенения.....	23
Глава 2 Математическая модель классической схемы гетерогенной среды с учётом начального периода.....	34
2.1 Постановка задачи. Допущения.....	34
2.2 Начальные и граничные условия.....	37
2.3 Постепенное инициирование заряда.....	39
2.4 Разностная схема и расчёт шага.....	41
Глава 3 Результаты расчёта.....	46
3.1 Численная схема расчета.....	46
3.2 Анализ полученных результатов.....	48
Заключение.....	51
Список используемой литературы.....	52

Введение

Умение понимать и применять физические и математические процессы всегда имело очень важную роль в конструировании, модернизации, выявления ошибок и анализе чего-либо – во всех отраслях нашей жизни активно используются знания, полученные нашими предками. Благодаря развитию науки человек стал заинтересован в том, чтобы в том числе эффективно создать новые и улучшать нынешние системы вооружения. Одной из областей, где этот интерес проявился особенно ярко, является внутренняя баллистика.

Внутренняя баллистика – это крайне важный раздел физики, изучающий процессы, происходящие внутри ствола орудия при выстреле, а также в других системах, где происходит преобразование энергии сгорания пороха в кинетическую энергию снаряда. Эта наука объединяет в себе знания не только механики, но и термодинамики, гидродинамики и других областей физики и математики.

В рамках данной выпускной квалификационной работы мы будем рассматривать классическую схему метания снаряда. Данная схема метания является традиционной, при которой за счёт сгорания порохового заряда внутри канала ствола выделяются газы, создающие давление, которое выталкивает снаряд из ствола орудия.

Данная работа уникальна тем, что она учитывает начальный период, т.е. один из временных периодов процесса выстрела. Во внутренней баллистике можно выделить следующие временные периоды:

- начальный период. Данный период известен также как период постепенного воспламенения заряда по всей длине камеры. Он определяет условия для форсирования снаряда;
- первый (основной) период. Он охватывает процессы, происходящие сразу после окончания врезания ведущих поясков, когда снаряд полностью входит в канал ствола и начинает двигаться под

воздействием давления газов, выделяющихся при горении. Характеризуется постоянной скоростью и относительно стабильным давлением на снаряд;

- второй период. Данный период характеризуется завершением сгорания порохового заряда и постепенно снижающимся давлением в канале ствола. В этот период снаряд продолжает двигаться по каналу ствола, но под действием меньшего давления газов;
- период последствия газов. Он характеризуется тем, что снаряд уже покинул канал ствола, но в стволе все еще остаются продукты сгорания пороха, которые оказывают влияние на движение снаряда. В этот период давление в канале ствола быстро падает, но еще некоторое время действует на снаряд, что может привести к изменению его траектории и скорости.

Для реализации данной задачи был написан алгоритм на языке Python. Данный алгоритм позволяет решить основную задачу внутренней баллистики в рамках гетерогенной среды с постепенным воспламенением заряда и учётом начального периода. Большим плюсом данного языка программирования является его универсальность, поскольку он является не только высокоуровневым языком программирования, но и имеет богатую библиотеку встроенных функций для решения задач математического моделирования, а также поддерживает многопоточность и асинхронность.

Объектом исследования в данной работе являются внутрибаллистические газодинамические процессы, протекающие во время работы классической схемы метания.

Предметом исследования является классическая схема метания и процессы, сопровождающие её работу.

Целью исследования является разработка математической модели классической схемы метания, учитывающей энергетические и газодинамические процессы, происходящие во время выстрела, программная реализация данной

математической модели, получение результатов расчёта по модели для сравнения с ранее используемыми методами.

Задачи исследования включают:

- изучение используемых на практике классических схем метания;
- постановку математической модели данной схемы, описывающей неотъемлемые энергетические и газодинамические процессы, протекающие во время работы классической схемы метания;
- реализацию программного варианта построенной математической модели;
- проведение вычислений для получения результатов расчёта ОЗВБ с учётом начального периода.

В первой главе данной выпускной работы будут рассмотрены все положения и теории классической схемы метания.

Во второй главе будет приведена математическая модель нашей схемы метания в рамках гетерогенной среды с учётом постепенного воспламенения.

В третьей главе будет рассмотрен и проведён анализ выходных данных, полученных в результате работы программы.

Глава 1 Основные положения и теории классической схемы метания

1.1 Важность исследования внутренней баллистики

Раздел науки, изучающий процессы, происходящие внутри ствола огнестрельного оружия или артиллерийского орудия при выстреле, называется внутренней баллистика. Данная научная область занимается исследованием закономерностей движения снаряда в стволе, процессов горения пороха, формирования и распространения пороховых газов, а также изменения давления газов вдоль ствола.

Процесс выстрела – это процесс, протекающий крайне быстро и имеющий высоконапряженные характеристики, поэтому требует повышенных требований для математического моделирования.

Основной задачей внутренней баллистики является определение оптимальных параметров боеприпасов и оружия для достижения максимальной эффективности и надежности выстрела. Для этого используются математические модели и физические эксперименты, которые позволяют прогнозировать поведение системы и оптимизировать ее конструкцию.

При разработке современных артиллерийских боеприпасов инженеры часто сталкиваются с ситуацией, когда в стволах орудий происходит резкий скачок давления пороховых газов, что может вызвать разрушение снарядов и стволов, а также вывести из строя некоторые компоненты и механизмы артиллерийских установок. С целью предотвращения таких случаев, необходимо проведение точных количественных расчетов, что предполагает рациональное сочетание математического и физического моделирования.

1.2 Описание основных принципов классической схемы метания

1.2.1 Ключевые физические процессы выстрела

При артиллерийском выстреле происходит ряд сложных физических процессов, которые обеспечивают движение снаряда и эффективность стрельбы. В рамках классической схемы метания, ключевыми физическими процессами выстрела являются: воспламенение порохового заряда и его горение, ускорение метаемого элемента, изменения давления в камере и вылет снаряда из ствола. Данные ключевые процессы необходимо учитывать, поскольку они влияют на точность и дальность стрельбы. Далее подробно рассмотрим механизм зажигания.

Как известно, порох состоит из разных слоёв, впоследствии сгорающих последовательно. Из-за воздействия на капсюль происходит воспламенение первого слоя пороха, находящегося в непосредственной близости от дна зарядной камеры. Этот процесс происходит практически мгновенно и служит началом горения порохового заряда.

«После воспламенения первого слоя пороха начинается процесс образования высокотемпературного газа. Порох горит послойно, при этом выделяется большое количество газов, которые накапливаются в замкнутом пространстве камеры. Этот процесс приводит к быстрому увеличению давления газов на стенки камеры и дно снаряда». [5].

В результате увеличения давления пороховых газов, снаряд начинает движение по стволу. В начальной фазе выстрела происходит значительное ускорение снаряда, что обеспечивает его высокую начальную скорость при вылете из ствола. Объем пороховых газов за снарядом прогрессивно увеличивается до тех пор, пока весь заряд не выгорит полностью.

Однако на определенном этапе, давление газов в камере начинает снижаться. Это происходит потому, что объем, занимаемый газами, увеличивается по мере продвижения снаряда внутри ствола. В результате

расширения газов и уменьшения их плотности, давление в камере постепенно падает.

«Как только дно снаряда покидает дульный срез, система перестает быть замкнутой, и процессы, происходящие далее, уже не описываются внутренней баллистикой. Этот момент является переходным от внутренней к внешней баллистике, которая изучает движение снаряда в воздухе после вылета из ствола» [5].

Физические основы выстрела были также рассмотрены в [11].

Приведём математическую модель, описывающую систему в огнестрельном оружии. Данная схема называется расчётной, и она позволяет анализировать и прогнозировать поведение системы при выстреле, основываясь на классических принципах внутренней баллистики. На рисунке 1 представлена расчетная схема классической схемы выстрела.

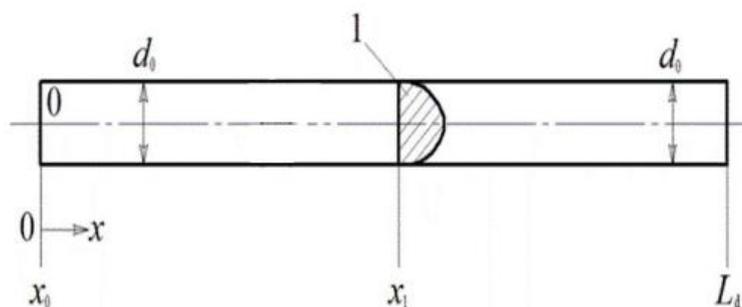


Рисунок 1 – Расчетная схема классической схемы выстрела (1 – метаемый элемент; 0- X – лабораторная система координат)

После инициации выстрела, метаемый элемент начинает движение вдоль оси 0- X лабораторной системы координат. Это движение определяется силой пороховых газов, которые генерируются при сгорании порохового заряда. Математическая модель, представленная в данной расчётной схеме, учитывает множество факторов, включая начальные условия, свойства пороха, и геометрию ствола оружия, что позволяет точно прогнозировать траекторию и скорость метаемого элемента.

1.2.2 Особенности геометрического закона газообразования

Особенности геометрического закона газообразования являются важными аспектами внутренней баллистики и классической схемы метания. Данный закон был введён и сформулирован французским инженером и изобретателем Шарлем Вьелем в 1890 году. Он также запатентовал новый тип бездымного пороха, который был значительно более безопасным и эффективным по сравнению с существующими в то время порохами. Порох Вьеля обладал рядом преимуществ: он был менее чувствителен к трению и ударам, меньше дымил и создавал меньше остаточных газов, что улучшало характеристики оружия и делало стрельбу более комфортной для стрелка. Этот порох также позволил увеличить начальную скорость снарядов и повысить точность стрельбы.

Особенности газообразования тесно связаны с процессом горения пороха, поскольку в результате горения начинает образовываться большое количество горячего газа, который, скапливаясь и сжимаясь, оказывает давление на стенки камеры и на дно снаряда, что приводит к началу движения снаряда по стволу. Важными особенностями газообразования являются скорость горения пороха, количество выделяемых газов, их температура и давление.

«Основные положения геометрического закона газообразования заключаются в следующем:

1. пороховой заряд воспламеняется мгновенно по всей поверхности;
2. порох горит параллельными слоями с одинаковой со всех сторон скоростью;
3. все зёрна пороха одинаковы по своим физико-химическим свойствам и геометрическим размерам и однородны по своей природе по всей своей массе.

Разумеется, геометрический закон очень сильно идеализирует процесс горения пороха, но, тем не менее, находит очень широкое применение во внутренней баллистике.

Если заряд состоит из N идентичных элементов, то при объёме каждого элемента (зерна) до начала горения Λ_0 относительное количество сгоревшего пороха может быть представлено на основе ранее перечисленных допущений.

Тогда формула примет вид:

$$\psi = \frac{N(\Lambda_0 - \Lambda_T)\delta}{N \Lambda_0 \delta} = 1 - \frac{\Lambda_T}{\Lambda_0}, \quad (1)$$

где Λ_T – объём каждого зерна в момент времени t после начала горения.

Из формулы (1) имеем

$$d\psi = \frac{d \Lambda_T}{\Lambda_0}. \quad (2)$$

Обозначая величину горячей поверхности в данный момент через S_T , а толщину свода порохового зерна, сгоревшего за элементарный промежуток времени dt , через de , получаем

$$d\psi = \frac{S_T de}{\Lambda_0}, \quad (3)$$

отсюда

$$\psi = \frac{1}{N \Lambda_0} \int_0^e S_T N de. \quad (4)$$

Дифференцируя по времени обе части этого равенства и замечая, что

$$\frac{de}{dt} = u_k, \quad (5)$$

имеем

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{S_T}{\Lambda_0} u_k. \quad (6)$$

Введём относительную поверхность зерна:

$$\sigma(\psi) = \frac{S_{\tau}}{S_0}, \quad (7)$$

тогда скорость газообразования

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{S_0 \sigma(\psi)}{\Lambda_0} u_k, \quad (8)$$

где отношение $\frac{s}{\Lambda_1}$ называется начальной оголённостью порохового зерна.

Геометрический закон газообразования дает возможность установить аналитическую связь между относительной толщиной сгоревшей части пороха $z = \frac{e}{e_1}$, сгоревшей части зерна ψ и относительной поверхностью зерна $\sigma(\psi)$ или $\sigma(z)$.

Исследования для многочисленных применяемых в артиллерии форм пороховых зерен показывает, что зависимость $\psi(z)$ описывается единой формулой в виде полинома третьей степени:

$$\psi(z) = \chi z(1 + \lambda z + \mu z^2), \quad (9)$$

где постоянные χ, λ, μ – характеристики формы порохового элемента» [11].

Геометрический закон газообразования, несмотря на свою идеализацию, является фундаментальным принципом в области внутренней баллистики. Он позволяет точно моделировать и предсказывать процессы, происходящие при горении пороха в артиллерийской установке, что крайне важно для обеспечения безопасности и эффективности стрельбы.

1.3 Газодинамический метод в классической схеме метания

1.3.1 Основные положения и допущения. Система газодинамических уравнений

В настоящее время существует несколько методов, применяемых для решения основной задачи внутренней баллистики. Все они имеют разные подходы и свои особенности, но в рамках данной работы мы рассмотрим газодинамический метод, который, как известно, более подробен и позволяет учитывать более широкий спектр физических явлений нежели другие.

В связи с развитием внутренней баллистики появлялись новые проблемы, требующего своевременного решения, поэтому стало необходимо учитывать некоторые параметры газопороховой смеси (таких, как давление, температура и скорость газа) и их распределение по заснарядному пространству.

«Также существуют важные, но проблемные вопросы, которые не могут быть изучены без рассмотрения динамики движения газопороховой смеси по заснарядному пространству. К таким вопросам относится, например, влияние формы камеры на баллистику выстрела, учет теплотерь и отставание пороховых зерен от газа. Именно поэтому и возникло второе направление во внутренней баллистики, называемое газодинамическим, которое способно решить данные вопросы» [7].

Подробнее о других возможных проблемных вопросах описано в [7].

Первыми, кто решил ОЗВБ в газодинамической постановке, являлись советские и российские учёные, специалисты в области баллистики и артиллерийских систем, С.А. Бетехтин и А.П. Гришин. Они внесли значительный вклад в науку о внутренней баллистике и разработку артиллерийских орудий.

Благодаря развитию вычислительной математики стало возможным решать различные задачи внутренней баллистики достаточно точно и эффективно, применяя различные разностные схемы, каждая из которых имеют свои преимущества и недостатки. Использование методов конечных разностей в

численном анализе способствовало решению наиболее сложных проблем во внутренней баллистике.

Владимир Михайлович Ушаков, российский учёный, был первым, кто использовал разностные методы в решении ОЗВБ в её газодинамической постановке, применяя и схемы Лакса, и схемы совместного эйлерово-лагранжевого модифицированного метода (метод СЭЛ):

«Численное исследование сходимости метода характеристик показало, что значения баллистических параметров при $N \geq 100$ (N – число расчетных узлов в их временном слое) практически могут быть приняты в качестве точного решения. Сравнение трех конечно-разностных методов с методом характеристик показало, что для решения газодинамических задач в рамках гипотезы газопороховой смеси метод СЭЛ более точен и дает стабильные результаты в широком диапазоне изменения числа Куранта-Фрндрихса-Леви» [9].

Для того чтобы рассмотреть и математически описать физическую модель внутрикамерного процесса на основе методов газовой динамики, необходимо привести основные допущения системы газодинамических уравнений.

«Система газодинамических уравнений, описывающая внутрикамерные процессы в одномерном односкоростном приближении, впервые получена С. А. Бетехтиным. Физическая модель выстрела рассматривалась им при следующих основных допущениях:

1. движение пороховых газов и несгоревших пороховых элементов отдельно не рассматривается, пороховые элементы движутся с той же скоростью, что и окружающие их газы;
2. движение газопороховой смеси одномерно;
3. воспламенение всех пороховых элементов одновременное и мгновенное, все они одинаковы по размерам, форме и физико-химическим характеристикам, горение происходит параллельными слоями со скоростью, одинаковой по всем направлениям;
4. силы трения и теплоотдача к стенкам орудия не учитываются;

5. отличие уравнения состояния пороховых газов от уравнения состояния идеального газа учитывается введением коволюма, постоянного в течение всего процесса выстрела;
6. состав пороховых газов, сила пороха f , удельная газовая постоянная R и коэффициент адиабаты k принимаются постоянными значениями;
7. ствол закреплен неподвижно;
8. прорыв пороховых газов через зазоры и деформации канала ствола и гильзы не учитываются» [9].

Далее, зная основные допущения, рассмотрим газодинамическую систему уравнений, которая описывает внутрикамерный процесс.

Уравнение, описывающее сохранение массы в системе:

$$\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho S v)}{\partial x} = 0. \quad (10)$$

Уравнение, описывающее изменение импульса в системе под воздействием давления:

$$\frac{\partial(\rho S v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho S v^2)}{\partial x} = -S \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (11)$$

Уравнение, которое описывает изменение энергии в системе:

$$\frac{\partial \rho S \left(\psi \varepsilon + \frac{v^2}{2} \right)}{\partial t} + \frac{\partial \rho S \left(\psi \varepsilon + \frac{v^2}{2} \right) v}{\partial x} + p \frac{\partial S v}{\partial x} = \rho S Q \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + v \frac{\partial \psi}{\partial x} \right). \quad (12)$$

Уравнение изменение переменной ψ в пространстве и времени:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + v \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{S_0}{\Lambda_0} \sigma(\psi) u_k. \quad (13)$$

Уравнение, описывающее связь давления и плотности с энергией и другими параметрами системы:

$$p \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1 - \psi}{\delta} - \alpha \psi \right) = \theta \psi \varepsilon. \quad (14)$$

Уравнение состояние пороха в системе:

$$\psi = \chi z(1 + \lambda z). \quad (15)$$

Уравнение состояния газа:

$$\varepsilon = \frac{p}{k - 1} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1 - \psi}{\delta} - \alpha \psi \right). \quad (16)$$

Приведённая система уравнений применяется в том числе и для моделирования и анализа процессов, происходящих внутри ствольного пространства артиллерийской системы с высокими начальными скоростями и большими относительными массами заряда.

1.3.2 Начальные и граничные условия

Начальные и граничные условия для системы газодинамических уравнений следующие:

1. При $t = 0$, $0 \leq x \leq L_{\text{км}}$

$$v = 0, \quad p = p_{\text{н}}, \quad \rho = \Delta, \quad \psi = \psi_{\text{н}} = \frac{\delta}{\frac{f\Delta}{p_{\text{н}}} + \alpha\delta - 1}. \quad (17)$$

2. При $x = 0$, $t \geq 0$

$$v = 0. \quad (18)$$

3. При $x = x_{\text{сн}}$, $t \geq 0$

$$q \frac{dv_{\text{сн}}}{dt} = Sp_{\text{сн}}, \quad v = v_{\text{сн}}. \quad (19)$$

В приведённых уравнениях (10) – (16) использованы относительные переменные v , p , ρ , ε , Ψ . Они позволяют упростить математическое моделирование, улучшить понимание физических процессов и сделать результаты более надёжными и применимыми к различным условиям.

Приведённая система газодинамических совместно с начальными и граничными условиями (17) – (19) позволяет решить ОЗВБ методом газовой динамики в рамках гипотезы газопороховой смеси.

«В процессе решения основной задачи внутренней баллистики (ОЗВБ) в заснарядном пространстве, мы одновременно решаем задачу о сжатии воздуха, вызванном движением снаряда с высокой скоростью в канале ствола орудия, с установкой граничных условий на срезе дула. Тогда уравнение движения снаряда (19) примет следующий вид:

$$q \frac{dv_{\text{сн}}}{dt} = S(p_{\text{сн}} - p_{\text{пр}}), \quad (20)$$

где q – масса снаряда;

$\frac{dv_{\text{сн}}}{dt}$ – ускорение снаряда;

S – площадь поперечного сечения канала ствола (или площадь контакта снаряда с газом);

$p_{\text{сн}}$ – давление газа, действующее на снаряд;

$p_{\text{пр}}$ – давление сжатого воздуха перед снарядом.

Приведём уравнение, описывающее движение снаряда с учетом противодействующего давления и продольной силы сопротивления:

$$q \frac{dv_{\text{сн}}}{dt} = S(p_{\text{сн}} - p_{\text{пр}}) - F, \quad (21)$$

где F – сила трения снаряда о ствол» [10].

«Движение начинается при условии $S(p_{сн} - p_{пр}) - F = 0$, т. е. с ускорением, равным нулю, тогда как при обычном подходе ускорение снаряда в момент начала движения изменяется скачком от нуля до значения Sp_{ϕ}/q .

Противодавление $p_{пр}$ с достаточной точностью определяется из решения задачи о движении поршня в трубе с постоянной скоростью как давление за отошедшей ударной волной:

$$p_{пр} = p_{н} \left(1 + \frac{k(k+1)v_{сн}^2}{4c_{в}^2} + \frac{kv_{сн}}{c_{в}} \sqrt{1 + \frac{(k+1)^2 v_{сн}^2}{16c_{в}^2}} \right), \quad (22)$$

где $p_{н}$ – начальное давление воздуха в стволе;

$c_{в} = \sqrt{k_{в} p_{н} / \rho_{в}}$ – скорость звука в воздухе;

$k_{в}, \rho_{в}$, – показатель адиабаты и плотность воздуха впереди ударной волны соответственно.

Учет влияния силы трения на характеристики выстрела представляет собой сложную проблему, в которой должны рассматриваться такие процессы, как разогрев, плавление поверхности контакта, частичный унос материала. Этому вопросу посвящено много работ. Известны зависимости, аппроксимирующие экспериментальные результаты, учитывающие влияние давления и скорости скольжения на силу трения. Однако они получены для конкретных контактных пар и в определенном диапазоне скоростей, а поэтому не универсальны.

В ряде случаев трением между снарядом и стволом можно пренебречь» [11].

1.4 Выбор разностного метода решения задачи

В дифференциальном уравнении (12) описывается гипотеза газопороховой смеси и законы сохранения массы, импульса и энергии, которые обычно представлены в интегральной форме, но могут быть преобразованы в

дифференциальные уравнения для непрерывных течений. В случае разрывов или негладких решений необходимо использовать интегральные законы и теорию разрывных решений.

«Для создания единообразных разностных схем, работающих независимо от наличия особенностей, применяются однородные разностные схемы сквозного счета для систем гиперболического типа. Такие методы позволяют рассчитывать течения с неизвестными ударными волнами и разрывами без усложнения алгоритма» [12].

Одним из ключевых преимуществ однородных разностных схем является их способность адекватно моделировать различные типы течений, включая те, где присутствуют разрывы и ударные волны.

Однако, при выборе подходящей разностной схемы необходимо учитывать и другие факторы, такие как устойчивость, сходимость и эффективность вычислений. Например, схемы сквозного счета могут обеспечить более быструю сходимость по сравнению с другими методами, но при этом могут потребовать большего объема вычислений. Кроме того, для достижения оптимального баланса между точностью и вычислительными затратами может потребоваться использование адаптивных сеток, которые позволяют уточнять решение в областях с большими градиентами параметров.

Для правильного и корректного решения задачи необходимо учесть некоторые нюансы разностной схемы, поскольку это влияет на точность решения, устойчивость, сходимость и эффективность вычисления.

«Разностная схема должна быть без дисперсии и схемной вязкости, чтобы не искажать форму возмущений с разными длинами волн» [12]. Схемы первого порядка точности могут сильно размывать разрывы, а схемы более высокого порядка могут вызывать колебательные движения.

«Выбор метода расчета и разностной схемы является сложной задачей с несколькими конкурирующими аспектами, включая использование схем

сквозного счета, обеспечение точности, гибкость схемы и приемлемое время вычислений» [12].

Далее будут рассмотрены некоторые распространенные разностные схемы для выбора подхода и построения схем сквозного счета для системы уравнений (12).

«Система уравнений, описывающая процесс выстрела в рамках модели однородной среды с постоянной скоростью, относится к гиперболическому типу. Для учета особенностей течения возможно применение метода характеристик, однако он не всегда подходит для сложных задач внутренней баллистики из-за необходимости учитывать все разрывы» [12].

«Физическое описание задачи и нелинейность дифференциальных уравнений приводят к различным особенностям в зависимости от области переменных (x, t) » [12]. Существуют два подхода к решению таких задач: выделение расчета особенностей известной структуры и анализ в гладких областях, либо применение метода Неймана-Рихтмайера с добавлением искусственной вязкости для размытия разрывов.

Подробнее о применении разностных схем и их особенностях можно ознакомиться в [13].

Для решения систем квазилинейных дифференциальных уравнений гиперболического типа используются различные методы, такие как методы Лакса-Вендроффа, СЭЛ (совместный Эйлера-Лагранжев метод) и Мак-Кормака. Выбор метода зависит от его эффективности, точности, затрат вычислительных ресурсов и сложности алгоритма.

«Для оценки применимости конечно-разностных методов необходимо провести численный эксперимент, сравнивая сходимость, затраты вычислительных ресурсов и точность на тестовых задачах. Результаты могут указать на предпочтительный метод для решения задач внутренней баллистики в рамках модели однородной среды. Однако стоит помнить, что наиболее точный

метод для одного класса задач может быть неэффективен для других типов задач» [12][14].

Для оценки сходимости конечно-разностных методов важно провести сравнение при оптимальных значениях чисел Куранта и экстраполировать результаты на нулевой шаг.

Исследования показывают, что метод СЭЛ является предпочтительным, так как параметры газопороховой смеси достигают стационарного значения при меньшем количестве разбиений N , что может быть актуально и для модели движения среды со скоростью, изменяющейся по времени.

Покажем на рисунке 2 изменение относительных погрешностей дульной скорости (а) и давления у основания снаряда (б) в зависимости от количества сегментов, на которые разбита пространственная координата. На рисунке 3 представлено изменение модуля относительной погрешности дульной скорости в зависимости от числа N сегментов разбиения по пространственной координате.

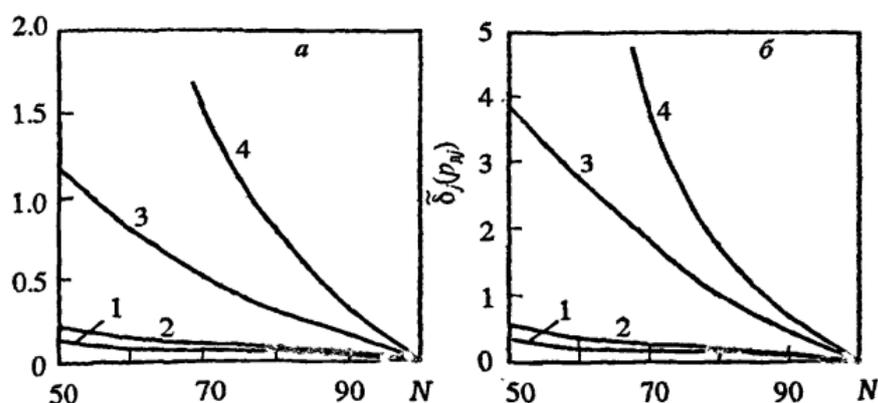


Рисунок 2 – Изменение относительных погрешностей дульной скорости (а) и давления у основания снаряда (б) в зависимости от количества сегментов, на которые разбита пространственная координата: кривая 1 соответствует методу характеристик, кривая 2 – методу СЭЛ, кривая 3 – методу Лакса-Вендроффа, а кривая 4 – методу Лакса.

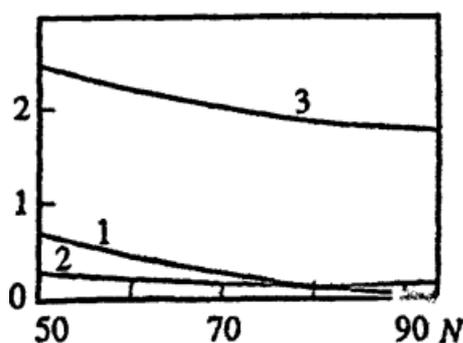


Рисунок 3 – Изменение модуля относительной погрешности дульной скорости в зависимости от числа N сегментов разбиения по пространственной координате: кривая 1 соответствует методу характеристик, кривая 2 – методу СЭЛ, а кривая 3 – методу Лакса-Вендроффа.

Выбор и построение расчетной сетки является важным аспектом для достижения точности решения и эффективности вычислений в задачах внутренней баллистики.

Сетка должна соответствовать специфическим особенностям течения и сгущаться в областях больших градиентов параметров, однако не существует универсальной оптимальной сетки для всех практических случаев.

1.5 Решение ОЗВБ с учётом постепенного воспламенения

1.5.1 Теоретические сведения

Во внутренней баллистике ключевым аспектом является понимание процессов, происходящих в конденсированных веществах, которые способны к экзотермическим реакциям.

Конденсированное вещество или к-вещество – это состояние вещества, при котором частицы (атомы, молекулы или ионы) находятся в тесном контакте друг с другом, образуя компактную структуру. В конденсированном состоянии вещество может находиться в твердом или жидком агрегатных состояниях.

В данной работе мы сосредоточимся на анализе процесса зажигания к-вещества, который является одним из предельных режимов протекания экзотермических самовоспламеняющихся реакций. Процесс зажигания, как правило, происходит в условиях неоднородности прогрева к-вещества, что

приводит к возникновению большого градиента температуры между поверхностью и удаленными слоями. В этой ситуации зона с наибольшей температурой располагается вблизи или на горячей поверхности конденсированного вещества.

«В зависимости от различных веществ и методов теплопередачи, возможны ситуации, в которых удастся выявить главную экзотермическую реакцию, определяющую ключевые закономерности процесса. В соответствии с местом расположения этой ведущей реакции, различные модели зажигания были классифицированы как твердофазные, гетерогенные и газофазные. Тем не менее, в реальных условиях многих веществ, способных к экзотермическим реакциям в конденсированной и газовой фазах, такая идеализация невозможна. В таких случаях задача о зажигании должна решаться с учетом взаимодействия нескольких отдельных механизмов» [2].

«Одновременно для более глубокого изучения явления необходимо стремиться к максимально простым постановкам, которые позволяют получить легко воспринимаемые результаты, позволяющие корректно сопоставлять теорию с экспериментами и обеспечивающие четкую физическую интерпретацию. Во всяком случае, этого можно достичь сравнительно легко, когда рассматриваются задачи с четким расположением экзотермических реакций» [6][15].

1.5.2 Модель зажигания в твёрдой фазе

Для чего рассматривать модель зажигания именно в твёрдой фазе?

Поскольку твердофазная модель сравнительно легко поддается аккуратной математической обработке, это даёт ключ к пониманию физики процесса зажигания более сложных моделей. Далее мы рассмотрим такую модель, но не будем учитывать некоторые возможные фазовые переходы: испарение или плавление.

Для того, чтобы зажечь конденсированное вещество, необходимо подвести внешний тепловой импульс. «При воздействии этого импульса происходит

прогрев поверхностных слоёв к-вещества и ускорение экзотермических реакций. Далёкая от поверхности холодная часть к-вещества служит своеобразным стоком тепла. Очевидно, зажигание произойдёт только тогда, когда интенсивность стока тепла сравняется или станет меньше интенсивности источника в зоне химической реакции. В некоторых случаях (зажигание горячим телом при продолжительном действии источника тепла) возможен сток тепла не только в холодную часть к-вещества, но и в поджигающую среду» [4][19].

1.5.3. Постановка задачи. Зажигание конденсированного вещества при подводе тепла в виде импульса

Представим себе неограниченную пластину конденсированного вещества, у которой длина и ширина значительно превышают толщину. В этом случае температура изменяется исключительно в направлении оси x (см. рис. 1.1), а производные температуры по осям y и z равны нулю. Благодаря этому предположению, мы можем использовать одномерную модель зажигания для анализа процесса.

До момента времени $t < 0$, пластина конденсированного вещества прогрета равномерно до температуры $T_n > 0$. В момент времени $t = 0$, одна из ее поверхностей, например, левая ($x = 0$, см. рис. 1.1), соприкасается с горячей средой (телом), имеющей постоянную температуру $T_s > T_n$. «Допускается, что между обладающими поверхностями пластиной и телом происходит идеальный теплообмен, выражаемый условием:

$$\alpha d / \lambda \rightarrow \infty,$$

где α – коэффициент теплоотдачи в соответствии с законом Ньютона;

d – характерный размер;

λ – коэффициент теплопроводности в соответствии с законом Фурье.

Левая часть пластины до некоторого фиксированного момента времени $t_1 > 0$ имеет температуру, равной температуре термостата T_s » [4].

На рисунке 4 представлено зажигание конденсированного вещества (к-вещества) горячим телом.

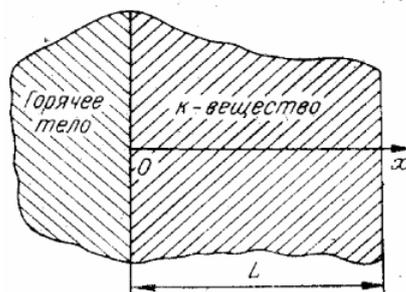


Рисунок 4 – Зажигания конденсированного вещества (к-вещества) горячим телом

Теперь обратимся к импульсной постановке задачи. Предположим, что горячая поверхность пластины после времени t_1 отделяется от термостата и соприкасается с адиабатической поверхностью, которая не принимает и не отдает тепло. Правая (холодная) поверхность пластины находится в контакте с адиабатической поверхностью на протяжении всего времени.

Для решения данной задачи можно использовать метод конечных разностей или метод конечных элементов. При этом необходимо учитывать теплоемкость материала, коэффициент теплопроводности, начальные и граничные условия, а также кинетические параметры реакции.

«Цель исследования заключается в определении полей температуры в различные моменты времени, а также в определении времени зажигания после начала самопроизвольного разогрева левой поверхности конденсированного вещества. В частности, нас интересуют величина теплового импульса, необходимая для зажигания, и количество тепла, выделяемое в конденсированной фазе во время экзотермических реакций» [4].

Для определения времени зажигания можно провести численное моделирование процесса с учетом всех физических параметров системы. Результаты расчетов позволят определить необходимую энергию для зажигания

и характеристики процесса самопроизвольного разогрева. Такой подход позволит более точно предсказать поведение системы в условиях задачи.

Рассмотрим уравнение распространения тепла для модели зажигания в твёрдой фазе. В данном случае не учитывается эффект выгорания, что справедливо для двух частных случаев: когда реакции конденсированной фазы протекают согласно нулевому порядку по концентрации и когда время зажигания настолько мало, что лишь незначительная часть конденсированного вещества выгорает за этот период.

«Уравнение распространения тепла для твердофазной модели зажигания имеет следующий вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{Q_z}{c} \exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right), \quad (23)$$

где T – абсолютная температура, К;

κ – температуропроводность, см²/с;

Q – тепловой эффект реакции конденсированной фазы, отнесённый к единице массы, кал/г;

z – предэкспонент, 1/с;

c – удельная теплоёмкость, кал/г · К;

E – энергия активации, кал/моль;

t – время, с;

x – декартова координата, см.

Уравнение (1.1) относится к классу параболических квазилинейных уравнений в частных производных» [1][8].

Подробнее ознакомиться с уравнениями, применяемыми для твердофазной модели, можно в [1].

Уравнение (1.1) необходимо решать при следующих начальных и краевых условиях:

1. $T(x, 0) = T_n$;

$$0 \leq x \leq L;$$

где L – ширина пластины k -вещества;

$$2. T(0, t) = T_s, \text{ при } 0 < t \leq t_1;$$

$$\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 0, \text{ при } t > t_1;$$

$$3. \frac{\partial T(L, t)}{\partial x} = 0, \text{ при } t > 0.$$

Вместо второго краевого ($x = L$) условия можно было задать условие $T(L, t) = T_n$ для всех $t > 0$, и это было бы равносильно дополнительному стоку тепла на холодной стороне пластины.

«Прежде чем поставить условия, определяющие критический момент зажигания, исследуем качественное развитие процесса нагревания пластины, исходя лишь из простых физических представлений.

Пусть t_1 – время действия теплового импульса. К моменту времени t_1 в k -вещество подводится количество тепла Q_s от нагревателя. В результате действия этого импульса тепла пластина прогревается; в ней, в силу наличия нелинейного члена в уравнении теплопроводности, ускоряется экзотермическая реакция. Если внешний тепловой импульс Q_s мал, то после прекращения его действия тепло, подведённое к поверхности от термостата и выделившееся в результате реакции, рассредоточится в толще k -вещества. Через некоторый промежуток времени $t \gg t_1$ температура упадёт до $T_1 \approx T_n$, мало отличающейся от начальной; в таком случае зажигания не произойдёт.

Однако, если к моменту времени $t = t_1$ скорость реакции успеет существенно возрасти, это приведёт к увеличению скорости тепловыделения в узком слое k -вещества, прилегающего к горячему термостату, – происходит зажигание.

Таким образом, критическое время действия импульса, которое приводит к зажиганию, определяется условиями

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = 0; \left. \frac{dT}{dt} \right|_{x=0} > 0 \text{ для всех } t > t_*, \quad (24)$$

где t_* является наименьшим из всех возможных, когда соблюдены условия (24).

Уравнение (23) относится к классу параболических квазилинейных уравнений в частных производных. Точного аналитического решения поставленной задачи получить не удаётся. Поэтому ниже используются разностные методы решения и приближенные аналитические методы» [5].

1.5.4 Использование безразмерных переменных

При решении задач с использованием численных методов и анализе полученных результатов важно правильно выбрать безразмерные (относительные) переменные. Безразмерные переменные, также известные как относительные переменные, представляют собой величины, которые не имеют единиц измерения или имеют единицу измерения, равную 1. Они получаются путем деления исходных переменных на соответствующие характерные или масштабирующие величины, что позволяет упростить анализ и моделирование сложных систем. Применение подходящих для данной краевой задачи новых переменных позволяет легко оценить роль безразмерных комплексов и уменьшить количество параметров, влияющих на решение задачи.

Одним из первых, кто начал разрабатывать теорию стационарного самовоспламенения, был выдающийся советский учёный Дмитрий Александрович Франк-Каменецкий. «Его исследование показало, что естественная безразмерная температура в таких условиях определяется зависимостью $\theta = \frac{E}{RT_*^2}$, где T_* соответствует той температуре, при которой химическая реакция наиболее значима. В рассматриваемой задаче характеристическая температура T_* равна температуре нагревателя T_S » [17].

Поэтому

$$\theta = \frac{E}{RT_S^2} (T - T_S). \quad (25)$$

Введём новые масштабы времени и расстояния:

$$t_a = \frac{cRT_S^2}{EQZ} \exp\left(\frac{E}{RT_S}\right); x_a = \sqrt{\kappa t_a}. \quad (26)$$

Тогда безразмерные время и длина найдутся по формулам

$$\tau = \frac{t}{t_a}; \xi = \frac{x}{x_a}.$$

В безразмерных переменных исходное уравнение, а также начальные и граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \exp\left(\frac{\theta}{1 + \beta \theta}\right), \\ \theta(\xi, 0) &= \theta_n < 0; 0 \leq \xi \leq \sqrt{\delta}; \\ \theta(0, \tau) &= 0 \text{ при } 0 < \tau \leq \tau_1; \frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial \xi} = 0 \text{ при } \tau > \tau_1; \\ \frac{\partial \theta(\sqrt{\delta}, \tau)}{\partial \xi} &= 0 \text{ при } \tau > 0. \end{aligned} \quad (27)$$

Д.А. Франк-Каменецкого ввёл новый параметр, который представлял из себя отношение квадратов макроскопической и химической длин релаксаций:

$$\delta = L^2 \left[\frac{\kappa RT_S^2}{E} \frac{c}{QZ} \exp\left(\frac{E}{RT_S}\right) \right]^{-1}; \quad (28)$$

Другой параметр, обозначаемый как β , выражал степень зависимости скорости химической реакции от температуры:

$$\beta = \frac{RT_S}{E}; \quad (29)$$

Параметр, обозначающий температурный напор:

$$\theta_H = \frac{E}{RT_S^2} (T_H - T_S). \quad (30)$$

И, наконец, последний, четвёртый параметр, отвечающий за безразмерное время действия теплового импульса:

$$\tau_1 = t_1 \left(\frac{RT_S^2}{E} \frac{c}{Q_Z} \exp\left(\frac{E}{RT_S}\right) \right)^{-1}. \quad (31)$$

«Следовательно, решение краевой задачи (22) имеет вид:

$$\theta = \theta(\xi, \tau, \tau_1, \theta_H, \beta, \sqrt{\delta}). \quad (32)$$

Характер изменения безразмерной температуры от ξ и τ (потухание или зажигание) определяется конкретными связями между τ_1 и θ_H .

В частности, резкое изменение вида этой функциональной зависимости $\theta(\xi, \nu)$ должно происходить при определённой функциональной связи между параметрами, и следовательно, критическое условие зажигания имеет вид:

$$\tau_* = \tau_*(\theta_H, \beta, \sqrt{\delta}), \quad (33)$$

где τ_* – критическое время прогрева конденсированной фазы.

Если $\nu_1 < \tau_*$, происходит потухание, если $\tau_1 > \tau_*$ – зажигание» [20].

Теперь разберём суть этих измерений. Если крайне быстро прогреть всю массу конденсированного вещества до температуры нагревателя T_S , то время реагирования системы определится величиной t_a , являющаяся временем адиабатического периода индукции. В то же время физическая сущность величины x_a заключается в определении порядка ширины зоны прогрева конденсированной фазы за период адиабатической индукции.

«Если $\sqrt{\delta} \approx 1$ ($\frac{L}{x_a} \approx 1$), то за время, равное адиабатическому периоду

индукции, прогреется всё вещество конденсированной фазы, и в этом предельном случае характерного в зажигании развития процесса не произойдёт (вещество по всей массе самовоспламеняется). Таким образом, условие $\sqrt{\delta} \approx 1$ является характерным для самовоспламенения. Точные вычисления Д. А. Франк-Каменецкого в стационарной теории воспламенения дают $\sqrt{\delta} \approx 0,94$. Напротив, если $\sqrt{\delta} \gg 1$, то за это же время прогреется лишь незначительная часть к-вещества, и в этом случае можно ожидать характерное для зажигания развитие процессов» [18]. Следовательно, для задачи о зажигании параметр δ несущественен, и второе граничное условие можно формулировать на бесконечности, т.е.

$$\frac{\partial \theta(\infty, \tau)}{\partial \xi} = 0, \tau > 0. \quad (34)$$

Цель дальнейшего исследования – отыскание предельной критической функциональной зависимости:

$$\tau_* = \tau_*(\theta_n, \beta), \sqrt{\delta} \rightarrow \infty, \quad (35)$$

а также суммарного количества тепла, подведённого к к-веществу от горячего тела:

$$Q_S^* = \int_0^{\tau_s} q_s d\tau, \quad q_s = -\frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial \xi}, \quad (36)$$

и количества тепла, выделившегося в системе за счёт протекающих химических реакций:

$$Q_R^* = \int_0^{\tau_*} d\tau \int_0^{\infty} e^{\frac{\theta}{(1+\beta\theta)}} d\xi. \quad (37)$$

Выводы по первой главе

В данной главе были рассмотрены все основные положения и теории классической схемы метания, включая физические процессы выстрела, а также описаны основные принципы классической схемы метания, процессы воспламенения, горения пороха и передачи энергии метаемому элементу. Этот анализ позволил выявить ключевые факторы, влияющие на поведение системы при выстреле.

Также в этой главе был описан газодинамический метод, применяемый для классической схемы метания, так как он учитывает движение газов и их взаимодействие с метаемым элементом, обоснован выбор разностного метода, а именно метода СЭЛ, как наиболее эффективного подхода к решению основной задачи внутренней баллистики, а также рассмотрены принципы решения ОЗВБ с учётом постепенного воспламенения.

Глава 2 Математическая модель классической схемы гетерогенной среды с учётом начального периода

2.1 Постановка задачи. Допущения

Гетерогенная модель в рамках основной задачи внутренней баллистики относится к подходу, который учитывает наличие различных фаз или компонентов в конденсированном веществе, участвующем в экзотермических реакциях. Это означает, что в процессе горения или разложения конденсированного вещества образуются газообразные продукты, которые взаимодействуют с твердой или жидкой фазой.

Как и было сказано ранее, начальный период – это временной интервал, в течение которого происходит инициирование и развитие таких процессов горения конденсированного вещества (пороха), как зажигание, воспламенение и распространение пламени по поверхности или в объеме конденсированного вещества. В течение этого периода происходит накопление тепла и продуктов реакции, что приводит к увеличению скорости горения и давления в камере сгорания или зарядном пространстве.

Для построения модели гетерогенной среды, как и для любой другой модели, приводятся допущения. «Приведём основные допущения, которые принимаются при построении модели гетерогенной среды:

1. теплопроводность и вязкость, которые учитываются только в процессах взаимодействия фаз;
2. начальный период (период воспламенения) для заряда также учитывается;
3. движение метаемого элемента начинается при достижении давления форсирования;
4. трение и сопротивление воздуха в стволе, возникающие при движении метаемого элемента по каналу ствола, не учитываются;
5. горение частиц пороха происходит по геометрическому закону;

б. во время процесса горения воспламенителя в область заряда, который находится в камере системы, поступают газообразные продукты горения воспламенителя и раскалённые частицы конденсированной фазы» [7][9].

Чтобы описать процессы, происходящие в камере и стволе метательной системы, необходимо привести систему уравнений вместе с её начальными и граничными условиями. Не забудем так же написать уравнения при постепенном инициировании заряда системы и его дальнейшем процессе горения после выстрела.

Постановка задачи с учётом постепенного воспламенения. Ниже приведём основные уравнения, необходимые для нашей задачи, и дадим им названия.

Одномерное уравнение сохранения массы газа для переменной φ в гетерогенной среде:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho S \varphi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u S \varphi) = M e(t - t_3). \quad (38)$$

Приведём также одномерное уравнение гетерогенной среды, описывающее сохранение импульса газа:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho S \varphi u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho S \varphi u^2 + p S \varphi) = M \omega e(t - t_3) - \tau_{\text{тр}} + p \frac{\partial S \varphi}{\partial x}. \quad (39)$$

Уравнение сохранения энергии газа:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho S \varphi E) + \frac{\partial}{\partial x}(S \varphi u(\rho E + p)) = \\ & = -p \frac{\partial(1 - \varphi) S \omega}{\partial x} - \tau_{\text{тр}} \omega + M \left(Q + \frac{\omega^2}{2} \right) e(t - t_3) - N q e(t - t_3). \end{aligned} \quad (40)$$

Сохранение массы частиц пороха описано в следующем уравнении:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_2(1 - \varphi) S) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2(1 - \varphi) S \omega) = -M e(t - t_3). \quad (41)$$

Уравнение сохранения импульса пороха:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_2(1-\varphi)S\omega) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2(1-\varphi)S\omega^2) + (1-\varphi)S\frac{\partial p}{\partial x} = \\ = \tau_{\text{тр}} - M\omega e(t-t_3) - N\rho_2(1-\varphi). \end{aligned} \quad (42)$$

Уравнение относительной толщины сгоревшего слоя твёрдых частиц:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \omega \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\alpha_1 p}{e_b}. \quad (43)$$

Уравнение состояния для модели гетерогенной среды:

$$p\left(\frac{1}{\rho} - \alpha\right) = RT. \quad (44)$$

Другие необходимые сопутствующие алгебраические соотношения и уравнения для нашей задачи:

$$\begin{aligned} E &= \varepsilon + \frac{u^2}{2}, \\ \varphi &= 1 - n \wedge_0 (1 - \varphi(z)), \\ \psi(z) &= \kappa_1 z (1 + \lambda_1 z), \\ M &= S n S_0 \rho_2 \sigma(z) \alpha_1 p e (t - t_3), \\ \sigma(z) &= 1 + 2\lambda_1 z, \\ \tau_{\text{тр}} &= \frac{1}{2} C_x \rho (u - \omega) |u - \omega| S_n \frac{\pi d_{\text{оп}}^2}{4} (1 - \psi(z))^{2/3}, \\ C_x &= \begin{cases} \frac{24}{Re} + 0.48, & 0 < Re < 3 * 10^5, \\ 0.1, & Re \geq 3 * 10^5 \end{cases}, \\ \alpha_T^2 (T_\Gamma - T_\Pi)^2 &\leq \lambda_2 Q_z \rho_2 \frac{R_0 T_\Pi}{E_0} \exp\left(-\frac{E_0}{R_0 T_\Pi}\right), \end{aligned}$$

где d_p – диаметр шара, эквивалентного пороховому зерну по объёму.

Тепловой поток от газа к твёрдой фазе определяется:

$$q_T = \Omega s q_{\Gamma\Pi} e(t_3 - t),$$

где Ω – поверхность твёрдой фазы в единице объёма;

$q_{\Gamma\Pi} = \alpha_T(T_\Gamma - T_\Pi)$ – тепловой поток на единицу раздела поверхности газовой и твёрдой фаз.

Коэффициент теплоотдачи находится по формуле:

$$\alpha_T = \alpha_{\text{конв}} + \alpha_{\text{луч}},$$

$$\alpha_T = \frac{0,61 * Re^{0,67} * \lambda_G}{\sqrt{S_{02}}} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \sigma_S (T_\Gamma^2 + T_\Pi^2)(T_\Gamma + T_\Pi),$$

$$Re = \frac{\rho_1 |u - \omega| \varphi \sqrt{S_{02}}}{\mu_G}.$$

Приведённые уравнения описывают физические явления, происходящие в области 1 и удовлетворяющие условиям нашей задачи.

2.2 Начальные и граничные условия

«Начальные условия для области 1:

$$T(x, 0) = T_G; P(x, 0) = P_A; u(x, 0) = \omega(x, 0) = 0; \varphi(x, 0) = \varphi_H; \quad (45)$$

Граничные условия:

$$u(0, t) = \omega(0, t) = 0; u(x_S, t) = \omega(x_S, t) = u_S; \quad (46)$$

где x_S – текущая координата метаемого элемента;

u_S – текущая скорость метаемого элемента.

Значения переменных x_S , u_S определяются интегрированием уравнения движения метаемого элемента:

$$m_S \frac{du_S}{dt} = p_1 S,$$

где m_s – масса метаемого элемента;
 p_1 – давление на метаемый элемент;
 t – время;
 x – координата;
 u – скорость газа;
 w – скорость твёрдой фазы;
 p – давление;
 ρ – плотность;
 ρ_2 – плотность вещества пороха;
 T – температура;
 T_0 – температура продуктов горения пороха;
 φ – пористость;
 E, ε – полная и внутренняя энергия единицы объёма газа;
 S – площадь поперечного сечения канала;
 z – относительная толщина сгоревшего свода;
 M – скорость массоприхода от горения пороха;
 τ_{TP} – сила взаимодействия между фазами;
 Q – тепловой эффект горения пороха;
 R – универсальная газовая постоянная;
 α – коволюм;
 e_B – толщина горящего свода зерна пороха;
 a_1, ν – коэффициенты в законе скорости горения;
 L_0 – начальный объём частицы пороха;
 $\Psi(z)$ – относительный сгоревший объём частицы пороха;
 κ_1, λ_1 – коэффициенты формы частиц пороха;
 S_{02} – начальная площадь частиц пороха;
 $\sigma(\psi)$ – относительная горящая поверхность частицы пороха;
 C_x – коэффициент сопротивления;

d_{0P} – диаметр шара эквивалентного по объёму частице пороха;
 π – число π ;
 Re – число Рейнольдса;
 μ – вязкость газа;
 q_T – поток из газовой фазы в конденсированную;
 α_T – коэффициент теплоотдачи;
 α_K – коэффициент кондуктивной теплопередачи;
 T_G – температура газа;
 T_{II} – температура поверхности зерна пороха;
 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – степени черноты газа и конденсированной фазы;
 σ_S – постоянная Стефана-Больцмана;
 $e(t-t_3)$ – функция Хевисайда;
 t_3 – время воспламенения каждой расчётной точки заряда в камере системы;
 λ – коэффициент теплопроводности газа» [5].

Начальные и граничные условия являются ключевыми параметрами при моделировании процессов в баллистических системах, т.к. они определяют состояние системы в начальный момент времени и на границах рассматриваемой области, что необходимо для корректного решения уравнений, описывающих эти процессы.

2.3 Постепенное инициирование заряда

Постепенное инициирование заряда – процесс, при котором инициирование и развитие процессов горения конденсированного вещества происходит в течение определенного периода времени, а не мгновенно. В этом случае, процессы воспламенения и распространения пламени по поверхности или в объеме заряда происходят постепенно, что может влиять на динамику

горения и работу устройств, использующих энергию сгорания конденсированных веществ.

В нашем случае, для того, чтобы рассчитать постепенное инициирование заряда, необходимо обратиться к твёрдофазной модели зажигания, имеющая следующие уравнения:

Одномерное уравнение теплопроводности для второй фазы (твёрдой) в гетерогенной среде:

$$c_2\rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2} + Qk_0 e^{\frac{-E_A}{RT_2}}. \quad (47)$$

Уравнение, представляющее граничное условие на границе раздела двух фаз (твёрдой и газовой) в гетерогенной среде:

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2(x, 0, t)}{\partial y} = -q = \alpha_T(T_{II} - T_I). \quad (48)$$

Уравнение, которое представляет начальное условие для температуры второй фазы:

$$T_2(x, y, t_p) = T_H, \quad (49)$$

«где y – координата вглубь порохового зерна;

c_2 – удельная теплоёмкость вещества пороха;

T_2 – температура пороха;

λ_2 – коэффициент теплопроводности пороха;

α_T – коэффициент теплоотдачи с учётом осаждения раскалённых частиц воспламенителя на заряд;

E_A – энергия активации химической реакции;

Qk_0 – предэкспонент;

выражение для α_T приведено в соотношениях (2)» [3].

Данная система уравнений (38) – (44) решается совместно с задачей зажигания зерна заряда (47) – (49) и позволяет определить постепенное инициирование заряда метательной системы.

Систему уравнений (38) – (44) для модели гетерогенной среды можно решить методом СЭЛ. Далее мы поговорим о применяемой разностной схеме и о том, как рассчитывать шаг.

2.4 Разностная схема и расчёт шага

Разностная схема – это численный метод решения дифференциальных уравнений, основанный на аппроксимации производных в уравнениях конечными разностями. Разностные схемы используются для моделирования и анализа различных физических процессов, в том числе – во внутренней баллистике.

В основе разностных схем лежит дискретизация пространственных и временных переменных, что позволяет преобразовать дифференциальные уравнения в систему алгебраических уравнений. Эти уравнения решаются численными методами, что позволяет получить приближенное решение исходного дифференциального уравнения в узлах сетки.

«Для решения системы уравнений (38) – (44), описывающих процессы в области 0, используется разностная сетка с заданным шагом h . После инициализации всех частиц заряда твёрдой фазы в области 0 и исходя из начальных условий, вычисляются значения давления, температуры, скорости газа, относительной толщины прореагировавшего слоя частиц и пористости. Полученные результаты подставляются в уравнение (45) для использования как начальные условия при решении уравнений (38) – (44) на новом временном слое.

Разностные формулы для уравнений (38) – (42):

$$A_i^{n+1} = A_i^n - \left(B_{i+\frac{1}{2}} - B_{i-\frac{1}{2}} \right) \frac{\tau}{h} + F_i \tau, \quad (50)$$

где

$$A_i = \begin{bmatrix} ps\varphi \\ ps\varphi u \\ ps\varphi E \\ p_2s(1-\varphi) \\ p_2s(1-\varphi)\omega \end{bmatrix},$$

$$B_{i+\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} R_L s_i \varphi_i u_L \\ s_i \varphi_i (R_L u_L^2 + p_L) \\ s_i \varphi_i u_L \left(R_L p_L \left(\frac{1}{R_L} - \alpha \right) \frac{1}{k-1} + R_L \frac{u_L^2}{2} + p_L \right) \\ (R_2 W_2 S)_{i+\frac{1}{2}} \\ (R_2 W_2^2 S)_{i+\frac{1}{2}} \end{bmatrix}, \quad (51)$$

$$B_{i-\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} R_P s_i \varphi_i u_P \\ s_i \varphi_i (R_P u_P^2 + p_P) \\ s_i \varphi_i u_P \left(R_P p_P \left(\frac{1}{R_P} - \alpha \right) \frac{1}{k-1} + R_P \frac{u_P^2}{2} + p_P \right) \\ (R_2 W_2 S)_{i-\frac{1}{2}} \\ (R_2 W_2^2 S)_{i-\frac{1}{2}} \end{bmatrix},$$

где τ – величина шага по времени;

F_i – столбец правых частей уравнения (38) – (42);

$p_L, p_P, u_L, u_P, R_L, R_P$ – параметры газа справа и слева на скачке сечения после распада произвольного разрыва параметров газа на скачке сечения;

$R_2 W_2$ – параметры к-фазы после распада произвольного разрыва для среды частиц.

Уравнение (43) в разностном виде записывается следующим образом:

$$z_i^{n+1} = z_i^n - \frac{\tau}{2h} \left((\omega_i^n + |\omega_i^n|)(z_i^n - z_{i-1}^n) + (\omega_i^n - |\omega_i^n|)(z_{i+1}^n - z_i^n) \right) + F_{z_i}^2 \tau. \quad (52)$$

После определения A_i^{n+1} определяются параметры течения в ячейке на новом временном слое:

$$\begin{aligned}\varphi_i^{n+1} &= 1 - \frac{(\rho_2 s (1 - \varphi))_i^{n+1}}{\rho_2 s_i}; \\ p_i^{n+1} &= \frac{(\rho s \varphi)_i^{n+1}}{s_i \varphi_i^{n+1}}; \\ u_i^{n+1} &= \frac{(\rho s \varphi u)_i^{n+1}}{\rho_i^{n+1} s_i \varphi_i^{n+1}}; \\ E_i^{n+1} &= \frac{(\rho E s \varphi)_i^{n+1}}{\rho_i^{n+1} s_i \varphi_i^{n+1}}; \#(54) \\ \rho_i^{n+1} &= \frac{\left(E_i^{n+1} - \frac{u_i^{n+1}}{2} \right) (k - 1)}{\left(\frac{1}{\rho_i^{n+1}} - \alpha \right)}; \\ \omega_i^{n+1} &= \frac{(\rho_2 \omega s (1 - \varphi))_i^{n+1}}{(\rho_2 s (1 - \varphi))_i^{n+1}}.\end{aligned}$$

Для уравнения (47) разностная формула записывается в виде:

$$u_s^{n+1} = u_s^n + \frac{s}{Q} p_s \tau. \quad (53)$$

Величина шага по времени определяется из условий устойчивости Куранта-Фридрихса-Леви и устойчивости по правым частям для уравнения (39). Для счёта шага задачи по времени выбирался максимальный шаг по времени, удовлетворяющий всем этим условиям устойчивости» [2][16].

Расчет шага (или выбор шага сетки) в разностных схемах и численных методах является важным этапом, так как он влияет на точность, устойчивость и эффективность получаемого решения.

Шаг сетки влияет на точность аппроксимации производных и, следовательно, на точность получаемого решения. Слишком большой шаг может

привести к потере важной информации о поведении решения, в то время как слишком маленький шаг может привести к излишней детализации. Слишком большой шаг может привести к неустойчивости решения, в то время как слишком маленький шаг может обеспечить устойчивость, но при этом увеличить вычислительные затраты.

В данной работе рассмотрим задачу создания геометрической модели канала, содержащего как цилиндрические, так и конические секции.

Для выполнения этой задачи требуется определить местоположение оснований этих секций относительно левого края канала ($x \neq 0$) и указать соответствующие диаметры их оснований. Эта процедура является ключевым шагом при построении моделей для исследования теплопередачи и иных процессов, протекающих в канале.

Построим расчётную область в лабораторной системе координат – рисунок 5. Расчёт задачи проводится для уравнений с относительными переменными.

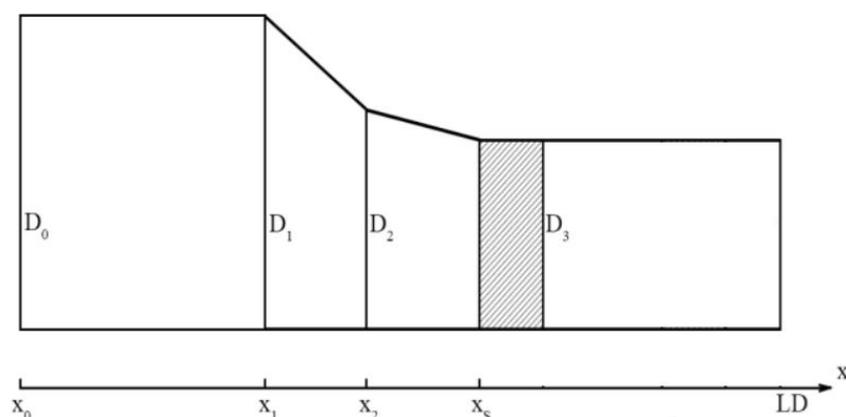


Рисунок 5 – Схематичное изображение расчётной области с координатами x_0 - x_2 и x_s и диаметрами D_0 - D_3

«В качестве масштабов приняты следующие величины:

1. Масштаб плотности R_* – объёмная плотность вещества в области I;
2. масштаб давления P_* – максимальное давление в постоянном объёме после прохождения всей реакции при плотности R_* ;
3. масштаб скорости $U_* = \frac{\bar{P}_*}{R_*}$;

4. масштаб площади $S_* = \frac{\pi D^2}{4}$;

5. масштаб площади L_* – расстояние между левой границей канала и дном первого поршня.

Счёт шага задачи по времени складывается из следующей последовательности действий:

- определяется из условий устойчивости величина по времени;
- проводится расчёт параметров течения среды во внутренних ячейках расчётной области 1, (51) – (54);
- проводится расчёт движения метаемого элемента в соответствии с (55) в зависимости от величины;
- проводится расчёт параметров течения среды в ячейках, прилегающих к подвижной правой границе расчётной области 0» [5][14].

В результате этого процесса мы получаем решение на каждом последующем временном слое с шагом τ . Повторение вычислений на каждом новом временном шаге в соответствии с описанной выше последовательностью действий позволяет получить динамику изменения параметров процесса метания в нестационарном режиме.

Выводы по второй главе

Во второй главе была поставлена задача классической схемы метания в рамках гетерогенной среды, включая основные допущения, которые позволили упростить модель без существенного ущерба для ее точности, а также были определены начальные и граничные условия, которые необходимы для корректного решения задачи.

Во второй главе было также учтено постепенное инициирование заряда, что является важным аспектом для более точного описания начального периода, а также обоснован выбор разностной схемы и произведён расчёт шага, что является ключевым этапом для численного решения задачи.

Глава 3 Результаты расчёта

3.1 Численная схема расчета

Для численного решения поставленной задачи выбран модифицированный метод СЭЛ.

Введём обозначения:

$$F[(k + \gamma)h, (n + \nu)\tau] = F_{k \pm \gamma}^{n \pm \nu}(\gamma, \nu = 0, 1/2, 1)$$

и следующие определения:

$$[\nabla \mu \nu]_k^{n-1/2} = \frac{(\mu \nu)_{k+1/2}^{n-1/2} - (\mu \nu)_{k-1/2}^{n-1/2}}{h},$$

где, например

$$(\mu \nu)_{k+1/2}^{n-1/2} = \frac{v_k^{n-1/2} + v_{k+1}^{n-1/2}}{2} \begin{cases} \mu_k^{n-1/2}, & \text{если } (v_k^{n-1/2} + v_{k+1}^{n-1/2}) \geq 0, \\ \mu_{k+1}^{n-1/2}, & \text{если } (v_k^{n-1/2} + v_{k+1}^{n-1/2}) < 0, \end{cases} \quad (54)$$

и

$$[\nabla \varphi \nu]_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{(\varphi \nu)_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - (\varphi \nu)_{k-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h}, \quad (55)$$

где, например

$$(\varphi \nu)_k^{n+1/2} = \begin{cases} \varphi_{k-1/2}^n v_k^{n+1/2}, & \text{если } (v_k^{n+1/2}) \geq 0, \\ \varphi_{k+1/2}^n v_k^{n+1/2}, & \text{если } (v_k^{n+1/2}) < 0. \end{cases} \quad (56)$$

А также

$$\left(\frac{\Delta \bar{p}}{\Delta x}\right)_k^n = \frac{\bar{p}_{k+1/2}^n - \bar{p}_{k-1/2}^n}{h},$$

где, например

$$\begin{aligned} \bar{p}_{k-1/2}^n &= p_{k-1/2}^n + q_{k-1/2}^{n-1/2}, \\ q_{k-1/2}^{n-1/2} &= \mu_0^2 h^2 \rho_{k-1/2}^n \begin{cases} \left([\nabla v]_{k-1/2}^{n-1/2}\right)^2, & \text{если } [\nabla v]_{k-1/2}^{n-1/2} < 0, \\ 0, & \text{если } [\nabla v]_{k-1/2}^{n-1/2} \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Аналогичным образом расписываются и выражения:

$$[\nabla \mu(\omega) w]_k^{n-1/2}, [\nabla \varphi(\omega) w]_{k-1/2}^{n+1/2}.$$

С учётом этих определений конечно-разностные уравнения будут иметь вид:

$$\begin{aligned} M_k^{n+\frac{1}{2}} &= M_k^{n-\frac{1}{2}} - \\ &- \tau \left\{ [\nabla M v]_k^{n-\frac{1}{2}} + \frac{m_{k+\frac{1}{2}}^n S_{k+\frac{1}{2}} + m_{k-\frac{1}{2}}^n S_{k-\frac{1}{2}}}{2} \left(\frac{\Delta \bar{p}}{\Delta x}\right)_k^n - (H_1)_k^n - (R_1)_k^n \right\}, \\ v_k^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{2M_k^{n+\frac{1}{2}}}{r_{k-\frac{1}{2}}^n + r_{k+\frac{1}{2}}^n}, \tag{57} \\ M_k^{n+\frac{1}{2}} &= M_k^{n-\frac{1}{2}} - \tau \left\{ [\nabla M w]_k^{n-\frac{1}{2}} + \frac{(1-m_{k+\frac{1}{2}}^n) S_{k+\frac{1}{2}} + (1-m_{k-\frac{1}{2}}^n) S_{k-\frac{1}{2}}}{2} \left(\frac{\Delta p}{\Delta x}\right)_k^n - (H_2)_k^n \right\}, \\ w_k^{n+1/2} &= \frac{2M_k^{n+1/2}}{\Delta_{k-1/2}^n + \Delta_{k+1/2}^n}, \\ (r_j)_{k-1/2}^{n+1} &= (r_j)_{k-1/2}^{n-1} - \tau \left\{ [\nabla r_j v]_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - (H_{3j})_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right\}, \end{aligned}$$

$$e_{k-\frac{1}{2}}^{n+1} = e_{k-\frac{1}{2}}^{n-1} - \tau \{ [\nabla e v]_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \left(p_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + q_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \left([\nabla m S v]_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + [\nabla (1-m) S w]_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) - (H_4)_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - (R_4)_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \},$$

$$\psi_{k-1/2}^{n+1} = \psi_{k-1/2}^{n-1} - \tau \left\{ [\nabla \psi w]_{k-1/2}^{n+1/2} \left(\frac{\Delta p}{\Delta x} \right)_k^n - \psi_{k-1/2}^{n+1/2} [\nabla w]_{k-1/2}^{n+1/2} - (H_5)_{k-1/2}^{n+1/2} \right\},$$

$$\alpha_{k-1/2}^{n+1} = \alpha_{k-1/2}^{n-1} - \tau \frac{[\nabla \alpha S w]_{k-1/2}^{n+1/2}}{S_{k-1/2}},$$

$$p_{k-1/2}^{n+1/2} = \frac{\theta_{k-1/2}^{n+1} e_{k-1/2}^{n+1}}{(m_{k-1/2}^{n+1} S_{k-1/2} - \alpha_{k-1/2}^{n+1} r_{k-1/2}^{n+1})}.$$

Таким образом, конечно-разностные уравнения имеют важное значение при решении дифференциальных уравнений, потому что они позволяют перейти от непрерывных функций к дискретным аппроксимациям.

3.2 Анализ полученных результатов

Результаты расчёта параметров баллистической системы с учётом начального периода постепенного воспламенения инициирующего состава представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты расчёта параметров баллистической системы с учётом начального периода

N	t
1	$2.8607 * 10^{-4}$
2	$4.4547 * 10^{-4}$
3	$6.2053 * 10^{-4}$
4	$7.8996 * 10^{-4}$
5	$9.5520 * 10^{-4}$
6	$1.1643 * 10^{-3}$
7	$1.3661 * 10^{-3}$
8	$8.8501 * 10^{-4}$
9	$1.0721 * 10^{-3}$

Продолжение таблицы 1

N	t
10	$1.2546 * 10^{-3}$
11	$1.4101 * 10^{-3}$
12	$1.5639 * 10^{-3}$
13	$1.6731 * 10^{-3}$

Результаты расчётов проведённого эксперимента покажем на графиках. На рисунке 6 представлен график изменения давления на дно канала и на метаемом элементе.

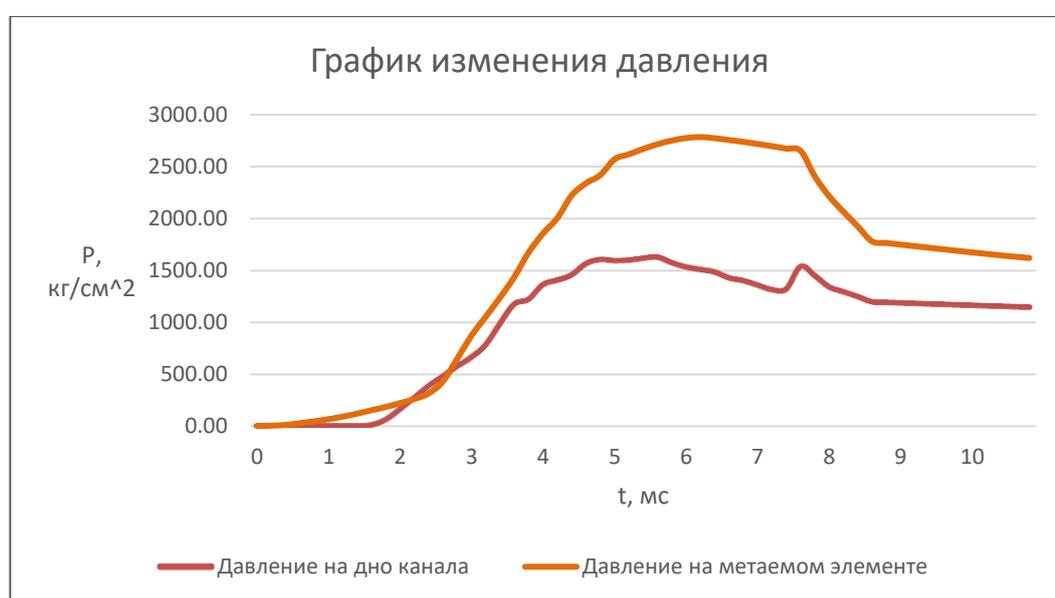


Рисунок 6 – График изменения давления на дно канала и на метаемом элементе

Результаты расчёта показали, что максимальное давление на метаемом элементе составляет 2786 кг/см^2 , что равняется 273 МПа . Данное давление достигает этого значения спустя $6,2 \text{ мс}$ (миллисекунды) после выстрела, после чего начинает уменьшаться.

Вместе с тем, максимальное давление на дно канала составляет 1631 кг/см^2 , что равняется 160 МПа . Данное давление возникает спустя $5,6 \text{ мс}$ (миллисекунд) после выстрела.

На рисунке 7 показан график изменения скорости метаемого элемента от времени.

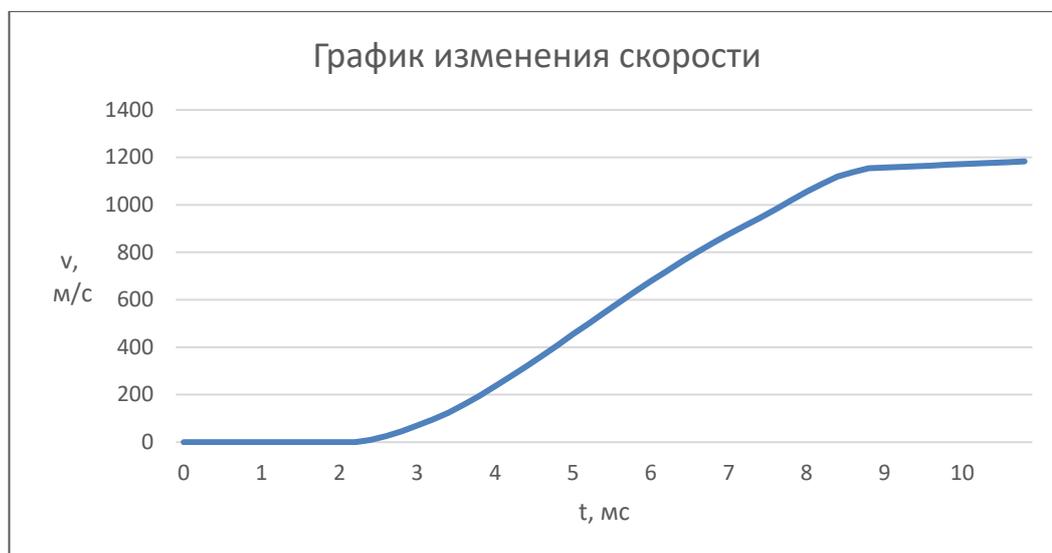


Рисунок 7 – График изменения скорости метаемого элемента от времени

Как видно по графику, скорость метаемого элемента начинается резко возрастать спустя чуть более чем 2 мс (миллисекунды) после выстрела. При этом, как показали расчёты, максимальная скорость метаемого элемента достигает 1183 м/с спустя 10 мс (миллисекунд) после выстрела.

Таким образом, решена задача определения внутрибаллистических параметров классической схемы метания постепенного инициирования заряда с учётом начального периода выстрела.

Выводы по третьей главе

Третья глава работы была посвящена непосредственному расчету и анализу полученных результатов в рамках исследуемой математической модели классической схемы гетерогенной среды.

В данной главе была также представлена численная схема расчета, которая была построена на основе разностных методов и учитывала специфику поставленной задачи, включая начальные и граничные условия, а также постепенность инициирования заряда.

Заключение

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы на тему «Моделирование работы импульсной системы с учётом начального периода» были изучены основные положения и теории классической схемы метания, а также процессы, сопровождающие данную схему.

Цель исследования, построение математической модели классической схемы метания, учитывающей энергетические и газодинамические процессы, происходящие во время выстрела, программная реализация данной математической модели, была достигнута, а также были получены результаты расчёта по модели для сравнения с ранее используемыми методами.

В данном исследовании были выполнены все ранее поставленные задачи, а именно: изучены классические схемы метания, поставлена математическая модель данной схемы, реализован программный вариант и проведены необходимые вычисления.

Цели и задачи исследования были достигнуты, применяя газодинамический подход при решении основной задачи внутренней баллистики, а также численный метод решения в виде совместного Эйлера-Лагранжевого метода.

В результате написания программы и построения математической модели были получены и проанализированы результаты, представленные в виде таблицы и рисунков, отражающие давление на дно канала и метаемого элемента, а также скорость метаемого элемента.

Список используемой литературы

1. Ассовский И. Г. Физика горения и внутренняя баллистика: учеб. пособие / Ассовский И. Г.; РАН. Ин-т химической физики им. Н. Н. Семенова. - М.: Наука, 2005. – 215 с.
2. Березин И. С., Жидков И. Л. Методы вычислений. М.: Физматлит, 1960. Т. 2. – 97 с.
3. Бетехин С. А., Веницкий А. М., Горохов М. С., Станюкович К. П. Газодинамические основы внутренней баллистики. Москва: Оборонгиз, 1957. – 122 с.
4. Воеводин В. В. Вычислительная математика и структура алгоритмов. - Москва: Издательство МГУ, 2006. – 66 с.
5. Вилунов В. Н. Газовая динамика двухфазного течения в соплах. Издательство Томского университета. 1986 г. – 44 с.
6. Гринько Г. В., Сафронов А. И. Внутренняя баллистика ствольной системы эстафетной схемы // Материалы III научно-практической всероссийской конференции (школы-семинара) молодых ученых, 2017. – 125-128 с.
7. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред // М.: Наука, 1987. Ч.1. – 58 с.
8. Оппоков Г. В. Основные проблемы внутренней баллистики: учеб. пособие для вузов / Оппоков Г. В. - М.: Оборонгиз, 1940. – с. 254.
9. Рахматуллин Х. А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред // ПММ. 1956. Т.20. В.1. – 83 с.
10. Рябов А. С. Метод решения главной задачи внутренней баллистики. Москва: МСХМ, 1949. – 56 с.
11. Русяк И. Г., Ушаков В. М. Внутрикамерные гетерогенные процессы в ствольных системах. Екатеринбург: УрО РАН, 2001. – 24 с.
12. Сафронов А. И. Внутрибаллистическое проектирование метательных систем. Сборник научных статей II Всероссийской научной конференции с международным участием. 2019.

13. Сафронов А. И. Внутренняя баллистика ствольной системы с присоединенной камерой подгона / А. И. Сафронов, А. Ю. Крайнов // Вестник ТГПУ. — 2004. Вып.6(43). — 34-36 с.
14. Сафронов А. И., Ушаков В. М., Русяк И. Г. О газодинамическом методе расчета последовательного воспламенения полужарядов в артиллерийской системе, – В сб.: Теория, расчет, производство и эксплуатация боеприпасов: Тез. докл. XII Всесоюзн. конф. Пенза, ПВАИУ, 1978. – 32 с.
15. Серебряков М. Е. Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. Москва: Оборонгиз, 1962. – 144 с.
16. Carlucci, D. E., & Jacobson, S. S. (2008). "Ballistics: Theory and Design of Guns and Ammunition." CRC Press. – 32 p.
17. McCoy, M. R., & Shepherd, J. E. (2012). Internal Ballistics of Hybrid Rockets. In Hybrid Rocket Propulsion. Springer, Berlin, Heidelberg. – pp. 25-26.
18. Reed, J. W., & Gough, P. T. (1998). "Internal Ballistics of High-Performance Guns." AIAA Journal of Propulsion and Power, 14(5). – 58 p.
19. Sutton, G. P., & Biblarz, O. (2001). Internal Ballistics: A Research Oriented Approach. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA. – 162 p.
20. Zukas, J. A., & Walters, W. P. (1990). Internal Ballistics of Recoilless Guns. Progress in Astronautics and Aeronautics, 125. – 44 p.