МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)

Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование)

44.04.01 Педагогическое образование
(код и наименование направления подготовки)

Математическое образование
(направленность (профиль))

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ)

на тему «Методика обучения решению задач как средство подготовки старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике»

Обучающийся	А.А. Пеняева (Инициалы Фамилия)	(личная подпись)
Научный руководитель	канд. пед. наук, доцент, Н.А. Демченкова (ученая степень (при наличии), ученое звание (при наличии), Инициалы Фамилия)	

Тольятти 2023

Оглавление

Введение

Актуальность и научная значимость настоящего исследования. В последние годы, вопрос развития математической компетенции школьников приобретает все большую важность и обсуждается на самом высоком государственном уровне. Компетенции в математике считаются ключевыми в развитии личности, активной гражданственности, социальной интеграции и занятости в современном обществе, основанном на знании.

Введение Единого государственного экзамена потребовало от педагогов новых методик в процессе обучения. Применение итогового контроля по математике на базовом уровне привлекло внимание учителей к выбору образовательных технологий, которые стали играть важную роль при подготовке к ЕГЭ.

«Задачи являются основным средством обучения математике. Умение решать задачи является важным показателем усвоения математических знаний, условием реализации творческих способностей обучающихся в математической деятельности, условием устойчивого познавательного интереса к изучению математики» [30].

«Математические задачи классифицируют по разным основаниям: предмету, требованию, методу решения, сложности, характеру умственной деятельности при решении, форме предъявления условия, дидактическим функциям, реализуемым в процессе обучения и другим признакам. Решение задач – наиболее эффективная форма не только для развития математической деятельности, но и для усвоения знаний, навыков, методов и приложений математики. Решение задач является важнейшим видом учебной деятельности, в процессе которой учащимися усваивается математическая теория, развиваются творческие способности и самостоятельность мышления» [31].

«С помощью задач формируются умения, составляющие основу применения знаний в конкретных ситуациях. В процессе решения задач формируются логическая, эвристическая, алгоритмическая составляющие мышления и многие нравственные качества учащихся» [71].

В настоящее время происходит ухудшение результатов базового уровня единого государственного экзамена по математике, поэтому в данной работе сделана попытка в определении причин снижения результатов базового уровня ЕГЭ по математике за период с 2019 по 2022 г. На сегодняшний день ситуация складывается таким образом, что за анализируемый период учащиеся базового уровня испытывают трудности по одним и тем же типам задач. Одним из факторов возникновения трудностей может быть то, что учитель недостаточное внимание уделяет основным типам задач базового уровня ЕГЭ или в учебной программе этих тем нет или на них выделено недостаточное количество часов.

Таким образом, возникает следующий вопрос: каким образом должно быть организовано обучение по математике на базовом уровне? Может быть, проблема заключается в компетентности учителя, т.к. большинство учеников, обращающихся к репетиторам, показывают высокие результаты ЕГЭ? Может быть, недостаточно сформирована методика обучения решению задач как средство подготовки старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике?

Сегодня существует довольно большое количество обращений к исследованию проблем системы конструирования образовательных программ. Так, в исследовании Е.А. Пичкуренко, А.Г. Пригодиной, Л.М. Данович приведена инновационная методика изучения математики, некоторые разделы которой изложены с применением методов дидактической герменевтики в русле теории понимания научных текстов [60].

В настоящий момент, с учетом требований современного общества, необходимо разрабатывать новые интегративные и динамичные подходы к базовому образованию.

Предлагаемая в диссертации С.А. Кругликова «методика преподавания математики с использованием компьютерных продуктов учебного назначения может быть использована при обучении математике в средней школе» [35]. «Проведенное исследование дало возможность разработать методические критерии качества образовательных компьютерных продуктов по математике. Результаты диссертации были учтены при создании, определении контента и выработке технологии работы учебно-консультационного математического образовательного портала для школьников и учителей» [35].

О.А. Косино «рассматривает проблему совершенствования обучения алгебре с использованием возможностей технологического подхода к проектированию учебного процесса и обеспечению гарантированности успешных конечных результатов обучения в условиях интеграции педагогических и информационных технологий» [33]. «Новым являются созданный проект учебного процесса, соответствующие методические особенности обучения по проекту «Алгебра (7-9 класс)», новые формы реализации проекта с учебно-методическим сопровождением и электронной поддержкой» [33]. «Исследование О.А. Косино вносит определенный вклад в развитие теории содержания образования: модифицирована технология проектирования учебного процесса, определены закономерности и методические особенности реализации проекта по курсу алгебры. В концепцию проектирования педагогических объектов внесены такие продуктивные принципы, как, универсальность, открытость, цикличность, интегративность» [33].

В диссертационном исследовании О.П. Диденко «выявлены возможности курса алгебры в формировании у школьников умения доказывать, разработана методика, позволяющая дифференцированно строить процесс обучения доказательству посредством разработанной системы задач, адекватно отражающей структуру учебной деятельности учащихся, включающей три этапа: мотивацинно-ориентировочный, исполнительно-операционный и контрольно-оценочный» [18].

Противоречие заключается в том, что растет актуальность методики обучения решению задач при подготовке к базовому уровню ЕГЭ по математике в общеобразовательной школе, с одной стороны, и недостаточность ее разработки, с другой.

Данное противоречие позволило сформулировать **проблему диссертационного исследования**: методика обучения решению задач при подготовке старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике.

Объектом исследования является процесс обучения математике учащихся общеобразовательной школы 10-11 классов.

Предмет исследования – методика обучения решению математических задач при подготовке к базовому уровню единого государственного экзамена по математике.

Цель исследования – разработать методику обучения решению задач как средство подготовки старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике.

Гипотеза исследования заключается в следующем: разработка и внедрение методики обучения решению задач как средство подготовки старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике повысит результаты единого государственного экзамена по математике базового уровня в общеобразовательной школе.

Для достижения поставленной цели необходимо решить **следующие задачи:**

1. Определить типологию задач базового уровня ЕГЭ по математике.
2. Обозначить основные проблемы низкого уровня подготовки учащихся к базовому уровню ЕГЭ по математике.
3. Разработать методику решения практико-ориентированных задач ЕГЭ базового уровня.
4. Разработать методику обучения решению алгебраических и геометрических задач при подготовке учащихся к базовому уровню ЕГЭ.
5. Разработать элективный курс «Текстовые задачи ЕГЭ по математике базового уровня».

6. Привести описание проведенного педагогического эксперимента.

Теоретико-методологическую основу данного исследования составили работы В.М. Брадиса [8], Г.В. Дорофеева [21, 22, 23], Т.А. Ивановой [26], Ю.М. Колягина [30, 31], Г.И. Саранцева [64, 65], Л.М. Фридмана [71].

Базовыми для настоящего исследования явились Л.С. Атанасяна [12], А.Г. Мордковича [45, 46, 47], И.М. Смирновой [67], И.В. Ященко [75], а так же Н.А. Соколовой, Д.С. Барышенского, Е.Н. Белай [68], которые предлагают комплексную методику работы с обучающимися средствами портала «СтатГрад», обеспечивающую эффективную подготовку к ЕГЭ по математике [68].

Методы исследования. Анализ психолого-педагогической, методической литературы по теме исследования; изучение и анализ состояния исследуемой проблемы в школьной практике; анализ собственного опыта работы в школе; педагогический эксперимент и обработка результатов эксперимента.

Основные этапы исследования:

– 1 этап (2021/22 уч.г.): анализ ранее выполненных исследований по теме диссертации; анализ школьных программ и учебников по математике, нормативных документов; анализ опыта работы школы по данной теме;

– 2 этап (2021/22 уч.г.): определение теоретических и методических основ исследования по теме диссертации;

– 3 этап (2022/23 уч.г.): подборка задач для подготовки к базовому уровню ЕГЭ по математике; разработка методики обучения решению задач при подготовке старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ; разработка элективного курса «Текстовые задачи ЕГЭ базового уровня по математике»;

– 4 этап (2022/23 уч.г.): оформление диссертации, корректировка ранее представленного материала, уточнение аппарата исследования, описание результатов экспериментальной работы, формулирование выводов по главам.

Опытно-экспериментальная база исследования: МАОУ Домодедовская гимназия №5, г. Домодедово Московской области.

Научная новизна исследования заключается в предложенных методических рекомендациях обучения решению задач при подготовке старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике.

Теоретическая значимость исследования заключается в предложенной методике обучения решению алгебраических и геометрических задач при подготовке старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике.

Практическая значимость исследования состоит в том, что разработанные методические рекомендации и методические материалы подготовки старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике могут быть использованы учителями математики в их практической деятельности.

Достоверность и обоснованность результатов исследования обеспечивались сочетанием теоретических и практических методов исследования, анализом педагогической практики и личным опытом работы в общеобразовательной школе.

Личное участие автора в организации и проведении исследования состоит в определении методических рекомендаций подготовки старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике; разработке методики обучения алгебраических и геометрических задач при подготовке к ЕГЭ базового уровня; разработке элективного курса по теме «Текстовые задачи ЕГЭ базового уровня по математике».

Апробация и внедрение результатов работы велись в течение всего исследования. Его результаты докладывались на следующих конференциях:

– II Международной научно-практической конференции «Качество обучения как проблема контроля и оценки образовательной деятельности образовательных организаций (учреждений) (27-28 января 2022 г., г. Луганск, ЛНР);

– всероссийской студенческой научно-практической междисциплинарной конференции «Молодежь. Наука. Общество» (Тольятти, декабрь, 2022 г.) (III место);

– 1-ом этапе научно-практической конференции «Студенческие Дни науки в ТГУ» (Тольятти, апрель 2023 г.) (III место);

– 2-ом этапе научно-практической конференции «Студенческие Дни науки в ТГУ» (Тольятти, апрель 2023 г.) (III место);

По теме исследования имеются 3 публикации [17, 57, 58].

Экспериментальная проверка предлагаемых методических рекомендаций была осуществлена в период производственной практики (научно-исследовательской работы) и преддипломной практики на базе кафедры высшей математики и математического образования Тольяттинского государственного университета и МАОУ Домодедовской гимназии №5, г. Домодедово Московской области.

На защиту выносятся:

– методические рекомендации обучения решению задач как средство подготовки старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике;

– элективный курс «Текстовые задачи ЕГЭ базового уровня ЕГЭ по математике».

Структура магистерской диссертации. Работа состоит из введения, двух глав, заключения, содержит 4 рисунка, 15 таблиц, список используемой литературы (80 источников). Основной текст работы изложен на 77 страницах.

Глава 1 Теоретические основы обучения решению задач как средство подготовки старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике

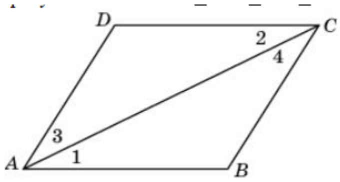
1.1 Классификация математических задач и типология задач базового уровня ЕГЭ по математике

В настоящее время существует множество классификаций алгебраических задач. В таблице 1 приведены примеры таких классификаций [26, 30, 42, 65].

Таблица 1 – Классификация математических задач

Наименование классификации	Описание	Примеры задач
по проблемности (классификация Ю.М. Колягина)	при анализе задачи известны все компоненты задачи: условие, обоснование, решение, заключение. Такой вид задач встречается при обучении теоретического материала базового уровня	«Решить квадратное уравнение $3x^2+5x-2=0$ Ученик решил квадратное уравнение, нашел его корни, но при этом применил теорему, которая обратна Виета. Поясните, можно ли так сделать? Ученик решил квадратное уравнение, разложив его на множители. Поясните, как можно было это сделать» [65].
по структуре деятельности	по структуре деятельности можно разделить на виды: - репродуктивная; - продуктивная; -эвристическая	Несколько групп учеников приехали на экскурсию в Санкт-Петербург. Чтобы группы не встречались, у каждого свои экскурсионные маршруты. Но место встречи должно быть одно через 5 часов. Вас выбрали старшей по группе и попросили составить план маршрута. Необходимо составить план, если на осмотр каждой достопримечательности вы должны находиться не более 11 минут, а время в пути составляет не более 3 минут между достопримечательностями

Продолжение таблицы 1

Наименование классификации	Описание	Примеры задач
по математическому содержанию и методу решения	классификация зависит от того раздела, какой изучается в школьном курсе математики: алгебраические задачи; тригонометрические задачи; геометрические задачи и т.д.	решите уравнение: $3+\cos 2x+3\sqrt{2}\cos x=0$ найдите остаток при делении на 13 $12^{1231}+14^{4324}$
по характеру требований	задачи на объяснение, построение, доказательство, вычисление и т.д.	в четырехугольнике $ABCD$ $\angle 1=\angle 2$ и $\angle 3=\angle 4$. Докажите, что $AB=CD$ 
по специфике языка	текстовые, сюжетные, абстрактные.	моторные лодки расположились на озере в точках Х и У. Расстояние между ними 100 км. Лодки двигаются друг на встречу другу со скоростями 25 км/ч (лодка 1) и 30 км/ч (лодка 2) Какое время затратили они для их встречи в пункте Р?

С 2015 г. ЕГЭ по математике проводится на двух уровнях: базовом и профильном. ЕГЭ базового уровня предназначен для проверки достижения участниками экзамена основных предметных результатов. Математическая версия экзаменационного материала состоит из 21 задания, включающая короткие числовые ответы или ответы в виде ряда цифр, из них заданий по алгебре и началам анализа - 16, по геометрии 5. Все задания базового уровня сложности. Работа рассчитана на 180 минут. Работа включает в себя следующие типы задач:

– простейшие текстовые задачи;

– числа и их свойства, размеры и единицы измерения;

– чтение графиков и диаграмм, анализ графиков и диаграмм,

анализ утверждений, выбор оптимального варианта;

– начала теории вероятностей;

– планиметрия, прикладная геометрия, задачи на квадратной решетке;

– стереометрия, задачи по стереометрии;

– вычисления, вычисления и преобразования;

– простейшие уравнения, простейшие неравенства;

– задачи на смекалку.

При выполнении данных заданий проверяются следующие умения учащихся:

– «задания 1, 19: умения выполнять вычисления и преобразования;

– задания 2, 3, 4, 15: умения использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;

– задания 5, 6: умения строить и исследовать простейшие математические модели;

– задание 7: умение выполнять действия с функциями;

– задания 8, 20, 21: умения строить и исследовать простейшие математические модели;

– задания 9, 10, 11, 12, 13: умения выполнять действия с геометрическими фигурами;

– задания 14, 16: умения выполнять вычисления и преобразования;

– задания 17, 18: умения решать уравнения и неравенства» [61].

«Рассмотрим выполнение экзаменационной работы участниками с разным уровнем математической подготовки. Результаты базового экзамена 2020 г., очевидно, различались между четырьмя группами участников, получивших разные тестовые баллы от 2 до 5 (таблица 2)» [5].

Таблица 2 - Группы по уровню подготовки (базовый уровень)

Группа	1	2	3	4
Границы первичных баллов	0 - 6	7 - 11	12 - 16	17 - 21
Тестовый балл	2	3	4	5

«Группа 1 – это набор участников самого низкого уровня. Математический фон с неприемлемыми вычислительными способностями и пониманием прочитанного (2,8% доля участников базового экзамена по результатам 2020 г.)» [5, 25].

«Участники группы 2 с низким уровнем математического образования склонны выполнять задания, требующие прямого подсчета, но допускают ошибки в процентных заданиях. За задания, требующие знания элементов содержания 10-11 классов, часто не берутся 19,8% учащихся» [5, 25].

«Группа 3 нуждается в базовых математических знаниях для повседневных расчетов и условий жизни. Для данной группы характерно слабое выполнение последней задачи КИМ, требующей знания логической композиции и функций, изучаемых в средней школе, дополняется стабильными вычислительными навыками и решением базовых текстовых задач. Доля этой группы - 39,9%» [5, 25].

«Группа 4 – наиболее подготовленные участники к основному экзамену. Некоторые из них могут иметь право на средние или высокие баллы на профильных экзаменах. Выбор базовых экзаменов наиболее осознанный – они планируют продолжить обучение в областях, не связанных с математикой. Однако некоторые из этой группы могут состоять из участников, которые выбрали базовый экзамен из-за своих ошибок или в неправильном направлении. Доля группы составляет 37,5%» [5, 25].

1.2 Основные проблемы низкого уровня подготовки к базовому уровню ЕГЭ по математике

В таблице 3 приведены результаты выполнения заданий ЕГЭ по математике по линиям заданий за последние 4 года [57].

Таблица 3 - Сравнение результатов ЕГЭ за последние 4 года

Номера заданий	Процент выполнения			
	2018	2019	2021	2022
1	73	81,7	69,1	74,4
2	78,7	85,3	79,4	74,5
3	76,8	78,7	76,3	75,7
4	68,2	54,5	72,6	56,6
5	68,7	66,4	67,9	67,7
6	63,6	68,3	70,3	63,4
7	58,7	56,1	59,3	63,6
8	66,7	68,1	72,5	65,1
9	62,7	67,4	68,8	69,7
10	68,1	52,4	64	68,9
11	59,7	71	59,5	68,3
12	73,3	64,7	64,4	66,4
13	59,9	58,9	64,6	61,1
14	56,6	62,1	49,9	53,1
15	67,1	58,7	62,2	66
16	55,1	58,7	59,2	61,2
17	60	52,5	55,6	61,6
18	63	47,6	55,3	52,8
19	64	84	62,5	78
20	65,1	73,9	68,6	69,1
21	59,4	57,2	51,1	57,4 [5]

«В методических рекомендациях для учителей, подготовленных на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2022 года по математике, отмечается, что средний процент выполнения вычислений и преобразований составляет всего 64,2 % базового уровня» [66, 69]. «Культура выполнения тождественных преобразований обучающихся в школе находится не на достаточно высоком уровне, что проявляется в неумении правильно обосновывать преобразования, следить за изменением области определения в последовательной цепочке тождественных преобразований, найти кратчайший путь решения к окончательному виду преобразований и т.д.» [34].

«Типичные ошибки обучающихся при выполнении тождественных преобразований выражений это:

– ошибки при раскрытии скобок;
– ошибки при перемене знаков перед алгебраической дробью;
– ошибки в приведении подобных слагаемых;
– ошибки в преобразовании произведения одночленов;
– ошибки при возведении в степень одночленов;
– ошибки при разложении многочленов на множители;
– ошибки, связанные с тождественными преобразованиями иррациональных выражений;
– ошибки при преобразовании выражений, содержащих логарифмы;
– ошибки при тождественных преобразованиях выражений, содержащих значения тригонометрических функций» [63].

У школьников часто возникают трудности в решении текстовых задач.

«Всеобщий переход на дистанционное обучение весной 2020 года оказал существенное влияние на весь процесс подготовки выпускников к экзаменам, включая экзамены по математике. Изменился не только способ взаимодействия преподавателей и учащихся, но и формат заданий, и процедуры контроля. Так, если во время очного обучения взаимодействие между учителем и учеником происходило чаще в формате диалога, то во время дистанционного обучения многие учителя выбрали практически вебинарный формат преподавания с минимальной обратной связью» [57].

«Период дистанционного обучения послужил мощным катализатором для освоения российским образованием инновационных методов преподавания и помог выявить некоторые преимущества и недостатки сложившихся педагогических практик. Дальнейшее изучение полученных результатов поможет улучшить качество очного образования, дополнив его наиболее удачными методиками, освоенными в 2022 году» [24].

1.3 Практико-ориентированные задачи ЕГЭ базового уровня

Анализ результатов единого государственного экзамена по математике базового уровня показал, что учащиеся испытывают трудности при решении практико-ориентированных задач. Одним из факторов возникновения таких трудностей может быть недостаточное внимание учителя или недостаточное количество часов в учебном плане по этим темам. «Таким образом, возникает следующий вопрос: каким образом организовано обучение по математике на базовом уровне? Может быть, проблема заключается в компетентности учителя, т.к. большинство учеников, обращающихся к репетиторам, показывают высокие результаты базового уровня ЕГЭ? Может быть, не сформирована методика обучения решению задач как средство подготовки старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике?» [17].

«Задачи являются основным средством обучения математике; умение решать задачи является важным показателем усвоения математических знаний, условием реализации творческих способностей обучающихся в математической деятельности, условием устойчивого познавательного интереса к изучению математики» [31].

Ю.А. Маслова в профессиональной подготовке будущих учителей «под практико-ориентированной задачей понимает задачу, представляющую собой имитацию условий реальной профессиональной деятельности, предполагающую анализ конкретных педагогических ситуаций, разрешение конфликтных ситуаций в общении с другими участниками образовательного процесса (учащимися, родителями, коллегами), решение сложных и неоднозначных педагогических ситуаций. Такие задачи автор называет ситуативными» [39].

Ф.В. Дмитриева «практико-ориентированную задачу характеризует как средство формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций специалиста. Такие задачи строятся путем отбора производственных ситуаций» [19].

Н.В. Никаноркина «в данной связи характеризует профессионально-ориентированные задачи и определяет их функции в обучении математике студентов-экономистов» [48].

О.П. Казакова «отмечает, что для определения видов задач в процессе обучения необходимо определить основные умения профессиональной деятельности, на формирование которых применение данных задач должно быть направлено, и указывает, что формирование умений должно осуществляться в процессе создания ситуаций будущей профессиональной деятельности на основе решения практико-ориентированных задач» [27].

Г.Ю. Дмух «под практико-ориентированной задачей понимает задачу, нацеленную на получение межпредметных и общепредметных знаний, в максимальной степени учитывающую потребности специальных дисциплин» [20].

Л.В. Павлова «характеризует познавательные компетентностные задачи в обучении математике как задачи, целью решения которых является разрешение стандартной или нестандартной ситуации (предметной, межпредметной, практической) посредством нахождения соответствующего способа с обязательным использованием предметных (математических) знаний» [55] .

Т.А. Иванова отмечает, «что для определения видов задач в процессе обучения необходимо определить основные умения профессиональной деятельности, на формирование которых применение данных задач должно быть направлено, и указывает, что формирование умений должно осуществляться в процессе симуляции ситуаций будущей профессиональной деятельности на основе решения практико-ориентированных задач. Данный подход к определению практико-ориентированных задач реализует профессионально-направленное обучение, для которого характерно изучение дисциплин в контексте профессиональной деятельности» [26].

И.В. Ященко «под практико-ориентированной задачей понимает задачи, нацеленные на получение межпредметных и общепредметных знаний, в максимальной степени учитывающие потребности специальных дисциплин» [75].

А.А. Шкуркин «в качестве важнейшей особенности практико-ориентированной задачи называет наличие в ней проблемы познавательного и практического характера. Она выделяет виды таких задач, и можно заметить, что эти задачи нацелены, главным образом, на формирование надпредметных умений и навыков» [72].

Также следует выделить задачи, нацеленные на формирование надпредметных умений и навыков. О.Д. Кендиван «в качестве важнейшей особенности практико-ориентированной задачи называет наличие в ней проблемы познавательного и практического характера. Она выделяет виды таких задач и утверждает, что эти задачи нацелены, главным образом, на формирование надпредметных умений и навыков» [28].

Л.Г. Деменкова и Е.В. Полицинский [15] «выделяют функции задач при изучении естественнонаучных дисциплин: познавательная, развивающая, функция единства теории и практики, функция демонстрации междисциплинарных связей, функция оценки качества знаний студентов. Все эти функции реализуются в практико-ориентированных задачах. В качестве практико-ориентированных задач они рассматривают задачи с использованием сведений, которые могут быть востребованы в быту» [15].

С.А. Павленко [54] отмечает, что «обучение математике следует строить так, чтобы приобретенные знания по предмету не стали бесполезным грузом, а имели постоянное практическое применение» [54].

Данные по базовому профилю рассмотрены лишь для 2022 г., однако, это не мешает увидеть, что практико-ориентированные задачи правильно решают лишь 3/4 от всей массы экзаменуемых (таблица 4) [5].

Таблица 4 – Анализ результатов выполнения заданий ЕГЭ по практико-ориентированным задачам на уровне региона (Московской области)

<table>
<tr><th>Содержание</th><th>2022 г.
процент выполнения</th></tr>
<tr><td>Задание на нахождение процента от числа или числа по его проценту</td><td>71,26</td></tr>
<tr><td>Задание на вычисление вероятности события</td><td>83,93</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Задание, требующее организованного перебора вариантов или логического анализа</td><td>77,79</td></tr>
<tr><td>15,96</td></tr>
</table>

«Решение практико-ориентированных задач способствует формированию у обучающихся знаний, необходимых для решения реальных задач, возникающих в различных жизненных ситуациях. Можно отметить, что все авторы подчеркивают нацеленность практико-ориентированных задач в учебном процессе по той или иной дисциплине на развитие познавательного интереса к изучению этой дисциплины в связи с актуализацией связей между изучаемой теорией и ее применением в решении задач профессиональной деятельности, задач, возникающих в повседневной жизни, а также нацеленность на активизацию творческого потенциала студентов, сознательное усвоение учебного материала» [17].

Как можно улучшить методику решения практико-ориентированных задач учителям, учитывая ограниченность часов на предмет? Рассмотрим некоторые рекомендации.

«Выделять целый урок на решение практико-ориентированных задач. Научиться решать задачи можно только решая их. Поняв структуру и способы решения задач учащиеся могут быть готовы к решению практико-ориентированных задач» [17].

«Заниматься решением практико-ориентированных задач в рамках внеурочной деятельности. Если возможность такая есть, то почему бы не разбирать практико-ориентированные задачи отдельно от предмета «математика», например, на факультативе. Брать для рассмотрения общие методы решения задач, которые на обычных уроках не разбираются. А также решать нестандартные и сложные задачи» [17].

Следующие рекомендации можно дать самим учащимся, чтобы решение практико-ориентированных задач было успешным.

«Начиная решение поставленной задачи старайтесь хорошо понять ее, осмыслить условие, изучить задание в целом и в деталях, проиллюстрировать задачу грамотным и четким чертежом или схемой, которая будет вам лично понятна» [17].

«Высказывая предположение, постарайтесь сразу подтвердить его рассуждениями. Предположение (догадка) обязательно должно быть правдоподобным. Подумайте, к чему конкретному должно привести (или приведет) ваше предположение» [17].

«Не забывайте, что оформлять решение задачи можно по-разному и в любом виде: в виде связного рассказа, в виде рисунка или схемы, в виде таблицы и т. д. Вы имеете право сокращать слова и наименования различными буквами и обозначениями» [17].

1.4 Анализ школьных учебников с точки зрения исследуемой проблемы

Для проведения анализа школьных учебников были выбраны следующие учебники для базового уровня 10-11 классов:

УМК «Лаборатория А.Г. Мордковича» под авторством: А.Г. Мордковича и П.В. Семенова: «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» представлен в 2 частях для 10 и 11 классов [44, 45].

УМК «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» под авторством С.М. Никольского, М.К. Потапова и Н.Н.

Решетникова: «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» для 10 и 11 классов [49, 50].

УМК «Алгебра и начала математического анализа» под авторством Ш.А. Алимова, Ю.М. Колягина, М.В. Ткачёвой: «Алгебра и начала математического анализа» для 10 и 11 классов [2].

Рассмотрим учебник А.Г. Мордковича: «Содержание данного учебника соответствует требованиям государственного стандарта для базового уровня. Учебник написан подробно, доступно на хорошем литературном языке, с большим количеством тщательно проанализированных примеров. Учебники содержат как теоретические, так и практические задания. В конце каждой главы имеется краткое содержание, вопросы для самоконтроля, тесты самопроверки, дополнительная работа для подготовки к ЕГЭ, а также краткая историческая информация» [44, 45].

Рассмотрим учебник С.М. Никольского и др.: «Авторская концепция предоставляется учителю, сохраняя фундаментальные особенности изложения теории в учебниках, традиционных для отечественного образования, с учетом степени углубления теоретического материала, использования дополнительных материалов и уровня сложности работы, с учетом уровня подготовки учащихся и цели обучения. Система задач разделена по видам деятельности, каждая глава учебника дополнена историческими сведениями и интересными заданиями, также в конце каждого учебника выделен пункт «Исследовательское задание», лежащий в основе проектной деятельности обучающихся» [49, 50].

Учебник Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягина, М.В. Ткачевой, Н.Е. Федоровой «Алгебра и начала математического анализа» содержит два курса, «базовый и углубленный уровни. Комплект имеет свойство преемственности со всеми существующими учебниками алгебры основной школы. В учебном материале основное внимание уделяется пяти темам: числа, алгебраические преобразования, уравнения и неравенства, функции и стохастика» [2].

Ожидаемые результаты обучения в 10 классе следующие.

Обучающийся приобретает возможность решать различные виды простых текстовых задач, анализировать состояние проблемы, использовать математическую модель, чтобы объяснить свою ситуацию; понимать и использовать информацию, представленную в виде текстовых и условных таблиц, рисунков, графиков и изображений для решения задачи. Обучающийся учится действовать по алгоритму в проблемном состоянии, использовать логические рассуждения при решении проблем, выбирать из всей информации, которая необходима для решения проблемы и работы с избыточными ситуациями, нужную.

Также обучающийся имеет возможность делать краткий расчет возможных решений и выбирать лучшее решение в соответствии с выработанными в ситуации критериями; анализировать и объяснять полученное решение в контексте постановки задачи и выберите решение, соответствующее контексту; решать задачи, рассчитывая расходы на покупки, услуги, проезд и т.д.; решать простые задачи, связанные с долевым участием в компании, корпорации или собственности; решать проблему начисления простых процентов (скидка, система налогообложения) и сложных процентов в различных схемах инвестиций, кредитов и ипотек.

В 11 классе при решении текстовых задач базового уровня обучающийся может в итоге решать различные виды простых текстовых задач; анализировать состояние проблемы, использовать математическую модель, чтобы объяснить свою ситуацию; понимать и использовать информацию, представленную в виде текстовых и условных таблиц, рисунков, таблиц, диаграмм, графиков и рисунков, для решения задачи; действовать по алгоритму в проблемном состоянии; использовать логические рассуждения при решении задач; выбирать из всей информации, которая нужна для решения проблемы и работы с избыточными ситуациями; делать краткий расчет возможных решений и выбирать лучшее решение в соответствии с выработанными в ситуации критериями; анализировать и объяснять полученное решение в контексте постановки задачи и выбирать решение, соответствующее контексту.

Также обучающийся учится решать задачи, рассчитывая расходы на покупки, услуги, проезд и т.д. Решать простые задачи, связанные с долевым участием в компании, корпорации или собственности [8].

Сравнительная таблица 5 по всем проанализированным УМК представлена ниже.

Таблица 5 – Поурочное планирование рабочих программ базового уровня по теме «Текстовые задачи» в различных учебниках

Тема урока	Количество часов отводимых автором на изучение темы		
	А.Г. Мордкович	Колягин Ю.М., Ткачёва М.В., Фёдорова Н.Е.	Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н.
Анализ условия задачи.	2	3	3
Описание реальных ситуаций с помощью математических моделей.	2	3	3
Алгоритм в условии задачи	2	2	2
Задачи на расчет стоимости покупок	2	-	-
Задачи на расчет стоимости услуг	2	2	2
Задачи на расчет стоимости поездок	3	3	2
Задачи на расчет стоимости финансовых инструментов	2	1	2
Задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью.	-	1	1
Задачи на простые проценты	1	1	1
Задачи на сложные проценты	1	-	-
Итого часов	17	16	16

В качестве примера рассмотрим элективное исследование по математике «Сдать ЕГЭ» в 11-м классе, ориентированное на использование учебного комплекта «Сдать ЕГЭ!». Мат. Модульный курс: Базовый уровень «И.В. Ященко, С.А. Шестаков [75].

Данный курс является базовым общеобразовательным курсом и отражает ту непреложную часть образования, которая необходима всем школьникам для завершения общеобразовательного образования учащихся и подготовки к ЕГЭ по математике.

Целью данного курса является оказание индивидуальной и систематической помощи выпускникам в систематизации, обобщении, повторении и подготовке к экзаменам по курсам математики.

Задачи курса:

– развивать интерес и положительную мотивацию к изучению математики;

– дайте учащимся возможность проанализировать и уточнить свои способности;

– формировать навыки самостоятельной работы;

– развитие навыков работы с дополнительной литературой и использованием различных интернет-ресурсов;

– развитие коммуникативных навыков и общеобразовательных навыков работы в группе, умение вести дискуссию, умение обсуждать ответы;

– развитие самоконтроля, концентрации и умения правильно распоряжаться отведенным временем.

Контроль освоения программы обучающимися и степени готовности их к итоговой аттестации осуществляется через проведение самостоятельных работ, диагностических работ, тестирование. Работы проводятся с периодичностью раз в четверть (таблица 6).

Таблица 6 – Учебно-тематическое планирование

Наименование тем курса	Всего часов
Модуль «Базовые навыки»	5
Модуль «Алгебра» Числа. Корни. Степени	5
Модуль «Уравнения и неравенства» Рациональные, иррациональные.	9
Модуль «Функции»	5
Модуль «Планиметрия»	11
Модуль «Начала математического анализа»	6
Модуль «Алгебра» Тригонометрия. Логарифмы	7
Модуль «Уравнения и неравенства» Показательные, логарифмические, тригонометрические	5
Модуль «Стереометрия»	9
Модуль «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей»	6
Итого	68

Обучающийся учится использовать концепцию масштаба для нахождения расстояний и расстояний на картах, топографических картах, планах этажей, схемах и т. д. во время работы на компьютере; решать простые практические задачи, возникающие в повседневных ситуациях.

На уроках геометрии учащиеся сталкиваются с пространственными фигурами, мы должны научить их видеть эти фигуры не только в пространстве, но и на плоскости. В педагогическом процессе учителя пользуются преимущественно параллельным проектированием, поэтому очень важно преподать ребенку основы параллельного проектирования и научить строить изображения фигур в этой проекции [13, 67].

В учебнике Атанасяна Л.С., Бутузова В.Р., Кадомцева С.Б. и др. «Геометрия» [12] реализована идея уровневой дифференциации; в классах с углубленным изучением математики в обязательном случае должен быть дан весь материал, предлагаемый для изучения в гуманитарных классах. Должны быть решены задачи среднего и низшего уровней. Затем же предлагаются задачи более сложного содержания. Для учащихся базового уровня изучения математики желательно посещать факультатив, где можно более подробно и интереснее рассмотреть решение геометрических задач.

Если у учащихся базового уровня преобладает наглядно-образное мышление и при работе с ними все слова учителя должны быть проиллюстрированы, то у детей математических классов преобладает абстрактно-логическое мышление. Но это не значит, что наглядность в данной теме может отсутствовать. Учащиеся математических классов видят красоту геометрии в необычных, неожиданных решениях, поэтому задачи на параллельное проектирование здесь должны быть более изощренными. Если у гуманитариев предпочтение отдается коллективным методам работы, то в математических лучше давать задачи на индивидуальное решение. Все, чем будет отличаться преподавание данной темы в кассах с углубленным изучением математики - это комплекс решаемых задач [7, 13].

Выводы по первой главе:

– в современной изменяющейся социально-экономической ситуации требуются высококвалифицированные специалисты с набором способностей, необходимых для выполнения поставленных перед ними задач, с новыми знаниями в связи с быстрыми изменениями профессионального и трудового содержания;
– математическая версия экзаменационного материала базового уровня состоит из 21 задания, включающая короткие числовые ответы или ответы в виде ряда цифр, из них заданий по алгебре и началам анализа - 16, по геометрии – 5; все задания базового уровня сложности;
– «проведенный анализ индексов низких, массовых и высоких результатов ЕГЭ в 2022 г. на территории РФ по математике показал значительное изменение данных индексов по сравнению с 2019 г.

Индекс низких результатов ЕГЭ в 2022 г. понизился на 6,8 % по сравнении с ЕГЭ 2019 г., индекс массовых результатов ЕГЭ в 2022 г. понизился на 38,2 %, индекс высоких результатов ЕГЭ в 2022 г. понизился на 19,4 % по сравнению с ЕГЭ 2019 г. Полученная отрицательная динамика изменения индекса массовых и высоких результатов позволяет сделать вывод о понижении уровня подготовки выпускников 2022 г.» [5, 29];

– проведен анализ школьных учебников математики на предмет их использования в процессе обучения при подготовке учащихся к единому государственному экзамену базового уровня;

– анализ результатов единого государственного экзамена по математике базового уровня показал, что учащиеся испытывают трудности при решении практико-ориентированных задач. Таким образом, возникает следующий вопрос: каким образом организовано обучение решению практико-ориентированных задач по математике на базовом уровне?; поэтому в первой главе описана методика обучения решению практико-ориентированных задач как средство подготовки старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике.

Глава 2 Методические основы обучения решению задач как средство подготовки старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике

2.1 Методика обучения решению алгебраических задач при подготовке старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ

В данном параграфе рассмотрим методику обучения задачам базового уровня. Для начала рассмотрим алгебраическую задачу под номером 17, где может встретиться два вида задач: в одном необходимо сопоставить приведенные в задаче неравенства и решения в виде таблицы, решения могут задаваться в виде графических или числовых промежутков. В другом виде задачи дается рисунок прямой с точками в котором необходимо сопоставить точки со значениями [1].

Пример 1.

«Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями» (таблица 7) [66].

Таблица 7 – Таблица к примеру 1

Неравенства	Решения
$2^x \geq 2$	$x \geq 1$
$0{,}5^x \geq 2$	$x \leq 1$
$0{,}5^x \leq 2$	$x \leq -1$
$2^x \leq 2$	$x \geq -1$

Пример 2.

На прямой отмечены точки K, L, M и N (рисунок 1) [70].

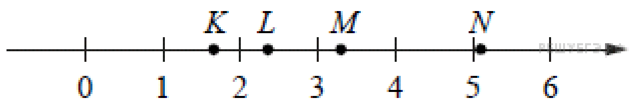


Рисунок 1 – Рисунок к примеру 2

Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца, которые им соответствуют (таблица 8).

Таблица 8 – Таблица к примеру 2

Точки	Числа
K	$\log_2 10$
L	$\frac{7}{3}$
M	$\sqrt{26}$
N	$0{,}6^{-1}$

Решение. Рассмотрим соотношения:

– $3 = \log_2 8 < \log_2 10 < \log_2 16 = 4$;

– $2 = \frac{6}{3} < \frac{7}{3} < \frac{9}{3} < 3$;

– $5 = \sqrt{25} < \sqrt{26} < \sqrt{36} = 6$;

– $1 = 1^{-1} < 0{,}6^{-1} < 0{,}5^{-1} = 2$.

Далее рассмотрим методику работы с текстовой задачей.

Пример 3.

«Велосипедист проехал 24 км за 6 ч. Сколько километров он проезжал за 1 час?».

В ходе решения выясняется, что велосипедист проезжает за 1 час 4 километра. Затем учитель дает определение скорости: «скорость - это расстояние, пройденное за единицу времени. Единицы измерения скорости обозначаются так 4 км в час или 4 км/ч». Потом предлагаются простые задачи, при решении которых раскрываются связи между скоростью, временем и расстоянием.

Ю.М. Колягин [30, 31] в своих исследованиях выделил основные этапы решения задач, которые представлены в таблице 9.

Таблица 9 – Основные этапы решения задачи [30, 31].

Этап решения задачи	Необходимые действия
Анализ текста задачи	- найти основные объекты задачи; - понять основное условие и какой вопрос в данной задаче; - выяснить, какие ситуации имеются в данной задаче;
Составления плана решения	- установить зависимость величин; - найти или составить основную формулу для решения задача (при необходимости вывести величину из формулы); - выяснить, в каком предложении имеется зависимость величин;
Реализация составленного плана	-перевести текстовую задачу на математический язык;
Анализ решения	- после получения ответа необходимо выполнить проверку полученного решения и записать правильный ответ.

Пример 4.

«Теплоход проходит расстояние между пристанями В и С по течению за 6 часов, а обратно против течения – за 8 часов. Сколько времени понадобится плоту, чтобы проплыть расстояние от В до С» [6].

«Анализ задачи. Нам известно время прохождения теплохода по течению и против течения. Нужно найти время, за которое плот пройдет это расстояние.

Поиск плана решения задачи. Мы знаем формулы зависимостей величин. Нам известно только время, тогда обозначим расстояние от B до C за S км. Следовательно $v = \frac{s}{t}$, где v-скорость, S- расстояние, t- время.

Скорость по течению - $\frac{1}{6}S$ км/ч, а скорость против течения - $\frac{1}{8}S$ км/ч. Разность между скоростью теплохода по течению и против течения равна удвоенной скорости течения реки, то есть, $2V_т = \frac{1}{6}S - \frac{1}{8}S = \frac{1}{24}S$.

Скорость течения $V_т = \frac{1}{48}S$ (км/час) и равна скорости движения плота, следовательно, время движения плота 48 часов.

Проверка решения. Решим от обратного. Пусть нам дано, что плот пройдет расстояние между пристанями со скоростью 48 км/ч. Найдем время, за которое теплоход проходит это расстояние по течению. То есть за искомое мы берем время по течению - x ч.

Мы знаем, что разность между скоростью теплохода по течению и против течения равна удвоенной скорости течения реки, то есть» [7], $2V_T = \frac{1}{x} \cdot S - \frac{1}{8} \cdot S = 2 \cdot \frac{1}{48} \cdot S = \frac{1}{24} \cdot S$. Решим это уравнение.

$$\frac{1}{24} \cdot S = \frac{1}{x} \cdot S - \frac{1}{8} \cdot S;$$

192=32$\cdot x$; x=6(ч). Ответ: 48 часов.

Пример 5.

«Автомобиль из А в В ехал со скоростью 50 км/ч, а обратно возвращался со скоростью 30 км/ч. Какова его средняя скорость на всем пути?» [11].

Осуществление плана решения задачи. Необходимо найти время в одну сторону, а в обратную. Будем пользоваться формулой $\mathrm{t} = \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{v}}$.

Туда автомобиль двигался со скоростью 50км/ч, следовательно, время потраченное в одну сторону вычисляется так: $t_{AB} = \frac{S}{50}$ ч, а обратно со скоростью 30 км/ч, то есть время он затратил: $t_{BA} = \frac{S}{30}$ ч. Всё время потраченное на весь путь в два конца равен: $t_{общ} = \frac{8S}{150}$ ч.

Чтобы найти среднюю скорость нужно общий путь разделить на всё время, тогда $v_{ср}$ = 2S: $\frac{8S}{150}$ = 37,5 (км/ч).

Проверка решения. Решим от обратного. Пусть нам дана средняя скорость и дана скорость на обратном пути. Необходимо найти скорость, когда автомобиль ехал из А в В.

Воспользуемся формулой средней скорости: $v_{ср} = 2S: t_{общ}$

$$t_{общ} = \frac{S}{x} + \frac{S}{30} = \frac{(30 + x)S}{30x}$$

Решая это уравнение, получим 1125=22,5*x*, следовательно, $x = 50$.

Ответ: 37,5 км/ч.

Пример 6.

«Тело с большей скоростью догоняет тело с меньшей скоростью. В этом случае «скорость сближения» равна разности скоростей (v_2–v_1), а время, через которое второе тело догонит первое, равно: $t = S:(v_2 - v_1)$» [8].

Пример 7.

«Тело с большей скоростью «убегает» от тела с меньшей скоростью. В этом случае «скорость удаления» также равна разности скоростей (v_2–v_1), а расстояние, которое будет между телами через время t, равно: $S_1 = S + (v_2 - v_1)\cdot t$» [38].

В ходе анализа кодификатора требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения ЕГЭ по математике и кодификатора элементов содержания по математике для составления КИМ для проведения ЕГЭ [29] были выделены следующие требования и элементы, связанные с понятием действительного числа:

– «выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма;
– вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;

– проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции» [32].

Анализ содержания раздела «Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики» позволяет выделить основные понятия данного раздела и последовательность их изучения. Основные понятия: событие; вероятность; случайная величина. Традиционная последовательность их изучения: событие → вероятность → случайная величина.

Можно выделить и основные пропедевтические аспекты изучения важнейших понятий раздела «Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики»:

– целесообразность изучения элементов теории множеств перед изучением понятия «событие»;
– необходимость изучения элементов комбинаторики перед изучением понятия «вероятность»;
– важность изучения элементов анализа перед изучением понятия «случайная величина».

Изучение элементов теории множеств перед изучением понятия «Событие» содействует продуктивному использованию аналогии и реализации принципа наглядности в процессе обучения. А именно, использование аналогии между действиями над множествами (множество, противоположное данному, объединение множеств, пересечение, вычитание и т.д.) и действиями над случайными событиями (событие, противоположное данному, объединение событий, пересечение событий). В дальнейшем эта аналогия применима и в процессе овладения учащимися правилом сложения вероятностей и формулой сложения вероятностей, а затем и формулой умножения вероятностей [41].

Наглядное представление действий над множествами посредством использования диаграмм Эйлера-Венна способствует существенному повышению продуктивности в процессе овладения школьниками учебным материалом. Особенно важно это для учащихся, в мыслительной деятельности которых наглядно-образный компонент является доминирующим.

В зарубежных публикациях можно найти интересные методические идеи работы с математическими задачами. Например, О. Услу (Австралия) выявляет факторы, связанные с интеграцией технологий для улучшения способностей к обучению: модель пути [76]; Д. Мтетва, Л. Мудехве, С. Миньира предлагают решения алгебраических задач для оценки и производства, т.е. практико-ориентированных задач [77]; М. Каяма, М. Сато, К. Кобаяши и др. (Словения) рассматривают обучение алгебраическим задачам как средство формирования алгоритмического мышления [78]; Дж. Хванг, Ю. Хэм описывают связь между математической грамотностью и различными типами математических задач [79]; Р. Цзян высказывает некоторое предположение по поводу влияния математики и решения математических задач на формирование когнитивного мышления школьников [80].

В данном параграфе, в качестве примера, рассмотрим некоторые системы задач по алгебре для подготовки к базовому ЕГЭ по математике. А для составления системы задач необходимо соблюсти несколько требований.

Требования к системе задач (П.М. Эрдниев):

– «система задач должна позволять обучающимся активно участвовать в конструировании приема решения текстовых задач;
– при выполнении задач из данной системы обучающиеся должны активно усваивать и повторять каждый прием, который входит в состав метода математического моделирования;
– в системе задач задания должны быть выстроены по принципу систематичности, нарастания сложности, а также противодействовать выработке стереотипа;
– задачи должны формировать у обучающихся умение выяснять, применима ли та или иная модель в рассматриваемой текстовой задаче;

– в системе задач задания должны быть комплексного характера, выполнение которых требует распознания типа задачи и осознанный выбор приема и метода ее решения» [73].

Пример 8.

Система задач на тему «Тождественные преобразования»:

– найдите значение выражения $\frac{ab}{a-b}\left(\frac{b}{a}-\frac{a}{b}\right)$ при $a = \sqrt{3}$, $b = 3 - \sqrt{3}$;

– найдите значение выражения $\frac{a\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{b}}{a}\right)$, если $a = 12-\sqrt{3}$, $b = 3$;

– найдите значение выражения $\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right) : \frac{a+b}{ab}$ при $a = \sqrt{2}$, $b = 3 + \sqrt{2}$;

– найдите значение выражения $\left(\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{a}\right)\left(\frac{a}{b} - 1 + \frac{b}{a}\right)^{-1}$, при $a = 4 - \sqrt{7}$, $b = \sqrt{7}$;

– найдите значение выражения $\frac{ab+b^2}{a+b} + a$;

– упростите выражение $(a + 3)^2 - 6(a - 5)$;

– упростите выражение $\frac{1}{x-y} \cdot \frac{1}{x+y} \cdot \left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)$;

– упростите выражение $\left(\frac{1}{a-1} - \frac{a^2-1}{a+1}\right)^{-1} + \frac{a^2-a-1}{a^2-2a}$.

Пример 9.

Система задач на тему «Уравнения»:

– «решите уравнение $5 - 2x = 12 - 7(x+2)$;

– решите уравнение $\frac{2-x}{3x-1} = -1$;

– найдите корни уравнения $6x^2 - x - 35 = 0$;

– решите уравнение $\frac{2}{x^2-x-12} + \frac{6}{x^2+4x+3} = \frac{1}{x+3}$;

– найдите корень уравнения $\frac{3}{22}x = 4\frac{4}{11}$;

– найдите корень уравнения $\sqrt{49-3x} = 2$;

– найдите наименьший корень уравнения: $x^2 + \frac{9}{x^2} = 10$;

– найдите корень уравнения ($\sqrt{5-x}$ – 4)($\sqrt{7-x}$ – 2) = 0. Если уравнение имеет более одного корня, то укажите наибольший из них» [74].

Пример 10.

Система задач на тему «Неравенства»:

– «решите неравенство $14 + 4(3 – x) < – 2 (5 – x)$;

– решите неравенство $\frac{1}{x+3} \geq 1$;

– решите неравенство $– 4(x – 2)(x+6) > 0$;

– решите неравенство $7x^2 + 12x + 3 \geq (3x – 1)(3x + 5)$;

– решите неравенство $x – 2 \leq \frac{-6{,}25}{x+3}$» [74].

Пример 11.

Система задач на тему «Показательные и логарифмические уравнения и неравенства»:

– «$5^{3x-1} \cdot 25^{7-5x} = 0{,}2$;

– $3^{\log_5 6} = 6^{\log_5 x+\log_5 4}$;

– $2^{\log_3 6} \cdot x^{\log_3 2} = 8$;

– $4^{x-2} + 2 \cdot 4^{x-1} = 9$;

– $2^{2x+1} + 2^{2x+2} + 2^{2x+3} + 2^{2x+4} = 240$;

– $\log_5(8-24x)$ - $\log_5 8 = \log_5 7$;

– $3 \log_3 x – x^2 \log_3 x = 0$» [14]

2.2 Элективный курс «Текстовые задачи базового уровня ЕГЭ по математике»

Пояснительная записка

Цель элективного курса: подготовка учащихся к решению текстовых задач базового уровня единого государственного экзамена по математике;

повторение и систематизация знаний учащихся по математике при решении текстовых задач.

Особенность элективного курса «Текстовые задачи базового уровня ЕГЭ по математике» состоит в том, что задачи, рассматриваемые в данном курсе, не рассматриваются в учебном курсе математики 10-11 классов.

В данном курсе рассматриваются различные виды как самых простых так и сложных текстовых задач базового уровня ЕГЭ по математике.

Формы проведения элективного курса:

– урок-лекция;
– урок решения задач;
– индивидуальные, групповые консультации.

Программа рассчитана на 17 часов и соответствует требованиям и структуре программ, заявленным ФГОС, и включает:

– пояснительную записку;
– тематическое планирование;
– учебно-методическое и материально-техническое обеспечение;
– содержание элективного курса;
– тематику исследовательской работы учащихся.

Тематическое планирование

Рабочая программа по элективному курсу составлена на основе федерального компонента государственного стандарта основного общего образования. Программа элективного курса предназначена для повышения эффективности подготовки учащихся общеобразовательных 11 классов к итоговой аттестации по математике.

Тематическое планирование представлено в таблице 10.

Таблица 10 – Тематическое планирование элективного курса

Название темы	Количество часов
Тема 1. Текстовые задачи на движение	2
Тема 2. Текстовые задачи на проценты	2
Тема 3. Текстовые задачи на работу	2
Тема 4. Задачи на нахождение части числа и числа по части	2
Тема 5. Текстовые задачи на смеси и сплавы	2
Тема 6. Решение логической задачи №8 Единого государственного экзамена базового уровня	2
Тема 7. Решение логической задачи № 21 Единого государственного экзамена базового уровня	5

Учебно-методическое и материальное-техническое обеспечение:

– печатные (учебные пособия, рабочие тетради, раздаточный материал);
– интернет ресурсы;
– электронная доска и компьютер.

При разработке данного элективного курса был проведен анализ содержания темы «Логические задачи ЕГЭ» (т.к. задача данного типа присутствую в ЕГЭ базового уровня) в следующих учебниках, рекомендованных Министерством просвещения Российской Федерации: Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др. «Алгебра 8-9 класс» [22, 23], Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова «Алгебра 8-9 класс» [36,37], Алимова Ш.А., Колягина Ю.М., Сидорова Ю.В. «Алгебра 8, 9» [3, 4] .

При анализе учебников было выявлено, что данная тема в самостоятельные параграфы не выделена. Встречаются только задачи в различных параграфах.

В учебнике Г.В. Дорофеева, С.Б. Суворовой, Е.А. Бунимовича и др. (8 класс) данные задачи не рассматриваются.

В учебнике Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюка, К.И. Нешкова, С.Б. Суворовой (8класс) рассматривается 8 задач. Они встречаются в следующих параграфах: §7. Преобразование рациональных выражений, §9. Дробно-рациональные уравнения; Дополнительные упражнения к главе III под.

В учебнике Г.В. Дорофеева, С.Б. Суворовой, Е.А.Бунимовича и др. (9 класс) рассматривается пять задач. Они встречаются в следующих параграфах: §3.4 Решение задач и §3.6 Решение задач.

В учебнике Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюка, К.И. Нешкова, С.Б. Суворовой рассматривается 7 задач. Они встречаются в следующих параграфах: §5. Уравнения с одной переменной; Дополнительные упражнения к Главе III; упражнения для повторения курса 7 – 9 классов.

В содержании учебника Ш.А. Алимова помимо учебного материала включены занимательные задачи на смекалку. Приведем примеры таких задач [3, 4]:

– сколько раз за сутки часовая и минутная стрелки совмещаются;
– тремя одинаковыми цифрами записать возможно большее число;
– двигаясь вдоль трамвайного пути, я заметил, что через каждые 12 минут меня обгоняет трамвай, а через каждые 4 минуты проходит встречный трамвай. Пусть я и трамвай двигаемся равномерно. Каков интервал движения трамвая на этом маршруте?;
– сколько всего прабабушек и прадедушек было у твоих прабабушек и прадедушек;
– на школьном вечере было 20 танцующих. Мария танцевала с семью танцорами, Ольга – с восемью, Вера – с девятью и т.д. до Надежды, которая танцевала со всеми танцорами. Сколько танцоров-юношей было на вечере?

Эти задачи решаются с помощью логических рассуждений.

Содержание элективного курса

Тема 1. Текстовые задачи на движение

Задача 1.

«Из города выехал грузовик со скоростью 60 км/ч. Через 2 часа вдогонку выехал мотоциклист. В некоторый момент времени расстояние между ними было 80 км. Если бы скорость мотоциклиста была в $\frac{5}{4}$ раза больше, чем в действительности, то это расстояние оказалось бы в четыре раза меньше. Найти скорость мотоциклиста»[3].

Составим систему уравнений для первого случая (мотоциклист не догоняет грузовик и после увеличения скорости):

$$\begin{cases} 60(t+2)= vt + 80, \\ 60(t+2)= \frac{5}{4}vt + \frac{80}{4}. \end{cases}$$

Решая эту систему, получим $t = 6$, $v = 66\frac{2}{3}$.

Проверка решения. Итак, снова идем от обратного. Нам даны и время, и скорости мотоциклиста для двух случаев. Найдем скорость грузовика.

Найдем скорость сначала для первого случая.

$$\begin{cases} x\left(\frac{10}{3}+2\right) = \frac{72 \cdot 10}{3} + 80, \\ x\left(\frac{10}{3}+2\right) = \frac{72 \cdot 10 \cdot 5}{3 \cdot 4} + \frac{80}{4}. \end{cases}$$

Решая данную систему, получим

$$x \cdot \frac{16}{3} = 320, \Rightarrow, x = 60.$$

Проверим для второго случая и найдем скорость грузовика.

$$\begin{cases} x \cdot 8 = 66\frac{2}{3} \cdot 6 + 80, \\ x \cdot 8 = \frac{200 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 4} - \frac{80}{4}. \end{cases}$$

Решаем и получаем следующее уравнение

$$x \cdot 8 = 480, \Rightarrow, x = 60.$$

Ответ: 72 км/ч; $66\frac{2}{3}$ км/ч.

Задача 2.

«Винтик и Шпунтик выехали навстречу друг другу из разных гаражей, расстояние между которыми 390 метров. Винтик проехал в первую секунду 6 м, а в каждую последующую проезжал на 6 м больше, чем в предыдущую. Шпунтик выехал через 5 секунд после Винтика и ехал равномерно со скоростью 12 м/с. Сколько времени ехал Винтик до встречи со Шпунтиком?» [4].

Тема 2. Текстовые задачи на проценты

Задача 3.

«В городе N состоялись выборы в городскую думу, в которых приняли участие 75% избирателей. Только 10% от числа принявших участие в выборах отдали свои голоса партии «зеленых». Сколько жителей проголосовали за эту партию, если всего в городе 1 миллион избирателей?»[8].

Ответ: 75000.

Так же в программе есть задачи такого плана: Каково количество, $p\%$ от которого есть A? И тут ученики используют немного другую формулу: $\frac{100}{p} \cdot A$.

Задача 4.

«Ученик прочитал 138 страниц, что составило 23% всех страниц книги. Сколько страниц в книге? » [8].

Так как 138 страниц составляют 23%, то находим, сколько приходится на 1%. 138 / 23 = 6 (стр.) – составляет 1%. Так как число страниц в книге составляет 100%, то 6·100% = 600 стр. в книге.

Проверка решения. Пусть нам дано количество страниц в книге и количество прочтенных страниц. Нужно узнать какой процент всей книги они составляют.

Решим эту задачу в виде пропорции 600 – 100 %; 138 – *x %*

$$x = \frac{138 \cdot 100}{600} = 23$$

Следовательно, 138 страниц составляют 23 % от всей книги.

Ответ: В книге 600 страниц.

Задача 5.

«По плану рабочий должен был сделать 35 деталей. Однако он сделал 14 деталей сверх плана. На сколько процентов он перевыполнил план?» [43].

«Решая задачу, нужно объяснить, что план всегда составляет 100% и поэтому 35 деталей составляют 100%. Чтобы узнать, сколько составляет 1% нужно: 35 / 100 = 0,35 (дет.). Узнаем, сколько процентов составляют 14 деталей (сколько раз в 14 содержится по 0,35)» [43].

Задача 6.

«Покупатель израсходовал в первом магазине 40% всех денег, а остальные - во втором. Сколько денег он израсходовал во втором магазин, если у него было 160 рублей?»[46].

«40% составляют 0,4. так как известно все количество денег, а находим их часть, то выполняем действие умножения.

160·0,4 = 64 (руб.) – израсходовал покупатель в первом магазине.

Находим, сколько израсходовал покупатель во втором магазине.

160 - 64=96 (руб.). Ответ: 96 рублей» [46].

Задача 7.

«Бригада рабочих за день отремонтировала 40% дороги, имеющей длину 120 м. Сколько метров дороги было отремонтировано бригадой за день?»[9].

«120 м составляет 100%. 120:100 =1,2 м составляет 1%. $1,2 \cdot 40 = 48$ м отремонтировано бригадой за день» [47]. Ответ: За день бригада отремонтировала 48 м дороги.

Задача 8.

«За контрольную работу по математике отметку «4» получили 9 учеников. Это составляет 36% от всех учащихся класса. Сколько учащихся в классе?»[47].

«Выразим проценты обыкновенной или десятичной дробью: 36%=$\frac{36}{100}$ =0,36. Воспользуемся правилом нахождения числа по его дроби:

9:$\frac{36}{100}=\frac{9 \cdot 100}{36}$=25 или 9:0,36=25. Ответ: в классе было 25 учащихся»[47].

Решение задач с помощью пропорции не предусматривает использование понятий «прямая пропорциональность» или «обратная пропорциональность». Поэтому при составлении пропорций по тексту задач на прямую пропорциональность используется способ приведения к единице.

Важное значение в обучении математике имеют текстовые задачи с реальными данными (практического содержания), поэтому учитель должен найти им место в процессе формирования умений учащихся решать такие задачи. При этом надо иметь в виду, что в ответе может получиться приближенное число, которое необходимо округлить по правилам округления чисел [52].

Структура учебной деятельности включает в себя следующие взаимосвязанные компоненты: учебная задача, учебные действия (по решению учебной задачи), действия контроля и оценки (переходящие в процессе учебной деятельности учащихся в самоконтроль и самооценку).

В данном подходе учение рассматривается в единстве этих компонентов как целостная система.

Учебные цели на первых этапах формирования алгебраического способа решения текстовых задач должны быть направлены на формирование умений учащихся осуществлять каждый из четырех этапов процесса решения задачи.

Тема 3. Текстовые задачи на работу

Задача 9.

«Два токаря вместе изготовили 350 деталей. Первый токарь делал в день 40 деталей и работал 5 дней, второй работал на 2 дня меньше. Сколько деталей в день делал второй токарь?»[51].

«Так как известны производительность и время работы первого токаря, найдем количество деталей, изготовленных первым токарем.

$40 \cdot 5 = 200$ (дет.) – изготовил первый токарь.

$350 - 200 = 150$ (дет.) – изготовил второй токарь.

Обратив внимание на опорные слова «на…меньше», делаем вывод, что можно найти, сколько дней работал второй.

5 – 2 = 3 (дня) – работал второй токарь.

Зная количество и время работы второго токаря, находим его производительность: 150 / 3 = 50 (дет.) – изготовлял второй токарь в день. Ответ: 50» [51].

Задача 10.

«Новая машина может выкопать канаву за 8 часов, а старая – за 12. Новая машина работала 3 часа, а старая - 5 часов. Какую часть канавы осталось выкопать?» [53].

«В связи с экономией времени деление отрезков производится «на глаз», хотя очень полезно показать, как можно разделить быстро на 4 равные части (отрезок делится пополам, а затем каждая часть еще пополам). Аналогично деление на 8 и т.д. На 6 частей – сначала пополам, а потом каждую часть - на три» [53].

Задача 11.

«В бассейн проведены две трубы - подающая и отводящая, причем через первую трубу бассейн наполняется на 2 ч дольше, чем через вторую опорожняется. При заполненном на одну треть бассейне были открыты обе трубы, и бассейн оказался пустым спустя 8 ч. За сколько часов одна первая труба может наполнить бассейн и за сколько часов одна вторая труба может опорожнить полный бассейн?»[51].

Ответ: 8 ч и 6 ч.

Задача 12.

«По плану бригада должна была выполнить заказ за 10 дней. Но фактически она перевыполняла норму на 27 деталей в день и за 7 дней работы не только выполнила предусмотренное планом задание, но и изготовила сверх плана 54 детали. Сколько деталей в день должна была изготовить бригада по плану?»[59].

Имеем уравнение: $10x + 54 = (x + 27)\cdot 7$.

Решим его: $10x + 54 = 7x + 189$; $3x = 135$; $x = 45$.

Данное уравнение имеет один корень — число 45.

Ответ: бригада должна изготовить в день по плану 45 деталей.

Тема 4. Задачи на нахождение части числа и числа по части

Задача 13.

«В саду 120 деревьев. Березы составляют $\frac{2}{3}$ всех деревьев, а остальные сосны. Сколько было сосен?»[59].

«1 способ. 120 / 3 = 40 (дер.) – составляют одну часть.

40·2 = 80 (дер.) – было берез.

20 - 80 = 40 (дер.) – было сосен» [4].

«2 способ. 120 / 3 = 40 (дер.)

3 – 2 = 1 (часть) – составляют сосны.

40*1 = 40 (дер.) – составляют сосны»[4]. Ответ: 40 сосен.

Задача 14.

«Около дома стояло 7 машин. Из них – 2 белые. Какую часть всех машин составляют белые?»[59].

Одна машина составляет $\frac{1}{7}$ всех машин, а так как белых 2, то белые составляют $\frac{2}{7}$. Ответ: $\frac{2}{7}$

На основе этой задачи нужно отработать такие вопросы: Какую часть составляют 15 мин. от часа? Какую часть составляют 300 г? От килограмма? - и т.д.

Тема 5. Текстовые задачи на смеси и сплавы

Задача 15.

«Смешали 500г 10 % -го раствора соли и 400г 55% раствора соли. Определите концентрацию соли в смеси» [9].

«Первый раствор: абсолютное содержание соли: 500г·0,1 = 50; абсолютное содержание воды: 500г-50г = 450 г; относительное содержание воды: $\frac{450\,г}{500\,г}$ =0,9=90%» [9].

«Второй раствор: абсолютное содержание соли: 400г·0,55 =220г; абсолютное содержание воды: 400г- 220г = 180 г; относительное содержание воды: $\frac{180\,г}{400\,г}$ = 0,45=45%.

Смесь двух исходных растворов:

общая масса:500г + 400г= 900г

абсолютное содержание соли: 50г + 220г = 270г

относительное содержание соли: $\frac{270\,г}{900\,г}$ =30%

абсолютное содержание воды: 900г – 270г =630г

относительное содержание воды: $\frac{630\,г}{900\,г}$ = 70%» [9].

Итак, концентрация соли в смеси двух исходных растворов – 30%.

Задача 16.

«От куска сплава золота с серебром массой 500г и 10%-м содержанием золота отрезали 20 г. Определите количество золота и серебра в отрезанном куске»[10].

«Исходный сплав: абсолютное содержание золота: 500г·0,1 =50 г; абсолютное содержание серебра: 500г – 50г = 450 г; относительное содержание серебра: $\frac{450\,г}{500\,г}$ = 90%. Отрезанный кусок: относительное содержание золота: 10% (осталось неизменным); абсолютное содержание золота: 20г·0,1 =2г; относительное содержание серебра: 90% (осталось неизменным); абсолютное содержание серебра: 20г ·0,9 =18г» [10].

Итак, в отрезанном куске содержится 2г золота и 18г серебра. Ответ: 2;18.

Задача 17.

«В 4кг сплава меди и олова содержится 40% олова. Сколько килограммов олова надо добавить к этому сплаву, чтобы его процентное содержание в новом сплаве стало равным 70%?» [16].

«Пусть x кг – искомое количество олова. Тогда масса полученного сплава равна (4+x) кг. Составим схему и внесем эти выражения на схему.

Составим уравнение, подсчитав массу олова слева и справа от знака равенства на схеме. Получаем уравнение: $0{,}4 \cdot 4x = 0{,}7 \cdot (4 + x)$ *(1),* корнем которого служит х=4»[16].

Ответ: 4кг.

Тема 6. Решение логической задачи №8 Единого государственного экзамена базового уровня.

Мы будем рассматривать примеры логических задач, представленных на ЕГЭ базового уровня, задачи №8. Представленные задачи однотипные, поэтому выявлять их типы нет возможности. Решение данных задач проводится построением логических рассуждений [9, 40].

Ведущая роль теоретических знаний (общие и частные предложения (в естественном языке общий или частный характер предложения подчеркивается кванторными словами типа «каждый …», «найдется …» и т.п.; логическая структура сложного предложения (наиболее распространены в математических текстах такие формы связи, как конъюнктивная («и»), дизъюнктивная («или»), импликативная («если…, то…»), а также отрицание);

Задача 18.

В пекарне заказали с доставкой три различных сладких пирога -с яблоками, с вишней и с абрикосами. Пирог с вишней дешевле пирога с абрикосами на 20 рублей, но дороже пирога с яблоками на 15 рублей.

Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях:

– пирог с вишней дешевле пирога с яблоками;
– среди указанных пирогов не найдётся двух одинаковой стоимости;
– любой пирог, помимо указанных, который дешевле пирога с вишней, также дешевле с яблоками;
– любой пирог, помимо указанных, который дешевле пирога с яблоками, также дешевле пирога с вишней.

Задача 19.

В террариуме находится 4 змеи. Полоз длиннее медянки, а уж короче гадюки и короче медянки. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях:

– гадюка короче ужа;

– у ужа самая маленькая длина;

– полоз равен по длине ужу;

– полоз длиннее ужа.

Задача 20.

Среди учеников 9 «Б» класса есть те, кто пишет стихи, и есть те, кто снимает видеоролики. А также есть те, кто и стихи не пишет, и видеоролики не снимает. Некоторые из тех учеников 9 «Б» класса, которые пишут стихи, снимают видеоролики. Выберите утверждения, которые верны при приведённом условии:

– все ученики 9 «Б» класса снимают видеоролики;

– среди учеников 9 «Б» класса нет тех, кто не пишет стихи и не снимает видеоролики;

– хотя бы один из учеников 9 «Б» класса пишет стихи;

– хотя бы один из учеников 9 «Б» класса и пишет стихи, и снимает видеоролики.

Задача 21.

Среди тех, кто зарегистрирован на сайте Госуслуг, есть владельцы автомобилей из Севастополя. Среди владельцев автомобилей из Севастополя есть те, кто ездил в Сочи. Выберите утверждения, которые верны при приведённом условии:

– среди владельцев автомобилей есть те, кто зарегистрирован на сайте Госуслуг;

– все владельцы автомобилей из Севастополя зарегистрированы на сайте Госуслуг и ездили в Сочи;

– если владелец автомобиля из Севастополя зарегистрирован на сайте Госуслуг, то он ездил в Сочи;

– хотя бы один из владельцев автомобилей ездил в Сочи.

Задача 22.

Когда какая-нибудь из подружек Ксении приходит в гости, Ксения обязательно играет с ней в шахматы. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных:

– если Ксения не играет в шахматы, значит к ней в гости пришла подружка;

– если Ксения не играет в шахматы, значит у неё в гостях нет подружки;

– если в гости к Ксении приходит подружка Катя, то Ксения играет с ней в шахматы;

– если подружка не пришла в гости, то Ксения не играет в шахматы.

Задача 23.

На кронштейне развешано 46 костюмов, из них 22 с пуговицами, а 16 - с молниями. Выберите утверждения, которые верны при приведённом условии вне зависимости от того, какие костюмы с молниями:

– на кронштейне найдётся 23 костюма с пуговицами и молниями одновременно;

– на кронштейне найдётся 8 костюмов без пуговиц и без молний;

– на кронштейне не может оказаться более 16 костюмов с пуговицами и молниями одновременно;

– если на кронштейне висит костюм с молниями, то он без пуговиц.

Тема 7. Решение логической задачи № 21 Единого государственного экзамена базового уровня

Классификация задач № 21 базового уровня ЕГЭ (по способам решения):

– тип 1. Решение логических задач на арифметические действия;

– тип 2. Решение логических задач с помощью координатного луча или координатной прямой;

– тип 3. Решение логических задач с помощью арифметической или геометрической прогрессии;

– тип 4. Решение логических задач с использованием частей;

– тип 5. Решение логических задач с помощью уравнения или системы уравнений.

Это задачи ЕГЭ повышенного уровня сложности, приступают к их решению далеко не все ученики, а те, которые имеют хорошие теоретические знания для их решения.

Тематика исследовательской работы учащихся

Предлагаемые ниже темы исследовательских работ могут быть использованы учащимися при выполнении индивидуальных или групповых проектов или в качестве индивидуальных научно-исследовательских работ.

Тема 1.

Функции в природе и технике.

План работы:

– история возникновения и развития понятия о функции;

– различные приложения элементарных функций»

– нахождение оптимальных решений задач.

Рекомендуемая литература:

– Виленкин Н.Я. Функции в природе и технике: Кн. для внеклассного чтения 10-11 кл. М.: Просвещение, 1985. 192с.

– Уалянская Н.О. Функция, как ты важна // Математика. 1999. №45. С.11.

Тема 2.

Нестандартные текстовые задачи.

План работы:

– систематизация различных видов текстовых задач;

– примеры решения различных текстовых задач;

– решение нестандартных текстовых задач.

Рекомендуемая литература:

– Егере В.К. и др. Сборник здач по математике для поступающих во втузы / под ред. М.И. Сканави. М.: Высшая школа, 1988.

– Потапов М.К., Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В. Конкурсные задачи по математике: справочное пособие. М.: Наука, 1992.

Тема 3.

Логарифмические уравнения с параметром.

План работы:

– история логарифмов и их применение;

– решение Логарифмических уравнений с параметром;

– составление собственных задач механического происхождения.

Рекомендуемая литература:

– Егере В.К. и др. Сборник здач по математике для поступающих во втузы / под ред. М.И. Сканави. М.: Высшая школа, 1988.

– Перельман Я.И. Занимательная Алгебра. М., 1967.

Тема 4.

Искусство составлять уравнения.

План работы:

– систематизация различных видов уравнений;

– составление алгоритма решения уравнений и плана составления уравнений;

– составление собственных уравнений различных видов.

Рекомендуемая литература:

– Свечников А.А. Путешествие в историю математики, или Как люди учились считать. М.: Педагогика-пресс, 1995.

2.3 Методика обучения решению геометрических задач при подготовке старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике

Далее мы рассмотрим некоторые вопросы методики обучения геометрических задач при подготовке к базовому уровню ЕГЭ по математике. При подготовке к ЕГЭ базового уровня следует уделить внимание вопросам планиметрии и стереометрии.

В курсе планиметрии систематически изучаются геометрические фигуры на плоскости, причем большое внимание уделяется многоугольникам, изучению их свойств, рассмотрению величин, характеризующих плоский многоугольник. Кроме этого в нем собран весь материал о площадях фигур: рассматриваются свойства площади; выводятся формулы для вычисления площадей простейших фигур (прямоугольника, параллелограмма, треугольника, трапеции, круга, его частей); доказывается теорема об отношении площадей подобных фигур. Как обычно, самым трудным местом темы является рассмотрение площадей прямоугольника и круга [41].

Изложение вопроса о площади круга ведется в основном на интуитивных представлениях учащихся с привлечением наглядных соображений. Так, за очевидное принимается сам факт существования площади круга, очевидным считается, что площадь круга заключена между площадями правильных n-угольников, вписанных в окружность и описанных около окружности, что площади этих правильных многоугольников при достаточно большом n сколь угодно мало отличаются от $\frac{lR}{2}$, где l – длина окружности, а R — ее радиус, и, наконец, что площадь круга по перечисленным выше причинам равна $\frac{lR}{2}$.

Для организации повторения ранее изученного материала и подготовки учащихся к решению геометрических задач с применением тригонометрии в последующих классах полезно уделить больше внимания задачам, в которых используются зависимости между сторонами и углами в прямоугольном и произвольном треугольниках [42].

При изучении данного материала учащимся предстоит запомнить много геометрических фактов и, в частности, формул для нахождения площадей различных фигур, научиться применять эти формулы при решении задач. Чтобы облегчить учащимся усвоение материала, полезно использовать таблицы, которые наряду с разъяснением некоторых выводов теории могут носить справочный характер (содержать все формулы, полученные в процессе работы). Такие таблицы могут висеть в классе на протяжении всех уроков, отводимых на повторение данной темы, и использоваться учащимися при решении задач.

Чтобы учащиеся хорошо усвоили материал данного параграфа, необходимо решить как можно больше задач. Где взять на это время? Существует несколько источников в работе учителя, дающие экономию во времени. Во-первых, учитель может чаще, чем это делалось в других случаях, при проверке домашнего задания предлагать учащимся не воспроизводить решение задач на доске, а только прокомментировать решения по записям учителя, сделанным заранее на доске. Тогда проверка домашнего задания на многих уроках займет не более 5-7 мин. Во-вторых, так как оформление решения задач (задачи в основном предлагаются на вычисление) в этом разделе не вызывает у учащихся никаких затруднений, то можно меньше, чем обычно, тратить на это времени. Имеется в виду, что решение многих задач можно подробно не записывать в тетрадях учащихся, а ограничиться только прикидкой решения на черновиках с последующим обсуждением его у доски. В-третьих, больше внимания следует уделить устному решению задач [13, 56].

По теме «Площади» предлагается самостоятельная работа для учащихся, целью которой является обобщение и систематизация знаний учащихся общеобразовательной школы при подготовке к базовому уровню ЕГЭ [12, 61, 62, 67].

Тема: Площадь прямоугольника.

Вариант I:

– найдите площадь прямоугольника, у которого ширина 12 см, а длина в 5 раз больше ширины;

– длина прямоугольника 8 см, а ширина 3 см. этот прямоугольник разделили на две части так, что площадь одной из них в 3 раза больше другой. Найдите площадь каждой части прямоугольника;

– площадь земельного участка 72 га. Найдите ширину этого участка, если его длина 900 м.

Вариант II:

– найдите площадь прямоугольника, у которого ширина 12 м и она меньше длины на 4 см;

– длина прямоугольника 12 см, а ширина 80 мм. Этот прямоугольник разделили на две части так, что площадь одной из них в 5 раз меньше другой. Найдите площадь каждой части прямоугольника;

– площадь земельного участка прямоугольной формы 30 га. Найдите ширину этого участка, если длина его 3 км.

Вариант III:

– найдите периметр и площадь прямоугольника, у которого ширина 12 см и она в 3 раза меньше длины;

– длина прямоугольника 240 мм, а ширина 10 см. этот прямоугольник разделили на две части так, что площадь одной из них оказалась меньше другой в 4 раза. Найдите площадь каждой части;

– площадь асфальтированной части дороги 36 га. Длина этой части дороги 30 км. Найдите ширину дороги;

– во сколько раз увеличится площадь прямоугольника, если его каждую сторону увеличить в 10 раз?

Тема: Объем прямоугольного параллелепипеда.

Вариант I:

– найдите объем прямоугольного параллелепипеда, измерения которого 15 см, 20 см и 30 см;

– объем прямоугольного параллелепипеда 112 см^3, его длина 8 см, а ширина 7 см. найдите высоту прямоугольного параллелепипеда;

– длина прямоугольного параллелепипеда 15 см, ширина в 3 раза меньше длины, а высота больше ширины на 3 см. найдите объем прямоугольного параллелепипеда.

Вариант II:

– найдите объем прямоугольного параллелепипеда, измерения которого 24 м, 30 м и 450 дм;

– объем прямоугольного параллелепипеда 72 см^3, его длина 6 см, а высота 3 см. найдите ширину прямоугольного параллелепипеда;

– ширина прямоугольного параллелепипеда 14 см, она меньше длины в 2 раза, но больше высоты на 4 см. найдите объем прямоугольного параллелепипеда.

Вариант III:

– найдите объем прямоугольного параллелепипеда, измерения которого 80 см, 35 см и 4 м;

– объем прямоугольного параллелепипеда 336 см^3, его длина 8 см, а высота 7 см. найдите ширину прямоугольного параллелепипеда и выразите ее в миллиметрах;

– ширина прямоугольного параллелепипеда 9 см, и она меньше длины в 3 раза, но больше высоты на 60 мм. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда;

– объем зала 1080 м^3. Найдите высоту зала, если площадь пола 216 м^2.

Тема: Площадь круга.

Вариант I:

– вычисли площадь круга, если его радиус 6 см;

– вычисли площадь круга, если его диаметр 18 см;

– начертите окружность, радиус которой 4 см, вычисли площадь круга, ограниченного этой окружностью.

Вариант II:

– вычисли площадь круга, если его радиус 3,4 дм;

– вычисли площадь круга, если его диаметр 15 дм;

– начертите окружность, радиус которой 4,3 см. вычисли площадь круга, ограниченного этой окружностью.

Вариант III:

– вычисли площадь круга, если его радиус 0,5 м;

– вычисли площадь круга, если его диаметр 8,5 м;

– начерти круг, диаметр которого 5 см. Вычисли площадь круга. (Ответ округли до десятых).

В курсе геометрии понятие объема «…определяется как некоторое положительное число, которое ставится в соответствие каждому геометрическому телу, причем выполняются следующие условия:

– равным многогранникам соответствуют равные числа (иначе, равные многогранники имеют равные объемы);

– если данный многогранник составлен из нескольких частей, то число, ему соответствующее, равно сумме чисел, соответствующих каждой его части (иначе, объем многогранника, состоящего из нескольких частей, равен сумме объемов этих частей);

– некоторому определенному многограннику соответствует число 1 (объем некоторого многогранника принимается за единицу)» [7].

При планировании темы «Объемы геометрических тел» «следует предварительно ее разбить на логически законченные части: это поможет учителю правильно организовать повторение; проводить систематически учет и контроль знаний учащихся; своевременно приготовить средства наглядности; сгруппировать умения и навыки в соответствии с указаниями программы; заблаговременно подобрать соответствующие задачи и упорядочить их; подготовить тематику и содержание самостоятельных и контрольных работ, а также другие дидактические материалы» [7].

Тема состоит из следующих частей:

– «объем прямоугольного параллелепипеда;
– объем призмы;
– объем пирамиды и объем усеченной пирамиды;
– объем цилиндра;
– объем конуса;
– объем шара» [7] .

Учащимся предлагаются следующие задачи:

– «в кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ проведено сечение через точку B_1 и середины ребер AD и DC, разбивающее куб на два многогранника, один из которых содержит вершину B. Определите Г+В+Р, где Г – число граней этого многогранника, В – число его вершин, Р – число его ребер: а) 26; б) 24; в) 28; г) 31» [62];
– «ребро куба равно a. Найдите площадь его диагонального сечения: а) a^2; б) $2a^2$; в) $a^2\sqrt{2}$; г) $2a^2\sqrt{2}$?» [62];
– «шар радиуса 3,4 см пересечен плоскостью на расстоянии 1,6 см от центра. Найдите площадь сечения: а) 11,56 $см^2$; б) 5π $см^2$; в) 9π $см^2$; г) 256 $см^2$?» [62].

2.4 Педагогический эксперимент и его результаты

При работе учителем в учреждении среднего общего образования МАОУ Домодедовской гимназии №5, г. Домодедово был проведен педагогический эксперимент. Для этого был выбран 10 класс, численностью

20 человек базового профиля обучения. Непосредственным исполнителем педагогического исследования был учитель математики А. Ю. Колоухина.

Педагогический эксперимент состоял их трех этапов: констатирующего, обучающего, контролирующего.

Цель констатирующего этапа эксперимента: понять, какой уровень математической подготовки к базовому уровню ЕГЭ по математике имеют обучающиеся 10 класса при решении алгебраических и геометрических задач.

Для определения уровня сформированности базовых знаний по математике в 10 классе был выбран вариант единого государственного экзамена базового уровня, проведена контрольная работа, продолжительностью 3 часа. Текст контрольной работы №1 представлен ниже.

Анализ результатов показал, что в уровень подготовленности учащихся довольно слабый.

Учащиеся выделили следующие проблемы при решении варианта ЕГЭ базового уровня:

– Первое место, т.е. задачи, имеющие наибольшую трудность для учащихся, это текстовые задачи;
– второе место заняли нехватка времени и недостаток информации (справочного материала, необходимого для решения задач);
– на третьем месте проявилась нехватка опыта в решении задач некоторых типов;
– последнюю позицию заняло незнание методов решения некоторых алгебраических и геометрических задач.

На основе анализа проведенной работы был сделан следующий вывод: необходима систематическая работа с учащимися по подготовке к сдаче единого государственного экзамена базового уровня. Для этого был разработан и внедрен элективный курс «Текстовые задачи базового уровня ЕГЭ по математике», рассчитанный на 17 часов, и были рабработаны некоторые методические и дидактические материалы.

Таким образом сформировался обучающий этап эксперимента.

Целью данного этапа эксперимента была апробация разработанного элективного курса «Текстовые задачи ЕГЭ базового уровня по математике», методических и дидактических материалов, разработанных во второй главе данной работы.

Далее приведем пример контрольной работы, предложенной учащимся при проведении педагогического эксперимента. Представленная работы была проведена на этапе констатирующего этапа педагогического эксперимента.

Контрольная работа №1

Задача 1.

На счету Настиного мобильного телефона было 79 рублей, а после разговора с Вовой осталось 40 рублей. Сколько минут длился разговор с Вовой, если одна минута разговора стоит 1 рубль 50 копеек?

Задача 2.

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями (таблица 11):

Таблица 11 – Таблица к задаче 2

Величины	Возможные значения
скорость движения автомобиля	0,5 м/мин
скорость движения пешехода	60 км/час
скорость движения улитки	330 м/сек
скорость звука в воздушной среде	4 км/час

Задача 3.

В соревнованиях по метанию молота участники показали следующие результаты (таблица 12):

Таблица 12 – Таблица к задаче 3

Спортсмен	Результат попытки, м I II III IV V VI
Донников	49 50,5 50 51 51 49,5
Мелихов	51 52,5 49,5 50 52 51,5
Иванов	50,5 50 49 51,5 51 51,5
Теплицын	52 51 52 50,5 51,5 51

Места распределяются по результатам лучшей попытки каждого спортсмена: чем дальше он метнул молот, тем лучше. Каков результат лучшей попытки (в метрах) спортсмена, занявшего второе место?

Задача 4.

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями» (таблица 13).

Таблица 13 – Таблица к задаче 4

Неравенства	Решения
$3^x \geq 3$	$x \geq 1$
$0{,}5^x \geq 2$	$x \leq 1$
$0{,}5^x \leq 2$	$x \leq -1$
$3^x \leq 3$	$x \geq -1$

Задача 5.

На рисунке 2 показано изменение температуры воздуха в некотором населенном пункте в течение трех суток. По горизонтали указывается время суток, по вертикали – значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику разность (в градусах Цельсия) между наибольшей и наименьшей температурами воздуха за эти трое суток:

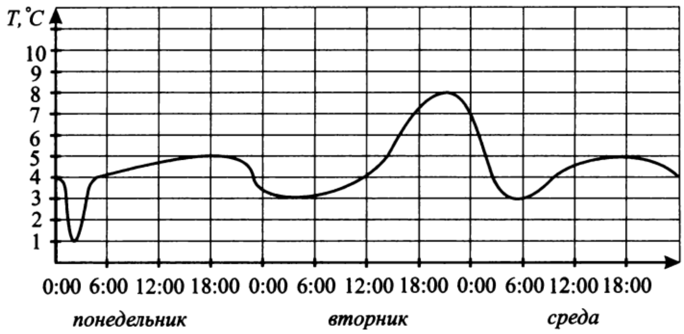


Рисунок 2 – Рисунок к задаче 5

Задача 6.

Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,5. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две такие батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся неисправными.

Задача 7.

Найдите площадь прямоугольного треугольника с катетами 6 см и 8 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Задача 8.

На зимней олимпиаде сборная Канады завоевала медалей больше, чем сборная Нидерландов, сборная Беларуси — меньше, чем сборная Нидерландов, а сборная Швейцарии меньше, чем сборная Канады. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных:

– из названных сборных команда Швейцарии заняла второе место;
– сборная Беларуси завоевала меньше медалей, чем сборная Канады;
– среди названных сборных точно нет двух, завоевавших равное количество медалей;
– сборная Канады завоевала больше медалей, чем каждая из остальных трёх сборных.

Задача 9.

В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трех городах России (по данным на начало 2022 года). Условие задачи представлено в таблице 14.

Таблица 14 – Таблица к задаче 9

Наименование продукта	Тверь	Липецк	Барнаул
Пшеничный хлеб (батон)	48	37	52
Молоко (1 литр)	86	74	69
Картофель (1 кг)	36	27	31
Сыр (1 кг)	465	398	412
Подсолнечное масло (1 литр)	76	82	67

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 2 батона пшеничного хлеба, 3 кг картофеля, 1,5 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

Задача 10.

Найдите значение выражения $\frac{ab}{a-b}\left(\frac{b}{a}-\frac{a}{b}\right)$ при $a=\sqrt{3}$, $b=3-\sqrt{3}$.

Задача 11.

Функция y = f (x) задана на отрезке [a;b]. На рисунке 3 изображен график ее производной y = f'(x). Исследуйте на монотонность функцию y = f (x). В ответе укажите количество промежутков, на которых функция возрастает.

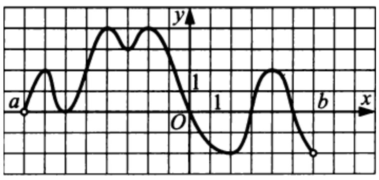


Рисунок 3 – Рисунок к задаче 11

Задача 12.

У треугольника со сторонами 9 и 6 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к первой стороне, равна 4. Чему равна высота, проведенная ко второй стороне?

Задача 13.

Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту l этого столба, если наименьшая высота h1 перил относительно земли равна 1,65 м, а наибольшая h2 равна 2,65 м. Ответ дайте в метрах.

Задача 14.

Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 4 и 12. Найдите среднюю линию трапеции.

Задача 15.

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара (рисунок 4).

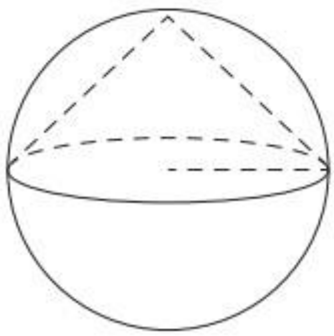


Рисунок 4 – Рисунок к задаче 15

Задача 16.

Даны два конуса. Радиус основания и высота первого конуса равны соответственно 9 и 2, а второго – 3 и 3. Во сколько раз объём первого конуса больше объёма второго?

Задача 17.

Только 80% из 2500 выпускников города правильно решили задачу № 1. Сколько выпускников из этого города правильно решили задачу № 1?

Задача 18.

Найдите наименьший корень уравнения: $x^2 + \frac{9}{x^2} = 10$;

Задача 19.

Приведите пример трёхзначного натурального числа, кратного 4, сумма цифр которого равна их произведению. В ответе укажите ровно одно такое число.

Задача 20.

Из городов A и B, расстояние между которыми равно 330 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3 часа на расстоянии 180 км от города B. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города A. Ответ дайте в км/ч.

Задача 21.

На палке отмечены поперечные линии красного, жёлтого и зелёного цвета. Если распилить палку по красным линиям, получится 15 кусков, если по жёлтым — 5 кусков, а если по зелёным — 7 кусков. Сколько кусков получится, если распилить палку по линиям всех трёх цветов?

В конце эксперимента, на последнем его этапе (контролирующем), после проведения всех занятий, была организована и проведена еще одна контрольная работа, так же в форме варианта ЕГЭ базового уровня.

Текс второй контрольной работы, аналогичный первой, был составлен так же из задач ЕГЭ базового уровня.

Результаты второй контрольной работы показали, что количество верных ответов к представленным задачам стало значительно больше.

Сравнение результатов выполнения контрольных работ на констатирующем этапе эксперимента и контрольном этапе эксперимента представлено в таблице 15.

Данный факт подтверждает гипотезу исследования, которая заключалась в следующем: разработка и внедрение методики обучения решению задач как средство подготовки старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике повысит результаты единого государственного экзамена по математике базового уровня в общеобразовательной школе.

Таблица 15 - Сравнение результатов выполнения контрольных работ

Номера заданий	Процент выполнения	
	Констатирующий этап эксперимента	Контрольный этап эксперимента
1	74,4	79,1
2	74,5	77,5
3	75,7	82,2
4	56,6	69,9
5	67,7	78,2
6	63,4	74,8
7	63,6	74,2
8	65,1	78,9
9	69,7	80,8
10	68,9	79,3
11	68,3	78,9
12	66,4	77,9
13	61,1	82,7
14	53,1	67,1
15	66	79
16	61,2	75,9
17	61,6	79,4
18	52,8	65,1
19	78	78,9
20	69,1	76
21	57,4	79,7

Выводы по второй главе:

- во второй главе данной работы рассмотрена методика обучения некоторым видам алгебраических и геометрических задач базового уровня ЕГЭ по математике;
- представлена методика работы с текстовыми задачами различных типов;
- представлены несколько систем алгебраических задач, которые могут использоваться для итогового тематического повторения, а

именно, система задач на тему «Тождественные преобразования», система задач на тему «Уравнения», система задач на тему «Неравенства», система задач на тему «Показательные и логарифмические уравнения и неравенства»;

– разработан элективный курс «Текстовые задачи ЕГЭ базового уровня по математике. Целью элективного курса является подготовка учащихся к решению текстовых задач базового уровня единого государственного экзамена по математике; повторение и систематизация знания учащихся по математике при решении текстовых задач;

– в рамках элективного курса рассмотрены следующие типы текстовых задач: текстовые задачи на движение, текстовые задачи на проценты, текстовые задачи на работу, задачи на нахождение части числа и числа по части, текстовые задачи на смеси и сплавы, решение логических задач единого государственного экзамена базового уровня;

– представлена методика обучения решению геометрических задач при подготовке старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике;

– представлено описание проведенного педагогического эксперимента.

Заключение

Основные выводы и полученные результаты проведенного исследования:

– в выпускной квалификационной работе представлена классификация математических задач и типология задач базового уровня ЕГЭ по математике; математическая версия экзаменационного материала базового уровня состоит из 21 задания, включающая короткие числовые ответы или ответы в виде ряда цифр, из них заданий по алгебре и началам анализа - 16, по геометрии – 5;

– выявлены основные проблемы низкого уровня подготовки к базовому уровню единого государственного экзамена по математике, полученная отрицательная динамика результатов позволяет сделать вывод о понижении уровня подготовленности выпускников 2022 г.;

– описана методика работы с практико-ориентированными задачами единого государственного экзамена базового уровня, т.к. традиционно практико-ориентированные задач являются задачами трудными для учащихся базового уровня;

– проведен анализ школьных учебников на предмет их использования в процессе обучения при подготовке учащихся к единому государственному экзамену базового уровня;

– представлена методика обучения решению алгебраических задач при подготовке старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике;

– разработан элективный курс «Текстовые задачи базового уровня ЕГЭ по математике», целью элективного курса является подготовка учащихся к решению текстовых задач базового уровня единого государственного экзамена по математике, повторение и систематизация знания учащихся по математике при решении текстовых задач;

– в рамках элективного курса рассмотрены следующие типы текстовых задач: текстовые задачи на движение, текстовые задачи на проценты, текстовые задачи на работу, задачи на нахождение части числа и числа по части, текстовые задачи на смеси и сплавы, решение логических задач единого государственного экзамена базового уровня;

– описана методика обучения решению геометрических задач при подготовке старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике. По теме «Площади и объемы» предложена самостоятельная работа для учащихся, целью которой является обобщение и систематизация знаний учащихся общеобразовательной школы при подготовке к базовому уровню ЕГЭ;

– проведен педагогический эксперимент, который состоял из констатирующего, обучающего, контролирующего этапов. В процессе данного эксперимента была проведена апробация разработанного элективного курса «Текстовые задачи ЕГЭ базового уровня» и разработанных методических и дидактических материалов, которые представлены во второй главе выпускной квалификационной работы. Сравнение результатов выполнения контрольных работ при констатирующем и контролирующем этапах педагогического эксперимента подтвердило гипотезу исследования, которая заключалась в следующем: разработка и внедрение методики обучения решению задач как средство подготовки старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике повысит результаты единого государственного экзамена по математике базового уровня в общеобразовательной школе.

Список используемой литературы

1. Алгебра и начала математического анализа. Сборник рабочих программ. 10-11 классы: учеб. пособие для общеобр. организаций/ Сост. Т.А. Бурмистрова. М.: Просвещение. 2018. 143с.

2. Алимов Ш.А. Алгебра 8 класс: учебник для общеобр. учреждений/ Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В. и др. М: Просвещение. 2012. 255с.

3. Алимов Ш.А. Алгебра 9 класс: учебник для общеобр. учреждений/ Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В. М: Просвещение. 2011. 287с.

4. Алимов Ш.А. Алгебра и начала математического анализа 10-11 классы: учебник для общеобр. учреждений/ Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва. М: Просвещение. 2020. 385с.

5. Анализ результатов процедур оценки качества образования и государственных итоговых аттестаций в Российской Федерации. [Электронный ресурс]. URL: https://fioco.ru/Media/Default/Documents/NIKO/%D0%9E%D1%82%D1%87%D0%B5%D1%82%20%D0%9D%D0%98%D0%9A%D0%9E%202021.pdf. (дата обращения 26.04.2023)

6. Бауэр Ю.Л., Мамонтова Т.С. Групповые формы подготовки учащихся к ЕГЭ по математике базового уровня // Проблемы и перспективы технологического образования в России и за рубежом. 2020. С. 190-193.

7. Бескин Н.М. Методика геометрии. М.: Просвещение. 1947. 216 с.

8. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе/ под ред. Макушевича А.И. М.: Просвещение. 1954. 504 с.

9. Бумагина Е.А. и др. Реализация обучающей функции математических заданий в тестовой форме с автоматической проверкой. 2018. 80с.

10. Вербицкий А.А. Контекстное обучение: понятие и содержание // Эксперимент инновации в школе. 2009. №4. С.8-13.

11. Воробьева С.О., Жукова Э.А. «Решу ЕГЭ» как оперативный ресурс подготовки обучающихся к ЕГЭ по математике базового уровня // Молодежь XXI века: образование, наука, инновации. 2020. С.107-108.

12. Геометрия 10-11 классы: учеб. для общеобр. учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. М.: Просвещение. 2013. 255 с.

13. Геометрия. 11 класс. Готовимся к ЕГЭ. Литвиненко В.Н.: учебн. пособие. М.: Просвещение. 2012. 176 с.

14. Голубев А.А., Спасская Т.А. Пособие по математике для подготовки к ЕГЭ 2020: учебное пособие. Тверь: Твер. гос. ун-т. 2020. 124 с.

15. Деменкова Л.Г. Использование практико-ориентированных задач в процессе обучения студентов технического вуза / Л.Г. Деменкова, Е.В. Полицинский // Профессиональное образование в России и за рубежом. 2014. №3(15). С. 121-125.

16. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена по математике 2022 г. Федеральный Институт Технических Измерений (ФИПИ) [Электронный ресурс]. URL: http://www.fipi.ru. (дата обращения 27.04. 2023).

17. Демченкова Н.А., Пеняева А.А. Практико-ориентированные задачи на едином государственном экзамене базового уровня // Качество обучения как проблема контроля и оценки образовательной деятельности образовательных организаций (учреждений): сборник материалов II Международной научно-практической конференции, 27-28 января 2022 г., г. Луганск. Под общ.ред. Я.П. Кривко, Ю.В. Ефаниной, А.С. Сухотиновой. ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ». Луганск: Книта, 2022. С.325-330.

18. Диденко О.П. Задачи как средство уровневой дифференциации процесса обучения доказательству в школьном курсе алгебры: автореф. дис. канд. пед. наук. Омск. 2003. 19 с.

19. Дмитриева Ф.В. Формирование профессиональных компетенций у студентов СПО через внедрение в образовательный процесс практико-

ориентированных задач// Вестник Северо-восточного федерального университета им. М.К. Аммосова. 2012. Том 9. №3. С.131-135.

20. Дмух Г.Ю. Практико-ориентированные задачи как основа математического образования студентов // Обучение и воспитание: методика и практика. 2013. №6. С. 122-125.

21. Дорофеев Г.В. Алгебра и начала анализа. 10 кл.: учебник для общеобр. учреждений / Г.В. Дорофеев, Л.В.Кузнецова, Е.А.Седова. М.: Дрофа. 2006. 302 с.

22. Дорофеев Г.В. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобр. учреждений / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др. М: Просвещение. 2021. 320 с.

23. Дорофеев Г.В. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобр. учреждений / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суфорова, Е.А. Бунимович и др. М: Просвещение. 2021. 304 с.

24. Зверева Л.Г., Аветян Ш.А. Использование электронных образовательных ресурсов в процессе самостоятельной подготовки к ЕГЭ по математике // Вопросы педагогики. Учредители: Научно-информационный издательский центр «Институт стратегических исследований». 2021. С. 121-125.

25. Иванова С.И., Магдесян А.И. «Естественный» подход к разработке модели оценки уровня «трудности» варианта ЕГЭ по математике // Экономика и общество: эксперименты и концептуализация. 2020. С. 69-77.

26. Иванова Т.А. Технология обучения школьников решению математических задач// Задачи в обучении математике: теория, опыт, инновации. Материалы Всероссийской научно-практической конференции, посвященной 115-летию член.-корр. АПН СССР П.А. Ларичева. Вологда: Изд-во «Русь». 2007. С. 246-250.

27. Казакова О.П. Практико-ориентированные задачи в подготовке преподавателей иностранного языка для специальных целей // Педагогическое образование в России. 2014. №6. С. 109-111.

28. Кендиван О.Д. Практико-ориентированные учебные задачи по химии// Образование в современной школе. 2009. №4. С.13-18.

29. Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников по математике для составления контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2022 г. Федеральный Институт Технических Измерений (ФИПИ). [Электронный ресурс].URL: http://www.fipi.ru. (дата обращения: 12.02. 2023).

30. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. М.: Просвещение. 1977. 144 с.

31. Колягин Ю.М., Оганесян В.А. Методика преподавания математики в средней школе. М: Просвещение. 1975. 464 с.

32. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования. Утверждена приказом Министерства образования Российской Федерации от 18.07.2002 № 2783 // Бюллетень «Официальные документы в образовании». Сентябрь 2002 г. № 27.

33. Косино О.А. Методические особенности алгебраической подготовки школьников посредством использования интеграции педагогических и информационных технологий: автореф. дис. канд. пед. наук/ Моск. гос. гуманитар. ун-т им. М.А. Шолохова. Москва. 2009. 21 с.

34. Котюргина А.С. Эволюция ЕГЭ и ее влияние на математическую подготовку школьников // Образование и наука. 2020. Т. 22. №. 5.

35. Кругликов С.А. Методика преподавания математики с использованием информационных технологий и компьютерных продуктов учебного назначения: автореф. дис. канд. пед. Москва. 2003. 23 с.

36. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобр. учрежд. / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк и др. М. Просвещение. 2021. 271 с.

37. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобр. учрежд./ Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк и др. М.: Просвещение. 2021. 272 с.

38. Маскаева А.М. Проектирование индивидуальных образовательных траекторий учащихся старших классов в условиях

вариативного обучения математике // Ярославский педагогический вестник. 2011. Т.1. №1. С.69-73

39. Маслова Ю.А. Методическая значимость практико-ориентированных задач для подготовки бакалавра педагогического образования // Научное мнение. 2016. №6-7. С. 150-153.

40. Математика. Базовый уровень. Типовые тестовые задания. 50 вариантов. / Под редакцией И.В. Ященко. М.: Издательство «Экзамен». 2023.

41. Методика и технология обучения математике. Лабораторный практикум / под науч. ред. В.В. Орлова. М: Дрофа. 2007. 320 с.

42. Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики / Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, Е.Л. Мокрушин, В.А. Оганесян, Л.Ф. Пичурин, В.Я. Саннинский. М: Просвещение, 1977. 480 с.

43. Мирошин В.В., Рязановский А.Р. ЕГЭ 2012. Математика. Решение задач. Сдаем без проблем! М.: Издательство Эксмо. 2020. 496 с.

44. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа 10 класс. М.: Мнемозина. 2013. 175 с.

45. Мордкович А.Г. Алгебра. 11 класс. М.: Мнемозина, 2010. 215 с.

46. Мордкович А.Г. Алгебра. 8 кл.: задачник для общеобр. учрежд. М: Мнемозина, 2001. 239 с.

47. Мордкович А.Г. Алгебра. 9 кл.: задачник для общеобр. учрежд. М: Мнемозина. 2001. 225 с.

48. Никанорkина Н.В. Использование профессионально-ориентированных задач в обучении математике студентов экономических вузов / Н.В. Никаноркина, Т.А. Алмазова // Калужский экономический вестник. 2018. №3. С. 75-80.

49. Никольский С.М. Алгебра и начала математического анализа: Учебник для 10 класса образовательных учреждений: базовый и профильный уровни. ФГОС / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. М.: Просвещение. 2016. 430 с.

50. Никольский С.М. Алгебра и начала математического анализа: Учебник для 11 класса образовательных учреждений: базовый и профильный уровни. ФГОС / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. М.: Изд. «Просвещение». 2020. 452 с.

51. Новичкова Т.Ю. Теория и методика использования тестов в обучении математике учащихся общеобразовательных учреждений: автореф. дис. канд. пед. наук. Саранск. 2004. 20 с.

52. Оглоблина А.Д. Информационная система для подготовки к ЕГЭ по математике на основе аспектной проверки результатов // Процессы управления и устойчивость. 2020. Т. 7. №. 1. С. 281-284.

53. Открытый урок «Первое сентября» [Электронный ресурс]. URL: https://urok.1sept.ru/ (дата обращения 25.05.2023).

54. Павленко С.А. Практико-ориентированные задачи как средство реализации принципа преемственности при обучении математике в условиях реализации ФГОС // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2015. №12-5. С. 14-15.

55. Павлова Л.В. Познавательные компетентностные задачи как средство формирования предметно-профессиональной компетентности будущего учителя математики // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. 2009. №113. С. 169-174.

56. Пайсон Б.Д. О логической составляющей образовательной области математика // Математика в школе. 2003. № 2. С. 10-14.

57. Пеняева А.А. Методика обучения решению задач как средство подготовки старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике // Студенческие дни науки в ТГУ 2023 (Тольятти, апрель 2023 года): сборник студенческих работ / отв. за вып. С. Х. Петерайтис. Тольятти: Изд-во ТГУ. 2023. 1 оптический диск.

58. Пеняева А.А. Подготовка старшеклассников к базовому уровню ЕГЭ по математике // Молодежь. Наука. Общество: всероссийская студенческая научно-практическая междисциплинарная конференция

(Тольятти, декабрь 2022 года): сборник студенческих работ / отв. за вып. С.Х. Петерайтис. Тольятти: Изд-во ТГУ. 2023. 1 оптический диск.

59. Пирютко О.Н. Практико-ориентированные задачи в контексте изменения программ школьного курса математики / О.Н. Пирютко, В.И. Берник // Народная асвета. 2015. №11. С. 18-21.

60. Пичкуренко Е.А., Пригодина А. Г., Данович Л. М. Инновационные технологии в преподавании математики / Е.А. Пичкуренко, А.Г. Пригодина, Л.М. Краснодар: КубГТУ. 2021. 186 с.

61. Примерные программы среднего (полного) общего образования: математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: 10-11 классы / Е.А. Седова, С.В. Пчелинцев, Т.М. Мищенко и др.; под общ. ред. М.В. Рыжакова. М.: Вентана-Граф. 2012. 136 с.

62. Саакян С.М., Бутузов В.Ф. 10-11 классы. Изучение геометрии. Книга для учителя. Издательство: Просвещение. 2010. 248 с.

63. Сальникова Н.В. Метод подготовки к ЕГЭ по математике «Блиц-ЕГЭ (ОГЭ) // Н.В. Сальникова. [Электронный ресурс]. URL:https://infourok.ru/metodika-podgotovki-k-ege-oge-po-matematike-blic-ege-541315.html (дата обращения 25.01.2022).

64. Саранцев Г.И. Методика преподавания геометрии в девятилетней школе: учеб. пособие для студентов физ.-мат. факультетов педагогических институтов. Саранск: Мордовский педагогический институт. 1992. 130 с.

65. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. М.: Просвещение, 1995. 240 с.

66. Сафонова Г.И. Формирование готовности старшеклассников к Единому Государственному Экзамену. [Электронный ресурс]. URL: https://viewer.rusneb.ru/ru/rsl01004606454?page=1&rotate=0&theme=white (дата обращения 21.03.2023).

67. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия. 10-11 кл.: учебн. для общеобр. учреждений. М.: Мнемозина. 2015. 234с.

68. Соколова Н.А., Барышенский Д. С., Белай Е. Н. Комплексная методика работы с обучающимися средствами портала «СтатГрад», обеспечивающая эффективную подготовку к ЕГЭ по математике // Редакционная коллегия. Главный редактор. 2021. С. 47.

69. Спецификация контрольно-измерительных материалов единого государственного экзамена 2022 года по математике. Федеральный Институт Технических Измерений (ФИПИ). [Электронный ресурс]. URL: http://www.fipi.ru. (дата обращения 12.02.2023).

70. Фокеев М.И. Организационные и методические основы занятий по подготовке сельских школьников к единому государственному экзамену по математике на базе виртуального класса: дис. канд. пед. наук. Арзамас: МИ Фокеев, 2009.

71. Фридман Л.М., Турецкий, Е.Н. Как научиться решать задачи: книга для учащихся старших классов. М.: Просвещение, 2019. 192 с.

72. Шкуркин А. А., Зайченко Т. Г. Методические рекомендации по подготовке учащихся к ЕГЭ и ОГЭ по математике и информатике //Вестник научных конференций. ООО Консалтинговая компания Юкомю.2021. №. 8-2. С. 106-108.

73. Эрдниев П.М. Очерки по методике преподавания математики в средней школе. Элиста: Калмиздат. 1968. 344 с.

74. Якубов А. В. ЕГЭ по математике: может, всё-таки обойтись одним экзаменом по предмету? //Математика в школе. 2020. №. 2. С. 3-9.

75. Ященко И.В. Я сдам ЕГЭ! Математика. Модульный курс. Методика подготовки: учебное пособие / И.В. Ященко, С.А. Шестаков. М.: Просвещение. 2020. 384 с.

76. Uslu O. Factors Associated with Technology Integration to Improve Instructional Abilities: A Path Model // Australian Journal of Teacher Education, April 2018. 43 (4). PP. 31 – 50.

77. Mtetwa D., Mudehwe L., Minyira, S. Learning mathematics for personal undersranding and productions: A viewpoint // Pythagoras. South Africa,

2010.

78. Kayama M., Satoh M., Kobayash K., Kunimune H., Hashimoto M., Otani M. Algorithmic Thinking Learning Support Syste Based on Student-Problem Score Table Analysis // International Journal of Computer and Communication Engineering. Slovenia, 2015.

79. Hwang J., Ham Y. Relationship between Mathematical Literacy and Opportunity to Learn with Different Types of Mathematical Tasks //Journal on Mathematics Education. 2021. T. 12. №. 2. C. 199-222.

80. Jiang R. et al. How mathematics anxiety affects students' inflexible perseverance in mathematics problem-solving: Examining the mediating role of cognitive reflection // British Journal of Educational Psychology. 2021. T. 91. №. 1. C. 237-260.