МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)

Кафедра «Прикладная математика и информатика»
(наименование кафедры полностью)

01.03.02 Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления подготовки, специальности)

Компьютерные технологии и математическое моделирование
(направленность (профиль))

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА (БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА)

на тему «Применение математических методов для выработки рекомендаций по рациональному построению сферы услуг в условиях экономического риска.»

Обучающийся А.Н. Палёв
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Руководитель к.т.н., доцент, Н.А. Сосина
(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

Консультант к.п.н., доцент, Т.С. Якушева
(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

Тольятти 2023

Аннотация

Выпускная квалификационная работа (ВКР) посвящена теме: «Применение математических методов для выработки рекомендаций по рациональному построению сферы услуг в условиях экономического риска». Выработка рекомендаций по рациональному образу действия предприятия в условиях экономического риска (при известных вероятностях состояний системы) является актуальным направлением в экономической деятельности из-за постоянного развития технологий и изменения политической обстановки в мире.

Целью ВКР является математическое моделирование ситуаций риска с последующей разработкой рекомендаций по наиболее рациональному образу действий предприятий.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Рассмотреть и проанализировать методы математического моделирования сферы услуг в условиях риска;
2. Применить математические методы для решения задач по выработки рекомендаций по рациональному построению сферы услуг в условиях экономического риска;
3. Разработать программный продукт, позволяющий ускорить решение рассматриваемых задач.
4. Протестировать программный продукт с помощью задач, решенных в ВКР аналитически.

В первом разделе ВКР описаны актуальность ВКР и три метода построения предприятия сферы услуг в условиях экономического риска: теория массового обслуживания, дерево решений и многокритериальная оптимизация.

Во втором разделе, на основе методов СМО, дерева решений и многокритериальной оптимизации, разработаны рекомендации по наиболее рациональному построению сферы услуг в условиях экономического риска.

В третьем разделе описано программное обеспечение, разработанное для повышения эффективности математических методов, используемых при выработке рекомендаций.

Результатом ВКР являются рекомендации для менеджмента предприятий по рациональному построению сферы услуг в условиях экономического риска на основе математических методов.

Abstract

Graduation work is devoted to the topic: "Application of mathematical methods for developing recommendations on the rational construction of the sphere of services in terms of economic risk". Development of recommendations on the rational way of action of the company in the conditions of economic risk is an actual direction in economic activity because of constant development of technologies and change of political situation in the world.

The aim of work is a mathematical modeling of risk situations with subsequent development of recommendations for the most rational way of action for company.

To achieve the goal, the following tasks were solved:

1. Consider and analyze the methods of mathematical modeling of the sphere of services in risk situations;
2. Apply mathematical methods for solving problems in developing recommendations for the rational construction of the service sector under conditions of economic risk;
3. Develop a software product that allows to accelerate the solution of the tasks under consideration.
4. Test the software product with the help of problems solved in the thesis analytically.

The first section of work describes the relevance of the thesis and three methods of constructing a service company in terms of economic risk: queueing theory, the decision tree and multi-criteria optimization.

In the second section, based on the methods of queueing theory, decision tree and multi-criteria optimization, recommendations for the most rational construction of the service sphere in the conditions of economic risk were developed.

The third section describes the software developed to improve the effectiveness of mathematical methods used in the development of recommendations.

Содержание

Введение

Выработка рекомендаций по рациональному образу действия предприятия в условиях экономического риска (при известных вероятностях состояний системы) является актуальным направлением в экономической деятельности из-за постоянного развития технологий и изменения политической обстановки в мире. Целью ВКР является математическое моделирование ситуаций риска с последующей разработкой рекомендаций по наиболее рациональному образу действий предприятий. [5]-[6],[11]-[15]

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Рассмотреть и проанализировать методы математического моделирования сферы услуг в условиях риска;
2. Применить математические методы для решения задач по выработке рекомендаций по рациональному построению сферы услуг в условиях экономического риска;
3. Разработать программный продукт, позволяющий ускорить решение рассматриваемых задач.
4. Протестировать программный продукт с помощью задач, решенных в ВКР аналитически.

В первом разделе ВКР описаны актуальность ВКР и три метода построения предприятия сферы услуг в условиях экономического риска: теория массового обслуживания, дерево решений и многокритериальная оптимизация.

Во втором разделе, на основе методов СМО, дерева решений и многокритериальной оптимизации, разработаны рекомендации по наиболее рациональному построению сферы услуг в условиях экономического риска.

В третьем разделе описано программное обеспечение, разработанное для повышения эффективности математических методов, используемых при выработке рекомендаций.

1. Постановка задачи на исследование

1.1 Практическая значимость задачи

«Принятие решений – это основная функция человеческой деятельности. Постоянно, ежесекундно, сознательно или подсознательно человек принимает решения. Эти решения могут быть элементарными (шаг, движение руки и т.д.) или глобальными, от которых зависит будущее множества людей или даже развитие всей истории человечества. Отсюда несомненна важность изучения теории и методов принятия решений, как математических, так и социальных, психологических, политических и других.

Задача принятия решения лежит целиком либо на конкретном человеке, либо на группе людей, работающих над некоторой проблемой. Будем называть человека (или группу лиц), фактически осуществляющего выбор наилучшего варианта действий, лицом, принимающим решения (ЛПР).

Очевидно, что процесс принятия решений очень сложен и зависит от многих факторов и характеристик ЛПР: его характера, опыта, темперамента, видения проблемы, интуиции, азартности, настроения и многого-многого другого. Поэтому, полный анализ деятельности ЛПР при принятии решения привести крайне сложно. Однако, этот процесс во многих случаях имеет некоторые общие закономерности, что позволяет строить математическую модель разрешения некоторых проблемных ситуаций и рассчитать оптимальное из решений, добиваясь наилучшего результата.»[10]

Существует множество методов, которые позволяют проанализировать деятельность предприятия и разработать рекомендации по рациональному построению предприятия в условиях экономического риска.[2]-[4],[6],[9]

1.2 Обзор методов принятия решения в условиях риска

Существует множество методов, помогающих принять оптимальное решение о построении предприятия сферы услуг. Рассмотрим самые надежные из них. [19]-[22]

1.2.1 Теория массового обслуживания

«Теория массового обслуживания – раздел теории вероятностей, целью исследований которого является рациональный выбор структуры системы обслуживания и процесса обслуживания на основе изучения потоков требований на обслуживание, поступающих в систему и выходящих из неё, длительности ожидания и длины очередей. В теории массового обслуживания используются методы теории вероятностей и математической статистики.

Теория массового обслуживания исследует системы, предназначенные для многоразового использования при решении однотипных задач. Возникающие при этом процессы получили название процессов обслуживания, а системы – системы массового обслуживания (СМО). Каждая СМО состоит из определенного числа обслуживающих единиц, которые называются каналами обслуживания.

Заявки поступают в СМО обычно не регулярно, а случайно, образуя случайный поток заявок. Обслуживание заявок также продолжается какое-то случайное время. Случайный характер потока заявок и времени обслуживания приводит к тому, что СМО оказывается загружена неравномерно: в одни периоды система становится перегруженной, а в другие простаивает или загружена неполностью.

Предметом теории массового обслуживания является построение математических моделей, связывающих заданные условия работы СМО с показателями эффективности ее работы, описывающими ее способность справляться с потоками заявок.

В качестве показателей эффективности СМО используют:

- Среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени;
- Среднее число заявок в очереди;
- Среднее время обслуживания;
- Вероятность того, что система будет загружена;
- Среднее время полной загрузки системы;
- Среднее время ожидания заявки в очереди;
- Среднее время простоя канала.

Для классификации СМО важное значение имеет дисциплина обслуживания, определяющая порядок выбора заявок из числа поступивших и порядок их распределения между свободными каналами. По этому признаку обслуживание заявки может быть организовано по принципу «первая пришла – первая обслужена» («в порядке очереди»), «последняя пришла – первая обслужена» или «обслуживание с приоритетом».»[8]

1.2.2 Дерево решений

«Специфическим графическим инструментом анализа проблемных ситуаций являются деревья решений. С помощью этого метода решается целый ряд задач, когда имеются два или более последовательных множества решений, причем, последующие решения основываются на результатах предыдущих состояний среды, т.е. появляется цепочка решений, вытекающих одно из другого. Подобные задачи проще решать с использованием дерева решений, которое представляет собой графическое изображение последовательности решений и состояний среды с указанием соответствующих вероятностей и выигрышей для всевозможных комбинаций.

Для упрощения применения этого метода он будет разбит на несколько этапов.

На первом этапе формулируется задача. Необходимо отбросить не относящиеся к проблеме факторы, а оставшиеся разделить на существенные и несущественные. Далее: определяются возможности сбора информации для экспериментирования и реальных действий; составляется перечень событий, которые с определенной вероятностью могут произойти: устанавливается временной порядок расположения событий, в исходах которых содержится полезная и доступная информация, и тех последовательных действий, которые можно предпринять.

На втором этапе строится дерево решений. Оно состоит из двух основных частей: «решений» и «вероятностных событий». Они представляются на схемах квадратами. Эти решения и вероятностные события связаны.

Суть третьего этапа состоит в оценке вероятностей состояний среды, то есть сопоставлении шансов возникновения каждого конкретного события.

Установление выигрышей (или проигрышей, как выигрышей со знаком минус) для каждой возможной комбинации альтернатив (действий) состояний среды составляют четвертый этап.

На пятом этапе решается задача.

Дерево решений состоит из ряда узлов и исходящих из них ветвей. Прямоугольники обозначают пункты принятия решений (или возможные события), а дуги соответствуют переходам между логически связанными решениями и случайными событиями. Из вершин исходит столько дуг, сколько имеется вариантов (альтернатив), выбор конкретной дуги (вариант решения) осуществляется лицом, принимающим решения (ЛПР). Из вершины — события также может исходить несколько дуг. Но здесь уже выбор осуществляется случайным образом в соответствии с заданными вероятностями отдельных исходов.

После того, как дерево решения построено, оно анализируется справа налево, то есть начинать нужно с последнего принятого решения. Для каждого решения выбирается альтернатива с наибольшим показателем отдачи (или с наименьшими затратами). Если за принятием решения следует несколько возможных вариантов событий, то выбирается альтернатива с наибольшей предполагаемой прибылью (или с наименьшей предполагаемой величиной затрат).»[16]

1.2.3 Многокритериальная оптимизация

Многокритериальная оптимизация — это процесс одновременной оптимизации двух или более конфликтующих целевых функций в заданной области определения.

Задача многокритериальной оптимизации состоит в поиске вектора целевых переменных, удовлетворяющего наложенным ограничениям и оптимизирующего векторную функцию, элементы которой соответствуют целевым функциям. Эти функции образуют математическое описание критерия удовлетворительности и, как правило, взаимно конфликтуют. Отсюда, «оптимизировать» означает найти такое решение, при котором значения целевых функций были бы приемлемыми для постановщика задачи.

Будут рассмотрена два метода, решающих многокритериальные задачи: метод ограничений и метод аддитивной оптимизации.

Для решения многокритериальной задачи методом ограничений может потребоваться несколько шагов, а каждый шаг разбивается на этапы.

Первый шаг начинается с оптимизации по каждому отдельному критерию. Для каждого найденного при этой оптимизации набора неизвестных вычисляется значения критериев и находится их экстремум. После составляется таблица значений критериев. Из этой таблицы отбрасываются наборы неизвестных, при которых ни один критерий не достигает экстремума. Затем выполняется нормировка этой таблицы в диапазоне от нуля до единицы по формулам:

$$F_{p,i} = \frac{F_{p,i} - \min F_{q,i}}{\max F_{q,i} - \min F_{q,i}} = \frac{F_{p,i}}{\max F_{q,i}}, \quad p = 1,2,\dots,m. \tag{1}$$

После нормировки вычисляются веса критериев по формуле:

$$w_i^* = \frac{1-\alpha_i^*}{\sum_{p=1}^{m}(1-\alpha_i^*)}, \qquad (2)$$

где α_i^* - среднее арифметическое, взятое по всем элементам i-го столбца, кроме единицы.

С использованием полученных весов критериев составим глобальный критерий по формуле:

$$F_\Gamma^* = w_1^* * F_1 + \cdots + w_i^* * F_i + \cdots + w_m^* * F_m. \qquad (3)$$

Для составленного глобального критерия вычислим его значения на найденных наборах неизвестных и составим вектор y^*, состоящий из этих значений. Затем предоставим на сравнение лицу, принимающему решения (ЛПР) полученный вектор с вектором утопии $z^* = \{\max F_1, \ldots, \max F_m\}$. Если полученное решение удовлетворяет ЛПР, задача считается решенной. Иначе ЛПР выделяет наименее удовлетворительный критерий и устанавливает пороговое значение, превращая критерий в часть ограничений.

Второй и последующие шаги начинаются с определения новой ИДЗ, после чего повторяется первый шаг.

Метод аддитивной оптимизации использует аддитивный критерий оптимизации, который определяется по формуле:

$$F_i(a_{ij}) = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j * a_{ij}, \ i = 1,2, \ldots, m, \qquad (4)$$

где a_{ij} – частные критерии;

λ_j – весовые коэффициенты.

$$\sum_{j=1}^{\text{т}} \lambda_j = 1, \ \lambda_j > 0. \qquad (5)$$

«Обобщенная функция цели $F_i(a_{ij})$ может быть использована для свертывания частных критериев оптимальности, если:

- Частные критерии количественно соизмеримы по важности;
- Частные критерии являются однородными.

Если частные критерии не однородны, то требуется нормализация критериев. Под нормализацией понимается такая последовательность процедур, с помощью которой все критерии приводятся к безразмерному масштабу измерения.

Определим минимум и максимум каждого критерия:

$$a_j^+ = \max a_{ij}, \ \ i = 1,2,\dots,m \tag{6}$$

$$a_j^- = \min a_{ij}, \ \ i = 1,2,\dots,m \tag{7}$$

Выделим группу критериев $a_j, \ j = 1,2,\dots,k$, которые максимизируются при решении задачи, и группу критериев $a_j, \ j = k+1, k+2,\dots,n$, которые минимизируются при решении задачи. В соответствии с принципом максимальной эффективности нормализованные критерии определяются из соотношений:

$$a_{ij}^{э} = \frac{a_{ij}}{a_j^+}, \ \ j = 1,2,\dots,k \tag{8}$$

$$a_{ij}^{э} = 1 - \frac{a_{ij}}{a_j^+}, j = k+1, k+2,\dots,n \tag{9}$$

Оптимальным будет тот вариант, который обеспечивает максимальное значение целевой функции:

$$F_i(a_{ij}) = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j * a_{ij}^{э}, \ i = 1,2,\dots,m, \tag{10}$$

В соответствии с принципом минимальной потери нормализованные критерии определяются из соотношений:

$$a_{ij}^{э} = 1 - \frac{a_{ij}}{a_j^+}, j = 1,2,\dots,k \tag{11}$$

$$a_{ij}^{э} = \frac{a_{ij}}{a_j^+}, j = k+1, k+2,\dots,n \tag{12}$$

При этом оптимальным будет тот вариант, который обеспечивает минимальное значение функции цели.»[1]

Таким образом, были описаны все методы построения математических моделей предприятия, которые будут использоваться при выработке рекомендаций.

2. Выработка рекомендаций по рациональному построению сферы услуг в условиях экономического риска

2.1 Рекомендации для ситуаций, моделируемых с помощью СМО

Рассмотрим, как можно оценить риск в условиях частичной неопределенности. Решим задачу оптимизации с применением методов систем массового обслуживания (СМО). Для примера исследуем работу одного из предприятий сферы услуг – салона красоты. Основная цель задачи: выбор оптимального количества рабочих станций (мастеров). Предприятие будем рассматривать в качестве многоканальной СМО с неограниченной очередью. Дисциплина обслуживания – в порядке очереди.

Исследование начнем с определения статистических характеристик прибытия клиентов (заявок) и времени, затрачиваемого мастерами для их обслуживания.

Изучение входящего потока заявок производилось следующим образом. Каждый час во время работы магазина (в течении ста часов) отмечалось количество клиентов, оставивших заявку, и подсчитывалась частота. На основе полученных данных составим таблицу 1.

Таблица 1 – Таблица частот

m	6	7	8	9	10	11	12	13
S_h	0	1	2	4	6	7	8	12
S_t	0,79	1,6	2,84	4,47	6,33	8,15	9,61	10,47
m	14	15	16	17	18	19	20	21
S_h	15	11	10	9	8	4	3	0
S_t	10,59	10	8,85	7,37	5,8	4,32	3,06	2,06
Примечание: m - количество заявок за час, S_h - частота, S_t - частота по закону Пуассона.								

Таким образом, среднее число заявок, поступающих в СМО в единицу времени, равно $\lambda = \frac{\sum mS_h}{\sum S_h} = \frac{1416}{100} = 14{,}16$ заявок/час, или $0{,}24$ заявок/мин. Будем считать, входящий поток заявок является пуассоновским.

$$S_t = \frac{(\lambda t)^m * e^{-\lambda t}}{m!} * \sum S_h. \quad (13)$$

«Вычисленные по формуле (13) значения теоретических частот внесем в таблицу 1.

Рассмотрим, будет ли принятый пуассоновский процесс с достаточной точностью описывать исследуемую статистическую совокупность. Для этого воспользуемся критерием x^2 Пирсона для сравнения эмпирических и теоретических частот: $x^2_{\text{набл}} = \sum \frac{(S_h - S_t)^2}{S_t} = 7{,}35$.

По таблице критических точек распределения x^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0{,}05$ и числу степеней свободы $k = S - 2 = 16 - 2 = 14$, найдем критическую точку $x^2_{\text{кр}}$. Полученное значение $x^2_{\text{кр}} = 23{,}7$. И так как $x^2_{\text{набл}} < x^2_{\text{кр}}$, то можно считать, что входящий поток клиентов действительно распределен по закону Пуассона.

Время обслуживания клиентов также подчинено распределению Пуассона. Определим среднее время обслуживания. Статистическая обработка наблюдений показала, что среднее время обслуживания одного посетителя $m_{t_{\text{обсл}}} = 18$ минут. Следовательно, интенсивность обслуживания $m = \frac{1}{m_{t_{\text{обсл}}}}$ = 0,06 обсл/мин.

Рассмотрим зависимость между коэффициентом загрузки $\rho = \frac{\lambda}{n*\mu} = \frac{\alpha}{n}$ ($\alpha = \frac{\lambda}{\mu}$ – параметр загрузки) и временем ожидания начала обслуживания заявки $t_{\text{ож}}$, где n – число мастеров (каналов).

Запишем формулы для расчетов характеристик многоканальной СМО с неограниченной очередью, которые необходимы для анализа эффективности обслуживания.

Среднее число заявок в очереди:

$$L = \frac{P(n,\alpha)*\alpha*n}{(n-\alpha)^2} * P_0, \qquad (14)$$

где $P(n,\alpha) = \frac{\alpha^n}{n!}$;

$P_0 = [R(n,\alpha) + P(n,\alpha) * \frac{\alpha}{n-\alpha}]^{-1}$ – вероятность простоя системы;

$R(n,\alpha) = \sum_{k=0}^{n} \frac{\alpha^k}{k!}$.

Вероятность занятости отдельного канала:

$$P_{\text{з.к.}} = \frac{\bar{K}}{n} = \frac{\alpha}{n} = \rho \qquad (15)$$

Вероятность того, что система полностью загружена:

$$P_{\text{п.з.}} = \frac{\alpha^n * n}{(n-\alpha)*n!} * P_0 \qquad (16)$$

Среднее время полной загрузки системы:

$$t_{\text{з.с.}} = \frac{1}{n*\mu} * \frac{R(n-1,\alpha)}{P(n,\alpha)} * \frac{P_{\text{п.з.}}}{1-P_{\text{п.з.}}} \qquad (17)$$

Среднее время простоя канала:

$$t_{\text{п.к.}} = [\frac{1}{\mu} * \frac{\alpha^{n+1}}{\mu(n-\alpha)^2 * n!} * P_0] * \frac{1-P_{\text{з.к.}}}{P_{\text{з.к.}}} \qquad (18)$$

Среднее время ожидания клиента в очереди

$$t_{\text{ож}} = \frac{L}{\lambda} \qquad (19)$$

В соответствии с приведенными формулами при различных значениях ρ составим расчетную таблицу 2 для анализа эффективности СМО.»[16]

Таблица 2 – Таблица характеристик СМО

ρ	0,98	0,9	0,8	0,7	0,9	0,9	0,9	0,9
α	4,9	4,5	4	3,5	5,5	4	3,9	3
n	5	5	5	5	6	6	4	4
L	47,46	7,42	2,49	0,99	9,18	0,62	37,75	1,75
$t_{\text{ож}}$	197,78	30,95	10,38	4,14	38,28	2,62	157,29	7,29
$P_{\text{з.к.}}$	0,98	0,9	0,8	0,7	0,9	0,9	0,9	0,9
$P_{\text{п.з.}}$	0,96	0,82	0,62	0,42	0,83	0,31	0,96	0,58
$t_{\text{з.с.}}$	201,59	35,52	15,29	8,79	44,07	7,67	159,35	11,03
$t_{\text{п.к.}}$	3,95	3,11	2,13	1,42	3,91	0,22	17,04	0,66
λ_0	8,63	9,10	9,76	10,47	9,57	11,34	7,9	9,25
S	377,52	108,25	76,19	73,21	124,31	86,91	300,76	62,25
$\bar{C}$	576,23	910,143	1017,38	1106,74	952,81	1212,21	563,03	963,58

«Проанализируем полученную таблицу. Очевидно, что коэффициент загрузки ρ определяет не только качество обслуживания, но и экономические показатели деятельности предприятия. Примем во внимание, что любое предприятие стремиться полностью использовать свои ресурсы и производственные мощности с целью добиться наибольших экономических показателей. Это соответствует отраслевому критерию эффективности, которым является минимизация затрат на производство услуг. Однако, такой подход к решению проблемы коэффициента загрузки и, следовательно, производственных мощностей приводит к ухудшению качества обслуживания. Например, при возрастании коэффициента загрузки от значения 0,7 до 0,9 время обслуживания клиента возрастает от 4 минут до 197 минут. Таким образом, увеличение количества мастеров n, то есть уменьшение коэффициента загрузки, приведет к улучшению качества обслуживания. Но подобное решение может стать неприемлемым, так как заработная плата каждого отдельно взятого мастера будет снижаться.

Необходимо выработать такие рекомендации по построению предприятия, рациональной его работе и регулированию потока заявок, чтобы обеспечить максимальную эффективность обслуживания при наименьших затратах на создание и функционирование предприятия. Для определения оптимального числа рабочих мест установим зависимости удельных затрат на производство услуг от потока заявок, числа и производительности каналов обслуживания и характеристик СМО, описывающих результаты ее работы.

Случайный характер поступления заявок и времени их обслуживания обуславливает наличие риска и необходимость применения статистических методов.

Введем следующие параметры:

- С1 — расходы на одного клиента;
- $\overline{\text{C1}}$ — непроизводственные расходы на клиента из-за потери времени в очереди;
- $\overline{\text{C2}}$ — расходы на создание одного рабочего места;
- $\overline{\text{C3}}$ — расходы на эксплуатацию одного рабочего места;
- $\overline{\text{C4}}$ — расходы на зарплату одного мастера.

Все расходы отнесены к одному часу.

Составляем функцию суммарных расходов, которые складываются из стоимости времени, потерянного клиентами в очереди; из расходов на создание новых рабочих мест; из расходов на эксплуатацию этих рабочих мест и расходов на оплату занятых мастеров. Эта функция имеет вид:

$$S = (\overline{\text{C1}} * L + \overline{\text{C2}} * n + \text{C3} * n + \overline{\text{C4}} * (n - \bar{k})), \quad (20)$$

где $\bar{k} = \alpha$ – среднее число занятых рабочих мест.

За время t магазин, если он рентабелен, принесет прибыль, равную:

$$C = \left(C1 * \lambda_0 - \overline{\mathrm{C1}} * L + \overline{\mathrm{C2}} * n + \mathrm{C3} * n + \overline{\mathrm{C4}} * \left(n - \bar{k}\right)\right) * t, \qquad (21)$$

где $\lambda_0 = \frac{\lambda * R(n-1,\alpha)}{R(n,\alpha)}$ – абсолютная пропускная способность системы.

Функцию $S(n,\alpha)$ нужно минимизировать, а функцию $\bar{C}(n,\alpha) = \frac{C(n,\alpha)}{t}$ нужно максимизировать. Анализ этих двух функций показывает, что в зависимости от коэффициента загрузки ρ функция $S(n,\alpha)$ имеет один минимум, а функция $\bar{C}(n,\alpha)$ имеет один максимум.»[16]

«Результаты расчетов по формулам (20) и (21) для параметров C1 = 100 руб. в час, C1 = 7 руб. в час, C2 = 0,75 руб. в час, C3 = 8 руб. в час, C4= 15 руб. в час приведены в таблице 2.

Анализ таблицы 2 показывает, что эффективный коэффициент загрузки $\rho_{\text{эф}} = 0{,}7$ и отвечает параметру загрузки $\alpha = 3{,}5$, найденному из статистических исследований, и количество рабочих мест при этом $n = 5$.

Тогда количество рабочих мест с учетом соблюдения оптимального показателя качества обслуживания клиентов $n_{\text{эф}} = n * \rho_{\text{эф}} = 5 * 0{,}7 = 3{,}5$

Поскольку в магазине работало шесть мастеров, то нами было предложено сократить их до пяти человек, что принесло бы дополнительную прибыль в 153,93 руб. в час.

Снижение числа мастеров до четырех также допустимо, а снижение числа мастеров до трех приведет к случаю, когда число клиентов в очереди будет неограниченно расти. Нарушается стационарный режим функционирования СМО, который существует только при $\alpha < n$.

Можно также повысить прибыль, проведя дополнительные статистические исследования с учетом дней недели и времени дня. Тогда при параметре загрузки $\alpha < 3$ могут работать 3 мастера, а при $5 < \alpha < 6$ оптимальным количеством будет 6 мастеров.

Здесь уже учитывается дискретный характер предоставления услуг. При анализе эффекта бытового обслуживания нужно помнить, что результаты потребления бытовых услуг могут быть как экономические, так и социальные и они находятся в тесной взаимосвязи.

Уменьшая число мастеров, салон красоты, получает большую прибыль, но уменьшается качество обслуживания. Снижение качества обслуживания приводит к потере постоянных клиентов, репутации и, в конечном итоге, к снижению прибыли.»[16]

Таким образом, была выработана рекомендация по выбору оптимального количества мастеров для салона красоты.

2.2 Рекомендации для ситуаций, моделируемых с помощью дерева решений

«С помощью дерева решений рассмотрим задачу выбора оптимального проекта реконструкции предприятия — магазина. Руководство компании решает реконструировать предприятие по одному из трех проектов. Размер выигрыша, который компания может получить, зависит от благоприятного или неблагоприятного состояния рынка и изображен в таблице 3.

Таблица 3 – Таблица проектов реконструкции

Номер стратегии	Действие компании	Выигрыши при состоянии экономической среды (в усл. ед.)	
		Благоприятное	Неблагоприятное
1	По 1-му проекту	150000	-80000
2	По 2-му проекту	200000	-150000
3	По 3-му проекту	100000	-40000

На основе данной таблицы выигрышей построим дерево решений. Так как истинные вероятности благоприятного и неблагоприятного состояний экономической среды нам неизвестны, то в соответствии с правилом Лапласа равновозможности принимаем наличие состояний с вероятностями 0,5 удачи и 0,5 неудачи.

Процедура принятия решения заключается в вычислении для каждой вершины дерева (при движении справа налево) ожидаемых денежных оценок, отбрасывании неперспективных ветвей и выборе ветвей, которым соответствует максимальное значение ожидаемой денежной оценки (ОДО). ОДО — это средний выигрыш в игре, которая рассчитывается как сумма произведений размеров выигрышей на вероятности этих выигрышей.

Определяем ОДО:

для 1-го проекта:

$$\text{ОДО}_1 = 150000 \cdot 0{,}5 + (-80000) \cdot 0{,}5 = 35000 \text{ усл. ден. ед.;}$$

для 2-го проекта:

$$\text{ОДО}_2 = 200000 \cdot 0{,}5 + (-150000) \cdot 0{,}5 = 25000 \text{ усл. ден. ед.;}$$

для 3-го проекта:

$$\text{ОДО}_3 = 100000 \cdot 0{,}5 + (-40000) \cdot 0{,}5 = 30000 \text{ усл. ден. ед.;}$$

Из приведенного на рисунке 1 расчета видим, что наиболее целесообразно выбрать первый проект, а вторую и третью ветви (стратегии) решений можно отбросить. ОДО наилучшего решения равна 35000 усл. ден. ед.»[16]

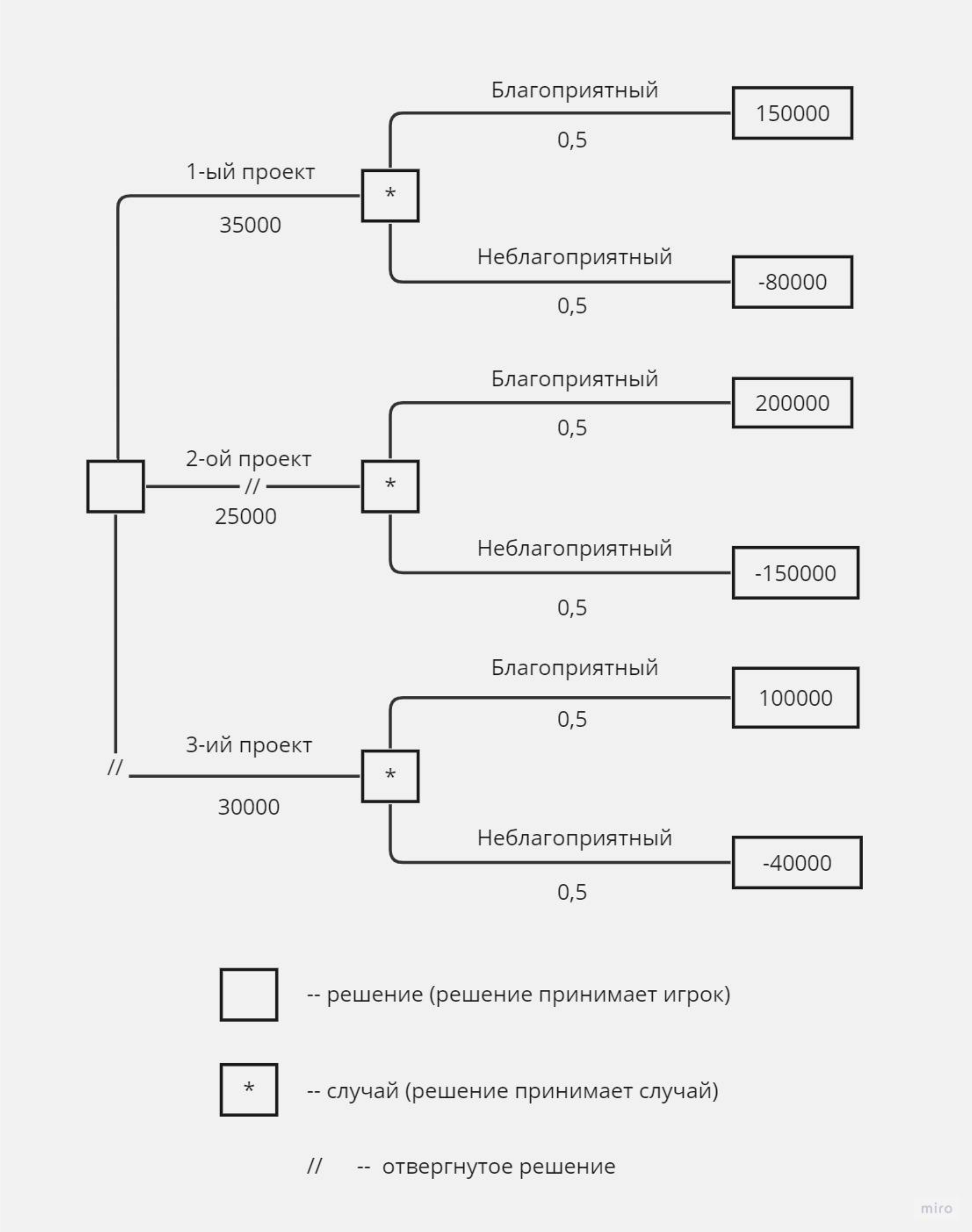

Рисунок 1 - Дерево решений без дополнительного исследования

«Но на этом исследования не заканчиваются. Руководству компании стало известно, что можно провести дополнительное исследование рынка, причем, предоставляемая услуга обойдется компании в 12000 усл. ед. Руководство понимает, что дополнительное исследование по-прежнему не способно дать точной информации, но оно поможет уточнить ожидаемые оценки конъюнктуры рынка, изменив тем самым значения вероятностей.

Известно, что фирма, проводящая дополнительные исследования, способна уточнить значения вероятностей благоприятного или неблагоприятного исхода. Возможности предприятия в виде условных вероятностей благоприятного и неблагоприятного рынка представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Таблица прогноза

Прогноз фирмы	Фактически	
	Благоприятный	Неблагоприятный
Благоприятный	0,81	0,19
Неблагоприятный	0,23	0,77

Поясним таблицу 4. Когда фирма утверждает, что рынок благоприятный, то с вероятностью 0,81 этот прогноз оправдывается (с вероятностью 0,19 могут возникнуть неблагоприятные условия), прогноз о неблагоприятном рынке оправдывается с вероятностью 0,77.»[16]

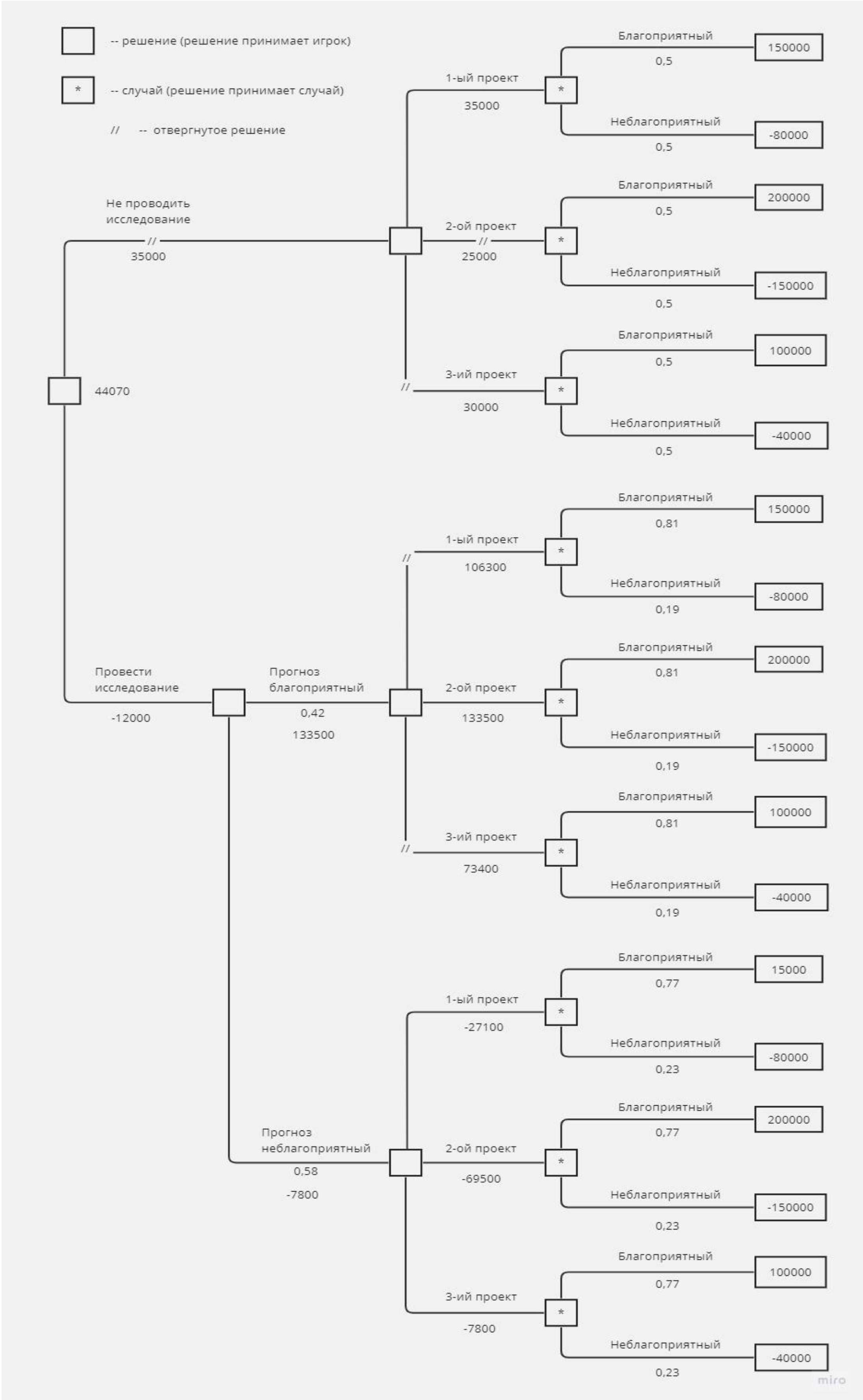

Рисунок 2 - Дерево решений при дополнительном исследовании рынка

«Компания заказала фирме прогноз состояния рынка и фирма утверждает, что ситуация будет благоприятной с вероятностью 0,42 и ситуация будет неблагоприятной с вероятностью 0,58. При построении дерева решений развитие событий происходит от корня дерева к исходам, а расчет прибыли выполняется от конечных состояний к начальным. Из анализа решения, изображенного на рисунке 2, следует, что проведение дополнительных исследований конъюнктуры рынка существенно уточняет принимаемое решение. Если фирма прогнозирует благоприятную ситуацию на рынке, то целесообразно проводить реконструкцию по второму проекту, если прогноз неблагоприятный — по третьему проекту.

При отсутствии точной информации максимальная ожидаемая денежная оценка равна ОДО = 35000. Если точная информация об истинном состоянии рынка будет благоприятной, принимается второй проект, иначе принимается третий. Далее, если информация об истинном состоянии рынка подтвердиться, то ОДО = 133500, если не подтвердиться, то ОДО = – 7800. Тогда ОДО точной информации равна:

$$\text{ОДО}_{\text{т.и.}} = 200000 \cdot 0{,}42 + (-40000) \cdot 0{,}58 = 61600\ \text{усл. ден. ед.};$$

и ожидаемая ценность точной информации составит:

$$\text{ОЦ}_{\text{т.и.}} = \text{ОДО}_{\text{т.и.}} - \text{ОДО} = 61600 - 35000 = 26600\ \text{усл. ден. ед.}$$

Значение $\text{ОЦ}_{\text{т.и.}}$ показывает, какую максимальную цену должна быть готова заплатить компания за точную информацию об истинном состоянии рынка в тот момент, когда ей это необходимо.»[16]

Таким образом, были выработаны рекомендации по выбору оптимального проекта реконструкции предприятия.

2.3 Рекомендации для ситуаций, моделируемых с помощью многокритериальной оптимизации

2.3.1 Метод ограничений

«Рассмотрим задачу оптимизации методом ограничений на примере завода. Известно, что ежемесячно магазины могут реализовать не более 50 усл. ед., а ежемесячные поставки неторговым организациям не должны превышать 35 усл. ед. товара. Для продажи в каждом месяце выделяется не более 45 усл. ед. товара. Предприятие выработало определенную политику в области ценообразования, которой собиралось следовать. Однако в связи с сильно изменившейся экономической ситуацией, затраты на реализацию увеличились, а товар вошёл в перечень товаров, которые должны продаваться по ранее установленной цене, регулируемой местной властью. При продаже одной единицы товара через магазины расходы на производство стали составлять 7 усл. ден. ед., прибыль от рекламы равна 1 усл. ден. ед., а цена осталась прежней — 10 усл. ден. ед.; при втором способе реализации расходы, прибыль и цена составили 5, 3 и 8 усл. ден. ед. соответственно. Необходимо определить, сколько единиц товара следует продавать каждым способом, чтобы расходы на реализацию товара была минимальной, а выручка от продажи и прибыль от рекламы — максимальной.

Составим математическую модель задачи: пусть x_1 и x_2 объемы реализуемого в месяц товара через сеть магазинов и через прямые поставки по договорам неторговым организациям соответственно.»[13] Тогда целевые функции имеют вид:

$$L_1 = 7 * x_1 + 5 * \ x_2 \ \rightarrow min$$

$$L_2 = x_1 + \ 3 * x_2 \ \rightarrow max$$

$$L_3 = 10 * x_1 + 8 * \ x_2 \ \rightarrow max$$

При ограничениях:

$$x_1 + x_2 \le 45$$
$$0 \le x_2 \le 35$$
$$0 \le x_1 \le 50$$

Ограничительные условия определяют на плоскости $O_{x_1 x_2}$ многоугольник ABCD, следовательно ОДЗ данной задачи можно представить в виде, изображенном на рисунке 3:

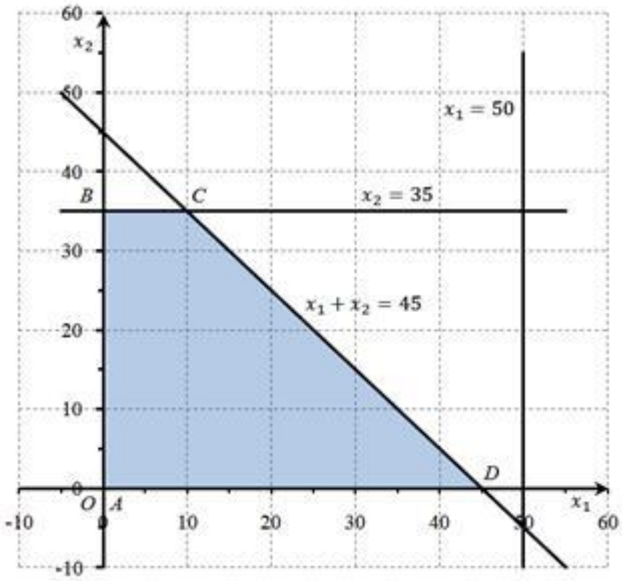

Рисунок 3 - ОДЗ задачи

Найдем значения критериев в каждой из точек многоугольника и составим таблицу 5.

Таблица 5 – Значения критериев в точках

Критерии / Точки	L_1	L_2	L_3
A(0;0)	0	0	0
B(0;35)	175	105	280
C(10;35)	245	115	380
D(45;0)	315	45	450

В отбросим точки, в которых функции не достигают экстремума, и получим таблицу 6.

Таблица 6 – Значения критериев в точках, в которых достигается экстремум

Критерии / Точки	L_1	L_2	L_3
A(0;0)	0	0	0
C(10;35)	245	115	380
D(45;0)	315	45	450

Пронормируем значения таблицы и получим таблицу 7.

Таблица 7 – Нормированная таблица значений критериев

Критерии	L_1	L_2	L_3
F_1	0	0	0
F_2	0,78	1	0,84
F_3	1	0,39	1

Найдем весовые коэффициенты при $\alpha_1^* = 0{,}39;\ \alpha_2^* = 0{,}195; \alpha_3^* = 0{,}42.$

$$w_1^* = 0{,}4;\ w_1^* = 0{,}2; w_1^* = 0{,}4.$$

Составим глобальный критерий $F_\Gamma^* = 7 * x_1 + 5{,}8 * x_2 \to max$ и найдем его значения в точках ABCD, на основе которых составим таблицу 8.

Таблица 8 – Значения глобального критерия

Точки	F_Γ^*
A	0
B	203
C	273
D	315

Следовательно, F_{Γ}^{*} достигает максимума в точке (D). Составим вектора $z^{*} = \{315; 115; 415\}$ и $y^{*} = \{315; 45; 415\}$. Предоставим решение ЛПР. ЛПР решает, что ради максимальных значений вторым критерием можно пренебречь. Таким образом, получаем $x_1 = 45$ и $x_2 = 0$. В результате получим следующие значения критериев $L_1 = 245;\ L_2 = 35;\ L_3 = 350.$ Из этого можно сделать вывод, что при реализовать весь товар через сеть магазинов, то расходы будут минимальными (составят 245 усл. ден. ед.), прибыли от рекламы и реализации товара будут максимальными (составят 35 и 350 усл. ден. ед. соответственно).

Таким образом, были выработаны рекомендации по оптимальному плану реализации продукции.

2.3.2 Метод аддитивной оптимизации

«Предприятию необходимо выбрать оптимальную стратегию по обеспечению нового производства оборудованием. С помощью экспериментальных наблюдений были определены значения частных критериев функционирования соответствующего оборудования, выпускаемого тремя заводами. На основе экспертных оценок были также определены веса частных критериев. Полученные предприятием данные и веса частных критериев предоставлены в таблице 9.

Таблица 9 – Данные, полученные предприятием

Варианты оборудования	Частные критерии			
	Производительность, усл. ден. ед.	Стоимость, усл. ден. ед.	Энергоемкость, усл. ед.	Надежность, усл. ед.
Оборудование завода 1	5	7	5	6
Оборудование завода 2	3	4	7	3
Оборудование завода 3	4	6	2	4
Весовые коэффициенты	0,4	0,2	0,1	0,3

Из условия задачи очевидно, что необходимо максимизировать первый и четвертый критерии, а второй и третий критерии минимизировать.

Определим максимальные значения каждого критерия:

$$a_1^+ = 5, a_2^+ = 7, a_3^+ = 7, a_4^+ = 6.$$

Исходя из принципа максимизации эффективности нормализуем критерии.

$$a_{11}^э = \frac{5}{5} = 1;\ a_{21}^э = \frac{3}{5} = 0{,}6; a_{31}^э = \frac{4}{5} = 0{,}8.$$

$$a_{14}^э = \frac{6}{6} = 1;\ a_{24}^э = \frac{3}{6} = 0{,}5; a_{34}^э = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

$$a_{12}^э = 1 - \frac{7}{7} = 0;\ a_{22}^э = 1 - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}; a_{22}^э = 1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}.$$

$$a_{13}^э = 1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7};\ a_{23}^э = 1 - \frac{7}{7} = 0; a_{33}^э = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}.$$

Определим обобщенную функцию цели по каждому варианту.

$$F_1 = 0,4 * 1 + 0,2 * 0 + 0,1 * \frac{2}{7} + 0,3 * 1 \approx 0,729$$

$$F_2 = 0,4 * 0,6 + 0,2 * \frac{3}{7} + 0,1 * 0 + 0,3 * 0,5 \approx 0,476$$

$$F_3 = 0,4 * 0,8 + 0,2 * \frac{1}{7} + 0,1 * \frac{5}{7} + 0,3 * \frac{2}{3} \approx 0,603$$

Таким образом, на основе произведенных вычислений, оптимальным является первый вариант оборудования, так как $F_{max} = F_1 = 0,729$.»[1]

Таким образом, были выработаны рекомендации по выбору стратегии переоснащения предприятия оборудованием.

3. Программные реализации методов

3.1 Программная реализация с использованием методов СМО

При использовании метода теории массового обслуживания было замечено, что вычисления по формулам, описанным в 2.1, занимают большое количество времени при выполнении вручную, в особенности при нахождении характеристик СМО, что может негативно сказаться на качестве вычислений. Таким образом, поставлена задача реализовать несколько программ, которые помогут с вычислениями на разных этапах метода. Разработка будет вестись на языке программирования Python в среде разработке Colaboratory.

Первой разработанной программой станет программа для вычисления теоретических значений частот Пуассоновского распределения.

Сначала загрузим набор данных, состоящий из числа заявок за час и наблюденных частот, предварительно создав его. Для этого используем класс DataFrame библиотеки pandas, как наиболее подходящий для дальнейшей работы с набором данных. Процесс изображен на рисунке 4.

```
url = 'https://raw.githubusercontent.com/Sagem63/Helper/main/Freq.csv' # ссылка на набор данных
df=pd.read_csv(url, sep=';') #загрузка набора данных
df # вывод набора данных(числа заявок и частот)
```

	M	Sh
0	6	0
1	7	1
2	8	2
3	9	4
4	10	6
5	11	7
6	12	8

Рисунок 4 - Загрузка набора данных с выводом (фрагмент)

Далее вычислим среднее число заявок, поступающих в СМО в единицу времени, а также суммы столбцов набора данных. Выполним это путем использования функции sum и операцию перемножения столбцов. Результат можно увидеть на рисунке 5.

```
T = pd.DataFrame() # времменый массив
T['Mult'] = df['M'] * df['Sh'] # произведение числа заявок с частотами
T_sum = T['Mult'].sum() # сумма произведений
Sh_sum = df['Sh'].sum() # сумма частот
lam = T_sum/Sh_sum # среднее число заявок
print('Lambda = ',lam) # вывод

Lambda =  14.16
```

Рисунок 5 - Среднее число заявок

Следующим шагом станет поиск теоретических значений частот, соответствующих распределению Пуассона, а также занесение их в исходный набор данных. Этот шаг будет выполнен с использованием библиотеки NumPy, так как она позволяет гораздо проще переводить столбцы и строки наборов данных в массивы. Код программы, выполняющий данный этап, предоставлен на рисунке 6.

```
temp = [] # временный массив
M_list = df['M'].to_numpy() # переод столбца M в массив для облегчения вычислений
for i in range(df.shape[0]): # цикл нахождения теоретических значений частот
  P = ((lam**M_list[i])*math.exp(-lam)/math.factorial(M_list[i]))*Sh_sum # формула (1)
  P = round(P,2) # округление значения
  temp.append(P) # добавление во временный массив
```

```
dft = pd.DataFrame(temp, columns=['St']) # создание массива для добавления в набор данных
df = pd.concat([df,dft],axis=1) # объединение с набором данных
df # вывод
```

	M	Sh	St
0	6	0	0.79
1	7	1	1.60
2	8	2	2.84
3	9	4	4.47

Рисунок 6 - Теоретические значения частот

Последним этапом первой программы будет нахождение $x^2_{\text{набл}}$, однако проверка гипотезы о распределении по закону Пуассона в программе производиться не будет. На этом этапе будут использоваться уже описанные методы и функции. Полученный алгоритм изображен на рисунке 7.

```
sh = df['Sh'].to_numpy() # перевод в массивы для облегчения вычислений
st = df['St'].to_numpy()
chi = 0

for i in range(df.shape[0]): # цикл вычисления Хи-квадрат
    s = ((sh[i]-st[i])**2)/st[i] # значение на текущей итерации
    chi = chi + s # сумма
print('Chi^2 = ', chi) # вывод
```

```
Chi^2 =  7.35141280919826
```

Рисунок 7 – Нахождение $x^2_{\text{набл}}$

Таким образом, первая программа помогает при проверке гипотезы о распределении по закону Пуассона, за исключением того, что конечному пользователю придется самостоятельно найти $x^2_{\text{кр}}$, используя таблицу критических точек распределения x^2, а затем произвести сравнение с $x^2_{\text{набл}}$.

Вторая программа предназначена для вычисления характеристик СМО на основе введенных данных по формулам, описанным в 2.1, для заполнения таблицы 2. Начнем с ввода исходных данных (изображенные данные соответствуют последнему столбцу таблицы 2), который был выполнен способом, изображенном на рисунке 8:

```
C1 = 7 # непроизводственные расходы на клиента из-за потери времени в очереди
C2 = 0.75 # расходы на создание одного рабочего места
C3 = 8 # расходы на эксплуатацию одного рабочего места
C4 = 15 # расходы на зарплату одного мастера
CC = 100 # расходы на одного клиента
lam = 0.24 # среднее число заявок
alpha = 3 # параметр загрузки
nu = lam/alpha # интенсивность осблуживания
n = 4 # кол-во каналов
r = 0.9 # коэффициент загрузки
```

Рисунок 8 - Исходные данные для формул

После ввода данных опишем формулы характеристик СМО в виде функций. Полученные функции изображены на рисунке 9.

```
def L(n,a): # средняя длина очереди
    buf1 = P(n,a)
    buf2 = P0(n,a)
    return ((buf1*a*n)/(n-a)**2)*buf2

def Pz(n,a): # вероятность полной загрузки системы
    buf1 = P0(n,a)
    return (((a**n)*n)/((n-a)*math.factorial(n)))*buf1

def tzc(n,a,c): # среднее время полной загрузки системы
    buf1 = Pz(n,a)
    buf2 = R(n-1,a)
    buf3 = P(n,a)
    return (1/(n*c))*(buf2/buf3)*(buf1/(1-buf1))

def tpk(n,a,c,t): # среднее время простоя канала
    buf = P0(n,a)
    k = n+1
    return ((1/c)+((a**k)/(c*((n-a)**2)*math.factorial(n))))* buf * ((1-t)/t)

def T(L,l): # среднее время ожидания покупателя в очереди
    return L/l

def l0(n,a,l): # абсолютная пропускная способность системы
    buf1 = R(n-1,a)
    buf2 = R(n,a)
    return (14.16*buf1)/buf2

def S(n,a): # функция суммарных расходов
    return C1 * L(n,a) + C2 * n + C3 * n + C4 * (n-a)
```

Рисунок 9 - Формулы характеристик СМО

Далее используем описанные функции и выведем результат их функций, округленных до 3 знака, на экран. Результат предоставлен на рисунке 10.

```
print("L = ",round(l,3))  # средняя длина очереди
print("T oj = ", round(T(l,lam),3)) # среднее время ожидания покупателя в очереди
print("Pz = ", round(Pz(n,alpha),3)) # вероятность полной загрузки системы
print("T zc = ", round(tzc(n,alpha,nu),3)) # среднее время полной загрузки системы
print("T pk = ", round(tpk(n,alpha,nu,r),3)) # среднее время простоя канала

print("l0 = ", round(l0(n,alpha,lam),3)) # абсолютная пропускная способность системы
print("S = ", round(S(n,alpha),3)) # функция суммарных расходов
print("C = ", round(C(n,alpha,lam),3)) # функция прибыли
```

```
L =  1.751
T oj =  7.297
Pz =  0.584
T zc =  11.039
T pk =  0.668
l0 =  9.258
S =  62.259
C =  963.587
```

Рисунок 10 - Вычисленные характеристики СМО

Таким образом, было разработана программа, облегчающая вычисление характеристик многоканальной СМО с неограниченной очередью.

Разработанное программное обеспечение позволяет значительно сократить время вычисления для метода теории массового обслуживания. Значения, полученные в результате работы программы, совпадают со значениями, полученными в результате самостоятельного вычисления. Следовательно, эти программы являются предпочтительным способом вычисления при использовании вышеописанного метода.

3.2 Программная реализация с использованием метода дерева принятия решений

Разработаем программу визуализации дерева решений, составив выборку из дерева, полученного в результате использования метода. Для этого используем класс DecisionTreeClassifier из библиотеки sklearn. Покажем на рисунке 11 процесс загрузки данных.

```
url = 'https://raw.githubusercontent.com/Sagem63/Helper/main/TreeBasic.csv' # ссылка на набор данных
df=pd.read_csv(url,sep=';') # загрузка набора данных
df.head() # вывод первых 5 строк выборки
```

	B. Budget	Research	M. Budget	Project	G. Condition chance	B. Condition chance	Condition	Result
0	50000	No	50000	1	0.5	0.5	G	<=150000
1	50000	No	50000	1	0.5	0.5	B	<=-80000
2	50000	No	50000	2	0.5	0.5	G	<=200000
3	50000	No	50000	2	0.5	0.5	B	<=-150000
4	50000	No	50000	3	0.5	0.5	G	<=100000

Рисунок 11 - Загрузка выборки

Перед тем, как строить дерево, учтем, что DecisionTreeClassifier работает только с числами, а потому такие столбцы как Condition и Research необходимо преобразовать для использования в дереве. Столбец Project также будет преобразован, хотя и состоит из числовых значений, так как алгоритм будет рассматривать проекты как числа и оценивать их соответственно. Для преобразования будет использован класс OneHotEncoder библиотеки sklearn.preprocessing, так как именно этот класс преобразует столбцы в необходимый для использования при построении дерева вид. Использование класса изображено на рисунке 12.

```
x = df.iloc[:,:7] # разделение выборок
y = df.iloc[:,7:8]
```

```
temp = df.iloc[:,1:2] # подготовка категориальных признаков к использованию
enc = OneHotEncoder(handle_unknown='ignore')
enc.fit(temp)
R = enc.transform(temp).toarray()
R = pd.DataFrame(R,columns=['Research_B','Research_G','Research_No'])
```

```
temp = df.iloc[:,3:4]# подготовка категориальных признаков к использованию
enc = OneHotEncoder(handle_unknown='ignore')
enc.fit(temp)
P = enc.transform(temp).toarray()
P = pd.DataFrame(P,columns=['Project_1','Project_2','Project_3'])
```

```
temp = df.iloc[:,6:7]# подготовка категориальных признаков к использованию
enc = OneHotEncoder(handle_unknown='ignore')
enc.fit(temp)
C = enc.transform(temp).toarray()
C = pd.DataFrame(C,columns=['Condition_B','Condition_G'])
```

```
X = x # подготовка категориальных признаков к использованию
X.drop(['Research','Project','Condition'],axis=1,inplace=True)
X = pd.concat([X,P,C,R],axis=1)
```

```
X.head() # вид итоговой выборки для обучения дерева
```

	B. Budget	M. Budget	G. Condition chance	B. Condition chance	Project_1	Project_2	Project_3	Condition_B	Condition_G	Research_B	Research_G	Research_No
0	50000	50000	0.5	0.5	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	1.0
1	50000	50000	0.5	0.5	1.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0
2	50000	50000	0.5	0.5	0.0	1.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	1.0
3	50000	50000	0.5	0.5	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0
4	50000	50000	0.5	0.5	0.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0	0.0	1.0

Рисунок 12 - Преобразование признаков

Преобразовав признаки и собрав итоговую выборку для обучения, приступим к созданию модели дерева. Для этого следует объявить объект класса DecisionTreeClassifier с необходимыми нам параметрами. Инициализация модели показана на рисунке 13.

```
model=tree.DecisionTreeClassifier(criterion="entropy") # создание модели дерева по критерию Энтропии
model.fit(X,y) # использование выборки для обучения дерева
F = cross_val_score(model, X, y, cv=2) # точность с использованием кросс-валидации
print(model.score(X,y)) # Точность модели
print(F) # Вывод точностей
print("%0.2f accuracy with a standard deviation of %0.2f" % (F.mean(), F.std()))
```

```
1.0
[1. 1.]
1.00 accuracy with a standard deviation of 0.00
```

Рисунок 13 - Инициализация модели дерева решений

Таким образом была создана модель дерева, а также произведена оценка точности построенной модели. Теперь же выведем построенную модель на экран. Выведенный результат показан на рисунке 14.

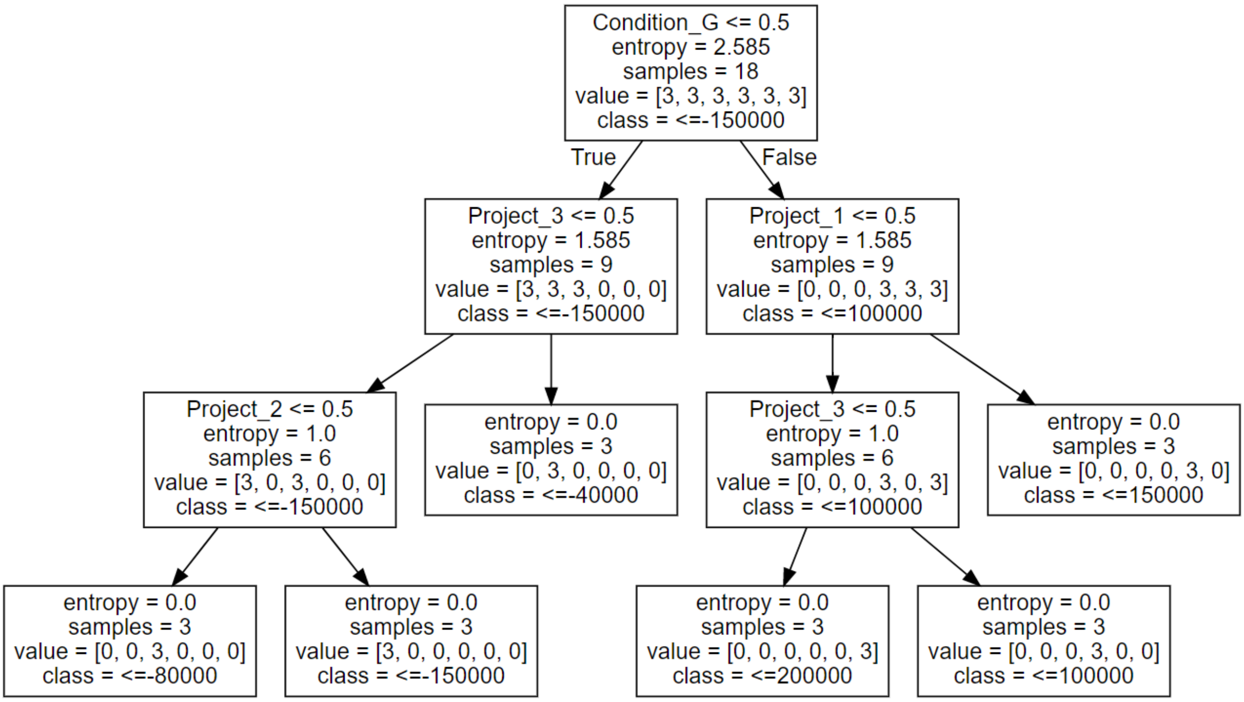

Рисунок 14 - Модель дерева решений

Полученная модель представляет дерево, которое изображено на рисунке 2, в бинарном виде и с использованием визуализации процесса выбора на основе данных. Следовательно, можно считать, что задача визуализации дерева решений выполнена.

Рассмотрим несколько иную задачу. Руководство компании решает реконструировать предприятие по одному из трех проектов. При этом, эти проекты уже были использованы для реконструкции других предприятий компании. Таким образом, на основе результатов, полученных в результате реконструкции других предприятий, руководство компании хочет сделать прогноз результата реконструкции текущего предприятия. Фрагмент выборки данных, которая показывает результаты реконструкций, предоставлена на рисунке 15.

B. Budget	Research	M. Budget	Project	G. Condition chance	B. Condition chance	Condition	Result
50000	No	50000	1	0.5	0.5	G	0<=X<=200000
50000	No	50000	1	0.5	0.5	B	X<=0
50000	No	50000	2	0.5	0.5	G	X>200000
50000	No	50000	2	0.5	0.5	B	X<=0
50000	No	50000	3	0.5	0.5	G	0<=X<=200000
50000	No	50000	3	0.5	0.5	B	X<=0
50000	G	35000	1	0.81	0.19	G	0<=X<=200000
50000	G	35000	1	0.81	0.19	B	X<=0
50000	G	35000	2	0.81	0.19	G	X>200000
50000	G	35000	2	0.81	0.19	B	X<=0
50000	G	35000	3	0.81	0.19	G	0<=X<=200000
50000	G	35000	3	0.81	0.19	B	X<=0
50000	B	35000	1	0.77	0.23	G	0<=X<=200000
50000	B	35000	1	0.77	0.23	B	X<=0
50000	B	35000	2	0.77	0.23	G	X>200000

Рисунок 15 - Фрагмент выборки данных о реконструкции

На основе этой выборки построим новую модель дерева решений, которое изображено на рисунке 16.

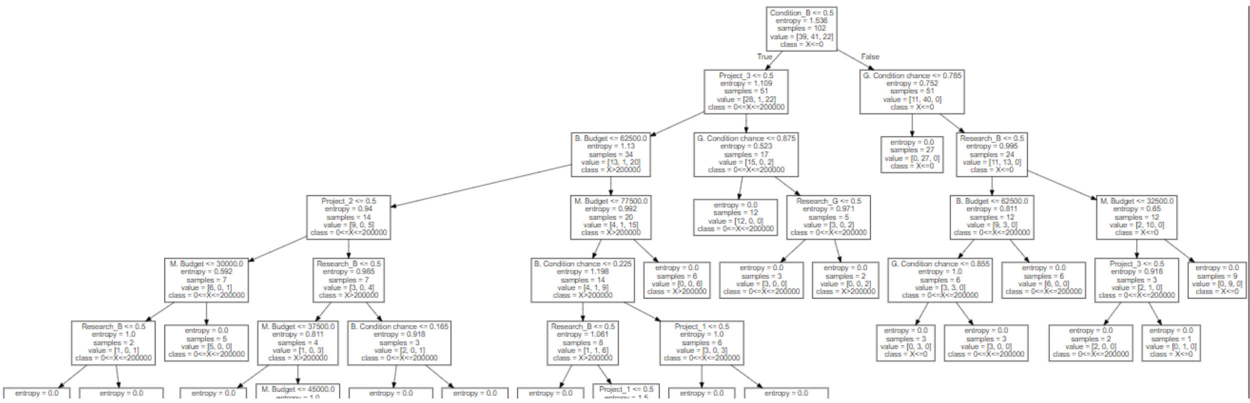

Рисунок 16 - Новое дерево решений

Далее воспользуемся функцией predict класса DecisionTreeClassifier для того, чтобы сделать прогноз, к какому классу ($x < 0$, $0 \leq x \leq 200000$ или $x >$

200000) принадлежит объект, который является предполагаемым планом реконструкции. Для проверки выберем план, описанный на рисунке 17.

B. Budget	Research	M. Budget	Project	G. Condition chance	B. Condition chance	Condition
90000	G	75000	2	0.8	0.2	G

Рисунок 17 - Предполагаемый план реконструкции

Преобразуем план для использования с построенной моделью дерева и сделаем прогноз. Прогнозирование и его результат изображены на рисунке 18.

```
T = [[90000,75000,0.8,0.2,0,1,0,0,1,0,1,0]] # преобразованный план
model.predict(T) # вызов функции предсказания

array(['X>200000'], dtype=object)
```

Рисунок 18 – Прогнозирование результата по полученной модели

На основании выведенного результата, выигрыш, получаемой компанией, на основе полученного ею опыта реконструкций, будет более 200000 усл. ден. ед. и, следовательно, можно порекомендовать компании следовать этому плану.

Таким образом, была рассмотрена дополнительная задача с использованием дерева решений и разработана программа, которая помогает в выборе плана по реконструкции предприятия на основе имеющихся данных.

3.3 Программные реализации с использованием методов многокритериальной оптимизации

3.3.1 Метод ограничений

Разработаем программу для расчета глобального критерия, используемого в аналитическом решении задачи (или любой задачи линейного программирования). Для этого используем библиотеку pulp. Начнем с инициализации модели, показанной на рисунке 19.

```
[58] from pulp import LpMaximize, LpProblem, LpStatus, LpVariable

[59] model = LpProblem(name="Global", sense=LpMaximize) # инициализация модели максимизации

[60] x = LpVariable(name="x", lowBound=0) # инициализация переменных
     y = LpVariable(name="y", lowBound=0)

[61] model += (x + y <= 45, "Constraint_1") # ввод ограничений
     model += (y <= 35, "Constraint_2")
     model += (x <=50, "Constraint_3")

[62] obj_func = 7 * x + 5.8 * y # глобальный критерий
     model += obj_func # добавление глобального критерия в модель
```

Рисунок 19 – Инициализация модели

Затем используем модель для решения задачи линейного программирования. Процесс инициализации изображен на рисунке 20.

```
[63] model # вывод построенной модели

Global:
MAXIMIZE
7*x + 5.8*y + 0.0
SUBJECT TO
Constraint_1: x + y <= 45

Constraint_2: y <= 35

Constraint_3: x <= 50

VARIABLES
x Continuous
y Continuous
```

```
[64] status = model.solve() # инициализация решения
```

```
[65] print(f"status: {model.status}, {LpStatus[model.status]}") # вывод статуса решения

     print(f"objective: {model.objective.value()}") # достигнутый максимум

     for var in model.variables():
         print(f"{var.name}: {var.value()}") # точка, в которой достигнут максимум

status: 1, Optimal
objective: 315.0
x: 45.0
y: 0.0
```

Рисунок 20 - Решение задачи

Из полученного решения видно, что программа пришла к тому же выводу, что был получен при решении аналитически, следовательно программа может быть использована для проверки правильности вычислений.

3.3.2 Метод аддитивной оптимизации

Начнем с загрузки исходной таблицы для использования ее при вычислениях. Загрузка данных изображена на рисунке 21.

```
url = 'https://raw.githubusercontent.com/Sagem63/Helper/main/AddTable.csv' # ссылка на набор данных
df=pd.read_csv(url,sep=';') # загрузка набора данных
df.head() # вывод выборки
```

	Performance	Cost	Energy capacity	Reliability
0	5	7	5	6
1	3	4	7	3
2	4	6	2	4

Рисунок 21 - Загрузка данных

Затем зададим весовые коэффициенты и найдем максимум каждого критерия. Этот этап в программном коде изображен на рисунке 22.

```
PerC = 0.4 # заданные весовые коэффициенты
CostC = 0.2
ECC = 0.1
RelC = 0.3
```

```
Per = df['Performance'].to_numpy() # преобразование строк набора данных в массивы
Cost = df['Cost'].to_numpy()
EC = df['Energy capacity'].to_numpy()
Rel = df['Reliability'].to_numpy()
```

```
PerM = np.amax(Per) # нахождение максимума каждого критерия
CostM = np.amax(Cost)
ECM = np.amax(EC)
RelM = np.amax(Rel)
```

Рисунок 22 – Работа с критериями

Далее выполним нормализацию критериев. Алгоритм нормализации изображен на рисунке 23.

```
PerA = [] # создание массивов для дальнейшей работы
CostA = []
ECA = []
RelA = []

for i in range (df.shape[0]): # нормализация критериев
  PerA.append(Per[i]/PerM)
  CostA.append(1- (Cost[i]/CostM))
  ECA.append( 1 - (EC[i]/ECM))
  RelA.append(Rel[i]/RelM)
```

Рисунок 23 - Нормализация критериев

Найдем значение обобщенных функций и максимум среди них. Процесс нахождения значений изображен на рисунке 24.

```
F = []
for i in range(df.shape[0]): # нахождение обобщенных функций
  F.append(PerC * PerA[i] + CostC * CostA[i] + ECC * ECA[i] + RelC * RelA[i])

M = F[0]
p = 1
for i in range (df.shape[0]): # нахождение максимального значения критерия
  if (M < F[i]):
    M = F[i]
    p = i + 1

print('Fmax = F',p, '= ', M)
```

```
Fmax = F 1 =  0.7285714285714286
```

Рисунок 24 - Алгоритм метода

Программа, разработанная для расчета метода аддитивной оптимизации, предоставила результат, который был получен при решении аналитически. Таким образом, разработано ПО, помогающее при реализации метода аддитивной оптимизации.

Заключение

В первом разделе ВКР были описаны актуальность ВКР и три метода построения предприятия сферы услуг в условиях экономического риска: теория массового обслуживания, дерево решений и многокритериальная оптимизация.

Во втором разделе, на основе методов СМО, дерева решений и многокритериальной оптимизации, было выполнено построение математической модели предприятия и разработаны рекомендации по наиболее рациональному поведению предприятия сферы услуг в условиях экономического риска.

В третьем разделе было описано программное обеспечение, разработанное для повышения эффективности математических методов, используемых при выработке рекомендаций.

В ВКР приводятся математические методы по построению предприятия сферы услуг в условиях экономического риска, то есть при известных вероятностях состояний системы. Подробно анализируются три метода: метод СМО, метод ветвей и границ метод многокритериальной оптимизации. С применением перечисленных методов решены аналитически задачи, позволяющие генерировать рекомендации для менеджмента предприятий по наиболее рациональному образу действий в условиях риска.

Программное обеспечение, разработанное в рамках ВКР, служит для ускорения и повышения эффективности вычислений, производимых во время построения математической модели предприятия. Программный продукт был протестирован с помощью задач, решенных в ВКР аналитически. Созданный программы могут быть применимы для решения проблемы оптимизации в условиях риска на конкретных предприятиях.

Результатом ВКР являются рекомендации для менеджмента предприятий по рациональному построению сферы услуг в условиях экономического риска на основе математических методов.

Список используемых источников:

1. Атяскина Т.В. А- 92 Математическое программирование [Текст]: методические указания к лабораторным работам. /Т.В.Атяскина. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2008. –73 с.

2. Бодров В.И., Лазарева Т.Я., Мартемьянов Ю.Ф. Б75 Математические методы принятия решений: Учеб. пособие. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. тех. ун-та, 2004. 124 с

3. Бодров В.И., Лазарева Т.Я., Мартемьянов Ю.Ф. Б75 Методы исследования операций при принятии решений: Учебное пособие. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. 160 с.

4. Доррер, Г.А. Методы и системы принятия решений : учеб. пособие / Г.А. Доррер .— Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2016 .— 211 с. : ил. — ISBN 978-5-7638-3489-5 .— URL: https://rucont.ru/efd/664751 (дата обращения: 11.06.2023)

5. Емельянов С. М. Связи с общественностью: управление рисками и кризисными коммуникациями : учебное пособие для вузов / С. М. Емельянов. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 204 с. ISBN 978-5-507-44914-9

6. Краковецкая И.В., Воробьева Е.С., Вотякова И.В., Черняк М.Э., Макаров И.В. Тенденции развития малого и среднего бизнеса в Российской Федерации в кризисных условиях: вызовы и перспективы // Экономика, предпринимательство и право. – 2023. – Том 13. – № 1. – С. 113-124. – URL: doi.org/10.18334/epp.13.1.117093.

7. Методы принятия управленческих решений [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Г. А. Демин; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Пермь, 2019. – 88 с. – Режим доступа: http://www.psu.ru/files/docs/science/books/uchebnie-posobiya/ demin-metody-prinyatiya-upravlencheskikh-reshenij.pdf.

8. Исследование операций в экономике: учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва:

Издательство Юрайт, 2023. — 414 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12800-0. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/510512 (дата обращения: 15.03.2023).

9. Малыхин В.И. Математические методы принятия решений: учебное пособие / Малыхин В.И., Моисеев С.И. - Воронеж: ВФ МГЭИ, 2009.-102 с.

10. Набатова, Д. С. Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений : учебник и практикум для вузов / Д. С. Набатова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 292 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02699-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/511200 (дата обращения: 16.05.2023).

11. Никитин В.Н., Благодатский П.В., Крючкова А.С., Косова А.В. Анализ и оценка организационных рисков в деятельности компании // Экономика, предпринимательство и право. – 2023. – Том 13. – № 1. – С. 125-140. – URL: doi.org/10.18334/epp.13.1.117064.

12. Никонов, О.И. Н64 Математическое моделирование и методы принятия решений : учеб. пособие / О.И. Никонов, С.В. Кругликов, М.А. Медведева.— Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2015.— 100 с.

13. Орлов, Александр Иванович. О-66 Методы принятия управленческих решений : учебник / А.И. Орлов. — Москва : КНОРУС, 2018. — 286 с.

14. Россия под натиском новых реалий: цивилизация, социум, хозяйство: Сборник статей по итогам международной научной конференции. 8–10 декабря 2021 г. / под редакцией Ю. М. Осипова, Е. С. Зотовой, Н. П. Недзвецкой. — М.: Экономический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова, 2023. — 156 с. ISBN 978-5-907690-10-3

15. Санников Д.В. Анализ современного состояния мер поддержки малого и среднего предпринимательства в России в условиях коронакризиса //

Экономика, предпринимательство и право. – 2022. – Том 12. – № 6. – С. 1693-1708. – URL: doi.org/10.18334/epp.12.6.114850.

16. Шапкин, А. С. Экономические и финансовые риски: Оценка, управление, портфель инвестиций : учебное пособие / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 9-е изд. — Москва : Дашков и К, 2014. — 544 с. — ISBN 978-5-394-02150-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/56365 (дата обращения: 17.05.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

17. Шапкин, А. С. Теория риска и моделирование рисковых ситуаций : учебник / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 6-е изд. — Москва : Дашков и К, 2014. — 880 с. — ISBN 978-5-394-02170-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/56309 (дата обращения: 17.05.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

18. MathSemestr [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://math.semestr.ru/lp/point.php

19. Adhiry B. K. Crowdfunding: Lessons from Japan's Approach / Bishnu Kumar Adhiry, Kenji Kutsuna, Takaaki Hoda ; Kobe University Social Science Research Series. — Singapore : Springer Ltd., 2018. — 110 с. — SpringerLink. — URL: https://doi.org/10.1007/978-981-13-1522-0_7.

20. Handbook of Research on Innovation and Entrepreneurship / ed. by D. B. Audretsch, O. Falck, S. Heblich, A. Lederer. — Cheltenham : Northampton : Edward Elgar, 2011. — 512 p. — На англ. яз. — ISBN 978-1-84844-087-6.

21. Rose P. S. Bank Management & Financial Services / P. S. Rose, S. Hudgins. — 8-th ed. — Boston : Mc Graw Hill, 2010. — 734 p. — Издание на англ. яз. — ISBN 978-007-126787-8.

22. Yankovskiy M. Innovative and Classical Theories of Catastrophes and Economic Crises / M. Yankovskiy, Y. Makogon, O. Ryabchy. — Donetsk : International Economics Department, Donetsk National University, 2010. — 304 p. — Издание на англ. языке. — ISBN 978-966-2008- 27-2.