МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)

Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование)

44.04.01 Педагогическое образование
(код и наименование направления подготовки)

Математическое образование
(направленность (профиль))

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА (МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ)

на тему «Практико-ориентированные задачи по математике как средство подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе»

Обучающийся П.Н. Ткачук
(Инициалы Фамилия) (личная подпись)

Научный руководитель канд. пед. наук, доцент, И.В. Антонова
(ученая степень (при наличии), ученое звание (при наличии), Инициалы Фамилия)

Тольятти 2022

Оглавление

Введение

Актуальность и научная значимость настоящего исследования. В Концепции развития математического образования в Российской Федерации (2013 г.) указаны проблемы российского образования в сфере математики на современном этапе. В числе таких проблем можно назвать то, что недостаточно учитываются потребности будущих специалистов в математических методах и знаниях. Математическое образование остается оторванным от жизни и формальным, а также с течением времени становится все более устаревшим. В процессе изучения математики каждый учащийся должен иметь возможность: получить такие знания в области математики, которых ему должно быть достаточно для успешной жизни и работы, заниматься деятельностью, развивающей его мыслительные способности. Математическое образование должно обеспечивать такую подготовку выпускников образовательных учреждений, которая позволяла бы им заниматься профессиональной деятельностью и продолжать свое обучение [33].

В «Концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования» говорится о том, что учитель, преподающий математику в профильных классах общеобразовательной школы, должен быть не только высококвалифицированным специалистом, но и обязан обеспечивать:

– окончание профессионального самоопределения школьников старших классов и развитие компетентностей и способностей, которые им потребуются для дальнейшего образования в выбранной ими профессиональной сфере,

– ориентацию процесса образования на дальнейшую профессиональную деятельность учащихся путем использования деятельностных, интерактивных элементов учебного процесса, коммуникативных методов и метода исследовательских проектов,

– личностную ориентацию и вариативность процесса образования путем проектирования и реализации индивидуальных образовательных планов учащихся [32].

В статье 3 Федерального закона «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 № 273-ФЗ указано, что в число принципов образовательной политики государства входит свободный и добровольный выбор направления образования, исходя из потребностей и склонностей людей, предоставление каждому человеку возможностей для самореализации, беспрепятственное развитие способностей каждого человека, предоставление возможности выбора направления учебы, образовательной организации и формы обучения [61].

В Федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования говорится о том, что выпускники общеобразовательной школы должны «понимать значение профессиональной деятельности для общества и человека, должны быть готовы к сознательному выбору будущей профессии» [60].

Бесспорным является тот факт, что эффективность математического образования в старших классах общеобразовательной школы зависит от уровня разработанности содержательного и методического аспектов структурных компонентов математического образования.

Теоретические аспекты обучения старшеклассников решению практико-ориентированных задач в школьном курсе математики представлены в работах В. Г. Болтянского, В. М. Брадиса, В.А. Далингера, Г. В. Дорофеева, М.В. Егуповой, Ю.М. Колягина, Н.А. Терешина, Л. М. Фридмана и др.

Анализ ранее выполненных диссертационных работ, посвященных подготовке старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе с помощью практико-ориентированных задач по математике показал, что ее осуществление предлагается путем использования: элективных курсов (Л. Н. Кондратенко, «Методические особенности проектирования ориентационных математических элективных курсов на старшей ступени общего образования» [31], 2012 г.); вводных курсов (Н. В. Вахрушева, «Проектирование многоуровневого содержания вводного курса финансовых вычислений в профильном обучении старшеклассников математике» [9], 2009 г.); элективных курсов, содержащих системы задач по математике прикладной направленности (О. С. Титова, «Профильная подготовка учащихся старших классов сельских малокомплектных школ в процессе обучения математике» [58], 2011 г.); метода математического моделирования в контексте проектирования и реализации решения прикладных мотивационных задач (В. С. Абатурова, «Математическое моделирование в обучении математике как средство формирования познавательной самостоятельности учащихся профильных классов экономической направленности» [1], 2010 г.); прикладных задач на факультативных курсах (Н. К. Нателаури, «Методика решения задач с экономическим содержанием на факультативных занятиях по математике в старших классах средней школы с использованием вычислительного эксперимента» [47], 2006 г.); в рамках реализации межпредметных связей (О. А. Клименкова, «Реализация межпредметных связей экономики и математики в средней школе на примере факультативного курса «Производная в экономике и математике» [27], 2003 г.). Вместе с этим, некоторые теоретические аспекты обучения практико-ориентированным задачам в общеобразовательной школе рассматривались в исследованиях И. К. Кондауровой, Е. Х. Батеевой [30], Е. Н. Эрентраут [65]. Однако в указанных работах практико-ориентированные задачи для подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе предлагается использовать в основном в рамках специально разработанных вводных, элективных или факультативных курсов.

Вместе с этим, в действующих учебниках и задачниках по математике для старших классов в общеобразовательной школе практико-ориентированных задач, направленных на подготовку старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе, представлено недостаточное количество.

Отметим, что целью обучения школьников в старших классах является их подготовка к поступлению в высшие учебные заведения. Эта подготовка должна включать не только обучение школьников математике, но и их профессиональную ориентацию, то есть помощь в выборе будущей специальности, по которой школьники в дальнейшем сначала будут обучаться, а затем работать многие годы. Так как правильный выбор будущей специальности очень важен для дальнейшей успешной деятельности специалиста и определяет судьбу человека, то разработка этой темы в настоящее время является актуальной и имеет большое научное и практическое значение. Важно помочь школьникам выбрать для себя такую сферу деятельности, к которой сам школьник имеет склонность, которая ему нравится, вызывает постоянный интерес. Кроме того, выбранная сфера деятельности старшеклассника должна иметь хорошие экономические перспективы, чтобы человек, работая в этой сфере, мог обеспечивать свои материальные потребности. Выбранная школьником сфера деятельности должна соответствовать его умственным и физическим способностям, особенностям его характера и личности. Существует большое количество других критериев, по которым можно судить о правильности выбора будущей специальности. Учитель математики должен разбираться в особенностях профессиональной ориентации школьников и правильно их направлять в процессе воспитания и обучения на уроках математики. В современном мире это весьма непростая задача, которая нуждается в глубокой научной разработке.

Таким образом, актуальность темы исследования обусловлена сложившимся **противоречием** между: необходимостью подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе в соответствии с требованиями ФГОС среднего общего образования и недостаточной разработанностью методических основ подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе посредством решения практико-ориентированных задач по математике.

Данное противоречие позволило сформулировать **проблему диссертационного исследования**: каковы методические основы подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе посредством решения практико-ориентированных задач по математике?

Объект исследования: процесс обучения математике в старших классах общеобразовательной школы.

Предмет исследования: практико-ориентированные задачи по математике как средство подготовки обучающихся 10-11 классов к выбору профиля обучения в вузе.

Цель исследования: выявление методических основ подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе посредством решения практико-ориентированных задач по математике.

Гипотеза исследования: подготовка старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе будет эффективной, если на уроках математики применять системы практико-ориентированных задач.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи исследования**:

1. Описать основные цели и задачи предпрофильного и профильного обучения математике.
2. Раскрыть понятие практико-ориентированных задач по математике и их виды.
3. Представить методику обучения решению практико-ориентированных задач на уроках математики.
4. Рассмотреть различные подходы к подготовке старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе с помощью практико-ориентированных задач по математике.
5. Выявить принципы проектирования практико-ориентированных задач по математике для обучающихся старших классов общеобразовательной школы.
6. Разработать системы практико-ориентированных задач базового и профильного уровней по теме «Элементы теории вероятностей» для обучающихся 10-11 классов технологического профиля.
7. Описать результаты проведенного педагогического эксперимента.

Теоретико-методологическую основу данного исследования составили работы В. А. Гусева [17], В. А. Далингера [18], [19], М. В. Егуповой [22], [23], Ю. М. Колягина [29], А. А. Темербековой [56], Н. А. Терешина [57], И. М. Шапиро [63].

Базовыми для настоящего исследования явились исследования М. В. Егуповой, Ю. М. Колягина, также – требования, содержащиеся в таких нормативно-правовых документах в сфере образования, как:

– Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования. Утверждена приказом Министерства образования Российской Федерации от 18.07.2002 № 2783 // Бюллетень «Официальные документы в образовании». Сентябрь 2002 г. № 27;

– Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. № 2506-р (с учетом редакции, внесенной распоряжением Правительства Российской Федерации от 08.10.2020 № 2604-р) // Собрание законодательства Российской Федерации. 2014. № 2 (часть I). ст. 148;

– Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования. Утвержден приказом Минобрнауки России от 17.05.2012 № 413 (с учетом редакции, внесенной приказом Министерства просвещения РФ от 11 декабря 2020 г. № 712) // «Российская газета» от 21 июня 2012 г. № 139;

– Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (с учетом редакции, внесенной Федеральным законом от 17.02.2021 № 10-ФЗ) // Собрание законодательства Российской Федерации. 2012. № 53 (часть I). ст. 7598.

Методы исследования. Для решения поставленных в работе задач были использованы эмпирические и теоретические методы исследования. В числе теоретических методов следует выделить изучение учебно-методической, научной и психолого-педагогической литературы, учебных пособий и учебников; анализ опыта работы зарубежной и отечественной школы. В числе эмпирических методов можно назвать педагогический эксперимент для проверки правильности основных положений исследования, изучение опыта педагогической деятельности, как своего собственного, так и опыта учителей математики, беседы, наблюдение.

Основные этапы проведенного **исследования**:

– 1 этап (2020 / 2021 учебный год): сравнительное изучение исследований по теме диссертации, которые были выполнены ранее, публикаций, школьных учебников, нормативно-правовых документов в сфере образования, дающих возможность установить степень разработанности проблемы исследования, сформулировать гипотезу и задачи исследования;

– 2 этап (2021 / 2022 учебный год): изучение существующих подходов к разработке темы исследования, уточнение теоретических аспектов использования практико-ориентированных задач по математике в качестве средства подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе;

– 3 этап (2021 / 2022 учебный год): определение методических основ исследования по теме диссертации, разработка систем практико-ориентированных математических задач по теме исследования для профильного и базового уровней, организация и проведение констатирующего и поискового этапов педагогического эксперимента для определения исходного состояния предмета исследования и апробации разработанных систем практико-ориентированных задач;

– 4 этап (2022 / 2023 учебный год): оформление работы, внесение в нее изменений, анализ результатов педагогического эксперимента, формулирование выводов по магистерской диссертации.

Опытно-экспериментальная база исследования: МАОУ СШ № 9 с углубленным изучением отдельных предметов г. Павлово Нижегородской области.

Научная новизна исследования состоит в следующем: в нем обоснованы методические рекомендации по подготовке старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе посредством решения практико-ориентированных задач по математике.

Теоретическая значимость исследования заключается в том, что в нем: описаны основные цели и задачи предпрофильного и профильного обучения математике; раскрыто понятие практико-ориентированных задач по математике и их виды; представлена методика обучения решению практико-ориентированных задач на уроках математики; рассмотрены различные подходы к подготовке старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе с помощью практико-ориентированных задач по математике; выделены принципы проектирования данных задач для обучающихся старших классов общеобразовательной школы.

Практическая значимость исследования состоит в следующем: в нем спроектированы системы практико-ориентированных задач по математике базового и профильного уровней по теме «Элементы теории вероятностей» для обучающихся 10-11 классов технологического профиля с целью их подготовки к выбору профиля обучения в вузе.

Достоверность и обоснованность результатов исследования обеспечивались сочетанием теоретических и практических методов исследования, анализом педагогической практики и личным опытом педагогической деятельности.

Личное участие автора работы в проведении и организации исследования состоит в выявлении методических основ подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе посредством решения практико-ориентированных задач по математике; проектировании системы практико-ориентированных задач по математике базового и профильного уровней по теме «Элементы теории вероятностей» для обучающихся 10-11 классов технологического профиля, подготовке педагогического эксперимента и самостоятельном формулировании основных результатов проведенного исследования.

Апробация и внедрение результатов работы проводились в течение всего исследования. Результаты исследования включены в отчеты о производственных практиках (научно-исследовательских работах) в соответствии с учебным планом и были представлены на научно-практической конференции «Студенческие дни науки в ТГУ», которая проходила в г. Тольятти с 5 по 30 апреля 2021 года, а также опубликованы в сборнике студенческих работ данной научно-практической конференции.

По теме исследования имеется публикация [59].

На защиту выносятся:

– методические рекомендации по обучению школьников решению практико-ориентированных задач на уроках математики как средства подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе,

– системы практико-ориентированных задач базового и профильного уровней по теме «Элементы теории вероятностей» для обучающихся 10-11 классов технологического профиля.

Структура магистерской диссертации. Работа состоит из введения, двух глав, заключения, содержит 8 рисунков, 8 таблиц, список используемой литературы содержит 71 источник. Основной текст работы изложен на 127 страницах.

Глава 1 Теоретические основы профессиональной ориентации старшеклассников при обучении математике в общеобразовательной школе

1.1 Основные цели и задачи предпрофильного и профильного обучения математике

При проектировании учителем методической системы обучения математике приоритет отводится целям. Целью является не учебный процесс, а его результат. Качество результата можно оценить путем изучения продуктов учебной активности школьников.

При формулировании, постановке и разработки целей учитель использует концепции конкретной школы и образования вообще, а также учебные программы. Чем больше целей урока, тем сложнее обеспечить его высокий результат, согласовать и реализовать поставленные цели. Независимо от важности поставленной цели, она должна быть точно зафиксирована по времени, поэтому выделяют кратко-, средне- и долгосрочные цели. Цели урока не такие, как цели учебного курса в целом, следовательно, по масштабам поставленные цели можно разделить на локальные, стратегические и глобальные. Глобальная цель не диагностична и, как правило, является труднодостижимой как по времени, так и по характеру (например, интеллектуальное развитие учащихся). Локальные цели ставятся для достижения оперативных результатов и являются конкретными. Их важным свойством является то, что их достижение легко проверить, а в их формулировках есть информация о том, каким образом их предполагается достигать. Таким образом, глобальная цель описывает выбор деятельности, а локальная – соответствующую этому выбору деятельность [49, с. 10-11].

В. Л. Пестеревой [49, с. 11] отмечается, что в образовательной системе принято выстраивать следующую иерархию целей, представленную нами в таблице 1.

Таблица 1 – Иерархия целей образовательной системы

Уровень целей	Содержание целей по уровням
Первый уровень	Социальный заказ общества, который сформулирован в Федеральном государственном образовательном стандарте
Второй уровень	Образовательная цель для образовательной программы, в частности, предмета «Математика»
Третий уровень	Цели, которые реализуются повседневно на каждом учебном занятии

В Концепции развития математического образования в Российской Федерации указана такая цель совершенствования математического образования: вывести на уровень мирового лидерства математическое образование в России. В России получение математических знаний должно стать внутренне мотивированным и осознанным процессом, а математика – привлекательной и передовой областью деятельности и знания [33].

Согласно данной концепции для развития в России математического образования нужно решить следующие задачи:

– предоставление педагогическим работникам методик преодоления индивидуальных трудностей учащихся и диагностических инструментов, обеспечение для каждого школьника отсутствия пробелов в математических знаниях, обеспечение честной и соответствующей задачам образования итоговой государственной аттестации, учет учителями того факта, что все школьники имеют способности к математике;

– исходя из потребностей общества и обучающихся в математической грамотности, исходя из потребностей общества в специалистах различного уровня подготовки и различного профиля, в высоких достижениях практики и науки осуществление преемственности и модернизации содержания всех уровней математического образования;

– улучшение качества работы учителей математики, повышение их благосостояния, предоставление им возможности использования самых лучших достижений мирового и отечественного образования в сфере математики, предоставление им возможности создания и реализации собственных учебных программ и авторских подходов к математическому образованию;

– предоставление возможности применения и развития способностей школьников, у которых хорошие математические способности и сильная мотивация к обучению;

– создание и развитие информационных ресурсов в сфере математического образования, доступных для всех, в том числе и для использования их в дистанционных и электронных образовательных технологиях, использование современных образовательных технологий;

– популяризация образования в сфере математики и соответствующих знаний;

– поддержка лучших образовательных организаций и учителей математики [33].

В соответствии с пунктом 3 статьи 66 Федерального закона «Об образовании в Российской Федерации», общее среднее образование предназначено для формирования и становления личности школьников, развития их творческих способностей и познавательной мотивации, выработки умений самостоятельного обучения за счет практической ориентации и индивидуализации содержания учебных дисциплин, подготовки школьников к самостоятельному выбору жизненного пути, к самостоятельной жизни, к дальнейшему обучению и практической работе [61].

Согласно Концепции развития математического образования в Российской Федерации образование в области математики должно [33]:

– обеспечивать выпускникам необходимый для профессиональной деятельности уровень математической подготовки,

– используя увлекательность и красоту математики, предоставлять всем учащимся возможность развивать свой интеллект,

– создавать для всех школьников условия для достижения ими необходимого уровня владения математикой.

Вместе с этим, в среднем общем и основном общем образовании следует учитывать пожелания школьников по поводу уровня их математической подготовки. Каждый школьник должен иметь возможность получить любой уровень математического образования, не смотря на то, в каких условиях и где он проживает. Эта возможность должна обеспечиваться за счет дистанционного и электронного индивидуализированного обучения, за счет создания и развития специализированных классов и учебных заведений, системы математических олимпиад и дополнительного математического образования детей. Какой бы ни был достигнут уровень математической подготовки, учащийся должен иметь возможность изменить профиль обучения или получить последующий уровень образования [33].

Во ФГОС среднего общего образования [60] указано, что в результате освоения базового уровня математического образования школьники должны:

– знать и понимать математические понятия как математические модели, при помощи которых можно изучать и описывать различные явления и процессы; знать и понимать аксиоматический подход в теории математики;

– осознавать роль математики в мировой культуре и современной человеческой цивилизации, уметь описывать на математическом языке явления реального мира;

– уметь решать тригонометрические, иррациональные, степенные, показательные, рациональные неравенства, уравнения и их системы; уметь использовать для решения задач компьютерные программы;

– уметь использовать методы алгоритмизации и доказательства при решении задач;

– знать важнейшие понятия о пространственных и плоских геометрических фигурах и их главные особенности; уметь распознавать эти фигуры в реальном мире, на моделях и чертежах; уметь решать практические и геометрические задачи с использованием формул и известных свойств геометрических фигур;

– иметь представление о главных методах, идеях и понятиях математического анализа;

– уметь использовать для решения задач компьютерные программы;

– знать и понимать определение вероятностей явлений и процессов, статистических показателей, важнейшие понятия теории вероятностей, уметь оценивать и определять вероятности тех или иных событий в реальных ситуациях, а также главные особенности случайных величин.

Школьники с нарушениями опорно-двигательных функций должны:

– уметь использовать соответствующие средства доступа,

– уметь использовать соответствующую компьютерную технику для получения и обработки информации [60].

Слабовидящие и слепые школьники должны:

– уметь использовать компьютерные программы для невизуального получения информации, а также технические средства получения информации для слепых;

– уметь записывать математические специальные знаки и формулы с использованием азбуки Л. Брайля;

– уметь использовать приспособления для черчения рельефным способом (типа «Школьник», «Драфтсмен» и т.п.), уметь строить геометрические чертежи при помощи линейки и циркуля, читать графики простейших функций, построенные рельефным способом на координатной плоскости;

– уметь воспринимать и обследовать контуры изображений геометрических фигур и рельефные изображения различных предметов осязательно-тактильным методом [60].

Кроме того, во ФГОС среднего общего образования [60] отмечается, что в результате прохождения углубленного математического курса школьники должны:

– уметь создавать и изучать математические модели реальных явлений, объяснять результаты изучения моделей;

– уметь решать задачи нестандартными способами, применять формулы и теоремы, знать формулы и теоремы и уметь их доказывать, знать важнейшие математические понятия;

– уметь обосновывать и доказывать свои математические рассуждения, понимать необходимость аксиом для дедуктивных рассуждений;

– уметь составлять математические модели для определения вероятностей событий, изучать распределение случайных величин и выполнять вычисления по формулам комбинаторики;

– владеть главными инструментами математического анализа и использовать их в реальной жизни.

Организации, осуществляющие образовательную деятельность, обязаны:

– осуществлять профильное обучение по универсальному, технологическому, гуманитарному, естественнонаучному или социально-экономическому профилю, а также создавать условия для выполнения практической деятельности в сфере обслуживающего или технического труда;

– давать возможности школьникам учиться по индивидуальным планам, в которых должны быть учтены курсы по выбору, дополнительные и обязательные учебные предметы на углубленном или базовом уровне [60].

Итоговая государственная аттестация выпускников проводится после завершения образовательной программы. При этом школьники сами могут выбрать уровень, на котором будет выполняться итоговая государственная аттестация по математике (профильный или базовый уровень) [60].

В соответствии с Концепцией профильного обучения на старшей ступени общего образования [32] в старших классах школы для социализации школьников и индивидуализации воспитания и обучения осуществляется профильное обучение, которое ориентировано на реальные запросы рынка труда.

Путем профильного обучения осуществляется индивидуализация и дифференциация воспитания и обучения, что дает возможность организовать учебу школьников старших классов и учетом их пожеланий относительно дальнейшего образования и последующей работы за счет изменений в содержании и структуре образования. Профильное обучение дает возможность осуществлять учебный процесс, который ориентирован на личность школьников, и реализовать индивидуальные траектории образования каждого учащегося.

Цели профильного обучения, описанные в данной концепции, представлены нами на рисунке 1.

В концепции указано, что образовательные организации имеют возможность по-разному комбинировать учебные предметы для обеспечения гибкости профильного обучения. При профильном обучении используются элективные, профильные и базовые учебные предметы.

Цели, которые преследует профильное обучение

- Создать условия для изучения отдельных предметов на углубленном уровне
- Осуществление дифференциации содержания образования школьников старших классов для обеспечения им возможности учиться по индивидуальным учебным планам
- Школьники с различными индивидуальными особенностями, способностями и образовательными потребностями должны иметь равный доступ к качественному образованию
- Обеспечить лучшую подготовку старшеклассников к обучению в высших учебных заведениях, преемственность между школьным и последующим образованием, улучшить социализацию выпускников

Рисунок 1 – Основные цели перехода к профильному обучению

Общеобразовательные базовые предметы в обязательном порядке изучают школьники, которые обучаются по всем профилям. Общеобразовательные профильные предметы изучаются на углубленном уровне и являются обязательными для школьников, которые учатся по определенному профилю. Элективные курсы – это предметы, которые школьники могут сами выбирать, но которые они обязаны изучать. Содержание элективных курсов зависит от профиля обучения. Соотношение объемов элективных, общеобразовательных профильных предметов и общеобразовательных базовых предметов должно примерно соответствовать пропорции 20 : 30 : 50 [32].

Согласно Концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования профильное обучение может быть организовано по нескольким моделям:

– профилизация внутри школы. Школа может иметь несколько или только один профиль обучения; быть целиком ориентирована на какой-либо профиль или осуществлять профилизацию за счет элективных курсов;

– сетевая организация профильного обучения. При такой организации осуществляется привлечение образовательных ресурсов других организаций образования [32].

Сетевая организация может осуществляться в двух вариантах.

Первый вариант подразумевает существование «ресурсного центра», в роли которого выступает одна, самая мощная организация образования, вокруг которого объединяются другие образовательные организации. При таком варианте «ресурсный центр» обеспечивает преподавание тех учебных курсов, преподавание которых не могут обеспечить другие образовательные организации. Второй вариант подразумевает кооперацию образовательных учреждений различного уровня (начального профессионального, среднего, дополнительного, высшего образования). При этом школьник может получать профильное образование не только в своей школе, но и в других образовательных организациях по своему выбору, в том числе в заочной и дистанционной формах.

Профильное обучение в старших классах вызывает у школьников необходимость выбрать профиль обучения. Для осуществления возможности такого выбора в школе должны быть курсы по выбору для реализации предпрофильной подготовки. Курсы по выбору необходимы для профессиональной ориентации старшеклассников. Количество таких курсов быть достаточно большим. При этом у школьников и их родителей могут возникать трудности с выбором таких курсов, поэтому им необходимо предоставлять помощь и поддержку [32].

Таким образом, нормативно-правовые документы в сфере образования определяют цели и задачи предпрофильного и профильного обучения математике в старших классах общеобразовательной школы, которые учитель должен достигать и решать в ходе образовательного процесса.

1.2 Понятие и виды практико-ориентированных задач по математике

Обучение математике, осуществляемое в современной школе, реализуется во многом посредством решения задач [35, с. 117].

В книге Ю. М. Колягина «Задачи в обучении математике» приводится понятие задачи как системы, состоящей из четырех элементов:

– «условие задачи: данные элементы и связи между ними;

– заключение или цель задачи: неизвестные элементы и связи между ними;

– способ преобразования условия задачи для нахождения требуемого заключением искомого;

– обоснование решения задачи» [29, с. 51].

В методической литературе существуют различные подходы к понятию практико-ориентированной задачи.

Так, в теории и методике обучения математике под практико-ориентированной задачей понимают:

1) «задачу, являющуюся учебной прикладной математической задачей – задачу, связанную с практическими приложениями математики, которые служат двум основным целям: обучение математике через ее приложения; возможность обучения приложениям математики. Задача, связанная с практическими приложениями математики, – это «задача, представляющая собой содержательную модель реального объекта, математическая модель которого может быть построена средствами школьного курса математики» (М. В. Егупова [23]);

2) задачу (контекстную задачу), «отличающуюся от предметной задачи: областью приложения математики; математическим методам решения; сложностью математизации условия задачи; назначением в обучении; способом представления; полнотой данных. Готовит учащихся к использованию математики для решения широкого круга проблем, которые возникают в профессиональной деятельности» (В. А. Далингер [19, с. 113]);

3) задачу, связанную со смежными дисциплинами (физикой, химией, географией и др.), а также задачу с техническим и практическим, жизненным содержанием (А. А. Темербекова [56, с. 119]);

4) «задачу, фабула которой раскрывает приложения математики в смежных дисциплинах, знакомит с ее использованием в организации, технологии и экономике современного производства, в сфере обслуживания, в быту, при выполнении трудовых операций» (И. М. Шапиро [63, с. 5]).

Отметим, что И. М. Шапиро отождествляет по смыслу задачи практического содержания и задачи прикладного характера.

Н. А. Терешин под прикладной задачей понимает «задачу, поставленную вне математики и решаемую математическими средствами» [57, с. 7].

Кроме того, М. В. Егуповой описаны отличия практико-ориентированной задачи от обычной текстовой задачи. Так, автор пишет: «Грань между задачей с прикладным содержанием и традиционно понимаемой текстовой задачей проведем следующим образом. И текстовая задача, и задача на приложения – фабульные, изложены на естественном языке и требуют построения математической модели. Ознакомление учащихся с сущностью и практикой математического моделирования является главной целью использования этих видов задач в обучении математике. Однако, чем больше содержательная модель описанной в задаче ситуации, будет «очищена» от реальности, чем выше степень ее идеализации и схематизации, тем меньше в такой задаче прикладной направленности. Кроме того, в прикладной задаче, даже учебной, важна сама ее постановка: условие и формулировка вопроса должны быть связаны с анализом реального объекта с заданной целью» [23, с. 115].

Итак, с нашей точки зрения, наиболее полным является определение практико-ориентированной задачи Ю. М. Колягина, которое взято за основу при написании данной работы.

Вместе с этим, в методической литературе также приведены различные трактовки понятия профессионально-ориентированной задачи, профессиональной задачи и связанного с ним понятия практико-ориентированной задачи. Приведем некоторые из них.

Под профессионально-ориентированной задачей понимают «задачу, представляющую абстрактную модель некоторой реальной ситуации, возникающей в профессиональной деятельности, решаемую»: «математическими методами и способствующую развитию личности» (Е. Х. Батеева, И. К. Кондаурова [30, с. 40]); «полученными теоретическими знаниями и средствами» (М. А. Кислякова, А. Е. Поличка [26, с. 154]).

Л. В. Павлова в диссертационном исследовании среди профессиональных задач выделяет «умение решать компетентностные задачи, то есть задачи, которые служат одним из показателей учебно-познавательной компетентности учащихся». Автор под практическими компетентностными задачами понимает такие «задачи, когда в условии описана практическая ситуация, для разрешения которой, нужно применять не только знания из разных предметных областей (обязательно включающих математику), но и приобретенные из повседневного опыта учащихся. Данные в задаче, не должны быть оторваны от реальности (должны соответствовать действительности, например, цены, размеры дома и т.д.). Полученный результат должен быть значим для учащихся, то есть указана его область применения» [48, с. 12-14].

По определению Г. Р. Дугиной профессионально-ориентированные задачи – это такие задачи, сюжеты которых взяты из какой-либо профессиональной сферы деятельности будущего специалиста. Это дает возможность еще на этапе школьного обучения показать учащимся старших классов способы использования математических знаний в их будущей профессии и познакомить их с ней [21, с. 14].

Учитель математики Г. А. Пожарова понимает под практико-ориентированной задачей такую математическую задачу, в содержании которой «описывается ситуация из окружающей действительности, связанная с формированием у учащихся практических навыков использования математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни, в том числе, с использованием материалов краеведения и элементов производственных процессов» [51, с. 62].

Отметим, что в методической литературе раскрыта роль практико-ориентированных задач в обучении школьников математике. Так, В. А. Далингером [18, с. 7-8] определена роль текстовых задач, в том числе и практико-ориентированных задач, при обучении учащихся математике, которые направлены на:

– усвоение понятий и отношений между ними; специфических понятий, входящих в предметную область задач;

– более глубокое усвоение идеи функциональной зависимости;

– повышение у них вычислительной культуры;

– применение метода моделирования как метода познания действительности;

– более полную реализацию межпредметных связей;

– развитие у них способности анализировать, рассуждать, обосновывать;

– развитие логического мышления обучающихся;

– развитие их познавательных способностей с помощью усвоения различных способов решения задач;

– формирование универсальных качеств личности;

– привитие и укрепление интереса обучающихся к математике;

– осуществление их предпрофильной и профильной подготовки.

Рассмотрим классификацию практико-ориентированных задач при обучении математике в общеобразовательной школе.

В пособии А. А. Темербековой [56] приведена классификация математических задач. Рассмотрим ее подробнее.

В том случае, если все элементы (условие задачи, ее вопрос, решение и обоснование) являются объектами математики, то такую задачу считают чисто математической; если только отдельные элементы задачи являются математическими (например, решение задачи и его обоснование), то такую задачу считают математической прикладной задачей. Характер проблемы, которую нужно решить в задаче, зависит от того, какой из основных элементов задачи (условие задачи, вопрос, поставленный в задаче, решение задачи, обоснование решения задачи) неизвестны учащемуся в тот момент, когда он приступает к решению задачи. Если в задаче явным образом выражено условие, если школьник знает, каким способом следует решать такие задачи и ему известно обоснование способа решения, если в учебнике или задачнике есть упражнения на закрепление способа решения таких задач, то такая задача называется стандартной. Если в задаче нечетко определен или неизвестен один из основных элементов, то такую задачу следует считать обучающей. Если два основных элемента задачи неизвестны, то такая задача является поисковой, а если неизвестны три основных элемента задачи, то такая задача является проблемной.

Разработана такая классификация задач, которая учитывает способ взаимодействия между компонентами задачи, соотношение между творческой и воспроизводящей активностью школьников:

– задачи алгоритмического типа,

– задачи полуалгоритмического типа,

– задачи эвристического типа [56, с. 115-116].

Задачами алгоритмического типа называют такие задачи, которые можно решить путем прямого использования теоремы или определения, существует алгоритм решения. Задачи алгоритмического типа имеют важное значение для обучения школьников математике. Использование алгоритма для решения задач легко и быстро приносит требуемый результат. Школьники, которые хорошо овладели требуемыми алгоритмами решения задач, в последующем имеют возможность использовать свернутые знания.

Задачи полуалгоритмического типа – это такие задачи, для решения которых используются обобщенные способы, которые нельзя привести к последовательности простых действий. Школьники легко находят связи между отдельными компонентами таких задач. Решение задач полуалгоритмического типа сводится к последовательному решению нескольких задач алгоритмического типа. В процессе решения задач полуалгоритмического типа школьники учатся усваивать знания крупными блоками, сворачивать знания. Кроме того, школьники получают возможность научиться использовать изученные ранее алгоритмы решения задач в новых ситуациях.

Задачами эвристического типа являются такие задачи, в процессе решения которых требуется найти какие-либо неявные отношения между информацией, которая содержится в условии задачи и вопросом, поставленным в задаче, либо обнаружить возможный способ решения. Следует сказать, что способ решения такой задачи нельзя вывести из какого-то известного школьнику общего алгоритма или правила. Существуют такие задачи эвристического типа, в которых одновременно требуется найти какие-либо неявные отношения и обнаружить возможный способ решения. В процессе поиска решения задач эвристического типа школьнику необходимо применять эвристические методы и приемы [56, с. 116-117].

Сюжетной задачей А. А. Темербекова называет такую задачу, в которой в условия задачи включены как сами исходные данные, так и взаимосвязи между ними. Чаще всего в условиях сюжетной задачи описана какая-то жизненная ситуация. Сюжетные задачи имеют важное значение для усвоения школьниками математического моделирования, которое очень эффективно для усвоения математических отношений, а также для развития интереса и математических способностей школьников. В частности, к сюжетным задачам можно отнести задачи с условием, записанным в виде текста, для решения которых необходимо составить уравнение [56, с. 117-118].

В. А. Далингер в пособии [18, с. 7] пишет, что Л. М. Фридман несколько по-иному определяет сюжетные задачи. Так, автор сюжетными задачами называет задачи, в условиях которых пересказано какое-либо жизненное событие, явление, процесс или сюжет, а найти в таких задачах требуется какие-либо количественные значения или характеристики.

Вместе с этим, в пособии А. А. Темербековой указано, что задачи с точки зрения функционального назначения можно разделить на: «задачи, которые имеют развивающие функции; задачи, которые имеют познавательные функции; задачи, которые имеют дидактические функции; с точки зрения вопроса, поставленного в задаче, – на задачи, в которых нужно что-либо доказать; на задачи, в которых нужно что-либо вычислить, и на задачи, в которых нужно что-либо построить; с точки зрения проблемности – на обучающие задачи, в которых неизвестным является только один из четырех элементов задачи; стандартные задачи, в которых известными являются все элементы; проблемные задачи, в которых неизвестными являются три из четырех элементов задачи; поисковые задачи, в которых неизвестными являются два из четырех элементов задачи; с точки зрения методов, которые используются для решения задач – как задачи на векторы, на геометрические преобразования, на составление уравнений и т.д.; с точки зрения компонентов учебной деятельности –

на контрольно-оценочные, стимулирующие, организационно-действенные задачи. Кроме указанной выше автором классификации, можно выделить следующие типы задач: двушаговые, одношаговые, и т.д.; практические и теоретические; нестандартные и стандартные; письменные и устные. Как средство, с помощью которого осуществляется обучение, задачи могут предназначаться для формирования умений, навыков и знаний школьников, то есть задачи обучающие, для выполнения контроля уровня сформированности навыков, умений и знаний, то есть задачи контролирующие. Основным назначением обучающих задач является формирование теоретических знаний и умений, связанных с этими теоретическими знаниями» [56, с. 118-119].

Автором приводится классификацию задач по количеству данных в ее условии и взаимосвязи между этими данными, согласно которой задачи могут быть сложными и простыми [56, с. 118]. Известно, что сложность задачи – объективный фактор, который определяется характеристиками, представленными в таблице 2 [3, с. 215].

Таблица 2 – Характеристики сложности задачи

Характеристики	Описание характеристик
Структура условия	Сплошной, не сплошной, смешанный, составной текст
Структура требования	Количество вопросов к условию
Число необходимых операций для выполнения задания	–
Форма ответа	Закрытая, открытая

По мнению В. А. Далингера, все математические задачи можно разделить на следующие группы: «задачи на работу; задачи на движение; задачи на концентрацию, сплавы и смеси; задачи на проценты; задачи на нахождение наименьшего или наибольшего значения; задачи, результат решения которых выражается в целых числах; задачи, в процессе решения которых необходимо исследовать несколько разных вариантов; задачи на составление неравенств;

задачи на составление уравнений, при решении которых в системе содержится меньше уравнений, чем неизвестных» [18, с. 13].

Рисунок 2 – Типы задач, направленные на усвоение школьниками понятий и их определений

Кроме того, для усвоения школьниками понятий и определений понятий А. А. Темербековой [56, с. 120] описаны типы задач, представленные ниже на рисунке 2.

В. А. Далингером подчеркивается, что чаще всего в процессе осуществления практической деятельности людям требуется решать задачи, в которых нужно принять решение до того, как что-либо сделать, то есть с потенциальной ситуацией. Следовательно, методически целесообразно, чтобы количество задач с потенциальной ситуацией в курсе математики общеобразовательной школы увеличилось. Отличительной особенностью задач с потенциальной ситуацией является необходимость понять условия, в которых осуществляется сюжет задачи, и сконструировать, смоделировать некоторую жизненную ситуацию. Важное достоинство этих задач заключается в том, что условия подобных задач содержат какую-либо проблему. Школьникам предлагается самостоятельно решить эту проблему, что заинтересовывает их [18, с. 10-12].

Выполненный нами анализ учебников алгебры и начал математического анализа профильного уровня [2], [28], [40] - [45], результаты которого представлены в Приложении А, показал, что практико-ориентированные задачи встречаются при изучении тем «Показательная функция, ее свойства и график»; «Иррациональные неравенства»; «Десятичные и натуральные логарифмы. Формула перехода»; «Определение производной»; «Вычисление производных»; «Нахождение наибольших и наименьших значений функции»; «Определение числовой функции и способы ее задания»; «Тригонометрические функции»; «Производная и ее геометрический смысл»; «Применение производной к исследованию функций»; «Комбинаторика»; «Комплексные числа»; «Первообразная и интеграл»; «Элементы теории вероятностей и математической статистики»; «Системы уравнений и неравенств». Больше всего практико-ориентированных задач содержится в главах учебников по алгебре и началам математического анализа, посвященных изучению теории вероятностей. Это задачи на определение вероятностей различных событий.

Вместе с этим, в школьных учебниках геометрии для старших классов [13], [50], [55] практико-ориентированные задачи можно встретить при изучении тем: «Метод координат в пространстве. Движения», «Цилиндр, конус, шар», «Объемы тел», «Перпендикулярность прямых и плоскостей», «Тела вращения», «Многогранники», «Объем и площадь поверхности», «Координаты и векторы», «Геометрия на плоскости».

В статье М. А. Гаджимурадова, З. Д. Гаджиевой, М. М. Шихшинатовой [12, с. 3] указано, что в действующих учебниках и учебных пособиях в общеобразовательной школе мало практико-ориентированных задач. Поэтому учитель должен проявлять профессиональную компетентность и творческий подход, ему требуется самому разработать или подобрать необходимые виды данных задач.

В соответствии с Примерной основной образовательной программой среднего общего образования в общеобразовательной школе предусматривается рассмотрение следующих сведений: «практико-ориентированные задачи по основным разделам школьного курса алгебры и начал математического анализа, в том числе задачи с прикладным содержанием, приводящие к решению различных видов уравнений и неравенств (линейных квадратных, степенных, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических); текстовые задачи на: проценты; сплавы и смеси; движение; работу; прогрессии; практико-ориентированные задачи по основным разделам школьного курса геометрии, в том числе практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин» [52].

Кроме того, практико-ориентированные задачи по математике входят в ЕГЭ профильного уровня: задание № 3 (начала теории вероятностей), задание № 4 (определение вероятности сложных событий), задание № 8 (задачи с прикладным содержанием), задание № 9 (текстовые задачи), задание № 15 (финансовая математика), задание № 18 (числа и их свойства) [53].

Таким образом, существуют различные определения понятия практико-ориентированной задачи. На основе определения Ю. М. Колягина под практико-ориентированной задачей мы будем понимать: систему, состоящую из следующих элементов: условие, которое содержит модель какого-либо объекта деятельности; вопрос, который ставится в задаче; решение задачи, то есть получение ответа на вопрос, поставленный в задаче путем преобразования ее условия; обоснование решения задачи. Классификация практико-ориентированных задач насчитывает большое число различных их видов. Учитель имеет возможность выбрать такие задачи, которые лучше всего подходят для достижения конкретных учебных целей.

1.3 Методика обучения решению практико-ориентированных задач на уроках математики

Одной из важных целей изучения математики является развитие у школьников умения правильно решать задачи. Определенная методика обучения решению математических задач позволяет учащимся приобрести глубокие математические знания, навыки и умения [56, с. 124].

Методика обучения – совокупность методов, приемов целесообразного проведения обучения; отрасль педагогической науки, исследующая закономерности обучения определенному учебному предмету. Отечественная и зарубежная педагогическая мысль предлагает богатый арсенал педагогических технологий, обеспечивающих возможность свободного выбора, творческого самовыражения, личностного роста, как для педагога, так и для обучаемого [7, с. 6-7].

А. А. Темербекова отмечает, что на уроках математики решение задач, как правило, выполняется фронтальным образом. Это означает, что все учащиеся класса одновременно решают одну и ту же задачу. Может использоваться разная организация фронтального решения задач: решение задач в письменной форме с записью в тетрадях и на классной доске, одновременное решение задачи в устной форме всем классом, письменное самостоятельное решение задачи, выполнение комментирования в процессе решения задачи [56, с. 124-125].

Каким образом можно научить школьников решению математических задач? Это непростой вопрос, потому что не существует единственного метода, посредством которого можно было бы решить любую задачу. Разработаны только такие алгоритмы, которые позволяют решить задачи нескольких конкретных видов, то есть типовые задачи. Если для задачи какого-то определенного типа существует алгоритм решения, то необходимо так организовать процесс обучения, чтобы учащиеся хорошо усвоили его и как бы самостоятельно его изобрели. В том случае, когда требуется найти решение нестандартной задачи, то необходимо применять творческий подход. В рамках школьного обучения научить учеников решать все задачи, какие только могут быть, невозможно. Учитель обязан обучить общим для всех задач подходам, приёмам, методам их решения. При этом главными методами решения задач являются синтез и анализ. Кроме синтеза и анализа применимы также методы сведения задачи к очевидному результату, сведения задачи к решению, аналогичному решению уже известной задачи, и метод исчерпывающих экспериментов [49, с. 155].

Исследователи по-разному определяют этапы решения задач.

В. Л. Пестерева предлагает следующие этапы работы над задачей:

– первый этап – подготовительная работа;

– второй этап – непосредственная работа над задачей: восприятие и сознательное усвоение условия; обдумывание решения задачи с последующей разработкой плана; запись решения задачи; проверка того, является ли решение задачи правильным [49, с. 59].

После того, как задача решена, над ней проводится дополнительная работа:

– извлечение полезной информации,

– нахождение других методов (способов, приёмов) решения задачи,

– составление задач, аналогичных данной,

– составление задач, обратных данной, и т.д. [49, с. 59].

В процессе решения задач, в том числе практико-ориентированных задач, алгебраическим методом В. А. Далингер [18, с. 14] предлагает придерживаться такой последовательности действий:

– обоснование того, как именно следует составить уравнение;

– запись уравнения и его решение;

– проверка правильности решения задачи и запись ответа на вопрос, поставленный в задаче;

– вновь вернуться к решению задачи, понять его суть, определить, насколько оно было рациональным и как его можно улучшить.

Автор подчеркивает, что в первую очередь следует изучить условие задачи, определить процессы и объекты, которые следует проанализировать, найти характеризующие эти процессы и объекты величины, принять решение относительно того, что именно будет использоваться в качестве неизвестной величины и каким образом можно выразить остальные величины через неизвестную величину. Далее обосновывается и составляется уравнение, необходимое для решения задачи. Необходимо кратко записывать ответ к задаче, если решение было записано подробно, и подробно записывать ответ, если решение задачи было записано кратко. После того, как задача решена, нужно еще раз проанализировать ее решение, выяснить, насколько рационален был способ, которым решалась задача и, при необходимости, внести необходимые улучшения. Кроме того, нужно осознать общие правила, по которым следует решать подобные задачи, метод и идею решения [18, с. 14].

По мнению Л. В. Виноградовой, «порядок решения задач, в том числе практико-ориентированных задач, алгебраическим методом должен быть следующий: определить, сколько и какие объекты, процессы рассматриваются в задаче; указать величины, которые характеризуют каждый объект, процесс; установить зависимости, существующие между выделенными величинами; указать, какие из выделенных величин известны; указать неизвестные величины; определить зависимости между неизвестными величинами; выбрать рациональным образом одно из неизвестных, обозначить его (через x); выразить остальные неизвестные через x; выделить условие для составления уравнения; составить уравнение и решить его; сделать проверку и записать ответ» [11, с. 8-9].

С. С. Ахтамова при решении текстовой задачи выделяет следующие этапы: «ознакомление с содержанием и осмысление задачи; поиск и составление плана решения; запись решения и ответа (осуществление плана); проверка найденного решения» [4, с. 122].

Р. Ю. Костюченко выделяет четыре главных этапа решения математических задач. Это прочтение и осознание условия задачи, составление плана решения задачи, выполнение решения задачи и изучение результата решения. Условия задачи необходимо изучать и обдумывать до тех пор, пока не будет найден способ ее решения. Далее составляется и реализовывается план решения задачи. После завершения работы над решением задачи необходимо еще раз проанализировать ход решения и выяснить, является ли такое решение рациональным. Если решение оказалось не совсем рациональным, следует его доработать. В процессе изучения условий задачи необходимо, чтобы суть условий и вопроса задачи одинаково понимались школьником, учителем и составителем. Школьники часто неправильно понимают условия задачи и что именно в ней нужно найти [35, с. 117-118].

По мнению Л. А. Сафоновой, «на этапе анализа текста задачи необходимо уметь выделить объекты, о которых идет речь в практико-ориентированной задаче, а также ее условие и вопрос, установить известные, неизвестные и искомые величины, выделить ситуации, описанные в задаче. На этапе поиска плана решения понадобятся умения записывать функциональную зависимость между величинами и выражать величины из формул, составлять из заданной задачи подзадачи, выделять из условия задачи предложения, выражающие зависимость между величинами, и преобразовывать их. На этапе реализации плана важнейшим оказывается умение переводить зависимости между величинами на математический язык. На этапе исследования приходится интерпретировать результат на языке данной задачи, выполнять проверку решения, оценивать его с точки зрения оптимальности» [54, с. 34].

Как отмечает С. С. Ахтамова, важным условием, от которого зависит, насколько быстро и правильно будет решена текстовая задача, в том числе практико-ориентированная задача, – это изучение ее текста и его понимание. Понимание смысла текста задачи подразумевает: «понимание значение смысла предложений и всех слов в тексте; понимание описанной в тексте ситуации; понимание математического смысла задачи». Для обучения школьников верному прочтению и правильному пониманию смысла текстовой задачи, учителю следует: «проводить работу для подготовки учащихся к анализу текста условия и вопроса текстовой задачи; научить школьников правильному прочтению текста задачи, а именно, правильному прочтению всех слов, всех словосочетаний, соблюдению имеющихся в тексте знаков препинания, верной расстановке ударений в предложениях для правильного логического восприятия смысла задачи; научить школьников приемам, облегчающим понимание текста задачи: представлению ситуации, которая описана в задаче, «драматизации» ситуации, которая описана в задаче, постановке вопросов по тексту задачи – что известно, что необходимо найти, как между собой связаны данные, что именно требуется найти в задаче – какое-либо число, отношения между величинами или утверждение, о чем данная задача; разделению текста задачи по смыслу на отдельные части; как можно по-другому сформулировать текст задачи; научить школьников способам краткой записи условия задачи и приемам математического моделирования» [4, с. 123].

Н. А. Бородулина пишет, что при организации работы с геометрической практико-ориентированной задачей «для того, чтобы школьники отчетливо понимали, что именно нужно доказать или найти, а что дано в условии задачи, учитель должен подготовить и задать систему вопросов по ее тексту. Это даст возможность учащимся изучить текст задачи, восстановить в памяти теоретические положения, которые нужны для ее решения, и составить план решения. Кроме того, постановка вопросов развивает культуру общения школьников. Грамотно организованная работа в этом направлении создаст условия, при которых учащиеся научатся самостоятельно изучать текст задач и решать их» [8, с. 65].

А. А. Темербекова обращает внимание на то, что решение задачи должно быть полностью обоснованным. Должны быть исследованы все варианты, которые возможны по условию задачи. Не допускается никаких необоснованных обобщений и неправильных аналогий. Необходимо соблюдать полноту и выдержанность классификации. На уроках математики во время решения задач у учащихся появляется особый стиль мышления: точность используемой математической символики, соблюдение плана и последовательности рассуждений, четкое, строгое, краткое и точное выражение мыслей [56, с. 126].

По утверждению В. А. Далингера, более обстоятельного рассмотрения требует вопрос о том, каким образом нужно проверять правильность ответа, полученного при решении текстовой задачи. По поводу того, как проверять правильность ответа, существует большое количество точек зрения в методической литературе. Часть специалистов полагают, что нет необходимости требовать от школьников записи проверки правильности полученного ответа, что проверка не является обязательной. Другие специалисты придерживаются прямо противоположной точки зрения, и считают, что задача не может считаться решенной без выполнения проверки. Существует также такая точка зрения, в соответствии с которой необходимость проверки решения следует анализировать с двух сторон: с одной стороны, проверка является одним из этапов решения задачи, а с другой стороны, она является элементом записи решения задачи [18, с. 14].

Имеются и другие мнения по поводу необходимости проверки правильности решения задачи, высказанные В. Г. Болтянским и Г. В. Дорофеевым.

Так, В. А. Далингера отмечает, что по мнению В. Г. Болтянского, уравнение, которое было составлено для решения текстовой задачи, не может учесть ограничения, которые должны по смыслу задачи применяться к физическим величинам. Из-за этого при решении уравнений не все найденные корни подходят для правильного решения задачи, в том числе, если корень всего один; с точки зрения Г. В. Дорофеева, текстовые задачи следует разделить на две группы. Одну группу составляют задачи, в которых ситуация реализована, а в другую группу попадают задачи с нереализованной ситуацией. При этом автор отмечает, что если при решении задачи на реализованную ситуацию получен только один корень уравнения, проверку правильности решения проводить нет необходимости. Что касается задач с потенциальной, нереализованной ситуацией, то для них проверка в любом случае является обязательной. Необходимо выполнять проверку ответа, полученного при решении задачи, по смыслу задачи [18, с. 15-16].

Вместе с этим, В. А. Далингер подчеркивает, что у исследователей отсутствует единое мнение по поводу того, каким образом нужно выполнять проверку правильности решения текстовых задач. Одни считают, что проверку правильности их решения следует выполнять путем решения задачи, обратной исходной текстовой задаче. Обратная текстовая задача – это такая задача, в которой одна из величин, заданных в исходной задаче, является неизвестной, а значение величины, которую нужно было определить в исходной задаче, берется такое, которое было получено в процессе решения исходной задачи. Другие специалисты полагают, что для контроля правильности решения нельзя использовать обратную текстовую задачу, так как это две совершенно разные, не зависящие одна от другой задачи [18, с. 16].

Также автор пишет, что необходимым компонентом решения текстовых задач является контроль соблюдения смысловых ограничений. Для выполнения такого контроля требуется корень, полученный при решении уравнения, проверить от начала до конца по условию задачи, попутно вычислить все физические величины, и проверить на каждом этапе соблюдение ограничений по смыслу задачи [18, с. 17].

А. О. Келдибекова отмечает, что правильно решенная нестандартная задача должно соответствовать определенным требованиям, как оригинальность, рациональность, идеальность, изящество [25, с. 332].

В. А. Далингер указывает на то, что в процессе решения сюжетно-текстовых задач у школьников нередко отмечаются сложности, представленные ниже:

– неправильно выбирается величина в роли независимой переменной. Школьники чаще всего в роли независимой переменной используют величину, которую требуется найти в задаче, однако это не всегда бывает оправдано;

– учащиеся не умеют решать задачи методом составления уравнений и систем уравнений. При этом школьники не различают и не знают многих особенностей, существующих при решении задач на концентрацию, сплавы и смеси, на движение, на проценты, на работу и др.;

– уравнение, которое было составлено при решении задачи, не соответствует тексту условий задачи по смыслу. Причиной этого является неправильное понимание школьниками как смысла некоторых словосочетаний и слов, так и смысла части условий задачи. В качестве примера можно назвать такие слова и выражение, как, например, «сверх плана», «рентабельность», «себестоимость», и т.д.;

– не согласована размерность различных величин;

– неправильно составлено уравнение, не учтены смысловые ограничения условий задачи, из-за чего часть найденных корней оказывается посторонними;

– полученный ответ никак не проверяется, из-за чего появляются такие ошибки, как минус 235 км; 2,36 рабочих, и т.д.;

– неправильная запись решения задачи. Из записанного решения не понятно, что именно используют в роли независимой переменной, и каким образом остальные величины выражаются через независимую переменную;

– школьники не замечают недостаточных или избыточных данных, противоречий в условиях задачи;

– школьники неправильно выполняют сокращенную запись величин, которые присутствуют в условиях задачи;

– школьники не выполняют последний этап решения задачи, то есть анализ оптимальности того способа решения, который они использовали [18, с. 20-21].

Практический опыт учителей математики говорит о том, что: «в большинстве случаев текстовые задачи школьной математики решаются с использованием уравнений и систем уравнений» [34, с. 54]; «при изучении математики в школе самым трудным для ученика является решение текстовых задач, а также оформление этого решения» [36, с. 17]; это связано с «необходимостью четкого осознания различных соотношений между описываемыми в тексте текстовой задачи объектами» [46, с. 11]; учащиеся испытывают трудности при «составлении математической модели, которая может представлять собой уравнение, неравенство или их систему, диаграмму, график, таблицу, функцию и т.д. Для того чтобы перевести содержание текстовой задачи на математический язык, учащемуся необходимо тщательно изучить и правильно истолковать его, формализовать вопрос задачи, выразив искомые величины через известные величины и введенные переменные»; также учащиеся испытывают трудности при «составление уравнений и неравенств, связывающих данные величины и переменные, которые вводят»; при «составлении функции (отношения), применительно к которой формулируется вопрос текстовой задачи» [62, с. 28].

В. А. Далингер отмечает, что «у школьников во все времена имеются затруднения при решении сюжетно-текстовых задач, и для этого существуют причины, как субъективные, так и объективные». Ошибки в математических расчетах бывают устойчивые (систематические) и случайные. Систематические ошибки – это такие ошибки, которые более одного раза случаются у нескольких школьников или у одного из них, либо случаются один раз, но сразу у многих. Случайными ошибками можно считать такие ошибки, которые случаются у одного или двух учеников не более одного раза.

В качестве причин систематических ошибок школьников автор называет:

– ослабление функционирования психики учащихся,

– недочеты в содержании учебников и учебных программ по математике,

– плохая организация учебного процесса [18, с. 22-23].

В. А. Далингер рассматривает недочеты в содержании учебников и в работе учителей, из-за которых школьники плохо умеют решать текстовые задачи. Основной причиной является неправильная деятельность учителя, когда он требует от учеников только получить ответ на вопрос задачи, но не уделяет внимание тому, чтобы показать школьникам способы рассуждений, на основании которых решается задача. Учитель должен постоянно мотивировать учеников на осознание ими своей деятельности в процессе решения задачи. Когда задача решена, необходимо еще раз вернуться назад и дать школьникам возможность понять, что и как они делали в процессе решения, какие стратегии, методы и способы использовали [18, с. 23].

Если учебная деятельность учащихся по решению текстовой задачи является аналитической, идущей от вопроса задачи к ее условию, то тем самым обеспечивается сознательность в осуществлении плана решения.

Например, при решении практико-ориентированной задачи: «В сельский клуб купили 4 гитары по 1800 рублей каждая и 8 домбр ценой по 900 рублей каждая. Сколько стоила вся покупка?», для побуждения учащихся к аналитической деятельности учителю целесообразно ставить перед ними следующие вопросы:

– О чем спрашивается в задаче?

– Из чего состоит покупка?

– Что нужно знать для того, чтобы узнать стоимость всей покупки?

– Можем ли мы по условию задачи вычислить, сколько стоят все гитары?

– Каким образом можно сделать это?

– По условию задачи сможем ли мы вычислить, сколько стоят все домбры?

– Каким образом можно сделать это?

– Есть ли у нас теперь возможность дать ответ на вопрос, заданный в задаче [18, с. 23-24]?

При решении текстовых математических задач школьники реализуют аналитико-синтетическую мыслительную деятельность. При этом используются такие мыслительные приемы, как обобщение, синтез, анализ, абстрагирование и др. Для развития мыслительных способностей учащихся важно, чтобы их деятельность носила творческий характер [18, с. 24].

В. А. Далингер пишет, что в своих работах Е. И. Машбиц обосновал, что в том случае, если школьники усвоили структуру метода решения практико-ориентированных задач, то они затем решают задачи успешно [18, с. 24-25].

Автор отмечает, что к сожалению, при обучении школьников решению сюжетно-текстовых задач учителя не всегда учат их осознанному освоению способа решения и тех действий, которые необходимо предпринять для их решения.

Неправильным также является стремление некоторых учителей решить как можно большее количество данных задач. Известно, что умение решать сюжетно-текстовые задачи не зависит от того, сколько их было решено.

При обучении решению сюжетно-текстовых задач необходимо учитывать степень развития у школьников интуитивно-практического и словесно-логического мышления, присущего им способа запоминания (с опорой на слух, зрение и т.д.) и способа деятельности (с опорой на слово или на образ), их темперамента, индивидуального стиля учебной деятельности.

Учителю не следует уделять излишнее внимание решению этих задач по образцу и оформлению решения заданий. Вместо этого необходимо больше внимания уделять самому процессу решения задачи, развивать у школьников навыки самоконтроля, научить их переносить известные способы решения практико-ориентированных задач на другие, похожие сюжетно-текстовые задачи [18, с. 25].

В. А. Далингер обращает внимание на то, что учебники по математике тоже не лишены недостатков. Среди таких недостатков можно назвать следующие:

– в учебниках не содержатся такие сюжетно-текстовые задачи, решение которых могло бы научить школьников овладеть способом их решения;

– слишком большое количество данных задач, при решении которых школьники осуществляют репродуктивную деятельность;

– в имеющих одинаковую структуру сюжетно-текстовых задач используются различные величины и сюжеты;

– не соблюдается требование о том, что сюжетно-текстовые задачи в учебнике должны располагаться в порядке увеличения их сложности;

– сюжетно-текстовые задачи, которые решаются одинаковым способом, и содержание тоже имеют одинаковое;

– все сюжетно-текстовые задачи в учебниках имеют одинаковую форму [18, с. 26].

Автор пишет, что в своих работах Ю. М. Колягин упоминал о том, что учащиеся в процессе школьного обучения решают примерно 20 000 математических задач.

Тем не менее, многие школьники при этом все равно не умеют решать текстовые задачи из-за того, что учитель не смог научить их методам поиска решения этих задач [18, с. 26].

Современная методика обучения пришла к выводу о том, что в процессе обучения математике ничего не следует механически заучивать. Вместо этого школьники должны понимать математику и уметь ее использовать.

Для этого обучение математике следует осуществлять в доступной для школьников форме и с опорой на их жизненный опыт [24, с. 26].

Большое количество текстовых задач на сплавы, проценты и смеси решается путем составления уравнений и их систем. В процессе решения текстовых задач путем составления уравнений следует действовать в указанной ниже последовательности:

– следует разобраться в условии задачи в такой степени, чтобы можно было устно пересказать ее условие;

– обозначить буквами величины, которые нужно найти в задаче. Во многих случаях целесообразно ввести неизвестную величину вспомогательного характера, и выразить через нее другие неизвестные;

– выразить неизвестные величины, которые требуется найти в задаче, через величины вспомогательного характера и через заданные в условии задачи величины;

– составить и решить уравнение или их систему;

– определить, какие из корней являются посторонними корнями, а какие – искомыми величинами, и записать ответ [18, с. 26-27].

В пособии В. А. Далингера представлены обозначенные В. М. Брадисом требования к решению текстовой задачи, при соблюдении которых ее решение можно считать полноценным [18, с. 27] (рисунок 3).

В. А. Далингер рекомендует в процессе решения текстовых задач на концентрацию, проценты, сплавы и смеси имеет смысл применять таблицы [18, с. 36].

С. С. Ахтамова считает целесообразным при обучении решению практико-ориентированным задачам последовательно формировать у учащихся определенные умственные действия, используя при этом дифференцированный и индивидуальный подходы [4, с. 127].

А. Д. Герасимовой предлагается в процессе обучения решению практико-ориентированных задач составлять ориентировочную основу решения, «на базе которой учащиеся смогли бы самостоятельно определять исполнительную часть, соответствующую данным конкретным условиям»; при этом «обучаемым следует предлагать не только решить практико-ориентированную задачу, но и воспроизвести устно ориентировочную основу действий. Таким образом происходит уяснение процесса решения задачи на самом высоком – речевом – уровне» [14, с. 42].

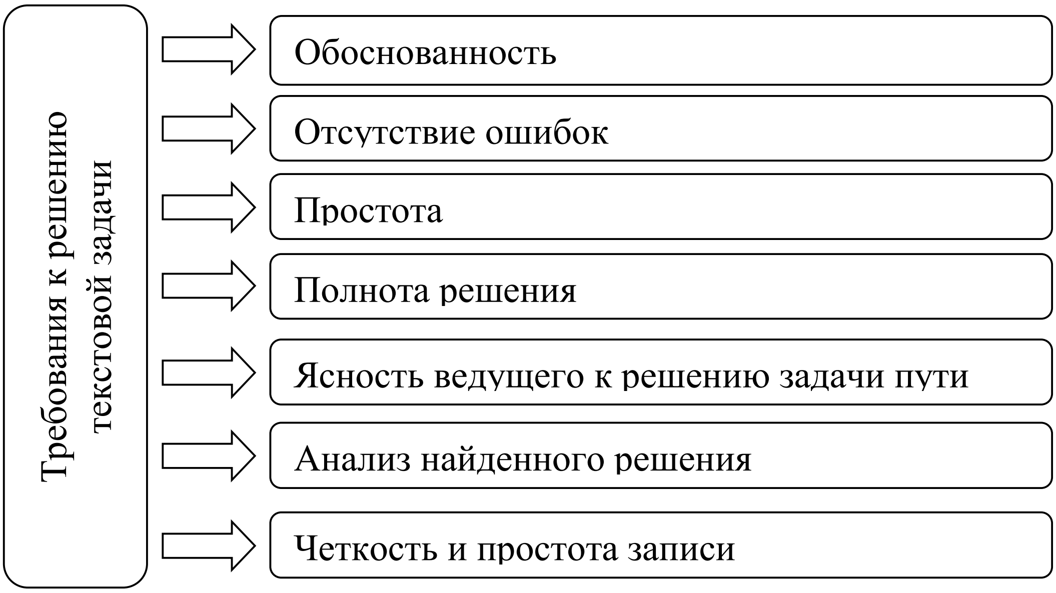


Рисунок 3 – Требования к решению текстовой задачи, выделенные В. М. Брадисом

В процессе решения практико-ориентированных задач школьники усваивают новую информацию, оперируют знаниями и предметами, смотрят, слушают, учитель объясняет и показывает учащимся метод решения практико-ориентированной задачи. При этом важны такие умения и действия учителя, как:

– интонационное выделение логически важных моментов изложения;

– резюмирование каждой завершенной части объяснения;

– приведение конкретных примеров и формулирование обобщенных выводов;

– показ метода решения с последующим объяснением и ответом на вопросы;

– дополнение выводов показом графических схем и объектов;

– представление школьникам в процессе объяснения готового плана решения;

– переформулировка текста условия практико-ориентированной задачи, выводов и вопроса практико-ориентированной задачи для того, чтобы не осталось никаких неясностей;

– помощь школьникам в работе с учебником, по составлению схем, таблиц и т.д.;

– использование графических знаков для выделения учебного материала [5, с. 13-14].

В таблице 3 представлены указания для школьников по решению сюжетно-текстовых задач алгебраическим методом, описанные В. А. Далингером [18, с. 34-36].

Таблица 3 – Указания по решению практико-ориентированных задач алгебраическим методом

Этапы решения	Правильные действия по решению сюжетно-текстовых задач
Изучение условия практико-ориентированной задачи	1. Вдумчиво прочтите условие задачи и добейтесь понимания того, о чем эта задача.
	2. Определите, о каких процессах говорится в задаче.
	3. Выясните, какие величины используются для описания процессов в задаче.
	4. Разберитесь в том, что в задаче нужно найти, а что известно.
	5. Кратко запишите условия задачи в виде таблицы, в графической или схематической форме.
Составление уравнений	1. Подумайте, решали ли вы раньше похожие задачи.
	2) Определите, имеется ли возможность преобразовать решаемую задачу к такому виду, в котором вы уже ранее решали задачи.
	3. Примите решение относительно того, какую именно искомую величину необходимо принять за независимую переменную. Обычно в качестве независимых переменных используют наименьшую из искомых величин.
	4. Выразите другие искомые величины через независимую переменную.
	5. Проверьте в составляемых уравнениях правильность размерности.

Продолжение таблицы 3

Этапы решения	Правильные действия по решению сюжетно-текстовых задач
	6. Выясните, какие зависимости присутствуют в уравнениях между различными величинами (суммирование, кратность, разность).
	7. Окончательно составьте уравнения.
Контроль решения практико-ориентированной задачи	1. Проверьте найденный корень уравнения по смыслу условия задачи.
	2. Убедитесь, что при решении уравнений были использованы все данные, которые содержатся в задаче.
	3. Проверьте размерность величин, которые получены при решении.
	4. Выделите основную идею решения задачи.
	5. Определите степень рациональности использованного метода решения.
	6. Найдите другие возможные методы решения.
	7. Выберите наиболее оптимальный метод решения.

А. А. Темербекова отмечает, что при обучении решению задач требуется осуществлять их индивидуальный подбор с учетом личных особенностей каждого школьника.

Задачи необходимо систематизировать и подбирать таким образом, чтобы не только принимались в расчет способности и возможности каждого учащегося, но и обеспечивалось дальнейшее развитие его способностей. Это значит, что учитель должен выяснить способности, возможности изучения математики и подготовку каждого школьника, и учитывать это при решении задач по математике.

Упражнения и задачи, которые задаются на дом, должны соответствовать заданиям, проработанным на уроке. Цель домашнего задания – это не только повторение изученного материала, но и дальнейшее углубление и улучшение математических умений, знаний и навыков [56, с. 126].

По мнению автора, эффективность использования упражнений и задач по математике сильно зависит от того, насколько творчески их решают школьники. Задачи на уроках математики в первую очередь должны пробуждать мысль учащихся, требовать ее активности, совершенствования, развития. Когда речь идет об активизации мышления школьников, необходимо иметь в виду, что в процессе решения задач по математике ученики не только выполняют преобразования и построения, усваивают теоретический материал, но и приобретают умения рассуждать, мыслить четко и ясно, противопоставлять и сопоставлять факты, определять, чем они отличаются и что в них общее, делать верные выводы [56, с. 128].

А. А. Темербекова пишет, что творческая деятельность школьников в процессе решения задач определяет эффективность развития их мышления. Больше пользы приносит решение одной задачи несколькими способами, чем решение нескольких однотипных задач. Умение школьника рассуждать, делать верные умозаключения, мыслить вырабатывается и проявляется в процессе изучения ими различных вариантов решения одной и той же задачи. Ученики должны научиться выбрать из нескольких возможных решений более рациональное и простое. Для того, чтобы решить задачу несколькими разными способами, они должны применить полученные знания. Нахождение нескольких способов решения одной и той же задачи воспитывает у учащихся гибкость мышления [56, с. 128].

Таким образом, в данном параграфе нами рассмотрены особенности методики обучения школьников решению практико-ориентированных математических задач, которые учитель должен учитывать в своей работе.

1.4 Различные подходы к подготовке старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе с помощью практико-ориентированных задач по математике

В научно-методической литературе представлены различные подходы к подготовке учащихся старших классов школы к выбору направления, по которому они будут поступать в высшие учебные заведения, с помощью практико-ориентированных задач. Рассмотрим их подробнее.

В своем исследовании Л. Н. Кондратенко [31] отмечает, что при отборе практико-ориентированных задач элективных курсов, предназначенных для подготовки учащихся старших классов школы к выбору профиля в вузе необходимо придерживаться таких принципов, как унификация, информативность, дифференциация и интегративность.

Принцип унификации предусматривает проектирование элективных курсов, содержащих практико-ориентированные математические задачи, на основе единообразной структурно-содержательной базы, принимая в расчет имеющиеся в данном населенном пункте, где находится школа, особенности: наличие вакансий, промышленных предприятий, образовательных организаций, пожелания старшеклассников и их родителей, профильность школы.

Принцип информативности означает, что старшеклассникам следует предоставлять информацию об уровне математических знаний, который им необходим для последующего поступления в высшее учебное заведение по выбранной специальности.

Принцип дифференциации означает, что нужно проектировать элективные курсы, содержащие практико-ориентированные задачи, с учетом нескольких различных уровней сложности данных задач.

Принцип интегративности подразумевает использование математики в практической деятельности и при изучении смежных дисциплин.

Для организации учебной деятельности школьников содержание математических задач отбирается из пяти сфер деятельности людей: «Человек – Человек», «Человек – Знаковая система», «Человек – Техника», «Человек – Природа», «Человек – Художественный образ»» [31, с. 11]. Одно из средств обучения, которое предлагается автором, называется «проба сил». В таблице 4 представлен пример пробы сил разных уровней сложности по теме «Оптимизация в работе горного инженера». Эта проба сил содержит в себе три составляющих: ситуационную, функциональную и технологическую [31, с. 11, 13-15].

Таблица 4 – Проба сил по теме «Оптимизация в работе горного инженера»

Составляющие		
Ситуационная	Функциональная	Технологическая
Первый уровень		
Задача 1.1. Подберите на географической карте точку размещения склада каменного угля для участков добычи угля «Ельнинский» и «Соколовский» шахты «Северная» с обеспечением минимизации расходов на его перевозку.	Задача 1.2. Два штрека должны быть пробиты на одинаковой высоте на одной стене шахты. Третий штрек должен соединить концы первых двух штреков. Определить расстояние между входами первых двух штреков, которое является оптимальным.	Задача 1.3. Найдите для гезенка такой угол наклона, чтобы минимально возможное время отнимала транспортировка угля методом самоспуска.
Условия решения задачи Задачу следует решать самостоятельно. С разрешения учителя допускается решать задачу вдвоем или нескольким учащимся вместе. Необходимо использовать справочник по профессиональной терминологии, географическую карту и полученную на экскурсии информацию	Условия решения задачи Задача должна быть решена самостоятельно. Если учитель даст разрешение, задача может быть решена в паре или в группе. Необходимо использовать справочник по профессиональной терминологии. Если требуется, то можно обращаться к учителю с вопросами.	Условия решения задачи Задача должна быть решена самостоятельно. Если учитель даст разрешение, задача может быть решена в паре или в группе. Необходимо использовать справочник по профессиональной терминологии. Если требуется, то можно обращаться к учителю с вопросами.
Можно считать задачу решенной, если создана и проанализирована математическая модель, выполнен чертеж, и предложены места возможного расположения склада угля с обеспечением минимизации расходов на его перевозку.	Задача является решенной, если разработана математическая модель, выполнен чертеж, найдено оптимальное расстояние между входами в два первых штрека.	Задача является решенной, если разработана математическая модель, выполнен чертеж, даны ответы на вопросы задачи.
Второй уровень		
Задача 2.1. Необходимо создать такой проект склада открытого типа для хранения конструкций, предназначенных для укрепления шахты, при использовании которого требовался бы только один рельсовый подъемный кран.	Задача 2.2. При соблюдении каких условий одна груженая вагонетка, перемещаясь по бремсбергу, транспортирует не менее *n* порожних?	Задача 2.3. Расчетным путем определите, какова пропускная способность рештака, когда по нему из гезенка транспортируют уголь.

Продолжение таблицы 4

Составляющие		
Ситуационная	Функциональная	Технологическая
Условия решения задачи Задачу следует решать самостоятельно. С разрешения учителя допускается решение задачи в группе или в паре. Требуется пользоваться справочником по терминам, используемым в горном деле. В случае необходимости можно задавать вопросы учителю.	Условия решения задачи Задачу следует решать самостоятельно. С разрешения учителя допускается решение задачи в группе или в паре. Требуется пользоваться справочником по терминам, используемым в горном деле. В случае необходимости можно задавать вопросы учителю.	Условия решения задачи Задачу следует решать самостоятельно. С разрешения учителя допускается решение задачи в группе или в паре. Следует пользоваться справочником по профессиональной терминологии. Если требуется, допускается обращаться к учителю с вопросами.
Задача является решенной, если разработана и изучена математическая модель, выполнен чертеж, и обоснованы и предложены варианты проекта склада.	Задача является решенной, если разработана и изучена математическая модель, выполнен чертеж, верно трактуются термины, используемые в горном деле, и дан правильный ответ на вопрос задачи.	Задача является решенной, если разработана и изучена математическая модель, выполнен чертеж, верно трактуются термины, используемые в горном деле, и правильно определена пропускная способность рештака.
Третий уровень		
Задача 3.1. В данной задаче представлена информация о том, какими способами может выполняться перевозка угля из разреза на склад. Оцените предложенные варианты транспортировки и сделайте вывод о возможности их использования на разрезе «Южный». Какой оптимальный вариант прокладки автомобильной дороги Вы можете предложить?	Задача 3.2. На разрезе «Ангарский» уголь добывают тремя экскаваторами разной грузоподъемности. Объем ковша второго экскаватора в полтора раза больше, чем первого и третьего. Используя предложенные Вам информационные материалы, разработайте такой график работы экскаваторов, при котором максимально возможное количество угля будет отгружаться в течение рабочего дня (8 часов).	Задача 3.3. Определите расстояние от того места, где расположен угольный пласт, до водяного насоса, для того, чтобы машинист насосной установки находился в безопасности, а гидродобыча угля выполнялась максимально эффективно.
Условия решения задачи Задачу следует решать самостоятельно. С разрешения учителя допускается решение задачи в группе или в паре. Требуется пользоваться справочником по терминам, используемым в горном деле, и полученной во время экскурсии	Условия решения задачи Задачу следует решать самостоятельно. С разрешения учителя допускается решение задачи в группе или в паре. Требуется пользоваться справочником по терминам, используемым в горном деле. В случае необходимости можно	Условия решения задачи Задачу следует решать самостоятельно. С разрешения учителя допускается решение задачи в группе или в паре. Требуется пользоваться справочником по терминам, используемым в горном деле. В случае необходимости можно

Продолжение таблицы 4

Составляющие		
Ситуационная	Функциональная	Технологическая
информацией.	задавать вопросы учителю.	задавать вопросы учителю.
Задача является решенной, если разработана и изучена математическая модель, выполнен чертеж, и обоснованы и предложены варианты прокладки автомобильной дороги.	Задача является решенной, если разработана и изучена математическая модель, выполнен чертеж, верно трактуются термины, используемые в горном деле, и правильно составлен график работы экскаваторов.	Задача является решенной, если разработана и изучена математическая модель, выполнен чертеж, верно трактуются термины, используемые в горном деле, и правильно определено оптимальное расстояние от водяного насоса до угольного пласта.

По мнению Л. Н. Кондратенко [31, с. 15-17], использование такого обучающего средства дает возможность школьникам старших классов развиваться самостоятельно по спирали, которая включает в себя три витка. Каждый из упомянутых витков представляет собой определенную ступень саморазвития школьников.

Первый виток – это такой уровень саморазвития учащихся, когда они проявляют интерес к некоторой профессии и начинают изучать связанные с этой сферой профессиональной деятельности главы математики. На этом уровне у учащихся увеличивается мотивация к учебе, они узнают некоторые профессиональные термины и учатся решать профессионально-ориентированные задачи.

Виток номер два спирали саморазвития соответствует такому состоянию учащихся, когда проба сил, то есть решение практико-ориентированных математических задач, дает школьникам старших классов возможность построить реальную картину, которая показывает, насколько они готовы решать проблемы в будущей профессиональной сфере математическими методами.

Третий виток спирали саморазвития соответствует такому состоянию учащихся, когда происходит внешняя оценка и самооценка как уровня математической компетенции, так и интереса к определенной профессиональной сфере, а также соотнесение своих представлений о будущей профессии и реального положения дел путем осмысления материала, который был изучен. На этом этапе уже возможно осознанное принятие решения о выборе учебного заведения для поступления и будущей профессии.

В процессе решения практико-ориентированных задач школьники учатся использовать математические знания для решения практических проблем. Любая задача, направленная на практическую деятельность, дает возможность получить целый ряд преимуществ. Сначала старшеклассники изучают условия задачи и находят взаимосвязи между указанными в них величинами. Во вторую очередь создается математическая модель, в основном, в форме неравенства, уравнения, их системы, или в виде формулы. После этого изучается созданная математическая модель, задача решается, и записывается ответ на вопрос задачи. После того, как задача решена, школьники находят другие способы, которыми еще можно решить данную задачу [31, с. 17].

Л. Н. Кондратенко пишет, что в процессе групповой работы школьники решают практико-ориентированные задачи, для решения которых требуется составление одинаковых математических моделей, но которые содержат различные сюжеты Примеры используемых задач [31, с. 17]:

– добытый в шахте уголь вывозится железнодорожным и автомобильным и транспортом. С учетом минимизации расходов на перевозку определите место расположения склада угля;

– шахтеров с пересадками доставляют к месту работы. Из города их автобусами подвозят к административному зданию, где они проходят регистрацию, получают самоспасатели и переодеваются в рабочую одежду. Затем шахтеров доставляют непосредственно до места работы вахтовыми автобусами. С учетом минимальных затрат времени на доставку шахтеров до места работы предложите место расположения административного здания шахты;

– необходимо пробить штрек, который должен соединить два участка добычи угля с учетом минимальных затрат сил и средств.

Автор отмечает, что так как подобные задачи содержат специальную терминологию, то учителю необходимо позаботиться о том, чтобы у школьников были необходимые справочные материалы. По результатам решения задач проводится обсуждение, в процессе которого рассматривается общая для различных задач математическая модель их решения.

В учебном процессе важную роль играет решение таких задач, которые называются ситуационными и состоят из трех частей: коммуникационной, познавательной и информационной. В процессе решения таких задач необходимо выявить информацию, которая содержится в условии задачи, как в косвенном, так и в явном виде. Основная часть ситуационной задачи – это информационная часть, которая определяет профессиональную направленность задачи. В процессе решения ситуационной задачи разрабатывается математическая модель ситуации, описанной в условии. При этом школьники должны проанализировать информацию, содержащуюся в задаче, выбрать из различных вариантов решений самый рациональный вариант, и дать обоснованный ответ на вопрос задачи. Решение ситуационных задач выполняется в три этапа. Сначала старшеклассники самостоятельно изучают условие задачи, определяют проблему, которую требуется решить, и делают вывод о том, какую дополнительную информацию нужно собрать для решения этой проблемы. Затем в группах из 3-5 человек происходит обсуждение полученных соображений и выводов, совместно разрабатывается решение и формулируется ответ на вопрос задачи. После этого в классе обсуждаются все варианты решений, полученные в группах. При этом даются оценки различным вариантам решения и точкам зрения. При проведении общего обсуждения школьники должны оценить варианты, предложенные другими, и обосновать свою точку зрения. В конце обсуждения подводятся итоги и окончательно формулируются оптимальные варианты решения задачи [31, с. 18].

Л. Н. Кондратенко выделены следующие особенности работы с практико-ориентированными задачами:

– условие задачи содержит информацию из какой-либо сферы профессиональной деятельности;

– особое внимание необходимо обратить на правильное прочтение и понимание условия задачи;

– существует большое количество задач с различным сюжетом, но которые решаются одинаковым способом;

– требуется определить математическую модель, которая является общей для решения нескольких задач;

– использование задач, в которых условия заданы в графическом, табличном и другом виде, а не только в текстовом виде [31, с. 18].

Итак, в исследовании Л. Н. Кондратенко предлагается использовать для подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе математические ориентационные элективные курсы, которые основаны на компетентностно-контекстном подходе к математическому образованию. При этом предусматривается два вида учебной деятельности: квазипрофессиональная и академическая. Контекстный подход включает квазипрофессиональную и учебную деятельность. В ориентационных элективных курсах используются экскурсии в различные организации, имитационные игры, а также исследовательский и проектный методы обучения. Применяются такие обучающие средства, как познавательные учебные ситуации, ситуационные задачи, проба сил, профессиональный контекст

В своем исследовании О. С. Титова [58] для подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе применяет элективные курсы, содержащие системы математических практико-ориентированных задач.

Задачи, которые использует автор, имеют следующие особенности: задачи сформулированы в графическо-образной, знаковой или вербальной форме, и представляют собой модель практической проблемной ситуации. В процессе изучения условия задачи школьник определяет, о каких процессах идет речь в задаче, определяет известные ему понятия и выявляет связи условия задачи с другими дисциплинами (астрономией, физикой, техникой и др.).

Затем разрабатывается математическая модель. При переходе к математической задаче от ситуации, описанной в условии задачи, осуществляется формализация условия, то есть перевод его на математический язык. Затем задача решается и записывается ответ. Для того, чтобы записать ответ, нужно его перевести с формального математического языка на обычный русский язык [58, с. 11, 14].

Процесс решения практико-ориентированных задач, по мнению О. С. Титовой, включает в себя этапы, представленные на рисунке 4.

Изучение содержания условия задачи. То, насколько успешно будет решена задача, зависит от того, насколько правильно и четко изложена информация в ее условии.

⇓

Разработка математической модели. Составление неравенств, уравнений, функций, систем неравенств и уравнений.

⇓

Решение задачи. Если школьник еще не умеет решать такие задачи, то выполняется поиск необходимого алгоритма. Известные задачи решаются по существующему алгоритму.

⇓

Запись полученного ответа. Полученный ответ переводится с математического языка на обычный русский язык.

Рисунок 4 – Этапы решения практико-ориентированных задач

Автором описана методика обучения математике старшеклассников в ходе профильной подготовки с учетом определенных особенностей:

– наличие комплекса практико-ориентированных задач, решение которых требует использования математических знаний в технике, физике, реальной жизни и других сферах деятельности;

– ситуации, описанные в условиях задачи, напрямую связаны с будущей профессиональной деятельностью старшеклассников;

– обучение математике осуществляется с помощью дистанционного курса.

Итак, в исследовании О. С. Титовой предполагается осуществление подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе путем использования возможностей дистанционного обучения в рамках элективных курсов. Для успешного использования возможностей дистанционного обучения в старших классах школы необходимо соблюдение ряда условий. Средства дистанционного обучения должны быть простыми в использовании, иметь возможность легко воспроизводиться, уровень сложности содержащегося в них материала должен в наибольшей степени быть согласован с особенностями мышления и знаний школьников. При использовании средств дистанционного обучения необходимо соблюдать принцип дифференциации. Дистанционное обучение на школьном уровне должно дополнять традиционную систему обучения. Базовый уровень обучения осуществляется традиционным способом в школе, а дистанционно осуществляется обучение в рамках элективных курсов. Содержание элективных курсов соответствует профильной направленности класса [58, с. 11-12].

Н. В. Вахрушева в своей исследовании [9] предлагает осуществлять подготовку старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе путем использования вводного курса финансовых вычислений; автор использовала в нем практико-ориентированные задачи трех уровней сложности: А, В и С, в порядке возрастания сложности [9, с. 13-14].

Кроме того, применяются промежуточные уровни В-С и А-В, использование которых необходимо для того, чтобы удовлетворить потребности математического образования определенной части школьников.

Обучение школьников математике в этом вводном курсе основано на решении задач, отражающих изучаемые темы курса математики. При этом используются задачи, которые различаются уровнем сложности. Направленность содержания задач должна быть информационно-технологической, ориентированной индивидуально и востребованной на практике. Соблюдение правила связующей направленности в содержании задач подразумевает интеграцию и учет как математических знаний, так и знаний из других школьных дисциплин при отсутствии их дублирования. Это дает возможность изучать новый материал только путем решения соответствующих задач.

Востребованность содержания задач данного вводного курса в практической деятельности означает, что задачи должны быть направлены на формирование и развитие конкретных, необходимых школьникам в каких-либо обстоятельствах практических умений. Ориентированность содержания задач на конкретных учеников подразумевает самостоятельное развитие школьников в процессе учебной деятельности. Вместо пассивного решения задачи с готовым условием школьники должны активно преобразовывать условия задачи, исходя из своих интересов и возможностей. Информационно-технологическая направленность задач означает решение таких задач, где требуется выполнять вычисления на компьютере.

В исследовании Н. В. Вахрушевой в основу подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе положен личностно-деятельностный подход к обучению. Старшеклассники должны проявлять активную жизненную позицию, а учитель должен ее направлять для разностороннего личностного развития каждого школьника, исходя из их статусных и индивидуальных особенностей. Развитие личности старшеклассников формирует их жизненную позицию, дает им возможность приобрести умения жизненного и нравственного самоопределения, самосовершенствования, саморегуляции и самопознания. Без самостоятельного осуществления учебной деятельности школьники не смогут полностью усвоить новые знания [9, с. 12-13].

В своем исследовании [47] Н. К. Нателаури предлагает осуществлять подготовку старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе с помощью факультативных курсов с задачами с экономическим содержанием; автор рекомендует решать практико-ориентированные задачи в соответствии с данными последовательными действиями: постановка и изучение проблемы, разработка математической модели, изучение математической модели, поиск алгоритма решения задачи, выполнение вычислений и анализ полученного решения. Для повышения степени заинтересованности школьников предлагается решать на уроках задачи, не требующие долгих вычислений, имеющие оригинальное решение, проектировать условия задач на базе различных интересных исторических фактов [47, с. 10, 12].

Н. К. Нателаури обосновывает не только возможность, но и необходимость увеличения степени практической направленности математического образования старшеклассников путем решения экономических практико-ориентированных задач. Для решения задач с экономическим содержанием предлагается применять метод вычислительного эксперимента с использованием компьютера и программы Microsoft Excel. Так осуществляется подготовка старшеклассников к поступлению в вузы на экономические специальности [47, с. 10].

В своей своем исследовании В. С. Абатурова [1] для подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе предлагает применять систему практико-ориентированных задач мотивационных задач, решение которых подразумевает разработку математических моделей производственных и экономических процессов, имеющих место в реальной жизни. Автор предлагает готовить старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе «путем формирования у них познавательной самостоятельности. Формирование у школьников познавательной самостоятельности предлагается осуществлять по следующей схеме: самостоятельная учебная деятельность школьников – самостоятельная познавательная активность – исследовательская (творческая) самостоятельность» [1, с. 11-12]. В процессе учебы решение практико-ориентированных задач используется в качестве контрольно-оценочного средства, средства развития и формирования учебных умений, средства развития экономического мышления старшеклассников, конкретизирующего и иллюстративного средства, средства учебной мотивации.

В качестве примера автора рассмотрим практико-ориентированную задачу и последовательность разработки ее математической модели:

- условие задачи: «Фермер разводит на продажу кроликов породы Белый косой и Серый пушистый. При этом количество животных породы Серый пушистый не менее чем в три раза меньше, чем количество животных породы Белый косой. Покупают кроликов породы Белый косой у фермера не больше, чем 20 животных в одни руки, а кроликов породы Серый пушистый покупают в одни руки от 25 до 50 кроликов. Как правило, фермер перевозит кроликов в клетке, в которую помещаются максимум 60 животных. Определить, сколько животных каждой из пород фермер должен взять на продажу, чтобы можно было получить за один раз наибольшую прибыль, если от продажи одного животного породы Белый косой фермер получает прибыль 45 рублей, а от продажи одного животного породы Серый пушистый прибыль равна 30 рублям»;
- разработка математической модели. Требуется путем решения задачи линейной оптимизации определить величину целых чисел x и y:

$$45x + 30y \rightarrow max,$$

$$\begin{cases} x + y \leq 60, \\ 25 \leq y \leq 50, \\ 0 \leq x \leq 20, \\ y \geq 3x; \end{cases}$$

- решение задачи. Задачу можно решить различными способами: с использованием табличного процессора на компьютере, графическим способом, способом подбора и др.;
- перевод информации, полученной в процессе решения задачи, с математического языка на обычный русский язык, и запись ответа на вопрос

задачи. Для того, чтобы получить наибольшую прибыль от продажи кроликов, фермеру нужно взять на продажу 15 животных породы Белый косой и 45 животных породы Серый пушистый;

– проверка правильности решения задачи;

– подготовка изменений условий и системы вопросов по данной задаче для получения в результате новой практико-ориентированной задачи [1, с. 14-15].

В. С. Абатурова утверждает, что практико-ориентированные задачи должны быть составлены таким образом, чтобы их можно было решить различными методами: с применением компьютера, графически или аналитически; для обеспечения развития познавательной и творческой самостоятельности старшеклассников может использоваться решение практико-ориентированных задач, создание образовательной среды, богатой полезной информацией, использование на уроках элементов наглядности.

В своей исследовании О. А. Клименкова [27] для подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе осуществлять в рамках реализации межпредметных связей. Предлагается применять следующие требования к отбору материала для практико-ориентированных задач:

– преемственность содержания. Если в содержании задачи существует преемственность, то это дает возможность расширить и углубить курс математики и сопутствующих дисциплин, а также систематизировать и обобщить знания школьников;

– целостность содержания. Это означает внутреннее единство содержания, его сосредоточенность на небольшом количестве основных законов и понятий. Осуществление этого требования позволяет оптимально распределить усилия учащихся и за счет этого добиться максимально возможного результата;

– соответствие содержания курса математики и смежных дисциплин. Во всех школьных дисциплинах одинаковые законы и понятия должны иметь одинаковые формулировки. Это обязательное требование, несоблюдение которого повлечет трудности в обучении;

– практико-ориентированные задачи по своему содержанию должны соответствовать прикладному назначению материала, изучаемого в основном курсе математики. Это дает старшеклассникам возможность узнать о возможных направлениях практического приложения математических знаний. Практическое использование полученных на уроках математики знаний поможет учащимся легче адаптироваться в реальной жизни [27, с. 9-10].

О. А. Клименкова обосновывает осуществление подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе путем использования межпредметного факультативного курса, который, в частности, включает в себя элементы математики и экономики, и предназначен для старшеклассников, которые планируют в дальнейшем поступление в вузы на экономические специальности. Изучение этого курса позволяет им систематизировать, углубить и обобщить их математические и экономические знания на основе углубленного изучения вопроса применения производной в математике и экономике.

Таким образом, в данном параграфе рассмотрены различные подходы к подготовке старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе с помощью практико-ориентированных задач путем использования: определенных элективных, вводных или факультативных курсов; метода математического моделирования; реализации межпредметных связей; на основе различных подходов, например, деятельностного и личностно-ориентированного.

Выводы по первой главе:

– нормативно-правовые документы в сфере образования определяют цели и задачи предпрофильного и профильного обучения математике в старших классах общеобразовательной школы, которые учитель должен достигать и решать в ходе образовательного процесса. На старшей ступени школьного образования для социализации учащихся на основе индивидуализации обучения с учетом потребностей рынка труда используется профильное обучение. В соответствии с нормативными документами, в старших классах школы предусмотрены технологический, естественнонаучный, социально-экономический, гуманитарный и универсальный учебные профили;

– существуют различные определения понятия практико-ориентированной задачи. На основе определения Ю. М. Колягина под практико-ориентированной задачей мы будем понимать: систему, состоящую из следующих элементов: условие, которое содержит модель какого-либо объекта деятельности; вопрос, который ставится в задаче; решение задачи, то есть получение ответа на вопрос, поставленный в задаче путем преобразования ее условия; обоснование решения задачи. Вместе с этим, практико-ориентированными задачами являются такие задачи, в фабулах которых содержатся ситуации, взятые из различных областей профессиональной деятельности будущего специалиста. Это позволяет уже на этапе общеобразовательной подготовки обозначить и показать школьнику область его будущей профессиональной деятельности и возможность решения многих производственных задач с помощью математики.

– существует большое количество видов практико-ориентированных задач. Учитель имеет возможность выбрать такие задачи, которые лучше всего подходят для достижения конкретных учебных целей. В действующих учебниках и учебных пособиях в общеобразовательной школе мало практико-ориентированных задач. Поэтому учитель должен проявлять профессиональную компетентность и творческий подход, ему требуется самому разработать или подобрать необходимые виды данных задач;

– для развития мышления школьников больше пользы приносит решение одной задачи несколькими разными способами, а не решение подряд нескольких одинаковых задач. Важным условием быстрого и правильного решения практико-ориентированной задачи – это анализ и понимание текста задачи. Учитель должен научить школьников правильно анализировать текст задачи. При решении задач следует соблюдать этапность. Учителю следует научить школьников способам, методам, приемам и подходам, которые являются общими при решении всех видов задач;

– в опубликованных научных исследованиях предлагается готовить старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе с помощью практико-ориентированных задач путем использования: определенных элективных, вводных или факультативных курсов; метода математического моделирования; реализации межпредметных связей; на основе различных подходов, например, деятельностного и личностно-ориентированного; развития у учащихся самостоятельности в познавательной деятельности; использования вычислительного эксперимента с использованием программы Microsoft Excel и компьютера; использования возможностей дистанционного обучения.

Глава 2 Проектирование системы практико-ориентированных задач по математике при подготовке старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе

2.1 Принципы проектирования практико-ориентированных задач по математике для обучающихся старших классов общеобразовательной школы

Для обучения старшеклассников решению практико-ориентированных задач по математике, направленных на их подготовку к выбору профиля обучения в вузе, учителю необходимо составить систему соответствующих упражнений, которая должна удовлетворять определенным требованиям или принципам их проектирования. Напомним, что принципы – это исходные положения в науке вообще и в конкретной теории в частности, это важнейшие требования, которые к чему-либо предъявляются. Педагогические принципы – это важнейшие идеи, использование которых позволяет решать научные задачи в педагогике [20, с. 221].

Вместе с этим, по мнению Л. А. Мамыкинй, задачами современного школьного профильного образования являются создание условий для «развития у учащихся критического мышления, создание условий для индивидуального самовыражения школьников, формирование и развитие умения приобретать знания и учиться самостоятельно, умения эффективно решать проблемы учебных и жизненных ситуаций, умение прогнозировать свое профессиональное будущее» [38, с. 287]. При этом определяющее значение для разностороннего развития личности учащихся, для педагогического процесса имеет содержание профильного образования. Следовательно, важнейшими для проектирования содержания учебных материалов являются решения относительно путей приобретения математических знаний старшеклассниками, а также с отбором профильных и базовых математических знаний.

Раскроем авторские подходы к принципам проектирования практико-ориентированных задач по математике для обучающихся старших классов общеобразовательной школы.

В. А. Гусев считает, что при изучении школьниками математики следует обеспечить их разностороннюю учебную деятельность. Автор предлагает разделить учебную деятельность школьников на две части: межпредметная учебная деятельность (деятельность, имеющая отношение к окружающему миру, науке, технике, практической работе) и внутриматематическая учебная деятельность. Разносторонняя учебная деятельность школьников в процессе обучения математике должна быть сосредоточена на систематизации их мыслительной деятельности, без которой невозможна активная жизнь человека. Под разносторонностью учебной деятельности понимается продуманная система математической учебной деятельности школьников, которая обеспечивает развитие интеллекта, мышления школьников [17, с. 22-23].

В. А. Далингер высказывает мнение о том, что в процессе обучения будущих инженеров математике необходимо обеспечить у школьников эффективное формирование математических умений и знаний, ориентированных на их будущую профессию. Достижение этой цели позволит добиться реализации при изучении математики творческого потенциала личности; создания математических моделей реально существующих процессов; усвоения учащимися математических понятий в совокупности с их практическим приложением; математической основы, достаточной для последующего изучения дисциплин по специальности. Будущий инженер должен быть подготовлен к использованию математики для решения любых проблем, которые могут возникнуть в практической работе. Практико-ориентированные задачи должны реализовывать функцию межпредметных связей, а также обеспечивать практико-ориентированную направленность математики [19, с. 112-113].

Точки зрения В. А. Далингера [19, с. 113], Л. В. Павловой [48, с. 13] сходятся в том, что практико-ориентированные задачи должны обладать следующими особенностями, отличающими их от других математических задач:

– условия задачи должны содержать явное или неявное указание о том, в какой области будет применяться результат решения;

– данные и информация в условиях задачи могут содержаться в форме графика, диаграммы, схемы, таблицы, рисунка и в другой форме, поэтому учащимся будет нужно использовать распознавание этих объектов;

– фабула задачи должна быть представлена в виде проблемы, ситуации или сюжета, а для решения задачи должны применяться знания из различных разделов математика, а также из жизни или из других дисциплин, на что нет прямых указаний в условиях задачи;

– для обеспечения познавательной мотивации школьников результат, получаемый при решении задачи, должен обладать социальной, профессиональной, познавательной или общекультурной значимостью.

Г. А. Пожарова считает важным показывать школьникам тесную взаимосвязь математики с реальной деятельностью людей разных профессий путем решения практико-ориентированных задачи, фабулы которых содержат проблемные ситуации, возникающие в процессе той или иной практической профессиональной деятельности [51, с. 63].

Н. А. Терешин утверждает, что практико-ориентированные задачи, используемые в школе, должны давать возможность больше внимания уделять работе над такими этапами математического моделирования, как формализация, то есть «перевод предложенной задачи с естественного языка на язык математических терминов, или построение математической модели задачи, и интерпретация, то есть перевод полученного результата (математического решения) на язык, на котором была сформулирована исходная задача» [57, с. 6]. Математика способна описывать процессы и явления реального мира глубже, полнее и точнее, чем этого можно достичь одними лишь средствами эксперимента и непосредственного наблюдения, а также качественной оценки результатов эксперимента и непосредственного наблюдения. В рамках возможностей курса школьной математики показать, как математика используется для понимания процессов и явлений, изучаемых науками об обществе и природе, раскрыть критерии истинности математических теорий, законы и причины развития математической науки, сформировать у учащихся диалектико-материалистические представления о предмете математики.

И. М. Шапиро предъявляет следующие требования к практико-ориентированным задачам:

– воспитывающее влияние задачи на учащихся и ее познавательная ценность;

– доступность ученикам нематематического материала, используемого в задаче;

– реальность полученного решения, постановки вопроса, числовых значений данных и ситуации, описываемой в условии задачи [63, с. 5].

Автор указывает на то, что практико-ориентированные задачи должны обеспечивать достижение таких целей, как:

– развитие творческого мышления школьников;

– обучение учащихся способам осуществления простых практических вычислений и учета продуктов своей деятельности;

– развитие навыков самостоятельной работы у школьников;

– развитие у учеников умения практического использования математических знаний [63, с. 77-78].

Кроме того, И. М. Шапиро говорит о том, что содержание практико-ориентированных задач должно способствовать усилению практико-ориентированной подготовки учеников и содействовать выработке у школьников умения решать простые практические задачи, навыков пользования таблицами, выполнения измерений и вычислений. Кроме того, содержание практико-ориентированных задач должно оказывать на учащихся воспитательный эффект: давать возможность количественно оценить результаты труда взрослых, осмыслить результаты труда товарищей и собственного труда, активизировать мышление учащихся. Математические знания, которые они приобретают, должны восприниматься школьниками как то, без чего ни один труженик не может обойтись. Для старшеклассников формулировки задач должны отражать их будущую профессиональную деятельность, а также учитывать, кроме их математических знаний, еще и их знания основ профессиональной деятельности. В процессе решения задач школьники должны осваивать практическое использование математики и тем самым совершенствовать свою математическую подготовку. Кроме того, содержание практико-ориентированных задач должно способствовать профессиональной ориентации школьников за счет их лучшего знакомства с особенностями различных профессий [63, с. 78-79].

Практико-ориентированные задачи, с точки зрения И. М. Шапиро, должны вырабатывать у учащихся навыки непосредственного использования математических знаний в практической деятельности для повышения эффективности труда. Подбор содержания условий практико-ориентированных задач должен выполняться так, чтобы решение таких задач развивало у школьников навык использования математических знаний для: определения возможностей рационализации труда; оценки экономических результатов работы; понимания технологии процессов производства; правильной организации труда. Предпочтительным является применение комплексных практико-ориентированных задач, решение которых требует применения сведений по нескольким учебным дисциплинам (например, биологии, химии, физике, математике), а также по предметам производственного цикла [63, с. 79].

Автор считает целесообразным, в том числе, использование таких практико-ориентированных задач, для решения которых используется математический аппарат, не соответствующий уровню математической подготовки учащихся. Мотивируется это тем, что самостоятельное применение школьниками математических знаний непосредственно для решения практических проблем уже само по себе представляет для учащихся реальную трудность. Результатом усиления этой трудности может стать то, что решение таких задач окажется для школьников непосильным. Поэтому любое практическое использование имеющихся у школьников математических знаний в существенно новых условиях, даже если уровень применяемых знаний ниже того, которым старшеклассники реально обладают, содействует углублению математической подготовки школьников [63, с. 83].

В. А. Шершнева выделяет следующие критерии отбора содержания практико-ориентированных математических задач:

– критерий минимизации, требующий отбирать фабулу задач по их профессиональной значимости и информационной емкости;

– критерий доступности;

– критерий полноты;

– критерий соответствия фабулы задачи целям, с которым школьников обучают математике [64, с. 13-14].

В комплекс практико-ориентированных задач В. А. Шершнева предлагает включать только такие задачи, которые одновременно удовлетворяют критериям минимизации, доступности и соответствия содержания целям обучения. При этом весь комплекс практико-ориентированных задач должен соответствовать критерию полноты.

Вместе с этим, Л. А. Мамыкина полагает, что в классе технологического профиля одним из главных способов обучения математике должен быть деятельностный подход, так как «важнейшими составляющими любой деятельности являются сознание и мышление, которые формируются и изменяются под воздействием опыта. Следовательно, учение – это процесс, при котором знания приобретаются через опыт» [38, с. 287-288]. Это является важнейшей особенностью обучения математике школьников технологического профиля. В будущем любая инженерно-техническая деятельность нынешних старшеклассников будет в различной степени связана с исследованием, экспериментом, опытом.

В. С. Абатурова, кроме таких общедедактических принципов, как принцип сочетания индивидуальных и коллективных способов и форм учебной деятельности, связи обучения с жизнью, самостоятельности и активности, сознательности, научности, предлагает в качестве основы для отбора содержания практико-ориентированных задач следующие принципы обучения:

– «принцип практической направленности», который служит для формирования у учащихся универсальных учебных действий и конкретных практических умений, которые нужны для успешного изучения ими школьной математики;

– «принцип вариативности», который служит для формирования и развития у школьников, понимания того, что задачу можно решить по-разному, умения рассматривать различные варианты решения задачи и выбирать из них оптимальный, то есть вариативного мышления;

– «принцип модульности», который служит для такой организации процесса учебы, когда учебный материал представляется в виде отдельных модулей, объем и содержание которых можно изменять в зависимости от индивидуальной образовательной траектории школьников, уровневой и профильной дифференциации старшеклассников, в зависимости от дидактических целей;

– «принцип наглядно-модельного обучения», который служит для получения конкретного результата мыслительной деятельности учащихся за счет разработки моделей устойчивых связей и свойств изучаемого материала в процессе его восприятия учащимися;

– «принцип проблемности», который служит для вовлечения школьников в решение учебных проблем путем создания учителем проблемных ситуаций. В результате такой деятельности учителя школьники повышают свой уровень познавательной самостоятельности и интеллектуального развития путем самостоятельного открытия новых знаний [1, с. 13-14].

Отметим, что в педагогике проблемное обучение на сегодняшний день является самым перспективным и соответствующим психологическим, а также и социально-экономическим условиям жизни в нашей стране, который под проблемным обучением понимает особую организацию учебных занятий, при которой под руководством учителя создаются проблемные ситуации, а учащиеся самостоятельно и активно действуют для разрешения этих проблемных ситуаций. Автор указывает на то, что учащиеся при правильно организованном проблемном обучении должны принять проблемную ситуацию, осознать ее и активно действовать для ее разрешения в процессе деятельности совместно с учителем, овладевая в процессе такой деятельности общими принципами решения проблем и обобщенными знаниями. При этом учитель должен руководить и направлять деятельность школьников, предоставляя им самостоятельность в необходимых оптимальных пределах [39, с. 367]. Квалифицированный специалист прежде всего должен уметь решать новые и нестандартные задачи, то есть проблемы [10, с. 33].

Н. В. Вахрушева предлагает следующие принципы отбора содержания практико-ориентированных задач:

– «принцип информационно-технологической направленности», который предполагает такое содержание практико-ориентированных задач, когда для их решения целесообразно использовать компьютер и соответствующее программное обеспечение;

– «принцип индивидуально-ориентированной направленности», состоящий в том, что каждый школьник должен развиваться посредством собственной самостоятельной учебной деятельности. Задачи составляются так, чтобы школьник вместо пассивного восприятия готовой фабулы задачи осуществлял активное преобразование условий задачи, исходя из своих собственных интересов и возможностей;

– «принцип практико-востребованной направленности», состоящий в том, что задачи, которые предлагаются для решения школьникам, должны обеспечивать у них формирование конкретных практических умений, исходя из существующих у учащихся потребностей, а также обеспечивать понимание школьниками того, при каких обстоятельствах и каким образом можно использовать эти практические умения;

– «принцип связующей направленности» который предполагает связь математики и других школьных дисциплин, а также требует исключения их взаимного дублирования при составлении задач [9, с. 17-19].

С точки зрения Е. Н. Эрентраут, в системе профильного обучения старшеклассников практико-ориентированные задачи должны давать возможность реализовывать следующие функции:

– выработка рефлексивных навыков,

– выработка коммуникативных навыков,

– выработка познавательных навыков,

– обучение приемам мышления,

– развитие предметных навыков,

– формирование психофизиологических качеств,

– выработка и развитие творческих и исследовательских навыков,

– выработка навыков решения жизненных и профессиональных задач,

– развитие методологической грамотности,

– формирование мировоззрения [65, с. 13].

В данной магистерской диссертации за основу взяты принципы проектирования практико-ориентированных задач М. В. Егуповой. Рассмотрим их подробнее.

М. В. Егупова считает, что одной из функций практико-ориентированных задач является такая функция, которая состоит в том, чтобы научить школьников математическими средствами решать проблемы, существующие в других областях. Следовательно, практико-ориентированные задачи, кроме дидактической ценности, должны давать возможность получить решение средствами школьной математики, а также содержать в своей фабуле достоверную ситуацию. Нельзя забывать о том, что практико-ориентированная задача – это в первую очередь задача учебная, которая должна быть направлена на получение школьниками именно математических знаний и умений [22, с. 34].

Практико-ориентированные задачи, по мнению М. В. Егуповой, должны быть составлены таким образом, чтобы школьникам было достаточно их жизненного опыта и знаний для понимания смысла ситуации, описанной в фабуле задачи. Кроме упомянутых выше требований, для учащихся должна быть интересна сама постановка практико-ориентированной задачи. Источником этого интереса может быть объяснение математического смысла событий из реальной жизни, возможность практической проверки результата решения задачи или возможность получения значимой для учащихся определенного возраста новой информации об окружающем мире.

Автор предлагает «разделить все предъявляемые к практико-ориентированным задачам требования на две группы: требования к фабуле практико-ориентированной задачи и требования к ее математическому содержанию. Авторское понимание этих требований выражено в приводимых ниже примерах и контрпримерах» [22, с. 34].

Первая часть требований М. В. Егуповой относится к содержанию практико-ориентированной задачи, то есть с ее условием, в котором содержится описание некой жизненной ситуации [22, с. 34].

1. «Содержание прикладных задач должно отражать важную практическую информацию или указывать на связи математики с другими науками» [22, с. 34]. Ниже на конкретном примере показано, каким образом может быть нарушено указанное требование.

Пример 1. «Воробей прыгает большими и малыми прыжками по прямой. Малый прыжок составляет 7 см, большой – 12 см. Каким образом воробей может попасть из точки А в точку В, расстояние между которыми составляет 3 см» [22, с. 34]?

Автор говорит о том, что «весьма сложным делом является обоснование практической ценности такой задачи» [22, с. 34]. Можно отметить, что прыжки, с помощью которых передвигается по земле реальный воробей, могут отличаться от указанных в задаче, как по направлению, так и по величине. Более того, в задаче ничего не сказано о том, может ли воробей прыгать и вперед, и назад, или только вперед, а для поиска решения задачи это важно.

Для демонстрации точно такой же математической идеи М. В. Егупова предлагает использовать совершенно иную ситуацию. Требуется нанести через каждые 3 см разметочные риски на деревянную дощечку. Получится ли для этого использовать деревянный брусок шириной 3,5 см и длиной 5 см [22, с. 34]?

Описательная часть последней задачи, пишет автор, несет в себе полезную информацию, которую, в случае необходимости, можно применить в реальной жизни.

Развивая свою мысль, М. В. Егупова говорит о том, что описательная часть практико-ориентированных задач должна содержать факты, указывающие на то, что математика активно используется в различных сферах жизни и науках, что математика – это универсальная наука, которая применяется повсюду. Можно привести такие примеры практико-ориентированных задач, демонстрирующих применение математики в естествознании [22, с. 34]:

Пример 2. «Радиус Земли равен 6400 км. Найдите площадь поверхности мирового океана в квадратных километрах, если она составляет 71 % площади поверхности Земли».

Пример 3. «Ученые изучали вирусы, направляя на них под различными углами атомы металла, и делая фотографии теней вируса на электронном микроскопе. При этом было установлено, что многие вирусы имеют форму правильного многогранника. Каким образом по тени можно определить вид правильного многогранника»?

2. «Фабула задачи должна соответствовать возрастным особенностям школьников: их познавательным интересам, ведущему типу деятельности» [22, с. 34].

М. В. Егупова указывает на то, что если описательная часть практико-ориентированной задачи не соответствует интересам учащихся определенного возраста, то это может навести учащихся на мысли, что математика – это очень скучная и пустая наука, которая не представляет никакого интереса. Ниже приводится пример неудачной формулировки условия задачи:

Пример 4. «Стол вертикально-фрезерного станка вместе с обрабатываемой деталью весит $P = 100$ кг. Время разгона стола до начала резания равно 0,5 с, а скорость резания v равна 1 м/с. Станок не может обеспечить усилие разгона стола до начала резания более 40 кг. Какой должен быть коэффициент трения стола о направляющие» [22, с. 34-35]?

Описательная часть этой практико-ориентированной задачи, пишет М. В. Егупова, является сложной для понимания не только школьниками, но даже учителями, имеет узкопрофессиональный характер.

Ниже представлены примеры правильной описательной части практико-ориентированных задач [22, с. 35]:

Пример 5. Для того чтобы провести прямые линии разметки на деревянной доске, вы решили использовать деревянный брусок. Каким образом можно проверить, есть ли у бруска хотя бы одна грань, которая является ровной?

Пример 6. Каким образом можно убедиться, что угол чертежного треугольника равен ровно 90°?

Пример 7. Если взять лист бумаги любой формы и дважды его перегнуть, то получится прямой угол. Каким образом прямой угол получается при двойном перегибе листа бумаги?

3. «Ситуация, описанная в фабуле задачи прикладного характера, должна быть понятна учащимся. Используемые нематематические термины должны быть им известны в результате изучения других школьных дисциплин, легко определяемы или интуитивно ясны» [22, с. 35].

Приведенная ниже задача окажет помощь в понимании смысла данного требования. Фабула представленной задачи содержит информацию, которой учащиеся владеют после изучения курсов окружающего мира и географии:

Пример 8. «Искусственный спутник Земли пролетает над некоторой точкой земной поверхности (над точкой А). Сколько времени от момента появления спутника из-за горизонта и до момента захода его захода за горизонт будет видеть спутник наблюдатель, находящийся в точке А, если спутник совершает полный виток вокруг Земли за 90 мин, высота спутника над поверхностью Земли равна 220 км, а диаметр Земли равен 12 700 км» [22, с. 35]?

С точки зрения М. В. Егуповой, условие практико-ориентированной задачи может содержать информацию не только из учебных курсов, которые ученики проходят в школе. В качестве примера ниже представлена задача по теме «Тригонометрические функции острого угла», которую можно решить на уроке геометрии. В условии этой задачи имеется информация по профессии «Строительство», которая не является узкопрофессиональной и понятна учащимся школы:

Пример 9. «При строительстве малоэтажных зданий часто применяются автомобильные краны. Для того чтобы правильно подобрать подъемный кран, нужно знать размеры сооружаемого здания. Это дает возможность определить, какая должна быть длина стрелы крана. Выведите формулу, при помощи которой можно найти длину стрелы автомобильного крана, который будет использоваться для строительства здания с плоской крышей, имеющего форму параллелепипеда, длиной a, шириной b и высотой h» [22, с. 35].

Другая часть требований М. В. Егуповой имеет отношение к математическому содержанию практико-ориентированной задачи и дидактическим основам обучения [22, с. 35].

1. «Прикладные задачи должны быть составлены в соответствии с программой школьного курса математики по различным профилям» [22, с. 35]. Это означает, что практико-ориентированные задачи «должны решаться путем использования теоретического материала, изученного школьниками».

Например, допустим, что следующая математическая задача предложена школьникам, которые учатся в физико-математическом классе:

Пример 10. «В конце XIX и начале XX веков английский физик Джозеф Томсон изучал строение атома, для чего проводил эксперименты по изучению поведения малых электрических зарядов при их различном расположении на поверхности сферы. К каким расположениям будут стремиться N одинаковых электрических зарядов, помещенных на поверхность сферы, из условия минимизации потенциальной энергии системы» [22, с. 35]?

М. В. Егупова говорит о том, что «фабула этой задачи не содержит терминологии, не понятной школьникам, тем не менее, решить такую задачу будет очень сложно не только школьникам, но и учителям. Невозможно найти общее решение данной задачи. Даже с использованием компьютеров профессиональные математики смогли найти математически строгое решение некоторых частных случаев данной задачи только в конце 20 века» [22, с. 35].

Автор обращает внимание на то, что «указанную задачу нетрудно решить для $N = 2, 3, 4$ путем использования неравенств о среднем гармоническом, среднем геометрическом и среднем арифметическом, которые школьники хорошо знают. При этом получим: $N = 2$ – две противоположные точки, произвольно расположенные на сфере; $N = 3$ – три точки, расположенные на произвольной дуге сферы, лежащие в вершинах правильного треугольника; $N = 4$ – четыре точки, лежащие в вершинах вписанного в сферу правильного тетраэдра. Для $N = 6, 12$ расположение электрических зарядов определяется точками, лежащими в вершинах вписанных в сферу октаэдра и икосаэдра. Но для решения задачи при $N = 6, 12$ школьники должны владеть теорией об интерполяционных многочленах Эрмита и многочленах Лежандра, изучение которой в школе не предусмотрено даже на углубленном уровне школьной математики» [22, с. 35].

М. В. Егупова считает, что условие приведенной выше задачи должно быть таким:

«Разместим на поверхности сферы N одинаковых электрических зарядов. К каким расположениям на поверхности сферы будут стремиться электрические заряды из условия минимизации потенциальной энергии системы при $N = 2, 3, 4$» [22, с. 35]?

На уроке учитель может рассказать учащимся о том, «как появилась эта задача, о ходе поисков решения данной задачи, о трудности решения данной задачи при $N = 6, 12$, и о том, что решение данной задачи невозможно получить в общем виде» [22, с. 35].

2. «Решение прикладной задачи должно быть математически содержательным. На уроках математики следует решать именно математические задачи, а не экономические, химические, физические и т. д.» [22, с. 35]. Ниже представлена задача, «которую следует решать на уроках физики, а не математики».

Пример 11. «Два автомобиля движутся с постоянными скоростями v_1 и v_2 по двум дорогам, которые пересекаются под углом α. Найдите направление и величину скорости второго автомобиля, с которой он движется относительно первого» [22, с. 35-36].

Автор пишет, что «это задача кинематическая, а не математическая, несмотря на то, что для ее решения используются теоремы косинусов и синусов, и решать ее надо на уроке физики» [22, с. 36].

3. «Численные данные в задаче должны соответствовать существующим на практике. Если задача составлена с недостатком данных, то учащиеся должны иметь возможность получить эти данные из справочников, таблиц или эмпирическим путем» [22, с. 36].

М. В. Егупова отмечает, что «чаще всего нарушения данного требования имеют место в части того, какие исходные данные содержатся в условии задачи. В частности, исходные числовые данные ошибочно могут быть представлены в таком виде, когда эти числа нельзя получить методом прямого измерения, или представляются слишком точные данные. Что касается реалистичности данных, которые содержатся в условии задачи, то такие ошибки встречаются редко» [22, с. 36].

В качестве примера ошибки представления числовых данных в фабуле задачи приведем такую задачу:

Пример 12. Столб высотой 18 м отбрасывает тень, равную $6\sqrt{3}$ м. Найдите угол, под которым на поверхность Земли падают солнечные лучи [22, с. 36].

В условии этой задачи так подобраны числовые данные, чтобы удобно было выполнять вычисления. Решение будет такое: $tg\alpha = \sqrt{3}$; $\alpha = 60°$. Тем не менее, составитель задачи не учел того, что в практической деятельности невозможно получить прямым измерением, например, с помощью рулетки, число $6\sqrt{3}$, которое составляет длину тени.

Условия задачи, приведенной ниже, соответствуют требованию к численным данным.

Пример 13. «На широте Москвы в день летнего солнцестояния, который бывает 21-22 июня, Солнце поднимается над горизонтом на угол около $57°$. Определите длину вашей тени в день летнего солнцестояния на широте Москвы» [22, с. 36].

Необходимо обратить внимание на то, пишет М. В. Егупова, что школьники, решая такую задачу, используют информацию из курса географии, то есть устанавливаются межпредметные связи. Помимо этого, для решения данной задачи учащиеся должны знать свой рост, следовательно, это задача с недостатком данных, а формулировка задачи обращена к конкретному учащемуся, то есть имеет личностный характер. Рост у всех школьников разный, поэтому и ответы у всех получатся разные. В таких ситуациях у учащихся часто появляется потребность узнать, какой ответ получился у их товарищей, что приводит к обсуждению результатов решения задачи. Таким образом, эта задача сохранится в памяти школьников, а их интерес к математике усилится.

Будут достигнуты и образовательные цели, которые в данном случае имеют в виду «изучение и запоминание определения тангенса угла» [22, с. 36].

4. «Фактические данные задачи должны соответствовать имеющим место в реальности. Сделанные допущения не должны искажать суть описанного процесса или ситуации» [22, с. 36].

По мнению М. В. Егуповой, «многие авторы задач называют свои задачи практико-ориентированными, однако не каждая такая задача соответствует требованиям, указанным выше. Часто бывает так, что описание реальной жизненной ситуации в задаче дано упрощенно и схематично, фабула задачи не отражает реальной жизненной ситуации» [22, с. 36]. В качестве примера того, что условия задачи не соответствуют реальной жизни, приведем такую задачу:

Пример 14. «Для того чтобы сварить кашу, насыпьте в кастрюлю крупу и наклоните кастрюлю таким образом, чтобы половина дна кастрюли была закрыта крупой. На стенке кастрюли отметьте точку, до которой поднялась крупа, ближайшую к краю кастрюли. Зажмите пальцем эту точку. Высыпьте из кастрюли крупу и налейте в кастрюлю воду до отмеченной точки. После этого можете приступать к приготовлению каши. Пока каша варится, ответьте на вопрос, почему соотношение объемов воды и крупы не зависит ни от размера кастрюли, ни от количества крупы» [22, с. 36]?

Для решения данной задачи требуется сделать рисунок (рисунок 5).

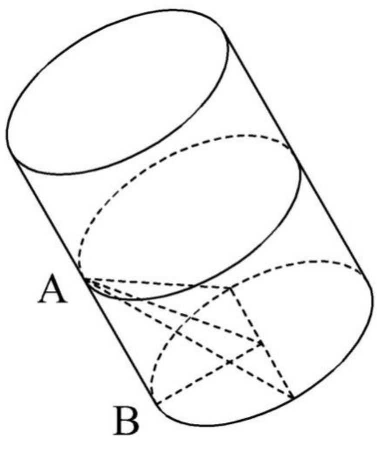


Рисунок 5 – К примеру 14 о приготовлении каши

Так, «высота, на которую поднимается уровень воды, на рисунке соответствует AB. Причем цилиндр, высота которого равна AB, получается из четырех отсеченных частей. Таким образом, соотношение объемов крупы и воды получается $1:4$» [22, с. 36]. Автор пишет, что «в условиях задачи отсутствует информация о том, из какой именно крупы можно сварить кашу указанным способом. Однако из практики известно, что, например, для того, чтобы сварить манную кашу, соотношение крупы и жидкости должно быть не $1:4$, а $1:20$. Такое соотношение имеет существенное отличие от ответа задачи» [22, с. 36].

Подобные задачи, отмечает М. В. Егупова, не подходят для того, чтобы учащиеся из них получили правильное представление о практическом использовании математики в реальной жизни. Хотя и такие задачи имеют свою ценность, которая заключается в том, что они являются занимательными, дают возможность повысить интерес учащихся к математике, «позволяют пояснить математическое содержание, донести суть задания до учащихся в доступной форме. Характер таких задач является чисто дидактическим, а не практико-ориентированным. Такие задачи являются просто текстовыми задачами, от которых не требуется, чтобы их сюжет был реалистичным» [22, с. 36].

5. «Задачи прикладного характера вместе с задачами, широко применяемыми в преподавании математики, должны образовывать единое целое» [22, с. 36].

Автор отмечает, что «соблюдение этого требования, которое является очень важным, невозможно проиллюстрировать с помощью небольшого количества примеров, по причине того, что данное требование имеет отношение к тем механизмам, при помощи которых практико-ориентированные задачи включатся в общую систему обучения школьников математике» [22, с. 36].

М. В. Егупова указывает на то, что «в настоящее время практико-ориентированные задачи, как правило, используются при обучении школьников математике: для контроля математических знаний и умений школьников; при первичном изучении новых теорем и понятий; для первичного закрепления вновь введенных теорем и понятий (простые задачи, которые нередко бывают двух- и одношаговые); для развития и формирования математических умений, для последующего закрепления изученного ранее материала (более сложные задачи)» [22, с. 36].

Требования М. В. Егуповой к практико-ориентированным задачам представлены в таблице 5.

Таблица 5 – Требования М. В. Егуповой к практико-ориентированным задачам

Требования к фабуле практико-ориентированной задачи	Требования к математическому содержанию практико-ориентированной задачи
1. «Содержание прикладных задач должно отражать важную практическую информацию или указывать на связи математики с другими науками» [22, с. 34].	1. «Прикладные задачи должны быть составлены в соответствии с программой школьного курса математики по различным профилям» [22, с. 35].
2. «Фабула задачи должна соответствовать возрастным особенностям школьников: их познавательным интересам, ведущему типу деятельности» [22, с. 34].	2. «Решение прикладной задачи должно быть математически содержательным» [22, с. 35].
3. «Ситуация, описанная в фабуле задачи прикладного характера, должна быть понятна учащимся. Используемые нематематические термины должны быть им известны в результате изучения других школьных дисциплин, легко определяемы или интуитивно ясны» [22, с. 35].	3. «Численные данные в задаче должны соответствовать существующим на практике. Если задача составлена с недостатком данных, то учащиеся должны иметь возможность получить эти данные из справочников, таблиц или эмпирическим путем» [22, с. 36].
–	4. Фактические данные задачи должны «соответствовать имеющим место в реальности. Сделанные допущения не должны искажать суть описанного процесса или ситуации» [22, с. 36].
–	5. «Задачи прикладного характера вместе с задачами, широко применяемыми в преподавании математики, должны образовывать единое целое» [22, с. 36].

Таким образом, в данном параграфе нами описаны принципы проектирования практико-ориентированных задач по математике, которые нужно соблюдать при составлении систем задач.

2.2 Система практико-ориентированных задач базового уровня по теме «Элементы теории вероятностей» для обучающихся 10-11 классов

Ниже представлена система практико-ориентированных задач базового уровня сложности по теме «Элементы теории вероятностей» для подготовки старшеклассников технологического профиля к выбору направления обучения в вузе. Данные задачи соответствуют требованиям М. В. Егуповой. Их содержание «отражает важную практическую информацию, а также указывает на связь математики с другими науками. Описательная часть задач соответствует возрастным особенностям старшеклассников. Ситуации, описанные в описательной части задач, понятны старшеклассникам. Используемые нематематические термины известны учащимся в результате изучения других школьных дисциплин, а также легко определяемы. Задачи составлены в соответствии с программой школьного курса математики технологического профиля. Их решение является математически содержательным. Численные данные в задачах соответствуют существующим на практике. Фактические данные задач соответствуют имеющим место в реальности. Сделанные допущения не искажают сути описанных ситуаций. Данные практико-ориентированные задачи образовывают единое целое с задачами, широко применяемыми в преподавании математики» [22, с. 34-36].

В процессе решения системы практико-ориентированных задач базового уровня сложности по теме «Элементы теории вероятностей» старшеклассники в соответствии с «Примерной основной образовательной программой среднего общего образования» научатся на базовом уровне: оперировать такими понятиями, как опыты с элементарными равновозможными событиями, случайный выбор, вероятность события; определять вероятности различных событий. При изучении других школьных дисциплин и в реальной жизни учащиеся смогут простых случаях сравнивать и оценивать вероятности различных событий [52].

Задача Б1. Во время собеседования при приеме на работу инженеру-электрику были заданы следующие вопросы. Являются ли события А и В несовместными, если опыт состоит в том, что:

а) монету подбрасывают один раз, А – «выпал герб», В – «выпало число»;

б) игральный кубик подбрасывают два раза, А – «выпала единица при первом броске», В – «выпала шестёрка при втором броске»;

в) в мишень стреляют два раза, А – «в мишень попали дважды», В – «в мишень попали ровно один раз» [41, с. 172-173]?

Решение.

а) События А и В являются несовместными, так как на подброшенной монете не может одновременно выпасть и герб, и число;

б) события А и В являются несовместными, так как игральный кубик подбрасывают два раза, событие А произошло при первом броске, а событие В – при втором броске;

в) события А и В являются несовместными, так как при двух выстрелах невозможно одновременно попасть в мишень два раза и попасть в мишень ровно один раз.

Задача Б2. Инженер-химик выполняет контроль окраски образцов ткани. Диаграмма (рисунок 6) иллюстрирует событие А, состоящее в том, что наугад выбранный образец ткани имеет желтый цвет. Каждая точка на диаграмме представляет образец ткани. Найдите вероятность того, что наугад выбранный образец ткани имеет:

а) желтый цвет,

б) зеленый цвет [41, с. 173].

Решение. Пользуясь рисунком, определим общее число образцов ткани. Общее число образцов ткани равно 31. В соответствии с условием задачи и рисунком желтый цвет имеют 6 образцов ткани. Соответственно, зеленый цвет имеют 31 – 6 = 25 образцов ткани.

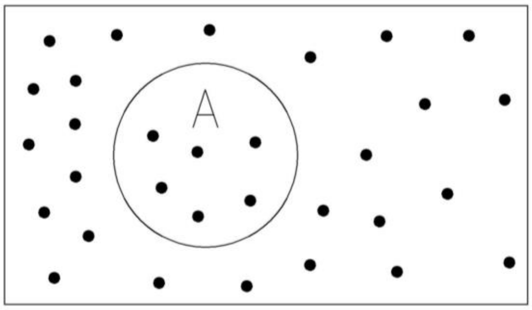


Рисунок 6 – Диаграмма к задаче Б2

Вероятность события определяется по формуле (1):

$$P = \frac{m}{n}, \tag{1}$$

где m – число исходов опыта, благоприятных событию;

n – общее число исходов эксперимента [66, с. 686], [68, с. 560].

а) Вероятность того, что образец ткани, который был выбран наугад, будет желтого цвета, равна $\frac{6}{31} = 0{,}194$;

б) вероятность, с которой образец ткани, который был выбран наугад, окажется зеленого цвета, равна $\frac{25}{31} = 0{,}806$, или $1 - 0{,}194 = 0{,}806$.

Задача Б3. Инженер-конструктор в рамках опытно-конструкторских работ выполняет опыт. Опыт состоит в том, что из множества U = {1; 2; 3; 4; 5}, наугад выбирают один элемент. В этом опыте рассматривают следующие события:

А – выбранный элемент принадлежит множеству $\{1, 2\}$,

В – выбранный элемент принадлежит множеству $\{1, 3, 5\}$,

С – выбранный элемент принадлежит множеству $\{4, 5\}$.

Какой мог быть выбран элемент, если было реализовано следующее событие:

а) A ∩ B; б) B ∪ C; в) $\overline{\mathrm{B}}$; г) C \ A; д) A ∪ B ∪ C [41, с. 174]?

Решение.

а) Выбран мог быть элемент 1,

б) могли быть выбраны элементы 1, 3, 4, 5,

в) могли быть выбраны элементы 2, 4,

г) могли быть выбраны элементы 4, 5,

д) могли быть выбраны элементы 1, 2, 3, 4, 5.

Задача Б4. Инженер-программист выполняет опыт, в процессе которого наугад выбирает действительное число. В этом опыте рассматривают следующие события:

А – выбранное число принадлежит промежутку [0; 2],

В – выбранное число принадлежит промежутку (0; +∞),

С – выбранное число принадлежит промежутку [1; 3).

С помощью числовых промежутков запишите множество тех чисел, которые могли быть выбраны, если произошло событие:

а) $A \cup B$; б) $A \cap C$; в) $\overline{B}$; 4) $A \setminus C$; г) $A \cap B \cap C$ [41, с. 174-175].

Решение.

а) $[0; +\infty)$; б) $[1; 2]$; в) $(-\infty; 0]$; г) $[0; 1)$; 5) $(0; 2]$.

Задача Б5. Во время математического эксперимента в Московском государственном университете профессор математики подбросил один раз игральный кубик. Определите вероятность, с которой:

а) на кубике выпадет число 3;

б) на кубике выпадет число, которое является четным;

в) на кубике выпадет число, которое меньше 5;

г) выпадет число, меньшее, чем 10;

д) выпадет число, большее, чем 6 [67, с. 716].

Решение. При однократном подбрасывании игрального кубика может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 и 6 очков. Общее число возможных исходов эксперимента равно 6.

а) Вероятность того, что выпадет 3 очка, равна $\frac{1}{6}$;

б) при однократном подбрасывании игрального кубика могут выпасть такие четные числа, как 2, 4, 6, всего три четных числа. Вероятность того, что выпадет четное число, равна $\frac{1}{2}$;

в) при однократном подбрасывании игрального кубика могут выпасть такие числа, меньшие 5, как 1, 2, 3, 4, всего 4 числа меньше 5. Вероятность того, что выпадет число, меньшее 5, равна $\frac{2}{3}$;

г) при однократном подбрасывании игрального кубика может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 и 6 очков. Все эти числа меньше 10. Вероятность того, что выпадет число, меньшее 10, равна 1;

д) при однократном подбрасывании игрального кубика может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 и 6 очков. Среди этих чисел нет ни одного, большего 6. Число, большее 6, выпадет с вероятностью, равной 0.

Задача Б6. 70 % инженерно-технических работников покупают автомобиль, а 30 % – покупают квартиру. Найдите вероятность того, что у случайно выбранного инженерно-технического работника кроме автомобиля куплена еще и квартира [6, с. 279].

Решение. Пусть событие А – то, что инженерно-технический работник купил автомобиль, событие В – то, что инженерно-технический работник купил квартиру, а событие С – то, что инженерно-технический работник купил и автомобиль, и квартиру. Тогда $P(A) = 0{,}7; P(B) = 0{,}3$ – по условию задачи.

$P(C) = P(A) \cdot P(B) = 0{,}7 \cdot 0{,}3 = 0{,}21.$

Ответ: вероятность того, что у случайно выбранного инженерно-технического работника куплен и автомобиль, и квартира, составляет 0,21.

Задача Б7. У инженера-строителя в семье двое детей. Определите вероятность, с которой оба ребенка окажутся мальчиками, если мы знаем, что:

а) одним из двух детей является девочка;

б) старший ребенок – девочка [6, с. 279].

Решение. Невозможно, чтобы оба ребенка были мальчиками, если один из них – девочка. Следовательно, вероятность такого события равна нулю.

Задача Б8. Пусть вероятность того, что инженер-конструктор проработает на заводе до наступления пенсионного возраста (событие В), равна $P(B) = 0{,}3$, а вероятность того, что инженер-конструктор будет продолжать работать и после наступления пенсионного возраста (событие А):

$P(A) = P(A \cap B) = 0{,}2$ [6, с. 279].

а) Найдите вероятность того, что инженер-конструктор, проработавший на заводе до наступления пенсионного возраста, будет продолжать работать и после наступления пенсионного возраста [6, с. 279];

б) «условная вероятность наступления события В, при условии, что уже наступило событие А, равна 1. Обоснуйте высказывание и объясните на примере конкретной ситуации» [6, с. 279].

Решение.

а) Вероятность наступления события А, при условии, что уже произошло событие В:

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}2}{0{,}3} = 0{,}67;$$

б) По условию задачи, событие А не может наступить без того, что уже наступило событие В. Следовательно, если событие А уже наступило, то событие В является достоверным, и его вероятность равна 1.

Задача Б9. Во время обеденного перерыва в конструкторском бюро игральный кубик брошен 3 раза. При этом получились следующие события:

Событие А: при каждом третьем броске выпадает 4 очка;

Событие В: каждый первый бросок дает 6 очков, каждый второй – 5 очков. Найдите вероятность, с которой произойдет событие А, при условии, что произойдет событие В [6, с. 279].

Решение.

Определим вероятность, с которой произойдет событие А: $P(A) = \frac{1}{3}$.

Определим вероятность, с которой произойдет событие В: $P(B) = \frac{2}{3}$.

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$.

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{9} : \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: вероятность, с которой произойдет событие А, при условии, что произойдет событие В, составляет $\frac{1}{3}$.

Задача Б10. Инженер по качеству фирмы по изготовлению автомобильных колес выяснил, что возможен дефект 2 % продукции. Найдите вероятность того, что из 4 купленных вами колес данной фирмы, как минимум, одно будет иметь дефект [6, с. 279].

Решение. Пусть событие А – то, что одно, взятое наугад колесо окажется дефектным. Вероятность события А равна: $P(A) = 0{,}02$. Событие В – то, что хотя бы одно из взятых наугад четырех колес окажется дефектным.

Вероятность того, что хотя бы одно из четырех колес окажется дефектным, в четыре раза больше вероятности события А:

$$P(B) = 4 \cdot P(A) = 4 \cdot 0{,}02 = 0{,}08.$$

Ответ: вероятность того, что хотя бы одно из четырех колес окажется дефектным, равна 0,08.

Задача Б11. На испытаниях новейшей снайперской винтовки три стрелка одновременно стреляют по мишени с большого расстояния. Мишень поражена, если в нее попадет хотя бы одна пуля. Первый стрелок попадает по мишени с вероятностью 0,8, второй – 0,75, третий – 0,7. Найдите вероятность поражения мишени [15, с. 41].

Решение. Вероятность того, что в мишень попадет хотя бы одна пуля, равна сумме вероятностей попадания по мишени каждого из стрелков. Так как сумма получилась больше 1, а вероятность не может быть больше 1, то вероятность поражения мишени равна 1.

Задача Б12. В коробке с радиодеталями лежат 12 белых и 8 черных радиодеталей. Из коробки вынимают первые попавшие 8 радиодеталей. Какова вероятность того, что среди вынутых из коробки радиодеталей ровно три черных [15, с. 41]?

Решение. Пусть событие А заключается в том, что среди вынутых из коробки радиодеталей ровно три черных. Вероятность события А равна:

$$P(A) = \frac{3}{8}.$$

Ответ: вероятность того, что из коробки вынули ровно три черных радиодетали, равна $\frac{3}{8}$.

Задача Б13. Инженер-электроник проводит опыт, в процессе которого он одновременно бросает два игральных кубика. Определите, с какой вероятностью сумма очков, выпавших при этом, будет больше их произведения [15, с. 41].

Решение.

Нужно определить, какие сочетания выпавших очков могут быть при одновременном бросании двух игральных кубиков, а также определить количество таких сочетаний, сумму и произведение очков. Это удобнее всего оформить в виде таблицы (таблица 6).

Таблица 6 – Возможные сочетания выпавших очков при одновременном бросании двух игральных кубиков

Номер броска	Количество очков на первом игральном кубике	Количество очков на втором игральном кубике	Сумма очков	Произведение очков
1	1	1	2	1
2	1	2	3	2
3	1	3	4	3
4	1	4	5	4
5	1	5	6	5
6	1	6	7	6
7	2	1	3	2
8	2	2	4	4
9	2	3	5	6
10	2	4	6	8
11	2	5	7	10
12	2	6	8	12
13	3	1	4	3
14	3	2	5	6
15	3	3	6	9
16	3	4	7	12
17	3	5	8	15

Продолжение таблицы 6

Номер броска	Количество очков на первом игральном кубике	Количество очков на втором игральном кубике	Сумма очков	Произведение очков
18	3	6	9	18
19	4	1	5	4
20	4	2	6	8
21	4	3	7	12
22	4	4	8	16
23	4	5	9	20
24	4	6	10	24
25	5	1	6	5
26	5	2	7	10
27	5	3	8	15
28	5	4	9	20
29	5	5	10	25
30	5	6	11	30
31	6	1	7	6
32	6	2	8	12
33	6	3	9	18
34	6	4	10	24
35	6	5	11	30
36	6	6	12	36

Анализ данных, содержащихся в таблице, позволяет сделать вывод, что произведение выпавших очков меньше их суммы в 11 случаях из 36. Следовательно, вероятность такого исхода равна $\frac{11}{36}$.

Ответ: при бросании двух игральных кубиков вероятность того, что произведение выпавших очков будет меньше их суммы, равна $\frac{11}{36}$.

Задача Б14. Инженер-строитель бросил монету и игральный кубик. Докажите, что события «выпал герб» и «выпало четное число очков» независимы [15, с. 41].

Решение. Игральный кубик и монету можно бросить и по отдельности, и вместе. Эти предметы совершенно разные. События, которые происходят с одним предметом, никак не зависят от событий, которые происходят с другим предметом. От того, сколько очков выпадет на игральном кубике, не зависит то, выпадет ли на монете число или герб. И наоборот. Отсюда можно сделать вывод, что такие события, как «на игральном кубике выпало четное число» и «на монете выпал герб», независимы.

Задача Б15. На машиностроительном заводе изготовили партию деталей из 100 шт. Из них 5 деталей не соответствуют требованиям чертежа. Найдите вероятность, с которой любая деталь, взятая из этой партии, окажется годной [37, с. 414].

Решение. В первую очередь найдем вероятность, с которой любая деталь, взятая из этой партии, является бракованной. Пусть событие А – то, что взятая наудачу деталь является бракованной. Вероятность события А равна:

$$P(A) = \frac{5}{100} = 0{,}05.$$

Если взятая наудачу деталь является годной, то такое событие является противоположным событию А. Определим его вероятность.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95.$$

Ответ: вероятность того, что взятая наугад деталь окажется годной, равна 0,95.

Задача Б16. Инженер-электромеханик бросил одновременно две монеты. Определите, с какой вероятностью на одной монете выпадет число, а на другой – герб [10, с. 42]?

Решение. Примем, что событием А является такое событие, когда на одной монете выпало число. Вероятность этого события составляет 0,5.

Примем, что событием В является такое событие, когда на другой монете выпал герб, при условии, что на первой монете выпало число. Вероятность этого события составляет:

$$P(B) = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25.$$

Возможно два варианта. Первый вариант состоит в том, что на первой монете выпало число, а на второй герб. Второй вариант состоит в том, что на первой монете выпал герб, а на первой – число. Следовательно, вероятность того, что на любой одной монете выпало число, а на другой – герб, в два раза больше вероятности события В, и равна 0,5.

Ответ: вероятность того, что на одной монете выпадет число, а на другой – герб, составляет 0,5.

Задача Б17. В семизначном телефонном номере забыта последняя цифра. Определить вероятность того, что наугад выбранная цифра (от 0 до 9) окажется верной [37, с. 415].

Решение. От 0 до 9 всего 10 цифр. Верная из них только одна. Следовательно, вероятность того, что наугад выбранная цифра окажется верной, равна 0,1.

Задача Б18. Имеется электронная схема, в которой последовательно соединены элементы l_1 и l_2. Событием В является неисправность элемента l_2, а событием А – неисправность элемента l_1. Объясните, что представляет собой событие А + В? [37, с. 417].

Решение. Событие А + В представляет собой такое событие, что неисправными являются либо элемент l_2, либо элемент l_1. Неисправность хотя бы одного из этих элементов приводит к неработоспособности всей электронной схемы, так как элементы соединены последовательно.

Задача Б19. В контейнере лежат 250 резисторов, сопротивление 100 резисторов составляет 100 Ом, 50 – 60 Ом, 50 – 15 Ом и 50 – 25 Ом. Определите вероятность, с которой сопротивление любого резистора, взятого из контейнера, не будет больше 60 Ом [37, с. 417].

Решение. Примем, что событием А является такое событие, когда сопротивление резистора, взятого из контейнера, составляет 60 Ом; В – 25 Ом; С – 15 Ом; D – 100 Ом. Эти события в совокупности составляют полную систему событий, поскольку какой бы резистор мы не взяли из контейнера, в любом случае наступит одно из этих событий, и все они являются несовместными. Одно из этих событий наступит с вероятностью 100 %, то есть:

$P(A) + P(B) + P(C) + P(D) = 1$ [37, с. 417].

Противоположными событиями являются такие события, когда сопротивление резистора не превышает 60 Ом и когда сопротивление резистора больше, чем 60 Ом. С учетом свойств событий, которые являются противоположными, получим:

$P(A) + P(B) + P(C) = 1 - P(D)$ [37, с. 417].

Учитывая, что $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$ [69, с. 218], получим: $P(A + B + C) = 1 - P(D)$, откуда $P(A + B + C) = 1 - \frac{100}{250}$, то есть

$P(A + B + C) = \frac{3}{5}$ [37, с. 417].

Ответ: сопротивление взятого резистора не превысит 60 Ом с вероятностью $\frac{3}{5}$.

Задача Б20. Событием А является такое событие, когда не менее, чем одна из 15 микросхем, которые находятся на складе, является дефектной. Объясните, что за событием является событие $\overline{\text{A}}$ [37, с. 417]?

Решение. Событие $\overline{\text{A}}$ – это такое событие, когда годной является не менее, чем одна из 15 хранящихся на складе микросхем, а все другие являются дефектными.

Таким образом, в данном параграфе нами представлена система задач базового уровня сложности по теме «Элементы теории вероятностей» для подготовки старшеклассников технологического профиля к выбору направления обучения в вузе.

2.3 Система практико-ориентированных задач профильного уровня по теме «Элементы теории вероятностей» для обучающихся 10-11 классов

Ниже представлена система практико-ориентированных задач профильного уровня по теме «Элементы теории вероятностей» для подготовки старшеклассников технологического профиля к выбору направления обучения в вузе. Данные задачи соответствуют требованиям М. В. Егуповой. Их содержание «отражает важную практическую информацию, а также указывает на связь математики с другими науками. Описательная часть задач соответствует возрастным особенностям старшеклассников. Ситуации, описанные в описательной части задач, понятны старшеклассникам. Используемые нематематические термины известны учащимся в результате изучения других школьных дисциплин, а также легко определяемы. Задачи составлены в соответствии с программой школьного курса математики технологического профиля. Их решение является математически содержательным. Численные данные в задачах соответствуют существующим на практике. Фактические данные задач соответствуют имеющим место в реальности. Сделанные допущения не искажают сути описанных ситуаций. Данные практико-ориентированные задачи образовывают единое целое с задачами, широко применяемыми в преподавании математики» [22, с. 34-36].

В процессе решения системы практико-ориентированных задач профильного уровня сложности по теме «Элементы теории вероятностей» старшеклассники в соответствии с «Примерной основной образовательной программой среднего общего образования» научатся на углубленном уровне: оперировать такими понятиями, как произведение и сумма вероятностей, вероятность события; определять вероятности различных событий. Учащиеся получат представление о независимости случайных величин и об основах теории вероятностей. При изучении других школьных дисциплин и в реальной жизни старшеклассники смогут выбирать методы подходящей обработки и представления данных, оценивать и вычислять вероятности различных событий [52].

Задача П1. Профессор технического университета во время урока дважды подбросил правильную треугольную пирамиду, грани которой окрашены в жёлтый, зелёный, красный и синий цвета. Пусть событие А состоит в том, что оба раза пирамида упала на одну и ту же грань; событие В состоит в том, что в первый раз пирамида упала на желтую или зелёную грань. Найдите вероятность события: а) $\overline{\mathrm{A}}$; б) $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$; в) $\mathrm{A} \cup \mathrm{B}$; г) $\mathrm{B} \setminus \mathrm{A}$ [41, с. 176].

Решение.

а) $P(A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$; $P(\overline{A}) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$;

б) $P(A \cap B) = \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$;

в) $P(A \cup B) = \frac{1}{16} + \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$;

г) $P(B \setminus A) = \frac{1}{2} - \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$.

Задача П2. В неисправной промышленной автоматической линии по производству мороженного инженер по промышленной электронике поменял на новые переключатель и светодиодный индикатор. Вероятность того, что светодиодный индикатор проработает не менее года, составляет 0,96, а переключатель – 0,98. Кроме того, известно, что с вероятностью 0,01 на протяжении одного года могут сломаться одновременно и светодиодный индикатор, и переключатель. Определите, с какой вероятностью на протяжении одного года придётся заменить:

а) только светодиодный индикатор;

б) только переключатель;

в) светодиодный индикатор или переключатель;

г) ровно один из двух новых элементов автоматической линии [41, с. 177]?

Решение. Пусть событие А – то, что светодиодный индикатор выйдет из строя на протяжении одного года, а в качестве события В примем такое событие, когда на протяжении одного года сломается переключатель. В этом случае:

$P(A) = 1 - 0{,}96 = 0{,}04$;

$P(B) = 1 - 0{,}98 = 0{,}02$;

$P(A \cap B) = 0{,}01$;

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}04 + 0{,}02 - 0{,}01 = 0{,}05$;

$P(A \setminus B) = P(A) - P(B) = 0{,}04 - 0{,}02 = 0{,}02$.

Ответ: только светодиодный индикатор на протяжении одного года выйдет из строя с вероятностью 0,04; только переключатель на протяжении одного года выйдет из строя с вероятностью 0,02; переключатель или светодиодный индикатор на протяжении одного года выйдет из строя с вероятностью 0,05;

на протяжении одного года один из двух новых элементов выйдет из строя с вероятностью 0,02.

Задача П3. Web-программисты Петр и Андрей работают в web-студии. Вероятность того, что первый в текущем месяце интернет-сайт, который предстоит разработать Петру, окажется интернет-магазином, равна $\frac{3}{5}$, а у Андрея такая вероятность равна $\frac{1}{2}$. Вероятность того, что первый в текущем месяце интернет-сайт, который предстоит разработать хотя бы одному из двух программистов, окажется интернет-магазином, равна $\frac{7}{10}$. Какова вероятность того, что первый в текущем месяце интернет-сайт, который предстоит разработать, окажется интернет-магазином:

а) и у Петра, и у Андрея;

б) только у Петра [41, с. 177]?

Решение. Пусть событие А – это то, что у Петра первый в текущем месяце интернет-сайт, который предстоит разработать, окажется интернет-магазином, а событие В – это то, что у Андрея первый в текущем месяце интернет-сайт, который предстоит разработать, окажется интернет-магазином. Тогда $P(A)=\frac{3}{5}$; $P(B)=\frac{1}{2}$; $P(A\cup B)=\frac{7}{10}$ – по условию задачи.

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$;

а) $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\frac{3}{5}+\frac{1}{2}-\frac{7}{10}=\frac{2}{5}$,

б) $P(A\setminus B)=P(A)-P(B)=\frac{3}{5}-\frac{1}{2}=\frac{1}{10}$.

Ответ: вероятность того, что первый в текущем месяце интернет-сайт, который предстоит разработать, окажется интернет-магазином и у Петра, и у Андрея, составляет $\frac{2}{5}$; вероятность того, что первый в текущем месяце интернет-сайт, который предстоит разработать, окажется интернет-магазином только у Петра, составляет $\frac{1}{10}$.

Задача П4. Инженеры-программисты во время обучения в техническом университете изучали такие языки программирования, как С (си), Piton и Java.

Вероятность того, что наугад выбранный инженер-программист, окончивший данный технический университет, знает такие языки программирования, как С (си) и Piton, равна 0,6, Piton и Java – 0,5, а С (си) и Java – 0,4. Может ли администрация технического университета гарантировать, что в среднем каждый четвёртый выпускник знает все три языка программирования [41, с. 177]?

Решение. Пусть событие А – это то, что наугад выбранный выпускник знает язык программирования С (си); событие В – это то, что наугад выбранный выпускник знает язык программирования Piton; событие С – это то, что наугад выбранный выпускник знает язык программирования Java.

Тогда $P(A \cap B) = 0{,}6;\ P(A \cap C) = 0{,}4;\ P(B \cap C) = 0{,}5$ – по условию задачи.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0{,}6;$$

$$P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C) = 0{,}4;$$

$$P(B \cap C) = P(B) \cdot P(C) = 0{,}5;$$

$$P(B) = \frac{0{,}6}{P(A)};\ P(C) = \frac{0{,}4}{P(A)};\frac{0{,}6}{P(A)} \cdot \frac{0{,}4}{P(A)} = 0{,}5;\ \frac{0{,}24}{\left(P(A)\right)^2} = 0{,}5;$$

$$\left(P(A)\right)^2 = \frac{0{,}24}{0{,}5} = 0{,}48;\ P(A) = \sqrt{0{,}48} = 0{,}693; P(B) = \frac{0{,}6}{0{,}693} =$$

$$= 0{,}866;$$

$$P(C) = \frac{0{,}4}{0{,}693} = 0{,}577;$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0{,}693 \cdot 0{,}866 \cdot 0{,}577 = 0{,}346.$$

Ответ: да, администрация технического университета может гарантировать, что в среднем каждый четвёртый выпускник знает все три языка программирования.

Задача П5. Инженер по телекоммуникациям решил, что космическая станция будет использовать четыре различных кода, A, B, C и D, для связи с землей, но каждую неделю она будет использовать только один из них. Код, используемый в течение определенной недели, выбирается случайным образом с равными шансами среди трех, которые не использовались в течение последней недели. Предположим, что код, который будет использоваться в первую неделю, является А. Тогда вероятность того, что код А также будет использоваться на седьмой неделе, равна _________ [71, с. 30-31]?

Решение. Обозначим вероятность того, что код А используется на k-й неделе как P_k. Тогда вероятность того, что код А не будет использоваться на k-й неделе, равна $1 - P_k$. Следовательно:

$$P_{k+1} = \frac{1}{3}(1 - P_k) \text{ или } P_{k+1} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{3}\left(P_k - \frac{1}{4}\right) \text{ [71, с. 31].}$$

Числовая последовательность $P_{k+1} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{3}\left(P_k - \frac{1}{4}\right)$ является геометрической прогрессией с первым членом, равным $\frac{3}{4}$ и знаменателем прогрессии, равным $(-\frac{1}{3})$. Получаем следующее равенство:

$$P_k - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}\left(-\frac{1}{3}\right)^{k-1} \text{ или } P_k = \frac{3}{4}\left(-\frac{1}{3}\right)^{k-1} + \frac{1}{4} \text{ [71, с. 31].}$$

Следовательно, $P_7 = \frac{61}{243}$ [71, с. 31].

Ответ: вероятность того, что код А также будет использоваться на седьмой неделе, равна $\frac{61}{243}$.

Задача П6. Инженер по качеству предприятия, которое производит видеокарты для компьютеров, выяснил, что бракованными являются почти 1 % видеокарт, которые производит предприятие. Для партии из 100 видеокарт какой из указанных ниже случаев является наиболее вероятным:

а) бракованных видеокарт ровно 3 штуки;

б) бракованных видеокарт менее 3 штук;

в) бракованных видеокарт не меньше 3 штук [70, с. 683]?

Вычислите вероятности в каждом случае [70, с. 683].

Решение.

а) В соответствии с условием задачи, бракованных видеокарт получается 1 %. Определим вероятность того, что из партии 100 штук бракованных видеокарт окажется ровно 3 штуки [70, с. 683]:

$$\binom{100}{3}(0{,}01)^3(0{,}99)^{100-3} \approx 0{,}006.$$

Следовательно, крайне маловероятно получить из партии 100 штук ровно 3 бракованные видеокарты;

б) если из партии в 100 штук бракованных видеокарт получилось менее 3 штук, это значит, что их получилось 0, 1 или 2 штуки. Вероятность появления менее 3 бракованных видеокарт из партии в 100 штук равна [70, с. 683]:

$$\binom{100}{0}(0{,}01)^0(0{,}99)^{100} + (\frac{100}{1})(0{,}01)^1(0{,}99)^{99} +$$

$$+(\frac{100}{2})(0{,}01)^2(0{,}99)^{98} \approx 0{,}92;$$

в) если решать задачу тем же способом, как в примере, рассмотренном выше, то нужно будет определить вероятности 3, 4, 5, 6, 7 и так далее до 100 бракованных видеокарт из партии, что является нерациональным. Следовательно, требуется определить дополнение к вероятности того, что бракованных видеокарт в партии из 100 штук окажется менее 3. То есть, вероятность того, что в партии из 100 штук окажется не менее 3 бракованных видеокарт, равна 1 – 0,92 = 0,08 [70, с. 683].

Задача П7. Из коробки, в которой находятся одинаковые по формату карточки с цифрами 1, 2, 3, 4, 5, инженер производственно-технического отдела последовательно вытаскивает две из них. Найдите вероятность того, что если цифра на первой карточке:

а) четная;

б) нечетная,

то на второй карточке изображена нечетная цифра [6, с. 279].

Решение.

а) После того, как из коробки достали одну карточку с четной цифрой, в ней остались четыре карточки, из которых на одной изображена четная цифра, а на трех – нечетные цифры. Пусть событие А – то, что на второй карточке изображена нечетная цифра. Вероятность события А равна:

$P(A) = \frac{3}{4} = 0{,}75;$

б) после того, как из коробки достали одну карточку с нечетной цифрой, в ней остались четыре карточки, из которых на двух изображена четная цифра, а на других двух – нечетные цифры. Пусть событие A – то, что на второй карточке изображена нечетная цифра. Вероятность события A равна:

$P(A) = \frac{2}{4} = 0{,}5.$

Ответ:

а) если цифра на первой карточке четная, то вероятность того, что на второй карточке изображена нечетная цифра, равна 0,75;

б) если цифра на первой карточке нечетная, то вероятность того, что на второй карточке изображена нечетная цифра, равна 0,5.

Задача П8. На испытаниях новейшей снайперской винтовки вероятность того, что цель на большом расстоянии будет поражена с первого выстрела, для второго стрелка равна 0,6, а для первого – 0,8. Каждый из стрелков выстрелил независимо друг от друга по одному разу. Определить вероятность того, что:

а) только первый стрелок попал в цель;

б) оба стрелка попали в цель;

в) цель не поражена;

г) один из стрелков попал в цель;

д) того, что цель поражена хотя бы одним из стрелков [6, с. 279].

Решение. Пусть событие A – то, что цель поражена первым стрелком, а событие B – то, что цель поражена вторым стрелком.

а) $P(A \backslash B) = P(A) - P(B) = 0{,}8 - 0{,}6 = 0{,}2;$

б) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0{,}8 \cdot 0{,}6 = 0{,}48;$

в) $P\left(\overline{A}\right) = 0{,}2;\ P\left(\overline{B}\right) = 0{,}4;\ P\left(\overline{AB}\right) = 0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}08;$

г) $P\left(A \cap \overline{B}\right) = P(A) \cdot P\left(\overline{B}\right) = 0{,}8 \cdot 0{,}4 = 0{,}32;$

$P\left(\overline{A} \cap B\right) = P\left(\overline{A}\right) \cdot P(B) = 0{,}2 \cdot 0{,}6 = 0{,}12;$

д) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}8 + 0{,}4 = 1{,}2.$

Ответ:

а) вероятность того, что цель поражена только первым стрелком, равна 0,2;

б) вероятность того, что цель поражена обоими стрелками, равна 0,48;

в) вероятность того, что цель не поражена, равна 0,08;

г) вероятность того, что цель поражена только первым стрелком, равна 0,32; только второй стрелок поразит цель с вероятностью 0,12;

д) хотя бы один из стрелков попадет в цель с вероятностью, равной 1.

Задача П9. В одной из двух одинаковых коробок 2 белых и 1 черная радиодеталь, во второй 1 белая и 4 черных радиодетали. Случайным образом выбирается одна из коробок, из которой вытаскивают одну радиодеталь. Найдите вероятность того, что радиодеталь окажется белой [6, с. 279].

Решение. Пусть событие А – то, что вынутая из коробки радиодеталь окажется белой. Вероятность того, что случайным образом будет выбрана одна из коробок, равна $\frac{1}{2}$. Белая радиодеталь будет вынута из первой коробки с вероятностью $\frac{2}{3}$. Из второй коробки белая радиодеталь будет вынута с вероятностью $\frac{1}{5}$.

Вероятность события А при условии, что случайным образом будет выбрана первая коробка, равна:

$$P_1(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

Вероятность события А при условии, что случайным образом будет выбрана вторая коробка, равна:

$$P_2(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}.$$

Ответ: если случайным образом будет выбрана первая коробка, то вероятность того, что будет вынута белая радиодеталь, равна $\frac{1}{3}$. Если случайным образом будет выбрана вторая коробка, то вероятность того, что будет вынута белая радиодеталь, равна $\frac{1}{10}$.

Задача П10. По информации, полученной от дилеров, в первый год эксплуатации новых автомобилей 17 % нуждаются в ремонте один раз, 7 % – два раза и 4 % – более двух раз. Используя эти данные, для случайно выбранного автомобиля, найдите вероятность того, что:

а) вообще не было необходимости в ремонте автомобиля;

б) автомобиль ремонтировался максимум один раз;

в) хотя бы один раз пришлось обратиться в автосервис для ремонта автомобиля [6, с. 277].

Решение.

а) Пусть событие А – то, что автомобиль вообще не нуждался в ремонте. Это означает, что автомобиль не был в ремонте ни одного раза. Следовательно, вероятность события А будет равна:

$P(A) = 1 - 0{,}17 - 0{,}07 - 0{,}04 = 0{,}72;$

б) пусть событие В – то, что автомобиль был в ремонте не более одного раза в течение года. Вероятность события В будет равна:

$P(B) = 1 - 0{,}17 = 0{,}83;$

в) пусть событие С – то, что автомобиль был в ремонте хотя бы один раз в течение года. Вероятность события С будет равна:

$P(C) = 0{,}17 + 0{,}07 + 0{,}04 = 0{,}28.$

Ответ: вероятность того, что вообще не было необходимости в ремонте автомобиля, равна 0,72; вероятность того, что автомобиль ремонтировался максимум один раз, равна 0,83; вероятность того, что хотя бы один раз пришлось обратиться в автосервис для ремонта автомобиля, равна 0,28.

Задача П11. В коробке 7 белых и 3 черных радиодетали. Найдите вероятность того, что из случайно вынутых двух радиодеталей, по крайней мере, одна будет белой [6, с. 277].

Решение. Пусть событие А – то, что первая из вынутых из коробки радиодеталей окажется белой. Вероятность события А будет равна:

$$P(A) = \frac{7}{10} = 0{,}7.$$

Пусть событие B – то, что первая из вынутых из коробки радиодеталей окажется черной. Вероятность события B будет равна:

$$P(B) = \frac{3}{10} = 0{,}3.$$

Пусть событие C – то, что вторая вынутая из коробки радиодеталь окажется белой, при условии, что первая вынутая из коробки радиодеталь была черная. Вероятность события C будет равна:

$$P(C) = \frac{7}{9}.$$

Пусть событие D – то, что хотя бы одна из двух вынутых из коробки радиодеталей окажется белой. Вероятность события D будет равна:

$$P(D) = P(A) + P(B) \cdot P(C) = \frac{7}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{14}{15}.$$

Ответ: вероятность того, что хотя бы одна из двух вынутых из коробки радиодеталей окажется белой, равна $\frac{14}{15}$.

Задача П12. На машиностроительном заводе независимо друг от друга работают два станка. В течение одной смены второй станок может выйти из строя с вероятностью 0,2, а первый – с вероятностью 0,1. Определите вероятность, с которой:

а) оба станка проработают без поломок в течение всей рабочей смены;

б) в течение одной смены оба станка сломаются [10, с. 42]?

Решение. Пусть событие A – то, что первый станок проработает всю смену без поломок; событие B – то, что второй станок проработает всю смену без поломок; событие C – то, что оба станка проработают смену без поломок; событие D – то, что оба станка сломаются в течение одной смены. Определим вероятности этих событий.

$$P(A) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9;$$

$$P(B) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8;$$

$$P(\mathrm{C}) = P(A) \cdot P(B) = 0{,}8 \cdot 0{,}9 = 0{,}72;$$

$$P(D) = 0{,}1 \cdot 0{,}2 = 0{,}02.$$

Ответ: вероятность того, что в течение всей смены оба станка проработают без поломки, равна 0,72; вероятность того, что в течение одной смены оба станка сломаются, равна 0,02.

Задача П13. Инженер-метролог бросает две монеты. Что при этом вероятнее: выпадение обеих «решек» или «орла» и «решки» [10, с. 42]?

Решение. Пусть событие А – это то, что на первой монете выпадет «решка». Вероятность события А равна 0,5. Пусть событие В – это то, что на второй монете тоже выпадет «решка», при условии, что на первой монете выпала «решка». Вероятность события В равна:

$P(B) = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25.$

Пусть событие С – это то, что на первой монете выпадет «орел». Вероятность события С равна 0,5. Пусть событие D – это то, что на второй монете выпадет «решка», при условии, что на первой монете выпал «орел». Вероятность события D равна:

$P(D) = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25.$

Ответ: при броске двух монет выпадение обеих «решек» или «орла» и «решки» является равновероятным.

Задача П14. Во время испытаний противотанковой ракетной системы по танку выпустили последовательно три ракеты. Первая ракета попадает в движущийся танк с работающей системой радиоэлектронной борьбы с вероятностью 0,5, вторая – с вероятностью 0,6, третья – с вероятностью 0,8. При одном попадании танк уничтожается с вероятностью 0,3, при двух попаданиях – с вероятностью 0,6, при трех попаданиях танк уничтожается с вероятностью 100 %. Определите вероятность уничтожения танка [10, с. 42].

Решение. Примем за событие А такое событие, когда танк будет уничтожен с первого попадания. Определим вероятность события А:

$P(A) = 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}15.$

Примем за событие В такое событие, когда танк будет уничтожен со второго попадания. Определим вероятность события В:

$P(B) = 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}18.$

Примем за событие C такое событие, когда танк будет уничтожен только с третьего попадания. Определим вероятность события C:

$P(C) = 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8 \cdot 1 = 0{,}24.$

Пусть событие D – то, что танк уничтожен. Вероятность события D равна:

$P(D) = 0{,}15 + 0{,}18 + 0{,}24 = 0{,}57.$

Ответ: вероятность уничтожить танк равна 0,57.

Задача П15. Машина состоит из n блоков. Надежность (вероятность безотказной работы за данный промежуток времени) k-го блока равна P_k. Поломки в различных блоках происходят независимо. Определите надежность работы всей машины [10, с. 42].

Решение. В соответствии с условием задачи, вероятность исправной работы каждого блока составляет P_k, и машина состоит из n блоков. Поломки в различных блоках происходят независимо. Если неисправен любой один блок, то машина полностью выходит из строя. Таким образом, вероятность того, что машина без поломок проработает необходимое время (надежность машины), равна P_k^n.

Задача П16. На машиностроительном предприятии титановый куб, все грани которого окрашены, распилили на ленточнопильном станке на 1000 кубиков, после чего наугад взяли один из них. Определите вероятность, с которой на взятом кубике будет окрашенных граней ровно две [10, с. 42].

Решение.

Любой из 1000 кубиков, которые были изготовлены из первоначального куба, имеет по шесть граней. Всего получилось 6000 граней. Вероятность, с которой на взятом кубике окрашенных граней будет ровно две, равна $\frac{2}{6000}$, или $\frac{1}{3000}$.

Задача П17. Силовой электронный блок включает в себя два независимых элемента. Второй элемент может сгореть с вероятностью 0,3, а первый – с вероятностью 0,2. Определить вероятность, с которой:

а) сгорят оба элемента;

б) останутся исправными оба элемента [37, с. 421].

Решение. Примем за событие А такое событие, при котором сгорит первый элемент, а за событие В – что сгорит второй элемент. Эти события являются независимыми в соответствии с условиями задачи [37, с. 421].

а) Событием АВ является такое событие, когда одновременно случаются событие А и В. Таким образом, $P(AB) = 0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}06$ [37, с. 421];

б) если второй элемент остается исправным, следовательно, происходит событие $\overline{\mathrm{B}}$, которое является противоположным событию В. Если первый элемент работает – происходит событие $\overline{\mathrm{A}}$, противоположное событию А. Определим вероятность таких событий:

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8;$

$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$ [37, с. 421].

Следовательно, такое событие, при котором оба элемента остаются исправными, является событием $\overline{\mathrm{A}}\overline{\mathrm{B}}$. Таким образом:

$P(\overline{AB}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0{,}8 \cdot 0{,}7 = 0{,}56$ [37, с. 421].

Ответ:

а) оба элемента сгорят с вероятностью 0,06;

б) оба элемента останутся исправными с вероятностью 0,56.

Задача П18. В контейнере лежат 10 резисторов по 15 Ом, 15 – по 60 Ом, 25 – по 100 Ом и 10 – по 25 Ом. Найдите вероятность, с которой у наугад взятого резистора сопротивление будет больше 60 Ом при условии, что у этого резистора четное число Ом [37, с. 419].

Решение. Примем за событие А такое событие, когда сопротивление взятого резистора больше 60 Ом, а за событие В – такое событие, когда число Ом – четное. Однако, в данном случае, «больше 60 Ом» означает 100 Ом, следовательно, «четное число Ом» – это 100 Ом, следовательно, $P(AB) = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$, а «четное число Ом» – это 100 и 60 Ом, т.е. $P(B) = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$ [37, с. 420].

Таким образом, вероятность, которую необходимо найти:

$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{5}{12} : \frac{2}{3} = \frac{5}{8}$ [37, с. 420].

Ответ: любой взятый из контейнера резистор будет иметь сопротивление, большее, чем 60 Ом, при условии, что число Ом является четным, с вероятностью $\frac{5}{8}$.

Задача П19. Изготовлено три партии микросхем, в которых, соответственно, 50, 30, 20 штук в каждой. Вероятность того, что микросхемы проработают время, указанное в технической документации, соответственно для каждой партии составляет 0,9, 0,8 и 0,7. Определите вероятность, с которой любая микросхема, взятая наугад из ста микросхем, проработает время, указанное в технической документации [37, с. 423].

Решение. Событием А назовем такое событие, при котором взятая наугад микросхема проработает время, указанное в технической документации. Пусть H_1, H_2 и H_3 – предположения о том, что микросхема взята из первой, второй или третьей партии соответственно. В таком случае, $P(H_1) = 0{,}2$; $P(H_2) = 0{,}3$; $P(H_3) = 0{,}5$. Микросхема отработает назначенное время с вероятностями:

$P(A/H_1) = 0{,}7$; $P(A/H_2) = 0{,}8$; $P(A/H_3) = 0{,}9$ (по условию). Определим по формуле полной вероятности:

$$P(A) = P(A/H_1)P(H_1) + P(A/H_2)P(H_2) + P(A/H_3)P(H_3) =$$
$$= 0{,}7 \cdot 0{,}2 + 0{,}8 \cdot 0{,}3 + 0{,}9 \cdot 0{,}5 = 0{,}83$$ [37, с. 423].

Ответ: любая взятая микросхема из сотни будет исправно работать назначенное время с вероятностью 0,83.

Задача П20. На сборку с третьего станка приходит 30 % деталей, которые были изготовлены, со второго – 30 %, а с первого – 40 %. Бракованные детали могут быть изготовлены на первом станке с вероятностью 0,01; на втором – с вероятностью 0,03; на третьем – с вероятностью 0,05. Определить вероятность, с которой бракованной может оказаться любая взятая деталь [37, с. 424].

Решение. Найдем по формуле полной вероятности вероятность, с которой бракованной может оказаться любая взятая деталь:

$P = 0{,}4 \cdot 0{,}01 + 0{,}3 \cdot 0{,}03 + 0{,}3 \cdot 0{,}05 = 0{,}028.$

Ответ: вероятность, с которой бракованной может оказаться любая взятая деталь, составляет 0,028.

Таким образом, в данном параграфе нами представлена система задач профильного уровня по теме «Элементы теории вероятностей» для подготовки старшеклассников технологического профиля к выбору направления обучения в вузе.

2.4 Педагогический эксперимент и его результаты

Педагогическое исследование было проведено с января по май 2022 года в школе № 9 города Павлово Нижегородской области. В эксперименте принимали участие 46 учащихся 11 классов: 11 «А» класс – 22 человека, 11 «Б» класс – 24 человека. В качестве экспериментального класса был выбран 11 «Б» класс, а в качестве контрольного класса – 11 «А» класс. Учитель математики М. Н. Дерябина была непосредственным исполнителем педагогического следования.

Педагогический эксперимент проводился с целью проверки эффективности практического использования в качестве средства подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе спроектированных в данной работе систем практико-ориентированных задач.

Педагогический эксперимент включал в себя три этапа: констатирующий, поисковый и контролирующий.

Во время констатирующего этапа педагогического эксперимента было проведено анкетирование старшеклассников для диагностики их готовности к выбору профиля обучения в вузе.

Во время поискового этапа педагогического эксперимента была выполнена апробация на практике спроектированных в данной работе систем практико-ориентированных задач.

Во время контролирующего этапа педагогического эксперимента было проведено повторное анкетирование старшеклассников для диагностики их готовности к выбору профиля обучения в вузе, и сравнение результатов анкетирования, полученных на констатирующем и контролирующем этапах педагогического эксперимента.

Ниже более подробно описаны этапы педагогического эксперимента.

Констатирующий этап педагогического эксперимента был осуществлен в январе 2022 года. При этом было выполнено анкетирование старшеклассников из экспериментального и контрольного классов по методике А. А. Азбель [16, с. 170-182]. Анкета содержит 20 утверждений. Для каждого утверждения предлагается четыре варианта ответов. Старшеклассники должны выбрать один вариант ответа, тот, который в наибольшей степени соответствует их точке зрения. Затем осуществляется подсчёт показателей анкеты в соответствии с ключом и интерпретация полученных результатов. Список утверждений, ключ и интерпретация полученных результатов представлены в Приложении Б.

В зависимости от результатов анкетирования устанавливался статус профессиональной идентичности учащихся, в соответствии с которым определялся степень готовности старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе.

В зависимости от степени готовности совершить осознанный выбор пути дальнейшего профессионального развития имеется четыре «статуса профессиональной идентичности учащихся: неопределенная профессиональная идентичность, навязанная профессиональная идентичность, кризис выбора и сформированная профессиональная идентичность» [16, с. 171-172].

Результаты проведённого на констатирующем этапе педагогического эксперимента в 11 «А» и 11 «Б» классах анкетирования представлены в таблице 7 и в виде диаграмм на рисунке 7.

Таблица 7 – Результаты анкетирования старшеклассников на констатирующем этапе педагогического эксперимента

Класс	11 «А»	11 «Б»
Количество учащихся в классе, человек	22	24
Количество учащихся со статусом профессиональной идентичности:		
Неопределенная профессиональная идентичность	4	5
В процентах	18 %	20 %
Навязанная профессиональная идентичность	4	4
В процентах	18 %	17 %
Кризис выбора	5	4
В процентах	23 %	17 %
Сформированная профессиональная идентичность	9	11
В процентах	41 %	46 %

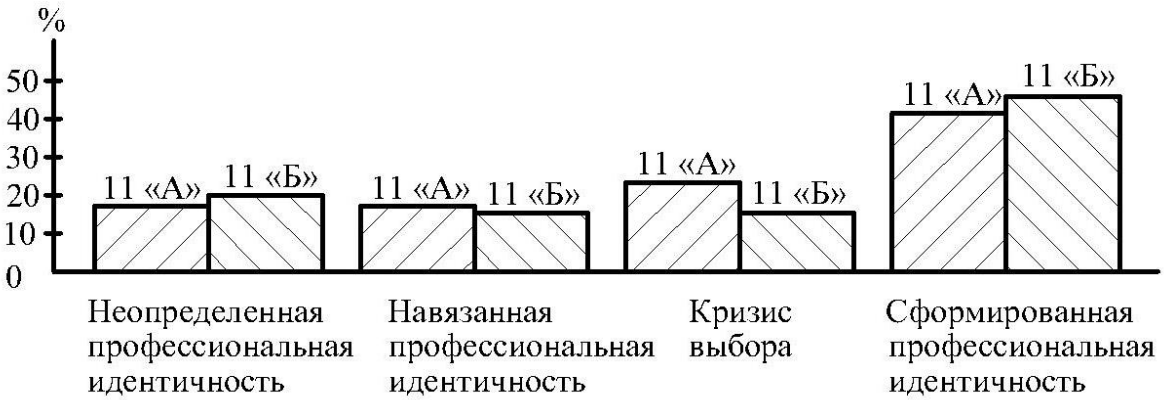


Рисунок 7 – Результаты анкетирования учащихся на констатирующем этапе педагогического эксперимента

Результаты констатирующего этапа педагогического эксперимента показывают, что и в контрольном, и в экспериментальном классах у большинства старшеклассников профессиональная идентичность еще не сформирована, то есть большинство учащихся еще не готовы к осознанному выбору профиля обучения в вузе. Причинами этого, на наш взгляд, может быть недостаточная работа в школе по профессиональной ориентации, а также такие качества личности самих старшеклассников, как психологическая незрелость, отсутствие понимания важности выбора своей будущей профессии.

Анализ полученных в результате проведения констатирующего этапа педагогического эксперимента данных дают основания утверждать, что подготовка учащихся старших классов школы к выбору профиля обучения в вузе должна проводиться целенаправленно. Такая работа была проведена на следующем этапе исследования.

Поисковый этап педагогического исследования был реализован с февраля по май 2022 года. Во время изучения на уроках математики темы «Элементы теории вероятностей» с учащимися экспериментального 11 «Б» класса с целью изучения влияния практико-ориентированных задач на их готовность к осознанному выбору профиля обучения в вузе систематически проводилась работа по решению практико-ориентированных задач. В это время контрольный 11 «А» класс продолжал обучение по традиционной методике. Затем, на третьем этапе педагогического исследования, была выполнена проверка эффективности проделанной в экспериментальном классе работы.

Контролирующий этап педагогического исследования был реализован в мае 2022 года и заключался в проведении повторного анкетирования старшеклассников, такого же, что и на констатирующем этапе. Результаты исследования представлены в таблице 8 и на рисунке 8 в виде диаграммы. Результаты контролирующего этапа педагогического эксперимента показывают, что в экспериментальном классе количество учащихся, у которых профессиональная идентичность сформирована, увеличилось по сравнению с контрольным классом, а также по сравнению с результатами констатирующего эксперимента с 46 % до 54 %. В экспериментальном классе также уменьшилось по сравнению с контрольным классом, а также по сравнению с результатами констатирующего эксперимента с 20 % до 8 %, количество учащихся, у которых профессиональная идентичность неопределенная. Следовательно, учащиеся экспериментального класса после проведения поискового этапа педагогического эксперимента стали лучше подготовлены к выбору профиля обучения в вузе, чем учащиеся контрольного класса.

Таблица 8 – Результаты анкетирования старшеклассников на контролирующем этапе педагогического эксперимента

Класс	11 «А»	11 «Б»
Количество учащихся в классе, человек	22	24
Количество учащихся со статусом профессиональной идентичности:		
Неопределенная профессиональная идентичность	3	2
В процентах	14 %	8 %
Навязанная профессиональная идентичность	5	5
В процентах	23 %	21 %
Кризис выбора	4	4
В процентах	18 %	17 %
Сформированная профессиональная идентичность	10	13
В процентах	45 %	54 %

Рисунок 8 – Результаты анкетирования учащихся на контролирующем этапе педагогического эксперимента

Полученные на контролирующем этапе педагогического эксперимента данные позволяют сделать вывод о том, что проведенный педагогический эксперимент подтвердил эффективность применения на практике систем практико-ориентированных задач в качестве средства подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе.

Выводы по второй главе:

– за основу в этом исследовании в качестве принципов проектирования практико-ориентированных задач по математике для обучающихся старших классов общеобразовательной школы взяты принципы М. В. Егуповой. Практико-ориентированные задачи, кроме дидактической ценности, должны давать возможность получить решение средствами школьной математики, а также содержать в своей фабуле достоверную ситуацию. Практико-ориентированная задача – это в первую очередь задача учебная, которая должна быть направлена на получение школьниками именно математических знаний и умений. Эти задачи должны быть составлены таким образом, чтобы школьникам было достаточно их жизненного опыта и знаний для понимания смысла ситуации, описанной в ее фабуле. Для школьников должна быть интересна сама постановка данной задачи. Этот интерес должен проистекать из того, что есть возможность проверить результат решения задачи на практике, или задача дает объяснение математического смысла реальных жизненных событий, либо учащиеся получают из текста условий и решения задачи значимые для их возраста новые сведения об окружающем мире. Требования к данным задачам подразделяются на: требования к фабуле задачи и требования к ее математическому содержанию. Так, содержание практико-ориентированных задач должно обеспечивать связь математики с другими науками либо содержать информацию, важную и полезную с точки зрения практики. Описательная часть этих задач должна содержать факты, указывающие на то, что математика активно используется в различных сферах жизни и науках, что математика – это универсальная наука, которая применяется повсюду; содержание задач должно соответствовать ведущему типу деятельности и познавательным интересам учащихся. Если описательная часть задачи не соответствует интересам учащихся определенного возраста, то это может навести учащихся на мысли, что математика – это очень скучная и пустая наука, которая не представляет никакого интереса. Описанная в условии данной задачи ситуация должна быть понятна школьникам. Ученики должны знать термины, которые используются в условии задачи. Описательная часть практико-ориентированной задачи может включать в себя сведения не только из школьных курсов. Задачи должны: соответствовать профилю обучения школьников и школьной программе по математике; решаться путем использования теоретического материала, изученного школьниками. Ее решение должно быть содержательным с точки зрения изучения математики. На уроках математики следует решать именно математические задачи, а не экономические, химические, физические и т. д. Численные и фактические данные в задаче должны соответствовать данным в реальной жизни. Если в задаче не хватает каких-то данных, то у школьников должна быть возможность найти их в справочниках или эмпирическим путем. Если в условиях задачи приняты какие-либо допущения, то они не должны искажать сути процесса или ситуации, содержащихся в фабуле задачи. Данные задачи должны составлять единую систему вместе с другими математическими задачами;

– в работе спроектированы системы практико-ориентированных задач для технологического профиля для 10-11 классов по теме «Элементы теории вероятностей» профильного и базового уровней, каждая из которых включают в себя по 20 задач, в соответствии с принципами проектирования данных задач М. В. Егуповой;

– педагогический эксперимент включал в себя констатирующий, поисковый и контролирующий этапы, подтвердил эффективность применения на практике систем практико-ориентированных задач в качестве средства подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе.

Заключение

Основными выводами по результатам данной работы являются следующие:

– нормативно-правовые документы в сфере образования определяют цели и задачи предпрофильного и профильного обучения математике в старших классах общеобразовательной школы, которые учитель должен достигать и решать в ходе образовательного процесса. Профильное обучение осуществляется исходя из потребностей рынка труда для социализации старшеклассников и индивидуализации обучения. Нормативными документами предусмотрены естественнонаучный, гуманитарный, социально-экономический, технологический и универсальный профили обучения в старших классах школы;

– на основе определения Ю. М. Колягина под практико-ориентированной задачей мы будем понимать: систему, состоящую из следующих элементов: условие, которое содержит модель какого-либо объекта деятельности; вопрос, который ставится в задаче; решение задачи, то есть получение ответа на вопрос, поставленный в задаче путем преобразования ее условия; обоснование решения задачи. Вместе с этим, практико-ориентированными задачами являются такие задачи, в фабулах которых содержатся ситуации, взятые из различных областей профессиональной деятельности будущего специалиста. На этапе общеобразовательной подготовки есть возможность обозначить и показать школьнику область его будущей профессиональной деятельности решать некоторые производственные задачи с помощью математики;

– в действующих учебниках и учебных пособиях в общеобразовательной школе мало практико-ориентированных задач. Поэтому учитель должен проявлять профессиональную компетентность и творческий подход, ему требуется самому разработать или подобрать необходимые виды данных задач;

– для развития мышления школьников больше пользы решение одной задачи несколькими способами. Для того, чтобы школьники могли быстро и правильно решать сюжетные задачи, они должны понимать условие задачи: понимать суть ситуации, описанной в задаче, понимать смысл предложений и слов, которыми записано условие задачи. При решении задач необходимо последовательно выполнять этапы решения. Основное требование, которое предъявляется к решению задачи: оно должно быть абсолютно обоснованным. Невозможно научить школьников решать все возможные задачи. Учитель обязан обучить общим для всех задач подходам, приёмам, методам их решения. При этом главными методами решения задач являются синтез и анализ;

– готовить старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе предлагается с помощью практико-ориентированных задач путем использования: определенных элективных, вводных или факультативных курсов; метода математического моделирования; реализации межпредметных связей; на основе различных подходов, например, деятельностного и личностно-ориентированного; развития у учащихся самостоятельности в познавательной деятельности; использования вычислительного эксперимента с использованием программы Microsoft Excel и компьютера; использования возможностей дистанционного обучения.

– за основу в этом исследовании в качестве принципов проектирования практико-ориентированных задач по математике для обучающихся старших классов общеобразовательной школы взяты принципы М. В. Егуповой. Практико-ориентированные задачи, кроме дидактической ценности, должны давать возможность получить решение средствами школьной математики, а также содержать в своей фабуле достоверную ситуацию. Практико-ориентированная задача – это в первую очередь задача учебная, которая должна быть направлена на получение школьниками именно математических знаний и умений. Эти задачи должны быть составлены таким образом, чтобы школьникам было достаточно их жизненного опыта и знаний для понимания смысла ситуации, описанной в ее фабуле. Для школьников должна быть интересна сама постановка данной задачи. Этот интерес должен проистекать из того, что есть возможность проверить результат решения задачи на практике, или задача дает объяснение математического смысла реальных жизненных событий, либо учащиеся получают из текста условий и решения задачи значимые для их возраста новые сведения об окружающем мире. Требования к данным задачам подразделяются на: требования к фабуле задачи и требования к ее математическому содержанию;

– спроектированы системы практико-ориентированных задач для технологического профиля для 10-11 классов по теме «Элементы теории вероятностей» профильного и базового уровней в соответствии с принципами проектирования данных задач М. В. Егуповой. Каждая из представленных систем задач состоит из 20 задач;

– педагогический эксперимент подтвердил эффективность применения на практике разработанных систем практико-ориентированных задач в качестве средства подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе. Отметим, что анкетирование старшеклассников на констатирующем и контролирующем этапах педагогического эксперимента осуществлялось по методике А. А. Азбель.

Результаты, полученные в работе, являются достоверными. Эффективность применения на практике систем практико-ориентированных задач в качестве средства подготовки старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе проверена экспериментальным путем.

Задачи работы полностью выполнены, цель работы достигнута.

Список используемой литературы

1. Абатурова В. С. Математическое моделирование в обучении математике как средство формирования познавательной самостоятельности учащихся профильных классов экономической направленности: автореф. … дис. канд. пед. наук. Ярославль. 2010. 24 с.

2. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. уровни / [Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева, Н. Е. Федорова, М. И. Шабунин]; под ред. А. Б. Жижченко. – 2-е изд. М.: Просвещение, 2010. 336 с.

3. Алексеева Е. Е. Методические особенности формирования математической грамотности учащихся как составляющей функциональной грамотности // Мир науки, культуры, образования. 2020. № 4 (83). С. 214-218.

4. Ахтамова С. С. Особенности решения текстовых задач в коррекционной школе // Вестник ТГПУ. 2018. № 8 (197). С. 121-128.

5. Бахвалова Л. В. Приемы педагогической техники в работе преподавателя профессиональной школы. Минск: Республиканский институт профессионального образования (РИПО), 2019. 148 с.

6. Бахраманова Н., Керимов М., Гусейнов И. Математика: учебник для 11 класса общеобразовательных школ. Баку: Radius, 2018. 324 с.

7. Беляева О. А. Педагогические технологии в профессиональной школе. Минск: Республиканский институт профессионального образования (РИПО), 2018. 61 с.

8. Бородулина Н. А. Основные направления формирования умения решать геометрические задачи // Калининградский вестник образования. 2019. № 4. С. 63-68.

9. Вахрушева Н. В. Проектирование многоуровневого содержания вводного курса финансовых вычислений в профильном обучении старшеклассников математике: автореф. … дис. канд. пед. наук. Волгоград. 2009. 28 с.

10. Вербицкий А. А. Теория и технологии контекстного образования: учебное пособие / А. А. Вербицкий. М.: МПГУ, 2017. 268 с.

11. Виноградова Л. В. О задачах на составление уравнений // Математика в школе. 1994. № 5. С. 8-10.

12. Гаджимурадов М. А., Гаджиева З. Д., Шихшинатова М. М. Формирование математической компетентности учащихся на разных уровнях // Известия ДГПУ. 2018. Т. 12. № 4. С. 1-6.

13. Геометрия. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / [Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.]. М.: Просвещение, 2013. 255 с.

14. Герасимова А. Д. Ориентировочная основа решения задач // Математика в школе. 2003. № 6. С. 40-42.

15. Гольдин А. М. Математика: 10–11 классы математико-экономического профиля. Екатеринбург: Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина; Специализированный учебно-научный центр, 2019. 205 с.

16. Грецов А., Азбель А. Психологические тесты для старшеклассников и студентов. – СПб.: Питер, 2012. 208 с.

17. Гусев В. А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы / В. А. Гусев. – 2-е изд. (эл.). М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. 456 с.

18. Далингер В. А. Методика обучения математике. Традиционные сюжетно-текстовые задачи. М.: Издательство Юрайт, 2019. 174 с.

19. Далингер В. А. Практико-ориентированное обучение будущих инженеров математике // Международный журнал экспериментального образования. 2015. № 3. С. 111-114.

20. Денисова О. П. Психология и педагогика. М.: ФЛИНТА, 2019. 237 с.

21. Дугина Г. Р. Развитие креативного мышления у студентов СПО через профессионально ориентированные задачи // Инновационное развитие профессионального образования. 2019. № 4 (24). С. 12-17.

22. Егупова М. В. Об основных требованиях, предъявляемых к задачам с прикладным содержанием в курсе школьной математики // Наука и школа. 2007. № 3. С. 33-37.

23. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе. Учебное пособие для студентов педвузов. – М.: МПГУ, 2014. 208 с.

24. Зверева Л. Г., Корманенко Н. В., Кузнецова Ю. С. Современные тенденции развития методики обучения математике // The scientific heritage. 2019. № 40. С. 16-18.

25. Келдибекова А. О. О подходах к оценке решения задач математических олимпиад школьников // Перспективы науки и образования. 2019. № 5 (41). С. 324-344.

26. Кислякова М. А., Поличка А. Е. Разработка практических задач в обучении математическим дисциплинам студентов социогуманитарных профилей // Проблемы современного образования. 2019. № 3. С. 153-161.

27. Клименкова О. А. Реализация межпредметных связей экономики и математики в средней школе на примере факультативного курса «Производная в экономике и математике: автореф. … дис. канд. пед. наук. Москва. 2003. 20 с.

28. Колягин Ю. М. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров, М. В. Ткачева, Н. Е. Федорова, М. И. Шабунин. М.: Мнемозина, 2009. 366 с.

29. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике. Ч. 1. – М.: Просвещение, 1977. 112 с.

30. Кондаурова И. К., Батеева Е. Х. Профессионально-ориентированное обучение математике в медико-биологическом лицее // Научен вектор на Балканите. 2019. Т. 3. № 1 (3). С. 39-42.

31. Кондратенко Л. Н. Методические особенности проектирования ориентационных математических элективных курсов на старшей ступени общего образования: автореф. … дис. канд. пед. наук. Москва. 2012. 25 с.

32. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования. Утверждена приказом Министерства образования Российской Федерации от 18.07.2002 № 2783 // Бюллетень «Официальные документы в образовании». Сентябрь 2002 г. № 27.

33. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. № 2506-р (с учетом редакции, внесенной распоряжением Правительства Российской Федерации от 08.10.2020 № 2604-р) // Собрание законодательства Российской Федерации. 2014. № 2 (часть I). ст. 148.

34. Коржуев А. В., Богатырева Н. Э. Обучение решению текстовых задач с неравенствами // Математика в школе. 1993. № 3. С. 54-55.

35. Костюченко Р. Ю. Методика обучения учащихся решению математических задач: содержание этапов решения // Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий. 2018. № 4 (28). С. 117-123.

36. Лахова Н. В. Решение текстовых задач в средних классах // Математика в школе. 1998. № 3. С. 17-23.

37. Лисичкин В. Т. Математика в задачах с решениями. СПб.: Издательство Лань, 2020. 464 с.

38. Мамыкина Л. А. О психолого-педагогических аспектах обучения математике в профильном техническом классе // Вестник Омского университета. 2012. № 4. С. 286-289.

39. Мандель Б. Р. Современная педагогическая психология. Полный курс. Иллюстрированное учебное пособие для студентов всех форм обучения. М. – Берлин: Директ-Медиа, 2019. 828 с.

40. Мерзляк А. Г., Номировский Д. А., Поляков В. М. Математика: алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень: учебник для 10 класса. М.: Издательский центр «Вентана-Граф», 2019. 478 с.

41. Мерзляк А. Г., Номировский Д. А., Поляков В. М. Математика: алгебра и начала анализа. Углубленный уровень: учебник для 11 класса. М.: Издательский центр «Вентана-Граф», 2019. 415 с.

42. Мордкович А. Г., Семенов П. В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни) / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. М.: Мнемозина, 2020. 457 с.

43. Мордкович А. Г., Семенов П. В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни) / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. М.: Мнемозина, 2020. 352 с.

44. Мордкович А. Г., Семенов П. В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни) / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. М.: Мнемозина, 2014. 311 с.

45. Мордкович А. Г., Семенов П. В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. М.: Мнемозина, 2012. 264 с.

46. Муравин К. С., Муравин Г. К. Обучение решению текстовых задач в VII классе // Математика в школе. 1992. № 2-3. С. 11-15.

47. Нателаури Н. К. Методика решения задач с экономическим содержанием на факультативных занятиях по математике в старших классах средней школы с использованием вычислительного эксперимента: автореф. … дис. канд. пед. наук. Москва. 2006. 20 с.

48. Павлова Л. В. Компетентностные задачи как средство совершенствования профессиональной подготовки будущего учителя математики: автореф. … дис. канд. пед. наук. Санкт-Петербург. 2010. 23 с.

49. Пестерева В. Л. Методика обучения и воспитания (математика). Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. 163 с.

50. Погорелов А. В. Геометрия. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А. В. Погорелов. М.: Просвещение, 2014. 175 с.

51. Пожарова Г. А. Практико-ориентированные задачи как один из важнейших элементов формирования математической грамотности учащихся // «Молодой ученый». 2021. № 1 (343). С. 62-64.

52. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28 июня 2016 г. № 2/16-з).

53. Решу ЕГЭ [Электронный ресурс]. – URL: https://ege.sdamgia.ru/ (дата обращения 24.11.2022).

54. Сафонова Л. А. О действиях, составляющих умение решать текстовые задачи // Математика в школе. 2000. № 8. С. 34-36.

55. Смирнова И. М. Геометрия. 10-11 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / И. М. Смирнова, В. А. Смирнов. М.: Мнемозина, 2008. 288 с.

56. Темербекова А. А. Методика обучения математике. СПб.: Лань, 2015. 512 с.

57. Терешин Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики: книга для учителя. М.: Просвещение, 1990. 96 с.

58. Титова О. С. Профильная подготовка учащихся старших классов сельских малокомплектных школ в процессе обучения математике: автореф. … дис. канд. пед. наук. Екатеринбург. 2011. 23 с.

59. Ткачук П. Н. О методике обучения решению практико-ориентированных задач по математике в общеобразовательной школе // «Студенческие дни науки в ТГУ – 2021»: научно-практическая конференция (Тольятти, 5–30

апреля 2021 года): сборник студенческих работ / отв. за вып. С. Х. Петерайтис. Тольятти: Изд-во ТГУ, 2021. С. 524-527.

60. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования. Утвержден приказом Минобрнауки России от 17.05.2012 № 413 (с учетом редакции, внесенной приказом Министерства просвещения РФ от 11 декабря 2020 г. № 712) // «Российская газета» от 21 июня 2012 г. № 139.

61. Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (с учетом редакции, внесенной Федеральным законом от 17.02.2021 № 10-ФЗ) // Собрание законодательства Российской Федерации. 2012. № 53 (часть I). ст. 7598.

62. Чаплыгин В .Ф. Некоторые методические соображения по решению текстовых задач // Математика в школе. 2000. № 4. С. 28-31.

63. Шапиро И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: книга для учителя. М.: Просвещение, 1990. 96 с.

64. Шершнева В. А. Комплекс профессионально направленных математических задач, способствующих повышению качества математической подготовки студентов транспортных направлений технических вузов: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Красноярск. 2004. 24 с.

65. Эрентраут Е. Н. Практико-ориентированные задачи как средство реализации прикладной направленности курса математики в профильных школах: автореф. … дис. канд. пед. наук. Екатеринбург. 2005. 28 с.

66. Beyer W. H. CRC Handbook of Mathematical Sciences. Abingdon: CRC Press, 2018. P. 871.

67. Blitzer R. Thinking mathematically. Boston: Pearson, 2019. P. 1053.

68. Pender B., Sadler D., Ward D., Dorofaeff B., Shea J. Year 11. Mathematics Extension 1. Cambridge Maths Stage 6. Cambridge: Cambridge University Press, 2019. P. 955.

69. Spiegel M. R., Lipschutz S., Liu J. Mathematical Handbook of Formulas and Tables. New York: McGraw-Hill Education, 2018. P. 313.

70. Sultan A., Artzt A. F. The Mathematics That Every Secondary School Math Teacher Needs to Know. Abingdon: Routledge, 2018. P. 789.

71. Xiong B., Lee P. Y. Mathematical Olympiad in China (2011–2014): Problems and Solutions. Shanghai: East China Normal University Press, 2018. P. 368.

Приложение А

Результаты анализа учебников математики для старших классов

Таблица А.1 – Анализ учебников алгебры и начал математического анализа на наличие практико-ориентированных задач

Учебник	Количество задач	Глава, параграф, пример задачи
10 класс		
Учебник Ю. М. Колягина, Ю. В. Сидорова, М. В. Ткачевой, Н. Е. Федоровой, М. И. Шабунина [28].	37	*«Глава I. Действительные числа. Степень с действительным показателем.* *§5. Степень с рациональным показателем.* Задача. Вкладчик помещает в банк 1000 р. Банк ежегодно выплачивает ему 3% от суммы вклада. Какую сумму денег получит вкладчик через 3 года и 5 месяцев» [28, с. 28]? Решение. «Искомая сумма вычисляется по формуле сложных процентов: $S = a(1 + \frac{p}{100})^t, \quad (А.1)$ где a – первоначальная сумма денег; p – число процентов, начисляемых банков в год; t – число лет, в течение которых деньги находились в банке» [28, с. 28]. В данной задаче a = 1000; p = 3; $t = 3\frac{5}{12}$ [28, с. 2]. $S = 1000(1 + \frac{3}{100})^{3\frac{5}{12}} = 1106{,}27$ р. Ответ: через 3 года и 5 месяцев вкладчик получит 1106 рублей 27 копеек. *«Глава 5. Системы уравнений.* *§23. Решение задач с помощью системы уравнений.* Задача. Комплект журналов может полностью заполнить 13 стандартных полок. В продаже были полки, на каждую из которых помещалось на 2 журнала меньше, чем на стандартную. Поэтому пришлось купить 17 полок, и при этом осталось свободное место для двух журналов. Сколько журналов было в комплекте» [28, с. 159]? Задачи встречаются также в: «§7. Показательная функция, ее свойства и график; §13 Иррациональные неравенства; §16 Десятичные и натуральные логарифмы. Формула перехода» [28, с. 43-104].

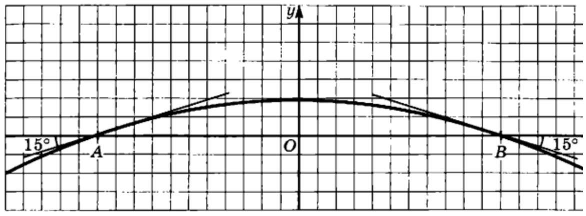
Продолжение Приложения А

Продолжение таблицы А.1

Учебник	Количество задач	Глава, параграф, пример задачи
10 класс		
Учебник А. Г. Мерзляка, Д. А. Номировского, В. М. Полякова [40].	25	*«Глава 1. Повторение и расширение сведений о множествах, математической логике и функциях.* *§2. Конечные и бесконечные множества.* Задача. В спортивной школе есть три секции: акробатики, баскетбола, волейбола. Известно, что школу посещают 200 школьников, а каждую из секций – 80 школьников. Докажите, что найдется не менее 14 школьников, которые посещают одни и те же секции» [40, с. 14]. Решение. «Обозначим множества школьников, посещающих секции акробатики, баскетбола и волейбола, буквами А, Б и В соответственно. Тогда $n\ (\text{А} \cup \text{Б} \cup \text{В}) = 200$; $n(A) = n(\text{Б}) = n(\text{В}) = 80$; $200 = 80 + 80 + 80 - n(A \cap \text{Б}) - n(\text{Б} \cap \text{В}) -$ $-n(\text{В} \cap \text{А}) + n(\text{А} \cap \text{Б} \cap \text{В})$ [40, с. 14]. Отсюда $n(A \cap \text{Б}) + n(\text{Б} \cap \text{В}) + n(\text{В} \cap \text{А}) =$ $= 40 + n\ (\text{А} \cap \text{Б} \cap \text{В}) \geq 40$ [40, с. 14]. Если предположить, что каждое из чисел $n(A \cap \text{Б})$, $n(\text{Б} \cap \text{В})$ и $n(\text{В} \cap \text{А})$ не превышает 13, то их сумма не превышает 39. Получили противоречие» [40, с. 14]. Утверждение доказано. *«Глава 5. Производная и ее применение.* *§43. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.* Задача. Завод А расположен на расстоянии 50 км от прямолинейного участка железной дороги, которая ведет в город В, и на расстоянии 130 км от города В. Под каким углом к железной дороге следует провести шоссе от завода А, чтобы доставка грузов из А в В была самой дешевой, если стоимость перевозок по шоссе в 2 раза больше, чем по железной дороге» [40, с. 338]? *Также задачи встречаются и в других параграфах.*
Учебник А. Г. Мордковича, П. В. Семенова [42], [43].	100	*«Глава 7. Производная.* *§41. Вычисление производных.* Задача. Строится мост параболической формы, соединяющий пункты А и В, расстояние между которыми равно 200 м (рисунок А.1). Въезд на мост и съезд с моста должны быть прямолинейными участками пути, эти участки направлены к горизонту под углом 15°» [42, с. 233]. Указанные прямые должны

Продолжение Приложения А

Продолжение таблицы А.1

Учебник	Количество задач	Глава, параграф, пример задачи
10 класс		
Учебник А. Г. Мордковича, П. В. Семенова [42], [43].		«быть касательными к параболе. Составьте уравнение профиля моста в заданной системе координат» [42, с. 233].  Рисунок А.1 – Схема к задаче *«Глава 8. Комбинаторика и вероятность.* *§47. Правило умножения. Перестановки и факториалы.* Задача. В семье шесть человек, а за столом на кухне шесть стульев. В семье решили каждый вечер, ужиная, рассаживаться на эти шесть стульев по-новому. Сколько дней члены семьи смогут делать это без повторений» [42, с. 417]? Решение. «Для удобства рассуждений пронумеруем стулья: № 1-6, и будем считать, что семья (бабушка, дедушка, мама, папа, дочь, сын) будет рассаживаться на стулья поочередно. Нас интересует, сколько всего существует различных способов рассаживания. Предположим, что первой усаживается бабушка. У нее имеется шесть вариантов выбора стула. Вторым садится дедушка: он выбирает стул третьей, и выбор у нее будет из четырех стульев. У папы будет уже три варианта, у дочки – два, ну а сын сядет на единственный незанятый стул. По правилу умножения получаем, что всего имеется $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ различных способов рассаживания. Таким образом, в «игру с рассаживаниями» семья может играть 720 дней, т. е. почти два года» [42, с. 417]. *В первой части учебника практико-ориентированные задачи встречаются в*: «§40. Определение производной; §41. Вычисление производных; §46. Нахождение наибольших и наименьших значений функции» [42, с. 349-413].

Продолжение Приложения А

Продолжение таблицы А.1

Учебник	Количество задач	Глава, параграф, пример задачи
		10 класс
Учебник А. Г. Мордковича, П. В. Семенова [42], [43].		«§47. Правило умножения. Перестановки и факториалы; «§48. Выбор нескольких элементов. Биноминальные коэффициенты; §49. Случайные события и их вероятности» [42, с. 413-448]. *Во второй части учебника практико-ориентированные задачи встречаются в*: Разделе «Повторение курса алгебры основной школы»; «§7. Определение числовой функции и способы ее задания; §40. Определение производной; §41. Вычисление производных; §46. Нахождение наибольших и наименьших значений функции; §47. Правило умножения. Перестановки и факториалы; §48. Выбор нескольких элементов. Биноминальные коэффициенты; §49. Случайные события и их вероятности» [43, с. 4-302].
		11 класс
Учебник Ю. М. Колягина, Ю. В. Сидорова, М. В. Ткачевой, Н. Е. Федоровой, М. И. Шабунина [2].	206	*«Глава V. Комбинаторика.* *§3. Перестановки.* Сколькими способами можно поставить рядом на полке четыре различные книги» [2, с. 163]? «§5. Сочетания без повторений и бином Ньютона. Задача. Из пяти шахматистов для участия в турнире нужно выбрать двоих. Сколькими способами это можно сделать» [2, с. 169]? Решение. «Из пяти шахматистов можно составить A_5^2 пар. Но из этих пар надо выбрать только те, которые различаются лишь составом участников. Таких пар в два раза меньше, поэтому $\frac{A_5^2}{2} = \frac{5\cdot4}{2} = 10$, т. е. двоих можно выбрать 10 способами» [2, с. 169]. *Практико-ориентированные задачи встречаются в:* «Глава I. Тригонометрические функции. §4. Свойства функции $y = \sin x$ и ее график; Глава II. Производная и ее геометрический смысл. §4. Определение производной; §6. Производная степенной функции» [2, с. 19-78].

Продолжение Приложения А

Продолжение таблицы А.1

Учебник	Количество задач	Глава, параграф, пример задачи
11 класс		
Учебник Ю. М. Колягина, Ю. В. Сидорова, М. В. Ткачевой, Н. Е. Федоровой, М. И. Шабунина [2].		«Глава III. Применение производной к исследованию функций. § 5. Построение графиков функций» Глава V. Комбинаторика. § 2. Правило произведения. Размещения с повторениями; § 3. Перестановки; § 4. Размещения без повторений; § 5. Сочетания без повторений и бином Ньютона; § 6. Сочетания с повторениями; Глава VI. Элементы теории вероятностей. § 1. Вероятность события; § 2. Сложение вероятностей; Глава VI. Элементы теории вероятностей. § 3. Условная вероятность. Независимость событий; § 4. Вероятность произведения независимых событий; § 5. Формула Бернулли» [2, с. 79-270]. Раздел «Упражнения для итогового повторения курса алгебры и начал математического анализа» [2, с. 271-306].
Учебник А. Г. Мерзляка, Д. А. Номировского, В. М. Полякова [41].	284	*«Глава 3. Комплексные числа.* *§15. Умножение и деление комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме. Корень n-й степени из комплексного числа.* Задача. Есть две карты прямоугольной формы, изображающие одну и ту же местность, но имеющие разный масштаб. Меньшую карту положили так, что она оказалась целиком внутри большей карты. Докажите, что можно проткнуть иголкой одновременно обе карты так, что проколотые точки обеих карт будут изображать одну и ту же точку местности» [41, с. 144]. *«Глава 4. Элементы теории вероятностей.* *§18. Аксиомы теории вероятностей.* Задача. Каждый слушатель курсов иностранных языков изучает или только английский язык, или только немецкий язык, или оба этих иностранных языка сразу. Пусть событие А состоит в том, что наугад выбранный слушатель изучает английский язык, а событие B – в том, что наугад выбранный слушатель изучает немецкий язык. Какова вероятность того, что наугад выбранный слушатель изучает оба иностранных языка, если $P(A) = \frac{3}{4}, P(B) = \frac{2}{5}$» [41, с. 171]?

Продолжение Приложения А

Продолжение таблицы А.1

Учебник	Количество задач	Глава, параграф, пример задачи
	11 класс	
Учебник А. Г. Мерзляка, Д. А. Номировского, В. М. Полякова [41].		Решение. «Событие $A \cup B$ состоит в том, что наугад выбранный слушатель изучает английский или немецкий язык. Поскольку каждый слушатель курсов изучает хотя бы один иностранный язык, то событие$A \cup B$ является достоверным, т. е. равно Ω. Отсюда следует, что $P(A \cup B\ ) = P(\Omega) = 1$. Событие $A \cap B$ состоит в том, что наугад выбранный слушатель изучает и английский язык, и немецкий язык, т. е. изучает оба иностранных языка сразу. Определим вероятность события $A \cap B$» [41, с. 171]. $P(A \cap B\ ) = P(A) + P(B) - P(A \cup B\ ) = \frac{3}{4} +$ $+\frac{2}{5} - 1 = \frac{3}{20}$ [41, с. 171]. *Также задачи встречаются и в других параграфах.*
Учебник А. Г. Мордковича, П. В. Семенова [44], [45].	61	*«Глава 6. Системы уравнений и неравенств.* *§33. Системы уравнений.* Задача. Три трактора вспахивают поле. Чтобы вспахать все поле, первому трактору требуется времени на 1 ч больше, чем второму, и на 2 ч меньше, чем третьему. Первый и третий тракторы при совместной работе вспашут все поле за 2 ч 24 мин. Сколько времени уйдет на вспашку поля при совместной работе трех тракторов» [44, с. 293-294]? *«Глава 5. Элементы теории вероятностей и математической статистики.* *§25. Гауссова кривая. Закон больших чисел.* Задача. Вероятность рождения мальчика примем равной 50 %. Найти вероятность того, что среди 200 новорожденных будет 110 мальчиков» [44, с. 215]. Решение. $n = 200; p = q = 0{,}5; k = 110$ [44, с. 215]. Следовательно, $npq = 50 > 10$; $\sqrt{npq} \approx 7{,}07$ [44, с. 215]. $x_k = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} = \frac{110 - 100}{7{,}07} = \frac{10}{7{,}07} \approx 1{,}41$ [44, с. 215]. Используя таблицу Гауссовой функции, получим: $P_{200}(110) \approx \frac{\varphi(1{,}41)}{7{,}07} \approx \frac{0{,}1476}{7{,}07} \approx 0{,}02$ [44, с. 215]. Ответ: вероятность того, что среди 200 новорожденных будет 110 мальчиков, приблизительно равна 0,02.

Продолжение Приложения А

Продолжение таблицы А.1

Учебник	Количество задач	Глава, параграф, пример задачи
11 класс		
Учебник А. Г. Мордковича, П. В. Семенова [44], [45].		*В первой части учебника практико-ориентированные задачи встречаются в:* «Глава 4. Первообразная и интеграл. §20. Первообразная и неопределенный интеграл; §21. Определенный интеграл; Глава 5. Элементы теории вероятностей и математической статистики. §22. Вероятность и геометрия; §23. Независимые повторения испытаний с двумя исходами; §24. Статистические методы обработки информации; §25. Гауссова кривая. Закон больших чисел; Глава 6. Системы уравнений и неравенств. §32. Уравнения и неравенства с двумя переменными; §33. Системы уравнений» [44, с. 155-306]. *Во второй части учебника практико-ориентированные задачи встречаются в:* «Глава 4. Первообразная и интеграл. §20. Первообразная и неопределенный интеграл; §21. Определенный интеграл; Глава 5. Элементы теории вероятностей и математической статистики. §23. Независимые повторения испытаний с двумя исходами; §24. Статистические методы обработки информации; §25. Гауссова кривая. Закон больших чисел; Глава 6. Системы уравнений и неравенств. §33. Системы уравнений» [45, с. 124-214].

Таблица А.2 – Анализ учебников геометрии для 10-11 класса на наличие практико-ориентированных задач

Учебник	Количество задач	Глава, параграф, пример задачи
Учебник Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева [13].	20	*«Глава VI. Цилиндр, конус, шар. §1. Цилиндр.* Задача. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить бак цилиндрической формы с диаметром основания 1,5 м и высотой 3 м, если на один квадратный метр расходуется 200 г краски» [13, с. 134]? Решение. Необходимое количество краски можно определить как произведение площади наружной поверхности бака на удельный расход краски.

Продолжение Приложения А

Продолжение таблицы А.2

Учебник	Количество задач	Глава, параграф, пример задачи
Учебник Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева [13].		По условию задачи удельный расход краски составляет 200 г на квадратный метр. Определим площадь наружной поверхности бака. Она складывается из площади боковой поверхности цилиндра и удвоенной площади основания цилиндра: $S_{нар} = S_{бок} + 2S_{осн}$; $S_{бок} = \pi dh = 3{,}1416 \cdot 1{,}5 \cdot 3 = 14{,}14$ м^2; $S_{осн} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}1416 \cdot 1{,}5^2}{4} = 1{,}77$ м^2; $S_{нар} = 14{,}14 + 2 \cdot 1{,}77 = 17{,}67$ м^2. Определим необходимое количество краски. $m = 17{,}67 \cdot 0{,}2 = 3{,}54$ кг. Ответ: для покраски бака понадобится 3,54 кг краски. *Практико-ориентированные задачи встречаются в:* «Глава V. Метод координат в пространстве. Движения. §3. Движения; Глава VI. Цилиндр, конус, шар. §1. Цилиндр; Глава VI. Цилиндр, конус, шар. §2. Конус; Глава VI. Цилиндр, конус, шар. §3. Сфера; Глава VII. Объемы тел. §1. Объем прямоугольного параллелепипеда; Глава VII. Объемы тел. §2. Объемы прямой призмы и цилиндра; Глава VII. Объемы тел. §4. Объем шара и площадь сферы» [13, с. 127-183].
Учебник А. В. Погорелова [50].	28	*«§3. Перпендикулярность прямых и плоскостей.* Задача. Телефонная проволока длиной 15 м протянута от телефонного столба, где она прикреплена на высоте 8 м от поверхности земли, к дому, где ее прикрепили на высоте 20 м. Найдите расстояние между домом и столбом, при условии, что проволока не провисает» [50, с. 37]. Решение. Представим телефонную проволоку гипотенузой прямоугольного треугольника, в котором один из катетов – это искомое расстояние между домом и столбом, а второй катет – это разность высот прикрепления проволоки на телефонном столбе и на доме. По условию задачи гипотенуза (длина телефонной проволоки) равна 15 м. Разность высот прикрепления проволоки на телефонном столбе и на доме равна $20 - 8 = 12$ м. Найдем расстояние между домом и столбом:

Продолжение Приложения А

Продолжение таблицы А.2

Учебник	Количество задач	Глава, параграф, пример задачи
Учебник А. В. Погорелова [50].		$\sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$ м. Ответ: расстояние между домом и столбом равно 9 м. Практико-ориентированные задачи встречаются в: «§3. Перпендикулярность прямых и плоскостей; §6. Тела вращения; §7. Объемы многогранников» [50, с. 37-117].
Учебник И. М. Смирновой, В. А. Смирнова [55].	22	*«Глава V. Круглые тела* *§39 Конические сечения.* Задача. Пучок света карманного фонарика имеет форму конуса. Какую форму имеет освещенный фонариком участок ровной поверхности в зависимости от угла наклона фонарика» [55, с. 134]? Решение. По условию задачи пучок света карманного фонарика имеет форму конуса. Следовательно, освещенный фонариком участок ровной поверхности можно рассматривать как коническое сечение. Если освещаемая поверхность перпендикулярна оси конуса, который образует пучок света, то освещенный фонариком участок будет иметь форму круга. Если освещаемая поверхность образует с осью пучка света угол, больший, чем угол между образующей и этой осью, то освещенный участок будет иметь форму эллипса. Если освещаемая поверхность образует с осью пучка света угол, равный углу между образующей и этой осью, то освещенный участок будет иметь форму параболы. Если освещаемая поверхность образует с осью пучка света угол, меньший угла между образующей и этой осью, то освещенный участок будет иметь форму гиперболы. *Практико-ориентированные задачи встречаются в:* «Глава IV. Многогранники. §26. Теорема Эйлера; Глава V. Круглые тела. §37. Сечения цилиндра плоскостью. Эллипс; Глава V. Круглые тела. §39. Конические сечения; Глава V. Круглые тела. §42. Ориентация поверхности. Лист Мебиуса; Глава VI. Объем и площадь поверхности. §43. Объем фигур в пространстве. Объем цилиндра» [55, с. 85-151].

Продолжение Приложения А

Продолжение таблицы А.2

Учебник	Количество задач	Глава, параграф, пример задачи
Учебник И. М. Смирновой, В. А. Смирнова [55].		«Глава VI. Объем и площадь поверхности. §47. Объем шара и его частей; Глава VI. Объем и площадь поверхности. §48. Площадь поверхности; Глава VII. Координаты и векторы. §57. Многогранники в задачах оптимизации; Глава VII. Координаты и векторы. §59. Сферические координаты в пространстве; Глава VIII. Геометрия на плоскости. §66. Углы и отрезки, связанные с окружностью» [55, с. 152-247].

Приложение Б

Анкета для определения степени готовности старшеклассников к выбору профиля обучения в вузе по методике А. А. Азбель «Профессиональная идентичность»

«Инструкция. Анкета состоит из 20 утверждений, к каждому дается четыре варианта ответов: а, б, в, г. Внимательно прочитай их и выбери тот, который лучше всего отражает твою точку зрения. Возможно, что какие-то варианты покажутся тебе равнозначными, тем не менее, выбери тот, который в наибольшей степени отвечает твоему мнению. Запиши номера вопросов и выбранный вариант ответа на каждый из них. Старайся быть максимально правдивым! Среди ответов нет хороших или плохих, поэтому не старайся угадать, какой из них правильный или лучший» [16, с. 172].

Утверждение 1. «Меня не беспокоит мое профессиональное будущее» [16, с. 172].

Ответ «а». «Согласен, еще не пришло время решать, где мне дальше учиться или работать» [16, с. 172].

Ответ «б». «Согласен, я уверен, что мои родители помогут мне в моем профессиональном будущем» [16, с. 172].

Ответ «в». «Согласен, так как я уже давно все решил по поводу своего профессионального будущего, поэтому нет смысла беспокоиться» [16, с. 172].

Ответ «г». «Не согласен, ведь если о будущем не беспокоиться сейчас, то потом будет слишком поздно» [16, с. 172].

Утверждение 2. «Мне трудно принять решение, куда пойти учиться дальше» [16, с. 172].

Ответ «а». «Согласен, так как меня интересует сразу несколько специальностей, которые хотелось бы получить» [16, с. 172].

Ответ «б». «Согласен, поэтому я лучше прислушаюсь к мнению авторитетного человека (родителей, хорошего знакомого, друга)» [16, с. 172].

Ответ «в». «Не согласен, я уже принял решение о том, где я буду учиться или работать в дальнейшем» [16, с. 172].

Ответ «г». «Не согласен, поскольку еще пока не задумывался над этой проблемой» [16, с. 172].

Утверждение 3. «Я регулярно изучаю спрос на представителей той специальности, которую я планирую получить» [16, с. 172].

Ответ «а». «Согласен, ведь от спроса на рынке труда зависит, какую специальность я выберу» [16, с. 172].

Ответ «б». «Не согласен, поскольку родители знают лучше, какую специальность мне предложить» [16, с. 172].

Ответ «в». «Не согласен, так как время анализировать спрос на профессии еще не пришло» [16, с. 173].

Ответ «г». «Не согласен, я уже решил, что все равно получу ту специальность, которую я хочу» [16, с. 173].

Утверждение 4. «Я до сих пор не обсуждал с родителями мои будущие профессиональные планы» [16, с. 173].

Ответ «а». «Согласен, так как мои родители уже давно решили, кем я буду, и со мной не советовались по данному вопросу» [16, с. 173].

Ответ «б». «Не согласен, мои родители как раз постоянно со мной обсуждают мои профессиональные предпочтения» [16, с. 173].

Ответ «в». «Согласен, у нас в семье не принято обсуждать мои проблемы, тем более профессиональные планы» [16, с. 173].

Ответ «г». «Не согласен, мы с родителями давно все обсудили, и я принял решение по поводу своей будущей профессии» [16, с. 173].

Утверждение 5. «Мои родители выбрали мне дальнейшую специальность» [16, с. 173].

Ответ «а». «Согласен, и надо признать, что они вообще лучше меня разбираются в этом вопросе» [16, с. 173].

Ответ «б». «Не согласен, но мы регулярно обсуждаем вопрос моей будущей специальности» [16, с. 173].

Ответ «в». «Не согласен, поскольку родители не вмешиваются в мои проблемы с выбором профессии» [16, с. 173].

Ответ «г». «Не согласен, так как выбор специальности был скорее моим самостоятельным решением, чем их» [16, с. 173].

Утверждение 6. «Мне хорошо ясны мои будущие профессиональные планы» [16, с. 173].

Ответ «а». «Согласен, так как выстроить их мне помогли родители (знакомые), которые являются специалистами в этой профессиональной области» [16, с. 173].

Ответ «б». «Согласен, поскольку я построил их самостоятельно, основываясь на собственном жизненном опыте» [16, с. 173].

Ответ «в». «Не согласен, так как у меня нет желания строить профессиональные планы: будь как будет» [16, с. 173].

Ответ «г». «Не согласен, как раз сейчас я пытаюсь выстроить эти профессиональные планы» [16, с. 173].

Утверждение 7. «На мои профессиональные цели сильно влияет мнение моих родителей» [16, с. 173].

Ответ «а». «Не согласен, у моих родителей никогда не возникало желания определять мои профессиональные цели» [16, с. 173].

Ответ «б». «Согласен, поскольку мои родители с детства говорили мне, кем я должен стать» [16, с. 173].

Ответ «в». «Согласен, цели еще сформулированы слабо, но окончательное решение будет все-таки принято мной, а не родителями» [16, с. 174].

Ответ «г». «Согласен, так как родители, конечно, приняли участие в обсуждении этого вопроса, но все-таки решение уже принято мной самостоятельно» [16, с. 174].

Утверждение 8. «Думаю, мне еще слишком рано задумываться над вопросами построения моей карьеры» [16, с. 174].

Ответ «а». «Согласен, так как моя карьера все равно будет зависеть от решения моей семьи» [16, с. 174].

Ответ «б». «Согласен, мне и раньше в жизни не приходилось сталкиваться с вопросами построения карьеры» [16, с. 174].

Ответ «в». «Не согласен, уже настал тот момент, когда нужно выбирать, как дальше строить свою карьеру» [16, с. 174].

Ответ «г». «Не согласен, я уже давно и точно решил, каким образом я буду выстраивать свою карьеру» [16, с. 174].

Утверждение 9. «Уже точно решено, какую специальность я хочу получить после окончания школы» [16, с. 174].

Ответ «а». «Не согласен, так как я еще не думал над своей конкретной специальностью» [16, с. 174].

Ответ «б». «Согласен, и я могу точно назвать учебное заведение и специальность, которую я получу» [16, с. 174].

Ответ «в». «Согласен, так как мои родители уже сообщили мне, на кого и где я буду дальше учиться» [16, с. 174].

Ответ «г». «Не согласен, мне трудно понять, какая специальность подходит именно мне» [16, с. 174].

Утверждение 10. «Друзья советуют мне, какое образование лучше получить» [16, с. 174].

Ответ «а». «Согласен, мы с ними часто обсуждаем этот вопрос, но я пытаюсь строить свои профессиональные планы самостоятельно» [16, с. 174].

Ответ «б». «Согласен, и я собираюсь вместе с другом получить одинаковое образование, прислушавшись к его мнению» [16, с. 174].

Ответ «в». «Не согласен, так как обдумывать свою будущую карьеру нам с друзьями некогда, у нас есть много более интересных дел» [16, с. 174].

Ответ «г». «Не согласен, я уже принял решение относительно своего будущего без помощи друзей» [16, с. 174].

Утверждение 11. «Для меня непринципиально, где именно учиться в дальнейшем» [16, с. 174].

Ответ «а». «Согласен, так как для меня главное – получить специальность, о которой давно мечтал, а не конкретное место учебы» [16, с. 174].

Ответ «б». «Согласен, поскольку уверен, что родители (родственники) все равно устроят меня на хорошую работу после учебы» [16, с. 174].

Ответ «в». «Согласен, поскольку профессиональная учеба – не главное в жизни» [16, с. 175].

Ответ «г». «Не согласен, так как от выбора учебного заведения зависит качество моего образования» [16, с. 175].

Утверждение 12. «Я боюсь без совета своих родителей принимать ответственные решения по поводу моей дальнейшей профессиональной деятельности» [16, с. 175].

Ответ «а». «Согласен, я делаю попытки сориентироваться в профессиональной жизни, но пока затрудняюсь выбрать что-то одно» [16, с. 175].

Ответ «б». «Не согласен, так как мои родители все равно не хотят и не могут мне ничего посоветовать» [16, с. 175].

Ответ «в». «Согласен, поскольку мои родители с детства помогают мне, контролируя многие события в моей жизни, в том числе и в плане выбора профессии» [16, с. 175].

Ответ «г». «Не согласен, свое решение по этому вопросу я уже принял абсолютно самостоятельно» [16, с. 175].

Утверждение 13. «Я нечасто думаю о моем профессиональном будущем» [16, с. 175].

Ответ «а». «Не согласен, над этой проблемой я думаю довольно часто» [16, с. 175].

Ответ «б». «Согласен, так как я знаю, мои родители сделают так, чтобы у меня в жизни все устроилось отлично» [16, с. 175].

Ответ «в». «Согласен, думаю, мне еще рано над этим размышлять» [16, с. 175].

Ответ «г». «Согласен, так как я все уже решил для себя и сейчас концентрирую свое внимание на других проблемах» [16, с. 175].

Утверждение 14. «У меня на примете несколько учебных заведений, куда я хотел бы пойти учиться» [16, с. 175].

Ответ «а». «Не согласен, так как мои родители уже определили меня в конкретное учебное заведение, где я дальше и буду учиться» [16, с. 175].

Ответ «б». «Не согласен, я сам хочу учиться только в одном, вполне определенном учебном заведении» [16, с. 175].

Ответ «в». «Согласен, я как раз выбираю одно из профессиональных учебных заведений» [16, с. 175].

Ответ «г». «Не согласен, иногда мне кажется, что я сам не знаю, чего я хочу от будущего» [16, с. 175].

Утверждение 15. «Жизненные проблемы не смогут мне помешать достигнуть поставленных профессиональных целей» [16, с. 175].

Ответ «а». «Согласен, поскольку знаю, что мои родители или родственники сделают все, чтобы эти цели осуществились» [16, с. 175].

Ответ «б». «Не согласен, у меня пока еще нет профессиональных целей» [16, с. 176].

Ответ «в». «Согласен, так как я хорошо осознаю свои профессиональные цели и стремлюсь к ним» [16, с. 176].

Ответ «г». «Не согласен, я еще не до конца понимаю, в чем состоят эти цели» [16, с. 176].

Утверждение 16. «У нас дома часто разгораются бурные споры по поводу моей будущей карьеры» [16, с. 176].

Ответ «а». «Не согласен, поскольку мои родители все уже решили и с ними уже бесполезно спорить» [16, с. 176].

Ответ «б». «Не согласен, так как мои родители не особо интересуются вопросом моей карьеры» [16, с. 176].

Ответ «в». «Не согласен, ведь по поводу карьеры я все уже решил сам и спорить со мной все равно бесполезно» [16, с. 176].

Ответ «г». «Согласен, я советуюсь с родителями, хотя иногда наши взгляды относительно моего будущего могут расходиться» [16, с. 176].

Утверждение 17. «Меня мало интересует информация о том, как выстраивать карьеру в различных профессиональных областях» [16, с. 176].

Ответ «а». «Согласен, так как мои родители уже выбрали мне будущую сферу деятельности и нет надобности собирать какую-либо дополнительную информацию» [16, с. 176].

Ответ «б». «Согласен, потому что я уже принял решение о том, кем я буду и где буду учиться, и не стоит терять время на изучение этой информации» [16, с. 176].

Ответ «в». «Не согласен, я как раз сейчас активно анализирую особенности карьеры в различных областях деятельности» [16, с. 176].

Ответ «г». «Согласен, меня вообще мало интересует информация о том, где и как можно выстраивать карьеру» [16, с. 176].

Утверждение 18. «Я держу на примете несколько направлений профессионального развития» [16, с. 176].

Ответ «а». «Согласен, но они были определены заранее моими родителями (родственниками)» [16, с. 176].

Ответ «б». «Не согласен, я ориентируюсь всего на одно профессиональное направление» [16, с. 176].

Ответ «в». «Не согласен, я о них пока еще не задумывался» [16, с. 176].

Ответ «г». «Согласен, таких направлений пока несколько, и я не решил, какое из них для меня основное» [16, с. 176].

Утверждение 19. «Я хорошо представляю свою дальнейшую профессиональную жизнь» [16, с. 176].

Ответ «а». «Не согласен, пока мое профессиональное будущее – это множество альтернатив» [16, с. 176].

Ответ «б». «Не согласен, но я уверен, что мои родители устроят меня на хорошую работу, где карьера мне будет обеспечена» [16, с. 177].

Ответ «в». «Не согласен, так как мне не хочется вникать в профессиональную жизнь, у меня есть и более важные проблемы» [16, с. 177].

Ответ «г». «Согласен, и я уже делаю первые шаги по моему профессиональному пути» [16, с. 177].

Утверждение 20. «Родители предоставили мне возможность сделать мой профессиональный выбор самостоятельно» [16, с. 177].

Ответ «а». «Не согласен, потому что мои родители вообще не участвуют в моем профессиональном выборе» [16, с. 177].

Ответ «б». «Согласен, но мы все равно еще обсуждаем мой профессиональный выбор» [16, с. 177].

Ответ «в». «Не согласен, так как родители считают, что при самостоятельном выборе я могу ошибиться» [16, с. 177].

Ответ «г». «Согласен, и я уже сделал свой профессиональный выбор» [16, с. 177].

Продолжение Приложения Б

«Ключ. Каждый вариант ответа оценивается в 1 или 2 балла в соответствии с приведенным ниже ключом (таблица А1). Интерпретация полученных данных приведена в таблице А2 «Статусы профессиональной идентичности», которая представлена ниже» [16, с. 177-178].

Таблица Б.1 – Ключ к анкете

№ вопроса	Профессиональная идентичность			
	Неопределенная	Навязанная	Кризис выбора	Сформированная
1	а – 2	б – 1	г – 1	в – 1
2	г – 1	б – 1	а – 2	в – 1
3	в – 1	б – 1	а – 2	г – 1
4	в – 1	а – 2	б – 1	г – 1
5	в – 1	а – 2	б – 1	г – 1
6	в – 1	а – 1	г – 1	б – 2
7	а – 1	б – 2	в – 1	г – 1
8	б – 2	а – 1	в – 1	г – 1
9	а – 1	в – 1	г – 1	б – 2
10	в – 1	б – 2	а – 1	г – 1
11	в – 2	б – 1	г – 1	а – 1
12	б – 1	в – 2	а – 1	г – 1
13	в – 2	б – 1	а – 1	г – 1
14	г – 1	а – 1	в – 2	б – 1
15	б – 1	а – 1	г – 1	в – 2
16	б – 1	а – 1	г – 2	в – 1
17	г – 2	а – 1	в – 1	б – 1
18	в – 1	а – 1	г – 2	б – 1
19	в – 1	б – 1	а – 1	г – 2
20	а – 1	в – 1	б – 1	г – 2
Сумма				

«Чем выше сумма баллов, набранная по каждому из статусов, тем в большей степени характеристика данного статуса применима к конкретному учащемуся. Интерпретация полученных данных приведена в таблице А2» [16, с. 178-180].

Продолжение Приложения Б

Таблица Б.2 – Статусы профессиональной идентичности

Статусы профессиональной идентичности	Характеристика статусов	Сумма баллов	Степень выраженности статуса
Неопределенное состояние профессиональной идентичности	Состояние характерно для учащихся, которые не имеют четких профессиональных целей и планов и при этом не пытаются их сформировать, выстроить варианты своего профессионального развития. Чаще всего этим статусом обладают подростки, родители которых не хотят или не имеют времени проявлять активный интерес к профессиональному будущему своих детей. Такой статус бывает и у подростков, привыкших жить текущими желаниями, недостаточно осознающих важность выбора будущей профессии	0 – 3	Статус не выражен
		4 – 7	Выраженность ниже среднего уровня
		8 – 11	Средняя степень выраженности
		12 – 15	Выраженность выше среднего уровня
		16 баллов и выше	Ярко выраженный статус
Навязанная профессиональная идентичность	Это состояние характерно для человека, который выбрал свой профессиональный путь, но сделал это не в результате самостоятельных размышлений, а прислушавшись к мнению авторитетных для него людей – родителей или друзей. На какое-то время это, как правило, обеспечивает комфортное состояние, позволяя избежать переживаний по поводу собственного будущего. Но нет никакой гарантии, что выбранная таким путем профессия будет отвечать интересам и способностям самого человека. Поэтому такой выбор в дальнейшем вполне может привести к разочарованию	0 – 4	Статус не выражен
		5 – 9	Выраженность ниже среднего уровня
		10 – 14	Средняя степень выраженности
		15 – 19	Выраженность выше среднего уровня
		20 баллов и выше	Ярко выраженный статус

Продолжение Приложения Б

Продолжение таблицы Б.2

Статусы профессиональной идентичности	Характеристика статусов	Сумма баллов	Степень выраженности статуса
Мораторий (кризис выбора)	Такое состояние характерно для человека, исследующего альтернативные варианты дальнейшего профессионального развития и активно пытающегося выйти из этого состояния, приняв осмысленное решение о своем будущем. Эти юноши и девушки размышляют о возможных вариантах профессионального развития, примеряют на себя различные профессиональные роли, стремятся как можно больше узнать о разных специальностях и путях их получения. На этой стадии нередко складываются неустойчивые отношения с родителями и друзьями: полное взаимопонимание может быстро сменяться непониманием, и наоборот. Как правило, большая часть людей после кризиса выбора переходит к состоянию сформированной идентичности, реже – к навязанной идентичности	0 – 4	Статус не выражен
		5 – 9	Выраженность ниже среднего уровня
		10 – 14	Средняя степень выраженности
		15 – 19	Выраженность выше среднего уровня
		20 баллов и выше	Ярко выраженный статус
Сформированная профессиональная идентичность	Эти юноши и девушки готовы совершить осознанный выбор дальнейшего профессионального развития или уже его совершили. Они уверены, что приняли правильное решение о своем профессиональном будущем. Этим статусом обладают те юноши и девушки, которые прошли через кризис выбора и самостоятельно сформировали систему знаний о себе, профессиональных ценностях и жизненные убеждения. Они могут осознанно выстраивать свою жизнь, потому что определились, чего хотят достигнуть	0 – 2	Статус не выражен
		3 – 5	Выраженность ниже среднего уровня
		6 – 8	Средняя степень выраженности
		9 – 11	Выраженность выше среднего уровня
		12 баллов и выше	Ярко выраженный статус

«Система наиболее общих представлений о самом себе и своем месте в мире называется идентичностью. Она предполагает также осознание себя как профессионала» [16, с. 170].

«Человек не просто выбирает профессию, а в значительной степени предопределяет весь свой дальнейший образ жизни, круг общения. Профессиональная принадлежность – одна из самых значимых характеристик любого человека» [16, с. 170-171].

«Если взрослого человека просят ответить на вопрос «Кто вы?», то, как правило, сначала он называет имя и профессию, а уж потом говорит о возрасте, национальности, религиозных убеждениях и т. п.» [16, с. 171].

«Представление о себе как о носителе определенной профессии – неотъемлемый компонент представлений большинства взрослых людей о самих себе. И чем более любима работа, тем более слиты эти представления, со временем человек уже не мыслит себя вне связи со своей профессией. И если он по каким-то причинам не может продолжать заниматься своим любимым делом (безработица, болезни, выход на пенсию), это становится для него настоящей жизненной трагедией» [16, с. 171].

«Иногда выбор профессии или будущего места учебы кажется легким, делается чуть ли не моментально: просто вдруг понял, что стану кем-то, и все. Но на самом деле принятие решения в таких случаях обычно происходит по формуле «одно мгновение плюс вся предшествующая жизнь»: даже если само решение принимается незамедлительно, зависит оно от всего предшествующего жизненного опыта. Поэтому можно сказать, что профессиональное самоопределение не сводится к одномоментному выбору, оно начинается задолго до самого события, продолжается и после него, по мере дальнейшего обучения и освоения профессии. Сложность выбора состоит еще в том, что предпочесть одну профессию значит отказаться от многих других» [16, с. 171].

«Можно выделить четыре так называемых статуса профессиональной идентичности – ступеньки, которые человек проходит в процессе профессионального самоопределения» [16, с. 171].

«Неопределенная профессиональная идентичность: выбор жизненного пути не сделан, четкие представления о карьере отсутствуют, но человек даже не задумывается об этом» [16, с. 171].

«Навязанная профессиональная идентичность: человек имеет сформированные представления о своем профессиональном будущем, но они навязаны извне (например, родителями) и не являются результатом самостоятельного выбора» [16, с. 171].

«Мораторий (кризис выбора) профессиональной идентичности: человек осознает проблему выбора профессии и находится в процессе ее решения, но наиболее подходящий вариант еще не определен» [16, с. 171].

«Сформированная профессиональная идентичность: профессиональные планы определены, что стало результатом осмысленного самостоятельного решения» [16, с. 172].

«Как использовать полученную в результате этого тестирования информацию? Во-первых, можно определить ступеньку, на которой находится учащийся, а значит, можно предполагать, куда можно «шагать» дальше. А во-вторых, важно, чтобы учащийся понял: поиск своей профессии – это такой процесс, который практически неизбежно проходит через этап кризиса (на стадии моратория идентичности). На этом этапе большинство молодых людей испытывают беспокойство по поводу своего профессионального будущего, неуверенность в собственных силах, переживания по поводу неопределенности жизненных перспектив [16, с. 180-181].

«Вообще-то, если человек приобретает определенную профессию и начинает работать по этой специальности, из этого еще не следует, что у него сформированная профессиональная идентичность» [16, с. 181].

«Ведь вполне возможно, что он просто рассматривает работу как способ заработать деньги, но отнюдь не считает ее «своим» делом, не связывает ее со своими жизненными целями и ценностями» [16, с. 181].

«Это соответствует статусу диффузной профессиональной идентичности: такой человек не задумывается над смыслом своего труда, он просто делает то, за что ему заплатят» [16, с. 181].

«Как правило, он не стремится к самосовершенствованию в сфере труда, не имеет четких профессиональных целей и карьерных планов. Если такому человеку представится возможность заняться чем-то другим, где удастся работать меньше, а получать больше, то он, не задумываясь, сменит не только место работы, но и род занятий» [16, с. 181].

«Нередко встречается и вариант, когда человек приобретает профессию и начинает работать, но профессиональная идентичность его – навязанная, так как этот выбор был сделан им несамостоятельно. Тогда он чаще всего начинает воспринимать свою работу как некий долг, обязательство, иногда даже прямо заявляя: «Да, меня не устраивает моя работа. Но я должен ею заниматься – ведь если не я, то кто же?!» Такие люди обычно остаются верными месту работы: они могут сменить профессию, но все равно стремятся остаться работать там же, где раньше» [16, с. 181].

«Возможно и такое: человек застревает на стадии моратория профессиональной, кризиса выбора. Тогда он оказывается вечным искателем, который меняет множество профессий, но ни на чем не может остановиться. Возникает парадоксальная ситуация: работа интересует такого человека только до тех пор, пока он не достигнет в ней определенного уровня мастерства. Но потом ему становится неинтересно и скучно, и он меняет профессию (как, впрочем, и место работы), начинает осваивать что-то новое» [16, с. 181].

«Если же у человека сформированная профессиональная идентичность, то он, как правило, искренне заинтересован в том деле, которым занимается, считает его своим призванием. Такой человек обычно достигает высокого уровня профессионализма и знает себе цену» [16, с. 181].

«Он уверен в верности своего профессионального выбора и не склонен его изменять, хотя и вполне может менять места работы. Если где-то перед ним откроются более широкие возможности для профессионального роста, чем на прежнем месте работы, то он пойдет туда» [16, с. 181-182].