

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий  
(наименование института полностью)

Кафедра «Высшая математика и математическое образование»  
(наименование)

44.04.01 Педагогическое образование  
(код и наименование направления подготовки)

Математическое образование  
(направленность (профиль))

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА  
(МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ)**

на тему: «Формирование мотивации старшеклассников к учебно-познавательной деятельности при обучении геометрии в общеобразовательной школе»

Студент Е.В. Чиркова \_\_\_\_\_  
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Научный  
Руководитель канд. пед. наук, доцент, И.В. Антонова  
(учёная степень, звание, И.О. Фамилия)

## Оглавление

|                                                                                                                                                                        |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Введение.....                                                                                                                                                          | 3   |
| Глава 1 Теоретические основы формирования мотивации<br>старшекласников к учебно-познавательной деятельности при обучении<br>геометрии в общеобразовательной школе..... | 11  |
| 1.1 Понятие мотивации и её роль в учебно-познавательной<br>деятельности обучающихся .....                                                                              | 11  |
| 1.2 Методические особенности формирования мотивации<br>школьников к учебно-познавательной деятельности на уроках<br>геометрии в общеобразовательной школе .....        | 17  |
| 1.3 Из опыта работы учителей по формированию мотивации<br>обучающихся .....                                                                                            | 29  |
| Глава 2 Методические основы формирования мотивации<br>старшекласников к учебно-познавательной деятельности при обучении<br>геометрии в общеобразовательной школе.....  | 35  |
| 2.1 Развитие мотивации школьников при обучении геометрии<br>посредством организации проектной деятельности.....                                                        | 35  |
| 2.2 Элективный курс «Вписанные и описанные конусы»<br>для обучающихся старших классов .....                                                                            | 49  |
| 2.3 Педагогический эксперимент и его результаты .....                                                                                                                  | 80  |
| Заключение .....                                                                                                                                                       | 88  |
| Список используемой литературы .....                                                                                                                                   | 89  |
| Приложение А Методика диагностики направленности учебной<br>мотивации Т.Д. Дубовицкой .....                                                                            | 106 |

## Введение

### **Актуальность и научная значимость настоящего исследования.**

Динамично развивающееся современное общество неизбежно предъявляет новые требования к системе школьного образования. Одним из них является повышение качества обучения учащихся. При этом постоянно усложняющиеся требования к развитию выпускников предполагают не только овладение учащимися определенной суммой знаний, но и способность добывать их самостоятельно, то есть уметь учиться. Выполнение данных требований возможно лишь в случае высокого уровня мотивированности учащихся к учебно-познавательной деятельности.

Однако на сегодняшний день наблюдается демотивированность большого количества школьников к изучению обязательных учебных предметов, в том числе математики. Притом, что общество нуждается в специалистах, имеющих высокий уровень математического образования. Особенно важной представляется проблема отсутствия достаточной мотивации к учебно-познавательной деятельности у обучающихся старших классов, поскольку именно у них чаще наблюдается снижение интереса к учёбе. Как отмечает И.Н. Макарычева [90], в подростковом возрасте учебная деятельность уступает свои ведущие позиции коммуникативной деятельности. Переписка в социальных сетях привлекает старшеклассников куда более, чем решение математических задач. В этом возрасте школьники начинают строить жизненные планы, определяться с выбором будущей профессии.

Формирование мотивации учения школьников является одной из основных проблем в теории и методике обучения математики. Её актуальность обусловлена обновлением содержания обучения, характеризующегося нарастающим объемом материала, интенсивностью его изучения, усложнением учебных программ; постановкой задач

формирования у школьников приемов самостоятельного приобретения знаний, познавательных интересов, активной жизненной позиции.

Необходимость формирования учебной мотивации у школьников отражается в федеральном государственном образовательном стандарте среднего (полного) общего образования [139], где указано, что одним из результатов освоения основной программы должна являться сформированность у учащихся мотивации к обучению и целенаправленной познавательной деятельности, а также мотивации к саморазвитию.

Проблеме формирования учебной мотивации в педагогике и психологии посвящены работы многих российских и зарубежных авторов, которые рассматривали различные её аспекты: *мотивы как источники активности поведения человека* (Л.И. Божович [13], В.К. Вилюнас [22], А.Н. Леонтьев [85], А. Маслоу [94], Х. Хекхаузен [143], П.М. Якобсон [154], Дж. Аткинсон [155], Т. Гаски [156] и др.); *особенности строения и развития мотивационной сферы личности обучающихся, характеристики отдельных ведущих мотивов учения*: познавательного интереса (Г.И. Щукина [150], Н.Ф. Талызина [137]); познавательной потребности (В.С. Ильин [63]); социальных и познавательных мотивов (А.К. Маркова [93]); мотивов достижения и избегания неудачи (Н. Скороходова [125], Х. Хекхаузен [143]); коммуникативного мотива и мотива творческой реализации (М.В. Матюхина [95], Н.Ц. Бадмаева [7], Д. Макклеланд [157], У. Наттен [158]).

Методические аспекты формирования мотивации у школьников к учебно-познавательной деятельности *при обучении математике* в общеобразовательной школе представлены в исследованиях В.Г. Болтянского [14], М.Б. Воловича [25; 26], В.А. Гусева [34], О.Б. Епишевой [52; 53], Т.А. Ивановой [60]; Ю.М. Колягина [73], М.А. Родионова [113; 115-117], Г.И. Саранцева [120; 122], Н.Л. Стефановой и Н.С. Подходовой [132], Л.М. Фридмана [140] и других.

В диссертационных исследованиях последних лет рассматриваются следующие аспекты решения проблемы формирования мотивации школьников при обучении математике в общеобразовательной школе:

- «разработка методических подходов к теориям обучения доказательствам, поиску решения математических задач, реализации практической и эстетической направленности школьного математического образования, смысловому анализу предметного математического текста, в которых потребностно-мотивационная сфера ученика рассматривается как необходимый компонент методической системы обучения математике (М.А. Родионов» [117]);
- организация диагностики математической подготовки школьников с целью обеспечения развития их учебной мотивации (С.Ю. Варлашина [20]);
- развитие мотивации и познавательного интереса учащихся при решении межпредметных задач (Н.А. Терновая [138]);
- «формирование мотивации учащихся к учебно-познавательной деятельности в процессе обучения математике средствами нестандартных математических задач» (Е.Н. Качуровская [68]);
- изучение процесса влияния мотивации на повышение качества знаний, умений и навыков учащихся (Г.Г. Сулейманов [134]);
- определение оптимальных моментов применения мотивационной системы при изучении различных разделов алгебры (А.М. Чобан-Пилецкая [147]).

Однако, несмотря на то, что проблема формирования у учащихся мотивации к учебно-познавательной деятельности при изучении математике исследуется давно, многие вопросы мотивационного характера остаются нерешёнными, о чём свидетельствуют данные, приведённые в Концепции развития математического образования в Российской Федерации. В указанном документе приводится следующая информация: «основными проблемами развития математического образования являются низкая учебная

мотивация школьников и студентов, устаревшее содержание учебных программ, нарушение преемственности между уровнями образования, нехватка квалифицированных преподавателей. Низкая учебная мотивация школьников и студентов связана с общественной недооценкой значимости математического образования, перегруженностью образовательных программ, а также оценочных и методических материалов техническими элементами и устаревшим содержанием, с отсутствием учебных программ, отвечающих потребностям обучающихся и действительному уровню их подготовки. Все это приводит к несоответствию заданий промежуточной и государственной итоговой аттестации фактическому уровню подготовки значительной части обучающихся» [74].

Таким образом, актуальность темы исследования обусловлена сложившимися к настоящему времени **противоречиями** между необходимостью формирования мотивации старшеклассников к учебно-познавательной деятельности при изучении математики и недостаточной разработанностью методов и средств её формирования.

**Объект исследования:** процесс обучения геометрии учащихся 10-11 классов общеобразовательной школы.

**Предмет исследования:** методика формирования мотивации старшеклассников к учебно-познавательной деятельности при обучении геометрии в общеобразовательной школе.

**Цель исследования** заключается в выявлении методических особенностей формирования мотивации старшеклассников к учебно-познавательной деятельности при обучении геометрии в общеобразовательной школе.

**Гипотеза исследования** основана на предположении о том, что формирование мотивации учащихся 10-11 классов к учебно-познавательной деятельности в процессе обучения геометрии будет эффективным, если:

- использовать различные методы и приемы ее формирования;

- развитие мотивации старшеклассников будет осуществляться посредством организации проектной деятельности;
- работа над проектными заданиями в группах будет связана с решением практико-ориентированных задач.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Раскрыть понятие мотивации и её роль в учебно-познавательной деятельности обучающихся.
2. Выявить методические особенности формирования мотивации старшеклассников к учебно-познавательной деятельности на уроках геометрии в общеобразовательной школе.
3. Представить опыт работы учителей по формированию мотивации учащихся к изучению математики.
4. Рассмотреть методические особенности развития мотивации школьников при обучении геометрии посредством организации проектной деятельности.
5. Разработать математический проект по теме «Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра. Объём цилиндра» для учащихся 11 класса, направленный на повышение мотивации школьников к изучению геометрии.
6. Разработать элективный курс по теме «Вписанные и описанные конусы» как средство развития мотивации школьников к учебно-познавательной деятельности при обучении геометрии.
7. Провести педагогический эксперимент и описать его результаты.

**Теоретико-методологическую основу** данного исследования составили работы В.Г. Болтянского [14], Ю.М. Колягина [73], В.А. Гусева [33-35], Г.И. Саранцева [121], В.А. Далингера [39], М.А. Родионова [113; 115-117], Н.Л. Стефановой и Н.С. Подходовой [132].

**Базовыми для настоящего исследования** явились также: работы М.В. Егуповой [50]; Л.М. Лоповока [86]; Н.Ю. Пахомовой [98], Е.С. Полат [101]; Г.И. Саранцева [122]; И.М. Смирновой и В.А. Смирнова [129; 131].

**Методы исследования:** изучение и анализ психолого-педагогической, научно-методической литературы, а также диссертационных работ по теме исследования; наблюдение за учебным процессом и анализ собственной работы в качестве учителя математики общеобразовательной школы в период производственной практики (педагогической практики); проведение педагогического эксперимента и анализ его результатов.

**Основные этапы исследования:**

*1 семестр* (2019-2020 уч.г.): анализ ранее выполненных исследований по теме диссертации, анализ школьных учебников, нормативных документов (стандартов, программ), анализ опыта работы школы по данной теме;

*2 семестр* (2019-2020 уч.г.): определение теоретических основ формирования мотивации старшеклассников к учебно-познавательной деятельности при обучении геометрии в общеобразовательной школе;

*3 семестр* (2020-2021 уч.г.): определение методических основ исследования по теме диссертации; разработка математического проекта по теме «Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра. Объём цилиндра» для учащихся 11 класса, направленного на повышение мотивации школьников к изучению геометрии; элективного курса по теме «Вписанные и описанные конусы»;

*4 семестр* (2020-2021 уч.г.): оформление диссертации, корректировка ранее представленных материалов и аппарата исследования, описание результатов эксперимента, формулирование выводов.

**Опытно-экспериментальная база исследования:** Самарская область, г.о. Тольятти, МБУ «Школа № 93».

**Научная новизна исследования** заключается в том, что в нем обоснована целесообразность формирования мотивации старшеклассников к учебно-познавательной деятельности при обучении геометрии в общеобразовательной школе путем использования различных методов и приемов ее формирования; организации проектной деятельности, где при



работе над проектными заданиями в группах обучающиеся решают практико-ориентированные задачи.

**Теоретическая значимость исследования** состоит в том, что в нем:

- выявлены методические особенности формирования мотивации старшеклассников к учебно-познавательной деятельности на уроках геометрии в общеобразовательной школе;
- рассмотрены методические особенности развития мотивации школьников при обучении геометрии посредством организации проектной деятельности.

**Практическая значимость исследования** определяется тем, что в нём разработаны:

- математический проект для организации проектной деятельности по теме «Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра. Объём цилиндра» для учащихся 11 класса, направленный на повышение мотивации школьников к изучению геометрии, на основе решения практико-ориентированных задач;
- элективный курс по теме «Вписанные и описанные конусы» как средство развития мотивации школьников.

**Достоверность** результатов и выводов, полученных в ходе проведенного исследования, обеспечивались: сочетанием теоретических и практических методов исследования, анализом личного опыта работы в общеобразовательной школе в период производственной практики (педагогической практики).

**Личное участие автора** в организации и проведении исследования состоит в определении теоретических и методических основ формирования мотивации старшеклассников к учебно-познавательной деятельности при обучении геометрии в общеобразовательной школе; анализе опыта работы учителей по формированию мотивации обучающихся; выделении методических особенностей развития мотивации школьников при обучении геометрии посредством организации проектной деятельности; в разработке

математического проекта по одной из тем школьного курса геометрии, элективного курса для учащихся 10-11 классов.

**Апробация и внедрение результатов работы** велись в течение всего исследования. *Экспериментальная проверка* предлагаемых методических рекомендаций была осуществлена в период производственной практики (научно-исследовательской работы) и производственной практики (преддипломной практики) на базе кафедры «Высшая математика и математическое образование» ФГБОУ ВО «Тольяттинский государственный университет», а также в период производственной практики (педагогической практики) в качестве учителя математики МБУ «Школа № 69» г. Тольятти. *Теоретические выводы и практические результаты* исследования представлены на: Всероссийской научно-практической междисциплинарной конференции «Молодёжь. Наука. Общество» (г. Тольятти, декабря 2019 г.; декабрь 2020 г.), научно-практической конференции «Студенческие Дни науки в ТГУ» (г. Тольятти, апрель-май 2020 г.). Имеется три публикации по теме исследования [144-146].

**На защиту выносятся:**

1. Методические рекомендации по формированию мотивации старшеклассников к учебно-познавательной деятельности при обучении геометрии в общеобразовательной школе.

2. Математический проект для организации проектной деятельности учащихся по теме «Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра. Объём цилиндра» для учащихся 11 класса, направленный на повышение мотивации школьников к изучению геометрии.

3. Элективный курс по теме «Вписанные и описанные конусы» как средство развития мотивации школьников.

**Структура магистерской диссертации.** Работа состоит из введения, двух глав и заключения, содержит 35 рисунков, 8 таблиц, список используемой литературы (159 источников). Основной текст работы изложен на 104 страницах.

# **Глава 1 Теоретические основы формирования мотивации старшекласников к учебно-познавательной деятельности при обучении геометрии в общеобразовательной школе**

## **1.1 Понятие мотивации и её роль в учебно-познавательной деятельности обучающихся**

Мотивация – это сложное и многоаспектное понятие. Проблеме формирования мотивации у обучающихся посвящено достаточно большое количество работ отечественных и зарубежных авторов, занимающихся исследованиями как в теории и методике обучения математике, так и в психологии, и в педагогике. В работе Е.П. Ильина [63] указывается, что первое употребление термина «мотивация» относится примерно к 1900 году и ввёл данное понятие А. Шопенгауэр в своей статье «Четыре принципа достаточной причины». Отметим, что проблема формирования мотивации школьников к учебно-познавательной деятельности на протяжении многих лет является предметом исследования учёных, при этом взгляды на сущность данного понятия у них различны.

Рассмотрим различные подходы к определению понятия мотивации.

*В психологии* под мотивацией понимают: 1) «запускной механизм, который вызывает целенаправленную активность физиологического и психологического плана, управляющий поведением человека» (И.А. Зимняя [57]); 2) «совокупность мотивов» (К.К. Платонов [100]); 3) «процесс действия мотива» (Е.П. Ильин [63]); 4) «механизм, определяющий возникновение, направление и способы осуществления конкретных форм деятельности» (И.А. Джидарьян [43]); 5) «совокупная система процессов, отвечающих за побуждение и деятельность» (В.К. Вилюнас [22]); 6) «побуждения, вызывающие активность организма и определяющие её направленность» (А.Я. Анцупов, А.И. Шипилов [4]); 7) «самостоятельный и специфический механизм организации поведения человека» (А.Н. Леонтьев [85]); 8)

«внутреннее поведение, побуждающее индивида предпринимать какие-либо действия» (А. Маслоу [94]); 9) «совокупность факторов, поддерживающих и направляющих, то есть определяющих поведение» (Ж. Годфруа [30]).

Таким образом, в психологии под мотивацией понимается побудительная основа психической жизни человека; совокупность причин психологического характера, определяющих активность поведения человека.

В педагогике понятие «мотивация» трактуется как: 1) «совокупность причин, которые определяют различные проявления активности обучающихся» (М.И. Алексеева [1]); 2) «многомерное образование отдельных мотивов, потребностей, целей, намерений, интересов, идеалов, ценностей» (А.К. Маркова [93]; 3) «общее название для процессов, методов и средств побуждения учащихся к продуктивной познавательной деятельности, активному освоению содержания образования» (В.П. Сластенин [126]).

Из представленных определений видно, что в педагогике мотивация – это собирательное наименование методов и средств побуждения учеников к познанию и обучению, активному усвоению учебного материала.

Представим различные подходы к определению понятия «мотивации» в теории и методике обучения математике. Так, в диссертационном исследовании М.А. Родионова [117] отмечается следующее: «Мотивация представляет собой сложное многоуровневое образование, включающее интенциональный, компетенциальный и когнитивный компоненты. Её совершенствование осуществляется в ходе постоянного заполнения новых уровней своей организации за счет локализации в индивидуальном опыте человека актуализированных мотивационных значений усваиваемых единиц математического знания». Н.Л. Стефанова и Н.С. Подходова определяют мотивацию как «совокупность процессов, определяющих движение по направлению к поставленной цели, а также факторы (внешние и внутренние), которые влияют на активность или пассивность поведения человека в различных ситуациях» [132]. В трактовке В.А. Гусева мотивация – это

«интерес к учебному предмету» [34]. Ю.М. Колягин под мотивацией понимает «деятельность, возникающую под влиянием внутреннего или внешнего стимула» [73].

Анализ сущности всех изложенных выше определений понятия мотивации, позволяет разделить их на два направления: *в первом* мотивация рассматривается со структурных позиций как совокупность факторов или мотивов; *во втором* – как динамичное образование, процесс, механизм.

В нашем исследовании будем рассматривать мотивацию с позиции структурного подхода и опираться на следующее определение: **мотивация** – это «совокупность процессов, определяющих движение по направлению к поставленной цели, а также факторы (внешние и внутренние), которые влияют на активность или пассивность поведения человека в различных ситуациях».

Поскольку понятие мотивации неразрывно связано с *понятием мотива*, являющегося её структурным элементом, раскроем содержание данного понятия.

Так, *в психологии* дается следующее определение понятия мотива: «мотив – это тот результат, то есть предмет, ради которого осуществляется деятельность» (А.Н. Леонтьев [84]). Он выступает как «...то объективное, в чем эта потребность конкретизируется в данных условиях и на что направляется деятельность как на побуждающее её» [85]. Л.И. Божович понимает под *мотивами учебной деятельности* «все побудители этой деятельности» [13].

А.К. Маркова [93] делит мотивы на «*познавательные*, связанные с содержанием учебной деятельности и процессом ее выполнения и *социальные*, связанные с различными социальными взаимодействиями школьника с другими людьми».

В теории и методике обучения математике выделяют *внешние* и *внутренние мотивы обучения* (Л.М. Фридман [141]). Внешние мотивы не связаны с выполняемой деятельностью. Примерами таких мотивов могут

быть похвала родителей, получение хорошей оценки. Внутренние мотивы имеют непосредственное отношение к содержанию выполняемой деятельности. Например, потребность учащегося в собственной компетентности, уверенности в себе, удовлетворённости от выполненной работы.

В работе Н.Л. Стефановой и Н.С. Подходовой [132] приведены примеры мотивов, представленные в таблице 1.

Таблица 1 – Мотивы учебной деятельности

| <i>Познавательные мотивы</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <i>Социальные мотивы</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Внешние</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| Общественное поощрение творческой активности.<br>Признание авторства изобретений.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Учиться, чтобы получать вознаграждение (подарки, деньги, поездки и т. д.).<br>Учиться, чтобы не наказывали.<br>Мотивация престижа — быть первым, лучшим (особенно в таком сложном предмете как математика).<br>Мотивация благополучия — стремление получить одобрение родителей, товарищей.<br>Позиционная мотивация — стремление занять определенное место в отношениях с окружающими.               |
| <i>Внутренние</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| Ориентация на овладение новыми знаниями разного уровня.<br>Творческий познавательный интерес.<br>Ориентация на усвоение способов добывания знаний, интерес к процессу самостоятельного приобретения знаний.<br>Мотивы самообразования, самопознания, раскрытия своих возможностей.<br>Учиться, чтобы удовлетворить любопытство.<br>Внутреннее удовлетворение творческой деятельностью, положительные эмоции. | Желание выполнить свой долг, понимание необходимости учиться, чувство ответственности.<br>Желание получить хорошую подготовку к избранной профессии.<br>Мотивы социального сотрудничества, связанные с потребностью ученика в общении, стремлением получить удовольствие от самого процесса общения и сопутствующих ему эмоций.<br>Хорошо учиться, чтобы уважать себя, чувствовать себя компетентным. |

Отметим, что для учащихся общеобразовательных школ основным видом деятельности является *учебно-познавательная деятельность*, поэтому вопрос формирования мотивации у школьников к учебно-познавательной деятельности является актуальным.

Раскроем сущность понятия учебно-познавательной деятельности.

*В психологии* под учебно-познавательной деятельностью понимается: «сознательная деятельность субъекта, направленная на приобретение информации об объектах и явлениях реальной действительности, а также конкретных знаний» [111]; «один из видов деятельности школьников, направленный на усвоение ими посредством диалогов и дискуссий теоретических знаний и связанных с ними умений и навыков в таких сферах общественного сознания, как наука, искусство, нравственность, право и религия» (Д.Б. Эльконин, В.В. Давыдов [153]).

*В педагогике* понятие учебно-познавательной деятельности трактуется как: «специально организуемое самим обучаемым или извне познание с целью овладения богатствами культуры, накопленной человечеством; её предметным результатом являются научные знания, умения, навыки, формы поведения и виды деятельности, которыми овладевает обучаемый» (В.А. Сластёнин [126]); «процесс взаимодействия объекта и субъекта, ориентированный на получение нового продукта в идеальной (в форме знаний или опыта деятельности) или материальной форме, участниками которого в равной степени могут являться личности и материальные объекты» (М.П. Барболин [11]).

Вместе с этим, в книге Г.И. Щукиной [151] понятия «учение» и «познавательная деятельность» рассматриваются как равноправные. Она определяет их как «деятельность, в процессе которой происходит овладение содержанием учебных предметов и необходимыми способами, умениями и навыками, с помощью которых ученик получает образование». По мнению Н.А. Половниковой, «познавательная деятельность это – осознанные, целенаправленные процессы, выражающие активное отношение учащихся к овладению знаниями, умениями и навыками, а также способами их получения» [101].

*В теории и методике обучения математике* определено, что основной задачей «деятельности школьников по усвоению предметного содержания на уроках является ознакомление с новыми фактами, явлениями, объектами

предметного мира, усвоение информации об их особенностях, т.е. познание изучаемых объектов, предметов, явлений, а потому такую деятельность школьников можно назвать учебно-познавательной» (С.В. Арюткина [5]).

На основе исследований О.Б. Епишевой, Т.А. Ивановой, В.И. Крупича, А.А. Столяра и др. С.В. Арюткиной выделены *виды учебно-познавательной математической деятельности*: «*репродуктивная* (решение алгоритмических задач, восстановление известных доказательств утверждений, выполнение реферативных работ, выступление с докладами и др.); *поисковая* (поиск решения неалгоритмических задач, математических закономерностей, методов доказательства утверждений, выполнение проектов и др.); *творческая* (составление математических задач, математическое моделирование реальных или прикладных ситуаций, художественно-математическое творчество и др.); *исследовательская* (исследование с помощью средств математики абстрактных математических, реальных ситуаций и др.)» [5]. Автором отмечается, что *учебно-познавательная математическая деятельность* включает в себя «особое математическое содержание, т.е. предмет, на который направлен данный процесс, познавательные потребности и мотивы, учебные действия и операции; а также приёмы выполнения действий, отражающие специфические черты предмета математики».

Далее более подробно опишем роль мотивации в учебно-познавательной деятельности школьников при обучении математике.

Многочисленные факты из реальной школьной практики свидетельствуют о том, что присутствие ученика в классе и осуществление им учебно-познавательной деятельности понятия не тождественные. Исследования *в области психологии и педагогики* В.И. Зыковой, З.И. Калмыковой, В.Т. Кудрявцева, А.К. Марковой, В.Э. Мильмана [58; 67; 76; 93; 96] и многих других учёных подтверждают, что эффективность обучения школьников зависит, прежде всего, от содержания учебного материала и силы мотивации учения. Так, А.С. Герасимова отмечает, что «мотивация



учения представляет собой решающий фактор эффективности учебного процесса» [29]. Исследования Е.П. Ильина доказывают, что «фактор мотивации для успешной учёбы важнее, чем фактор интеллекта» [63].

*В теории и методике обучения математике* отмечается, что эффективность учебной деятельности напрямую зависит от мотивов, которые побуждают школьников к активности и определяют её направленность. Учебные мотивы формируются в ходе самой учебной деятельности, поэтому её организация должна быть направлена на формирование положительной мотивации школьников к учебно-познавательной деятельности. Исследователями отмечается, что: «мотивация может рассматриваться как основополагающее условие реализации деятельности учения (М.А. Родионов [118]); «для успешной учебной деятельности необходим баланс внутренних социальных и познавательных мотивов, при этом грамотно построенная система внешних стимулов может способствовать появлению в перспективе внутренней мотивации» (Н.Л. Стефанова и Н.С. Подходова [132]).

Таким образом, под мотивацией мы будем понимать «совокупность процессов, определяющих движение по направлению к поставленной цели, а также факторы (внешние и внутренние), которые влияют на активность или пассивность поведения человека в различных ситуациях»; мотивация является ведущим фактором, регулирующим активность, поведение, деятельность личности в процессе обучения математике. Любое педагогическое взаимодействие с учащимся становится эффективным только с учётом особенностей его мотивации.

## **1.2 Методические особенности формирования мотивации школьников к учебно-познавательной деятельности на уроках геометрии в общеобразовательной школе**

В системе математической подготовки школьников курс геометрии играет особую роль, поскольку способствует развитию личности в различных

её аспектах: умственном, культурном, нравственном и др. Геометрия формирует у учащихся способности к пространственному воображению, логическому и абстрактному мышлению, знакомит их с разнообразием пространственных форм, позволяет приобрести практические навыки в измерении, моделировании и конструировании различных объектов.

Однако у большинства школьников наблюдается достаточно низкий уровень интереса к изучению геометрии. Для многих из них материал данного курса является сложным для усвоения. Как отмечает в своей статье З.В. Ильченкова, «в настоящее время всё чаще в 10 класс приходят учащиеся, которые уверены в том, что они геометрию не знают и нет никакой необходимости изучать её в дальнейшем» [62].

Вопросам повышения заинтересованности школьников к изучению геометрии и эффективности её преподавания посвящены труды многих российских и зарубежных учёных. Далее представим методические особенности формирования положительной мотивации учащихся к учебно-познавательной деятельности на уроках геометрии, описанные в их работах.

В.А. Гусев считает, что можно повысить интерес обучающихся к предмету и помочь им в развитии пространственных представлений прибегнув к *идее фузиционизма* при обучении геометрии в общеобразовательной школе [33; 35]. Под фузиционизмом в геометрии понимается слитное преподавание планиметрии и стереометрии. По мнению автора реализовать *принцип целостного подхода* изучения геометрического материала можно в следующем: «плоские фигуры вводить в школе как элементы объемных фигур (грани, ребра, вершины): так, прямоугольник должен появиться в процессе изучения прямоугольного параллелепипеда как его грань, отрезок как ребро; отношения между фигурами должны рассматриваться сразу в пространстве, а не на плоскости, так как это более естественный процесс для учащихся; принцип целостного подхода позволяет одним описанием охватить различные случаи конкретного геометрического отношения; а также создает условия для мотивации необходимости

определенных существенных свойств понятий». На то, что фузионистский подход к изложению школьного курса геометрии содержит достаточно высокий потенциал для формирования у учащихся познавательного интереса, указывается в работах и других авторов [31; 70; 75; 83].

Ещё одним аспектом формирования положительной мотивации к изучению геометрии В.А. Гусев считает *эмоциональную составляющую процесса обучения*. Автором предлагается использовать на уроках «эмоционально окрашенный материал», который позволит облегчить создание пространственных образов и будет способствовать лучшему запоминанию учебного материала. В книге им также отмечается, что «атмосфера урока должна быть располагающей, вызывать у учащихся положительный эмоциональный отклик, не создавать у детей напряжения, а тем более страха» [35]. Такого же мнения придерживается и М.И. Зайкин: «Важным критерием принятия учебной проблемы как личной и проявления творчества является наличие ярко выраженного интереса к задаче в виде эмоционального переживания, предшествующего моменту нахождения решения» [56].

Кроме того, особое внимание при формировании мотивации к изучению геометрии В.А. Гусев уделяет *содержанию учебника* и методике работы с ним. В своей книге [35] он указывает, что, во-первых, учебник необходимо писать для ученика, а не для учителя. То есть стиль диалога в нём должен быть направлен на разговор с учеником, должен быть понятен ему. Вот, что пишет по этому поводу автор: «Ученик обязательно должен полностью понимать и принимать материал, а учитель должен «не переводить» материал учебника от автора к ученику, а «дирижировать процессом изучения материала». Во-вторых, оформление книги должно быть таким, чтобы её хотелось открывать. С этой целью должны быть собраны все подходящие иллюстрации, которые помогут ученику увлечься математикой. В-третьих, задачный материал должен включать помимо традиционных заданий, систему проблемных вопросов,

творческие и исследовательские задания, а также исторические материалы, связанные с изучением соответствующих тем курса.

Вместе с этим отметим, что среди способов формирования учебной мотивации при обучении математике в школе особое место отводится *проблемным ситуациям*. Вопросам применения элементов проблемного обучения на уроках математики для повышения у школьников интереса к предмету посвящены работы Л.М. Лоповока [86], В.А. Гусева [36], В.М. Брадиса [16], Г.Б. Полтавской [102], О.В. Даутовой [41], Л.И. Боженковой [12] и других.

По мнению Л.И. Боженковой «проблемное обучение представляет собой такую организацию учебной деятельности, при которой под пристальным наблюдением учителя в созданной им проблемной ситуации, осуществляется активная самостоятельная работа учащихся по разрешению проблемных задач» [12].

В.М. Брадис отмечает, что процесс обучения будет более продуктивным, «когда руководитель не сообщает учащимся готовых, подлежащих усвоению сведений, а подводит учащихся к самостоятельному переоткрытию соответствующих предложений и правил» [16].

О.В. Даутова считает, что проблемное изучение материала должно активно использоваться при формулировке и доказательстве теорем. После того, как учащиеся самостоятельно дали определение, учитель вводит теорему и предлагает её доказать. Сначала учащимися выдвигаются предложения о способе доказательства, а затем шаг за шагом осуществляется само доказательство теоремы [41].

Существенная роль при организации проблемного обучения математике в школе отводится методике работы с математическими задачами. Примеры проблемных задач по геометрии можно найти в работах И.М. Смирновой [129], В.А. Гусева [35], Л.М. Лоповока [87] и др.

В книге Л.М. Лоповока указывается следующее: «Проблемная задача характерна тем, что алгоритм ее решения до начала решения нам неизвестен,

трудно даже установить, достаточно ли наших знаний и умений для выполнения задания. Главная задача – открыть способ решения и убедиться в его пригодности» [87].

В работе Г.Б. Полтавской отмечается, что в процессе проблемного обучения учащимся необходимо самим сформулировать задачу, а уже затем искать её решение [103].

Кроме того, по мнению учёных-методистов ещё одним средством для повышения заинтересованности учащихся к изучению математики являются *нестандартные задачи*.

Под нестандартной задачей в теории и методике обучения математике понимается следующее: 1) «задачи, для которых в курсе математики нет соответствующих методов или алгоритмов, определяющих точный план их решения, основной особенностью процесса их решения является его поиск, открытие решения» (И.М. Смирнова [129]); 2) «нерутинные задачи» (Г.А. Балл [10]); 3) «задачи творческого уровня» (И.Ф. Шарыгин [148]).

И.М. Смирнова считает, что «решением нестандартных задач следует заниматься с самого начала изучения геометрии и до его завершения, что будет способствовать развитию логического мышления, формированию геометрических представлений, расширению и углублению знаний по геометрии» [129].

С примерами нестандартных задач по стереометрии можно ознакомиться в статье С. Овчинникова и И.Ф. Шарыгина [97].

Ещё одним видом задач, решение которых на уроках геометрии способствует формированию мотивацию школьников к её изучению, являются *задачи с практическим содержанием*.

Как указывает М.В. Егупова, «практико-ориентированные задачи являются учебными прикладными математическими задачами – задачами, связанными с практическими приложениями математики, они служат двум основным целям: обучение математике через ее приложения; возможность обучения приложениям математики» [50].

Г.И. Саранцев отводит практической направленности учебного материала одно из значительных мест в школьном математическом образовании, отмечая, что она напрямую связана с мотивацией познания школьника [121].

Авторы Н.А. Дербеденева, С.Н. Дорофеев, Р.А. Утеева в своей статье отмечают, что «практико-ориентированный подход к обучению школьников геометрическим методам познания окружающего мира способствует формированию устойчивой мотивации к изучению геометрического материала» [42].

И.М. Смирнова и В.А. Смирнов в своей работе пишут, что: «решение геометрических задач с практическим содержанием позволяет усилить практическую направленность изучения школьного курса геометрии; выработать необходимые навыки решения практических задач, умения оценивать величины и находить их приближенные значения; повысить интерес, мотивацию и, как следствие, эффективность изучения геометрии» [128].

В.И. Рыжик в качестве направлений реализации практической направленности геометрии выделяет следующие: «применение геометрических сведений; конкретное «рукоделие» – изготовление моделей, чертежей и т. д; формирование исходных понятий и методов на основе практики; построение геометрическими инструментами» [119].

Проблеме повышения мотивации школьников при изучении геометрии через решение практико-ориентированных задач посвящена статья Т.С. Вялковой, А.В. Демьяновой, М. Ибурка [27]. По их мнению, «практическое содержание задач даёт возможность выйти за рамки одной учебной дисциплины и наглядно показать, как всё в мире взаимосвязано, и одновременно усилить мотивацию изучения геометрии». В статье приводятся примеры практико-ориентированных задач по геометрии.

Далее рассмотрим различные *методы обучения* геометрии, направленные на формирование учебной мотивации школьников.

В.А. Далингер в книге [39] описывает *наглядно-конструктивный метод обучения* стереометрии. Автором указывается, что «основная суть наглядно-конструктивного метода обучения стереометрии состоит в том, что теоретические знания имеют в своей основе чувственность предметно-практической деятельности; для ученика это означает учебную предметно-практическую деятельность по созданию различных моделей стереометрических объектов». «Благодаря такой особенности чувственности учебной предметно-практической деятельности, – отмечает Г.П. Сенников, – возникает наглядно-действенная форма теоретического мышления, становится возможным переход к абстрактным (но овеществленным) теоретическим понятиям, то есть переход на ступень рационального знания» [123]. Модели, используемые в обучении, могут быть самые различные. Например, моделями понятия пирамиды могут быть: словесное описание (определение) этого понятия; объемная модель пирамиды (каркасная, сплошная); её развертка; изображение пирамиды или её развертки на доске, на бумаге, на экране и т.п.

В.А. Далингером [39] описана классификация моделей, применяемая на уроках стереометрии, представленная на рисунке 1.

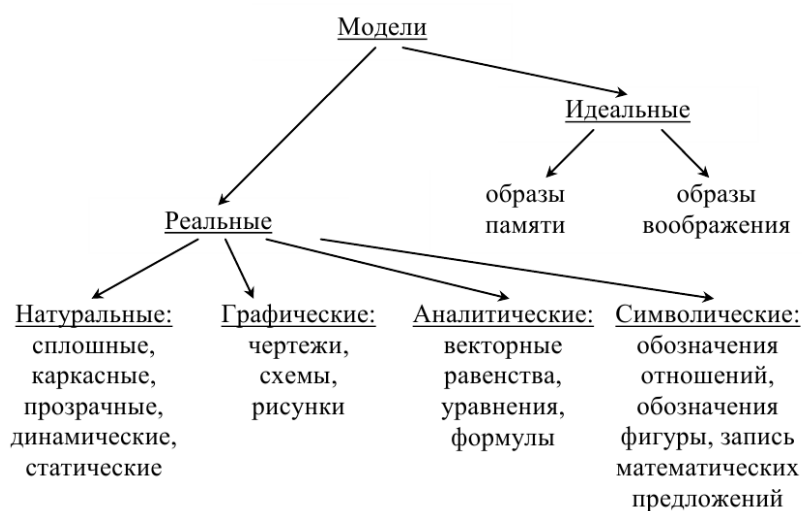


Рисунок 1 – Классификация моделей, используемых при обучении стереометрии

Кроме того, в диссертационном исследовании А.Н. Бакурова предлагается стимулировать мотивацию учащихся к изучению стереометрии путём создания *динамических компьютерных моделей*. Автором указывается, что «применение программных средств учебного назначения с возможностью трехмерного моделирования и созданных на их основе дидактических материалов в стереометрии выступает связующим звеном между наглядными представлениями и строгой логикой, тем самым помогая преодолению формализма в знаниях учащихся» [9].

М.Е. Иванюк с целью реализации принципа наглядности предлагает использование на уроках геометрии *программных средств*, таких, как «Живая математика», «Математический конструктор», «GEONExT», «GEOGEBRA», позволяющих построить динамические чертежи, с помощью которых может быть осуществлена «фронтальная работа с готовыми динамическими чертежами; демонстрация задач на построение; проведение эксперимента; выполнение самостоятельных работ в программах» [61]. В частности, использование возможностей программы «GEOGEBRA» приведены в учебном пособии В.А. Смирнова и М.И. Смирновой [127]. В статье Ю.В. Гавриленко приводится пример задачи, решаемой при помощи данного программного продукта [28]. По мнению автора, «эта программа в известной степени способствует развитию положительной мотивации к обучению геометрии, развивает интерес школьников к наблюдению над свойствами геометрических фигур, способствует дифференциации их восприятия». Возможности среды «Живая математика» описываются в статье Е.О. Манченковой и В.Р. Майер. Авторы считают, что использование учителем на уроке конструктивных, вычислительных, динамических возможностей данного программного продукта, «позволяет создать атмосферу заинтересованности учащихся в изучении геометрии, мотивировать их на решение геометрических задач, проведение экспериментов, исследований, реализацию творческих проектов с геометрической фабулой» [92].



В качестве средств наглядности М.Е. Иванюк также предлагает использование *разверток стереометрических фигур, стереоскопических чертежей*, которые позволяют учащимся детально рассмотреть изучаемую фигуру, уточняя ее общую конструкцию и выделяя существенные признаки. По мнению автора, «стереоскопический чертеж совместно с объемной моделью, окажет учащемуся значительную помощь в освоении стереометрии». Подробные рекомендации о построении стереочертежей представлены в работе Г.А. Владимирского [24]. А его альбом стереочертежей по геометрии [23] до сих пор вызывает неподдельный интерес у учащихся.

Следующий метод, способствующий формированию мотивации школьников к учебно-познавательной деятельности на уроках геометрии, является *метод аналогии*.

В.А. Далингер рекомендует применять этот метод при обучении учащихся стереометрии, как «один из эффективных путей развития творческой активности школьников» [39]. В работах автора [37-39] приводятся примеры аналогий планиметрических и стереометрических фактов. Геометрическим аналогиям посвящены работы В. Кучерова [82], Буй Зуи Хынга [17].

Также примеры аналогий можно найти в статьях А.С. Дровянской, М.Г. Макаренко, А.В. Забеглова [47], Л.Н. Евелиной, П.А. Бурых [49]. В частности, Л.Н. Евелина предлагает обратить внимание школьников при применении метода аналогии на следующие факты: «треугольник на плоскости аналогичен тетраэдру в пространстве, так как на плоскости две прямые линии не могут образовать ограниченную фигуру, а три могут образовать треугольник; аналогичными являются фигуры параллелограмм и параллелепипед, поскольку перемещая отрезок или многоугольник параллельно самому себе в направлении прямой, пересекающей содержащую его прямую или плоскость, первый опишет параллелограмм, а второй параллелепипед».

Ещё одним методом, способствующим повышению учебной мотивации школьников к изучению геометрии, является *метод проектов*. Е.А. Полат под методом проектов понимает «способ достижения дидактической цели через детальную разработку проблемы, которая должна завершиться вполне реальным, осязаемым практическим результатом, оформленным тем или иным образом» [101]. К особенностям метода проектов автор относит «самостоятельно планируемую и реализуемую работу школьников, которая позволяет отобразить межпредметные связи в обучении; творческий характер работы; активность участников проекта; возможность проявить инициативность и самостоятельность».

Стоящий у истоков метода проектов Дж. Дьюи отмечал важность личной заинтересованности учащихся в приобретаемых знаниях, которые могут и должны пригодиться им в жизни. Для этого, по его мнению, «необходима проблема, взятая из реальной жизни, знакомая и значимая для ребёнка, для решения которой ему потребуются уже полученные знания, а также знания, которые ещё предстоит приобрести» [159].

В диссертационном исследовании Е.И. Антоновой важность при организации проектной деятельности учащихся связывается с формированием практических умений и навыков. Также автор отмечает, что «целенаправленное формирование проектной деятельности учащихся при обучении геометрии в старших профильных классах будет способствовать повышению качества знаний школьников по предмету, формированию их устойчивых интересов, познавательной самостоятельности, реализации индивидуальных склонностей, запросов, возможностей учащихся» [2].

В статье Н.Н. Дондуковой и Б.В. Заятуева [45] предлагается использование современных компьютерных технологий в процессе работы над учебным проектом. По их мнению, «систематическое использование программы GeoGebra и вовлечение учащихся в процесс создания учебных проектов в виде интерактивных работ обеспечивают повышение качества освоения школьного курса геометрии».

Примеры различных проектов по геометрии для обучающихся 7-11 классов представлены в научно-методической литературе. Например, в статье Е.Ю. Куприенко [79] представлены проекты «Задача Кеплера» и «Квадратура параболы по Архимеду» для учащихся старших классов; в статье О.Н. Борисовой – учебный проект по геометрии «Прямоугольник. Ромб. Квадрат» для 8-го класса [15].

Ещё одна возможность повышения мотивации учащихся к изучению математики связана с учётом *эстетического фактора* при организации обучения. Проблеме *эстетической мотивации в обучении математике* посвящена монография Г.И. Саранцева [122].

В своей работе автор отмечает следующее: «Поскольку математическая деятельность ученых пронизана стремлением к творчеству по законам красоты, постольку эстетические мотивы должны занимать значительное место в обучении математике. Однако последнее возможно только в том случае, если определены содержание понятия красоты математического объекта и выявлены эстетические потенциалы процессов формирования математических понятий и изучения теорем». Автор исследовал два взаимосвязанных аспекта проблемы эстетики в обучении математике: 1) влияние эстетических мотивов на обучение школьников математике; 2) формирование эстетического вкуса учащихся в процессе изучения ими математики.

Возможности актуализации эстетической мотивации *учебно-поисковой деятельности* школьников раскрываются также в исследовании М.А. Родионова [114].

Автор указывает, что «эстетическая мотивация учебно-поисковой математической деятельности характеризуется наличием осознанного, внутренне обусловленного стремления школьника к максимально простым, упорядоченным, естественным, выразительным и одновременно неожиданным, с точки зрения устоявшейся системы предметных понятий и

образов, формам представления материала и связанным с ними способам математической деятельности».

К.Г. Кожобаев, А.О. Даутов, А.А. Алип считают, что «существенным компонентом форм эстетического обучения и логического рассуждения как средства воспитания учебного процесса по геометрии, является овладение знаниями, связанными с пониманием творческого подхода к красоте» [71]. В статье они демонстрируют возможность формирования эстетических форм обучения на примере одной задачи, решённой различными способами.

О необходимости учёта эстетического фактора на уроках геометрии в школе отмечается также в статье А.В. Ивановой, В.Н. Эверстовой, Н.А. Ивановой [59].

Авторы считают, что эстетическое воспитание нацелено, в том числе, на «пробуждение инициативы и предприимчивости обучающихся», то есть способствует повышению учебной мотивации школьников.

Таким образом, анализ научно-методической литературы показал, что методические особенности формирования мотивации школьников к учебно-познавательной деятельности при обучении геометрии в общеобразовательной школе связаны с:

- с идеей фузиционизма при изложении учебного материала;
- формированием у учащихся на уроках положительного эмоционального отклика;
- тщательно продуманным содержанием учебника и методикой работы с ним на уроке;
- решением нестандартных задач, а также задач с практическим содержанием;
- применением различных методов обучения: проблемного, наглядно-конструктивного, метода аналогии, метода проектов;
- использованием информационных технологий;
- выявлением эстетического потенциала процессов формирования математических понятий и изучения теорем.

### 1.3 Из опыта работы учителей по формированию мотивации обучающихся

Рассмотрим основные методы и приёмы формирования мотивации у старших школьников к учебно-познавательной деятельности при изучении математики на основе опыта учителей общеобразовательных школ.

По мнению В.А. Куликовой, повышению мотивации и познавательного интереса у школьников к изучению математики способствует организация учебного процесса на основе *деятельностного подхода*. Автор к мотивирующим факторам относит «ситуации решения познавательных задач, активного поиска, догадок, размышления, мыслительного напряжения, противоречивости суждений, столкновений различных позиций, в которых необходимо разобраться самому, сумев выбрать определенную точку зрения» [78].

Е.В. Шильдкравт видит решение проблемы низкой заинтересованности учащихся к изучению математики в использовании *метода проблемного обучения*. В своей статье автор отмечает «положительное влияние решения проблемных задач на активизацию мыслительной деятельности учащихся и повышение их мотивации к учёбе» [149]. Эффективность данного метода в плане формирования учебной мотивации подчёркивается и в статье В.А. Куликовой. Автор выступает против подачи материала в готовом виде и крупными блоками. Опираясь на свой многолетний опыт работы в школе, А.В. Куликова выделяет 6 этапов проблемного обучения: 1) усвоение знаний на основе понимания существенных связей между явлениями, которые ученик устанавливает сам в специально организованной поисковой деятельности; 2) перевод учащихся из зоны актуального развития (то, что знают) в зону ближайшего развития (то, чего не знают, но уже могут изучать); идет поиск разрешения проблемной задачи с помощью беседы; 3) составление модели, схемы нового знания; 4) этап «громкой речи» в форме фронтально-групповой работы; 5) самостоятельная работа по

дифференцированным заданиям, предполагающим применение нового знания; б) закрепление психологического механизма отвлеченного образа, при котором внутренняя речь начинает протекать автоматически [78].

Особую роль на уроках математики И.И. Анисимова отводит решению *занимательных задач*, которые, по её мнению, «позволяют мотивировать школьников к изучению математики, привносят личное начало, раскрывают возможности школьников» [3]. Процесс решения этих задач, помимо наличия математических знаний, предполагает проявление догадки, смекалки, сообразительности, любопытства.

Е.М. Суркова [135] в качестве решения проблемы по повышению учебной мотивации школьников рекомендует *«составление или подбор задач, в которых описываются реальные жизненные ситуации»*. Она не сомневается, что «благодаря подобным заданиям школьники убеждаются в практической пользе математических знаний в любой области жизнедеятельности, и это, в свою очередь, повышает интерес к предмету». Также автором рекомендуется школьникам самостоятельно конструировать и решать собственные задачи, имеющие отношение к различным профессиям.

О.Л. Лунеева указывает на необходимость внедрения в педагогическую деятельность учителя математики *межпредметных проектов*, объясняя важность интеграции данной дисциплины тем, что «она имеет широкое применение в различных науках, но на уроках это остается «за бортом» из-за ограниченности временными рамками, а также недостаточности математического аппарата у обучающихся» [89]. Проектная деятельность в межпредметной взаимосвязи с естественными науками на уроках математики, по её мнению, позволяют повысить уровень мотивированности учащихся к более глубокому изучению не только математики, но естественнонаучных дисциплин.

И.В. Казаченко и И.Л. Трель в работе [65] отмечают, что *«нестандартные формы уроков»* позволяют сделать математику более доступной и увлекательной, заинтересовать учащихся, привлечь их к

деятельности, в результате чего приобретаются необходимые знания, умения, навыки». В старших классах они применяют такие формы нестандартных уроков, как урок-лекция, урок-практикум, урок-консультация, уроки с применением информационных технологий. Лекционные занятия авторы считают целесообразным проводить по принципу проблемного изложения материала. Основной целью уроков-практикумов является выработка у учащихся навыков решения задач, в том числе нестандартных. Уроки-консультации проводятся для закрепления полученных навыков. Использование информационных технологий на уроках, по мнению авторов, «позволяет у учащихся формировать и развивать познавательную мотивацию к получению новых знаний, создавать информационную обстановку, стимулирующую интерес, помогает создавать условия успешности каждого на уроке, значительно улучшает четкость в организации работы класса».

Г.А. Афанасьева и Е.В. Карелина также для повышения мотивации школьников к изучению математики предлагают использование на уроках информационные технологии. Авторы считают эффективными следующие ее формы: *презентации, интерактивные доски, ресурсы интернет, обучающие программы*. Так, применение интерактивных досок даёт возможность учащимся строить различные геометрические фигуры, как плоские, так и объёмные, что позволяет им не только правильно формировать математические понятия, но и развивать пространственное воображение. Применение презентаций способствует наглядному представлению предлагаемой к изучению информации. Также авторы отмечают, что «очень полезен на уроке *электронный журнал «Компьютер школьного учителя математики»* автора Валерия Зыкина, который позволяет активно применять информационные технологии в образовательном процессе с помощью компьютерных программ, которые позволяют наглядно демонстрировать сложный математический материал». Г.А. Афанасьева и Е.В. Карелина говорят: «Полученный опыт показывает, что применение информационных технологий на уроках и во внеурочной деятельности

расширяет возможности творчества как учителя, так и учеников, повышает интерес к предмету, стимулирует освоение учениками довольно серьезных тем по математике» [6].

В статье А.М. Горностаевой описывается роль *интерактивных геометрических сред* (ИГС) в процессе формирования мотивации и познавательного интереса школьников при обучении школьному курсу геометрии. Под *интерактивной геометрической средой* понимается программное обеспечение, позволяющее выполнять геометрические построения на компьютере таким образом, что при изменении одного из геометрических объектов чертежа остальные также изменяются с сохранением заданных между ними отношений. Автор пишет, что «применение ИГС способствует реализации деятельностного и исследовательского подходов, усилению мотивации, самостоятельности и познавательной активности школьников» [31].

В работе Н.В. Мамоченко [91] предлагается решать проблему мотивации школьников к учебно-познавательной деятельности посредством использования *электронной формы учебника* (ЭФУ). Применение в учебном процессе ЭФУ, по её мнению, способствует формированию у учащихся самостоятельного, активного, творческого мышления. Развитие же таких способностей делает процесс обучения осознанным и мотивированным. Автором предлагаются следующие стадии в организации учебного процесса: «вызов»: создание закладок, составление опросника, «осмысление»: лабораторно-опытные работы, «рефлексия»: таблицы, «знаю – хочу знать – узнал», составление опорных конспектов.

Вместе с этим, И.В. Калинина основной фигурой на уроках математики считает *учителя*. В её работе отмечается следующее: «Для учителя важны: его методическое мастерство, личностные качества, увлеченность своим предметом, умение вовлечь школьников в учебный процесс, своим примером педагог формирует положительное социальное поведение и мотивирование обучения» [66]. Автор уверена, что только «мотивированный учитель



воспитывает мотивированных учеников». Мотивацию учения в рамках урока она представляет в виде завершённого цикла, который состоит из нескольких этапов: от мотивации начала работы (готовность, включённость) к мотивации хода выполнения работы и затем к мотивации завершения работы (удовлетворённость или неудовлетворённость результатами, постановка дальнейших целей и т.д.). Л.А. Романова также отводит *учителю основополагающую роль* в повышении мотивации учения. В статье [118] автор указывает следующее: «Планируя урок, подбирая материал, продумывая методы и формы деятельности, организуя систему оценивания на каждом уроке, учитель творит, самовыражается. И оттого, насколько он эмоционально воздействует на своих учеников, зависит их умение творить, учиться, самосовершенствоваться в том или ином виде деятельности». Е.В. Куликова тоже отмечает, что «благополучная эмоциональная атмосфера обучения и учения, сопряжённая с двумя главными источниками развития – деятельностью и общением – укрепляет познавательные силы, интерес и активность школьника» [78].

Таким образом, анализ опыта работы учителей математики показал, что ими чаще всего применяются проблемный, частично-поисковый и проектно-исследовательский методы формирования мотивации школьников к познавательной деятельности; в качестве наиболее эффективных приёмов – использование исторического и занимательного материала, решение практико-ориентированных задач, выявление практической значимости изучаемого материала, поощрение достижений в учебной деятельности, создание ситуации успеха, применение информационных технологий. Отмечается также и немаловажная роль учителя математики в организации обучения школьников в общеобразовательной школе.

### **Выводы по первой главе**

1. Рассмотрены различные подходы к трактовке понятия мотивации, представленные в научно-методической, психологической и педагогической

литературе. Определено, что в данном исследовании под мотивацией будет пониматься совокупность процессов, определяющих движение по направлению к поставленной цели, а также факторы (внешние и внутренние), которые влияют на активность или пассивность поведения человека.

2. Раскрыта роль мотивации в учебно-познавательной деятельности школьников при обучении математике. Установлено, что мотивация является ведущим фактором, регулирующим активность, поведение, деятельность учащихся в процессе обучения математике.

3. На основе анализа научно-методической литературы выявлены методические особенности формирования мотивации школьников к учебно-познавательной деятельности при обучении геометрии в общеобразовательной школе, связанные с: идеями фузиционизма при изложении учебного материала; формированием у учащихся на уроках положительного эмоционального отклика; тщательно продуманным содержанием учебника и методикой работы с ним на уроке; решением нестандартных задач, а также задач с практическим содержанием; применением различных методов обучения: проблемного, наглядно-конструктивного, метода аналогии, метода проектов; использованием информационных технологий; выявлением эстетического потенциала процессов формирования математических понятий и изучения теорем.

4. Выполнен анализ опыта работы учителей математики по формированию учебной мотивации школьников. Определено, что ими чаще всего применяются проблемный, частично-поисковый и проектно-исследовательский методы формирования мотивации школьников к познавательной деятельности; в качестве наиболее эффективных приёмов - использование исторического и занимательного материала, решение практико-ориентированных задач, выявление практической значимости изучаемого материала, поощрение достижений в учебной деятельности, создание ситуации успеха, применение информационных технологий.

Отмечается также и немаловажная роль учителя математики в организации обучения школьников в общеобразовательной школе.

## **Глава 2 Методические основы формирования мотивации старшеклассников к учебно-познавательной деятельности при обучении геометрии в общеобразовательной школе**

### **2.1 Развитие мотивации школьников при обучении геометрии посредством организации проектной деятельности**

В федеральном государственном образовательном стандарте среднего (полного) общего образования [139] описаны требования к результатам освоения учащимися основной образовательной программы. При этом стандарт ориентирован не только на получение школьниками предметных результатов, но также метапредметных и личностных. Согласно данному документу владение обучающимися навыками проектной деятельности возможно при достижении ими всех указанных результатов ее освоения.

Кроме того, проведённый нами в параграфе 1.2 анализ методической литературы, направленный на выявление методических особенностей формирования мотивации школьников к учебно-познавательной деятельности на уроках геометрии в общеобразовательной школе, показал, что метод проектов является одним из наиболее эффективных методов повышения учебной мотивации учащихся. Процесс выполнения проекта предоставляет обучающимся возможность максимально раскрыть собственный творческий потенциал и найти знаниям практическое применение. Также следует отметить, что предмет «Геометрия» содержит потенциально большие возможности для реализации учебных проектов различной направленности.

Рассмотрим далее более подробно роль метода проектов в процессе обучения школьников математике; понятие проекта, его типологию; требования, предъявляемые к проектам и проектным заданиям.

Метод проектов в мировой практике обучения применяется с начала XX века. Однако он не теряет своей актуальности и в настоящее время, являясь связующим звеном между теоретическими знаниями и практикой. Основоположником этого метода считается американский философ и педагог Дж. Дьюи, который призывал «строить обучение на активной основе, через целесообразную деятельность ученика, сообразуясь с его личной заинтересованностью именно в этом знании» [18]. Его ученик и последователь В.Х. Килпатрик называл этот метод «от души выполняемым замыслом».

По мнению Н.Ю. Пахомовой, работа над проектами «позволяет обучить учащихся формулировать проблему, находя пути ее решения, находить и ранжировать информацию, применять полученную информацию для решения поставленных задач, позволяет развивать исследовательские умения, коммуникабельность, сотрудничество, способствует повышению личной уверенности каждого участника проектного обучения» [98].

В работе Г.А. Дмитренко указывается следующее: «проектный метод позволяет отойти от авторитарности в обучении, всегда ориентирован на самостоятельную работу учащихся; с помощью этого метода ученики не только получают сумму тех или иных знаний, но и обучаются приобретать эти знания самостоятельно, пользоваться ими для решения познавательных и практических задач [44].

Ю.Н. Кашицына в статье [69] пишет, что «метод проектов по своей дидактической сущности нацелен на формирование способностей, обладая которыми выпускник школы оказывается наиболее приспособленным к жизни, умеет адаптироваться к изменяющимся условиям, ориентироваться в разнообразных ситуациях, работать в различных коллективах, осуществлять ответственный выбор».

Применение метода проектов соответствует целям математической подготовки учащихся, поскольку, как отмечал известный отечественный математик Л.Д. Кудрявцев, «обучение математике, обучение владению

математическими методами должно быть направлено на две цели: на обучение определенным алгоритмам и на обучение поиску» [77].

Итак, проектный метод в процессе обучения позволяет школьнику занять позицию заинтересованного и ответственного участника в творческой работе, которая предполагает высокую степень самостоятельности, необходимость работы с информацией, её обобщение и структурирование, а также выстраивание структуры самой деятельности и анализ её результатов.

Далее приведём *понятие проекта, типологию математических проектов*, а также основные *требования*, которые к ним предъявляются.

В методической литературе существует несколько подходов к трактовке понятия «учебный проект», в которых проект рассматривается как:

- 1) вид самостоятельной работы учащихся (М.А. Ступницкая [133], Е.А. Бакулина [8]);
- 2) определенная деятельность (О.С. Велетень [21], М.Ю. Бухаркина [19]);
- 3) одно из средств обучения (Н.Ю. Пахомова [98], Е.Ю. Куприенко [81]).

М.А. Ступницкая считает, что «проект – это работа, направленная на решение конкретной проблемы, на достижение оптимальным способом заранее запланированного результата [133]. Е.А. Бакулина под учебным проектом понимает «вид творческой работы учащихся, в котором предлагается разработка замысла, идеи, детальное рассмотрение практической задачи, лабораторное исследование и т.д., оформление результатов работы и защита проекта (презентация)» [8].

О.С. Велетень отмечает, что «проект – это уникальная деятельность, имеющая начало и конец во времени, направленная на достижение заранее определенного результата (цели), создание определенного, уникального продукта или услуги при заданных ограничениях по ресурсам и срокам, а также требованиям к качеству и допустимому уровню риска» [21]. По мнению М.Ю. Бухаркиной «учебный проект – это совместная учебно-

познавательная, творческая или игровая деятельность учащихся-партнеров, имеющая общую цель, согласованные способы деятельности, направленная на достижение общего результата по решению какой-либо проблемы, значимой для участников проекта» [19].

Н.Ю. Пахомова в статье [99] отмечает следующее: «учебный проект – дидактическое средство, позволяющее организовать образовательный процесс, используя технологию проектирования; учебный проект задается описанием проблемной ситуации, в которой обязательно содержится проблема и условия».

В статье Е.Ю. Куприенко приводится определение *математического проекта* как «средства обучения математике, содержательную основу которого составляет проектное задание, ориентированное на реализацию технологии сотрудничества» [80]. Под *проектным заданием* автором понимается задание с нестандартной формулировкой, содержание которого выходит за рамки школьного учебника математики и построено с учётом типологии математических проектов.

Поскольку в процессе обучения математике основной деятельностью учащихся является решение задач, мы будем рассматривать математический проект как средство обучения математике на основе проектного задания.

Относительно типологии учебных проектов отметим, что наиболее полно она представлена в работе Е.С. Полат и др. [101]. Авторы выделяют следующие типы проектов:

- *исследовательские* – имеют структуру, приближенную или полностью совпадающую с подлинным научным исследованием;
- *творческие* – не имеют детально проработанной структуры совместной деятельности участников, она только намечается и далее развивается, подчиняясь жанру конечного результата;
- *ролевые (игровые)* – участники принимают на себя определенные роли, обусловленные характером и содержанием проекта;

- *ознакомительно-ориентировочные (информационные)* – направлены на сбор информации о каком-то объекте, явлении; предполагается ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение фактов.

Приняв за основу общедидактическую типологию проектов, разработанную Е.С. Полат, и учитывая специфику учебных проектов по геометрии, Е.Ю. Куприенко в своей статье [81], выделяет следующие *типы проектов* по данной дисциплине:

1) по доминирующей в проекте деятельности:

- *историко-методологические* (знакомство учащихся с историей идей и открытий в математике; сопоставление исторических методов с современными; изучение биографий ученых-математиков, внесших вклад в тот или иной раздел математики; решение исторических задач);
- *теоретические* (изучение понятий и их основных свойств, которые не изучаются в школьном курсе геометрии, но имеют большое значение для систематизации, обобщения по определенной теме; решение задач; направлены на углубление и расширение теоретических знаний);
- *практико-ориентированные проекты* (применение изученных понятий и их свойств на практике, при решении задач; самостоятельное изготовление моделей, решение практико-ориентированных задач; формирование практических умений и навыков, развитие творческих способностей учащихся);

2) по предметно-содержательной области:

- *монопроект (в рамках только геометрии)*;
- *межпредметный (в рамках геометрии и алгебры и начал анализа)*;

3) по количеству участников:

- *индивидуальный* (выполняет один ученик);

- *парный* (по общей теме работают два человека);
- *групповой* (над одной проблемой работает группа из 4-6 человек);

4) по продолжительности выполнения:

- *мини-проект* (может быть выполнен на уроке или задан в качестве домашнего задания к следующему уроку);
- *максипроект* (рассчитанный на более длительный срок).

Далее рассмотрим основные *требования*, предъявляемые к *учебным проектам* и *проектным заданиям*.

В статье Н.А. Жигачёвой [54] приводятся следующие требования к использованию метода проектов:

- 1) наличие значимой в исследовательском, творческом плане проблемы, требующей интегрированного знания, исследовательского поиска для её решения;
- 2) практическая, теоретическая, познавательная значимость предполагаемых результатов;
- 3) самостоятельная деятельность учащихся;
- 4) структурирование содержательной части проекта;
- 5) использование исследовательских методов, предусматривающих определенную последовательность действий: определение проблемы и вытекающих из нее задач исследования; выдвижение гипотезы их решения; обсуждение методов исследования; обсуждение способов оформления конечных результатов; сбор, систематизация и анализ полученных данных; подведение итогов, оформление результатов, их презентация; выводы, выдвижение новых проблем исследования.

И.С. Сергеев выделяет требования к учебным проектам [124]:

- 1) необходимо наличие проектного задания (проблемы) – исследовательской, теоретической, практической; дальнейшая работа над проектом – это разрешение данной проблемы;



2) выполнение проекта начинается с планирования действий по решению проблемы; наиболее важной частью плана является пооперационная разработка проекта с указанием перечня конкретных действий.

3) каждый проект обязательно требует исследовательской работы учащихся; отличительной чертой проектной деятельности является поиск информации, которая затем будет обработана, осмыслена и представлена участниками проектной группы;

4) результатом работы над проектом является продукт, который разработали участники проектной группы для решения поставленной проблемы;

5) подготовленный продукт должен быть представлен классу, как наиболее приемлемое средство решения проблемы; таким образом, проект требует на завершающем этапе презентации своего продукта.

То есть проект – это «пять П»: проблема – планирование – поиск информации – продукт – презентация.

В соответствии с требованиями к проектам, определяются этапы работы над ними.

Так, в статье И.А. Емлютиной [51] предлагаются следующие *этапы работы* над учебным проектом:

1) проблематизация: выделение проблемы, формулировка названия проекта;

2) целеполагание и ожидаемый результат;

3) планирование: формулировка задач, выбор последовательности действий, определение способов работы;

4) реализация плана;

5) рефлексия: оценивание полученного результата; анализ процесса работы, самооценка;

6) презентация – демонстрация и защита проектного продукта.

Н.Ю. Пахомова предлагает четыре этапа работы над проектом [98]:

- 1) погружение в проект;
- 2) организация деятельности;
- 3) осуществление деятельности;
- 4) презентация результатов.

В статье Е.Ю. Куприенко [80] приведены основные требования к проектным заданиям по математике:

- соответствие проектного задания теме урока или учебной теме по программе; необычная формулировка задания, выходящая за рамки школьного учебника;
- необходимость обязательного обращения учащихся к изучению дополнительной литературы по теме проекта;
- возможность разбиения содержания проекта на определенные составные части, каждая из которых предполагает ее выполнение отдельной группой или отдельными учащимися;
- возможность систематизации и обобщения теоретических знаний по учебной теме.

С целью повышения мотивации школьников к изучению математики нами разработан **математический проект по геометрии** для учащихся 11 класса на тему: «**Мы строим дом**», в котором используются задачи с практическим содержанием. Ниже подробно представим его.

**Учебная тема:** «Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра. Объём цилиндра».

**Тема проекта:** «Мы строим дом».

**Тип проекта:** практико-ориентированный, монопроект (геометрия), групповой, максипроект.

**Методические рекомендации:** данный проект рекомендуется для выполнения учащимися 11-х профильных классов после изучения тем «Цилиндр», «Площадь поверхности цилиндра», «Объём цилиндра». Мотивацией учащихся к выполнению данного проекта является возможность применения теоретических знаний в практических целях.

Выполнение данного проекта рассчитано на самостоятельную внеурочную деятельность в течение трёх месяцев.

В процессе работы над проектом обязательным является обращение учащихся к чтению дополнительной литературы по математике. Для выполнения проекта класс необходимо распределить на 4 группы, каждая из которых будет решать свои проектные задания.

Защита проекта проводится на обобщающем уроке по теме.

**В результате выполнения проекта учащиеся:**

- учатся формулировать задачи для достижения конкретной цели;
- учатся искать необходимую информацию и систематизировать её;
- знакомятся с историей возникновения понятия и выводом формул по теме «Цилиндр»;
- систематизируют и обобщают знания по теме школьного курса геометрии (цилиндр, его площадь и объём);
- применяют формулы для расчёта площади и объёма цилиндра при решении геометрических задач;
- учатся составлять спецификацию на строительные материалы для постройки дома;
- учатся составлять смету на строительные материалы с учётом наиболее выгодных предложений в городе;
- учатся проводить технико-экономические расчёты;
- приходят к осознанию связи между теорией и практикой;
- формируют логическое и пространственное мышление.

**Проектные задания для групп:**

*I. «Исследовательский отдел».* Выявите первоначальные сведения о цилиндре, изложите краткую историю изучения цилиндра, выясните, кто впервые вывел формулы для определения площади поверхности цилиндра и его объёма. Подготовьте презентацию, включив в неё результаты проведённого исследования.

Для выполнения задания воспользуйтесь следующими литературными источниками:

1. Хрестоматия по истории математики (под ред. А. П. Юшкевича) Часть I. Арифметика и алгебра. Теория чисел. Геометрия. М. : Просвещение, 1976. 318 с.

2. Шаль М. (Chasles M.) Исторический обзор происхождения и развития геометрических методов. История геометрии. Том 1, 2. М.: Моск. мат. общ-во, 1883. 433 с.

3. Яглом И.М. Элементарная геометрия прежде и теперь – Изд.: Знание, 1972. 48 с.

*II. «Проектный отдел».* Выполните практические расчёты по определению количества брёвен для постройки срубового дома определённых размеров, вычислению объёма бетона для заливки водопроводных и канализационных колодцев цилиндрической формы, определению количества пропитки по дереву для обработки стен дома с учётом расхода на единицу площади, вычислению размера листового металла для изготовления водосточных желобов и пр. (размеры дома, колодцев, водостоков и пр. выдаются учителем).

Составьте спецификацию на строительные материалы (перечень необходимых для строительства материалов и их количество).

Подготовьте презентацию, в которой в том числе представьте решения геометрических задач, связанных с выполнением проектного задания.

*III. «Отдел снабжения».* Найдите организации, предлагающие необходимые строительные материалы, сравните цены у различных поставщиков, выберите наиболее выгодного из них, составьте смету на строительные материалы (стоимость всех необходимых материалов).

Подготовьте презентацию, в которой должна быть представлена сравнительная характеристика стоимости строительных материалов в различных строительных магазинах.

Цены на материалы представлены на сайтах магазинов строительных материалов. Для поиска организаций воспользуйтесь ресурсами сети Интернет.

*IV. «Отдел по найму строителей».* Найдите организации, предлагающие услуги по строительству срубовых домов, выполните сравнительные расчёты стоимости строительного-монтажных работ в различных подрядных организациях, выберите организацию, предложение которой наиболее выгодно по цене, составьте смету на строительного-монтажные работы.

Подготовьте презентацию с показом в ней сравнительной характеристики стоимости строительного-монтажных работ.

Стоимость строительного-монтажных работ представлена на сайтах строительного-монтажных организаций.

Для поиска организаций воспользуйтесь ресурсами сети Интернет.

Рассмотрим **математические задачи проекта:**

*I. Для проектного отдела:*

**Задача 1.** Высота стен бревенчатого дома – 7 м. Из сколько венцов будет состоять дом, если диаметр бревна – 240 мм, ширина паза для соединения брёвен – 120 мм, высота паза – 36 мм (рисунок 2).

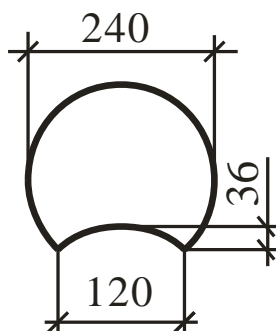


Рисунок 2 – Размеры бревна к задаче 1

**Задача 2.** Сколько квадратных метров листовой жести необходимо для изготовления 4-х водосточных труб для дома, если длина трубы 5 м, её диаметр 10 см? На отходы и швы необходимо добавить 5%.

**Задача 3.** Определить, сколько кубометров бетона необходимо для изготовления канализационного колодца, состоящего из 3-х колец. Внешний и внутренний диаметры кольца равны соответственно 1,3 м и 1,1 м, а высота 0,9 м (рисунок 3).

*Решение.*

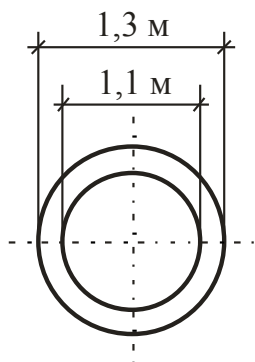


Рисунок 3

Определим объём колодца по наружному диаметру:

$$V_{\text{нар}} = S_{\text{осн}}^{\text{нар}} h = \frac{\pi d_{\text{нар}}^2}{4} h.$$

Определим объём колодца по внутреннему диаметру:

$$V_{\text{вн}} = S_{\text{осн}}^{\text{вн}} h = \frac{\pi d_{\text{вн}}^2}{4} h.$$

Вычислим объём бетона:

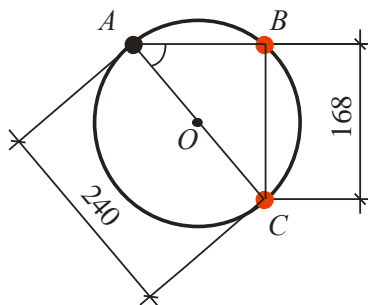
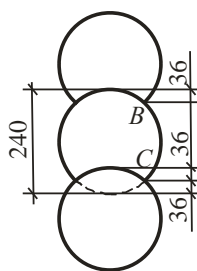
$$V_{\text{бет}} = 3(V_{\text{нар}} - V_{\text{вн}}) = 4 \left( \frac{\pi d_{\text{нар}}^2}{4} h - \frac{\pi d_{\text{вн}}^2}{4} h \right) = \pi h (d_{\text{нар}}^2 - d_{\text{вн}}^2) = 3,14 \cdot 0,9 (1,3^2 - 1,1^2) = 1,36 \text{ м}^3$$

*Ответ:* 0,57 м<sup>3</sup>.

*II. Для отдела снабжения:*

**Задача 4.** Высота стен сруба – 7 м. Размеры дома по наружному обмеру – 6 х 6 м. Диаметр брёвен – 240 мм, ширина паза для соединения брёвен – 120 мм, высота паза – 36 мм (рисунок 4). Сколько литров краски потребуется заказать для покраски наружных стен, если расход краски составляет 10 м<sup>2</sup>/л.

*Решение.*



Найдём градусную меру дуги BC:

$$\sin \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{168}{240} = 0,7;$$

$$\angle BAC = \arcsin 0,7 \approx 44,4^\circ;$$

$$\cup BC = 2 \cdot \angle BAC = 2 \cdot 44,4^\circ = 88,8^\circ.$$

$$l_{BC} = \frac{88,8}{360} l_{\text{окр}} = \frac{88,8}{360} \cdot \pi d = \frac{88,8}{360} \cdot 3,14 \cdot 240 = 185,9 \text{ мм.}$$

Вычислим площадь видимой части бревна по периметру дома:

$$S_{\text{бр}} = l_{BC} \cdot l_{\text{дома}} \cdot 4 = 0,1859 \cdot 6 \cdot 4 = 4,46 \text{ м}^2.$$

Определим количество брёвен по высоте дома:

$$N = \frac{H_{\text{дома}}}{BC} = \frac{7000}{168} = 42 \text{ бр.}$$

Найдём площадь поверхности наружных стен дома:

$$S_{\text{дома}} = NS_{\text{бр}} = 42 \cdot 4,46 = 187,3 \text{ м}^2.$$

Вычислим количество краски:  $V_{\text{кр}} = \frac{S_{\text{дома}}}{10} = \frac{187,3}{10} = 18,7 \text{ л.}$

*Ответ:* 18,7 л.

**Задача 5.** Сколько кубометров брёвен необходимо заказать для изготовления срубового дома, состоящего из 42 венцов, диаметром 240 мм. Размер дома – 6 х 6 х 7 м.

**Задача 6.** Сколько кубометров бетона необходимо заказать для заливки столбчатого фундамента для дома, если диаметр столба – 350 мм, высота столба – 2 м, количество столбов – 8 шт.

*III. Для отдела найма строителей:*

**Задача 7.** Сколько потребуется денежных средств для оплаты работы по покраске дома, если его размеры в плане 6 х 6 м, диаметр брёвен 240 мм, высота паза – 36 мм, количество венцов – 42. Стоимость покраски составляет 70 руб./м<sup>2</sup>.

**Задача 8.** Сколько придётся заплатить рабочим за изготовление 8 фундаментных столбов диаметром 350 мм и высотой – 2 м, если стоимость изготовления и заливки 1 м<sup>3</sup> бетона составляет 3000 руб.

**Задача 9.** Сколько будет стоить работа по гидроизоляции канализационного колодца снаружи, если он состоит из 3-х бетонных колец,

внешний диаметр которых составляет 1,3 м, а высота 0,9 м. Стоимость гидроизоляционных работ – 200 руб./м<sup>2</sup>.

*Решение.*

Определим площадь боковой поверхности одного бетонного кольца:

$$S_{1 \text{ бок}} = 2\pi rh = 2\pi \cdot \frac{1,3}{2} \cdot 0,9 = 3,67 \text{ м}^2.$$

Площадь боковой поверхности колодца из 3-х колец:

$$S_{3 \text{ бок}} = 3 \cdot S_{1 \text{ бок}} = 3 \cdot 3,67 = 11,01 \text{ м}^2.$$

Стоимость работа составит:  $C = 200 \cdot 11,01 = 2202$  руб.

*Ответ:* 2202 руб.

Приведем **рекомендуемую литературу**, которая может быть использована *учителем* при подготовке проектных заданий:

1. Дидактические материалы к уроку "Решение практико-ориентированных задач по теме "Цилиндр" 11 класс. URL: <https://infourok.ru/didakticheskie-materiali-k-uroku-resheniepraktikoorientirovannyh-zadach-po-teme-cilindr-klass-3708081.html> (дата обращения 18.06.2020).

2. Сборник практико-ориентированных задач. URL: <https://megatalant.com/biblioteka/sbornik-praktiko-orientirovannyh-zadach-87252.html> (дата обращения 18.06.2020).

3. Цыренова Л.П. Сборник практико-ориентированных задач по математике и физике. – URL: <https://schoolfiles.net/3070167> (дата обращения 18.06.2020).

Таким образом, выполнение проектных заданий в рамках осуществления проектной деятельности по геометрии позволит учащимся повысить степень их самостоятельности, развить социальные навыки в процессе групповых взаимодействий, повысить мотивацию к учебно-познавательной деятельности при изучении геометрии и, как следствие, овладеть необходимыми компетенциями в рассматриваемой предметной области.



## **2.2 Элективный курс «Вписанные и описанные конусы» для обучающихся старших классов**

Основным направлением модернизации системы российского образования на сегодняшний день является переход к профильному обучению в старшей школе. Одной из форм организации профилизации учебно-познавательной деятельности обучающихся являются элективные курсы.

*Элективные курсы* – это обязательные для посещения учащимися курсы по выбору, которые, в зависимости от содержания, обеспечивают углубление, расширение и систематизацию знаний по данному предмету; направлены на интеграцию учебных предметов или носят внепредметный характер и предназначены для расширения кругозора старшеклассников [55; 110].

Важной задачей элективных курсов является ориентация учащихся на индивидуализацию обучения, социализацию, на подготовку к осознанному и ответственному выбору сферы будущей профессиональной деятельности [55; 136].

Одной из проблем при изучении геометрии в общеобразовательной школе является недостаток учебного времени для приобретения учащимися практического навыка решения задач. Соответственно, большую помощь в решении данной проблемы могут оказать элективные курсы, направленные на углубление и расширение знаний учащихся по геометрии.

В рамках данного исследования разработан элективный курс на тему «Вписанные и описанные конусы», содержание которого позволит не только углубить и расширить знания и умения учащихся по геометрии, но и максимально реализовать связь предмета с жизнью и способствовать осознанному выбору учащимися своей будущей профессии.

Решение школьниками подобранных заданий на вписанные и описанные фигуры, позволит повысить их мотивацию к обучению.

Программа элективного курса «Вписанные и описанные конусы» составлена для учащихся 11 классов, изучающих математику на профильном уровне. Его назначение – углубление и расширение знаний школьников по теме «Тела вращения», а также изучение нового материала, не входящего в обязательную программу.

В нем рассматриваются не только стереометрические задачи на комбинацию тел, но и уделяется особое внимание изображению пространственных фигур.

Для подготовки программы были использованы темы и задания к факультативным курсам [88], задачи олимпиад [72; 152], пособия для подготовки к поступлению в вуз [46].

Для реализации программы элективного курса достаточно знаний и умений по математике, полученных школьниками в основной школе и в 10-11 классах на базовом уровне. Программа может быть использована, как в общеобразовательных классах, так и в классах с углубленным или профильным изучением математики.

*Актуальность* предлагаемой программы заключается в следующем:

- 1) обеспечение возможности углубленного изучения математики в рамках реализации профильного обучения в старшей школе;
- 2) расширение выбора курсов для более глубокого изучения предмета исходя из интересов, склонностей и способностей учащихся;
- 3) помощь учащимся в оценке правильности выбора профиля и будущей профессии;
- 4) осуществление дополнительной подготовки учащихся для успешной сдачи ЕГЭ и поступления в вуз.

*Целью элективного курса* является:

- повышение мотивации учащихся к изучению школьного курса геометрии;
- профессиональная ориентация учащихся 11 классов;
- расширение и углубление знаний учащихся в области стереометрии;

- развитие пространственного воображения учащихся;
- создание условий для саморазвития и самореализации учащихся.

*Задачи элективного курса:*

- познакомить учащихся с историческими сведениями об изучении тел вращения;
- сформировать у учащихся представление о различных комбинациях конуса с другими пространственными телами;
- научить школьников принципам пространственного изображения тел вращения;
- отработать с учащимися различные методы применения геометрических знаний при решении задач, в том числе повышенной трудности;
- выработать у учащихся способность к сотрудничеству и коммуникации, развитию мыслительных и творческих способностей, самостоятельному поиску информации и приобретению знаний посредством выполнения учебного проекта.

*Отличительные особенности данного элективного курса:*

- *новизна программы* состоит в рассмотрении комбинаций конуса не только со сферами и пирамидами, как это предусматривает программа по геометрии 11 класса, но и с цилиндрами, призмами; также в рамках курса предполагается обучение школьников изображению пространственных фигур, в частности, тел вращения, чему в учебниках по геометрии внимание либо не уделяется, либо уделяется недостаточно;
- *практическая значимость* программы заключается в подготовке школьников к их будущей профессии, связанной с необходимостью иметь пространственное воображение (инженер-строитель, архитектор, инженер-конструктор, инженер-механик, художник и т.д.).

Программа элективного курса рассчитана на 17 часов в рамках профильной подготовки в 11 классе (1 ч. в неделю). Учебно-тематическое планирование курса представлено ниже в таблице 2.

*Форма занятия:* коллективная (урок-лекция, урок-практикум, учебно-исследовательская конференция); групповая (выполнение учебного проекта); индивидуальная (урок самостоятельного решения задач).

Занятия по данной программе включают теоретическую и практическую части, причем большее количество времени отводится на решение практических задач.

*В результате изучения программы* данного элективного курса учащиеся должны:

- знать основные определения и теоремы о вписанных и описанных конусах;
- уметь изображать на плоскости пространственные фигуры;
- уметь решать стереометрические задачи на комбинацию конуса с другими пространственными телами.

*Основными формами подведения итогов* реализации данной образовательной программы являются:

- итоговая контрольная работа;
- защита проектов.

Таблица 2 – Учебно-тематическое планирование элективного курса «Вписанные и описанные конусы»

| Содержание                                                                                                                                    | Кол-во часов | Виды занятий                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|------------------------------------|
| 1. Вводное занятие.                                                                                                                           | 1            | урок систематизации базовых знаний |
| 2. Конус, вписанный в сферу и описанный около неё: определения, алгоритмы построения фигур. Решение задач на комбинацию конуса и сферы.       | 3            | урок-лекция, урок-практикум        |
| 3. Конус, вписанный в пирамиду и описанный около неё: определения, алгоритмы построения фигур. Решение задач на комбинацию конуса и пирамиды. | 3            | урок-лекция, урок-практикум        |
| 4. Конус, вписанный в цилиндр и описанный                                                                                                     | 3            | урок-лекция,                       |

|                                                                                                                                           |           |                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|--------------------------------------|
| около него: определения, алгоритмы построения фигур. Решение задач на комбинацию конуса и цилиндра.                                       |           | урок-практикум                       |
| 5. Конус, вписанный в призму и описанный около неё: определения, алгоритмы построения фигур. Решение задач на комбинацию конуса и призмы. | 3         | урок-лекция,<br>урок-практикум       |
| 6. Контрольная работа.                                                                                                                    | 2         | урок самостоятельного решения задач  |
| 7. Защита проектов.                                                                                                                       | 2         | учебно-исследовательская конференция |
| Итого:                                                                                                                                    | <b>17</b> |                                      |

Раскроем содержание элективного курса.

### **Тема 1. Вводное занятие (1 ч.)**

*Основная цель* – знакомство учащихся с целями и задачами данного элективного курса, организацией занятий, формирование мотивации школьников к изучению вписанных и описанных конусов, а также систематизация базовых знаний по темам «Вписанные и описанные окружности», «Тела вращения», «Многогранники».

На вводном занятии учащиеся знакомятся с содержанием курса, получают информацию о практическом применении предлагаемого к изучению материала, повторяют учебный материал из курса планиметрии и стереометрии, необходимый для успешного изучения вписанных и описанных конусов, проходят вводное тестирование.

В результате проведённого занятия учащиеся должны проявить интерес к изучению объёмных тел и осознать необходимость этого, а также систематизировать знания по темам «Вписанные и описанные окружности», «Тела вращения», «Многогранники».

**Тема 2. Конус, вписанный в сферу и описанный около неё: определения, алгоритмы построения фигур. Решение задач на комбинацию конуса и сферы (3 ч.).**

*Основная цель* – познакомить учащихся с условиями, при которых конус считается вписанным в сферу и описанным около неё, научить правильно изображать на плоскости конус, сферу и их комбинацию, а также

рассмотреть различные методы решения задач на комбинацию конуса и сферы, в том числе повышенной трудности.

При изучении данной темы учащиеся знакомятся с определениями конуса, вписанного в сферу и описанного около неё, с алгоритмами построения данной комбинации тел, учатся решать соответствующие стереометрические задачи.

В результате изучения данной темы учащиеся должны понимать, какой конус считается вписанным в сферу, а какой описанным около неё, знать правила построения данных круглых тел, уметь решать задачи на их комбинацию.

**Тема 3. Конус, вписанный в пирамиду и описанный около неё: определения, алгоритмы построения фигур. Решение задач на комбинацию конуса и пирамиды (3 ч.).**

*Основная цель* – познакомить учащихся с условиями, при которых конус считается вписанным в пирамиду и описанным около неё, научить правильно изображать на плоскости пирамиду и её комбинацию с конусом, а также рассмотреть различные методы решения задач на комбинацию конуса и пирамиды, в том числе повышенной трудности.

При изучении данной темы учащиеся знакомятся с определениями конуса, вписанного в пирамиду и описанного около неё, с алгоритмами построения данной комбинации тел, учатся решать соответствующие стереометрические задачи.

В результате изучения данной темы учащиеся должны понимать, какой конус считается вписанным в пирамиду, а какой описанным около неё, знать правила построения данных круглых тел, уметь решать задачи на их комбинацию.

**Тема 4. Конус, вписанный в цилиндр и описанный около него: определения, алгоритмы построения фигур. Решение задач на комбинацию конуса и цилиндра (3 ч.).**

*Основная цель* – познакомить учащихся с условиями, при которых конус считается вписанным в цилиндр и описанным около него, научить правильно изображать на плоскости цилиндр и его комбинацию с конусом, а также рассмотреть различные методы решения задач на комбинацию конуса и цилиндра, в том числе повышенной трудности.

При изучении данной темы учащиеся знакомятся с определениями конуса, вписанного в цилиндр и описанного около него, с алгоритмами построения данной комбинации тел, учатся решать соответствующие стереометрические задачи.

В результате изучения данной темы учащиеся должны понимать, какой конус считается вписанным в цилиндр, а какой описанным около него, знать правила построения данных круглых тел, уметь решать задачи на их комбинацию.

**Тема 5. Конус, вписанный в призму и описанный около неё: определения, алгоритмы построения фигур. Решение задач на комбинацию конуса и призмы (3 ч.).**

*Основная цель* – познакомить учащихся с условиями, при которых конус считается вписанным в призму и описанным около неё, научить правильно изображать на плоскости призму и её комбинацию с конусом, а также рассмотреть различные методы решения задач на комбинацию конуса и призмы, в том числе повышенной трудности.

При изучении данной темы учащиеся знакомятся с определениями конуса, вписанного в призму и описанного около неё, с алгоритмами построения данной комбинации тел, учатся решать соответствующие стереометрические задачи.

В результате изучения данной темы учащиеся должны понимать, какой конус считается вписанным в призму, а какой описанным около неё, знать правила построения данных круглых тел, уметь решать задачи на их комбинацию.

**Контрольная работа (2 ч.).**

*Основная цель* – закрепление знаний учащихся по пройденному курсу.

Учащимся предлагается решить контрольную работу, состоящую из 4-х заданий по одному из тем 2...5.

По результатам контрольной работы учащимся выставляются оценки по пятибалльной шкале.

### **Защита проектов (2 ч.).**

*Основная цель* – продемонстрировать результаты своей исследовательской деятельности, показать понимание проблемы проекта, проиллюстрировать ход поиска решения, показать найденное решение, провести самоанализ его результативности.

Учащиеся защищают свой проект в рамках учебно-исследовательской конференции, предварительно подготовив презентацию.

По результатам защиты отбираются лучшие работы, которые рекомендуются для выступления на школьной или городской конференциях.

Опишем подробно **методические рекомендации по проведению занятий** данного элективного курса.

## **1. Вводное занятие (1 ч.).**

### **Занятие 1.**

*План:*

- 1. Знакомство учащихся с целями, структурой и содержанием курса.*
- 2. Повторение и систематизация базовых знаний.*
- 3. Входной тест.*

**1. Знакомство учащихся с целями, структурой и содержанием курса.**

*Учитель рассказывает учащимся о цели данного курса, знакомит их с его структурой и содержанием. Рассказывает об организации занятий, о требованиях к подготовке и защите проектов. Объясняет, каким образом будут подводиться итоги изучения курса, и оцениваться работа учащихся.*

*Далее учитель рассказывает о практическом значении изучения данного курса для учащихся.*



«Комбинации геометрических тел» – одна из самых трудных тем геометрии. Решение стереометрических задач неизбежно приводит к решению задач планиметрических. Соответственно, приходится возвращаться к основным определениям, теоремам, формулам, изучаемым в курсе планиметрии. Именно задачи на комбинации геометрических тел широко представлены среди геометрических заданий повышенной трудности в ЕГЭ по профильной математике.

Помимо возможности удачной сдачи экзамена по математике, изучение данного курса способствует развитию пространственного воображения у учащихся. Достижение этой цели важно не только для тех, кто в дальнейшем хочет посвятить себя техническим профессиям, но и будущим дизайнерам, модельерам, хирургам, т.е. всем, кому приходится производить операции над пространственными объектами.

При изучении данного курса особые требования предъявляются к изображениям геометрических фигур. Чертёж должен быть выполнен верно и наглядно. При этом необходимо выбрать оптимальное положение изображаемого тела, его ракурс и проекцию, свести к минимуму количество изображаемых линий, т.е. уметь перевести условие задачи на графический язык.

Изучение курса «Вписанные и описанные конусы» позволит учащимся оценить свои математические способности и возможности, чтобы в дальнейшем сделать обоснованный выбор будущей профессии.

## ***2. Повторение и систематизация базовых знаний.***

### ***1. Планиметрия.***

#### ***Окружность, вписанная в треугольник и описанная около него.***

Окружность называют *вписанной* в треугольник, если все стороны треугольника касаются окружности (рисунок 5).

Центр вписанной в треугольник окружности находится в точке пересечения биссектрис треугольника.

В любой треугольник можно вписать окружность. Радиус вписанной в треугольник окружности определяется по формуле:

$$r = \frac{S}{p}, \quad (1)$$

где  $S$  – площадь треугольника;  
 $p$  – полупериметр треугольника.

Окружность называют *описанной* около треугольника, если все вершины треугольника расположены на окружности (рисунок 6).

Центр описанной около треугольника окружности находится в точке пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

Около любого треугольника можно описать окружность.

Радиус описанной около треугольника окружности определяется по формуле

$$R = \frac{abc}{4S}, \quad (2)$$

где  $S$  – площадь треугольника;  $a, b, c$  – длины сторон треугольника.

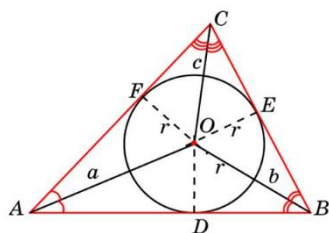


Рисунок 5 – Окружность, вписанная в треугольник

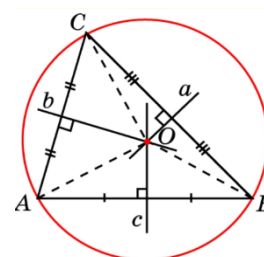


Рисунок 6 – Окружность, описанная около треугольника

***Окружность, вписанная в многоугольник и описанная около него.***

Окружность называется *вписанной* в многоугольник, если все стороны многоугольника касаются этой окружности (рисунок 7).

Центр окружности, вписанной в многоугольник, находится в точке пересечения биссектрис углов этого многоугольника.

В многоугольник можно вписать окружность и притом только одну, тогда и только тогда, когда биссектрисы его углов пересекаются в одной точке.

В правильный многоугольник можно вписать окружность.

Окружность называется *описанной* около многоугольника, если все вершины многоугольника принадлежат этой окружности (рисунок 8).

Центр окружности, описанной вокруг многоугольника, находится в точке пересечения серединных перпендикуляров к сторонам этого многоугольника.

Около многоугольника можно описать окружность и притом только одну, тогда и только тогда, когда серединные перпендикуляры к сторонам этого многоугольника пересекаются в одной точке.

Около правильного многоугольника можно описать окружность.

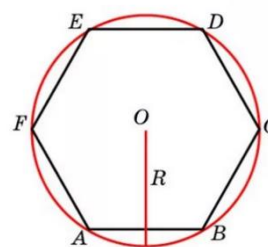
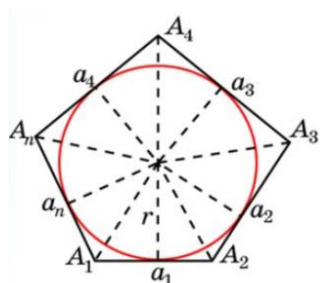


Рисунок 7 – Окружность, вписанная в многоугольник

Рисунок 8 – Окружность, описанная около многоугольника

## II. Стереометрия.

**Определение конуса** [109]. Тело, которое образуется при вращении прямоугольного треугольника вокруг прямой, содержащей его катет, называется *прямым круговым конусом* (рисунок 9).

**Элементы конуса:**

**Ось конуса** – отрезок оси вращения, заключённый внутри конуса ( $PO$ ).

**Основание конуса** – круг, образованный при вращении второго катета (AO).

**Вершина конуса** – вершина острого угла вращающегося треугольника (P).

**Высота конуса** – отрезок, проведённый из вершины конуса перпендикулярно его основанию (PO).

**Образующие конуса** – отрезки, соединяющие вершину конуса с точками его основания.

**Определение сферы** [130]. **Сферой** называется фигура, состоящая из множества всех точек пространства, удалённых от данной точки, называемой **центром**, на данное расстояние, называемое **радиусом** (рисунок 10).

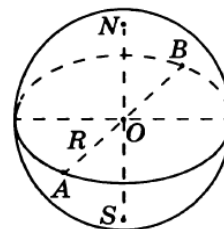
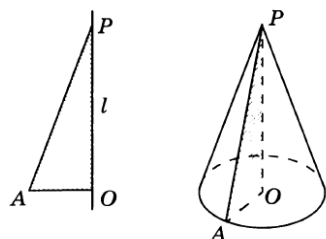


Рисунок 9 – Прямой круговой конус

Рисунок 10 – Сфера

**Определение пирамиды** [130]. **Пирамидой** называется многогранник, у которого одна грань – многоугольник, а остальные грани – треугольники с общей вершиной (рисунок 11).

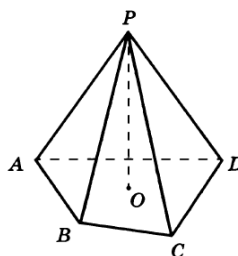


Рисунок 11 – Шестиугольная пирамида

Пирамида, в основании которой правильный многоугольник и все боковые рёбра равны, называется **правильной**.

**Элементы пирамиды:**

**Основание пирамиды** – многоугольник ( $ABCD$ ).

**Боковые грани пирамиды** – треугольники ( $ABP, ADP, \dots$ ).

**Вершина пирамиды** – общая вершина боковых граней ( $P$ ).

**Боковые рёбра пирамиды** – отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами её основания ( $AP, BP, \dots$ ).

**Апофема** – высота боковой грани пирамиды, проведённая из вершины пирамиды к ребру основания.

**Определение призмы** [130]. **Призма** – это многогранник, две грани которого являются равными многоугольниками, лежащими в параллельных плоскостях, а остальные грани – параллелограммами, имеющими общие стороны с этими многоугольниками (рисунок 12).

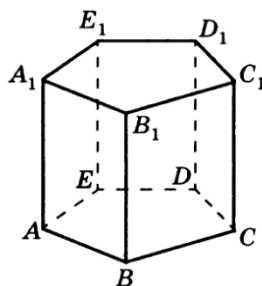


Рисунок 12 – Прямая пятиугольная призма

Призма, боковыми гранями которой являются прямоугольники, называется **прямой**. В противном случае – **наклонной**.

Прямая призма, основаниями которой являются правильные многоугольники, называется **правильной призмой**.

**Элементы призмы:**

**Основания призмы** – два параллельных многоугольника ( $ABCDE$  и  $A_1B_1C_1D_1E_1$ ).

**Боковые грани призмы** – параллелограммы ( $AA_1B_1B, AA_1E_1E, \dots$ )

**Высота призмы** – перпендикуляр, проведённый из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания ( $AA_1$ ).

**Боковые рёбра призмы** – стороны боковых граней, не лежащие в плоскостях оснований ( $AA_1, BB_1, \dots$ ).

### 3. Входной тест.

Задания для проведения входного тестирования и ответы к ним приведены в таблицах 3 и 4.

Таблица 3 – Задания к тесту по теме «Тела вращения и многогранники»

| Вопросы                                                  | Варианты ответов                      |                                       |                            |
|----------------------------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
|                                                          | <i>a</i>                              | <i>б</i>                              | <i>в</i>                   |
| <b>Вариант 1</b>                                         |                                       |                                       |                            |
| При вращении прямоугольника вокруг его стороны получится | шар                                   | конус                                 | цилиндр                    |
| Объём сферы равен                                        | $V_{\text{сф}} = \frac{4}{3} \pi R^3$ | $V_{\text{сф}} = \frac{3}{4} \pi R^3$ | $V_{\text{сф}} = 4\pi R^3$ |

Продолжение таблицы 3

| Вопросы                                                                        | Варианты ответов                |                                          |                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|------------------------------------------|-------------------------------------|
|                                                                                | <i>a</i>                        | <i>б</i>                                 | <i>в</i>                            |
| Конус получается при вращении вокруг катета                                    | произвольного треугольника      | равностороннего треугольника             | прямоугольного треугольника         |
| Площадь полной поверхности конуса равна                                        | $S_{\text{п.к}} = \pi R(R + l)$ | $S_{\text{п.к}} = 2\pi R(R + l)$         | $S_{\text{п.к}} = \pi R(R + h)$     |
| Формула площади боковой поверхности цилиндра                                   | $S_{\text{бок}} = \pi R^2 h$    | $S_{\text{бок}} = 2\pi R h$              | $S_{\text{бок}} = \pi R h$          |
| Осевое сечение конуса – это                                                    | треугольник                     | круг                                     | прямоугольник                       |
| Какое наименьшее число ребер может иметь призма                                | 3                               | 6                                        | 9                                   |
| Апофема - это ...                                                              | высота правильной пирамиды      | высота боковой грани правильной пирамиды | высота боковой грани любой пирамиды |
| Многогранник, составленный из шестиугольника и шести треугольников, называется | шестиугольной призмой           | шестиугольной пирамидой                  | усечённой пирамидой                 |
| Объём цилиндра равен                                                           | $V_{\text{ц}} = \pi R^2 h$      | $V_{\text{ц}} = \pi R^2 l$               | $V_{\text{ц}} = 2\pi R^2 h$         |
| <b>Вариант 2</b>                                                               |                                 |                                          |                                     |
| При вращении прямоугольного треугольника вокруг катета получится               | цилиндр                         | конус                                    | усечённый конус                     |

|                                                                    |                                 |                                     |                                   |
|--------------------------------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| Сечение конуса плоскостью, проходящее перпендикулярно его оси, это | трапеция                        | треугольник                         | круг                              |
| Формула площади сферы                                              | $S_{сф} = 2\pi R^2$             | $S_{сф} = 4\pi R^2$                 | $S_{сф} = \pi R^2$                |
| Сечение шара плоскостью – это ...                                  | овал                            | окружность                          | круг                              |
| Площадь полной поверхности цилиндра равна                          | $S_{ц.пол} = 2\pi R(h + R)$     | $S_{ц.пол} = 3\pi R(h + R)$         | $S_{ц.пол} = 2\pi R(l + R)$       |
| Полная поверхность правильной пирамиды включает                    | боковую поверхность и основание | боковую поверхность и два основания | боковую поверхность               |
| Формула площади боковой поверхности конуса                         | $S_{бок} = \pi Rl$              | $S_{бок} = \pi R^2 l$               | $S_{бок} = 2\pi Rl$               |
| Объём конуса равен                                                 | $V_{кон} = 3\pi r^2 h$          | $V_{кон} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$   | $V_{кон} = \frac{1}{2} \pi r^2 h$ |

Продолжение таблицы 3

| Вопросы                                                                                            | Варианты ответов |            |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|------------|-----------|
|                                                                                                    | <i>а</i>         | <i>б</i>   | <i>в</i>  |
| Призма, в основании которой равносторонний треугольник, а боковые грани – параллелограммы является | прямой           | правильной | наклонной |

Таблица 4 – Ответы к тесту по теме «Тела вращения и многогранники»

| <i>Вариант 1</i> |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1                | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        | 8        | 9        | 10       |
| <i>в</i>         | <i>а</i> | <i>в</i> | <i>а</i> | <i>б</i> | <i>а</i> | <i>в</i> | <i>б</i> | <i>б</i> | <i>а</i> |
| <i>Вариант 1</i> |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
| 1                | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        | 8        | 9        | 10       |
| <i>б</i>         | <i>в</i> | <i>б</i> | <i>в</i> | <i>а</i> | <i>а</i> | <i>а</i> | <i>а</i> | <i>б</i> | <i>в</i> |

**5. Конус, вписанный в призму и описанный около неё: определения, алгоритмы построения фигур. Решение задач на комбинацию конуса и призмы.**

**Занятие 11 (лекция)**

(В выпускной работе представлены разработки занятий данного элективного курса только по теме «Конус, вписанный в призму и описанный около неё», не входящей в школьный курс геометрии).

План

1. Введение понятия конуса вписанного в призму и описанного около неё.
2. Рассмотрение алгоритмов изображения комбинаций конуса и призмы.

### 1. Понятие конуса вписанного в призму и описанного около неё

**Определение** [112]. Конус называется *вписанным* в призму, если основание конуса вписано в основание призмы, а вершина конуса принадлежит противоположному основанию призмы (рисунок 13).

**Утверждение.** Конус можно *вписать* в призму только в том случае, если в её основание можно вписать окружность и угол наклона образующей конуса к плоскости его основания не превышает угол наклона граней призмы к плоскости основания конуса.

**Определение** [112]. Конус называется *описанным* около призмы, если одно из оснований призмы вписано в сечение конуса плоскостью, параллельной основанию, а другое основание призмы лежит в основании конуса (рисунок 14).

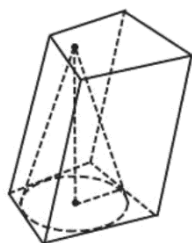


Рисунок 13 – Конус, вписанный в призму

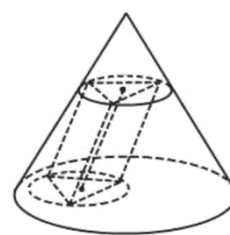


Рисунок 14 – Конус, описанный около призмы

**Утверждение.** Конус можно описать вокруг любой призмы.

III. Алгоритмы построения конуса и призмы.

**Изображение призмы:**



- 1) построить многоугольник, изображающий её основание (рисунок 15);
- 2) из вершин многоугольника провести прямые, параллельные некоторой фиксированной прямой, и отложить на них равные отрезки;
- 3) соединить концы этих отрезков.

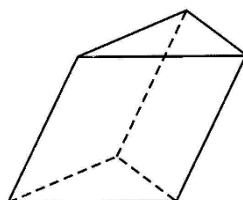


Рисунок 15 – Изображение призмы

Вспомним, что для того, чтобы в призму можно было вписать конус, необходимо, чтобы угол наклона граней призмы к плоскости основания был не меньше угла наклона образующей конуса к плоскости его основания.

В любую прямую призму можно вписать конус.

**Задание 1.** Построить изображение конуса, вписанного в прямую правильную четырёхугольную призму.

**Решение.**

1. Строим изображение прямой правильной четырёхугольной призмы (рисунок 16).
2. Вписываем в основание призмы круг, являющийся основанием конуса; учитываем, что большая и малая оси эллипса совпадают по направлению с диагоналями квадрата основания призмы.
3. Находим точку пересечения диагоналей квадрата верхнего основания призмы – получаем вершину конуса.
4. Проводим касательные прямые через вершину конуса к эллипсу его основания.
- 5.

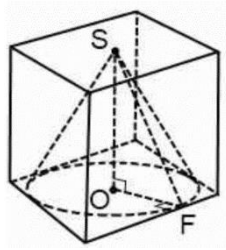


Рисунок 16 – Изображение конуса, вписанного в прямую правильную четырёхугольную призму

## ***2. Изображение комбинаций конуса и призмы***

**Задание 2.** Построить изображение конуса, описанного около прямой правильной треугольной призмы.

**Решение.**

1. Строим изображение прямой правильной треугольной призмы (рисунок 17).

2. Описываем около верхнего основания призмы окружность – получаем сечение конуса плоскостью параллельной его основанию.

3. Проводим большую ось полученного в п. 2 эллипса.

4. Проводим вертикальную ось призмы через центр описанной около её верхнего основания окружности.

5. На произвольном расстоянии от верхнего основания призмы ставим на оси точку – вершину конуса.

6. Описываем около нижнего основания призмы окружность, через её центр проводим прямую, перпендикулярную оси призмы – получаем направление большой оси эллипса основания конуса.

7. Проводим две прямые: через вершину конуса и крайние точки большой оси эллипса построенного сечения конуса.

8. Строим точки пересечения этих двух прямых с направлением большой оси эллипса основания конуса – получаем отрезок, равный длине большой оси эллипса основания конуса.

9. Строим изображение основания конуса через полученные точки.

10. Проводим две касательные из вершины конуса к эллипсу его основания.

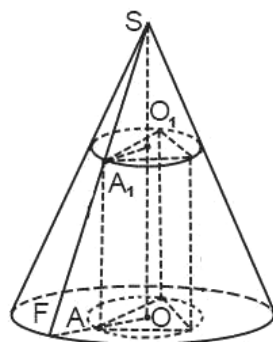


Рисунок 17 – Изображение конуса, описанного около прямой правильной треугольной призмы

## Занятие 12 (практикум)

### Решение задач базового уровня

*План*

1. Решение задачи 4.1 у доски под руководством учителя.
2. Решение задачи 4.2а учащимися – один у доски, остальные – в тетрадях.
3. Решение задачи 4.2б учащимися самостоятельно.

**Задача 4.1.** Найти отношение объемов конуса и описанной около него правильной  $n$ -угольной призмы [112].

**Дано:** конус вписан в  $n$ -угольную призму (рисунок 18).

**Найти** отношение объемов конуса и призмы.

**Решение.**

Пусть  $r$  – радиус основания конуса.

Объем конуса равен  $V_k = \frac{1}{3}\pi r^2 H$ ;

объем призмы равен  $V_{\Pi} = S_{\text{осн.}\Pi} H$ ;

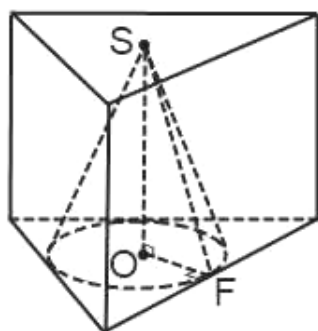


Рисунок 18

Площадь правильного  $n$ -угольника, описанного около окружности

$$S_{\text{осн.п}} = nr^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}.$$

Отношение объёмов: 
$$\frac{V_{\text{п}}}{V_{\text{к}}} = \frac{Hnr^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}}{\frac{\pi r^2 H}{3}} = \frac{3ntg \frac{\pi}{n}}{\pi}.$$

**Ответ:** 
$$\frac{V_{\text{п}}}{V_{\text{к}}} = \frac{3ntg \frac{\pi}{n}}{\pi}.$$

**Задача 4.2.** В конусе радиус основания  $R$  и высота  $H$ .

Найдите:

- а) ребро вписанного в него куба;
- б) ребро правильной треугольной призмы, вписанной в этот конус, если боковые грани призмы – квадраты [108].

а)

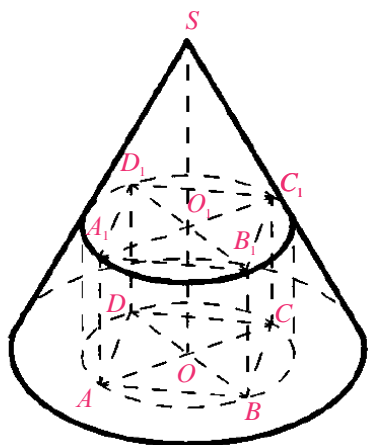


Рисунок 19

**Дано:** в конус вписан куб,  $R$  – радиус основания конуса,  $H$  – высота конуса (рисунок 19).

**Найти:** ребро куба.

**Решение.**

Пусть  $r$  – радиус описанной около основания куба окружности,  $a$  – ребро куба.

Изобразим осевое сечение конуса, которое совпадает с плоскостью диагонального сечения куба  $AA_1C_1C$  (рисунок 20).

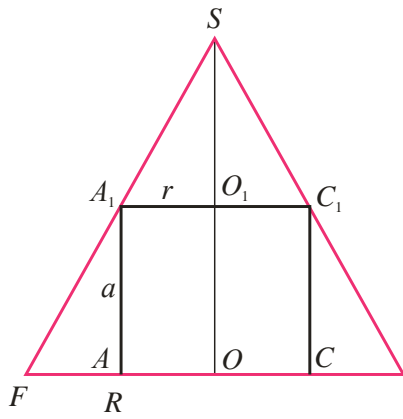


Рисунок 20

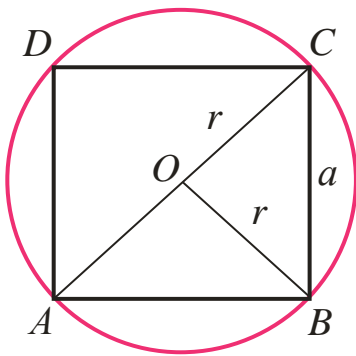


Рисунок 21

И окружность, в которую вписано основание куба (рисунок 21).

1.  $\Delta A_1O_1S \sim \Delta FOS$  (по двум углам)  $\Rightarrow$

$$\frac{A_1O_1}{FO} = \frac{SO_1}{SO} \text{ или } \frac{r}{R} = \frac{H-a}{H}.$$

2. Из  $\Delta COB$  по теореме Пифагора (рисунок 21):

$$CB^2 = OC^2 + OB^2 \text{ или } a^2 = r^2 + r^2; \quad a^2 = 2r^2;$$

$$r = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

3. Подставим  $r = \frac{a}{\sqrt{2}}$  в  $\frac{r}{R} = \frac{H-a}{H}$ :

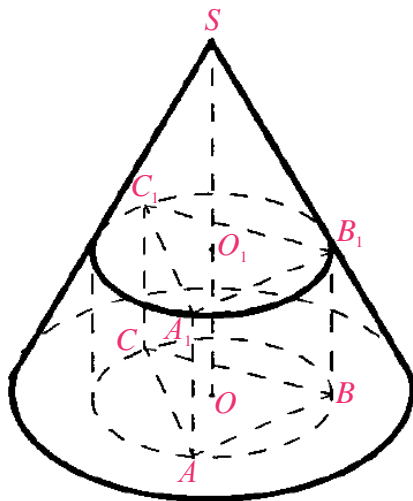
$$\frac{a}{\sqrt{2}R} = \frac{H-a}{H};$$

$$aH = \sqrt{2}R(H-a); \quad aH = \sqrt{2}RH - \sqrt{2}Ra;$$

$$a(H + \sqrt{2}R) = \sqrt{2}RH;$$

$$a = \frac{\sqrt{2}RH}{H + \sqrt{2}R}.$$

б)



**Дано:** в конус вписана правильная треугольная призма, боковые грани которой квадраты,  $R$  – радиус основания конуса,  $H$  – высота конуса (рисунок 22).

**Найти:** ребро призмы.

**Решение.**

Пусть  $r$  – радиус описанной около основания призмы окружности,  $b$  – ребро призмы.

Рисунок 22

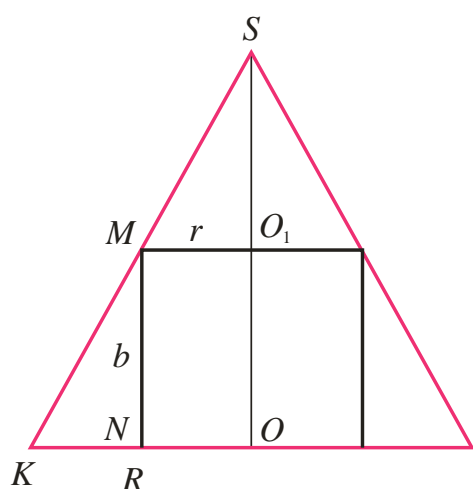


Рисунок 23

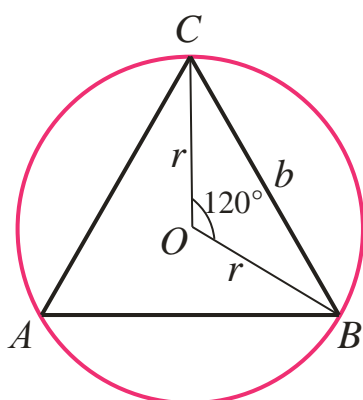


Рисунок 24

Изобразим осевое сечение конуса, совпадающее с осевым сечением цилиндра, который описан около призмы (рисунок 23).

И окружность, в которую вписано основание призмы (рисунок 24).

1.  $\triangle MO_1S \sim \triangle KOS$  (по двум углам)

$$\Rightarrow \frac{MO_1}{KO} = \frac{SO_1}{SO} \text{ или } \frac{r}{R} = \frac{H-b}{H}.$$

2. Из  $\triangle COB$  по теореме косинусов:

$$CB^2 = OC^2 + OB^2 - 2 \cdot OC \cdot OB \cdot \cos 120^\circ$$

$$\text{или } b^2 = r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos 120^\circ;$$

$$b^2 = r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \left(-\frac{1}{2}\right);$$

$$b^2 = 3r^2; \quad r = \frac{b}{\sqrt{3}}.$$

3. Подставим  $r = \frac{b}{\sqrt{3}}$  в  $\frac{r}{R} = \frac{H-b}{H}$ :

$$\frac{b}{\sqrt{3}R} = \frac{H-b}{H};$$

$$bH = \sqrt{3}R(H-b);$$

$$bH = \sqrt{3}RH - \sqrt{3}Rb;$$

$$b(H + \sqrt{3}R) = \sqrt{3}RH;$$

$$b = \frac{\sqrt{3}RH}{H + \sqrt{3}R}.$$

**Ответ:** а)  $a = \frac{\sqrt{2}RH}{H + \sqrt{2}R}$ ; б)  $b = \frac{\sqrt{3}RH}{H + \sqrt{3}R}$ .

### Занятие 13 (практикум)

#### Решение задач углубленного уровня

План

1. Решение задачи 4.3 у доски под руководством учителя.
2. Решение задачи 4.4 учащимися – один у доски, остальные – в тетрадях.
3. Решение задачи 4.5 учащимися самостоятельно.

**Задача 4.3.** Куб расположен внутри равностороннего конуса так, что 4 его вершины расположены на основании конуса, а остальные вершины куба – на конической поверхности. Найдите отношение объема куба к объему конуса [107].

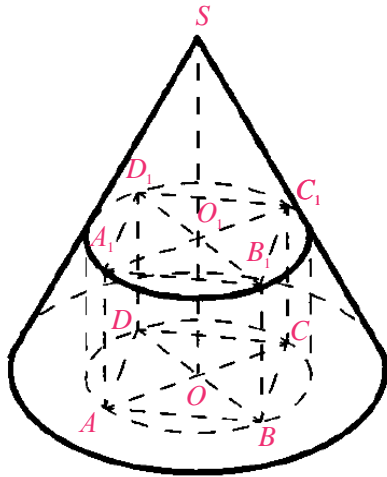


Рисунок 25

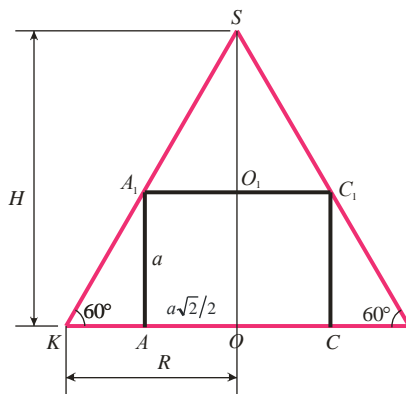


Рисунок 26

**Дано:** В равносторонний конус вписан куб (рисунок 25).

**Найти:**  $\frac{V_{\text{куб}}}{V_{\text{кон}}}$ .

**Решение.**

1. Изобразим осевое сечение конуса, проходящее через диагональное сечение куба  $AA_1C_1C$  (рисунок 26).

Пусть  $R$  – радиус основания конуса,  $H$  – высота конуса,  $a$  – ребро куба.

2. Из  $\triangle ABC$  по т. Пифагора:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} \text{ или}$$

$$AC = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}.$$

Т.к.  $ABCD$  – квадрат, то  $AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

3.  $\triangle SA_1O \sim \triangle SKO$  (по двум углам).

Из подобия треугольников следует:

$$\frac{SO_1}{SO} = \frac{A_1O_1}{KO} \text{ или } \frac{H-a}{H} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{R}; 2HR - 2aR = a\sqrt{2}H; a(\sqrt{2}H + 2R) = 2HR;$$

$$a = \frac{2HR}{\sqrt{2H + 2R}}.$$

4. Т.к. конус равносторонний, значит  $\angle SKO = 60^\circ$ .

$$\text{В } \triangle SKO: \operatorname{tg} \angle SKO = \frac{SO}{KO} \text{ или } \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{H}{R}; \quad \sqrt{3} = \frac{H}{R}; \quad H = \sqrt{3}R.$$

5. Выразим ребро куба через  $R$ :

$$a = \frac{2HR}{\sqrt{2H + 2R}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}R \cdot R}{\sqrt{2 \cdot \sqrt{3}R + 2R}} = \frac{2\sqrt{3}R^2}{\sqrt{2(\sqrt{3} + \sqrt{2})}} = \frac{\sqrt{6}R}{\sqrt{3 + \sqrt{2}}}.$$

$$6. \text{ Объём конуса: } V_{\text{кон}} = \frac{1}{3}\pi R^2 H = \frac{1}{3}\pi R^2 \sqrt{3}R = \frac{1}{3}\pi \sqrt{3}R^3.$$

7. Объём куба:

$$V_{\text{куб}} = a^3 = \left( \frac{\sqrt{6}R}{\sqrt{3 + \sqrt{2}}} \right)^3 = \frac{6\sqrt{6}R^3}{3\sqrt{3} + 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 + 2\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{6}R^3}{9\sqrt{3} + 11\sqrt{2}}.$$

8. Найдём отношение объёмов:

$$\begin{aligned} \frac{V_{\text{куб}}}{V_{\text{кон}}} &= \frac{6\sqrt{6}R^3}{9\sqrt{3} + 11\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\pi \sqrt{3}R^3} = \frac{18\sqrt{2}}{\pi(9\sqrt{3} + 11\sqrt{2})} = \frac{18\sqrt{2}(9\sqrt{3} - 11\sqrt{2})}{\pi(9\sqrt{3} + 11\sqrt{2})(9\sqrt{3} - 11\sqrt{2})} = \\ &= \frac{18(9\sqrt{6} - 11 \cdot 2)}{\pi(81 \cdot 3 - 121 \cdot 2)} = \frac{18(9\sqrt{6} - 22)}{\pi}. \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \frac{18(9\sqrt{6} - 22)}{\pi}.$$

**Задача 4.4.** В равносторонний конус, образующая которого  $l$ , вписана правильная шестиугольная призма, боковая грань которой – квадрат. Найдите площади диагональных сечений [88].



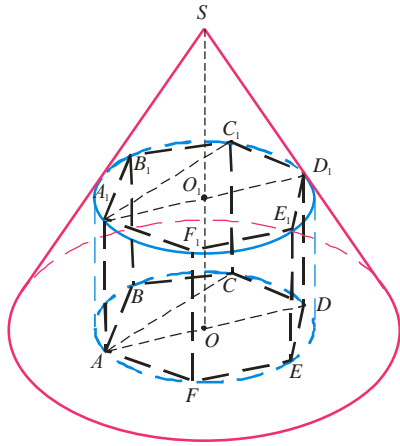


Рисунок 27

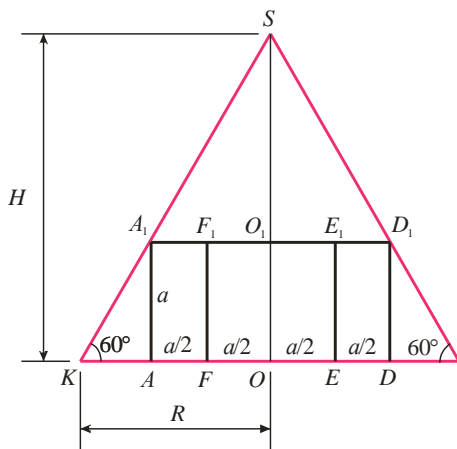


Рисунок 28

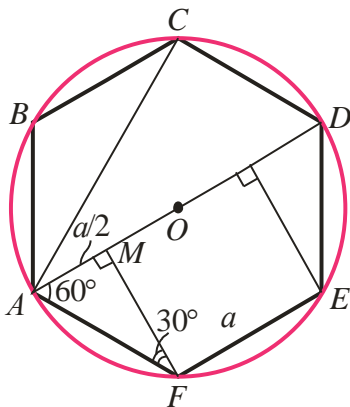


Рисунок 29

$$\sin 60^\circ = \frac{H}{l}; \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{H}{l}; H = \frac{\sqrt{3}l}{2}; \cos(\angle SKO) = \frac{KO}{SK} \text{ или } \cos 60^\circ = \frac{R}{l}; \frac{1}{2} = \frac{R}{l};$$

$$R = \frac{l}{2}.$$

**Дано:** в равносторонний конус вписана правильная шестиугольная призма, боковая грань которой – квадрат,  $l$  – образующая конуса (рисунок 27).

**Найти:** площади диагональных сечений.

**Решение.**

1. Изобразим осевое сечение конуса, совпадающее с плоскостью диагонального сечения призмы  $AA_1D_1D$ , а также основание призмы  $ABCDEF$  (рисунок 28).

Пусть  $R$  – радиус основания конуса,  $H$  – высота конуса,  $a$  – ребро призмы.

2. Проведём  $FM \perp AD$  (рисунок 29).

В  $\triangle AMF$   $\angle MAF = 60^\circ$  (по свойству правильного шестиугольника)  $\Rightarrow \angle AFM = 30^\circ \Rightarrow AM = AF/2 = a/2$ .

3.  $\triangle SA_1O_1 \sim \triangle SKO$  (по двум углам). Из подобия треугольников следует:

$$\frac{SO_1}{SO} = \frac{A_1O_1}{KO} \text{ или } \frac{H-a}{H} = \frac{a}{R};$$

$$HR - aR = aH; a(H + R) = HR; a = \frac{HR}{H + R}.$$

4. В  $\triangle SKO$   $\sin(\angle SKO) = \frac{SO}{SK}$ . Учитывая, что

$\angle SKO = 60^\circ$ , т.к. конус равносторонний, запишем:

5. Выразим ребро призмы через  $l$ :

$$a = \frac{HR}{H+R} = \frac{\frac{\sqrt{3}l}{2} \cdot \frac{l}{2}}{\frac{\sqrt{3}l}{2} + \frac{l}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}l^2}{4}}{\frac{l(\sqrt{3}+1)}{2}} = \frac{\sqrt{3}l}{2(\sqrt{3}+1)}.$$

6. Площадь диагонального сечения призмы  $AA_1D_1D$ :

$$S_{AA_1D_1D} = AD \cdot AA_1 = 2a \cdot a = 2a^2;$$

$$a^2 = \left( \frac{\sqrt{3}l}{2(\sqrt{3}+1)} \right)^2 = \frac{3l^2}{4(3+2\sqrt{3}+1)} = \frac{3l^2}{4(4+2\sqrt{3})} = \frac{3l^2}{8(2+\sqrt{3})} = \frac{3l^2(2-\sqrt{3})}{8(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{3l^2(2-\sqrt{3})}{8(4-3)} = \frac{3l^2(2-\sqrt{3})}{8}.$$

$$S_{AA_1D_1D} = 2a^2 = 2 \cdot \frac{3l^2(2-\sqrt{3})}{8} = \frac{3l^2(2-\sqrt{3})}{4}.$$

7. Площадь диагонального сечения призмы  $AA_1C_1C$ :  $S_{AA_1C_1C} = AC \cdot AA_1$ .

$\triangle ACD$  – прямоугольный (по свойству правильного шестиугольника).

По теореме Пифагора:

$$AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$S_{AA_1C_1C} = a\sqrt{3} \cdot a = \sqrt{3}a^2;$$

$$S_{AA_1C_1C} = \sqrt{3}a^2 = \sqrt{3} \cdot \frac{3l^2(2-\sqrt{3})}{8} = \frac{3l^2(2\sqrt{3}-3)}{8}.$$

**Ответ:**  $\frac{3l^2(2-\sqrt{3})}{4}; \frac{3l^2(2\sqrt{3}-3)}{8}.$

**Задача 4.5** В конус с радиусом основания 4 и высотой  $4\sqrt{3}$  вписана треугольная призма, у которой все рёбра равны. Найдите объём призмы [106].

Решение задачи приведено в методическом пособии [106, с. 205].

**Занятия 14, 15 (контрольная работа)**

**Вариант 1**

1. В конус, у которого радиус основания 9 см, а образующая 15 см, вписан шар. Найдите длину линии, по которой касаются их поверхности.

*Ответ:*  $2\pi$  см [88].

2. Дана треугольная пирамида, вписанная в конус. В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами 6, 8 и 10. Образующая конуса равна 13. Найти высоту конуса и площадь боковой поверхности пирамиды.

*Ответ:* 12;  $60 + 12\sqrt{10} + 12\sqrt{17}$  [64].

3. Осевое сечение конуса – треугольник с углом  $120^\circ$  при вершине и высотой  $h$ , опущенной из этой вершины. В конус помещен цилиндр с образующей  $0,5h$ . Найдите радиус основания цилиндра, если нижнее основание цилиндра лежит на основании конуса, а окружность верхнего основания – на конической поверхности. *Ответ:*  $0,5h\sqrt{3}$  [106].

4. Высота кругового конуса 3, радиус основания 1. Найти ребро куба, вписанного в конус. *Ответ:*  $\frac{6}{2+3\sqrt{2}}$  [152].

### Вариант 2

1. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Найти отношение объема вписанного в конус шара к объему шара, описанного около конуса. *Ответ:*  $\sin^3 2\alpha \operatorname{tg}^3 \frac{\alpha}{2}$  [105].

2. Дана четырехугольная пирамида, в основании которой лежит трапеция  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ). Известно, что в пирамиду можно вписать конус и около пирамиды можно описать конус. Основания трапеции равны 2 и 8, высота пирамиды равна 1. Найти образующие обоих конусов.

*Ответ:*  $\sqrt{5}, \frac{33}{8}$  [64].

3. Осевое сечение конуса – треугольник с углом  $120^\circ$  при вершине и высотой  $h$ , опущенной из этой вершины. В конус помещен цилиндр с образующей  $0,5h$ . Найдите радиус основания цилиндра образующая

цилиндра лежит на диаметре основания конуса, а каждое из оснований цилиндра имеет с конической поверхностью единственную общую точку.

Ответ:  $\frac{h(12 - \sqrt{3})}{24}$  [106].

4. В конус вписана правильная треугольная призма, все рёбра которой равны  $a$ . Четыре вершины призмы лежат на окружности основания, а две на боковой поверхности конуса. Найдите высоту конуса.

Ответ:  $\frac{a\sqrt{3}}{2}(2 + \sqrt{2})$ . [88].

### **Критерии оценивания письменной контрольной работы**

Работа оценивается отметкой «*отлично*», если

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

Работа оценивается отметкой «*хорошо*», если

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны;
- допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах.

Работа оценивается отметкой «*удовлетворительно*», если допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Работа оценивается отметкой «*неудовлетворительно*», если допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

### **Занятия 16, 17 (защита проектов)**

*Предлагаемые ниже темы исследовательских работ учащихся могут быть использованы при выполнении индивидуальных или групповых проектов. Темы выдаются в начале изучения программы данного курса. Защита проходит на последних двух занятиях.*

### *Темы исследовательских работ учащихся*

#### **1. Конусы в природе и технике.**

*План работы:*

- 1) выявить, где встречаются конические поверхности в природе (в биологии, геологии, географии), выяснить почему;
- 2) привести примеры применения конических поверхностей в строительстве, архитектуре, технике.

*Рекомендуемая литература:*

1. Яглом, И.М. Математика и реальный мир / И.М. Яглом. М.: Знание, 1978. 64 с.

2. Studme [Электронный ресурс]. URL: [https://studme.org/54938/tovarovedenie/analiticheskie\\_poverhnosti\\_arhitekture\\_zdaniy\\_konstruktsiy\\_izdeliy](https://studme.org/54938/tovarovedenie/analiticheskie_poverhnosti_arhitekture_zdaniy_konstruktsiy_izdeliy) (дата обращения: 06.01.2021).

#### **2. Конус максимального объёма.**

*План работы:*

- 1) дать определение прямого кругового конуса, развёртки конуса;
- 2) вырезать из нескольких бумажных кругов одинакового диаметра развёртки конусов с различными центральными углами, склеить из них конусы, попытаться определить из какой развёртки получается конус максимального объёма;
- 3) аналитически определить центральный угол  $\beta$  в развёртке боковой поверхности конуса максимального объёма;
- 4) аналитически определить объём конуса максимального объёма.

*Рекомендуемая литература:*

1. Спивак А. Кеплер и винные бочки – австрийские и рейнские / А.Спивак, В. Тихомиров // Квант. 2000. № 6. С. 3-11.

2. Петров, С.М. Конус максимального объёма в природе // Квант. 1972. № 4. С. 28-29.

**3. «Стоячий» и «лежащий» цилиндры максимального объёма, вписанные в конус.**

*План работы:*

- 1) дать определения прямого кругового цилиндра и конуса;
- 2) определить максимальный объём «стоячего» цилиндра, вписанного в конус;
- 3) определить максимальный объём «лежащего» цилиндра, вписанного в конус.

*Рекомендуемая литература:*

1. Натансон И. П. Простейшие задачи на максимум и минимум / И.П. Натансон. М.: Гостехиздат, 1950. 32 с.

2. Осипенко К. Бревно в шалаше / К. Осипенко, А.Спивак, В.Тихомиров // Квант. 2002. № 1. С. 9-15.

3. Осипенко К. Бревно в шалаше / К. Осипенко, А.Спивак, В.Тихомиров // Квант. 2002. № 2. С. 2-6.

4. Спивак А. Кеплер и винные бочки – австрийские и рейнские / А.Спивак, В. Тихомиров // Квант. 2000. № 6. С. 3-11.

**4. Задача Кеплера или максимальный объём рейнской бочки.**

*План работы:*

- 1) найти исторические сведения о секрете австрийских бондарей;
- 2) сформулировать условие задачи Кеплера;
- 3) найти объём австрийской бочки;
- 4) определить, из каких фигур составлена бочка максимального объёма и найти его.

*Рекомендуемая литература:*

1. Кеплер И. Новая стереометрия винных бочек / И. Кеплер. – М. : ГТТИ, 1935. – 360 с.

2. Спивак А. Кеплер и винные бочки – австрийские и рейнские / А.Спивак, В. Тихомиров // Квант. – 2000. – № 6. – С. 3-11.

3. Балк М.Б. Секрет старого бондаря / М.Б. Балк // Квант. – 1986. – № 8. – С. 14-18.

4. Тихомиров В. М. Рассказы о максимумах и минимумах. – 2-е изд., испр. – М. : МЦНМО, 2006. – 200 с.

#### *Список литературы для учителя*

Учителю для успешного проведения курса рекомендуются следующие литературные источники, представленные в списке используемой литературы данной работы: [46, 64, 72, 86, 88, 105, 106, 107, 108, 109, 112, 130, 152].

#### *Список литературы для учащихся*

1. Балк М.Б. Секрет старого бондаря / М.Б. Балк // Квант. 1986. № 8. С. 14-18.

2. Кеплер И. Новая стереометрия винных бочек / И. Кеплер. М.: ГТТИ, 1935. 360 с.

3. Натансон И. П. Простейшие задачи на максимум и минимум / И.П. Натансон. М.: Гостехиздат, 1950. 32 с.

4. Осипенко К. Бревно в шалаше / К. Осипенко, А. Спивак, В. Тихомиров // Квант. 2002. № 1. С. 9-15.

5. Осипенко К. Бревно в шалаше / К. Осипенко, А. Спивак, В. Тихомиров // Квант. 2002. № 2. С. 2-6.

6. Петров, С.М. Конус максимального объёма в природе // Квант. 1972. № 4. С. 28-29.

7. Спивак А. Кеплер и винные бочки – австрийские и рейнские / А.Спивак, В. Тихомиров // Квант. 2000. № 6. С. 3-11.

8. Тихомиров В. М. Рассказы о максимумах и минимумах. 2-е изд., испр. М. : МЦНМО, 2006. 200 с. Яглом, И.М. Математика и реальный мир / И.М. Яглом. М.: Знание, 1978. 64 с.

9. Яглом, И.М. Математика и реальный мир / И.М. Яглом. М : Знание, 1978. 64 с.

10. Studme [Электронный ресурс]. URL: [https://studme.org/54938/tovarovedenie/analiticheskie\\_poverhnosti\\_arhitekture\\_zdaniy\\_konstruktsiy\\_izdeliy](https://studme.org/54938/tovarovedenie/analiticheskie_poverhnosti_arhitekture_zdaniy_konstruktsiy_izdeliy) (дата обращения: 06.01.2021).

### **2.3 Педагогический эксперимент и его результаты**

Педагогический эксперимент проводился в МБУ «Школа № 93» г.о. Тольятти с января по май 2021 года. В исследовании принимали участие 46 учащихся 11 классов: 11 «А» – 22 человека, 11 «Б» – 24 человека. В качестве экспериментального был выбран 11 «Б» класс, как менее «успевающий» по геометрии, в качестве контрольного – 11 «А» класс. Апробация результатов нашего исследования осуществлялась учителем математики школы С.В. Лазаревой.

*Целью опытно-экспериментальной работы* являлась проверка эффективности применения на практике метода проектов и технологии обучения с применением практико-ориентированных задач как способов повышения учебной мотивации учащихся на примере изучения темы «Площадь поверхности и объём цилиндра».

Экспериментальная проверка состояла из трёх этапов: констатирующего; поискового; контролирующего.

*На констатирующем этапе* эксперимента осуществлялось анкетирование учащихся с целью выявления у них направленности и уровня развития их внутренней мотивации к изучению геометрии в старшей школе.

*Поисковый этап* эксперимента предполагал апробацию разработанного математического проекта, а также системы практико-ориентированных задач, направленных на формирование у старшеклассников мотивации к учебно-познавательной деятельности.



*Контролирующий этап* эксперимента включал проведение повторной диагностики уровня учебной мотивации школьников к изучению геометрии и сравнение полученных результатов с результатами констатирующего этапа.

Далее более подробно рассмотрим каждый из трёх этапов педагогического эксперимента и приведём его результаты.

*Констатирующий этап* проводился в январе 2021 года, в ходе которого было осуществлено анкетирование старшеклассников по методике Т.Д. Дубовицкой [48]. Общая характеристика методики: предложены 20 суждений, к которым учащиеся должны выразить своё отношение в виде следующих ответов: «верно», «пожалуй, верно», «пожалуй, неверно», «неверно»; затем осуществляется подсчёт показателей опросника в соответствии с ключом. Список суждений и ключ представлены в Приложении А.

В зависимости от набранного количества баллов выявлялась направленность и уровень *учебной мотивации школьников*.

Результаты проведённого в 11 «А» и 11 «Б» классах опроса представлены в виде таблиц 5, 6 и диаграмм на рисунках 30, 31.

Таблица 5 – Результаты диагностики направленности учебной мотивации на констатирующем этапе эксперимента

| Класс            | Количество детей | Мотивация  |           |
|------------------|------------------|------------|-----------|
|                  |                  | внутренняя | внешняя   |
| 11 «А» (контр.)  | 22               | 8 (36 %)   | 14 (64 %) |
| 11 «Б» (экспер.) | 24               | 5 (21 %)   | 19 (79 %) |

На рисунке 30 ниже наглядно показано преобладание у учащихся обоих классов внешней мотивации над внутренней. В экспериментальном классе процент детей с внешней мотивацией составляет 79 %, с внутренней – 21 %; в контрольном классе эти числа равны 64 % и 36 % соответственно.

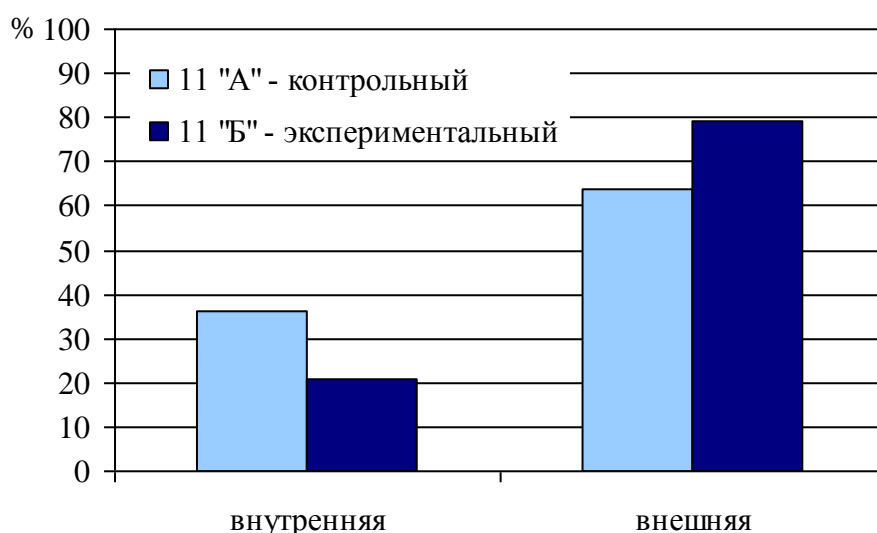


Рисунок 30 – Направленность учебной мотивации школьников на констатирующем этапе эксперимента

Это говорит о том, что для большинства школьников целью является не изучение геометрии – они стремятся, например, к хорошим оценкам, одобрению родителей и учителя или к отсутствию критики с их стороны. Хорошего учебного результата при таком процентном соотношении детей с внутренней и внешней мотивацией в данных классах достичь довольно проблематично.

Необходимо добиваться того, чтобы у учащихся появилось стремление к изучению геометрии, пониманию учебного материала, чтобы они получали удовольствие от решения сложных задач и ощущали при этом процесс собственного изменения и роста компетентности.

Другими словами, необходимо повышать уровень внутренней мотивации школьников.

Таблица 6 – Результаты диагностики уровня учебной мотивации на констатирующем этапе эксперимента

| Класс            | Количество детей | Уровень учебной мотивации |           |         |
|------------------|------------------|---------------------------|-----------|---------|
|                  |                  | низкий                    | средний   | высокий |
| 11 «А» (контр.)  | 22               | 6 (27 %)                  | 12 (55 %) | 4 (18%) |
| 11 «Б» (экспер.) | 24               | 10 (42 %)                 | 12 (50 %) | 2 (8 %) |

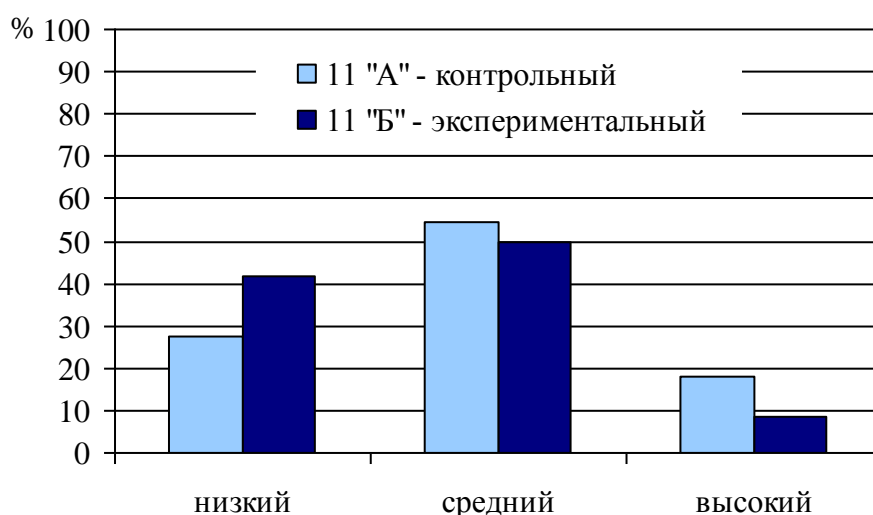


Рисунок 31 – Уровни учебной мотивации школьников на констатирующем этапе эксперимента

Результаты опроса, представленные на рисунке 31, показывают, что и в контрольном, и в экспериментальном классах процент детей, имеющих низкую учебную мотивацию, достаточно велик (в 11 «А» – 27 %, в 11 «Б» – 42 %). В то время, как учащихся с высоким уровнем мотивации к изучению геометрии очень мало (в 11 «А» – 18 %, в 11 «Б» – 8 %). На наш взгляд, низкий уровень мотивации старшеклассников к изучению геометрии объясняется, во-первых, сложностью данного предмета (по шкале трудности учебных предметов геометрия стоит на втором месте после физики [104]), во-вторых, малым количеством часов, отведённых на его изучение, в-третьих, недостаточной компетентностью некоторых учителей математики в области стереометрии, в-четвёртых, отсутствием направленных действий учителя на формирование положительной внутренней мотивации школьников.

Анализ данных проведённой диагностики, позволяет констатировать необходимость формирования мотивации старшеклассников к учебно-познавательной деятельности при обучении геометрии. Данная работа осуществлялась на следующем этапе педагогического эксперимента.

*Поисковый этап эксперимента* проводился с февраля по май 2021 года. В ходе изучения темы «Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра.

Объём цилиндра» с учащимися экспериментального 11 «Б» класса был апробирован разработанный и описанный нами в параграфе 2.1 *математический проект «Мы строим дом»*, также с ними систематически, в ходе изучения геометрии на уроках, велась работа по решению практико-ориентированных задач с целью изучения их влияния на мотивацию учащихся к ее изучению. Контрольный 11 «А» класс продолжал обучение по традиционной методике. Проверка эффективности проделанной работы осуществлялась на третьем этапе эксперимента.

*Контролирующий этап эксперимента* проводился в мае 2021 года и заключался в проведении повторной диагностики учащихся, аналогичной проведённой на констатирующем этапе. Результаты исследования по определению направленности мотивации старшеклассников и уровня их учебной мотивации к изучению геометрии на контролирующем этапе эксперимента представлены в виде таблиц 7, 8 и диаграмм на рисунках 32, 33.

Таблица 7 – Результаты диагностики направленности учебной мотивации на контролирующем этапе эксперимента

| Класс            | Количество детей | Мотивация  |           |
|------------------|------------------|------------|-----------|
|                  |                  | внутренняя | внешняя   |
| 11 «А» (контр.)  | 22               | 7 (32 %)   | 15 (68 %) |
| 11 «Б» (экспер.) | 24               | 11 (46 %)  | 13 (54 %) |

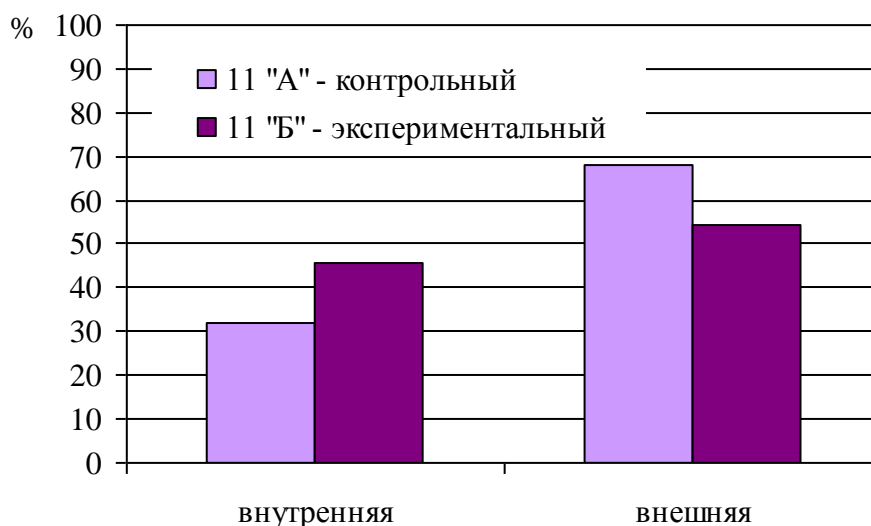


Рисунок 32 – Направленность учебной мотивации школьников на контролирующем этапе эксперимента

Таблица 8 – Результаты диагностики уровня учебной мотивации на контролирующем этапе эксперимента

| Класс            | Количество детей | Уровень учебной мотивации |           |          |
|------------------|------------------|---------------------------|-----------|----------|
|                  |                  | низкий                    | средний   | высокий  |
| 11 «А» (контр.)  | 22               | 7 (32 %)                  | 11 (50 %) | 4 (18%)  |
| 11 «Б» (экспер.) | 24               | 5 (21 %)                  | 13 (54 %) | 6 (25 %) |

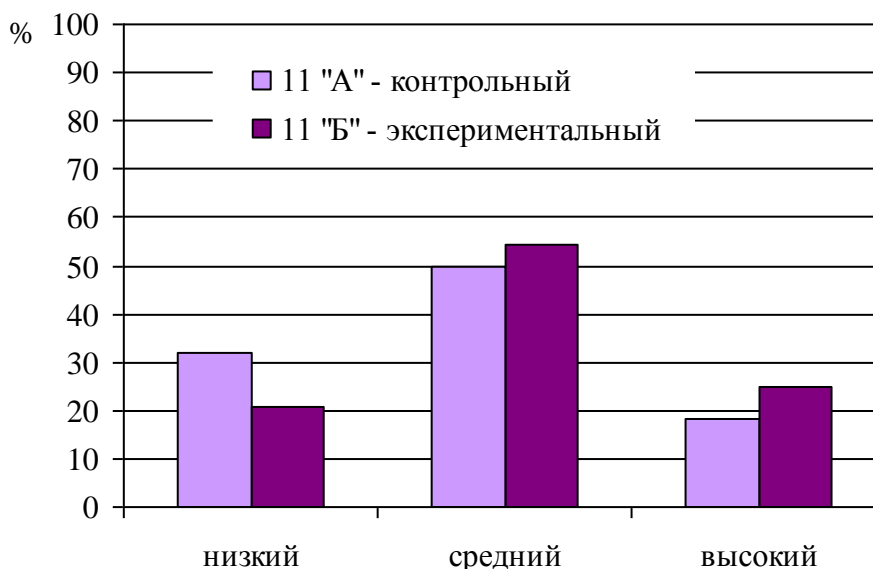


Рисунок 33 – Уровни учебной мотивации школьников на контролирующем этапе эксперимента

Для удобства анализа результатов проведённого эксперимента представим данные опросов на констатирующем и контролирующем этапах в виде сводных графиков (рис. 34, 35).

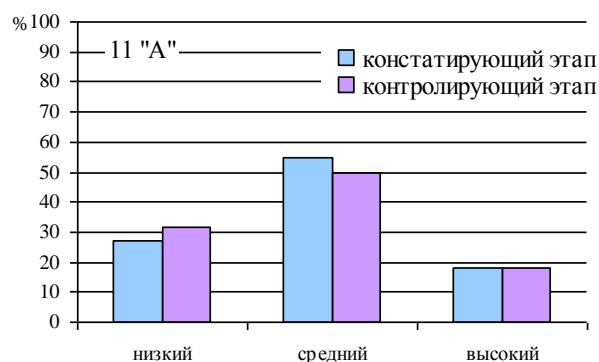
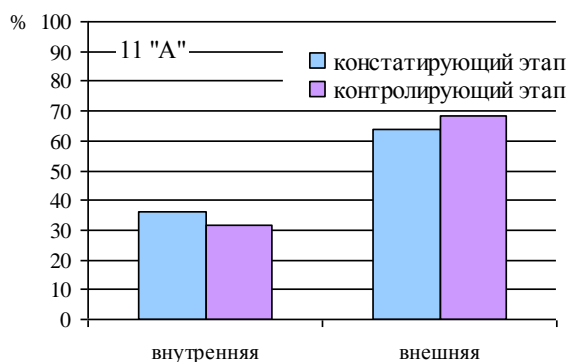


Рисунок 34 – Направленность и уровни учебной мотивации учащихся в контрольном классе на констатирующем и контролирующем этапах

Из рисунка 34 видно, что за время проведения эксперимента в контрольном 11 «А» классе процентное соотношение учеников с внешней и внутренней мотивацией практически не изменилось.

Относительно уровней учебной мотивации видно, что результаты анкетирования на констатирующем и контролирующем этапах не показали каких-либо существенных изменений.

Значит традиционное изучение материала в течение второго полугодия не повлияло на мотивацию школьников.

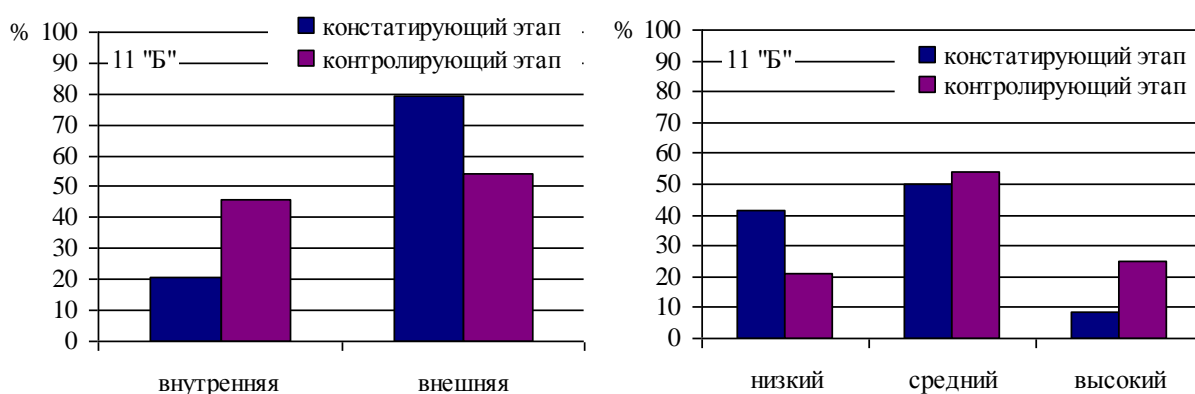


Рисунок 35 – Направленность и уровни учебной мотивации в экспериментальном классе на констатирующем и контролирующем этапах

В экспериментальном классе, как видно из рисунка 35, увеличилось количество учащихся с внутренней мотивацией с 21 до 46 %.

Также можно констатировать увеличение количества учеников с высоким уровнем учебной мотивации с 8 до 25 % и одновременное снижение числа школьников с низкой мотивацией с 42 до 21 %.

Таким образом, проведённый педагогический эксперимент подтвердил эффективность применения метода проектов и технологии обучения геометрии с применением практико-ориентированных задач с целью повышения уровня внутренней мотивации учащихся к изучению данного предмета.

## **Выводы по второй главе**

1. Рассмотрена возможность применения метода проектов при обучении геометрии в общеобразовательной школе с целью формирования мотивации школьников к учебно-познавательной деятельности. На основе анализа методической и педагогической литературы изучены роль метода проектов в процессе обучения школьников математике; понятие проекта, его типология; требования, предъявляемые к проектам и проектным заданиям. Под математическим проектом принято понимать средство обучения математике на основе проектного задания. Выдвинуто предположение, что метод проектов является достаточно эффективным средством повышения учебной мотивации учащихся при обучении геометрии.

2. Разработан математический проект по геометрии для учащихся 11 класса (профильного уровня). Проект имеет практико-ориентированную направленность. Мотивацией учащихся к выполнению данного проекта является возможность применения полученных на уроках геометрии теоретических знаний при выполнении проектных заданий с практическим содержанием.

3. Разработан элективный курс на тему «Вписанные и описанные конусы», содержание которого позволит не только углубить и расширить знания и умения учащихся по геометрии, но и максимально реализовать связь предмета с жизнью и способствовать осознанному выбору учащимися своей будущей профессии. Решение специально подобранных заданий на вписанные и описанные фигуры, позволит повысить их мотивацию к обучению геометрии.

4. Проведённый педагогический эксперимент на базе МБУ «Школа № 93» г.о. Тольятти подтвердил эффективность применения метода проектов и технологии обучения геометрии с применением практико-ориентированных задач с целью повышения уровня внутренней мотивации учащихся к изучению данного предмета.

## Заключение

Основные выводы и полученные результаты данного исследования:

1. Раскрыты понятие мотивации и её роль в учебно-познавательной деятельности обучающихся. Определено, что любое педагогическое взаимодействие с учащимся становится эффективным только с учётом особенностей его мотивации к учебно-познавательной деятельности.

2. Выявлены методические особенности формирования мотивации старшеклассников к учебно-познавательной деятельности на уроках геометрии в общеобразовательной школе.

3. Представлен опыт работы учителей по формированию мотивации учащихся к изучению математики.

4. Рассмотрены методические особенности развития мотивации школьников при обучении геометрии посредством организации проектной деятельности.

8. Разработан математический проект по теме «Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра. Объём цилиндра» для учащихся 11 класса, направленный на повышение мотивации школьников к изучению геометрии, а также развитие социальных навыков в процессе групповых взаимодействий. В проектных заданиях для групп используются задачи с практическим содержанием.

5. Разработан элективный курс по теме «Вписанные и описанные конусы» как средство развития мотивации школьников к учебно-познавательной деятельности при обучении геометрии.

6. Проведен педагогический эксперимент и описаны его результаты. Установлено, что применение метода проектов и технологии обучения геометрии с применением практико-ориентированных задач способствует повышению уровня внутренней мотивации учащихся к изучению данного предмета.

Таким образом, цель и задачи исследования достигнуты.



## Список используемой литературы

1. Алексеева М.И. Мотивы обучения учащихся : пособие для учителей / М.И. Алексеева. Киев : Советская школа, 1974. 120 с.
2. Антонова Е.И. Методика формирования проектной деятельности учащихся при изучении геометрии в профильных классах : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Антонова Елена Ивановна. М., 2007. 20 с.
3. Анисимова И.И. Роль занимательных задач в развитии мотивации к изучению математики в школе / И.И. Анисимова // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 8-4(19-4). С. 385-387.
4. Анцупов А.Я. Словарь конфликтолога / А.Я. Анцупов, А.И. Шипилов. – 2-е изд. – СПб : Питер, 2006. – 526 с.
5. Арюткина С.В. Учебно-познавательная математическая деятельность: методологические аспекты формирования / С.В. Арюткина // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. 2011. № 8. С. 7-13.
6. Афанасьева Г.А. Использование ИКТ в педагогической деятельности учителя математики / Г.А. Афанасьева, Е.В. Карелина // Профессиональное образование в России и за рубежом. 2017. № 3 (27). С. 153-156.
7. Бадмаева Н.Ц. Влияние мотивационного фактора на развитие умственных способностей / Н.Ц. Бадмаева. Федер. агентство по образованию, Восточно-Сибирское гос. технол. ун-т. Улан-Удэ : Изд-во ВСГТУ, 2005. 203 с.
8. Бакулина Е.А. Проектные домашние задания по математике как средство интеграции деятельности учителя и учащихся // Интеграция образования. 2011. № 3. С. 60-62.
9. Бакуров А.Н. Динамические компьютерные модели как средство совершенствования процесса обучения стереометрии в средней школе :

автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Бакуров Александр Николаевич. Орёл, 2013. 23 с.

10. Балл Г.А. Теория учебных задач: психолого-педагогический аспект / Г.А. Балл. М. : Педагогика, 1990. 184 с.

11. Барболин М.П. Методологические основы развивающего обучения / М.П. Барболин. М. : Высшая школа, 1991. 230 с.

12. Боженкова Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении геометрии / Л.И. Боженкова. 2-е изд. М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. 205 с.

13. Божович Л.И. Проблема развития мотивационной сферы ребенка / Л.И. Божович // Изучение мотивации поведения детей и подростков; под ред. Л.И. Божович Л.Г. Благонадежина. – М.: Педагогика, 1972. С. 7-44.

14. Болтянский В.Г. Математическая культура и эстетика / В.Г. Болтянский // Математика в школе. 1982. № 2. С. 40-43.

15. Борисова О.Н. Учебный проект по геометрии «Прямоугольник. Ромб. Квадрат» в 8-ом классе мальчиков / О.Н. Борисова // В сб.: Вопросы образования и науки : сб. науч. трудов по материалам междунар. науч.-практич. конф.. 2017. С. 24-27.

16. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе / В.М. Брадис. Москва. : Учпедгиз, 1954. 504 с.

17. Буй Зуи Хынг Метод аналогии при обучении решению стереометрических задач в средней школе: автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Буй Зуи Хынг. СПб, 1991.

18. Буланова-Топоркова М.В. Педагогические технологии : учеб. пособие для студентов педагогических специальностей / М.В. Буланова-Топоркова, А.В. Духавнева, В.С. Кукушин, Г.В. Сучков; под общ. ред. В.С. Кукушина. изд. 3, испр. и доп. Ростов-на-Дону : ООО «Феникс», 2006. 333 с.

19. Бухаркина М.Ю. Практическая работа по теме «Разработка учебного проекта» (дидактический раздаточный материал). М., 2003. 26 с.

20. Варлашина С.Ю. Диагностика математической подготовки школьников как средство развития их учебной мотивации : автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. / С.Ю. Варлашина. Н. Новгород, 2009. 23 с.
21. Велетень О.С. Развитие проектных и исследовательских умений шестиклассников на уроке математики в процессе участия в проекте «Создание обучающего плаката по теме «Признаки делимости» // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2013. № 9 (137). С. 137-142.
22. Вилюнас В. К. Психологические механизмы мотивации человека / В. К. Вилюнас – Москва : Изд-во МГУ, 1990. – 288 с.
23. Владимирский Г.А. Альбом стереочертежей по геометрии / Г.А. Владимирский. М. : Учпедгиз, 1962. 179 с.
24. Владимирский Г.А. Построение стереоскопических проекций геометрических фигур / Г.А. Владимирский // Математическое просвещение. 1936. сер. 1. вып. 9. С. 42–55.
25. Волович М.Б. Математика без перегрузок / М.Б. Волович. – М. : Педагогика, 1991. 144 с.
26. Волович М.Б. Не мучить, а учить : о пользе педагогической психологии / М.Б. Волович. – М. : Изд-во Рос. открытого ун-та, 1992. 232 с.
27. Вялкова Т.С. Формирование мотивации к изучению геометрии посредством решения практико-ориентированных задач / Т.С. Вялкова, А.В. Демьянова, М. Ибурк // Актуальные проблемы современного образования. 2015. № 1 (18). С. 125-129.
28. Гавриленко Ю.В. Развитие мотивации к обучению геометрии посредством программы GEOGEBRA / Ю.В. Гавриленко // Конференциум АСОУ: сб. науч. трудов и материалов науч.-практич. конференций. 2017. № 1. С. 1038-1047.
29. Герасимова А. С. Теория учебной мотивации в отечественной психологии / А. С. Герасимова // Научные материалы международного форума и школы молодых ученых ИП РАН. раздел 2. 2004. С. 12-17.

30. Годфруа Ж. Что такое психология. Т.2. / Ж. Годфруа. Под ред. Г. Г. Аракелова; Пер. с фр. Н. Н. Алипова и др. 2. изд., стер. М. : Мир, 1999. 370 с.
31. Гойибназарова Г.Н. Методические аспекты развития пространственных представлений с помощью идеи фузиционизма / Г.Н. Гойибназарова // Научный журнал. 2017. № 3(16). С. 45-46.
32. Горностаева А.М. Методические возможности информационных технологий в процессе обучения школьному курсу геометрии / А.М. Горностаева // Известия Волгоградского государственного педагогического университета. 2011. № 4 (58). С. 109-111.
33. Гусев В.А. Каким должен быть курс школьной геометрии / В.А. Гусев // Математика в школе. 2002. № 3. С. 4.
34. Гусев В.А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы / В.А. Гусев. М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. 455 с.
35. Гусев В.А. Методика обучения геометрии: учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.А. Гусев, В.В. Орлов, В.А. Панчищина и др.; под ред. В. А. Гусева. М. : Издательский центр «Академия», 2004. 368 с.
36. Гусев В.А. Создание и внедрение проблемных ситуаций, проблемных заданий, проблемных задач как средство развития мыслительной деятельности учащихся при изучении геометрического материала в основной школе / В.А. Гусев, Р. Аль Ванус // Наука и школа. 2007. № 5. С. 65-67.
37. Далингер В.А. Геометрия : метод аналогии : учебное пособие для СПО / В.А. Далингер, Р.Ю. Костюченко. М. : Изд-во Юрайт, 2019. 136 с.
38. Далингер В.А. Метод аналогии как средство обучения учащихся стереометрии : учеб. пособие / В. А. Далингер. Омск : Изд-во ОмГПУ, 1998. 67 с.

39. Далингер В.А. Методика обучения стереометрии посредством решения задач : учеб. пособие для СПО / В. А. Далингер. 2-е изд., испр. и доп. М. : Издательство Юрайт, 2017. 370 с.
40. Далингер В.А. Об аналогиях в планиметрии и стереометрии / В.А. Далингер // Математика в школе. 1995. № 6. С. 16-21.
41. Даутова О.Б. Современные педагогические технологии основной школы в условиях ФГОС / О.Б. Даутова и др. СПб : АППО, 2015. 205 с.
42. Дербеденева Н.А. Практико-ориентированные задачи как основа формирования мотивации у школьников к изучению геометрии в основной школе / Н.А. Дербеденева, С.Н. Дорофеев, Р.А. Утеева // Гуманитарные науки и образование. 2019. Т. 10. № 4. С. 36-42.
43. Джидарьян И.А. Психология счастья и оптимизма / И. А. Джидарьян. М. : Ин-т психологии и педагогики, 2013. 267 с.
44. Дмитренко Г.А. Применение проектного метода обучения в рамках предмета «начертательная геометрия» / Г.А. Дмитренко, Ю.С. Шепелева, М.Ю. Шпейт // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Гуманитарные науки. 2018. № 5-2. С. 41-42.
45. Дондукова Н.Н. Наглядное обучение геометрии с применением современных компьютерных технологий / Н.Н. Дондукова, Б.В. Заятуев // Вестник Бурятского государственного университета. 2015. № 15-1. С. 31-33.
46. Дорофеев Г.В. Математика для поступающих в вузы : учеб. пособие / Г. Дорофеев, М. Потапов, Н. Розов. 8-е изд., стер. М.: Дрофа, 2007. 672 с.
47. Дровяникова А.С. Метод аналогии как средство организации поиска решения стереометрических задач / А.С. Дровяникова, М.Г. Макаренченко, А.В. Забеглов // Вестник Таганрогского института имени А.П. Чехова. 2015. № 1. С. 38-44.
48. Дубовицкая Т.Д. Методика диагностики направленности учебной мотивации / Т.Д. Дубовицкая // Психологическая наука и образование. 2002. № 2. С. 42-45.

49. Евелина Л.Н. Аналогия как средство изучения геометрии в средней школе / Л.Н. Евелина, П.А. Бурых // Геометрия и геометрическое образование: сб. трудов IV междунар. науч. конф. «Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе» (к 80-летию Е.В. Потоскуева) 29 – 30 ноября 2019 г. Тольятти: Изд-во ТГУ, 2020. С. 107-112.

50. Егупова М.В. Практико-ориентированное обучение математике в школе : учебное пособие для студентов педвузов / М.В. Егупова. М.: МПГУ, 2014. 208 с.

51. Емлютина И.А. Метод учебных проектов и его возможности обучения. Проектная деятельность как деятельностная технология обучения / И.А. Емлютина // Профессиональное образование и общество. 2014. № 2 (10). С. 21-26.

52. Епишева О.Б. Воспитательная направленность обучения как основная проблема гуманитарного образования / О.Б. Епишева // Гуманитарные проблемы современности: материалы Всероссийской научно-практической конференции. Изд-во: Тюменский индустриальный университет (Тюмень), 2009. С. 309-314.

53. Епишева О.Б. Учить школьников учиться математике: формирование приемов учеб. деятельности: Кн. для учителя / О.Б. Епишева, В.И. Крупич. М.: Просвещение, 1990. 128 с.

54. Жигачёва Н.А. Развитие универсальных учебных действий учащихся в процессе обучения геометрии с использованием метода проектов / Н.А. Жигачёва // Символ науки. 2015. № 10. С. 160-162.

55. Жокина Н.А. Элективные курсы в системе профильного обучения как средство самоопределения личности школьника [Электронный ресурс] / Н.А. Жокина, Н.Б. Фёдорова // Вестник Рязанского государственного университета им. С. А. Есенина. 2007. № 14. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/elektivnyye-kursy-v-sisteme-profilnogo->

obucheniya-kak-sredstvo-samoopredeleniya-lichnosti-shkolnika (дата обращения: 05.05.2021).

56. Зайкин М.И. От задания к заданию – в глубину познания. Опыт приобщения к математическому творчеству / М.И. Зайкин. Арзамас : АГПИ, 2009. 146 с.

57. Зимняя И.А. Педагогическая психология. Учебник для вузов / И.А. Зимняя. – 2-е изд., доп., испр. и перераб. М. : Логос, 2000. 384 с.

58. Зыкова В.И. Об учащихся с замедленным темпом развития / В.И. Зыкова, З.И. Калмыкова, А.М. Орлова // Советская педагогика. 1968. №10. С. 37-52.

59. Иванова А.В. Нравственно-эстетическое воспитание учащихся средствами математики на уроках геометрии / А.В. Иванова, В.Н. Эверстова, Н.А. Иванова // Современные наукоемкие технологии. 2016. № 12-2. С. 349-353.

60. Иванова Т.А. Теория и технология обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов / Т.А. Иванова, Е.Н. Перевощикова, Л.И. Кузнецова, Т.П. Григорьева; под ред. Т.А. Ивановой. 2-е изд., испр. и доп. Н. Новгород: НГПУ, 2009. 355 с.

61. Иванюк М.Е. Реализация принципа наглядности на уроках геометрии в условиях информатизации образования / М.Е. Иванюк // Геометрия и геометрическое образование: сб. трудов IV междунар. науч. конф. «Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе» (к 80-летию Е.В. Потоскуева) 29 – 30 ноября 2019 г. Тольятти: Изд-во ТГУ, 2020. С. 113-115.

62. Ильченкова З.В. Аксиомы – это интересно / З.В. Ильченкова // Наука и мир. 2014. Т. 2. № 10(14). С. 60-61.

63. Ильин Е.П. Мотивация и мотивы / Е.П. Ильин. СПб : Питер, 2011. 512 с.

64. ИнтернетУрок [Электронный ресурс] : библиотека видеоуроков школьной программы. URL: <https://interneturok.ru> (дата обращения: 06.01.2021).
65. Казаченко И.В. Развитие познавательного интереса к математике у учащихся старших классов / И.В. Казаченко, И.Л. Трель // Проблемы и перспективы развития образования в России. 2014. № 31. С. 65-68.
66. Калинина И.В. Мотивация учебной деятельности на уроках математики / И.В. Калинина // Проблемы науки. 2017. № 8 (21). С. 37-38.
67. Калмыкова З.И. К вопросу о критериях умственного развития в процессе обучения // Международный психологический конгресс, симпозиум 32. М., 1966.
68. Качуровская Е.Н. Формирование мотивации учащихся 5-6 классов к учебно-познавательной деятельности в процессе обучения математике : автореф. дис. ис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. / Е.Н. Качуровская. Екатеринбург, 2010. 24 с.
69. Кашицына Ю.Н. Проектно-исследовательская деятельность учащихся на уроках математики / Ю.Н. Кашицына // Начальная школа плюс До и После. 2013. № 10. С. 16-19.
70. Клековкин Г.А. Методика обучения / Г.А. Клековкин // Образование и наука. 2012. № 2 (91). С. 77-92.
71. Кожобаев К.Г. Роль эстетического воспитания как средства повышения логики на уроках геометрии / К.Г. Кожобаев, А.О. Даутов, А.А. Алип // Геометрия и геометрическое образование: сб. трудов IV междунар. науч. конф. «Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе» (к 80-летию Е.В. Потоскуева) 29 – 30 ноября 2019 г. Тольятти: Изд-во ТГУ, 2020. С. 137-139.
72. Колмогоров Н.А. Сборник задач для подготовки учащихся средних школ к математическим олимпиадам / Н. А. Колмогоров, Ф. Ф. Нагибин, В. В. Чудиновских, под общ. ред. проф. Н. А. Колмогорова. Горький: Волго-Вятское кн. изд-во, 1968. 136 с.



73. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Ч. I. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся / Ю.М. Колягин. М. : Просвещение, 1977. 111 с.
74. Концепция развития математического образования в Российской Федерации (утв. распоряжением Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. N 2506-п) [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/70452506/> (дата обращения 03.05.2021).
75. Копаева Н.В. Школьное геометрическое образование с позиций идей фузионизма / Н.В. Копаева // Вестник Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина. 2006. Вып. 11. С. 236-242.
76. Кудрявцев В.Т. Проблемное обучение: истоки, сущность, перспективы / В. Т. Кудрявцев. М.: Знание, 1991. 79 с.
77. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и её преподавание: учеб. пособие / Л.Д. Кудрявцев. 2-е изд., доп. М.: Наука, 1985. 176 с.
78. Куликова В.А. Формирование у школьников познавательного интереса к математике (из опыта работы) / В.А. Куликова // Образование и наука. 2010. № 6 (74). С. 132-142.
79. Куприенко Е.Ю. Историко-методологические проекты по геометрии для учащихся старших классов / Е.Ю. Куприенко // Геометрия и геометрическое образование: сб. трудов Межд. науч. конф. «Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе» (к 70-летию В.А. Гусева), 22-25 ноября 2012 г. Тольятти: Изд-во ТГУ, 2012. С. 253-256.
80. Куприенко Е.Ю. Понятие и типология математических проектов [Электронный ресурс] // Письма в Эмиссия.Оффлайн: электронный научный журнал. – 2015. – №8. – С. 2398. – URL: <http://www.emissia.org/offline/2015/2398.htm> (дата обращения 06.01.2021).
81. Куприенко Е. Ю. Типология учебных проектов по геометрии // Проблемы теории и практики обучения математике : сб. науч. работ,

представл. на Междунар. науч. конф. «65 Герценовские чтения». СПб. : изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2012. – С. 271-273.

82. Кучеров В. Геометрические аналогии / В. Кучеров М. : Бюро Квантум, 1995. 128 с.

83. Левитас Г.Г. Фузионизм в школьной геометрии / Г.Г. Левитас // Математика в школе. 1995. № 6. С. 21-26.

84. Леонтьев А.Н. Лекции по общей психологии: Учеб. пособие для вузов по спец. "Психология"/ А.Н. Леонтьев ; Под ред. Д.А. Леонтьева, Е.Е. Соколовой. М.: Смысл, 2010. 509 с.

85. Леонтьев А.Н. Потребности, мотивы, эмоции / А.Н. Леонтьев. Москва : МГУ, 1971. 240 с.

86. Лоповок Л.М. Создание и использование проблемных ситуаций в процессе преподавания математики / Л.М. Лоповок // Математика в школе. 1977. № 3. С. 17-21.

87. Лоповок Л.М. Тысяча проблемных задач по математике : кн. для учащихся / Л. М. Лоповок. Москва : Просвещение, 1995. 238с.

88. Лоповок Л.М. Факультативные задания по геометрии для 7-11 классов : пособие для учителя / Л.М. Лоповок. Киев : Рад. школа, 1990. 128 с.

89. Лунева О.Л. Элементы проектной деятельности межпредметной направленности на уроках математики в 5-9 классах в контексте реализации ФГОС / О.Л. Лунеева // Научно-методический электронный журнал Концепт. 2017. № 8. С. 37-47.

90. Макарычева И.Н. Особенности мотивационной сферы подростков как ресурс повышения эффективности учебной деятельности / И.Н. Макарычева [Электронный ресурс] // Концепт. 2012. № 2. URL: <http://e-koncept.ru/2012/1208.htm> (дата обращения 15.11.2019).

91. Мамоченко Н.В. Рекомендации по повышению мотивации в обучении с использованием ЭФУ на уроках математики / Н.В. Мамоченко // Вестник научных конференций. 2018. № 3-2 (31). С. 64-66.

92. Манченкова Е.О. Живая математика как средство повышения мотивации к обучению на уроках геометрии в основной школе / Е.О. Манченкова, В.Р. Майер // В сб.: Информационные технологии в математике и математическом образовании. Материалы IV Всерос. науч.-методич. конф. Красноярск : Изд-во КГПУ, 2015. С. 71-73.
93. Маркова А.К. Формирование мотивации учения в школьном возрасте: пособие для учителя / А.К. Маркова. М. : Просвещение, 1996. 96 с.
94. Маслоу А. Мотивация и личность / А. Маслоу ; [пер. с англ. Т. Гутман, Н. Мухина]. 3-е изд. СПб : Питер, 2013. 351 с.
95. Матюхина М.В. Мотивация учения младших школьников / В.А. Матюхина. – Москва : Педагогика, 1984. 144 с.
96. Мильман В.Э. Внутренняя и внешняя мотивация учебной деятельности / В.Э. Мильман // Вопросы психологии. 1987. №5. С. 37-48.
97. Овчинников С. Нестандартные задачи по стереометрии / С. Овчинников, И. Шарыгин // Квант. №6. 1979. С. 33-38.
98. Пахомова Н.Ю. Метод учебного проекта в образовательном учреждении : пособие для учителей и студентов педагогических вузов / Н.Ю. Пахомова. – 3-е изд., испр. и доп. М. : АРКТИ, 2005. 112 с.
99. Пахомова Н.Ю. Учебное проектирование как деятельность // Электронный журнал «Вестник Московского государственного областного университета». Педагогика. 2012, № 2. С. 38–45.
100. Платонов К.К. Занимательная психология / К.К. Платонов. 4-е изд., перераб. М. : Молодая гвардия, 1986. 224 с.
101. Полат Е. С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: учеб. пособие / Е. С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеева, А.Е. Петров; под ред. Е. С. Полат. М.: Издательский центр «Академия», 1999. 224 с.
102. Половникова Н.А. Исследование процесса формирования познавательной деятельности школьников в обучении: дис. д-ра пед. наук : 13.00.01. / Н.А. Половникова. Казань, 1977. 483 с.

103. Полтавская Г.Б. Математика. 5 - 11 классы: проблемно-развивающие задания, конспекты уроков, проекты / Г.Б. Полтавская. Волгоград: Учитель, 2010. 143 с.

104. Постановление Главного государственного санитарного врача РФ от 29.12.2010 № 189 (ред. от 22.05.2019) Об утверждении СанПиН 2.4.2.2821-10 Санитарно-эпидемиологические требования к условиям и организации обучения в общеобразовательных учреждениях.

105. Потёмкина Л.Л. Геометрия. 10-11 классы: учебно-методическое пособие / Л.Л. Потёмкина, В.Л. Потемкин. Донецк, 2017. 172 с.

106. Потоскуев Е.В. Геометрия. 11 кл. : методическое пособие к учебнику Е.В. Постоскуева, Л.И. Звавича «Геометрия. 11 класс» / Е.В. Потоскуев, Л.И. Звавич. 2-е изд., стереотип. М. : Дрофа, 2007. 220 с.

107. Потоскуев Е.В. Геометрия. Углубленный уровень. 11 класс. Методическое пособие [Электронный ресурс]. URL: <https://rosuchebnik.ru/upload/iblock/98d/98dadaff67285268b5bc3f26c91c01e3.pdf> (дата обращения: 06.01.2021).

108. Потоскуев Е.В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 11 класс. Задачник. Углубленный уровень / Е.В. Потоскуев Л.И. Звавич. М: Дрофа, 2021. 240 с.

109. Потоскуев Е.В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 11 класс. Учебник. Углубленный уровень / Е.В. Потоскуев, И. Звавич. М: Дрофа, 2021. 384 с.

110. Профильное обучение: Нормативные правовые документы. М.: ТЦ Сфера, 2006. 96 с.

111. Психология человека от рождения до смерти : учебник / под общ. ред. А.А. Реана. СПб: ПРАЙМ-ЕВРОЗНАК, 2002. 656 с.

112. Резольвента [Электронный ресурс] : учебные материалы. URL: <https://www.resolventa.ru> (дата обращения: 06.01.2021).

113. Родионов М.А. Актуализация социокультурной проекции математического образования как фактор его гуманитаризации / М.А.

Родионов, В.М. Федосеев, Г.И. Шабанов // Интеграция образования. 2012. № 2 (67). С. 91-95.

114. Родионов М.А. Актуализация эстетических мотивов учебно-поисковой деятельности школьников в процессе обучения математике / М.А. Родионов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2013. № 5(2). С. 176-181.

115. Родионов М.А. Мотивационная роль практического опыта на различных этапах обучения математике / М.А. Родионов // Известия Пензенского государственного педагогического университета им. В.Г. Белинского. 2012. № 28. С. 990-993.

116. Родионов М.А. Мотивационная составляющая математического образования и особенности ее формирования // Успехи современного естествознания. 2003. № 11. С. 130

117. Родионов М.А. Теория и методика формирования мотивации учебной деятельности школьников в процессе обучения математике: автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. / М.А. Родионов. Саранск, 2001. 40 с.

118. Романова Л.А. Мотивация учения на уроках математики в современной школе / Л.А. Романова // Вестник научных конференций. 2018. № 8-1 (36). С. 94-96.

119. Рыжик В.И. Геометрия и практика / В.И. Рыжик // Математика в школе, 2006. № 6. С. 9-17.

120. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. Москва : Просвещение, 2002. 224 с.

121. Саранцев Г.И. Общая методика преподавания математики: учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и университетов / Г.И. Саранцев. Саранск: «Крас. Окт.», 1999. 208 с.

122. Саранцев Г.И. Эстетическая мотивация в обучении математике / Г.И. Саранцев. Саранск: ПО РАО Мордов. пед. ин-т, 2003. 136 с.

123. Сенников Г.П. Наглядно-конструктивное изучение школьной планиметрии (применительно к новой программе) / Под ред. В. В. Репьева. Горький : Волго-Вят. кн. изд-во, 1970. 275 с.
124. Сергеев И.С. Как организовать проектную деятельность учащихся : практическое пособие для работников общеобразовательных учреждений / И.С. Сергеев. 2-е изд., испр. и доп. М.: АРКТИ, 2005. 80 с.
125. Скороходова Н. Мотивация к учению: как управлять ее развитием / Н. Скороходова. М. : Народное образование, 2006. № 4. С. 193-203.
126. Слостенин В.А. Педагогика : учебник для студ. учреждений высш. проф.образования / И.Ф. Исаев, В.А. Слостенин, Е. Н. Шиянов. под ред. В. А. Слостенина. 11-е изд., стер. М. : Академия, 2012. 608 с.
127. Смирнов В.А. Геометрия с GeoGebra. Стереометрия / В.А. Смирнов, И.М. Смирнова. М. : Прометей, 2018. 172 с.
128. Смирнова И.М. Геометрические задачи с практическим содержанием / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. М. : МЦНМО, 2010. 136 с.
129. Смирнова И.М. Геометрия. Нестандартные и исследовательские задачи: учеб. пособие для 7–11 классов общеобразоват. учреждений / И.М. Смирнова, В. А. Смирнов. М. : Мнемозина, 2004. 148 с.
130. Смирнова И.М. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 11 класс. Базовый и углубленный уровни / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. М.: Мнемозина, 2021. 184 с.
131. Смирнова И.М. Педагогика геометрии / И.М. Смирнова. М. : МПГУ, 2005. 320 с.
132. Стефанова Н.Л. Методика и технология обучения математике : курс лекций : пособие для пед. вузов / Н.Л. Стефанова, Н.С. Подходова, В.В. Орлов и др. ; под науч. ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. 2-е изд, испр. М. : Дрофа, 2008. 416 с.
133. Ступницкая М.А. Что такое проект? Учебно-методическое пособие / М.А. Ступницкая. М.: Первое сентября, 2010. 44 с.

134. Сулейманов Г.Г. Мотивация в обучении математике учащихся 5-9 классов сельской национальной школы как фактор повышения качества их знаний : автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. / Г.Г. Сулейманов. Саранс, 2015. 22 с.

135. Суркова Е.М. Как повысить мотивацию школьников к изучению математики (из опыта работы учителя) / Е.М. Сурикова // в сборнике: Дифференциальные уравнения и смежные проблемы. Материалы международной научной конференции. Посвящается 110-летию основателя самарской математической школы профессора С.П. Пулькина и 90-летию профессора В.Ф. Волкодавова. Отв. редактор К.Б. Сабитов. 2017. С. 235-237.

136. Сыроева И.П. Элективные курсы и их значение в профильном обучении [Электронный ресурс] // Проблемы и перспективы развития образования в России. 2013. № 20. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/elektivnyye-kursy-i-ih-znachenie-v-profilnom-obuchenii> (дата обращения: 05.05.2021).

137. Талызина Н.Ф. Педагогическая психология: учеб. пособие для студ. сред. пед. учеб. заведений / Н.Ф. Талызина М. : Академия, 1998. 288 с.

138. Терновая Н.А. Развитие мотивации и познавательного интереса старшеклассников в процессе решения межпредметных задач : автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01. / Н.А. Терновая. Саратов, 2000 28 с.

139. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования: Приказ Мин. образования и науки РФ от 17.05.2012 г. № 413 [Электронный ресурс] – URL: <https://fgos.ru/> (дата обращения: 28.04.2021).

140. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи: пособие для учащихся / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий. 3-е изд., дораб. М.: Просвещение, 1989. 192 с.

141. Фридман Л.М. Психопедагогика общего образования : пособие для студентов и учителей / Л.М. Фридман. М.: Ин-т практ. психологии, 1997. 286 с.

142. Хекхаузен Х. Мотивация и деятельность: В 2 т. Т. 2. М. : Педагогика, 1986. 254 с.
143. Хекхаузен Х. Психология мотивации достижения. СПб : Речь, 2001. 240 с.
144. Чиркова Е.В. Математический проект как средство повышения мотивации старшеклассников к изучению геометрии / Е.В. Чиркова // Студенческие дни науки в ТГУ : Сб. студенческих работ науч.-практич. конф. 13 апреля – 29 мая 2020 г. Тольятти, Изд-во ТГУ, 2020. С. 134-136.
145. Чиркова Е.В. Формирование мотивации школьников к учебно-познавательной деятельности при обучении математике в общеобразовательной школе / Е.В. Чиркова // Молодёжь. Наука. Общество : Сб. студенческих работ Всеросс. науч.-практич. междисциплинар. конф. 5 декабря 2019 г. Тольятти, Изд-во ТГУ, 2020. С. 161-163.
146. Чиркова Е.В. Элективный курс по геометрии «Вписанные и описанные конусы» / Е.В. Чиркова // Молодёжь. Наука. Общество : электронный сб. студенческих работ Всеросс. науч.-практич. междисциплинар. конф. декабрь 2020 г. Тольятти, Изд-во ТГУ, 2021. С. 275-279.
147. Чобан-Пилецкая А.М. Научно-теоретические основы мотивации изучения курса математики в гимназии (на примере алгебры) : автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. / А.М. Чобан-Пилецкая. Тирасполь, 2008. 38 с.
148. Шарыгин И.Ф. Геометрия: От учебной задачи к творческой: учеб. пособие для 9–11 классов / И.Ф. Шарыгин. М. : Дрофа, 1996. 400 с.
149. Шильдкравт Е.В. Проблемное обучение как средство повышения мотивации к изучению математики в средней школе / Е. В. Шильдкравт // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2017. № 7-2. С. 59-61.
150. Щукина Г.И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе: учеб. пособие для студентов пед. институтов / Г.И. Щукина. М.: Просвещение, 1979. 160 с.



151. Щукина Г.И. Роль деятельности в учебном процессе : Кн. для учителя / Г.И. Щукина. М.: Просвещение, 1986. 144 с.
152. Эвнин А.Ю. Задачи Путнамовских олимпиад / А.Ю. Эвнин // Математическое образование. 2002. № 3. С. 86-102.
153. Эльконин Д.Б. Вопросы психологии учебной деятельности младших школьников : Сборник статей / Акад. пед. наук РСФСР. Ин-т психологии ; Под ред. Д. Б. Эльконина, В. В. Давыдова. М. : Изд-во Акад. пед. наук РСФСР, 1962. 287 с.
154. Якобсон П.М. Психологические проблемы мотивации поведения человека. М. : Алгоритм, 2004. 211 с.
155. Atkinson J.W. Motivation and achievement / J.W. Atkinson, J.O. Raynor. Wash.: Winston, 1974. 519 p.
156. Guskey Th.R. Five guidelines for school in motivation / Th.R. Guskey // The education digest. 1990. Vol.56. №2. P. 23-26.
157. McClelland D.C. What is the effect of achievement motivation training in the schools / D.C. McClelland // Teachers College Record. 1972. Vol.74(2). P. 129-145.
158. Nutten Y.R. Motivation, Planning and Action / Y.R. Nutten // Relational Theory of Behavior Dynamics. Hillsdale, 1984. Ch. 5.
159. Dewey J. / Kilpatrick, W.H.: Der Projekt-Plan. Grundlegung und Praxis. Ubers. V.G. Schulze / E.Wiesenthal. Weimar 1935.

## Приложение А

### Методика диагностики направленности учебной мотивации

Т.Д. Дубовицкой [48]

*Инструкция.* Прочитайте каждое высказывание и выразите свое отношение к изучаемому предмету, проставив напротив номера высказывания свой ответ, используя для этого следующие обозначения:

- верно (+ +);
- пожалуй, верно (+);
- пожалуй, неверно (-);
- неверно (- -).

#### *Содержание тест-опросника*

1. Изучение геометрии даст мне возможность узнать много важного для себя, проявить свои способности.
2. Геометрия мне интересна, и я хочу знать по данному предмету как можно больше.
3. В изучении геометрии мне достаточно тех знаний, которые я получаю на занятиях.
4. Учебные задания по геометрии мне неинтересны, я их выполняю, потому что этого требует учитель.
5. Трудности, возникающие при изучении геометрии, делают её для меня еще более увлекательной.
6. При изучении геометрии кроме учебников и рекомендованной литературы самостоятельно читаю дополнительную литературу.
7. Считаю, что трудные теоретические вопросы по геометрии можно было бы не изучать.

8. Если что-то не получается по геометрии, стараюсь разобраться и дойти до сути.

#### Продолжение Приложения А

9. На занятиях по геометрии у меня часто бывает такое состояние, когда «совсем не хочется учиться».

10. Активно работаю и выполняю задания только под контролем учителя.

11. Материал, изучаемый по геометрии, с интересом обсуждаю в свободное время (на перемене, дома) со своими одноклассниками (друзьями).

12. Стараюсь самостоятельно выполнять задания по геометрии, не люблю, когда мне подсказывают и помогают.

13. По возможности стараюсь списать у товарищей или прошу кого-то выполнить задание за меня.

14. Считаю, что все знания по геометрии являются ценными и по возможности нужно знать по данному предмету как можно больше.

15. Оценка по геометрии для меня важнее, чем знания.

16. Если я плохо подготовлен к уроку, то особо не расстраиваюсь и не переживаю.

17. Мои интересы и увлечения в свободное время связаны с геометрией.

18. Геометрия дается мне с трудом, и мне приходится заставлять себя выполнять учебные задания.

19. Если по болезни (или другим причинам) я пропускаю уроки по геометрии, то меня это огорчает.

20. Если бы было можно, то я исключил бы геометрию из расписания.

*Обработка результатов.* Подсчет показателей опросника производится в соответствии с ключом, где «Да» означает положительные ответы («верно»; «пожалуй, верно»), а «Нет» – отрицательные («пожалуй, неверно»; «неверно»).

*Ключ:*

«Да» – 1, 2, 5, 6, 8, 11, 12, 14, 17, 19.

#### Продолжение Приложения А

«Нет» – 3, 4, 7, 9, 10, 13, 15, 16, 18, 20.

За каждое совпадение с ключом начисляется один балл. Чем выше суммарный балл, тем выше показатель внутренней мотивации изучения предмета. При низких суммарных баллах доминирует внешняя мотивация изучения предмета.

*Анализ результатов.* Полученный в процессе обработки ответов испытуемого результат расшифровывается следующим образом:

0 – 10 баллов – внешняя мотивация;

11 – 20 баллов – внутренняя мотивация.

Для определения уровня внутренней мотивации могут быть использованы также следующие *нормативные границы*:

0 – 5 баллов – низкий уровень внутренней мотивации;

6 – 14 баллов – средний уровень внутренней мотивации;

15 – 20 баллов – высокий уровень внутренней мотивации.