

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий  
(наименование института полностью)

---

Кафедра «Высшая математика и математическое образование»  
(наименование)

44.04.01 Педагогическое образование  
(код и наименование направления подготовки)

---

Математическое образование  
(направленность (профиль))

---

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА  
(МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ)**

на тему «Информационные технологии как средство развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе»

Студент

Н.В. Кречина

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

Научный  
руководитель

канд. пед. наук, доцент И.В. Антонова

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

Тольятти 2021

## Оглавление

Введение.....	3
Глава 1 Теоретические основы использования информационных технологий как средства развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе .....	9
1.1 Понятие познавательного интереса и его роль при обучении математике .....	9
1.2. Основные направления использования информационных технологий в процессе обучения математике в общеобразовательной школе .....	14
1.3 Методические особенности развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с помощью информационных технологий .....	27
Глава 2 Методические основы использования информационных технологий как средства развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе .....	37
2.1 Методика развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с использованием информационных технологий на примере темы «Элементарные преобразования графиков функций» .....	37
2.2 Проектирование изучения темы «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» на основе технологии обучения алгоритмам и информационных технологий ...	48
2.3 Педагогический эксперимент и его результаты .....	83
Заключение .....	95
Список используемой литературы .....	96
Приложение А Диагностика уровня развития познавательного интереса ...	106
Приложение Б Анкета на интенсивность познавательных интересов .....	107

## Введение

### **Актуальность и научная значимость настоящего исследования.**

Информационные технологии в настоящее время составляют неотъемлемую часть современного школьного образования. В соответствии с введением ФГОС среднего (полного) общего образования и реализацией Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017 – 2030 годы проблема информатизации системы образования является достаточно актуальной.

Методические аспекты применения информационных технологий при обучении математике в общеобразовательной школе» описывались в работах В.А. Гусева, В.М. Монахова, Г.И. Саранцева и других.

Анализ диссертационных исследований по теме исследования показал, что *при обучении математике* они были рассмотрены с позиций: контроля и коррекции знаний учащихся (А.В. Слепухин [69], 1999 г.); повышения качества обучения старшеклассников (Я.В. Ворохобина [24], 2006 г.); формирования г.); «развития познавательного интереса учащихся основной школы на занятиях по математике» (Л.О. Рупакова [62], 2007 г.); качественного усвоения учебного материала по математике старшеклассниками (З.Н. Исмаилова [31], 2010 г.); *при обучении алгебре, алгебре и началам анализа*: совершенствования алгебраической подготовки учащихся 5-6 классов (Л.В. Витвицкая [22], 2006 г.); «методики реализации функционально-графической линии в персонализированном обучении курсу математики с использованием компьютерной системы МATHCAD» (С.Ю. Попадьяна [54], 2009 г.); методики преподавания элективного курса "Элементы дискретной математики" для учащихся естественно-математического профиля обучения (А.С. Алфимова классах общеобразовательной школы (М.Г. Мехтиев [48], 2002 г.); методики

дифференцированного обучения геометрии в средней школе при изучении свойств круглых тел (А.В. Горшкова [27], 2003 г.).

На основе анализа работ указанных авторов можно сделать вывод: внедрение информационных технологий в процесс обучения математике предоставляет возможности для управления учебно-познавательной деятельностью школьников и ее интенсификации; более качественной подготовки школьников к сдаче ОГЭ и ЕГЭ.

Таким образом, **актуальность** темы исследования обусловлена сложившимися к настоящему времени **противоречиями** между:

- требованиями к обязательным результатам освоения программы среднего (полного) общего образования по математике и недостаточным уровнем развития у школьников познавательных интересов;
- достаточно высоким потенциалом информационных технологий как средства развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе и недостаточностью их использования в учебном процессе, а также недостаточностью разработанных соответствующих методик при обучении алгебре, алгебре и началам анализа и геометрии.

Указанное противоречие позволило сформулировать **проблему исследования**: каковы методические особенности развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с помощью информационных технологий?

**Объект исследования**: процесс обучения математике в общеобразовательной школе.

**Предмет исследования**: информационные технологии как одно из средств развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе.

**Цель исследования** состоит в выявлении методических особенностей развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с помощью информационных технологий.

**Гипотеза исследования** основана на предположении о том, что если использовать информационные технологии на различных этапах урока и во внеурочной деятельности с учетом целей и задач обучения математике в общеобразовательной школе, то это будет способствовать развитию познавательного интереса обучающихся к ее изучению.

**Задачи исследования:**

1. Раскрыть понятие познавательного интереса и его роль при обучении математике.

2. Представить основные направления использования информационных технологий в процессе обучения математике в общеобразовательной школе.

3. Выявить методические особенности развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с помощью информационных технологий.

4. Описать методику развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с использованием информационных технологий на примере темы «Элементарные преобразования графиков функций».

6. Спроектировать изучение темы «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» на основе технологии обучения алгоритмам и информационных технологий.

7. Представить результаты проведенного педагогического эксперимента.

**Теоретико-методологическую основу** данного исследования составили работы В.А. Гусева [71], Е.И. Лященко [41], Г.И. Саранцева [64], Г.К. Селевко [68]; Г.И. Щукиной [83-84].

**Базовыми для настоящего исследования** явились также работы: Т.А. Ивановой [30], В.М. Монахова [49], Н.Л. Стефановой и Н.С. Подходовой [47]; А.А. Темербековой [70].

**Методы исследования:** анализ психолого-педагогической, научной и учебно-методической литературы; изучение, наблюдение и обобщение

школьной практики; анализ собственного опыта работы в школе; анкетирование школьников; проведение педагогического эксперимента.

**Основные этапы исследования:**

*1 семестр* (2019/2020 уч.г.): анализ ранее выполненных исследований по теме диссертации, анализ школьных учебников, нормативных документов (стандартов, программ), анализ опыта работы школы по данной теме;

*2 семестр* (2019/2020 уч.г.): определение теоретических основ использования информационных технологий как средства развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе;

*3 семестр* (2020/2021 уч.г.): определение методических основ использования информационных технологий как средства развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе; разработка методики его развития у школьников на примере темы «Элементарные преобразования графиков функций» с использованием информационных технологий.

*4 семестр* (2020/21 уч.г.): оформление диссертации, корректировка ранее представленных материалов и аппарата исследования, описание результатов эксперимента, формулирование выводов.

**Опытно-экспериментальная база исследования:** Самарская область, г.о. Тольятти, МБУ «Школа № 23».

**Научная новизна исследования** заключается в том, что в нём обоснованы и предложены методические рекомендации по использованию информационных технологий как средства развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе.

**Теоретическая значимость исследования** состоит в том, что в нём:

- выделены основные направления использования информационных технологий в процессе обучения математике в общеобразовательной школе;

- выявлены методические особенности развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с помощью информационных технологий.

**Практическая значимость исследования** определяется тем, что в нём:

- представлена методика развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с использованием информационных технологий на примере темы «Элементарные преобразования графиков функций»;

- разработан методический проект по изучению темы «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» на основе технологии обучения алгоритмам и информационных технологий.

**Достоверность** результатов и выводов, полученных в ходе проведенного исследования, обеспечивались: сочетанием как теоретических, так и практических методов диссертационного исследования, анализом личного опыта работы в общеобразовательной школе в период производственной практики (педагогической практики).

**Личное участие автора** в организации и проведении исследования состоит в определении теоретических и методических основ использования информационных технологий как средства развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе; анализе опыта работы учителей; разработке методического проекта по одной из тем школьного курса алгебры и начал математического анализа.

**Апробация и внедрение результатов работы** велись в течение всего исследования. Результаты исследования докладывались на: научно-методическом семинаре преподавателей, аспирантов и студентов кафедры; Всероссийской студенческой научно-практической междисциплинарной конференции «Молодежь. Наука. Общество» (г. Тольятти, декабрь 2019 г.,

диплом за 3 место; декабрь 2020 г.); первом этапа научно-практической конференции «Студенческие Дни науки в ТГУ» (апрель 2020 г., 2021 г.).

*Экспериментальная проверка* представленных методических рекомендаций была осуществлена в период производственной практики (научно-исследовательской работы) и производственной практики (преддипломной практики) на базе кафедры «Высшая математика и математическое образование» ФГБОУ ВО «Тольяттинский государственный университет», в том числе в период работы в МБУ «Школа № 23» г.о. Тольятти учителем математики и информатики.

Основные результаты исследования отражены в 3 публикациях [36-38].

**На защиту выносятся:**

1. Методические рекомендации по применению информационных технологий как средства развития познавательного интереса школьников к изучению математики в общеобразовательной школе.

2. Методика развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с использованием информационных технологий на примере темы «Элементарные преобразования графиков функций».

3. Методический проект по изучению темы «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» на основе технологии обучения алгоритмам и информационных технологий.

**Структура магистерской диссертации.** Работа состоит из введения, двух глав и заключения, содержит 15 рисунков, 19 таблиц, список используемой литературы (91 источник). Основной текст работы изложен на 105 страницах.



# **Глава 1 Теоретические основы использования информационных технологий как средства развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе**

## **1.1 Понятие познавательного интереса и его роль при обучении математике**

Вот уже много лет педагоги, психологи и исследователи в области теории и методики обучения математике рассматривают проблему развития познавательного интереса школьников. Понятие познавательного интереса трактуется ими по-разному, но неизменным фактом признается воздействие познавательного интереса на результаты обучения учащихся.

Понятие познавательного интереса рассматривалось в различной учебно-методической литературе. Анализ психолого-педагогической и методической литературы показал, что существуют различные подходы к определению понятия «интерес» и «познавательный интерес».

*В педагогике* под познавательным интересом понимают:

- «избирательную направленность личности, обращенную в область познания к ее предметной стороне и к самому процессу овладения знаниями» (Г.И. Щукина [83, с. 13];
- «увлеченность человека определенными знаниями, связанными главным образом с потребностью постоянно углублять и расширять знания, затрагивающая его волю и интеллект» [35].

*В психологии* вопросам развития и формирования познавательного интереса обучающихся посвящено значительное число научных трудов.

Так, А.Н. Леонтьев понятие познавательного интереса трактует как «познавательное отношение к действительности, которое благоприятно сказывается как на усвоении человеком знаний, так и на его формировании» [43, с. 183]».

К.Н. Волков в [23, с.17] описывает главу «Познавательные интересы как мотивы учебной деятельности» и называет познавательные интересы *непосредственными мотивами*.

Г.И. Щукина [84] под познавательным интересом понимает «многозначительное явление, способное повлиять на воспитание и обучение по-разному». Ею отмечается, что наиболее существенным проявлением познавательного интереса является то, что он «выступает как ценнейший мотив учебной деятельности школьников». Кроме этого, автор уточняет, что познавательный интерес - это еще и качество личности; важная область общего интереса.

*В теории и методике обучения математике* понятие познавательного интереса определяется как: «мотив учебной деятельности, тесно связанный с познавательной потребностью» (Н.Л. Стефанова, Н.С. Подходова [47, с. 43]); «доминирующий мотив учебной деятельности школьников» (В.А. Гусев [71, с. 303]).

Кроме того, В.А. Гусев отмечает, что «познавательный интерес, частным случаем которого выступает *интерес к учению*, к учебным предметам, всегда признается важной *характеристикой личности школьника*» [71, с. 305]. Автор называет познавательный интерес общим феноменом интереса и выделяет *четыре условные последовательные стадии развития познавательного интереса*:

- любопытство;
- любознательность;
- познавательный интерес;
- творческий интерес.

Вместе с этим, А.А. Темербекова трактует *понятие интереса* как «отношение личности к предмету как к чему-то для нее ценному, привлекательному» [70, с. 431]. Автором указывается, что характер и

содержание интереса связывают не только со строением и динамикой мотивов, но и с характером средств и форм овладения действительности.

Отметим, что большинство авторов акцентируют внимание на значении формирования познавательного интереса школьников в процессе их обучения и воспитания.

Рассмотрим вопрос о роли познавательного интереса в обучении учащихся математике в общеобразовательной школе подробнее.

Учащиеся проявляют интерес к изучению математики под влиянием различных факторов, например, авторитета учителя или их репутации в классе, или наличия занимательных заданий на уроках и др. Этот интерес может быть как временным, так и развиваться постоянно. Для того, чтобы познавательный интерес не был временным явлением на уроках математики, учителю необходимо систематически вести подготовительную работу к урокам, быть заинтересованным в результате проведенной работы со школьниками, находить эффективные методы, формы и средства для развития познавательного интереса.

Исследования в области *педагогике и психологии* доказали, что развитие познавательного интереса оказывает существенное влияние на учебную деятельность учащихся; способствует повышению успеваемости как малоактивных, так и отстающих в учебе учащихся.

Так, В.С. Юркевич [85, с. 66] на основе анализа научно-методической литературы пишет, что «развитие познавательных интересов, умственной активности, любви к умственной деятельности (то есть познавательной потребности) неотъемлемо от обучения; ... никакое обучение не будет по-настоящему полноценным, если ребенок не любит умственную деятельность». Автор понимает под их потребностью в впечатлениях, в притоке новой информации особую потребность; под потребностью в впечатлениях - одно из проявлений познавательной потребности.

В диссертационном исследовании И.Н. Чижевской [82] установлено, что познавательный интерес - это ценное качество личности, которое

способствует ее саморазвитию и становлению и характеризуется определенной структурой и уровнем развития. По мнению автора, познавательный интерес направлен на процесс и результат познания, а также является значимым средством для руководства учебным процессом и способствует повышению эффективности обучения школьников.

*В теории и методике обучения математике* проблеме развития или формирования познавательного интереса посвящены диссертационные исследования М.И. Бекоевой [20], Л.П. Мартиросян [45], Л.О. Рупаковой [62]. Остановимся на них подробнее.

Л.П. Мартиросян [45] считает, что развитие познавательного интереса является важным средством повышения эффективности обучения учащихся.

Л.О. Рупакова [62] показывает особое значение развития познавательного интереса у учащихся основной школы при обучении решению арифметических задач с элементами историзма на уроках математики.

М.И. Бекоева [20] рассматривает познавательный интерес как ведущий мотив учебной деятельности обучающихся, на который надо постоянно опираться, чтобы повысить качество их знаний. Автор разработала и экспериментально апробировала методические рекомендации для учителей по развитию и активизации познавательного интереса обучающихся при изучении математики в общеобразовательной школе.

На основе анализа методической литературы определено, что если систематически развивать познавательный интерес, то это приведет к положительному отношению школьников к учебе. Под воздействием познавательного интереса у ученика появляются вопросы, на которые он сам стремится найти ответы, что выполняется с вдохновением и радостью успеха. Познавательный интерес также способствует формированию памяти, мышления, внимания обучающихся.

Наличие познавательного интереса у школьников при обучении математике способствует прочному усвоению учебного материала, их

стремлению к преодолению трудностей в обучении, самостоятельному поиску необходимой информации.

Кроме того, И.В. Роберт [72, с. 20] определено, что познавательный интерес развивается у обучающихся при *формировании у них навыков самостоятельной работы* в ходе использования информационных технологий, при:

- «понимание сути представления в электронной форме геометрической интерпретации решения уравнения, системы уравнений, неравенств, системы неравенств» (*содержательная направленность*);
- исследовании математических моделей (*аналитическая направленность*);
- созданию на экране компьютера геометрических объектов по их описанию или изображению (*практическая направленность*)».

Вместе с этим, в диссертационных исследованиях по *теории и методике обучения и воспитания (математике)*:

- определены методы и формы организации применения информационных технологий, на примере математических информационных систем, для развития познавательного интереса обучающихся [45];
- рассмотрены возможности использования компьютера на уроках математики для развития познавательного интереса [62].

Таким образом, под познавательным интересом мы будем понимать мотив учебной деятельности, тесно связанный с познавательной потребностью; познавательный интерес оказывает влияние на познавательную деятельность обучающихся. Учителя математики стремятся развивать его у учащихся; выявляют и применяют при обучении школьников различные средства развития, одним из которых являются информационные технологии.

## **1.2. Основные направления использования информационных технологий в процессе обучения математике в общеобразовательной школе**

На протяжении многих лет учителя используют разнообразные технологии при обучении математике учащихся общеобразовательной школы. Как было отмечено, информационные технологии в настоящее время являются неотъемлемой частью современного школьного образования. В условиях введения ФГОС среднего (полного) общего образования и реализации Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017 – 2030 годы стала актуальной проблема информатизации системы образования. Заметные перемены происходят в системе школьного образования. В соответствии с требованиями стандарта внедрение инновационных технологий должно повысить качество образования и мотивацию школьников к обучению математике. Использование информационных технологий в общеобразовательной школе, в том числе с целью повышения мотивации учащихся к обучению, - одно из условий совершенствования системы образования. Сегодня учителю доступно большое количество средств информационных технологий. Учитель, а иногда наоборот ученик, стал наставником для учеников в мире информационных технологий. Один из показателей освоения выпускником основной образовательной программы среднего общего образования является формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий [58].

Рассмотрим различные подходы к понятиям «технология», «технология обучения», «информационные технологии», «информационные технологии обучения» в образовании.

Термин «технология» появился в производственных процессах, и имеет несколько различных значений. Так, например, С.И. Ожегов в *толковом словаре* пишет, что: «технология – это совокупность производственных

методов и процессов в определенной отрасли производства, а также научное описание способов производства» [52]. Появление этого термина в *образовании* предполагает управление процессом обучения школьников и выполнение определённых требований: задание цели; точную последовательность действий, приводящую к результату; возможность коррекции результатов обучения.

*В теории и методике обучения математике под технологией* понимается «определенная последовательность процедур для достижения тех или иных целей»; *технологией обучения* – «способ реализации содержания обучения (предусмотренного учебными программами), представляющий систему форм, методов и средств обучения, обеспечивающую наиболее эффективное достижение поставленных целей» (А.А. Темербекова, [70, с. 249]). Н.Л. Стефановой отмечается, что «в процессе обучения математике *технологический подход* оказывается полезным и целесообразным, в первую очередь, для достижения обучающих целей, которые можно относительно легко переформулировать таким образом, чтобы они стали диагностируемыми» [47, с. 199].

Обратимся к *термину «информационные технологии»*.

Информация из древне выполняла важнейшую роль в жизни людей. Всем известно выражение Н. Ротшильда «Кто владеет информацией - тот владеет миром». В настоящее время функций у информации стала намного больше. Информация служит важнейшим ресурсом человечества. Из этого следует, что процессы обработки информации аналогично процессам материальных производств, и их можно назвать технологией.

Кроме того, отметим, что в современном мире компьютер является основным техническим средством передачи, хранения и переработки информации. Использование телекоммуникаций и персонального компьютера обусловило дальнейшее развитие информационных технологий, которые стали называться «новые», «компьютерные».

Термин *«новые информационные технологии»* появился во время массового использования компьютеров в образовании. Термин *«новая»* показывает ее передовой смысл, внедрение которой значительно меняет виды деятельности людей. К термину *«новые информационные технологии»* иногда добавляют термин *«коммуникационные технологии»*, которые предоставляют возможности передачи информации с помощью средств коммуникаций, таких как, телефон, телевидение и т.п.

Понятие «информационная технология» рассматривается в образовании как: 1) «процесс, использующий совокупность средств и методов обработки и передачи первичной информации для получения информации нового качества о состоянии объекта, процесса или явления» (О.И. Пашенко, [53, с. 13]); целью информационных технологий является производство информации; 2) «часть научной области информатики, представляющая собой совокупность средств, способов, методов автоматизированного сбора, обработки, хранения, передачи, использования, продуцирования информации для получения определенных, заведомо ожидаемых результатов» (И.В. Роберт, [72]).

Г.К. Селевко придерживаются мнения, что все *педагогические технологии* можно называть *информационными*, потому что, в основе любой технологии обучения лежит хранение, обработка и передачи информации. Технологию, использующую компьютер, автор называет *компьютерной*; информационными технологиями обучения - технологии, использующие специальные технические информационные средства (ЭВМ, аудио, кино, видео) [68, с. 126].

*В теории и методике обучения математике* под *информационной технологией* понимается «современная технология, в основе которой лежит электронная обработка данных»; данное определение автор сводит к процессам передачи и обработки, хранения, сбора информации в допустимых формах (графической, текстовой, речевой, визуальной). Отмечается, что наличие в определении понятия слова «компьютерная» показывает, что техническим средством для осуществления технологии будет



компьютер (В.М. Монахов, [49, с. 49]); под термином «*информационная технология обучения*» - «педагогическая технология, использующая специальные способы, программные и технические средства (кино, аудио и видео средства, компьютеры, телекоммуникационные сети) для работы с информацией. Информационные технологии могут использовать компьютер (от англ. computer - вычислитель) как одно из возможных средств» (А.А. Темербекова, [70, с. 253]); под «*компьютерной технологией обучения*» - «совокупность методов, приемов, способов, средств создания педагогических условий на основе компьютерной техники, средств телекоммуникационной связи и интерактивного программного продукта, моделирующих часть функций педагога по представлению, передаче и сбору информации, организации контроля и управления познавательной деятельностью» [21, с. 30].

Отметим, что на современном этапе развития образования в России продолжает активно внедряться процесс информатизации, который используется для совершенствования процесса обучения и воспитания, форм и методов обучения и воспитания, всестороннего развитие обучающихся, формирования знаний и умений по самостоятельной учебной деятельности. В процессе информатизации предполагается использование широких возможностей информационных технологий.

Так, Г.И. Саранцевым раскрыта *роль информационных технологий* в обучении математике учащихся общеобразовательных школ. Автор указывает, что в связи с развитием информатики усиливается ее влияние на методику обучения математике, которое: с одной стороны, обуславливает проблемы, связанные с формированием определенного стиля мышления, с обучением переводу с одного языка на другой, с использованием компьютера, с другой - методика получает новые эффективные средства и даже информационные технологии, использование способствует повышению *эффективности обучения математике* [64, с. 16].

В толковом словаре терминов понятийного аппарата информатизации образования под ред. И.В. Роберта [72] под *средствами информационных технологий* понимаются «программные, программно-аппаратные и технические средства и устройства, функционирующие на базе микропроцессорной, вычислительной техники, а также современных средств и систем транслирования информации, информационного обмена, обеспечивающие операции по сбору, продуцированию, накоплению, хранению, обработке, передаче информации и возможность доступа к информационным ресурсам локальных и глобальных компьютерных сетей»

К данным средствам автор относит: «1) ЭВМ, ПЭВМ; 2) комплекты терминального оборудования для ЭВМ всех классов, локальные вычислительные сети, устройства ввода-вывода информации, средства ввода и манипулирования текстовой и графической информацией, средства архивного хранения больших объемов информации и другое периферийное оборудование современных ЭВМ; 3) устройства для преобразования данных из графической или звуковой форм представления данных в цифровую и обратно; 4) средства и устройства манипулирования аудиовизуальной информацией (на базе технологий мультимедиа и «Виртуальная реальность»); 5) системы искусственного интеллекта; системы машинной графики, программные комплексы (языки программирования, трансляторы, компиляторы, операционные системы, пакеты прикладных программ и пр.) и др.; 6) современные средства связи, обеспечивающие информационное взаимодействие пользователей как на локальном уровне (например, в рамках одной организации или нескольких организаций), так и глобальном (в рамках всемирной информационной сети Интернет)» [72, с. 21].

В исследованиях отечественных и зарубежных авторов: А.С. Коломейченко, Н.В. Польшаковой, О.В. Чеха [34]; Н.Л. Стефановой и Н.С. Подходовой, [47]; Л.О. Рупаковой [62]; Г. Коноле и К. Филл [89] и других раскрываются возможности, связанные с использованием учителями различных *средств информационных технологий в обучении:*

- наличие быстрой обратной связи между средством обучения и учеником, их использующим;
- наличие возможности переработки немалых объемов информации за небольшие интервалы времени;
- наглядная демонстрация на мониторе изучаемых законов, объектов, представленных в виде моделей, графиков, диаграмм и т.п.;
- облачное и дисковое хранение больших объемов информации в базах данных, возможность передачи и обработки данных;
- автоматические процессы вычислений, поиска информации, обработки полученных результатов;
- возможность автоматического контроля результатов обучения.

Отмечается, что использование информационных технологий при обучении математике дает возможность *индивидуализации* и *дифференциации процесса обучения*; повышают качество усвоения новых учебных тем школьниками и результативность обучения математике.

А.А. Темербековой выделяются преимущества использования данной технологии на уроках математики: «1) экономия времени; 2) возможность многосторонней и комплексной проверки знаний учащихся; 3) повышение мотивации обучения, усиление их интереса к урокам; 4) работая на компьютере, каждый учащийся выбирает свой темп работы; одни понимают нас с полуслова, другим требуется повторять одно и то же несколько раз. Диалог ученика с машиной происходит индивидуально» [70, с. 276].

Итак, перечисленные возможности использования учителями различных *средств информационных технологий в обучении* позволяют осуществить учебную деятельность в области: регистрации, сбора, хранения, обработки, передачи и тиражирования информации об изучаемых объектах, процессах; управления отображением на экране моделей изучаемых объектов, процессов; автоматизированного контроля и самоконтроля результатов учебной деятельности; компьютерного тестирования; тренажа для формирования умений и навыков учебной деятельности; предоставляют

каждому ученику индивидуальную траекторию его развития и обучения с целью реализации индивидуального подхода в обучении.

Существуют различные *классификации информационных технологий* в образовании.

Г.Т. Вронская и О.В. Родионова [21, с. 31] информационные технологии делят на *две группы*, а именно: технологии, использующие: 1) локальные и глобальные сети (обучающие сервисы сети Интернет и т.п.); 2) только компьютеры (электронные пособия, задачки и т.п.).

Ввиду того, что понятие информационных технологий связано с понятием педагогической технологией, использующей также и *технические средства обучения* для работы с информацией, рассмотрим данное понятие и их классификации в обучении математике.

В теории и методике обучения математике *технические средства обучения* (ТСО) А.А. Темербекова определяет как устройства, «помогающие учителю обеспечивать учащихся учебной информацией, управлять процессами запоминания, применения и понимания знаний, контролировать результаты обучения» [70, с. 272].

А.А. Темербекова, И.В. Чугунова, Г.А. Байгонакова делят:

- *средства обучения* по степени автоматизации на *простые*: словесные (учебники и т.п) и простые визуальные (графики, математические модели); *сложные*: механические визуальные (компьютеры, проекторы и т.п.) и телекоммуникационные сети, интерактивная доска;
- *технические средства обучения* по функциональному назначению - на средства: *передачи учебной информации; контроля знаний; вспомогательные; комбинированные; тренажеры.*

Авторами рекомендуется на уроках математики применять определенные виды технических средств обучения, которые описаны ими ниже в таблице 1.

Рассмотрим *программные средства обучения математике*, использующиеся для работы с информацией.

Таблица 1 - Основные виды технических средств обучения математике

<i>Вид технического средства обучения</i>	<i>Назначение</i>
Автоматизированные обучающие системы.	Диалоговые обучающие системы, обеспечивающие обучение и контроль усвоения знаний.
Экспертные обучающие системы.	Содержат математические знания, реализуют обучающие функции.
Базы данных и базы знаний.	Содержат описания основных математических понятий; тактику решений задач.
Системы мультимедиа.	Используются для изучения различных процессов на основе моделирования; позволяют наглядно и образно построить плоскости сечений и т.п. Цветовое и звуковое сопровождение позволяют повысить познавательный интерес к изучению математики.
Системы «Виртуальная реальность».	Развивают умение мысленно создавать пространственную конструкцию, например, при изучении геометрии.
Образовательные компьютерные телекоммуникационные сети.	Дают большие возможности для дистанционного обучения. Доступ к информации, исследовательские проекты. Организация и участие в конкурсах, олимпиадах.

На основе анализа методической литературы и опыта работы в общеобразовательной школе в таблице 2 нами выделено стандартное программное обеспечение, применяемое в процессе обучения школьников математике.

Таблица 2 - Стандартное программное обеспечение при обучении математике

<i>Программное обеспечение</i>	<i>Назначение</i>
Текстовые процессоры (Word, LibreOffice Writer)	Наиболее часто используются для создания дидактического материала: обучающих и контролирующих карточек; текстов самостоятельных и контрольных работ. Позволяют наглядно иллюстрировать преподаваемый материал. Можно использовать на уроке любого типа и на любом из этапов урока.
Электронные таблицы (Excel, LibreOffice Calc)	Мощное средство для обработки больших массивов числовых данных. Позволяет вести расчет по формулам, строить графики, диаграммы, создавать тесты, в том числе с возможностью автопроверки.

## Продолжение Таблицы 2

<i>Программное обеспечение</i>	<i>Назначение</i>
Программы подготовки презентаций (PowerPoint, LibreOffice Impress)	Яркое современное приложения для создания наглядных презентаций с возможностью демонстрации. Использование презентаций позволяет разнообразить подаваемый материал, добавить наглядности. Предполагает использование на любом этапе урока.
Векторный графический редактор (Corel Draw, LibreOffice DRAW)	Используются для создания графических примитивов, работы на нескольких слоях изображения, построения небольших трехмерных рисунков, кривых, многоугольников, блок-схем. Позволяют вращать и наклонять объекты; отображать и дублировать объекты; позволяют создавать и редактировать 3D-тела и 3D-фигуры.
Редактор формул (Microsoft Equation Tools, Math)	Этот модуль используют для создания математических, физических и химических формул.

В зарубежной методической литературе [87; 88; 90; 91] выделены *различные типы обучающих программ*.

Например, Дж. Чемберс, Джерри Спречер [88] выделяют *типы обучающих программ*, которые называются ими стратегиями обучения: *drill* (закрепляющие); *test* (тестирующие); *inquire* (исследовательские); *inquire* (запрашивающие); *simulation* (имитирующие моделирование); *tutorial* (тьюторы - наставничество). Отмечается, что элементы игровых программ могут быть в каждом типе обучающих программ и игровые программы в отдельный вид не выделяются.

Т. О'ши, Р. Борнат, Я. Пейдж [90] приводят такие *типы обучающих программ*, как: 1) позволяющих, кроме функций представления материала для изучения, выполнять функцию контроля усвоения материала; 2) имеющих функцию задавания вопроса ученику, причем вопросы могут меняться в зависимости от цели обучения; данные программы используются на этапе закрепления учебного материала; 3) включающих в себя игровые и моделирующие программы.

Более подробную *классификацию обучающих программ* можно увидеть в работе Я. Кулика, К.Л. Кулика, Р. Бангерт-Дроунса [87]. Данные авторы предлагают программы: САI, СМI и СЕI. Так, к программам САI относят: drill-

and-practice exercises (программы содержат упражнения на закрепление); tutorial instruction (тьюторы - наставничество при изучении новых тем); к программам CMI: программы, в которых компьютер предлагает необходимый учебный материал, оценивает и контролирует обучение; к программам CEI: computer-enriched instruction – программы, где компьютер выполняет функцию обучения, предлагает общие рекомендации к выполнению заданий.

Джей Веллингтон [91] на основе различной степени управления деятельностью ученика приводит такие *группы обучающих программ*, как: 1) skill-and-dnll (тренировочные) и tutorial (наставничество); 2) менее управляемых компьютером, где часть функций выполняется учеником самостоятельно; 3) использующих компьютер для учебы, например, обработки текста или поиска информации; 4) предлагающих учащемуся полную самостоятельность.

Рассмотрим *возможности сети Интернет* для работы с информацией.

Сеть Интернет дает большие перспективы как учителям для обучения школьников математике, так и для их самостоятельной учебной деятельности. Так, например, на сайте, созданный Д. Гущиным «Решу ЕГЭ» собрано и классифицировано по темам достаточное количество заданий для подготовки к итоговой аттестации, а также к Всесоюзным проверочным работам, автором разработана система онлайн-тестов.

В Сети Интернет присутствует учебная информация в виде интернет-публикаций по использованию учителями информационных технологий при изучении конкретных тем школьного курса математики; интерактивные средства обучения (презентации, видео и т.д.), которые надо тщательно анализировать и применять ввиду встречающихся в них ошибках, в том числе при изложении учебного материала.

Кроме того, в сети Интернет есть много сайтов в помощь учителям и ученикам. Так, на *сайте «Инфоурок»* расположено много учебных материалов для подготовки к урокам математики. В этом учебном году на нем можно

проводить *онлайн - уроки*: есть возможность общения в чате, аудио и видео - связь, онлайн – доска; помимо традиционных контролирующих материалов можно использовать тестирующие сайты с автоматической проверкой результата: например, <https://onlinetestpad.com/>.

Отметим, что учитель математики в ходе работы в данной сети должен уметь: осуществлять поиск и отбор информации; использовать готовые информационные средства для обучения или создавать собственные; применять веб-технологии при проведении уроков; реализовывать соответственные отношения с учениками в условиях использования интернет-контента.

В практикуме «Информационные технологии в образовании» Г.В. Ахметжановой, Т.В. Седовой, Н.В. Гнатюк [19] приведена *классификация веб-сайтов*. Интерес представляют разделы, содержащие *практические работы* по созданию: веб-страниц с помощью языка гипертекстовой разметки HTML, интерактивной презентации на основе программы NOTEBOOK - для работы с интерактивной доской.

Вместе с этим, отметим, что в настоящее время активно применяются дистанционные технологии обучения школьников.

Е.А. Черная в работе «Понятия дистанционного и электронного (дистанционного) обучения, опыт применения в Великобритании» [81] описывает опыт ее применения учителями, связанный с: «широким доступом к учебным ресурсам; значительной экономией средств; подготовкой, переподготовкой и поддержкой учителей во времена образовательных перемен и реформ учебных планов (курикулумов)».

Автор указывает, что Британский открытый университет предложил первые дистанционные курсы подготовки учителей; первый и второй этапы развития дистанционного обучения начинались в этой стране, поэтому сегодня она может поделиться прогрессивным опытом электронного обучения, в том числе учителей.



На основе анализа методической литературы и опыта работы в общеобразовательной школе в таблице 3 нами выделены ресурсы сети Интернет, применяемые в процессе обучения школьников математике.

Таблица 3 - Ресурсы сети Интернет

<i>Ресурс</i>	<i>Назначение</i>
<a href="http://festival.1september.ru">http://festival.1september.ru</a> .	Сайт содержит коллекцию конспектов уроков, презентаций, тестов, контрольных работ, внеклассных мероприятий.
<a href="https://infourok.ru/">https://infourok.ru/</a> .	На сайте расположены методические материалы из опыта учителей, видеоуроки, тесты. Кроме того, в условиях дистанционного обучения позволяет проводить онлайн - уроки на вкладке «Онлайн – школа». Данный ресурс содержит онлайн - доску.
<a href="http://school-collection.edu.ru">http://school-collection.edu.ru</a> .	Один из ресурсов, наиболее используемых учителями, - «Единая коллекция образовательных ресурсов». Здесь можно найти цифровые ресурсы к учебникам, предметам и классам; тренажеры, интерактивные практические и тестирующие работы, демонстрационные материалы.
<a href="https://kopilkaurokov.ru/">https://kopilkaurokov.ru/</a> ; <a href="http://karmanform.ucoz.ru/">http://karmanform.ucoz.ru/</a> ; <a href="https://urokimatematiki.ru/">https://urokimatematiki.ru/</a> ; <a href="http://www.openclass.ru">www.openclass.ru</a> ; <a href="http://www.pedsovet.su">www.pedsovet.su</a> ; <a href="http://www.uroki.net">www.uroki.net</a> ; <a href="http://www.klyaksa.net">http://www.klyaksa.net</a> .	Сайты, которые содержат опыт учителей как математики, так и других предметов, видеоуроки, иллюстративные и контролирующие материалы.
Е-mail - электронная почта.	Одно из распространенных средств, особенно в условиях дистанционного обучения. Позволяет хранить мультимедийную информацию, пересылать учащимся и их родителям учебные материалы в наглядной форме.

Рассмотрим *системы мультимедиа* для работы с информацией.

Использование средств мультимедиа позволяет в наиболее доступной и привлекательной, игровой форме развивать у обучающихся логическое мышление, усиливать творческую составляющую учебного процесса.

Существует множество различных *готовых информационных систем* для обучения математики. Приобрести эти пакеты можно как в Интернете, так и в книжных магазинах на CD-ROM или DVD дисках. Среди них *мультимедийные приложения к урокам математики*, программы-тренажеры, тестирующие программы, в том числе с моментальной проверкой и

оцениванием. Также можно использовать видео уроки или их фрагменты, модели, электронные рабочие тетради, электронные учебники. С помощью готовых средств можно проводить практикумы с видео моделями, проводить и обрабатывать результаты эксперимента.

В то же время, любой учитель во время подготовки к урокам может создать такой *мультимедийный продукт*, который позволит заинтересовать учащихся с учетом их индивидуальных особенностей. *Разработанное ими программное обеспечение* позволит: активизировать познавательную активность учащихся, развить мышление и логику учащихся, индивидуализировать контроль усвоения знаний. Для создания собственного ресурса мультимедиа учителю необходимо отобрать методический материал, выбрать инструмент для создания ресурса.

Наиболее простой в освоении и популярности являются *программы для создания презентаций*. В них же можно создать *контролирующий тест*. Можно также привлечь к созданию презентации самих учеников, это позволит им не только изучить материал, но и проявить творческий подход. В результате у них повысится мотивация к учению, будет формироваться устойчивый интерес к предмету.

Таким образом, под информационными технологиями мы будем понимать технологии, «в основе которых лежит электронная обработка данных»; данное определение сводится к процессам передачи и обработки, хранения, сбора информации в допустимых формах (графической, текстовой, речевой, визуальной); данные технологии используют специальные технические и программные средства; в качестве их средств могут применяться программные продукты (текстовые редакторы, электронные таблицы, системы управления базами данных, прикладные программы специального назначения и т.д.), технические средства и системы транслирования информации, предоставляющие возможность по сбору, обработке, хранению и передаче информации, с возможностью доступа к ресурсам компьютерных сетей.

### **1.3 Методические особенности развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с помощью информационных технологий**

Согласно ФГОС среднего (полного) общего образования развитие познавательного интереса школьников к изучению математики можно обеспечить путем использования при их обучении системно-деятельностного подхода. Кроме того, этому может способствовать четко организованный процесс обучения, отбор содержания учебного материала, использование различных технологий, методов, приемов и средств обучения, способствующих также прочному усвоению учащимися знаний и умений. Одним из средств, направленных на развитие познавательного интереса к изучению математики школьников, являются информационные технологии.

Вместе с этим, в профессиональном стандарте педагога, к необходимым его умениям относят: а) применение современных образовательных технологий, включая информационные, а также цифровых образовательных ресурсов; б) владение основами работы с текстовыми редакторами, электронными таблицами, электронной почтой и браузерами, мультимедийным оборудованием [58]. Данный стандарт требует от учителя умения учить учеников с использованием информационных технологий, успешно применять их на уроках и во внеурочной деятельности.

В настоящее время учителя математики в общеобразовательной школе наблюдают проблему, связанную со снижением познавательного интереса у школьников к изучению математики.

Н.Л. Стефанова и Н.С. Подходова подчеркивают, что «успешность учения во многом зависит от мотивации, от того личностного смысла, который учение имеет для учащегося. Мотивация учения является проблемой, которая остро стоит и перед подростками, и перед учителями, и перед родителями» [47, с. 27].

Отметим, что если у ребенка отсутствует мотивация к обучению, то это может привести к его неуспеваемости. Учителя стараются найти и отобрать способы и средства для повышения познавательной активности учеников. Как и было подчеркнуто выше, одно из средств повышения познавательного интереса – использование информационных технологий при их обучении математике. Информационные технологии, под чутким руководством учителя, способны не только повысить их мотивацию, но и обеспечить качество и прочность усвоения получаемых знаний.

В последние годы вопрос применение информационных технологий с целью повышения познавательного интереса к изучению математики стал более актуальным.

Приведем результаты анализа *методической литературы*.

Н.Л. Стефанова и Н.С. Подходова приводят пример использования компьютера при изучении математики, в котором связывают мотивацию работы с ним у школьников с *социальными мотивами*. Так, при решении обучающимися учебных задач на компьютере ими показана «важность возможности слияние познавательной мотивации с другими мотивами: с *мотивом накопления полезных жизненных навыков* может сливаться *умение владения компьютером в совершенстве*, необходимое в любой профессии; с *мотивом престижа* - владение поиском и обменом информацией, различными средствами коммуникации» [47, с. 30].

А.А. Темербекова утверждает, что использование современных информационных технологий в образовании позволит: индивидуализировать и дифференцировать процесс обучения; обеспечить контроль обучаемого с диагностикой его ошибок и обратную связь; преподнести информацию в более наглядном виде, проводить эксперименты и лабораторные работы; повысить интерес к изучению математики [70, с. 258].

Имеются *диссертационные исследования*, направленные на повышение познавательного интереса к изучению математики в начальной школе и основной школе с помощью информационных технологий [62; 82].

Рассмотрим их подробнее.

В исследовании Л.О. Рупаковой [62, с. 9; 16] раскрывается вопрос применения компьютерных технологий в 5-6 классах при решении *арифметических задач с элементами историзма*. В процессе эксперимента автор приходит к выводу, что использование компьютерных технологий повышает уровень развития познавательного интереса, в том числе интереса к изучению математики.

И.Н. Чижевская [82] рассматривает в исследовании вопрос формирования познавательного интереса у *младших школьников* средствами информационных технологий. Автором разработано электронное учебное пособие, включающее *комплекс мультимедийных материалов на компакт-дисках*, и *методических рекомендаций* по его использованию, которые позволят учителю сделать учебную деятельность учащихся более результативной; описаны учебные занятия и методическое обеспечение для их проведения. В результате проведенного ею эксперимента выявлено положительное влияние информационных технологий на развитие познавательного интереса.

В *сборнике рабочих программ* для 10-11 классов для учителей общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни) составителя Т.А. Бурмистровой указано, что «изучение курса алгебры и начал математического анализа будет способствовать развитию ИКТ-компетентности учащихся» [13, с. 7].

Анализ *учебников алгебры начал математического анализа и геометрии* [1-11] показал, что учебники имеют электронные формы и дополнительные электронные материалы: приложения на электронных носителях. Реализация возможности использования информационных технологий при обучении математике в старших классах обеспечивается с помощью их средств, в том числе сети Интернета. *Учебно-методические комплексы* для 10-11 классов по геометрии авторов Е.В. Потоскуева,

Л.И. Звавича [25-26] содержат списки дополнительной литературы и *Интернет-ресурсы*, а также задания для работы с *Интернет-ресурсами*.

Эффективность использования информационных технологий на уроках математики для развития у них познавательного интереса требует от учителя математики владения навыками использования компьютера. Данные технологии дают учителю возможность:

- разрабатывать наглядные и дидактические пособия, мультимедийные презентации;
- создавать графики, диаграммы, таблицы;
- вести протоколы и диагностику самостоятельных и контрольных работ обучающихся;
- отслеживать индивидуально успеваемость каждого учащегося;
- контролировать усвоения школьниками учебного материала;
- использовать *CD издания*, например, «Открытая математика», «Живая математика», «1С: Школа. Математика 5-11 кл. Практикум»; «1С: Репетитор. МАТЕМАТИКА», «1С: Математический конструктор.2.0»; «Виртуальная школа. Кирилл и Мефодий. Уроки алгебры» и др.;
- знакомиться с эффективными методиками обучения школьников и опытом работы учителей, используя сеть Интернет;
- дистанционно обучать учащихся математике.

В специальных *CD дисках по математике* предусмотрены демонстрации моделей, этапов построения графиков функций; возможность просмотра в индивидуальном темпе: пауза, остановка; введения определенных значений и наблюдения за процессом изменения при их новых значениях.

Современный учитель имеет возможность использовать готовые *средства информационных технологий* для активизации познавательной деятельности учащихся [15; 18; 28]:

- бесплатные видеоуроки, например, на сайте «Инфоурок»;

- сайты, предоставляющие возможность изучения математики в игровой форме: «Теремок», «Играем сами» и др.;
- специализированные математические пакеты, такие как, «Живая математика», «Geogebra» и т.д.

Установлено, что есть среды: коммерческие (платные) и свободно-распространяемые (бесплатные). Так, программа «Geogebra» - бесплатная, ее можно скачать на сайте: <https://www.geogebra.org/>. Учитель является наставником в изучении школьниками различных средств информационных технологий и в их применении для обучения.

Как отмечалось выше, в сети Интернет можно найти большое количество авторских, разработанных учителями математики программ. Любой учитель, в наше время, имеет возможность разработать свой информационный продукт:

- сделать интерактивную презентацию в программе Microsoft Power Point или любом аналоге, например, Libre Office;
- смонтировать свой видеоурок;
- разработать контролирующий тест или тренажер в электронном процессоре Excel или любом аналоге, например, Libre Calc;
- разработать тест, на сервисе Google-формы.

В любом из вышеописанных случаев предполагаемый инструментарий необходимо протестировать и при необходимости откорректировать. Только после окончательной корректировки продукт можно использовать в обучении.

Вместе с этим, большую помощь учителю развития у учащихся познавательного интереса к изучению математики оказывают *средства автоматического контроля знаний, тренажеры* построения графиков функций и некоторых геометрических фигур.

Основными *целями использования сети Интернет при обучении математике* являются: изучение нового материала (видеоуроки, обучающие сайты и т.д.); закрепление умений и навыков (тренажеры и т.д.); контроль усвоения материала (онлайн - тесты и т.д.). С интересом ученики выполняют

задания на поиск информации в Интернете, затем с удовольствием представляют эту информацию на уроке, включая в диалог других учащихся. Но как показывает опыт, не всегда ученики знают, для чего можно применять сеть Интернет. Эти навыки приходят к ним при выполнении заданий, выданных учителем. Учитель помогает учащимся правильно выбрать сайт для выполнения заданий. Сейчас учитель и школа не являются единственными источниками знаний по математике, ученики имеют возможность получать знания самостоятельно, в процессе взаимодействия с сайтами и программами в сети Интернете. Все это учитель математики может использовать в своей работе, грамотно применяя информационные технологии и развивая познавательный интерес к предмету.

Вместе с этим, ученику более интересно и эффективно получать знания, состоящие из большого объема информации, с помощью *диалога с компьютером*, чем изучать по учебнику. Обучающие программы позволяют моделировать реальные процессы и понимать их смысл. Разнообразие и красочность информации опять же позволяют формировать интерес. Этому также оказывает содействие возможность координировать предъявление заданий по уровню сложности, поощрение правильных ответов и решений. Использование компьютера помогает ликвидировать причину негативного отношения к учебе, которая появляется из-за непонимания материала, пробелами в багаже знаний. Используя компьютер, ученик может полностью решить предложенную задачу, используя нужную помощь.

Компьютер дает возможность раскрыть практическую значимость учебного материала; попробовать свои силы в решении заданий; давать решения задач без опаски получить плохую оценку - это все содействует положительному отношению к учебе, развитию познавательного интереса.

Дружественный интерфейс, бесконфликтность и сдержанность несомненно особые достоинства компьютера. Все это позволяет изменить настрой учеников на учебу, развивает познавательный интерес.



Кроме того, на уроках математики необходимо использовать *различные по содержанию и форме задачи*, которые лучше проиллюстрировать, с помощью различных средств информационных технологий.

Данные технологии можно использовать и в период подготовки к выпускным экзаменам ОГЭ и ЕГЭ по математике: учителя используют дидактические материалы в формате ГИА, открытые бланки заданий с сайта ФИПИ [76], компьютерные тесты с сайта СДАМ ГИА: Решу ОГЭ, ЕГЭ, ВПР, ГВЭ, ЦТ [66]; самостоятельно могут составить необходимый тест, в том числе с учетом диагностики учащегося, используя различные сервисы, например, Google-формы; могут применить интерактивную доску с возможностью выполнения задания, наблюдением и их оцениванием.

Познавательный интерес к изучению математики повышается в процессе использования *метода проектов*, который создает условия для индивидуализации и активизации знаний школьников.

В ходе подготовки проекта ученикам требуется рассмотрение теоретического материала, поэтому ими используются навыки поиска информации, а также осваиваются навыки подготовки презентаций, где на помощь им приходят различные средства информационных технологий.

С целью развития у учащихся познавательного интереса к изучению математики информационные технологии могут быть использованы на любом *этапе урока математики*: объяснение или закрепление материала; повторение; контроль.

Рассмотрим применение данной технологии на различных этапах урока.

*Этап объяснения нового материала.* На этом этапе можно использовать мультимедийные презентации, электронные модели и т.д., которые делают преподнесение учебного материала наглядным и более запоминающимся, что способствует его качественному усвоению.

*Этап решение задач.* Возможно использование компьютерных тренажеров и различных программ, позволяющих обучать решению задач. Задачи могут быть разного уровня сложности, программы могут содержать

алгоритмы решений и небольшие визуализированные подсказки, ответы для самопроверки.

*Этап контроля знаний.* На этом этапе возможно применение тестов как с выбором одного или нескольких ответов, так и с вводом текста ответа, что дает возможность учителю автоматизировать процесс контроля, уйти от рутинной работы по проверке тестов. Просторы сети Интернета предоставляют возможность использования готовых онлайн и офлайн - тестов, а также возможность для составления авторских, например, в Power Point или в современных сервисах *Google-документы*, <https://onlinetestpad.com>, или <https://learningapps.org/>.

Для выполнения *домашнего задания* можно предлагать обучающимся найти информацию об истории развития математики на разных этапах; подготовить презентацию по теме; создать модель или игру.

Кроме того, учитель может использовать *системы мультимедиа* для сопровождения объяснения изучаемого материала школьниками как средство *получения ими новых знаний, для закрепления материала* в ходе решения задач, для контроля знаний учащихся.

Компьютер может быть ими использован для выполнения самостоятельных, домашних заданий и творческих заданий. Мультимедиа материал позволяет добиться максимальной концентрации внимания обучающихся.

Применение информационных технологий во *внеурочной деятельности* повышает эффективность деятельности школьников; активизирует познавательные интересы учащихся; повышает их мотивацию к учению. Использование информационных систем позволяет углубить практическую направленность предмета. В настоящее время учителю и ученикам предоставлено много *олимпиад*, в которых можно поучаствовать онлайн, что также будет способствовать развитию школьников.

Отметим, что авторами исследований в теории и методике обучения математике мало внимания уделяется применению информационных

технологий для развития познавательного интереса, в частности к изучению математики.

Имеется недостаточное количество методической литературы, в которой освещаются этапы применения данной технологии на уроках для повышения эффективности учебного процесса.

Таким образом, анализ научно-методической литературы показал, что методические особенности развития познавательного интереса школьников к изучению математики в общеобразовательной школе с помощью информационных технологий сопряжены с: а) необходимостью связывания мотивации работы с компьютером с социальными мотивами; б) обеспечением контроля обучаемого с диагностикой его ошибок и обратной связи; в) преподнесением учебной информации в более наглядном виде; г) проведением различных экспериментов; практических и лабораторных работ; д) использованием: индивидуализации и дифференциации в процессе обучения; задач с элементами историзма; готовых средств информационных технологий, в частности CD изданий; самостоятельно разработанных электронных учебных пособий, включающих комплексы мультимедийных материалов на компакт-дисках; различных по содержанию и форме задач; открытых бланков заданий и компьютерных тестов с определенных сайтов или самостоятельно составленных тестов для диагностики учащихся на основе различных сервисов, например, Google-форм, для подготовки к выпускным экзаменам ОГЭ и ЕГЭ по математике; информационных технологий на различных этапах урока математики, а также во внеурочной деятельности.

### **Выводы по первой главе**

1. Рассмотрены различные подходы к понятию «познавательный интерес», представленные в методической и психолого-педагогической литературе. Определено, что под познавательным интересом мы будем понимать мотив учебной деятельности, тесно связанный с познавательной

потребностью. Учителя выявляют и применяют при их обучении различные средства развития, одним из которых являются информационные технологии.

2. Приведены трактовки понятий «технология», «технология обучения», «информационные технологии», «информационные технологии обучения» в образовании и в теории и методике обучения математике.

3. Раскрыты роль информационных технологий в обучении математике учащихся общеобразовательных школ; возможности, связанные с использованием учителями средств информационных технологий.

4. Описаны классификации информационных технологий и их средств в образовании.

5. Рассмотрены назначение технических и программных средств обучения математике и их классификации; типы обучающих программ, использующихся в зарубежной методической литературе.

6. Представлены возможности сети Интернет, выделены ее ресурсы, применяемые в процессе обучения школьников математике; описаны системы мультимедиа для работы с информацией.

7. Определено, что использование информационных технологий при обучении математике дает возможность индивидуализации и дифференциации процесса обучения; повышает качество усвоения учебных тем школьниками и результативность их усвоения.

8. Информационные технологии могут применяться как на уроке для: изучения нового материала, повторения и закрепления изученного, контроля знаний, подготовки школьников к выпускным экзаменам, так и во внеурочной деятельности.

9. В качестве индивидуальной работы с учащимися также удобно использовать компьютер с обучающими и контролирующими материалами.

## **Глава 2 Методические основы использования информационных технологий как средства развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе**

### **2.1 Методика развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с использованием информационных технологий на примере темы «Элементарные преобразования графиков функций»**

В настоящее время в общеобразовательной школе зачастую наблюдается низкий уровень познавательного интереса у большинства учащихся к изучению математики. Для учителей математики вопрос повышения их познавательной активности актуален. Одним из средств, которое можно использовать у учащихся для повышения интереса к изучению математики, являются информационные технологии, способствующие также прочности усвоения ими знаний. Ими могут быть использованы готовые информационные средства или самостоятельно разработаны информационные продукты, разработанные, например, в программе создания презентаций Power Point или в табличном процессоре Excel. Сложность состоит в выборе эффективных средств информационных технологий, способствующих повышению интереса школьников к изучению предмета.

Прежде чем описывать методические особенности развития познавательного интереса к изучению математики в общеобразовательной школе с использованием информационных технологий на примере темы «*Элементарные преобразования графиков функций*» представим ее *методический анализ* на основе учебников 10-11 класса.

Данная тема изучается обучающимися на примере различных функций с 7-11 классы [12-13; 55-57; 59; 60].

В сборнике рабочих программ для 10-11 классов (базовый и углубленный уровни) составителя Т.А. Бурмистровой [13] указано, что в результате изучения темы «Преобразования графиков функций» ученик должен на:

1) *базовом уровне*: «распознавать графики функций прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической, показательной и тригонометрических функций и соотносить их с формулами, которыми они заданы; определять по графику свойства функции; строить графики изученных функций»;

2) *углубленном уровне*: «владеть понятиями (степенная функция; показательная функция; экспонента; логарифмическая функция; тригонометрические функции; обратная функция); строить их графики и уметь применять их свойства при решении задач; применять при решении задач преобразования графиков функций».

В содержание темы «Преобразования графиков функций» курса «Алгебра и начала математического анализа» по программе [13] для:

- *базового уровня* входят вопросы: «сдвиги вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, симметрия относительно координатных осей и начала координат»;

- *углубленного уровня* – «сдвиг, умножение на число, симметрия относительно координатных осей и начала координат; построение графиков функций, содержащих модули; построение графиков сложных функций».

Анализ программ по учебникам Ю.М. Колягина [13], А.Г. Мордковича [57] и Г.К. Муравина [60] представлен в таблице 4.

Отметим, что данный анализ показал, что тема изучается в 10 или 11 классах, на нее отводится в среднем 1 ч – на базовом уровне, 2 ч – на углубленном уровне; в учебниках Ю.М. Колягина и Г.К. Муравина она отдельно не рассматривается. Кроме того, был проведен анализ *задачного*

материала по данной теме по уровню учебной деятельности в этих же учебниках. Результаты анализа представлены ниже в таблице 5.

Таблица 4 – Результаты анализа программ по теме «Элементарные преобразования графиков функций»

<i>Авторы учебника</i>	<i>Содержание темы в программе</i>
Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е., М.И. Шабунин	Тема отдельно не выделяются. Преобразования графиков функций изучаются в процессе повторения курса алгебры 7-9 классов и изучения тем: «Степенная функция», «Показательная функция», «Логарифмическая функция», «Тригонометрические функции».
Мордкович А.Г., Семенов В.П..	Тема изучается фрагментарно в некоторых главах. В главе «Числовые функции» изучается тема «Преобразования графиков функций». Также преобразования графиков функций изучается в темах «Тригонометрические функции», «Степенные функции», «Показательная и логарифмическая функция».
Муравин Г.К., Муравина О.В.	Тема изучается в параграфе «Квадратичная и дробно-линейная функции. Преобразования графиков». Преобразования графиков функций рассматриваются в процессе изучения тем «Функции и графики», «Степенная функция», «Показательная и логарифмическая функции», «Тригонометрические функции и их свойства».

Таблица 5 - Распределение задачного материала по уровню учебной деятельности

Автор учебника, задачника	Класс	Репродуктивный уровень	Частично-поисковый уровень	Творческий уровень
		Номера задач по учебнику, задачнику		
Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е., М.И. Шабунин	10	163-164, 659-661	166, 668-670,	674-675
	11	47, 82	48, 67, 70, 89, 91-93	71-72
Мордкович А.Г., Семенов В.П.	10	1.6, 1.8, 1.9, 1.10, 9.3-9.4	1.14-1.15, 9.5-9.7	9.8
	11	1.4-1.5, 1.9, 3.1-3.2, 13.1-13.2, 13.9-13.11, 14.3-14.6, 34.4, 39.29	1.6, 1.10-1.11, 3.4, 13.7, 13.12, 13-18-13.19, 34.5, 34.11-34.13, 38.12-38.14, 39.30	1.12, 3.5, 13.8, 13.13, 13.20, 34.22
Муравин Г.К., Муравина О.В.	10	61, 62, , 287, 288, 290, 303, 304, 320, 321, 445	69, 71, 99, 100, 294, 297, 322, 328, 448, 449	63, 71, 72, 88, 150, 300, 301, 443, 450, 451, 452, 458, 459

Анализ учебников алгебры и начал математического анализа позволяет отметить, что в учебниках А.Г. Мордковича и Г.К. Муравина содержится достаточное количество задачного материала по рассматриваемой теме.

Некоторые методические аспекты обучения школьников данной теме отражены в таблице 6.

Таблица 6 - Методические аспекты изучения темы «Элементарные преобразования графиков функций» в школьных учебниках

<p>Авторы учебников Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е., М.И. Шабунин [8; 9]</p>	<p>Авторы учебников и задачников Мордкович А.Г., Семенов В.П. [2-5]</p>	<p>Авторы учебников Муравин Г.К., Муравина О.В. [10-11]</p>
<p>Тема подробно объясняется в начале 10-го класса при повторении курса алгебры 7-9 классов. В тексте учебника представлены параграфы с теоретическим материалом и разобранными задачами, что позволяет использовать его для самоподготовки. Объем задачного материала недостаточен, поэтому можно воспользоваться дополнительной литературой: например, задачником «Алгебра и начала анализа. 10 класс. Задачник (профильный уровень)» автора Мордковича А.Г., в котором собрано большое количество разнообразных задач, или задачником этого же автора для базового и углубленного уровней.</p>	<p>Повторение способов преобразования графиков функций в этом учебнике осуществляется сначала при изучении темы «Числовые функции и способы их задания», а затем материал дополняется при изучении темы «Преобразование графиков тригонометрических функций». В учебнике материал представлен доступно; много задач, в том числе с подробным пояснением. Функционально-графическая линия является основой построения курса учебников. К учебнику прилагается задачник, в котором предьявлены разнообразные по уровню сложности задачи четырех уровней.</p>	<p>Теоретический материал в учебнике разделен на обязательный и дополнительный. Система заданий разделена по уровню сложности. Преобразования графиков функций повторяются на примере квадратичной функции. Затем вводятся новые преобразования, связанные с уничтожением части графика и дублированием этой части (функция с модулем). В конце 10 класса все преобразования повторяются. Задачный материал более сложный; в то же время здесь много задач по готовым рисункам; больше задач на составление графиков функций, задач репродуктивного характера намного меньше, поэтому можно воспользоваться дополнительной литературой или рассмотренными учебниками Ю.М. Колягина и А.Г. Мордковича.</p>

Ниже представим методические особенности развития познавательного интереса у учащихся 10-11 класса к изучению математики



с использованием информационных технологий на примере рассматриваемой темы.

Для изучения темы «*Элементарные преобразования графиков функций*» можно использовать *пакеты компьютерных программ* для построения графиков. Одной из таких программ является *Advanced Grapher*. Достоинством этой программы состоит в том, что все функции программы - на русском языке. *Возможности программы Advanced Grapher*: построение 2D и 3D графиков, расчет производных и первообразных функций, определение нулей функции, нахождение точек пересечения графиков. Программа условно-бесплатная для россиян, то есть ее бесплатно можно скачать на 30 дней.

Интерес представляет также *электронное пособие «Графики функций»* Л.В. Кудрявцевой, А.А. Кудрявцева [40]. Данное пособие содержит наглядные материалы по теме «*Графики функций и их преобразования*». Кроме того, к диску имеются *плакаты*:

1. «*Линейная функция*».
2. «*Степенная функция*».
3. «*Обратная пропорциональность*»,
4. «*Преобразования графиков*».

Плакат 4 включает *наглядные пособия* по темам: «*Сжатие и растяжение*», «*Симметрия относительно осей координат*», «*Параллельный перенос вдоль оси*», «*Преобразование графиков в примерах*».

Как отмечалось ранее, уроки с применением информационных технологий дают возможность для развития познавательного интереса у школьников. Рассмотрим некоторые *средства*, которые можно использовать на уроках математики.

Много возможностей, в случае наличия, у *интерактивной доски*. Интерактивная доска предназначена и для демонстрации готовых презентаций, но основное ее предназначение - это «*чертить*», «*рисовать*», «*перемещать*», «*вносить исправления*», «*перемещать фигуры по экрану*»,

а затем «сохранять все изменения в файл». Использование интерактивной доски делает процесс обучения интересным, наглядным, энергичным. У нее есть много *интерактивных заданий*: «строка бегущая», «найди пару», «вопрос – ответ» и т.д. Для интерактивной доски учитель может сам создавать уроки в программе «*Smart Notebook*». Чтобы научиться это делать, можно найти видеоуроки в сети Интернет.

Вместе с этим, отметим, что можно применять на уроках по теме *различные информационные системы*, которые помогут визуализировать обучение теме «*«Элементарные преобразования графиков»*»: это и *онлайн - сервисы сети Интернета* и *мультимедийные программы*.

Одна из программ динамической геометрии - «*GeoGebra*». Это бесплатная программа с большими возможностями: помимо хорошего интерфейса она позволяет выполнять построения простых геометрических фигур, производить расчеты, строить комбинации геометрических фигур, применять анимацию для фигуры или ее части. Программа имеет инструменты для построения углов, биссектрис углов, параллельных и перпендикулярных прямых. Кроме этого, программа имеет возможность трансформации фигур или их частей, выполнения преобразований симметрии, поворота, гомотетии и параллельного переноса. Программа «*GeoGebra*» предоставляет возможность после изменения параметров преобразования выполнить *преобразования графика функции*.

Достаточно известна программа «*Живая математика*», в которой можно составлять графики функций и чертежи, а затем их моделировать.

Для построения и *преобразования графиков тригонометрических функций* можно использовать программу «*Trigonot*». В этой программе можно демонстрировать свойства тригонометрических функций на графике. Имеется возможность реализовать различные преобразования графиков тригонометрических функций. Для этого надо выбрать функцию из списка, справа будут показаны свойства функции. Предварительно надо отобразить график функции. У программы есть возможность демонстрации поворота

точки для получения ответа по формулам приведения. С помощью зеркального отражения можно построить графики обратных тригонометрических функций. Программа позволяет преобразовывать графики тригонометрических функций. В ней содержится несколько тренажеров. Программа позволяет демонстрировать основные понятия тригонометрических функций числа: изображать значения на единичной окружности; демонстрировать синус, косинус, тангенс и котангенс числа; с помощью единичной окружности решать задачи.

Использование электронных таблиц LibreCalc и Excel при обучении математике будет способствовать повышению мотивации и познавательного интереса к изучению темы «Элементарные преобразования графиков функций». Они позволяют обрабатывать массивы числовых данных, выполнять расчеты по формулам, использовать для расчетов встроенные функции, как простые, так и сложные, содержащие логические операции.

Графические возможности электронных процессоров позволяют решать графически уравнения и их системы, строить диаграммы, графики функций. Возможность быстрого расчета по формулам позволяет выполнять быстро и качественно преобразования графиков функций.

Использование электронных таблиц в процессе обучения математике позволит учителю повысить мотивацию и познавательный интерес к изучению данной темы.

Рассмотрим примеры заданий на их применение на уроках математики.

**Задание 1.** В электронной таблице построить графики функций:

а)  $y = x^3$ ; б)  $y = x^3 - 2$ ; в)  $y = x^3 + 5$ .

*Решение.* Запишем формулу для вычисления значений функции, а затем (рисунок 1) скопируем ее вправо с шагом 0,5 в электронной таблице Excel.

**Задание 2.** По формуле определить, какое преобразование графика функции будет использовано при ее построении. Построить ее график в электронной таблице «Графики функций» и проверить свои предположения.

*Решение.* Из графика функции  $y = x^3$  путем элементарных преобразований (рисунок 2) можно получить графики функций:  $y = x^3 - 2$  - смещением по оси  $OY$  на 2 единицы вниз;  $y = x^3 + 5$  - смещением по оси  $OY$  на 5 единиц вверх.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
2	1	$y = x^3$	-8	-3,375	-1	-0,125	0	0,125	1	3,375	8
3	2	$y = x^3 - 2$	-10	-5,375	-3	-2,125	-2	-1,875	-1	1,375	6
4	3	$y = x^3 + 5$	-3	1,625	4	4,875	5	5,125	6	8,375	13

Рисунок 1 - Таблица значений функций к задаче 1

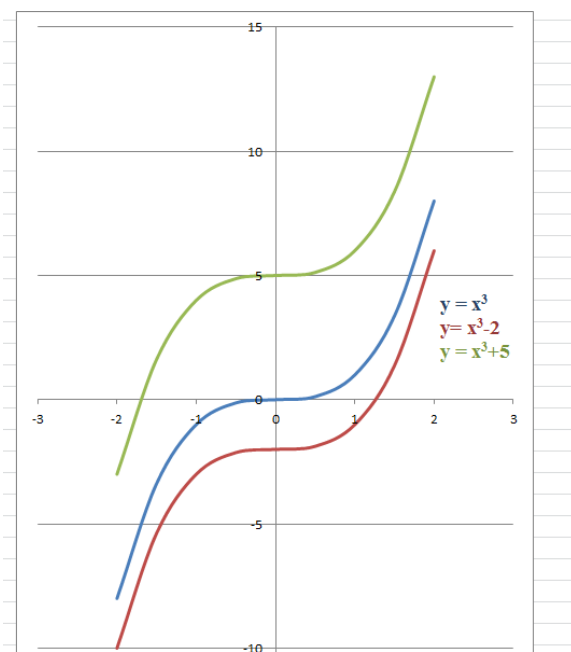


Рисунок 2 - Графики функций  $y = x^3$ ;  $y = x^3 - 2$ ;  $y = x^3 + 5$ .

**Задание 3.** Записать, путем каких преобразований можно получить графики функций  $y = (x-1)^2$ ;  $y = (x+1)^2$  из графика  $y = x^2$ .

*Решение.* Записать формулы для этих функций, скопировать вправо с шагом 0,5 на интервале от - 3 до 3 и построить графики этих функций в одной системе координат (рисунок 3), используя для этого точечную диаграмму.

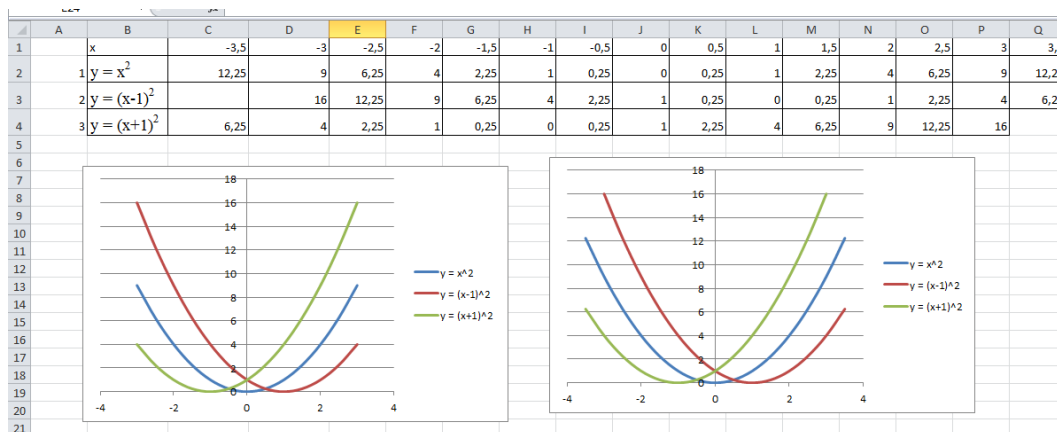


Рисунок 3 - Графики функций  $y = x^2$ ;  $y = (x-1)^2$ ;  $y = (x+1)^2$ .

*Методические рекомендации.* Для большей симметрии графиков добавим значения аргумента - 3,5 и 3,5 и найдем значения функций  $y = x^2$ ;  $y = (x+1)^2$ . Затем разберем, какие были выполнены преобразования:  $y = (x-1)^2$  получили из графика  $y = x^2$  смещением на 1 вправо по оси ОХ, а график функции  $y = (x+1)^2$  получили из графика  $y = x^2$  смещением на 1 влево по оси ОХ.

**Задание 4.** Самостоятельно аналитически задать в электронной таблице функции  $y = x^2$ ;  $y = (2x)^2$ ;  $y = (0,5x)^2$  и построить их графиков, описать используемые преобразования графиков функций.

*Решение.* Для лучшей наглядности для графиков функций  $y = x^2$ ;  $y = (2x)^2$  возьмем интервал (- 3; 3) с шагом 0,5, а для функции  $y = (0,5x)^2$  от - 1,5 до 1,5 с шагом 0,5 (рисунок 4). В результате получим, что график функции  $y = (2x)^2$  получился из графика функции  $y = x^2$  сжатием к оси ОУ в  $2^2 = 4$  раза. График функции  $y = (0,5x)^2$  мы получили растяжением графика  $y = x^2$  от оси ОУ в  $2^2 = 4$  раза.

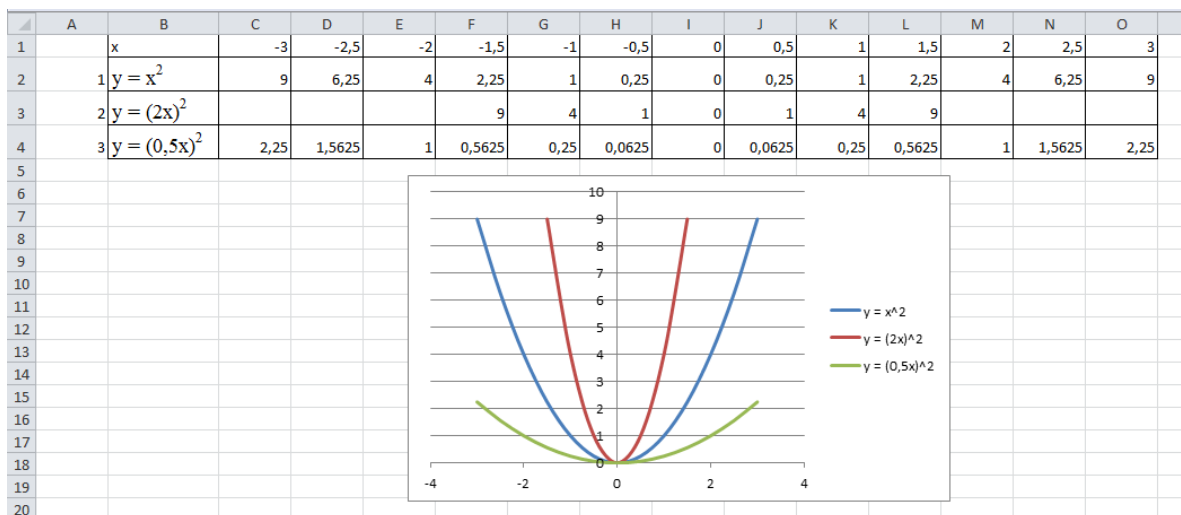


Рисунок 4 - Графики функций  $y = x^2$ ;  $y = (2x)^2$ ;  $y = (0,5x)^2$ .

*Методические рекомендации.* Учащиеся должны увидеть, что получились преобразования графиков, где коэффициенты растяжения и сжатия можно определить из таблицы.

Отметим, что все элементарные преобразования графиков функций можно применять, например, для любой элементарной функции, рассматриваемой в 7-11 классах, в том числе и для показательных функций.

**Задание 5.** Даны функции  $y = 2^x$ ;  $y = 2^{x-2}$ ;  $y = 2^x + 2$ . Рассчитать, по формулам в электронной таблице значения функций для значений аргументов от -5 до 5 с шагом 0,5.

*Решение.* Для функции  $y = 2^{x-2}$  для большей наглядности добавим в таблицу значения аргумента 4 и 5 (рисунок 5).

*Методические рекомендации.* С учащимися разбираются полученные преобразования графиков функций. График функции  $y = 2^{x-2}$  получился из графика функции  $y = 2^x$  смещением по оси OX на 2 единицы вправо. График функции  $y = 2^x + 2$  получили смещением графика  $y = 2^x$  на 2 единицы вверх.

С помощью этих заданий нужно будет сформулировать правила элементарных преобразований графиков функций.

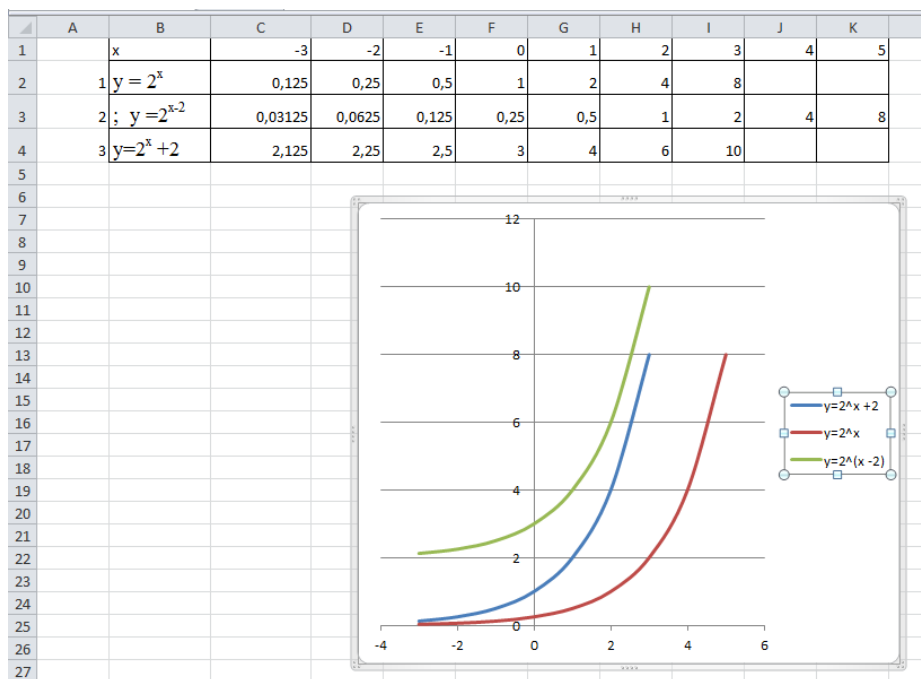


Рисунок 5 - Графики функций  $y = 2^x$ ;  $y = 2^{x-2}$ ;  $y = 2^x + 2$ .

Вместе с вышеуказанным, отметим, что в *методической литературе* описан *опыт учителей* по использованию информационных технологий на уроках математики с целью повышения познавательного интереса школьников при изучении темы «Элементарные преобразования графиков функций».

Так, Г.Т. Вронская, О.В. Родионова [21] считают, что среди учеников найдутся несколько учащихся, которые умеют создавать презентации и использовать электронные таблицы. Таких учеников нужно привлекать к творческому созданию презентаций. Компьютер используется авторами не только как помощник учителя, но и как контролер, например, при их тестировании. Е.И. Машбиц [46] предлагает применять информационные технологии не только как средство контроля знаний, но и в качестве обучающих программ на основе искусственного интеллекта. Интересный опыт использования УМК «Живая математика» представлен Е.В. Морозовой, О.С. Мирошкиной [50]. Авторы отмечают, что данная среда предоставляет

пользователю необходимые средства и возможности для самостоятельного построения и преобразования графиков функций. Школьники получают возможность красиво раскрасить их, организовать движение объектов на экране.

Таким образом, в данном параграфе нами описаны методические особенности развития познавательного интереса к изучению математики в общеобразовательной школе с использованием информационных технологий на примере темы «Элементарные преобразования графиков функций».

## **2.2 Проектирование изучения темы «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» на основе технологии обучения алгоритмам и информационных технологий**

Основная проблема современного обучения математике в общеобразовательной школе состоит в том, что «решение задач вызывает значительные трудности у обучающихся, как только в задаче описывается реальная или приближенная к реальной ситуация и приводятся дополнительные данные, часть из которых не используется при решении задачи; информация представляется в различной форме (в виде текста, таблиц, графиков)» [30].

Обучение теме «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» учащихся 10-11 классов дает возможность учителю реализовать практико-ориентированный и системно-деятельностный подходы согласно ФГОС среднего образования [56].

Материал, рассматриваемый в теме актуален для подготовки учащихся к сдаче итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

Данный вариант проекта по теме «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» разработан для обучающихся математического профиля, так как содержание данной темы



представлено в КИМах к ЕГЭ по математике профильного уровня [29]. Кроме того, в соответствии с ФГОС СОО обучающиеся должны овладеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения; у них должны развиваться познавательные интересы; познавательные, регулятивные и коммуникативные способности.

Развивать познавательный интерес у обучающихся возможно, если использовать: системно-деятельностный подход, четко отбирать содержание учебного материала, применять современные приемы, методы, средства и технологии обучения. Информационные технологии - это одно из средств развития познавательного интереса. Кроме того, использование информационных технологий благоприятствует прочному освоению знаний; развитию познавательного интереса, мышления, саморазвитию.

Исследователи по теории и методике обучения (Г.И. Саранцев [64-65], В.М. Монахов [49], и другие) подчеркивают, что стремительное развитие информационных технологий увеличивает их действие на методику преподавания математики. Причем, «с одной стороны, это влияние обуславливает ряд проблем, связанных с формированием определенного стиля мышления, с обучением переводу с одного языка на другой, с использованием компьютера, с другой - методика получает новые эффективные средства и даже информационные технологии, использование *которых призвано повысить эффективность обучения математике*» [64, с. 16].

При проектировании темы «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» были выбраны *технологии обучения алгоритмам и информационных технологий*.

Обоснуем целесообразность выбора данных технологий.

Авторы пособия под ред. А.А. Темербековой рассматривают понятие алгоритмизации как набор практических приемов, которые основаны на

навыках рационального мышления об алгоритмах. Определено, что «алгоритмы - одно из основных математических понятий; обучение алгоритмам обязательно на любом уровне обучения математики; умение учащихся формулировать и применять на практике алгоритмы – одно из важных умений для развития математического мышления и математических умений, а также способствует умению формулировать и применять правила» [70, с. 184-185]. Представлены *два способа обучения алгоритмам*:

- 1) «сообщение уже готового алгоритма;
- 2) подведение учащихся к самостоятельному открытию алгоритмов (эвристический метод).

*Эвристический метод предполагает три этапа изучения материала:*

- выявление отдельных шагов алгоритма;
- формулировка алгоритма;
- применение алгоритма» [70].

Отмечено, что «построение алгоритма для решения учителем дидактических задач заключается в описании обучающей деятельности учителя с помощью предписаний, правил, последовательности действий алгоритмического типа» [70]. В этом случае процесс обучения может быть представлен в виде алгоритма обучения. Для того, чтобы построить алгоритм надо проанализировать содержание и цели обучения, а также спланировать деятельность учащихся по усвоению материала. При построении алгоритма обучения учитель должен учесть особенности класса.

В пособии под ред. Е.И. Лященко [41, с. 59-61] среди теоретических знаний для школьников вместе с определениями понятий, аксиом рассматриваются алгоритмы, являющиеся основным и неопределяемым понятием. Отмечается, что понятие правила определяется как «свернутый» алгоритм, где отдельные шаги являются блоками; в учебниках правила выражаются формулами и формулировками на естественном языке; применение правил и алгоритмов преследует одинаковую *цель*: формирование

общих методов для решения группы однотипных заданий; любой алгоритм является правилом, но не каждое правило будет алгоритмом; при формулировании правил чаще не выделяют шаги и, следовательно, оно не обладает свойством алгоритма - детерминированностью, следовательно, не является алгоритмом. Для организации работы с учащимися по овладению алгоритмами учитель должен выполнять *логико-математический анализ алгоритмов (правил)*, который включает *следующие этапы*:

- а) «проверка наличия у правила свойств алгоритма;
- б) выделение последовательности операций и логических условий в правиле;
- в) установление связи правила (алгоритма) с другими знаниями» [41].

Математический анализ алгоритмов (правил) заключается в выделении математической основы данного правила - *обосновывающих знаний*.

Авторы пособия под ред. Т.А. Ивановой раскрывают содержание понятий правила и алгоритма, дают определение и свойства алгоритма. Правило рассматривается ими как «свернутый алгоритм». Определено, что «любой алгоритм - это правило, но не любое правило – алгоритм; цели применения алгоритмов и правил одинаковы: формирование общих способов решения однотипных задач; алгоритм - более эффективное средство активации познавательной деятельности учащихся на начальном этапе, а правило - на заключительном этапе, способствуя лучшему запоминанию способов решения задач» [30, с. 144-163].

*Технология организации усвоения правил (алгоритмов)* связана с реализацией следующих этапов: «мотивационно-ориентировочная часть; операционно-познавательная часть; рефлексивно-оценочная часть» [30].

*Мотивационно-ориентировочная часть* включает в себя этапы: актуализации прежнего опыта; мотивации (проблемной ситуации); постановки учебной задачи; планирования решения учебной задачи.

*Операционно-познавательная часть* состоит из этапов: преобразования условия задачи; моделирования правила (алгоритма); формулирования

правила (алгоритма); построения алгоритма; осознания правила (алгоритма) в процессе решения дидактических задач.

*Рефлексивно-оценочная часть* содержит этапы: соотнесение результатов с учебной задачей; осмысление прежнего опыта, с помощью которого получено новое правило; прогнозирование применения правила (алгоритма); контроль (самоконтроль) усвоения правила (алгоритма); оценка (самооценка) учебной деятельности.

При обучении данной теме с целью развития у школьников познавательного интереса можно использовать также информационные технологии не только как средство наглядности, но и как средство для закрепления навыков по ней, улучшения качества их обучения. Так, отметим, что в период подготовки к выпускным экзаменам ОГЭ и ЕГЭ по математике учителя используют дидактические материалы в формате ГИА. Чтобы получить высокие результаты, ими применяются открытые бланки заданий, которые легко можно найти на сайте ФИПИ [76]. Помимо напечатанных на компьютере заданий, они могут использовать *компьютерные тесты*, например, на сайте «СДАМ ГИА: РЕШУ ВПР, ОГЭ, ЕГЭ, ГВЭ и ЦТ» [66]. Кроме этого, учитель может самостоятельно составить необходимый тест, в том числе с учетом диагностики учащихся, используя различные сервисы, например, *Google-формы* [67]. Большие возможности для развития познавательного интереса обучающихся предоставляет им *интерактивная доска*, с помощью которой они могут выполнять задания, изучать представленные на ней материалы и оценивать выполненные задания. Применение наглядности на уроках позволяет сделать их интересными.

В Федеральном государственном стандарте по математике (профильный уровень) указано, что учащиеся должны:

**знать/понимать:**

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения

математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

– значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;

– универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности.

**уметь:**

– вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;

– исследовать функции и строить их графики с помощью производной;

– решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

**Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:** решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа.

Согласно Примерной основной образовательной программы среднего общего образования «для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики выпускник научится на углубленном уровне:

- владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;

- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;

– исследовать функции на монотонность и экстремумы;

– строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром» [56, с. 112].

В результате изучения темы «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» ученик должен [13]:

**«знать/понимать:**

– алгоритм исследования непрерывной функции  $y = f(x)$  на монотонность и экстремумы;

**уметь:**

– применять теоретический материал в практической деятельности;  
– исследовать функции и строить графики с помощью производной».

*Целью изучения данной темы* является учить нахождению промежутков монотонности функции и точек экстремума функции; алгоритму исследования непрерывной функции на монотонность и экстремумы; воспитывать целеустремленность, трудолюбие; развивать познавательный интерес.

*Задачи:*

- сформулировать определение промежутков возрастания и убывания функции;
- рассмотреть алгоритм решения задач на нахождение промежутков монотонности функции, отработать шаги алгоритма;
- рассмотреть алгоритм решения задач на нахождение максимума и минимума функции;
- способствовать развитию логического мышления;
- формировать умение анализировать, сравнивать, обобщать и делать выводы, развивать исследовательские умения;

Учебный материал, рассматриваемый в теме «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы», способствует формированию у школьников познавательного интереса, повышению качества их математических знаний.

Опишем *результаты анализа практического опыта учителей* по данной теме, опубликованного в различных статьях.

В статье «Функциональные модели в задачах на нахождение наибольшего и наименьшего значений» Н.Е. Ляховой, И.В. Шевченко [42] описаны методические рекомендации по преодолению затруднений школьников в ходе решения задач на нахождение интервалов монотонности функции, а также задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. Для развития их познавательного интереса приведены задачи на оптимизацию практической направленности.

А.А. Кривошеевой в статье «Задачи на максимум и минимум, наибольшее и наименьшее значение функции алгебраического, геометрического и тригонометрического содержания» журнала «Международный школьный научный вестник» [39] рассматриваются задачи на оптимизацию алгебраического, геометрического и тригонометрического содержания, которые играют большую роль при реализации межпредметных связей при обучении математике.

На сайте Фестиваль педагогических идей «Открытый урок» [78] имеется достаточное количество конспектов уроков по теме «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» по учебнику А.Г. Мордковича [2].

На сайте «Решу ЕГЭ» [61] можно найти материалы для подготовки школьников к ЕГЭ по математике профильного уровня. В задании 7 «Производная и первообразная» представлены задачи на нахождение промежутков возрастания и убывания функции, определения точек максимума и минимума функции; в задании 12 «Наибольшее и наименьшее значение функций» приведено большое количество задач, часть из которых на типы задач, рассмотренных ниже в Таблице 3.

В элективном курсе Э.Е. Рясной на тему «Производная и её применение» [63] рассмотрению темы «Применение производной к исследованию функций и построению графиков» отводится 1 час.

В программе элективного курса А.В. Трубиной «Курс - практикум по подготовке к ЕГЭ по математике» [73] тема монотонность функции и

экстремумы рассматриваются на занятиях, объединенных в теме «Применение производной», в течение 1 часа. Имеются типовые задания по теме проекта, которые направлены на овладение навыком определения связи между характером монотонности функции и знаком производной, а также между сменой знака производной и наличием точки максимума (минимума) функции.

Интересный материал представлен в статье С.В. Кашкаровой «Применение производной при исследовании функции на монотонность и экстремум» [32]. Во-первых, объяснение данной темы происходит с помощью *мультимедийного комплекса (компьютер, проектор)*. Во-вторых, автор дает «алгоритм нахождения промежутков возрастания и убывания функции», «алгоритм нахождения максимума и минимума функции». Приводятся практико-ориентированные задачи для их будущей профессии.

Таким образом, анализ данной темы в статьях [32; 39; 42] и опыт ее изучения на основе элективных курсов [63; 73] демонстрирует интерес учителей математики и других исследователей к теме «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы».

Представим результаты *анализа теоретического и практического содержания по данной теме.*

*Базовые понятия:*

- понятие производной;
- правила дифференцирования;
- понятие непрерывной функции;
- понятие дифференцируемой функции;
- производные элементарных функций;
- понятие критических и стационарных точек;
- правило нахождения критических и стационарных точек;
- понятие касательной к графику функции; понятие углового коэффициента касательной;



- понятие возрастающей функции на интервале;
- понятие убывающей функции на интервале;
- понятие наибольшего и наименьшего значений функции;
- понятие монотонной функции;
- понятие окрестности точки.

*Рассматриваемые сведения:*

- понятие дифференцируемой функции, возрастающей на промежутке;
- понятие дифференцируемой функции, убывающей на промежутке;
- понятие исследования функции на монотонность;
- понятие точки минимума функции;
- понятие точки максимума функции;
- понятие точек экстремума функции;
- алгоритм нахождения промежутков возрастания и убывания дифференцируемой функции;
- алгоритм (правило, схема) нахождения точек максимума и минимума функции;
- примеры задач на нахождение промежутков возрастания и убывания функции; точек максимума и минимума.

*Теоретический материал.* Анализ содержания темы в учебниках, утвержденных Министерством Просвещения, рассмотрен в таблице 7.

Данная тема в указанных учебниках изучается в 10–11 классах в объеме от 3–х до 10–и часов. Так, на обучение этой теме в учебнике А.Г. Мерзляка отводится 5 ч или 7 ч – на базовом уровне; 8 ч или 10 ч – на профильном уровне, в учебнике С.М. Никольского - 4 ч – на базовом уровне и 6 ч – на профильном уровне, в учебнике Ю.М. Колягина – 4 ч – на базовом уровне; 4 ч или 6 ч – на профильном уровне, в учебнике А.Г. Мордковича – 3 ч на базовом уровне; от 3 до 5 ч – на профильном уровне [13; 44; 57].

Таблица 7 - Содержание темы «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» в учебниках алгебры и начал математического анализа

Учебник	Содержание темы
<p>Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин [7]</p>	<p>Тема «Максимум и минимум функции», «Возрастание и убывание функции» в указанной последовательности рассматриваются в теме «Применение производной» и изучается в 11 классе в главе I «Функции. Производные. Интегралы». Дается теоретический материал о понятии максимума и минимума функции на отрезке; точках максимума и минимума функции; точках локального максимума и минимума; утверждение о локальном экстремуме; в неявном виде - правило нахождения точек максимума и минимума функции; теорема о достаточных условиях монотонности функции; в качестве материала для углубленного изучения приведена тема «Экстремум функции с единственной критической точкой». Разобраны примеры. Предложены задачи на: нахождение максимума и минимума функции на отрезке, интервале, полуинтервале; определение промежутков возрастания и убывания функции на промежутке.</p>
<p>Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Углублённый уровень. 10 класс. А.Г. Мерзляк, Д.А. Немировский, В.М. Поляков [1].</p>	<p>«Признаки возрастания и убывания функции», «Точки экстремума функции» предложены в главе 5 «Производная и ее применение» в 10 классе. Приводятся теоремы – признаки возрастания и убывания дифференцируемой функции на промежутке; связь между знаком производной и возрастанием (убыванием) функции показана с помощью механической интерпретации. Представлены теоремы о точках экстремума функции; схема нахождения точек экстремума функции, описанная в виде алгоритма. Разобраны примеры на заданную тему. В конце учебника в разделе «Дружим с компьютером» приведены задания, для решения которых используются информационные технологии.</p>
<p>Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и углубл. уровни / Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин; под ред. А.Б. Жижченко [9].</p>	<p>Тема изучается в 11 классе в главе III «Применение производной к исследованию функций». В начале изучения материала приводится теорема о возрастания и убывания дифференцируемой функции на промежутке, основанная на ранее изученных понятиях производной и определениях возрастающей и убывающей функции. Приводятся теоремы о необходимом и достаточном условиях экстремума дифференцируемой функции. Даются определения максимума и минимума функции, необходимое и достаточное условия экстремума. Приводятся примеры решения задач.</p>

Продолжение Таблицы 7

Учебник	Содержание темы
Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов [2].	Тема «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» изучается в 10 классе в главе 7 «Производная». Путем рассуждений устанавливается зависимость между знаком производной и характером монотонности функции. Приводятся <i>теоремы о возрастании и убывании дифференцируемой функции на промежутке</i> . Даются определения точек минимума и максимума функции; <i>теоремы о точках экстремума функции</i> . Разобраны соответствующие примеры.

В учебнике А.Г. Мерзляка [1] для 10 класса приводятся *теоремы - признаки* возрастания и убывания функции на промежутке: «Если для всех  $x$  из промежутка  $I$  выполняется неравенство  $f'(x) > 0$ , то функция  $f$  возрастает на этом промежутке (*признак возрастания функции*). «Если для всех  $x$  из промежутка  $I$  выполняется неравенство  $f'(x) < 0$ , то функция  $f$  убывает на этом промежутке (*признак убывания функции*)» [1].

*Определения точек максимума и минимума* функции в учебнике даются на основе понятия окрестности точки  $x_0$ :

«Точку  $x_0$  называют точкой *максимума* функции  $f$ , если окрестность точки  $x_0$  такая, что для всех  $x$  из этой окрестности выполняется неравенство  $f(x) \leq f(x_0)$ » [1].

Точку  $x_0$  называют точкой *минимума* функции  $f$ , если окрестность точки  $x_0$  такая, что для всех  $x$  из этой окрестности выполняется неравенство  $f(x) \geq f(x_0)$ » [1].

В учебнике А.Г. Мерзляка без доказательства представлена *теорема о необходимом условии экстремума*:

«Если  $x_0$  – точка экстремума функции  $f$ , то либо  $f'(x) = 0$ , либо функция  $f$  не является дифференцируемой в точке  $x_0$ ».

Приведено следующее *определение критической точки*: «Внутренние точки области определения функции, в которой производная равна нулю или не существует, называют *критическими точками функции*. Каждая точка

экстремума функции является ее критической точкой, но не каждая критическая точка является точкой экстремума» [1].

В учебнике описаны *теоремы – признаки о точках максимума и минимума функции. Признак о точке максимума функции* представлен с доказательством. После этого приведена упрощенная формулировка этих теорем, которой иногда, по мнению автора, удобно пользоваться:

«Если при переходе через точку  $x_0$  производная меняет знак с плюса на минус, то  $x_0$  – точка максимума; если при переходе через точку  $x_0$  производная меняет знак с минуса на плюс, то  $x_0$  – точка минимума» [1].

Далее представлена *схема нахождения точек экстремума*, описанная в виде алгоритма:

1. «Найти  $f'(x)$ .
2. Исследовать знак производной в окрестностях критических точек.
3. Пользуясь соответствующими теоремами, для каждой критической точки выяснить, является ли она точкой экстремума» [1].

В учебнике А.Г. Мордковича [2] для 10 класса даны *теоремы - признаки возрастания и убывания дифференцируемой функции* на промежутке:

«Если во всех точках открытого промежутка  $X$  выполняется неравенство  $f'(x) \geq 0$  (причем равенство  $f'(x) = 0$  выполняется лишь в отдельных точках и не выполняется ни на каком сплошном промежутке), то функция  $y = f(x)$  *возрастает* на промежутке  $X$ .

Если во всех точках открытого промежутка  $X$  выполняется неравенство  $f'(x) \leq 0$  (причем равенство  $f'(x) = 0$  выполняется лишь в отдельных точках и не выполняется ни на каком сплошном промежутке), то функция  $y = f(x)$  *убывает* на промежутке  $X$ » [2].

В результате рассуждений авторы учебника приводят *теорему*: «Если функция  $y = f(x)$  имеет экстремум в точке  $x = x_0$ , то в этой точке производная либо не существует либо равна нулю» (*необходимое условие экстремума*) [2].

Также ими приведена следующая *теорема (достаточные условия экстремума)*:

«Пусть функция  $y = f(x)$  непрерывна на промежутке  $X$  и имеет внутри промежутка стационарную или критическую точку  $x = x_0$ . Тогда:

- а) если у этой точки существует такая окрестность, в которой при  $x < x_0$  выполняется неравенство  $f'(x) < 0$ , а при этом  $x > x_0$  – неравенство  $f'(x) > 0$ , то  $x = x_0$  – *точка минимума* функции  $y = f(x)$ ;
- б) если у этой точки существует такая окрестность, в которой при  $x < x_0$  выполняется неравенство  $f'(x) > 0$ , а при этом  $x > x_0$  – неравенство  $f'(x) < 0$ , то  $x = x_0$  – *точка максимума* функции  $y = f(x)$ ;
- в) если у этой точки существует такая окрестность, что в ней слева и справа от точки  $x_0$  знаки производной одинаковы, то в точке  $x_0$  экстремума нет» [2].

В данном учебнике приводится *алгоритм исследования непрерывной функции на монотонность и экстремумы*:

1. «Найти производную  $f'(x)$ .
2. Найти стационарные и критические точки.
3. Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.
4. Сделать выводы о монотонности функции и о ее точках экстремума» [2].

В учебнике *С.М. Никольского* [7] для 11 класса задачи на нахождение максимума и минимума функции, промежутков возрастания и убывания функции на промежутке рассматриваются в указанной последовательности в теме «Применение производной».

Вводятся понятия максимума и минимума функции на отрезке; понятия точек максимума и минимума функции; приведены *определения* точек *локального максимума и минимума*:

«Пусть  $f(x)$  имеет производную внутри промежутка  $I$  и критическая точка  $x_0$  лежит внутри  $I$ , тогда:

- а) если в точке  $x_0$  производная меняет знак с «+» на «-», то  $x_0$  – точка локального максимума;
- б) если в точке  $x_0$  производная меняет знак с «-» на «+», то  $x_0$  – точка локального минимума» [7].

Кроме того, точки *локального максимума* и *минимума* авторы называют *точками локального экстремума*. Доказывается утверждение о локальном экстремуме:

«Если функция  $y = f(x)$  имеет производную в точке  $x_0$ , являющейся точкой ее экстремума, то производная в этой точке равна нулю» (*необходимое условие локального экстремума*) [7].

В учебнике С.М. Никольского приведено следующее понятие *критической точки*: «внутренние точки отрезка, в которых производная функции  $f(x)$  равна нулю или не существует, называют *критическими точками функции  $f(x)$  на этом отрезке*» [7].

Указывается в неявном виде *правило нахождения точек максимума и минимума функции*: «при отыскании максимума и минимума функции на отрезке надо найти критические точки, лежащие внутри этого отрезка, и сравнить значения функции на концах отрезка и в критических точках» [7].

В учебнике только *после пункта «Максимум и минимум функции»* описаны *утверждения 1 и 2* о связи знака производной внутри промежутка и поведении самой функции (возрастании, убывании) на промежутке. Отмечается, что они – следствия следующей *теоремы*:

«Пусть функция  $f(x)$  непрерывна на промежутке  $I$  и имеет внутри промежутка производную  $f'(x)$ . Тогда:

- 1) если  $f'(x) > 0$  внутри промежутка  $I$ , то функция *возрастает* на промежутке  $I$ ;

2) если  $f'(x) < 0$  внутри промежутка  $I$ , то функция *убывает* на промежутке  $I$ » [7] (*достаточные условия монотонности дифференцируемой функции*).

Далее указывается, что утверждения 1 и 2 позволяют «определять, является ли критическая точка, у которой производная равна нулю, точкой локального максимума или точкой локального минимума».

Пусть функция  $f(x)$  имеет производную внутри промежутка  $I$  и критическая точка  $x_0$  лежит внутри  $I$ , тогда:

а) если в точка  $x_0$  производная меняет знак с «+» на «-», то точка  $x_0$  - точка локального максимума;

а) если в точка  $x_0$  производная меняет знак с «-» на «+», то точка  $x_0$  - точка локального минимума» [7].

Вместе с этим, в учебнике в качестве материала для углубленного изучения (в отличие от материала для базового уровня) подробно рассматривается тема «*Экстремум функции с единственной критической точкой*». Вводится утверждение:

«Пусть на промежутке  $I$  с концами  $a$  и  $b$  функция  $f(x)$  непрерывна вместе со своей производной  $f'(x)$  и  $x_0$  – единственная точка на интервале  $(a; b)$ , в которой  $f'(x) = 0$ . Тогда если на интервале  $(a; b)$  найдутся точки  $x_1$  и  $x_2$ , такие,  $x_1 < x_0 < x_2$  и:

а)  $f'(x_1) > 0$ ,  $f'(x_2) < 0$ , то в точке  $x_0$  функция  $f(x)$  достигает своего максимума на промежутке  $I$ ;

б)  $f'(x_1) < 0$ ,  $f'(x_2) > 0$ , то в точке  $x_0$  функция  $f(x)$  достигает своего минимума на промежутке  $I$ . Подчеркивается, что этот экстремум единственный» [7].

В учебнике Ю.М. Колягина [9] для 11 класса приводится с доказательством следующая теорема - *признаки возрастания и убывания дифференцируемой функции на промежутке*:

«Пусть функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a; b]$  и дифференцируема на интервале  $(a; b)$ . Тогда если  $f'(x) > 0$  для всех  $x \in (a, b)$ , то функция  $f(x)$  возрастает на отрезке  $[a; b]$ , а если  $f'(x) < 0$ , то она убывает на этом отрезке» [9].

Приводятся следующие определения *точек максимума и минимума функции*:

«Точка  $x_0$  называется *точкой максимума функции*  $f(x)$ , если для всех  $x \neq x_0$  из некоторой окрестности точки  $x_0$  выполняется неравенство  $f(x) < f(x_0)$ .

Точка  $x_0$  называется *точкой минимума функции*  $f(x)$ , если для всех  $x \neq x_0$  из некоторой окрестности точки  $x_0$  выполняется неравенство  $f(x) > f(x_0)$ » [9] (*достаточные условия монотонности дифференцируемой функции*).

Перед *теоремой о достаточном условии экстремума* приводится без доказательства *теорема Ферма о необходимом условии экстремума дифференцируемой функции*, так как строгое ее доказательство выходит за рамки школьного курса математики:

«Пусть функция  $y = f(x)$  определена в некоторой окрестности точки  $x_0$  и дифференцируема в этой точке. Если  $x_0$  - точка экстремума функции  $f(x)$ , то  $f'(x_0) = 0$ » [9].

Под *стационарными точками* понимаются «точки, в которых производная равна нулю; под *критическими точками* - точки, в которых функция не имеет производной или имеет производную, равную нулю» [9].

В учебнике обосновывается *теорема о достаточном условии экстремума функции*:

«Пусть функция  $f(x)$  дифференцируема в некоторой окрестности точки  $x_0$ , кроме, быть может, самой точки  $x_0$  и непрерывна в точке  $x_0$ . Тогда:

- 1) если  $f'(x)$  меняет знак с «-» на «+» при переходе через точку  $x_0$ , то есть в некотором интервале  $(a; x_0)$  производная отрицательна и в



некотором интервале  $(x_0; b)$  положительна, то  $x_0$  – точка минимума функции  $f(x)$ ;

2) если  $f'(x)$  меняет знак с «+» на «-» при переходе через точку  $x_0$ , то  $x_0$  – точка максимума функции  $f(x)$ » [9].

В учебнике А.Г. Мордковича [2], также как и в учебнике Ю.М. Колягина [9] *понятия критических и стационарных точек* разделяют, то есть: внутренние точки области определения функции, в которых производная равна нулю, называют *стационарными*, а внутренние точки области определения функции, в которых функция непрерывна, но производная не существует, – *критическими*. *Критическими точками* в этом учебнике С.М. Никольского, как и в учебнике А.Г. Мерзляка, называются точки, в которых производная равна нулю или её не существует.

Итак, во всех рассмотренных учебниках приведены теоремы о достаточных условиях монотонности функции (признаки возрастания и убывания дифференцируемой функции); теоремы или утверждения о необходимом и достаточном условиях экстремумов функции. Только в учебнике А.Г. Мордковича приведен алгоритм исследования непрерывной функции на монотонность и экстремумы; приводится дополнительный теоретический материал о понятии непрерывной функции, вводятся несколько связанных с ним утверждений; у С.М. Никольского рассматриваются понятия точек локального максимума и минимума функции, утверждение о необходимом условии локального экстремума. Дается отдельный пункт с задачами на максимум и минимум функции, в том числе разобранными примерами.

В учебниках А.Г. Мерзляка и С.М. Никольского приводится (схема, правило) нахождения точек максимума и минимума функции.

*Задачный материал.*

Анализ задачного материала, рассмотренного в учебниках и задачниках [1; 2-3; 7; 9], представлен в таблице 8.

Таблица 8 - Распределение задачного материала по уровню учебной деятельности

Учебник, задачник	Репродуктивный уровень	Частично-поисковый уровень	Творческий уровень
Номера задач по учебнику			
Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин [7]	№№ 5.49-5.58	№№ 5.59-5.61, 5.79-5.81	№№ 5.79-5.81, 5.98, 5.101
Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Углублённый уровни. 10 класс. А.Г. Мерзляк, Д.А. Немировский, В.М. Поляков [1].	№№ 41.1-41.5, 41.7-41.9, 41.12-41.15; 42.1-42.3; 42.6-42.11, 42.14-32.17	№№ 41.6, 41.10, 41.11, 41.16-41.17, 42.4, 42.5, 42.12-42.13, 42.18-42.28	№№ 41.18-41.31; 42.22-42.23, 42.29-42.34
Математика: алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и углубл. уровни / Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин; под ред. А.Б. Жижченко [9]	№№ 267-269, 275-277	№№ 270-271, 278-279	№№ 272-273, 274, 280
Алгебра и начала математического анализа. 10 класс в 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / [А.Г. Мордкович и др.] [3]	№№ 44.1-44.33	№№ 44.43-44.54, 44.59-44.69	№№ 44.26-44.28, 44.34, 44.55, 44.58, 44.70-44.74

Объем задачного материала наиболее широко представлен в задачнике А.Г. Мордковича [3], в котором задания составлены автором с учетом различной степени сложности.

В таблице 9 приведена типология задачного материала по требованию по учебнику алгебры и начал математического анализа 10 класса А.Г. Мордковича, в соответствии с которым можно выделить несколько *типов задач*.

Таблица 9 - Типология задачного материала по требованию по учебнику А.Г. Мордковича

«Нахождение промежутков возрастания и убывания функции» [3]	«Нахождение точек максимума и минимума функции» [3]	«Нахождение интервалов монотонности и точек экстремума функции» [3]	«Исследование функции на монотонность и построение графика» [3]	«Исследование функции на монотонность и экстремумы и построение графика» [3]
Номера задач по учебнику				
№№ 44.1-28, 44.31-44.35	№№ 44.39-44.40, 44.42-44.44, 44.48-44.58	№№ 44.41, 44.59-44.76	№№ 44.29-44.30,	№№ 44.63-44.68

Приведем некоторые из них:

1) на *нахождение промежутков возрастания и убывания функции*.

**Задача № 44.20 (а).** «Определите промежутки монотонности функции:

а)  $y = x^3 + 2x$ » [3, с. 255].

**Решение.**

$$y = x^3 + 2x;$$

$$y' = (x^3)' + (2x)' = 3x^2 + 2;$$

$3x^2 \geq 0$ , значит  $y' > 0$  при любом значении  $x$ .

Ответ: возрастает на промежутке  $x \in (-\infty; +\infty)$ .

2) на *нахождение точек максимума и минимума функции*.

**Задача № 44.48 (а).** «Найдите точки экстремума заданной функции и определите их характер» [3, с. 262].

**Решение.**

$$y = 2x^2 - 7x + 1;$$

$$y' = 2(x^2)' - (7x - 1)' = 2 \cdot 2x - 7 = 4x - 7;$$

Промежуток возрастания:  $4x - 7 \geq 0$ ;  $4x \geq 7$ , отсюда  $x \geq \frac{7}{4}$ .

Ответ:  $x = \frac{7}{4}$  – точка минимума функции.

3) нахождение интервалов монотонности и точек экстремума функции.

**Задача № 44.59 (а).** «Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы:

а)  $y = \sin x - \frac{1}{2}x$ » [3, с. 263].

**Решение.**

$$y' = (\sin x)' - \frac{1}{2}(x)' = \cos x - \frac{1}{2}.$$

$$\text{Промежуток возрастания: } \cos x - \frac{1}{2} \geq 0;$$

$$\cos x \geq \frac{1}{2};$$

$$-\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in Z.$$

Ответ: возрастает при  $x \in [-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n]$ ,  $n \in Z$ ; убывает при  $x \in [\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n]$ ,  $n \in Z$ ;  $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n$ ,  $n \in Z$  – точки минимума функции,  $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ ,  $n \in Z$  – точки максимума функции.

Отметим, что все три типа задач по требованию есть также в других рассматриваемых учебниках. Так, в учебнике С.М. Никольского: 7 задач первого типа, 4 задачи второго и 11 задач третьего типов. В учебнике Ю.М. Колягина: 7 задач первого типа, 5 задач второго и 10 задач третьего типов.

Таким образом, анализ учебников и задачников [1; 2-3; 7; 9] показал, что тема «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» представлена во всех учебниках, причем наиболее полно раскрыта в учебнике А.Г. Мордковича. Задачный материал в данных учебниках и задачниках достаточно богатый и различной степени сложности. Имеются также задачи на развитие познавательного интереса - задачи практического характера на нахождение максимума и минимума. В учебнике

А.Г. Мерзляка в разделе «Дружим с компьютером», имеются задания на применение информационных технологий, в том числе по теме «Производная и ее применение», которые связаны с поиском информации в Интернете, а также с выполнением действий в текстовом редакторе, составлением алгоритмов и подпрограмм.

Учебник А.Г. Мордковича [2] является основным учебником алгебры и начал математического анализа для математического профиля, выбранным при разработке проекта.

Тема проекта в данном учебнике относится к Главе 7 «Производная» и раскрывается в параграфах §44 «Применение производной для исследования функций» и §45 «Построение графиков функций», в которых рассматриваются вопросы исследования функций на монотонность и экстремумы, исследования и построения графиков функций; дается *алгоритм исследования непрерывной функции  $y = f(x)$  на монотонность и экстремумы.*

В авторской программе [57] отмечается, что в результате изучения темы учащиеся должны:

- «исследовать функции на монотонность;
- находить наибольшее и наименьшее значение функции;
- строить графики многочленов и простейших элементарных функций с использованием аппарата математического анализа».

На изучение темы «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» по программе А.Г. Мордковича для *профильного уровня* отводится 4 часа.

Таким образом, выбор учебника А.Г. Мордковича [2] обоснован *следующими причинами:*

- учебник входит в федеральный перечень учебников, допущенных Министерством Просвещения Российской Федерации, к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию

образовательных программ среднего общего образования образовательных учреждений;

– учебник соответствует ФГОС СОО и в качестве приоритетной реализует функционально-графическую линию, с помощью которой возможно описание реальных ситуаций окружающей действительности;

– в учебнике представлен *алгоритм исследования непрерывной функции на монотонность и экстремумы*; наиболее полно раскрыто теоретическое и практическое содержание темы «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы»;

– содержание учебного материала темы позволяют изучать ее как на базовом, так и на профильном уровнях;

– в данном учебнике *представлено* большое количество задач на отыскание промежутков монотонности функции, точек экстремума, четко сформулирован *алгоритм*, подробно рассмотрены примеры. Также представлены задачи на нахождение промежутков возрастания и убывания функции, точек экстремума параметром, что развивает познавательный интерес обучающихся.

Как было отмечено, на обучение этой теме на профильном уровне, в учебнике С.М. Никольского [7] отводится 6 ч, в учебнике Ю.М. Колягина [9] – 4 ч или 6 ч, в учебнике А.Г. Мордковича [2] – от 3 до 5 ч, в учебнике А.Г. Мерзляка [1] – 8 ч или 10 ч.

Спроектируем изучение темы «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» с использованием учебных заданий, развивающих познавательный интерес, по учебнику А.Г. Мордковича на 4 ч в соответствии с требованиями новых образовательных стандартов к типам уроков в зависимости от их целей. На примере этой темы рассмотрим применение технологии работы с правилом

(алгоритмом), проиллюстрированной в пособии под ред. Т.А. Ивановой [30], и информационных технологий.

**Урок 1-2.** *Тип урока: урок открытия новых знаний, обретения новых умений и навыков.*

*Учебная задача урока:* создать условия для формирования у учащихся умения с помощью производной исследовать функцию на монотонность и экстремумы.

*Диагностируемые цели.* По окончании урока каждый ученик:

- воспроизводит модель алгоритма исследования непрерывной функции на монотонность и экстремумы;
- выделяет последовательность элементарных операций, входящих в алгоритм;
- решает задачи на применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы.

#### ***Мотивационно-ориентировочная часть.***

***Этап актуализации прежнего опыта.*** Учитель показывает классу мультимедийную презентацию. Слайд 2 содержит вопросы:

- Что такое область определения функции?
- Что такое множество значений функции?
- В каком случае функция называется возрастающей?
- В каком случае функция называется убывающей?
- Какие точки называют точками экстремума функции?

***Этап мотивации (проблемной ситуации).*** Учащиеся выполняет задания (слайды 3-5 презентации).

По графику функции (рисунок 6) определите основные свойства функции:

- область определения;
- область значений;
- на каких промежутках функция возрастает;
- на каких промежутках функция убывает;

- точки экстремума функции.

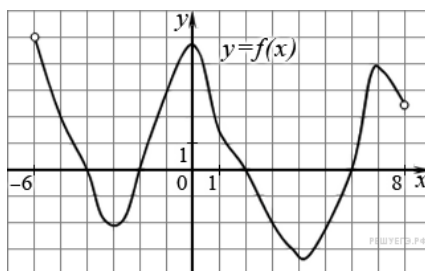


Рисунок 6 – К этапу мотивации

- Какие вы знаете способы задания функции?
- Какой способ задания функции самый наглядный? (графический)
- Как построить график функции? (по точкам).
- Всегда – ли подойдет данный способ построения графика функции?

*Учитель* предлагает обучающимся отметить в системе координат две точки какого-нибудь графика функции; предположить и показать, как будет выглядеть график функции между этими точками; сделать вывод.

*Ученики* в тетрадях и на доске строят эскизы графиков функций.

*Учитель:* Всегда ли подойдет этот способ? (Нет. Такой способ подойдет для графика элементарной функции. Для сложной функции трудно предположить поведение графика).

**Этап постановки учебной задачи.** *Вопросы учителя:*

- Как же нам выполнить это задание? Какая перед нами стоит задача? Какой есть алгоритм для определения вида графика функции?
- Исследовать поведение графика функции поможет ее производная.
- Сформулируйте тему и цель нашего сегодняшнего урока. (Учащиеся записывают в тетрадях тему урока: «Применение понятия производной к исследованию функций»; формулируют его цель: разработать алгоритм исследования функции на монотонность и экстремумы).

**Этап планирования решения учебной задачи** происходит в форме фронтальной беседы.



Между характером монотонности функции и знаком её производной есть определенная связь.

Давайте попробуем установить эту связь.

### ***Операционно-познавательная часть.***

***Этап преобразования условий задачи.*** Учитель:

- Итак, вам надо изучить вопрос о связи производной функции с точками экстремума и промежутками монотонности функции.

***Этап моделирования алгоритма.*** Учитель предлагает учащимся сформулировать алгоритм исследования непрерывной функции на монотонность и экстремумы.

Начинается *групповая работа*. Задания группам демонстрируются на экране *проектора*, и дубликат его выдается в печатном виде для каждой группы.

*Учащиеся* в группах «открывают» зависимость между свойствами монотонности функции, экстремумами и знаками производной.

Каждая группа получает план проведения исследования.

Затем учащиеся должны сделать выводы по заданию и представить их остальным.

### **1 группа**

Установите связь между знаком производной и *промежутками возрастания функции*:  $y = x^4 - 2x^2 - 3$ .

1. Постройте график функции.
2. Найдите производную данной функции. Постройте график производной.
3. Рассмотрите графики функции и ее производной.
4. Найдите интервалы возрастания функции и рассмотрите эти промежутки на графике производной. Как расположены эти промежутки: выше или ниже оси  $x$ ?
5. Заполните таблицу 10:

Таблица 10 – К вопросу №5 для группы 1

x					
$f'(x)$					
$f(x)$					

6. Сформулируйте выводы о том, как связан знак производной с интервалами монотонности функции.

7. Опишите связь между знаком производной и интервалами монотонности функции.

### 2 группа

Установите связь между знаком производной и *промежутками убывания функции*  $y = x^4 - 2x^2 - 3$ .

1. Постройте график функции.

2. Найдите производную данной функции. Постройте график производной.

3. Рассмотрите графики функции и ее производной.

4. Найдите интервалы возрастания функции и рассмотрите эти промежутки на графике производной; Как расположены эти промежутки: выше или ниже оси  $x$ ?

5. Заполните таблицу 11:

Таблица 11 – К вопросу №5 для группы 2

x					
$f'(x)$					
$f(x)$					

6. Сформулируйте выводы о том, как связан знак производной с интервалами монотонности функции.

7. Опишите связь между знаком производной и интервалами монотонности функции.

### 3 группа

Установите связь между знаками производной и *точками экстремума* (максимума) функции  $y = x^3 + 3x^2 - 1$ .

1. Постройте график функции.
2. Найдите производную данной функции. Постройте график производной.
3. Изучите графики функции и график ее производной. Ответьте на вопросы:
  - В какой точке функция принимает максимальное значение.  $X = \dots$
  - Что вы наблюдаете на графике производной слева и справа от точки  $X$ .
  - Как меняется знак производной слева и справа от точки  $X$ .
4. Сформулируйте вывод о том, какая связь между точками максимума функции и знаками производной.

Вывод: Если в точке  $x_0$  производная меняет знак с  $\dots$  на  $\dots$ , то  $x_0$  является точкой максимума функции.

Таким образом, точка  $x = \dots$  является точкой максимума функции.

### 4 группа

Установите связь между знаками производной и *точками экстремума* (минимума) функции  $y = x^3 + 3x^2 - 1$ .

1. Постройте график функции.
2. Найдите производную данной функции. Постройте график производной.
3. Изучите графики функции и график ее производной. Ответьте на вопросы:
  - В какой точке функция принимает минимальное значение.  $X = \dots$
  - Что вы наблюдаете на графике производной слева и справа от точки  $X$ .
  - Как меняется знак производной слева и справа от точки  $X$ .
4. Сформулируйте вывод о том, какая связь между точками минимума функции и знаками производной.

Вывод: Если в точке  $x_0$  производная меняет знак с ... на ... , то  $x_0$  является точкой минимума.

Таким образом, точка  $x = \dots$  является точкой минимума функции.

**Этапы формулирования алгоритма и его построение.** Учителем задаются вопросы:

- Сформулируйте алгоритм исследования непрерывной функции  $y = f(x)$  на монотонность и экстремумы.

- Сравните алгоритм, который вы сформулировали с соответствующим алгоритмом в учебнике.

- Какие элементарные операции входят в алгоритм.

- Какая операция в алгоритме является для вас новой?

**Этап осознания алгоритма в процессе решения дидактических задач.** Учителем предлагается учащимся выполнить задания, сопоставляя каждое свое действие с записанным алгоритмом.

Учащиеся выполняют первый цикл вышеприведенных упражнений.

### **Рефлексивно-оценочная часть.**

**Этап соотнесения полученных результатов с учебной задачей.** (Слайды 10-11 презентации). Учитель задает учащимся следующие вопросы:

- Какая задача стояла перед нами в начале урока?

- Можно считать, что мы ее решили?

**Этап осмысления прежнего опыта, с помощью которого получен новый алгоритм.** Вопросы учителя:

- Какие знания помогли нам «открыть» новый алгоритм?

- Применяя этот алгоритм, мы смогли исследовать функцию, на промежутки монотонности и экстремумы.

**Этап прогнозирования применения алгоритма.** Учитель задает учащимся следующие вопросы:

- Можем ли мы утверждать, что алгоритм исследования непрерывной функции на монотонность и экстремумы вами выучен?

- Умеете ли вы его применять для любых непрерывных функций?

- Какие случаи показались для вас более сложными?

- Какие цели, по вашему мнению, следующих уроков по данной теме?

В результате беседы и обсуждения ответов на поставленные вопросы учащиеся приходят к выводу, что им надо будет дома выучить алгоритм, так как на следующем уроке они будут учиться его применять.

**Этапы контроля (самоконтроля) усвоения алгоритма.** В ходе данного этапа учащиеся с помощью учителя овладевают способами и критериями самоконтроля; учитель выявляет у них затруднения в освоении изучаемого алгоритма.

*Ученики* самостоятельно выполняют задания *учителя*, а затем контролируют выполнение каждого из них, с фиксацией знаками рядом с решением в соответствии с таблицей 12:

Таблица 12 – Оценивание заданий учениками

+	-	±
Уверен в правильности решения	Не знаю, как решить	Не уверен в правильности решения

Задания демонстрируются на экран с помощью *документ-камеры и проектора*:

**Задание 1.** Докажите, что заданная функция возрастает:

а)  $y = x^5 + 3x - 6$  на  $(-\infty; +\infty)$ ;

**Задание 2.** Докажите, что заданная функция убывает:

а)  $y = -x^3 - 5x + 3$  на  $(-\infty; +\infty)$ ;

б)  $y = -2x^5 - 7x^3 - x + 8$  на  $(-\infty; +\infty)$ ;

**Задание 3.** Определите промежутки монотонности функции:

а)  $y = x^3 + 2x$ .

**Задание 4.** Найдите точки экстремума заданной функции и определите их характер:

а)  $y = 2x^2 - 7x + 1$ ; б)  $y = 4x^2 - 6x - 7$ ;

*Учитель* проверяет работы, не исправляя ошибки учеников, но записывая их в свою тетрадь.

На основе их анализа учитель составляет вторую работу в виде теста с несколькими вариантами решений, взятых из первых работ учащихся.

*Ученики* сначала индивидуально решают тесты, затем обсуждают решения в группах.

На заключительном этапе учитель раздает тетради с первой работой, ученики заново выполняют задания, в которых, как они считают, допустили ошибки. После этого учитель ставит оценки.

**Этап оценки (самооценки) учебной деятельности.** Целью данного этапа является оценка учащимися своей деятельности.

*Ученик* получает ответы на вопросы:

- Чем был полезен урок;
- Что было интересно;
- Какие были затруднения при изучении материала урока;
- Какое мое участие в получении нового алгоритма и т.д.

Завершая урок, *учитель* оценивает работу учащихся.

**Урок 3.** *Тип урока: урок комплексного применения знаний и умений.*

*Цель:* совершенствовать навыки нахождения промежутков монотонности и экстремумов непрерывной функции.

*Задачи:*

- закрепить навыки решения задач по данной теме;
- содействовать воспитанию интереса к математике и ее приложениям, активности, умению общаться;
- развивать познавательный интерес учащихся к предмету;
- продолжить развитие логического мышления и вычислительной культуры учащихся.

**Демонстрационный материал:** СД Математика 5-11: «Применения производной. Экстремумы функции»; «Признаки возрастания и убывания функции».

Приведем примеры некоторых решаемых заданий из прототипов к ЕГЭ по математике профильного уровня по теме «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы».

Решения выполняются учащимися на *компьютере*, индивидуально, в виде *диагностического теста сайта «Решу ЕГЭ»* [61].

**Задача 1.** «На рисунке 7 изображен график производной функции  $f(x)$  определенной на интервале  $(-6; 6)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

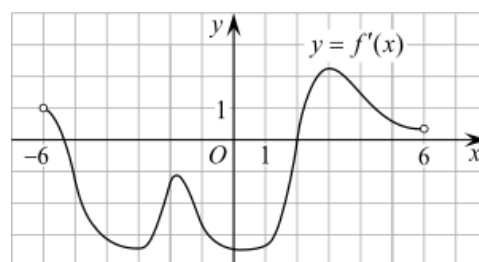


Рисунок 7 – К задаче 1

**Решение.** Промежутки возрастания данной функции  $f(x)$  соответствуют промежуткам, на которых ее производная неотрицательна, то есть промежуткам  $(-6; -5,2]$  и  $[2; 6)$ . Данные промежутки содержат целые точки 2, 3, 4 и 5. Их сумма равна 14» [61]. Ответ: 14.

**Задача 2.** Найдите точку максимума функции:  $y = \ln(x + 5) - 2x + 9$ .

**Решение.** «Функция определена и дифференцируема на  $(-5; +\infty)$ .

Найдем производную заданной функции:  $y' = \frac{1}{x+5} - 2$ .

Найдем нули производной:  $\frac{1}{x+5} - 2 = 0$ ;  $x = -4,5$ .

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке 8 поведение функции:

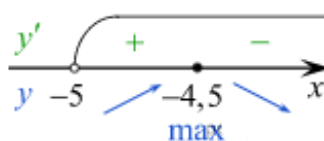


Рисунок 8 – К задаче 2

Искомая точка максимума  $x = -4,5$ » [61].

Ответ:  $-4,5$ .

**Задача 3.** «На рисунке 9 изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 12)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$ .

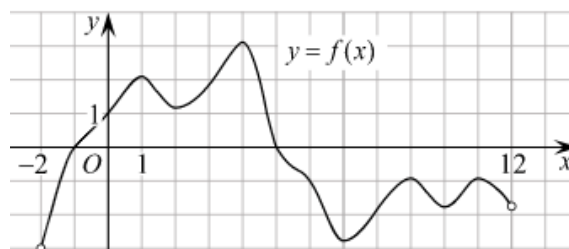


Рисунок 9 - К задаче 3

**Решение.**

Заданная функция имеет максимумы в точках 1, 4, 9, 11 и минимумы в точках 2, 7, 10. Поэтому сумма точек экстремума равна  $1 + 4 + 9 + 11 + 2 + 7 + 10 = 44$ » [61].

Ответ: 44.

**Задача 4.** «На рисунке 10 изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 14)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-6; 9]$ .

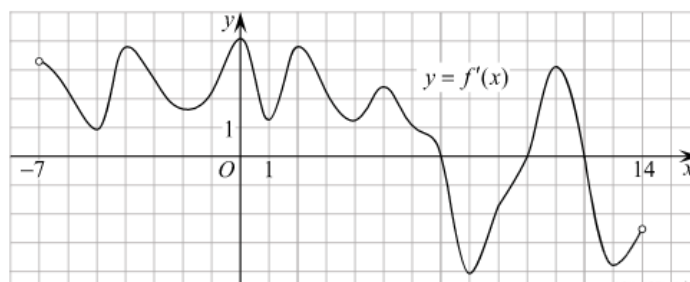


Рисунок 10 - К задаче 4

**Решение.**

Точки максимума соответствуют точкам смены знака производной с положительного на отрицательный.

На отрезке  $[-6; 9]$  функция имеет одну точку максимума  $x = 7$ » [61].

Ответ: 1.

**Задача 5.** «На рисунке 11 изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 12)$ .



Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.

**Решение.** Если функция непрерывна на отрезке  $[a; b]$ , а её производная положительна (отрицательна) на интервале  $(a; b)$ , то функция возрастает (убывает) на отрезке  $[a; b]$ .

Производная функции отрицательна, на интервалах  $(-1; 5)$  и  $(7; 11)$ . Значит, функция убывает на отрезках  $[-1; 5]$  длиной 6 и  $[7; 11]$  длиной 4. Длина наибольшего из них 6» [61].

Ответ: 6.

**Задача 6.** «На рисунке 12 изображён график производной  $y = f'(x)$  функции и восемь точек на оси абсцисс:

В скольких из этих точек функция убывает?

Ответ: 5.

На тему «Применение производной для исследования функции на монотонность и экстремумы» для профильного уровня отводится 4 часа.

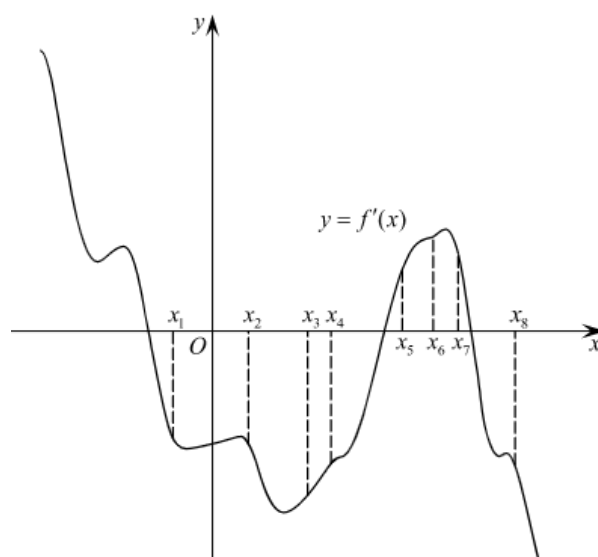


Рисунок 11 - К задаче 5

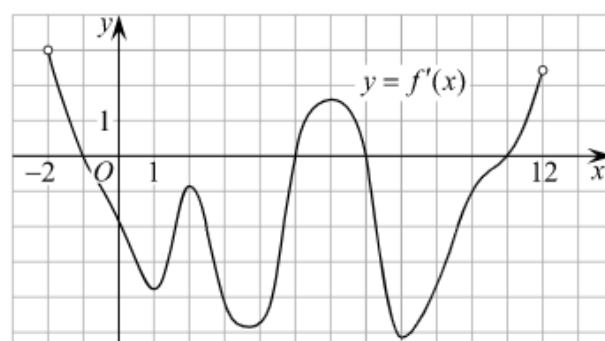


Рисунок 12 - К задаче 6

**Решение.** Убыванию дифференцируемой функции  $f(x)$  соответствуют отрицательные значения её производной.

Производная отрицательна в точках  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_8$ : точки лежат ниже оси абсцисс, их ординаты отрицательны. Таких точек 5» [61].

На последнем из уроков целесообразно провести итоговый контроль в форме *самостоятельной работы*.

На основе пособия Л.А. Александровой [14], подготовленного под редакцией А.Г. Мордковича, был составлен *примерный вариант самостоятельной работы*.

*Примерный вариант заданий самостоятельной работы:*

**Задание 1.** Исследуйте функцию на монотонность:  $y = \frac{x^3}{3} + 5\frac{x^2}{2} - 6x - 19$ .

**Задание 2.** При каких значениях параметра  $p$  функция  $y = -x^3 + px^2 - 3x + 16$  убывает на всей числовой прямой?

**Задание 3.** Найдите точки экстремума и определите их характер:

$$y = -\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3.$$

**Задание 4.** При каком значении  $a$  минимум функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + a$  равен  $-3$ ?

*Ответы к заданиям самостоятельной работы:*

1. Убывает при  $x \in [2; 3]$ , возрастает при  $x \in [-\infty; 2] \cup [3; +\infty]$ .

2.  $p \in [-3; 3]$ .

3.  $x_{\min} = -4$ ;  $x_{\max} = 0$ .

4.  $a = 6$ .

Умение решать задания по данной теме определяется верным выполнением задач 1-4 в предлагаемой *самостоятельной работе*, оцениваемых 6 баллами: задания №1, 3 – по 1 баллу, задания №2, 4 – по 2 балла.

Отметка «5» ставится за 6 баллов; отметка «4» – за 5 баллов; отметка «3» – за 3-4 балла; отметка «2» – за 0-2 балла.

Таким образом, использования технологии обучения алгоритмам и информационных технологий при обучении теме «Применение производной для исследования функции на монотонность и экстремумы» способствует развитию познавательного интереса обучающихся старших классов.

### 2.3 Педагогический эксперимент и его результаты

На базе МБУ «Школа №23» г.о. Тольятти в 2020-2021 учебном году проводился *педагогический эксперимент*, состоящий из трех этапов (констатирующий; поисковый; контролирующий).

В эксперименте приняли участие 46 человек: 19 учащихся 10А и 27 учащихся 11А класса. Школьники обучаются по учебнику Ю.М. Колягина.

Апробация результатов исследования осуществлялась учителем математики школы М.В. Соколовой.

Отметим, что в контрольном классе (10А) изучал математику по традиционной методике без компьютерной поддержки; в экспериментальном классе (11А) обучение математике осуществлялось в условиях применения информационных технологий.

При этом учителем использовались: компьютер, устройство многофункциональное (принтер/сканер/копир), проектор, экран, интерактивная доска, документ - камера (программное обеспечение), электронные образовательные ресурсы, электронные версии пособий «Современные Образовательные Технологии. Система инновационных средств обучения на уроке» [17; 79-80], мультимедийные приложения к урокам [74-75].

Оценка результатов констатирующего и контролирующего этапов эксперимента осуществлялась с помощью методов *тестирования* и *анкетирования*.

Целью данных этапов было выявление уровня развития познавательного интереса учащихся к изучению математики.

*Уровни развития познавательного интереса* у старшеклассников определялись с помощью теста, разработанного Е.В. Ненаховой [51, с. 209] и адаптированного нами под школьный курс математики.

Вопросы теста представлены в Приложении А.

*Критерии оценки:* 0-14 баллов - уровень познавательного интереса ниже среднего; 15-23 балла - средний уровень познавательного интереса; 24-30 баллов - уровень познавательного интереса выше среднего.

Кроме того, для *определения интенсивности познавательных интересов* старшеклассников нами проводилось анкетирование родителей данных классов исходя из их наблюдений за учащимися. Это исследование было осуществлено с помощью анкеты психолога К.Н. Волкова [23, с. 18], составленной им на основе книги В.С. Юркевич [86, с. 62]. Вопросы анкеты представлены в Приложении Б.

*Критерии оценки:* от 17 до 25 баллов - познавательная потребность выражена сильно; 12-16 баллов - умеренно; меньше 12 баллов - слабо.

*Примечание.* Ответы *а* свидетельствуют о сильно выраженной познавательной потребности, *б* - об умеренной, *в* - о слабо выраженной познавательной потребности.

Приведем результаты констатирующего этапа эксперимента (таблицы 13-14, рисунок 13).

Таблица 13 - Уровень познавательного интереса на констатирующем этапе эксперимента

Класс	Количество учеников	Выше среднего	Средний	Ниже среднего
10А	19	1 (5%)	8 (42%)	10 (53%)
11А	27	1 (4%)	10 (37%)	16 (59%)

Таблица 14 – Интенсивность познавательных интересов на констатирующем этапе эксперимента

Класс	Количество учеников	Выражена сильно	Выражена умеренно	Выражена слабо
10А	19	5 (26%)	11 (58%)	3 (16%)
11А	27	6 (22%)	16 (59%)	5 (19%)

По результатам констатирующего этапа эксперимента были сделаны следующие выводы: у больше половины учеников 10А и 11А класса уровень

познавательного интереса ниже среднего, у 4-5% уровень познавательного интереса выше среднего; слабо выраженная интенсивность познавательных интересов в обоих классах около 20%, причем у 11А класса выше.

На рисунке 13 видно, что процентное отношение учеников с умеренно выраженной интенсивностью познавательных интересов и в 10А, и в 11А классах примерно одинаковое – около 60%.

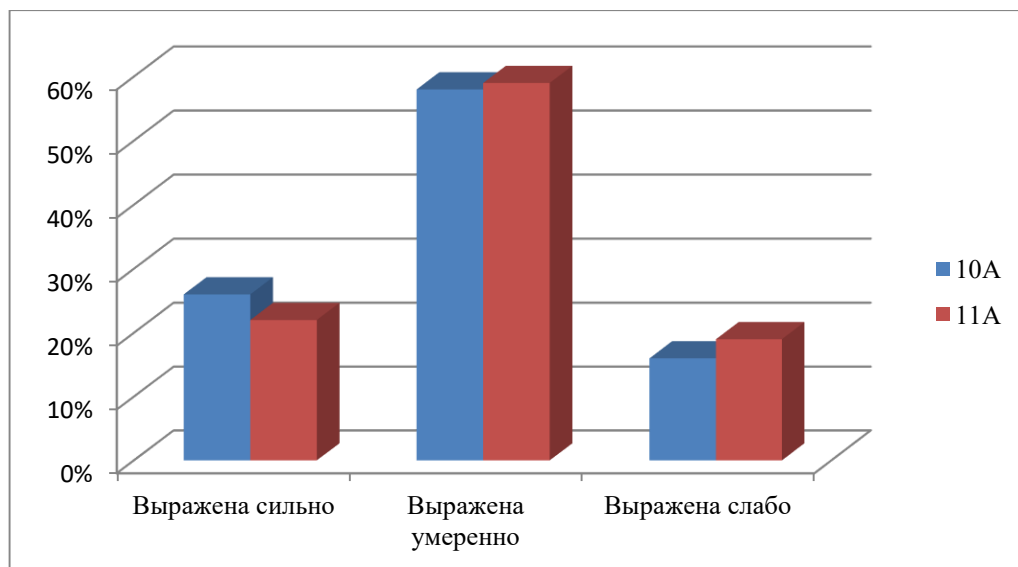


Рисунок 13 – Диаграмма результатов исследования интенсивности познавательных интересов на констатирующем этапе эксперимента

На *поисковом этапе эксперимента* в 2020-2021 учебном году в 11А класса (как экспериментальном) в первом полугодии была осуществлена апробация методики развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с использованием информационных технологий при изучении учащимися темы «Элементарные преобразования графиков функций», описанной нами в параграфе 2.1; во втором полугодии - *программы элективного курса «Доказательство неравенств с помощью производной»* также с применением информационных технологий, направленной на углубление, обобщение

знаний и умений обучающихся 10-11 классов по алгебре и началам математического анализа в общеобразовательных классах.

Остановимся подробнее на *программе элективного курса*, которая была рассчитана на 17 часов (1 ч. в неделю) и может быть также использована и в классах с углубленным или профильным изучением математики.

*Актуальность* данной программы определялась тем, что:

1. При изучении темы «Доказательство неравенств с помощью производной» у учащихся развиваются логическое мышление, пространственное воображение, формируется графическая культура.

2. Задачи по теме «Применение производной» включены в задания ЕГЭ по математике.

Педагогическая целесообразность этого элективного курса заключается в создании методических рекомендаций, дидактического материала для использования учителями на занятиях для углубленного изучения математики на основе анализа соответствующей методической литературы.

*Цель курса:* систематизация и расширение знаний обучающихся о понятии неравенства и методах их решения.

*Задачи курса:*

- познакомить обучающихся с методикой решения неравенств, которые не рассматриваются в школьной программе;
- формировать логическое мышления обучающихся;
- развивать познавательный интерес обучающихся при обучении математике;
- развивать у обучающихся творческие способности;
- познакомить обучающихся с историей решения неравенств;
- развивать у обучающихся навыки самообразования;
- способствовать выбору обучающимися дальнейшего профиля обучения.

*Отличительные особенности* данного элективного курса являлась возможность обучающихся познакомиться с различными методами решения

неравенств, с новыми свойствами и теоремами, применяемыми при их решении, что будет способствовать повышению познавательного интереса к изучению математики и саморазвитию обучающихся.

*Новизна* программы заключается в том, что данный курс показывает обучающимся различные способы решения задач на доказательство неравенств. Содержание представленного материала не изучается в курсе математики общеобразовательной школы. Изучив этот курс, школьники получили возможность научиться доказывать неравенства как простые, так и более сложные с помощью понятия производной.

*Форма занятий:* урок - лекция, урок - практикум, урок обобщения, урок самостоятельного решения задач, учебно-исследовательская конференция.

В *результате изучения* программы данного элективного курса обучающиеся учились: решать прикладные и экономические задачи с помощью производной; выполнять самостоятельный поиск способов решения задач, в том числе прикладных; использовать понятие производной для нахождения наибольшего и наименьшего значения функции; применять понятие производной к доказательству неравенств.

*Основными формами подведения итогов* реализации данной образовательной программы являлись: решение задач; сообщения из истории математики; самостоятельное решение задач; итоговая контрольная работа; защита проектов. Содержание программы представлено ниже в таблице 15.

Отметим, что в начале изучения курса обучающимися были определены самостоятельно темы проектов, но при этом они корректировались учителем.

Школьники воспользовались ниже предложенной *тематикой проектов*:

1. Числовые неравенства и их свойства.
2. Разнообразные приемы и способы решения неравенств.
3. Роль неравенств в математике.
4. Основные методы доказательства числовых неравенств.
5. Частные случаи неравенства Коши и его применение.
6. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.

Таблица 15 – Учебно-тематическое планирование элективного курса «Доказательство неравенств с помощью производной»

<i>Содержание темы</i>	<i>Кол-во часов</i>	<i>Виды занятий</i>
<i>I. Вводное занятие. Историческая справка.</i>	<i>1</i>	
Вводное занятие. Историческая справка.	1	Урок обобщения.
<i>II. Изучение и повторение теоретического материала по теме «Производная».</i>	<i>4</i>	
Основные правила и формулы дифференцирования.	1	Урок-лекция Урок практикум
Физический и геометрический смысл производной.	2	Урок-лекция Урок практикум
Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.	1	Урок-лекция Урок практикум
<i>III. Использование производных при решении и доказательстве неравенств.</i>	<i>12</i>	
Сравнение чисел с помощью производной	1	Урок практикум
Теорема Лагранжа.	2	Урок-лекция
Решение неравенств (в том числе при помощи теоремы Лагранжа).	2	Урок практикум
Исследование производной при доказательстве и решении неравенств.	2	Урок-лекция Урок практикум
Решение экономических задач с использованием производной	2	Урок практикум
Итоговая контрольная работа.	1	Урок самостоятельного решения задач.
Защита проектов.	2	Учебно-исследовательская конференция.

Приведем *план работы* по каждому из выбранных *проектов*:

1. Выбор задач по данной тематике.
2. Решение задач.
3. Презентация решений задач по теме.

Некоторые проекты были выполнены обучающимися индивидуально, основная часть - в группе (2-3 человека). При написании группового проекта школьниками совместно с учителем были распределены задания для каждого из проектов. Защищали проекты школьники на учебно-исследовательской



конференции. В дальнейшем лучшие работы были отобраны для участия в школьной, городской научных конференциях.

#### *Список литературы для учителя*

1. Балк М. Доказательство неравенств с помощью производной / М. Балк, Ю. Ломакин // Квант. 1979. №10. С. 36-38.
2. Бродский Я.С. Производная и интеграл в неравенствах, уравнениях, тождествах / Я.С. Бродский, А.К. Слипенко. М.: Наука, 2003. 120 с.
3. Виленкин Н.Я. Функция в природе и технике [Электронный ресурс]: кн. для внекласс. чтения IX-X кл. 2-е изд., испр. М.: Просвещение, 1985. С. 88; 94. URL: <https://www.chipmaker.ru/files/file/9050/>.
4. Глейзер Г.И. История математики в школе. М.: Просвещение, 1983. С. 42.
5. Дорофеев Г.В. Применение производных при решении задач в школьном курсе математики / Г.В. Дорофеев // Математика в школе. 1980. №5. С. 12-21. №6. С. 24-30.

Кроме того, в ходе поискового этапа эксперимента на различных этапах урока ученикам предлагалось самостоятельно оценить уровень усвоения ими учебного материала, пользуясь компьютером.

Для отслеживания результативности было предложено в конце каждого урока оценивать восприятие материала в экспериментальном 11А классе при помощи сканирования «QR-кода» с последующим заполнением формы Google, содержащей варианты ответов: «понравилось», «не понравилось», «не совсем».

В контрольном 10А классе - при помощи «Копилки впечатлений» (таблица 16), куда учащиеся опускают жетоны красного, желтого и зеленого цвета.

После первичной апробации предлагаемых в исследовании материалов в обоих классах была проведена повторная диагностика уровня развития познавательного интереса учащихся к изучению математики

(контролирующий этап эксперимента) по тому же тесту Е.В. Ненаховой и анкете К.Н. Волкова.

Таблица 16 – «Копилка впечатлений»

Класс	Количество учеников	Понравилось / процент учеников	Не понравилось / процент учеников	Не совсем / процент учеников
10А	19	14 / 74%	3 / 16%	2 / 10%
11А	27	24 / 89%	2 / 7%	1 / 4%

Приведем результаты контролирующего этапа эксперимента (таблицы 17-18, рисунок 14).

Таблица 17 - Уровень познавательного интереса на контролирующего этапе эксперимента

Класс	Количество учеников	Выше среднего	Средний	Ниже среднего
10А	19	4 (21%)	9 (47%)	6 (32%)
11А	27	10 (37%)	14 (52%)	3 (11%)

Таблица 18 – Интенсивность познавательных интересов на контролирующем этапе эксперимента

Класс	Количество учеников	Выражена сильно	Выражена умеренно	Выражена слабо
10А	19	6 (31%)	10 (53%)	3 (16%)
11А	27	10 (37%)	16 (59%)	1 (4%)

По результатам контролирующего этапа эксперимента были сделаны следующие выводы: в классах повысилось количество учеников с уровнем познавательных интересов выше среднего: в 10А - на 16%, в 11А - на 33%; значительно выросло количество учеников со средним уровнем: в 11А классе - на 15%, в 10А - увеличилось незначительно: на 5%; снизилось количество учащихся с уровнем познавательных интересов ниже среднего: в 10А на 21%, в 11А на 48%; интенсивность познавательных интересов в 10А классе практически не изменилась, а вот в 11А классе значительно повысился процент учащихся с сильно выраженной интенсивностью: на 15%.

На рисунке 14 также видно, что процент учащихся со слабо выраженной интенсивностью в 11А классе стал ниже, чем в 10А классе.

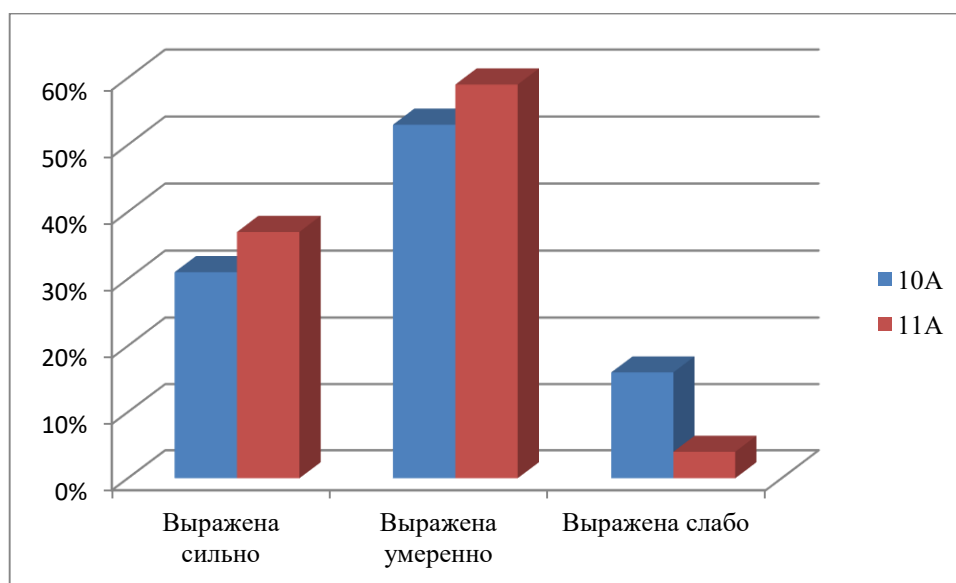


Рисунок 14 – Диаграмма результатов исследования интенсивности познавательных интересов на контролирующем этапе эксперимента

Вместе с этим, отметим, что наблюдения за учащимися классов в процессе их обучения показали, что в экспериментальном классе были выше такие качества как «познавательная активность», «степень самостоятельности», а также у них были яркие положительные эмоции.

В результате проведенного эксперимента было выявлено, что:

- 1) в 10А классе у большинства учеников выявлен средний уровень развития познавательного интереса (на констатирующем этапе, в начале года - 42%, на контролирующем этапе, в конце года - 47%); рост уровня познавательного интереса – незначительный; в 11А классе замечен значительный рост уровня развития познавательного интереса у учащихся; количество учащихся с уровнем выше среднего в нем повысилось с 4% до 37%;
- 2) у большинства учащихся интенсивность познавательных интересов выражена была умеренно: 53% - в 10А классе и 59% - в 11А классе;

на контролирующем этапе в 10А классе показатели интенсивности познавательного интереса практически не изменились; в 11А классе уменьшилось количество человек от пяти (19%) до одного (4%) со слабо выраженной интенсивностью и значительно повысился процент с 22% до 37% учащихся с сильно выраженной интенсивностью познавательных интересов.

Также на контрольном этапе было проведено *анкетирование* учащихся на тему «*Применение компьютера на уроке математики*».

Вопросы для анкеты были составлены на основе анкет, разработанных Е.Р. Коваленко, Е.Н. Пряхиной [33].

За каждый ответ «да» начислялся 1 балл, за ответ «нет» - 0 баллов.

Результаты анкетирования школьников представлены в таблице 19 и рисунке 15.

Таблица 19 – Результаты анкетирования на тему «Применение компьютера на уроке математики»

Вопросы анкеты	10А	11А
Компьютер помог мне лучше понять новую тему	8 (42%)	18 (67%)
Компьютер помог мне найти пробелы в моих знаниях	5 (26%)	18 (67%)
Надо применять компьютер на уроке математики?	5 (26%)	19 (70%)
Меня привлекают уроки с применением информационных технологий	9 (47%)	22 (81%)
Уроки с использованием информационных технологий помогают мне получить навыки поиска и обработки информации	6 (32%)	20 (74%)

На рисунке 15 видно, что ученики экспериментального класса больше предпочитают учебный процесс с использованием информационных технологий, так уже поняли преимущества их использования при обучении математике.

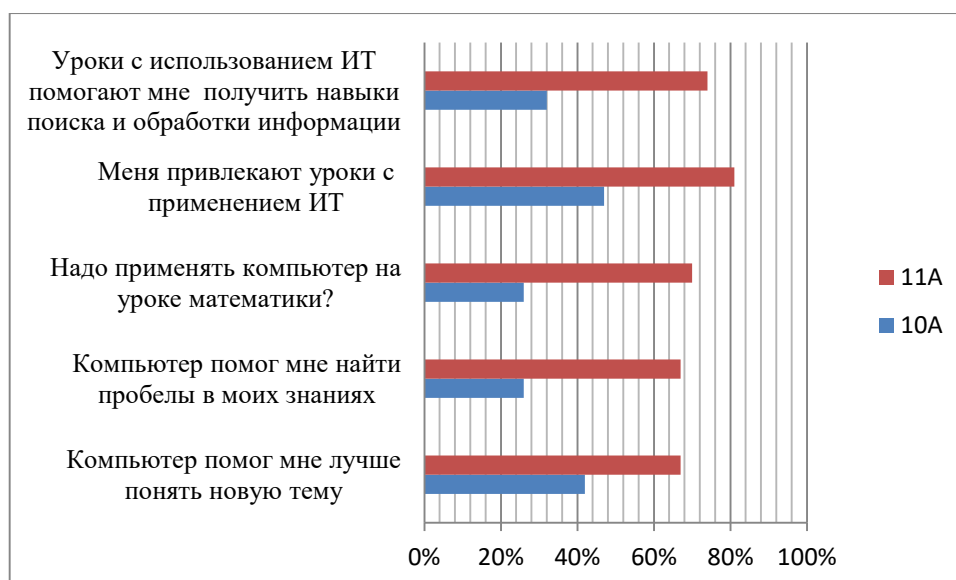


Рисунок 15 – Диаграмма результатов анкетирования на тему «Применение компьютера на уроке математики»

Таким образом, учителям надо использовать возможности информационных технологий на уроках математики, так как это повышает интерес не только к изучению информационных технологий, но и познавательный интерес к изучению математики. Полученные результаты свидетельствуют об эффективности использования информационных технологий при обучении математики с целью повышения познавательного интереса школьников.

### Выводы по второй главе

1. Описаны методические особенности развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с помощью информационных технологий на примере темы «Элементарные преобразования графиков функций».

2. Спроектировано изучение темы «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» для учащихся старших классов на основе технологии обучения алгоритмам (Т.А. Ивановой) и информационных технологий. Проект разработан на 4 часа по учебнику

А.Г. Мордковича профильного уровня в соответствии с требованиями новых образовательных стандартов к типам уроков в зависимости от их целей.

3. Представлены результаты педагогического эксперимента, состоящего из трех этапов (констатирующего; поискового; контролирующего) на базе МБУ «Школа №23» г.о. Тольятти в 10-11 классах.

Так, с целью выявления уровня развития познавательного интереса учащихся к изучению математики на констатирующем и контролирующем этапах эксперимента применялись методы *тестирования* (по тесту автора Е.В. Ненаховой) и анкетирования (по анкете психолога К.Н. Волкова), в ходе которого также определялась и интенсивность познавательных интересов. На поисковом этапе эксперимента осуществлялась апробация методики развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики с использованием информационных технологий на примере темы «Элементарные преобразования графиков функций» и программы элективного курса «Доказательство неравенств с помощью производной» также с применением информационных технологий, направленной на углубление, обобщение знаний и умений обучающихся.

Полученные результаты говорят об эффективности использования информационных технологий на уроках математики для повышения познавательного интереса школьников.

## Заключение

Основные выводы и полученные результаты данного исследования:

1. Раскрыты понятие познавательного интереса и его роль при обучении математике. Установлено, что познавательный интерес – это доминирующий мотив учебной деятельности обучающихся.

2. Представлены основные направления использования информационных технологий в процессе обучения математике учащихся общеобразовательной школы.

3. Выявлены методические особенности развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с помощью информационных технологий. Определено, что информационных технологии могут применяться на различных этапах урока математики, а также во внеурочной деятельности.

4. Описана методика развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики в общеобразовательной школе с использованием информационных технологий на примере темы «Элементарные преобразования графиков функций».

5. Спроектировано изучение темы «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы» на основе технологии обучения алгоритмам (по Т.А. Ивановой) и информационных технологий. Отметим, что данный проект представлен на 4 часа по учебнику А.Г. Мордковича профильного уровня, в котором есть алгоритм исследования непрерывной функции на монотонность и экстремумы и наиболее полно раскрыто теоретическое и практическое содержание данной темы.

6. Приведены результаты педагогического эксперимента, который показал, что использование информационных технологий способствует развитию познавательного интереса обучающихся старших классов к изучению математики.

Таким образом, цель и задачи исследования достигнуты.

## Список используемой литературы

1. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Углублённый уровень. 10 класс. А.Г. Мерзляк, Д.А. Немировский, В.М. Поляков под ред. В.Е. Подольского. М., Вентана-Граф, 2019. 478 с.
2. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс в 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. М.: Мнемозина, 2009. 424 с.
3. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс в 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / [А.Г. Мордкович и др.] под ред. А.Г. Мордковича. М.: Мнемозина, 2009. 343 с.
4. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс в 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. М.: Мнемозина, 2009. 324 с.
5. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс в 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / [А.Г. Мордкович и др.] под ред. А.Г. Мордковича. М.: Мнемозина, 2009. 264 с.
6. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. М.: Просвещение, 2017. 430 с.
7. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. М.: Просвещение, 2017. 256 с.
8. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и углубл. уровни/ Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федоров, М.И. Шабунин. М.: Просвещение, 2019. 484 с.



9. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и углубл. уровни/ Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федоров, М.И. Шабунин. М.: Просвещение, 2019. 384 с.
10. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.К. Муравин. М.: Дрофа, 2019. 288 с.
11. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобраз. учрежд. / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. М.: Дрофа, 2019. 256 с.
12. Алгебра. Сборник рабочих программ. 7-9 классы: пособие для учителей общеобразоват. организаций / [составитель Т. А. Бурмистрова]. 2-е изд., доп. М.: Просвещение, 2014. 96 с.
13. Алгебра и начала математического анализа. Сборник рабочих программ. 10–11 классы: сост. Т.А. Бурмистрова. Учебн. пос. для общеобразоват. организ. Баз. и углубл. уровни. М.: Просвещение, 2018. 143 с.
14. Александрова Л.А. Математика, алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Самостоятельные работы для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углублённый уровни), Л.А. Александрова, под ред. А.Г. Мордковича. М.: Мнемозина, 2015. 207 с.
15. Алиева Л.М. Использование возможностей Ms Excel на уроках математики в основной школе // Мир науки, культуры, образования. 2018. № 2 (69). С. 171-172.
16. Алфимова А.С. Методика преподавания элективного курса "Элементы дискретной математики" с использованием информационно-коммуникационных технологий для учащихся естественно-математического профиля обучения: автореф. дис. ...канд. пед. наук: 13.00.02 / А.С. Алфимова. М., 2012. 26 с.
17. Архипова Т.В. Интерактивное оборудование и интернет-ресурсы в школе. Геометрия. 7-9 кл.: Пособие для учителей общеобразовательных школ / Т.В. Архипова, В.Г. Смелова-М.: БизнесМередиан, 2012. 224 с. (Серия «Современные образовательные технологии»).

18. Афанасьева Г.А., Карелина Е.В. Использование ИКТ в педагогической деятельности учителя математики // Профессиональное образование в России и за рубежом. №3(27). 2017. С. 153-156.
19. Ахметжанова Г.В. Информационные технологии в образовании: практикум / Г.В. Ахметжанова, Т.В. Седова, Н.В. Гнатюк. Тольятти: Изд-во ТГУ, 2015. 1 оптический диск.
20. Бекоева М.И. Становление доктрины познавательного интереса и ее реализация в процессе обучения: на примере школьного курса математики: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / М.И. Бекоева. Владикавказ, 2001. 17 с.
21. Вронская Г.Т., Родионова О.В. Информационные технологии в преподавании математики // Педагогика и современность. 2014. Т. 2. № 2. С. 30-35.
22. Витвицкая Л.В. Совершенствование алгебраической подготовки учащихся 5-6 классов средствами информационных технологий: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Л.В. Витвицкая. Нижний Новгород, 2006. 24 с.
23. Волков К. Н. Психологи о педагогических проблемах. Книга для учителя. М. Просвещение, 1981. 128 с.
24. Ворохобина Я.В. Влияние информационных технологий на повышение качества обучения старшеклассников математике: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Я.В. Воробихина. Карачаевск, 2006. 24 с.
25. Геометрия. 10 класс. (углубленное и профильное обучение). Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. М.: Дрофа, 2019. 224 с.
26. Геометрия. 11 класс. (углубленное и профильное обучение). Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. М.: Дрофа, 2019. 368 с.
27. Горшкова А.В. Использование информационных технологий при изучении свойств круглых тел в условиях дифференцированного обучения геометрии в средней школе: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / А.В. Горшкова. Орел, 2003. 20 с.

28. Дружинина И.И., Золотухина Н.М. Применение информационных технологий на уроках математики // Научные исследования современных ученых: сборник XXV Международной научно-практической конференция. Астрахань: издательство «Научный центр «Олимп», 2017. С. 15-16.

29. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / Под ред. И.В. Ященко. М.: Национальное образование. 2019. 256 с.

30. Иванова Т.А. Теория и технология обучения математике в средней школе: Учеб. пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов / Т.А. Иванова, Е.Н. Перевощикова, Л.И. Кузнецова, Т.П. Григорьева / Под ред. Т.А. Ивановой. 2-е изд., испр. и доп. Н. Новгород: НГПУ, 2009. 355 с.

31. Исмаилова З.Н. Компьютерные технологии как средство качественного усвоения учебного материала по математике старшеклассниками: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / З.Н. Исмаилова. Махачкала, 2010. 31 с.

32. Кашкарова С.В. Урок математики по теме "Применение производной при исследовании функции на монотонность и экстремум" [Электронный ресурс]. URL: <https://urok.1sept.ru/articles/529841> (дата обращения 01.06.2021).

33. Коваленко Е.Р. Формирование познавательного интереса у школьников с помощью информационных технологий на уроках математики / Е. Р. Коваленко, Е. Н. Пряхина // Математическое и информационное моделирование: сборник научных трудов / Министерство науки и высшего образования РФ, Тюм. гос ун-т, Ин-т мат. и комп. наук. Тюмень: Изд-во Тюм. гос. ун-та, 2018. Вып. 16. - С. 405 - 411.

34. Коломейченко А.С. Информационные технологии: учебное пособие / АС. Коломейченко, Н.В. Польшакова, О.В. Чеха. Санкт-Петербург: Лань, 2018. 228 с.

35. Краткий словарь современной педагогики. Сост.Т.Б. Санжиева, Ю.Г. Резникова, Т.К. Солодухина и др. Под ред. Л.Н. Юмсуновой. Изд-е 2-е, перераб. доп. Улан-Удэ: Изд-во Бурятского госуниверситета, 2001. 100 с.

36. Кречина Н.В. Применение различных средств информационных технологий при обучении математике в общеобразовательной школе // «Молодежь. Наука. Общество»: Всероссийская студенческая научно-практическая междисциплинарная конференция (Тольятти, 5 декабря 2019 года): сборник студенческих работ / отв. за вып. С.Х. Петерайтис. Тольятти: Изд-во ТГУ, 2020. 1 оптический диск. С. 152-154.

37. Кречина Н.В. О применении информационных технологий при обучении математике в общеобразовательной школе // Вестник магистратуры. 2019. №11-2 (98). С. 64-65.

38. Кречина Н.В. Элективный курс «Доказательство неравенств с помощью производной» для обучающихся математического профиля // «Молодежь. Наука. Общество»: Всероссийская студенческая научно-практическая междисциплинарная конференция (Тольятти, 25 декабря 2020 – 29 января 2021 года): электронный сборник студенческих работ / отв. за вып. С.Х. Петерайтис. Тольятти: Изд-во ТГУ, 2021. 1 оптический диск. С. 260-263.

39. Кривошеева А.А. Задачи на максимум и минимум, наибольшее и наименьшее значение функции алгебраического, геометрического и тригонометрического содержания // Международный школьный научный вестник. 2018. № 5 (часть 1). С. 122-130.

40. Кудрявцев А.А., Кудрявцева Л.В. Методические рекомендации по использованию пособия. «Графики функций. Интерактивный плакат». Электронное наглядное пособие. ЗАО «Новый диск-трейд»: Тамбов, 2012, 60 с.

41. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: Учебное пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. институтов / Е.И. Лященко, К.В. Зобкова, Т.Ф. Кириченко и др.; Под ред. Е.И. Лященко. М.: Просвещение, 1988. 223 с.

42. Ляхова Н.Е. Функциональные модели в задачах на нахождение наибольшего и наименьшего значений/ Н.Е. Ляхова, И.В. Шевченко // Вестник Таганрогского института имени А.П. Чехова. 2017. №1. С. 276-282.
43. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность [Текст] / А.Н. Леонтьев. М.: Академия, 2005. 352 с.
44. Математика: программы: 5-11 классы / [А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир и др.]. М.: Вентана-Граф, 2017. 152 с.
45. Мартиросян Л.П. Методические подходы к обучению учителей использованию информационных технологий на уроках математики в процессе развития познавательного интереса учащихся (на примере курса информатики): автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Л.П. Мартиросян. Москва, 2003. 20 с.
46. Машбиц Е.И. Психолого-педагогические проблемы компьютеризации обучения. М.: Педагогика, 1988. 192 с.
47. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / под научн. ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. М.: Дрофа, 2005. 416 с.
48. Мехтиев М.Г. Методика обучения геометрии в 10-11 классах общеобразовательной школы с использованием компьютера: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / М.Г. Мехтиев. Москва, 2002. 35 с.
49. Монахов В.М. Что такое новая информационная технология обучения? // Математика в школе. 1990. №2. С. 47.
50. Морозова Е.В., Мирошкина О.С. УМК "Живая математика" как виртуальная математическая лаборатория // Системы компьютерной математики и их приложения. 2013. № 14. С. 236-240.
51. Ненахова Е.В. Диагностика познавательного интереса у обучающихся старших классов средней общеобразовательной школы [Текст] / Е.В. Ненахова // Педагогическая психология и социология. Наука и школа. 2014. Вып 8. С. 207-211.

52. Ожегов С. И., Шведова Н. Ю. Толковый словарь русского языка. 4-е изд. М., 1997.

53. Пащенко О.И. Информационные технологии в образовании: Учебно-методическое пособие. Нижневартовск: Изд-во Нижневарт. гос. ун-та, 2013. 227 с.

54. Попадьяна С.Ю. Реализация функционально-графической линии в персонализированном обучении общеобразовательному курсу математики с использованием компьютерной системы MATHCAD: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / С.Ю Попадьяна. – Рязань, 2009. 23 с.

55. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 декабря 2010 г. № 1897 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» (в ред. Приказа Минобрнауки России от 29.12.2014 № 1644).

56. Примерная основная общеобразовательная программа среднего общего образования (Одобрено решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию. Протокол от 28 июня 2016 г. №2/16-з).

57. Программы. Математика. 5-6 классы. Алгебра. 7-9 классы. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы» / авт. – сост. И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович 3-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2011. 63 с.

58. Профессиональный стандарт педагога (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель) [Электронный ресурс]. URL: [http://www.ug.ru/new\\_standards/6](http://www.ug.ru/new_standards/6) (дата обращения 17.05.2021).

59. Рабочие программы. Математика. 5-9 классы: учебно-методическое пособие / Сост. О.В. Муравина. 3-е изд. М.: Дрофа, 2017. 128 с.

60. Рабочие программы. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. 10-11 классы: учебно-методическое пособие / Сост. О.В. Муравина. М.: Дрофа, 2013. 192 с.

61. Решу ЕГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам [Электронный ресурс]. URL: <http://math.reshuege.ru/> (дата обращения 01.06.2021).

62. Рупакова Л.О. Компьютерные технологии как средство развития познавательного интереса учащихся основной школы на занятиях по математике (на примере решения арифметических задач с элементами историзма): автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Л.О. Рупакова. Москва, 2007. 19 с.

63. Ряснова Э.Е. Элективный курс по математике на тему «Производная и её применение» [Электронный ресурс]. URL: <https://urok.1sept.ru/articles/567419> (дата обращения 01.06.2021).

64. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. М.: Просвещение, 2002. 224 с.

65. Саранцев Г.И. Эстетическая мотивация в обучении математике. Саранск: ПО РАО Мордов. пед. ин-т, 2003. 136 с.

66. СДАМ ГИА: РЕШУ ВПР, ОГЭ, ЕГЭ, ГВЭ и ЦТ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам [Электронный ресурс]. URL: <https://sdam-gia.ru/> (дата обращения 16.05.2021).

67. Сервис Google-формы [Электронный ресурс]. URL: <https://www.google.ru/forms/about/> (дата обращения 16.05.2021).

68. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии: учебное пособие. М.: Народное образование, 1998.

69. Слепухин А.В. Использование новых информационных технологий для контроля и коррекции знаний учащихся по математике: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / А.В. Слепухин. Екатеринбург, 1999. 23 с.

70. Темербекова А. А., Чугунова И. В., Байгонакова Г. А. Методика обучения математике: Учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2015. 512 с.: ил. (Учебники для вузов. Специальная литература).

71. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы / В. А. Гусев. 2-е изд. (эл.). М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. 456 с.

72. Толковый словарь терминов понятийного аппарата информатизации образования/ под ред. И.В. Роберт, Т.А. Лавиной, Л.Л. Босовой. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2011. 69 с.

73. Трубина А.В. Курс - практикум по подготовке к ЕГЭ по математике [Электронный ресурс]. URL: <https://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2014/11/09/rabochaya-programma-elektivnogo-uchebnogo-predmeta-po-matematike> (дата обращения 1.06.2021).

74. Уроки математики с применением ИКТ. 5-6 классы. Методическое пособие с электронным приложением / Авт.-сост. М.Н. Каратанова. М.: Планета, 2010. 240 с. (Современная школа).

75. Уроки математики с применением информационных технологий. 5-10 классы. Методич. пособие с электронным приложением/ Л.И. Горохова и др. 4-е изд., стереотип. М.: Планета, 2013. 272 с. (Современная школа).

76. ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» [Электронный ресурс]. URL: <https://fipi.ru/> (дата обращения 16.05.2021).

77. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования. М.: Просвещение, 2013. 63 с.

78. Фестиваль педагогических идей «Открытый урок» [Электронный ресурс]. URL: <https://urok.1sept.ru/> (дата обращения 16.05.2021).

79. Хисматуллина Р.Р.. Интерактивное оборудование и интернет-ресурсы в школе. Математика. 5-6 кл.: Пос. для уч-лей общеобразовательных школ / Р.Р. Хисматуллина, Е.Г. Квашнин. М.: БизнессМередиан, 2012. 128 с. (Серия «Современные образовательные технологии»).

80. Хисматуллина Р.Р. Интерактивное оборудование и интернет-ресурсы в школе. Алгебра. 7-9 кл.: Пос. для учителей общеобразовательных школ / Р.Р. Хисматуллина, Е.Г. Квашнин. М.: БизнессМередиан, 2012. 160 с. (Серия «Современные образовательные технологии»).



81. Черная Е.А. Понятия дистанционного и электронного (дистанционного) обучения, опыт применения в Великобритании / Е.А. Черная // Вектор науки ТГУ. №1(4), 2011. С. 171-174.
82. Чижевская И.Н. Формирование познавательного интереса младших школьников средствами информационных технологий: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / И.Н. Чижевская. Брянск, 2006. 24 с.
83. Щукина Г.И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе. М.: Просвещение, 1979. 160 с.
84. Щукина Г.И. Педагогические проблемы формирования познавательного интереса учащихся. М.: Педагогика, 1988, 208 с.
85. Юркевич В.С. Одаренный ребенок: иллюзии и реальность: кн. для учителей и родителей. М.: Просвещение, 1996 (Учебная литература).
86. Юркевич В.С. Светлая радость познания [Текст] / В.С. Юркевич. М.: Знание, 1977. 64 с.
87. Bangert-Drowns R. L., Kulik J. A., Kulik C. L. Effectiveness of Computer-based Education in Secondary School // Journal of Computer-Based Instruction. 1985, Vol. 12, №3.
88. Chambers J. A., Sprecher J. W. Computer-Assisted Instruction: Its Use in Classroom // Edglewood Clifis. N.J., 1983. URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/215247613.pdf> (дата обращения: 12.04.2021).
89. Conole G., Fill, K. A learning design toolkit to create pedagogically effective learning activities // Journal of Interactive Media in Education. 2005. Issue 08. PP. 1-16.
90. O'Shea T., Bornat R., Du Boulay B., Eisenstadt M., Page J. Tools for Creating Intelligent Computer Tutors // Artificial and Human Intelligence. Washington, 1984. URL: <https://dl.acm.org/doi/abs/10.5555/2927.2939> (дата обращения 12.04.2021).
91. Wellington J. J. Children, Computers and the Curriculum: An Introduction to Information Technology and Education. L., 1985.

## Приложение А

### Диагностика уровня развития познавательного интереса

Таблица А.1 – Бланк теста для определения уровня развития познавательного интереса (на основе работы Е.В. Ненаховой [51])

Высказывание	Оценки		
	0	1	2
1. Я жду урока математики.			
2. У меня на уроке преобладает хорошее настроение.			
3. Я выполняю самостоятельно домашнее задание.			
4. Мне нравится принимать участие в конкурсах, олимпиадах по математике.			
5. Я выполняю дополнительные задания по математике в классе или дома.			
6. Я внимательно слушаю учителя.			
7. Я стараюсь решить задание до конца, даже если оно требует однотипных длительных операций.			
8. Я обращаюсь к учителю за консультацией.			
9. Я могу повторить содержание урока после его завершения.			
10. Я нахожу собственные способы выполнения задания.			
11. На уроке я слушаю вопросы учителя и стараюсь отвечать на них.			
12. Я с удовольствием посещаю внеклассные занятия по математике.			
13. Мне нравится выполнять творческие задания с использованием дополнительного материала.			
14. Мне нравится самостоятельно работать на уроке.			
15. Я бы хотел изучать математику (раздел математики) после окончания школы.			

## Приложение Б

### Анкета на интенсивность познавательных интересов

Текст анкеты и соответствующие баллы для обработки ее результатов приведены в таблице Б.1.

Таблица Б.1 - Обработка результатов анкетирования (по К.Н. Волкову [23])

Вопросы анкеты	Возможные ответы	Баллы
1. Как часто ученик подолгу занимается умственной работой?	а) часто; б) иногда; в) очень редко.	5 3 1
2. Что предпочитает ученик, когда задан вопрос на сообразительность?	а) «помучиться», но самому найти ответ; б) когда как; в) получить готовый ответ от других	5 3 1
3. Много ли читает дополнительной литературы?	а) постоянно много; б) неровно: иногда много, иногда ничего не читает; в) мало или совсем ничего не читает.	5 3 1
4. Насколько эмоционально относится к интересному для него занятию, связанному с умственной работой?	а) очень эмоционально; б) когда как; в) эмоции ярко не выражены.	5 3 1
5. Часто ли задает вопросы?	а) часто; б) иногда; в) очень редко.	5 3 1