

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)

Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование)

44.04.01 Педагогическое образование
(код и наименование направления подготовки)

Математическое образование
(направленность (профиль))

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ)**

на тему «Математические игры и конкурсы как средство активизации
учебно-познавательной деятельности старшеклассников»

Студент

Ю.С. Клачкова

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

Научный
руководитель

канд. пед. наук, доцент О.А. Кузнецова

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

Тольятти 2021

Оглавление

Введение.....	3
Глава 1 Теоретические основы математических игр и конкурсов как средства активизации учебно-познавательной деятельности старшеклассников	12
1.1 Учебно-познавательная деятельность обучающихся старших классов и способы её активизации.....	12
1.2 Понятие и виды математических игр и конкурсов для старшеклассников	21
Глава 2 Методические основы активизации учебно-познавательной деятельности старшеклассников посредством математических игр и конкурсов	32
2.1 Методические рекомендации по организации и проведению математических игр и конкурсов для старшеклассников.....	32
2.2 Занимательные задачи как средство организации математических игр и конкурсов для старшеклассников	61
2.3 Конкурс «История математических идей и открытий»	89
2.4 Описание педагогического эксперимента и его результаты	92
Заключение	98
Список используемой литературы	99

Введение

Актуальность и научная значимость настоящего исследования.

Отношение обучающихся к той или иной дисциплине зависит от различных факторов: особенностей самого предмета и характера деятельности при его изучении, методики его преподавания, и, конечно, от индивидуальных особенностей и способностей личности.

По отношению к математике учащихся условно можно разделить на три категории: 1) учащиеся, которые проявляют повышенную заинтересованность к предмету; 2) учащиеся, которые занимаются ею по мере необходимости; 3) учащиеся, которые не заинтересованы в изучении данной дисциплины и не проявляют к ней особенного интереса. Поэтому возникает необходимость совершенствования содержания обучения и организации такой методики, которая способствовала привлечению внимания и интереса к математике всех групп обучающихся с учетом их индивидуальных потребностей и отношения к данному предмету, используя различные формы обучения.

Для развития учебно-познавательного интереса обучающихся к предмету «Математика» способствует хорошо организованная внеклассная работа, которая призвана решать одну из главных задач обучения – развитие познавательной активности учащихся, используя разнообразные формы ее проведения. «...Одна из возможностей развивать познавательный интерес учащихся к математике лежит в широком применении внеклассной работы по математике. Внеклассная работа по математике имеет мощный резерв для реализации такой задачи обучения, как повышение познавательного интереса, через все разнообразие форм ее проведения. Одной из таких форм является математическая игра» [24, С. 3].

Организация и проведение внеклассной работы по математике способствует решению трех основных задач:

- 1) «повысить уровень математического мышления, углубить теоретические знания и развить практические навыки учащихся, проявивших математические способности;

- 2) способствовать возникновению интереса у большинства учеников, привлечению некоторых из них в ряды «любителей математики»;
- 3) организовать досуг учащихся в свободное от учебы время» [2, с. 5].

Математическая игра является одной из таких форм внеклассной работы, оказывающей значительное влияние на деятельность обучающихся. Использование игровых методов и форм в обучении математике способствует развитию мыслительной деятельности, повышает интерес и мотивацию к изучению данного предмета.

«Формирование личности школьника происходит в различных видах деятельности: учебной, трудовой, общественной и игровой. Каждая из них имеет свои особенности и возможности, причем на различных этапах обучения, для различных возрастов – различные. Игра, как вид творческой деятельности, помогает интересно и увлекательно провести любое начинание, является важным средством всестороннего развития личности, имеет большое образовательное значение» [2, с. 6-7].

Основные положения теории игровой деятельности были сформулированы и разработаны такими классиками педагогики, как К.Д. Ушинским, А.С. Макаренко, Л.С. Выгодским, А.Н. Леонтьевым и другими.

Многие учёные давно сошлись во мнении, что активизация познавательной деятельности не имеет смысла или совсем не эффективна, если с начала не пробудить у учеников познавательный интерес. В том случае познавательная деятельность и познавательный интерес «работают» в совокупности.

Таким образом, тема диссертационного исследования «Математические игры и конкурсы как средство активизации учебно-познавательной деятельности старшеклассников» актуальна в наши дни, как никогда. Если представить себе обычных учеников в старших классах, то любой учитель отметит, что дети все разные и их отличие не только в знаниях по математике, но и в отношении к учёбе и в разной ориентированности на будущее. Кто-то из них уже с пятого класса знает какую профессию выберет, зачем он учится

и какой профиль выберет в старших классах. А кто-то в 10 классе ещё не до конца понимает, нужно ли ему вообще учиться в старших классах. Впрочем, учитель математики и не должен принимать участие в таком очень непростом решении. Задача учителя, на наш взгляд, показать ученикам возможности, которые открываются перед ними с определенным багажом знаний. И именно эти возможности и активизируют познавательную деятельность ученика.

Т.В. Позднякова выделяет следующие «способы активации познавательной деятельности, используемые на уроках:

1. Создание атмосферы заинтересованности: достижение поставленной цели, оценка труда.

2. Стимулирование к диалогу, создание ситуации общения, то есть такой ситуации, в которой ребята должны:

- защищать своё мнение, приводить в его защиту аргументы, доказательства, использовать приобретенные знания;
- задавать вопросы учителю, товарищам, выяснять непонятное, углубляться с их помощью в процессе познания;
- рецензировать ответы товарищей, проекты, другие творческие работы, вносить коррективы, давать советы;
- делиться своими знаниями с другими;
- помогать товарищам при затруднениях, объяснять им непонятное.

3. Побуждать учащихся находить не единственное решение, а несколько решений, предпринятых самостоятельно» [39].

Конечно, это идеальный сценарий взаимодействия в обучении, к которому нужно стремиться каждому учителю, так как при таких условиях и ученику будет легче, комфортнее в обучении, и учитель получит более качественные знания, заинтересованных учеников.

«Активная и увлеченная работа учащихся на уроке –это отправная точка для возникновения и развития любознательности, глубокого познавательного интереса. Познавательный интерес – это избирательная направленность личности на предметы и явления окружающей действительности, которая

характеризуется постоянным стремлением к познанию, к новым, более полным и глубоким знаниям» [49]. Однако у учителя в арсенале есть не только уроки, но ещё и внеклассные занятия, где как раз и нужно уделить внимание на решение нестандартных задач и подготовки к конкурсам. Конечно же здесь имеется в виду внеклассная работа по математике.

Ю.Н. Колягин, В.А. Оганесян, Г.Л. Луканкин отмечают, что «...одна из возможностей развивать познавательный интерес учащихся к математике лежит в широком применении внеклассной работы по математике. Внеклассная работа по математике имеет мощный резерв для реализации такой задачи обучения, как повышение познавательного интереса, через все разнообразие форм ее проведения. Одной из таких форм является математическая игра» [24, С. 3]. Высшее мастерство учителя – это сделать сложные, «замурчанные» вещи простыми и понятными, а в старших классах, как известно усложняется программа по математике, начинается изучение тригонометрии, стереометрии, логарифмов, интегралов. В следствие этого у учеников снижается познавательная активность, падает интерес к предмету. Здесь перед учителем возникает необходимость грамотно выстроить учебный процесс с самого начала учебного года. Грамотно построить работу означает задействовать одновременно с основными видами занятий и дополнительные занятия, и факультативы, и, например, начинать использовать мини-математический игры на уроках. Все знают, что в тригонометрии много формул, трудных для запоминания, и это одна из причин по которой ученики ее не понимают. Обучающиеся не могут выучить множество формул и, следовательно, не могут решать задачи и выполнять упражнения по данной теме. Здесь в начале изучения тригонометрии можно воспользоваться математической игрой соревновательного характера в виде устного счёта, способствующей лучшему запоминанию.

«Математическая игра как форма внеклассной работы играет огромную роль в развитии познавательного интереса учащихся. Игра оказывает заметное влияние на деятельность учащихся. Игровой мотив является для них

подкреплением познавательному мотиву, способствует активности мыслительной деятельности, повышает концентрированность внимания, настойчивость, работоспособность, интерес, создаёт условия для появления радости успеха, удовлетворённости, чувства коллективизма» [24, С. 28].

«Как правило, внеклассная работа по математике, а именно: кружки, факультативы, секции проводятся для детей с уровнем знаний по предмету выше среднего или хотя бы среднего уровня. Но, если на внеклассное занятие пришёл ученик с недостаточным уровнем знаний, ни в коем случае нельзя его выгонять, игнорировать его присутствие и отчуждённость или говорить заранее, что у него не получится, так как этим можно совсем подорвать интерес ребёнка к предмету. Учитель должен максимально поддержать этого ученика, например, дать ему задания не такие сложные, как у всех остальных учеников, но тоже занимательные, исследовательские, этим учитель только поощрит проявленный интерес ребёнка» [21]. Кроме того, «в том случае, когда занимательная задача доступна ребёнку, у него складывается положительное эмоциональное отношение к ней, что и стимулирует мыслительную активность» [32, С. 159].

Все выше сказанное подтверждает актуальность и значимость данного исследования.

Актуальность диссертационного исследования обусловлена так же сложившимся **противоречием** между необходимостью разработки методики организации математических игр и конкурсов и недостаточной разработанностью методических материалов по их проведению с учетом внедрения в учебный процесс новых образовательных технологий, в том числе информационных.

Выделенное противоречие позволяет сформулировать следующую **проблему исследования**: как с помощью математических игр и конкурсов, организовать процесс обучения математике так, чтобы у обучающихся активировалась учебно-познавательная деятельность по данному предмету.

Объект исследования: процесс обучения математике в старших классах общеобразовательной школы.

Предмет исследования: математические игры и конкурсы для старшеклассников общеобразовательной школы.

Цель исследования состоит в разработке методики организации математических игр и конкурсов на уроке и во внеурочной деятельности старшеклассников, которая будет способствовать активизации учебно-познавательной деятельности обучающихся.

Гипотеза исследования заключается в том, что данная методика будет эффективной, если:

- выявить новые формы и приемы организации математических игр и конкурсов для обучающихся старших классов;
- разработать методические материалы по проведению математических игр и конкурсов для старшеклассников общеобразовательной школы.

Задачи исследования, необходимые для достижения поставленной цели:

1. Раскрыть понятие учебно-познавательной деятельности обучающихся и определить способы ее активизации.
2. Выделить типы математических игр и конкурсов для старшеклассников.
3. Изучить опыт работы учителей по разработке и организации математических игр и конкурсов для старшеклассников.
4. Разработать материалы для проведения актуальных конкурсов по математике в старших классах общеобразовательной школы.
5. Разработать материалы по проведению математических игр как в урочное, так и во внеурочное время с использованием заданий при подготовке к ЕГЭ.
6. Провести апробацию разработанных материалов по математическим играм и конкурсам в старших классах для определения их эффективности.

Теоретико-методологическую основу исследования составили работы Т.В. Поздняковой [39], Ю.М. Колягина [24].

Базовыми для настоящего исследования явились работы Е.А. Дышинского [18], Т.А. Ивановой [19].

Методы исследования, применённые для решения поставленных задач: анализ психолого-педагогической, научной и учебно-методической литературы; изучение, наблюдение и обобщение школьной практики; анализ личного опыта работы в школе; наблюдение за учащимися; тестирование обучающихся; проведение опытно-экспериментальной работы и анализ результатов, подтверждающей основные положения исследования.

Основные этапы исследования:

1. Анализ ранее выполненных исследований по данной теме диссертации, проведение анализа соответствующей школьной литературы, нормативных документов (стандартов, программ), проведение анализа опыта работ школ по данной теме.

2. Определение теоретических основ диссертационного исследования.

3. Определение методических основ исследования, разработка математических игр и конкурсов для обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы.

4. Оформление диссертационного исследования, исправление, уточнение ранее оформленных материалов, поправки в аппарате исследования, подведение итогов эксперимента, написание выводов.

Опытно-экспериментальная база исследования: НИЛ «Школа математического развития и образования – 5+» Тольяттинского государственного университета, МБУ «Школа № 26» г.о. Тольятти.

Научная новизна исследования заключается в разработке методических материалов по проведению математических игр и конкурсов для старшеклассников, способствующих активизации их познавательной деятельности.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в нём:

- определены такие понятия как: учебно-познавательная деятельность обучающихся, математические игры и конкурсы;
- раскрыты особенности применения математических игр и конкурсов для старшеклассников.

Практическая значимость исследования состоит в том, что в нём разработаны:

- методические рекомендации по применению математических игр и конкурсов для старшеклассников;
- методические разработки занятий по математическим играм и конкурсам для обучающихся старших классов.

Достоверность результатов и выводов, полученных в ходе проведённого исследования, обеспечивается сочетанием теоретических и практических методов исследования, анализом педагогической практики и личным опытом работы в общеобразовательной школе.

Личное участие автора в организации и проведении исследования состоит в определении методических основ и разработке методических материалов по математическим играм и конкурсам для обучающихся старших классов общеобразовательной школы.

Апробация результатов исследования осуществлялось путём участия автора в установочных конференциях кафедры: «Дети. Наука. Творчество.», «Дни науки ТГУ».

Экспериментальная проверка предлагаемых методических рекомендаций была осуществлена в период производственной практики (педагогической практики) и производственной практики (преддипломной практики) на базе кафедры высшей математики и математического образования Тольяттинского государственного университета, а также в период работы учителем математики на базе МБУ «Школа №26» г.о. Тольятти.

Конкурс «История математических идей и открытий» был апробирован с учащимися 8-10 классов на базе НИЛ «Школа математического развития и образования – 5+» при ТГУ.

Основные результаты исследования отражены в 2 публикациях [22, 23].

На защиту выносятся:

1. Методические рекомендации по организации математических игр и конкурсов для старшеклассников.

2. Разработки занятий по проведению математических игр и конкурсов для старшеклассников.

Структура магистерской диссертации. Работа состоит из введения, двух глав и заключения, содержит 24 рисунка, 14 таблиц, список используемой литературы (62 источника). Основной текст работы изложен на 105 страницах.

Глава 1 Теоретические основы математических игр и конкурсов как средства активизации учебно-познавательной деятельности старшекласников

1.1 Учебно-познавательная деятельность обучающихся старших классов и способы её активизации

Математика, как-правило, является одной из самых сложных школьных дисциплин и вызывает субъективные трудности у многих учащихся. Работа учителя по активизации учебно-познавательного интереса учащихся более эффективна, а качество их знаний выше, если при проведении уроков используются приемы и средства, активизирующие учебно-познавательную деятельность учащихся и развивающие их познавательный интерес [20].

Активизация учебно-познавательной деятельности учащихся остаётся одной из вечных проблем педагогики. Ещё К.Д. Ушинский в своих трудах подчёркивал, что «не с курьёзами и диковинами науки должно в школе занимать дитя, а, напротив – приучить его находить занимательное в том, что его беспрестанно и повсюду окружает» [48, С. 208]. На основе изучения и анализа литературы по теме исследования, были выделены следующие определения познавательной активности:

«Ф.И. Харламов трактовал познавательную активность как «интенсивную аналитику – синтетическую мыслительную деятельность учащегося в процессе изучения окружающего мира и овладения системой научных знаний» [53, С. 7].

Г.И. Щукина рассматривала познавательную активность как «ценное и сложное личностное образование школьника, интенсивно формирующееся в школьные годы, которое выражает особое состояние школьника и его отношение к деятельности» [62, С. 18].

Обращая внимание на направленность перечисленных выше определений, можно отметить следующее: они все характеризует позицию

учащегося, поскольку речь идёт об их познавательной деятельности, и теперь уже нет сомнений в том, что познавательная деятельность – это двусторонний процесс взаимодействия обучающегося и учителя.

Условия, активизирующие процесс познания, создаёт, прежде всего, учитель, а демонстрирует результат этих условий – собственно саму познавательную активность – ученик.

Процесс познания обычно представляет собой последовательную цепь, состоящую из следующих действий (операций): восприятие → запоминание → сохранение → воспроизведение → интерпретация полученных знаний.

На сегодняшний день одной из актуальных проблем преподавания математики в современной школе является проблема активизации обучения школьников, воспитания их творческой активности, а также формирование математической культуры[26]. «Формирование и развитие гармоничной личности обучающихся – это основная задача образовательного процесса. Одной из целей национального проекта «Образование» 2019-2024 РФ является «Воспитание гармонично развитой и социально ответственной личности на основе духовно-нравственных ценностей народов РФ, исторических и национально-культурных традиций» [35].

«Каждый человек в современном мире имеет право на знание и понимание. Знание окружающего мира и себя в нем определяют готовность человека к самосовершенствованию и дальнейшему развитию. Усвоение культуры, в том числе и математической, осуществляется с помощью научения. Культура создается, формируется, она не приобретается биологическим путем, а передается и воспроизводится из поколения в поколение.

Математика, по нашему мнению, в значительно большей степени, чем какая-либо другая дисциплина, объясняет вещи, явления и процессы, помогает изучать окружающий нас мир. Она дает пищу для ума и творчества, позволяет решать различные задачи и проблемы, которые иначе не могли быть постигнуты.

Математика – это мощное средство обретения силы и власти над вещами, а, значит, уровень овладения математическими знаниями предопределяет возможность продвижения человека в обществе.

Сила математики признается многими, в том числе, что она распространяется на большинство проблем, с которыми сталкивается человечество, но рассматривается как нечто совершаемое обезличенно, то есть объективно, абстрактно, рациональным образом. В связи с отсутствием личной соотнесенности математических знаний математика часто воспринимается как нечто скучное, трудное и порой непостижимое» [26].

Мир меняется, и всё не стоит на месте, теперь главным в общем образовании и в средней школе является воспитание целостной личности, разносторонне-развитого ребёнка, уважающего семейные ценности и любящего свою Родину. На сегодняшний день ценится человек, проявляющий активную гражданскую позицию, занимающийся социальной, волонтерской деятельностью, способный к самообразованию и самосовершенствованию. Одним из способов достижения этой цели по мнению Л. С. Выготского, А. К. Маркова, Н. Ф. Талызина, Г. И. Щукина является формирование и развитие у школьников познавательного интереса.

Проблема познавательного интереса в обучении не нова. Значение его утверждали многие дидактики прошлого. Ян Амос Коменский рассматривал школу как источник радости. К. Д. Ушинский считал интерес основным внутренним механизмом успешного учения. «Все наши замыслы, поиски и построения превращаются в прах, в безжизненную мумию, если нет детского желания учиться», – отмечал В. А. Сухомлинский [28]. «Современная дидактика, опираясь на новейшие достижения психологии, видит в выработывании интереса значительные, еще недостаточно используемые возможности и для обучения, и для развития, и для формирования личности ученика в целом. Познавательный интерес – интерес к познанию – признается одним из самых значимых факторов учебного процесса, имеющих неоспоримое влияние как на создание светлой и радостной атмосферы

обучения, так и на интенсивность протекания познавательной деятельности учащихся. Однако, по данным современных исследований, интерес учащихся к обучению непрерывно падает. Почему? Мы поставили перед собой задачу раскрыть причины его снижения и показать пути формирования, выработавшиеся в ходе нашего многолетнего опыта обучения школьников математике» [28]. Перечислим, как трактуется познавательный интерес различными учеными и исследователями в области педагогики:

- «как проявление умственной и эмоциональной активности человека (С. Л. Рубинштейн);
- специфический сплав эмоциональных, волевых, интеллектуальных процессов (Л. А. Гордон);
- активное познавательное отношение личности к деятельности (В. Н. Мясищев);
- избирательная направленность внимания (Н. Ф. Добрынин);
- эмоционально-познавательная позиция субъекта по отношению к действительности (Н. Г. Морозова);
- структура, состоящая из потребностей (И. Н. Бюнер), из познавательных потребностей (В. С. Ильин);
- особое отношение к объекту, основанное на осознании его значения и на эмоциональной окраске (А. Г. Ковалев);
- избирательная направленность на познание предметов, явлений окружающего мира (Г. И. Щукина). Г. И. Щукиной наиболее полно обозначены условия формирования интереса к знаниям:
- максимальная опора на активную мыслительную деятельность учащихся;
- ведение учебного процесса на оптимальном уровне развития учащихся;
- эмоциональная атмосфера обучения, положительный эмоциональный тонус учебного процесса;

– благоприятное общение в ходе учебы» [57].

«Познавательный интерес во всех его многомерных проявлениях можно рассматривать как неотъемлемый элемент развивающего обучения. Источником развития познавательных сил и возможностей учащихся, как и подлинного познавательного интереса, являются ситуации решения познавательных задач, активного поиска, догадок, размышления, мыслительного напряжения, противоречивости суждений, столкновений различных позиций, в которых необходимо разобраться самому, сумев выбрать определенную точку зрения. Одним из источников стимулирования мыслительных процессов и интеллекта служит математика и, в частности, геометрия. Поэтому учителю математики необходимо, прежде всего, обращать внимание на развитие умственных способностей учеников. Сила ума – в его глубине, гибкости, самостоятельности. Слабость ума – в поверхностности, подражательности, инертности, несамостоятельности» [28].

«Развитие познавательной активности ребенка средней школы актуальна по целому ряду причин: во-первых, ребенок получает позитивный социальный опыт реализации собственных замыслов. То, что кажется школьнику более значимым, интересует и других людей, ребенок оказывается в ситуации социального приятия, которая стимулирует самореализацию и личностный рост. Во-вторых, формируется оригинальность мышления, решение проектных задач требует поиска новых, нестандартных действий. В-третьих, проектная деятельность обеспечивает конкурентоспособность обучающихся» [29].

Повышение уровня познавательной активности детей – это высокий уровень профессионально-педагогического мастерства педагога, который способен учитывать возрастные и индивидуальные потребности детей, а так же: проектировать, организовывать, реализовывать, прогнозировать, направлять самостоятельную деятельность школьника, анализировать способ методов работы с детьми, направленного на просвещение и саморазвитие

ребенка, а также регулировать и корректировать ход и результат образовательного процесса с учетом принципа обратной связи.

Необходимость развития учебно-познавательной активности позволило обозначить такую проблему, как поиск наиболее перспективного и эффективного метода развития интереса школьника к предмету. Этим методом, способствующим решению обозначенной проблемы, является метод проектной деятельности. Метод проектов актуален и очень эффективен. Он дает ребенку возможность экспериментировать, находить и синтезировать полученную информацию, формирует метапредметные результаты, развивает творческие, познавательные способности и коммуникативные навыки, что позволяет ему легко адаптироваться к жизненным трудностям в будущем. «Таким образом, внедрение в образовательный процесс проектной деятельности способствует развитию свободной, творческой, социально адаптированной личности, которая соответствует социальному заказу на современном этапе, с одной стороны, и делает образовательный процесс дошкольного учреждения открытым для активного участия родителей и других членов семьи» [29].

Вопросы познавательного интереса и методы его формирования у обучающихся рассматривались такими выдающимися философами, педагогами и психологами, как А.С. Белкин, В.А. Крутецкий, И.Я. Ланина, Л.М. Фридман, Г.И. Щуркина и другие. В методических исследованиях Х.Ж. Ганеева, В.А. Гусева также анализировались некоторые вопросы, связанные с развитием познавательных интересов обучающихся.

Развитие учебно-познавательной деятельности неразрывно связано с сочетанием различных видов учебной деятельности, применением разнообразных форм учебной работы, особенно интерактивных форм, которые, в последнее время, считаются достаточно эффективными, нетрадиционной организацией процесса обучения с использованием имитационных и дидактических игр, которые позволяют обучающимся полноценно реализовать личностный потенциал.

Учебная деятельность для школьников является основным видом деятельности, трудовая и общественная подчинены учебным целям и дополняют ее. Игровая деятельность должна рассматриваться как дополняющая к основным видам деятельности, для школьного возраста и использоваться в учебных целях как средство активизации учебно-познавательной активности обучающихся. Более того, игровая деятельность должна пронизывать учебную в той мере, в какой это целесообразно так же как и общественная деятельность пронизывает учебную.

Теоретические основы развития учебно-познавательной деятельности обучающихся изложены в трудах И. Коложвари, В. Сеченова, В. Усанова, Ф.Ф. Харисова и многих других ученых-педагогов. Авторские подходы к проблеме формирования и развития учебно-познавательных способностей изложены в работах Д.Б. Богоявленской, В.Н. Дружинина, Б.Б. Косова, Я.А. Понамарева, В.Н. Пушкина, В.М. Теплова, В.Д. Шадрикова.

«Информационная насыщенность должна удовлетворять параллельно с духовным становлением личности, осуществляющейся комплексно средствами нравственного, эстетического, умственного воспитания. Решение данной проблемы видится в создании новых педагогических условий активизации познавательной деятельности старшеклассников на примере современных инновационных образовательных учреждений, в поиске новых методологических подходов, стратегий, адекватных технологий и альтернативных методик проведения учебных занятий в инновационном образовательном пространстве» [30].

Все выше изложенное показывает, что у исследователей в области педагогики имеется достаточное большое внимание к вопросам создания педагогических условий, необходимых формированию учебно-познавательной активности современных старшеклассников. Но существует ряд противоречий «между:

- образовательным заказом общества и образовательным процессом, не достаточно обеспеченным научно-методической базой для

осуществления на высоком уровне образовательной подготовки школьников в условиях инновационного образовательного учреждения;

- процессом развития познавательной самостоятельности личности старшего школьника и содержанием учебного процесса общеобразовательного учреждения инновационного типа;
- эволюционирующей теорией познания, с одной стороны, и реальным состоянием развития познавательной сферы человека в современной цивилизации в континууме биосоциальных, психологических, экологических и других условий, с другой;
- необходимостью реализации учреждениями инновационного типа требований индивидуально-ориентированного подхода и степенью готовности педагогического коллектива к созданию педагогических условий, активизирующих познавательную деятельность старшеклассников» [30],

которые остаются неразрешенными и в настоящее время.

Воспитать у детей глубокий интерес к знаниям и потребность в самообразовании и саморазвитии– это означает пробудить познавательную активность и самостоятельность мысли, развить пытливость, любознательность, воспитать любовь к знаниям, интерес к познавательной деятельности. Это особенно важно в младшем школьном возрасте, когда еще формируются, а иногда определяются постоянные интересы и склонности к тому или иному предмету. «Именно в этот период нужно стремиться раскрыть притягательные стороны математики» [36], потому что «вопреки существующим представлениям, не подростковый, а младший школьный возраст оказывается решающим в дальнейшем развитии личности» [16].

Перечислим некоторые условия, которые позволят учителю сформировать учебно-познавательную активность учащихся при обучении математике:

1. Наличие проблемной ситуации. Познавательная активность обучающегося может вызвать деятельность, в которой ставятся вопросы, проблемы, требующие самостоятельного разрешения. Как правило, деятельность в изучении математики однообразная, рассчитана на механическое выполнение определенных операций, действий, на запоминание формул, свойств, теорем и алгоритмов решения. Самостоятельное разрешение проблемной ситуации при изучении математики вызывает у учащегося чувство победы, успеха, повышает мотивацию к обучению, способствует развитию учебно-познавательной активности.

2. Наличие положительных эмоций. Мыслительная деятельность тесно связано с эмоциональной стороной обучающегося. Отсутствие положительных эмоций как правило приводит к пассивности в обучении. Поэтому учителю при организации процесса обучения по математике необходимо использовать такие формы и приемы, которые способствовали порождению чувства удовлетворения от процесса учения у ребят. К ним в данном исследовании относятся математические игры и конкурсы.

3. Наличие разрешимых для обучающегося задач (учебных проблем). Когда учитель предлагает такие задачи-проблемы, которые посильны ученику или, как говорят, «принята учеником», то есть она становится для него субъективно важной или значимой. При отсутствии этого условия невозможна активизация учебно-познавательной деятельности.

4. Наличие определенной степени новизны в задачах-проблемах, при которой, наряду с новыми элементами, имелись бы знакомые, ранее усвоенные элементы, чтобы ученик мог ощутить в новом «старое». Учитель при организации процесса обучения должен учитывать наличие и уровень знаний по теме, разделу, отсутствие пробелов, наличие навыков и умений самостоятельной умственной работы.

5. Наличие общих индивидуально-психологических свойств обучающихся (память, работоспособность, целеустремленность, внимание и другие), а также специфических для данного предмета способностей.

В следующем параграфе будут рассмотрены виды математических игр и конкурсов, способствующих активизации учебно-познавательной деятельности учащихся, в которых присутствуют все перечисленные выше условия для ее формирования.

1.2 Понятие и виды математических игр и конкурсов для старшекласников

Рассмотрение и определение математических игр и конкурсов начнем с более широкого в научном смысле понятия – дидактическая игра.

«Дидактическая игра – это специально организованная совместная деятельность учителя и учащихся в условиях ситуаций, направленных на воссоздание и усвоение общеобразовательного опыта, в которых складывается и совершенствуется самоуправление поведением ребёнка и формируется индивидуальный опыт учащихся по решению познавательных и личностных проблем» [11, С. 9].

На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы можно выделить следующие особенности дидактических игр, влияющие на процесс обучения, воспитания и развития обучающихся:

1. В процессе игры у каждого ученика есть возможность проявить свой личностный потенциал.

2. Игровая форма занятия, при которой ребенок находится в нестандартной ситуации, при совместном решении занимательных задач, способствует развитию познавательного интереса учащихся.

3. На занятиях, проводимых в игровой форме, формируется познавательная раскрепощённость обучающихся.

4. В игре есть возможность полноценно реализовать «ситуацию успеха» в обучении, развитии и воспитании обучающихся.

5. При проведении игры у учителя есть возможность учитывать «возрастные психофизиологические особенности школьников» [11, С. 9].

«Математические игры – это какие-либо задачи, для решения которых требуется придумать стратегию выигрыша» [51, С. 28]. Это так сказать задачи с каким-то «секретом», нестандартные задачи, исследовательские.

Игра является важным средством воспитания, средством всестороннего развития личности. Дети учатся не только в учебе, но и в процессе игры они учатся организовывать, учатся узнавать жизнь. В игре развивается сообразительность, находчивость, инициатива, чувство коллективизма, толерантности, ответственности за команду (в групповых играх). В игре также у ребят формируются организационные навыки, развивается выдержка, умения взвешивать обстоятельства, быстро находить пути решения возникающих игровых проблем и так далее.

Игру не нужно путать с забавой, развлечением, не следует рассматривать игру как деятельность для удовольствий. На игру необходимо смотреть как на вид преобразующей деятельности, как на средство воспитания и обучения. Поэтому целесообразно, чтобы игровая деятельность пронизывала серьезную учебно-познавательную деятельность.

Игру необходимо рассматривать как осмысленную деятельность, появление игры объясняется потребностями в деятельности, возникающими в растущих возможностях личности. Такая характеристика игры позволяет рассматривать ее как вид творческой деятельности.

Математические игры в данной работе рассматривают как одну из занимательных форм в обучении математики. Под игровым занятием понимается занятие, пронизанное элементами игры, соревновательности или содержащее игровую ситуацию. Исследования показали, что использование игровых приемов не только в математике, но и в других предметах, оказывают большое влияние на активность учащихся в учебной работе, на развитие их учебных и познавательных интересов. Игровой мотив повышает настойчивость обучающихся, их ответственность к выполняемым заданиям. Для неуспевающих учащихся игра может выступать как эффективное средство преодоления умственной пассивности.

Занимательные задачи и математические игры принадлежат к тем созданиям, большей частью, народного творчества, которые при правильном их использовании имеют большое образовательное и воспитательное значение. Особую роль в математическом развитии придавал математическим играм и развлекательным задачам Лейбниц. Он отмечал, что люди никогда не кажутся столь наивными, как в игре. Обязанность искусных математиков взять на себя труд выяснить правила и законы этих игр. С другой стороны, по его мнению, люди никогда не проявляют столько сообразительности, как в таких играх, которые основаны не на случайности, а на искусстве.

В математических играх повышается эмоциональность учебно-познавательной деятельности, повышается настойчивость в преодолении трудностей при решении не только занимательных задач, но и задач повышенной трудности, поскольку большинство математических игр носят коллективный (групповой) характер. Рассмотрим классификацию математических игр, представленную на рисунке 1.

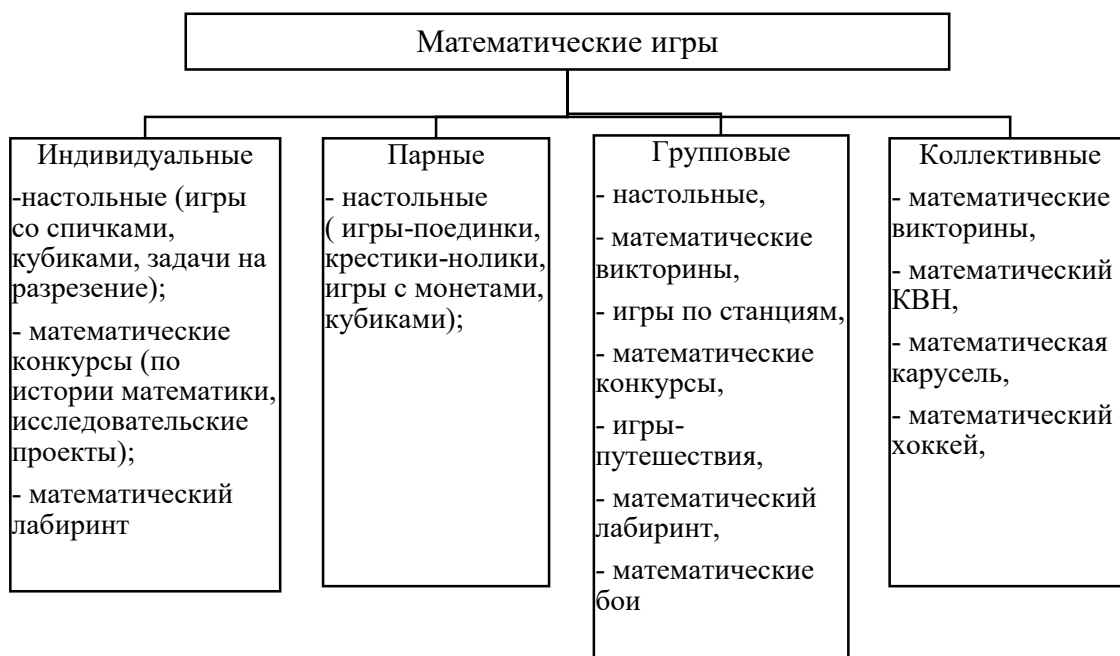


Рисунок 1 – Классификация математических игр

Рассмотрим подробно суть и содержание приведенных на рисунке 1 математических игр и конкурсов.

«Математический конкурс – тематическое соревнование, обладающее большим эмоциональным воздействием на участников и зрителей, в процессе которого учащиеся демонстрируют решение некоторой проблемы (математической, прикладной или практической)» [9]. В качестве примера такой проблемы рассмотрим следующую задачу. «Один старый араб, умирая, завещал свой табун верблюдов трем сыновьям по такому расчету: старшему – половину табуна, среднему – третью долю табуна, младшему – одну девятую долю табуна. Когда братья стали делить наследство. То оказалось, что в табуне всего 17 верблюдов; братья не сумели произвести раздела и пригласили на совет мудрого человека. Последний привел одного своего верблюда и сказал: «Теперь в табуне стало 28 верблюдов: старший получает $18 \cdot \frac{1}{2} = 9$ верблюдов, средний $18 \cdot \frac{1}{3} = 6$ верблюдов и младший $18 \cdot \frac{1}{9} = 2$ верблюда. Все трое получили $9 + 6 + 7 = 17$ верблюдов, как завещал вам отец. Мой же верблюд оказался лишним, я уведу его обратно.» Как объяснить такой дележ?» [10].

Математические конкурсы, как правило, проводятся во внеурочное время, в математических кружках, во внеклассной работе, либо при организации недели математики в школе, районе, городе и т.п. Для определения победителей конкурсов в разных номинациях назначается экспертная группа из числа педагогов-математиков. Вопросы или проблемы, которые решаются обучающимися в математических конкурсах носят исследовательский характер, результаты которых учащиеся представляют в виде рефератов и презентаций.

Основная цель проведения математических конкурсов – организовать досуг обучающихся, систематически побуждая интерес к изучению математики. Кроме того, конкурсы служат средством формирования способностей и склонностей школьников к математике, способствуют привитию навыков изучения учебной и научной литературы по математике

или по истории математики, дают возможность выявить одаренных к математике обучающихся, повысить их математическую культуру.

Конкурсы могут организовываться для обучающихся различных возрастных групп, при этом специфика их проведения, а также проблемы и вопросы, которые должны быть решены на конкурсе напрямую зависят от возраста учащихся. Занимательный характер имеют математические конкурсы, проводимые для обучающихся младшего школьного возраста, познавательный характер с элементами истории математики – для обучающихся среднего звена, творческий и исследовательский характер – для обучающихся старшей школы.

Перечислим основные цели и задачи математических конкурсов:

- пропаганда научных знаний и развитие у обучающихся интереса к научной деятельности;
- создание необходимых условий для выявления одаренных детей;
- организация работы факультативных занятий, кружков;
- активизация (мотивация, привлечение) к деятельности учащихся в научном обществе учащихся.

Рассматривая классификацию математических игр, следует отметить их многообразие и разноплановость в организации и проведении. Одна игра может быть составной частью другой игры или как один из ее этапов. Приведем описание различных математических игр и дадим каждой характеристику.

Настольные игры

«К настольным играм относятся математические игры, такие как «математическое лото», «игры на шахматной доске», «игры со спичками», «головоломки»» [61, С. 43]. Как правило, настольная математическая игра не требует много времени. Для проведения настольной математической игры, учителю не нужно каждый раз предварительно готовиться, достаточно один раз подготовить всё что надо для игры (доску, фишки, спички), зачитать, а лучше написать на плакате правила, и ученики с радостью будут играть. Часто

настольные математические игры являются частью или одним из этапов других математических игр, но также учитель может оставить весь реквизит для игр в классном уголке тогда ученики смогут играть на перемене или в любую свободную минуту.

Наиболее распространёнными из настольных математических видов являются *математическое лото*. «Правила у игры: каждый из участников игры получает карту, на которой написаны ответы. Ведущий игры берет пачку карточек, на которых написаны задания, вытаскивает одну из них, читает задание и показывает всем участникам игры. Участники решают задания (устно или письменно не важно), получают ответ, и найдя его у себя на карточке закрывают его фишкой. Выигрывает тот, кто первый закроет карточку» [24, С. 43].

Игры со спичками

Суть настольных игр со спичками проста или требуется получить из данной фигуры другую, переложив некоторое количество спичек. Вопрос состоит в том какую именно спичку нужно переложить.

Игры-головоломки

Это игры на разрезание фигур, на расставление в заданном порядке чисел в таблице, на сбор фигуры из частей (требуется найти максимально количество вариантов сбора).

Игры-поединки

Такие игры проводятся между двумя участниками. «Например, крестики-нолики в различных вариациях, игры на шахматной доске, игры с использованием спичек и многие другие. В таких играх необходимо выбрать нужную, выигрышную стратегию. Задача заключается в том, что игрокам следует сначала догадаться какая именно стратегия является выигрышной» [24, С. 44].

Настольных игр существует очень много поэтому описать их общую структуру очень сложно. Основным их отличием от других игр является то, что они являются не подвижными, а также индивидуальными или парными.

Математические викторины

«Математические викторины являются одной из наиболее легко организуемых форм внеклассной работы по математике и наиболее распространённой. Викторина как правило проводится как самостоятельное внеклассное занятие, но мини-викторина вполне может быть частью другой математической игры. Задания в викторинах подбираются таким образом, чтобы ученики могли применить свою находчивость и смекалку в решении задачи, но эти задания не должны требовать много времени для решения.

Принимают участие в викторине все желающие. Число заданий для викторины может быть 10-20. Продолжительность викторины 25-30 минут» [32, С. 238]. «Математические викторины легко организовать и в них может принять участие каждый желающий. Суть данной математической игры заключается в том, что участникам задаются вопросы, на которые они должны ответить» [24, С. 46].

«Независимо от формы проведения викторины победители викторины награждаются призами, в качестве которых могут быть как книги по математике, так и книги о тех персонажах, которые выступали в роли ведущих» [9, С. 238].

«За правильный ответ присуждается определенное количество очков. Если ответ был не полный, то ведущий может дать возможность ответить другому участнику» [24, С. 76]. Участник, который представил не полный ответ либо вообще не получает балл, либо получает половину балла. Победителями становятся обучающиеся, набравшие наибольшее количество баллов.

Математическая викторина является одной из наиболее простых в организации и проведении математических игр. С ее помощью можно заинтересовать обучающихся научной деятельностью, кроме того, с помощью математической викторины учитель может определить уровень знаний, умений и навыков обучающихся, если она проводится в виде письменной самостоятельной.

Игры по станциям

«Суть игры по станциям очень проста, дети проходят станции по маршрутным листам и получают за их прохождение баллы, жетоны, часть шифра, который нужно разгадать или же фрагмент картинку, которую надо собрать. Проходя станции, дети преследуют какую-либо игровую цель, ей может быть, например, освободить персонажа сказки, помочь персонажу из сказки, найти клад, собрать картинку (шифр), вариантов очень много. На каждой станции детей ждут задания, где им будут нужны не только базовые знания по математике (хоть без них никуда), но и нестандартное мышление, логика, смекалка, находчивость. Также, поскольку игры по станциям чаще всего проходят в командах, детям понадобится такое умение, как работать в команде, которое будет только развиваться в данной игре. Станции чаще всего находятся не в одном помещении (например, в актовом зале), а в разных местах (другие кабинеты, холлы, коридоры). Данный вид игры можно довольно успешно проводить и с одним классом, и с несколькими классами, но важно учесть, что, чем больше участников (команд), тем больше потребуются станций, а, следовательно, больше ведущих для этих станций. Для проведения игры по станциям можно привлечь старшеклассников или других учителей» [21].

«Игры такого вида имеют необычный сюжет и часто являются театрализованными. То есть в начале игры, ведущие или организаторы разыгрывают какую-либо сценку, с помощью которой участники должны уловить цель игры. Отдельные станции, по которым будут ходить участники, тоже могут быть театрализованы» [24, С. 48]. Именно такая особенность организации мероприятия заинтересовывает и увлекает участников и организаторов игры. К такому виду игр относятся *«Математические следопыты»*, *«Математический поезд»*, *«Математический кросс»*.

Математические лабиринты

Цель математической игры – выйти из запутанного лабиринта. Каждый правильно сделанный поворот, поможет участнику выбраться, а при неверном

повороте участник выбраться из не сможет. «По такому же принципу устроены и математические лабиринты. Каждое правильно решенное задание игры приближает вас к верному конечному результату игры, а единственная ошибка может привести к неверному. Данная игра проходит поэтапно. Ответ на задание в каждом этапе определяет, на какой этап игры нужно идти дальше. В итоге ты приходишь к конечному результату. Именно он и проверяется. Это может быть ответ на задание последнего этапа, либо какая-нибудь картинка и т.п. Если конечный результат не верный, то надо искать на каком из этапов игры была совершена ошибка и, следовательно, проходить часть лабиринта заново. Таким образом, участники игры учатся не только правильно решать задачи, но проверять свои решения, находить ошибки, быть внимательнее» [24, С. 51-52].

Разновозрастные игры

«Такой вид игры рекомендуется проводить в малокомплектной школе между командами, в которых участники могут быть разного возраста. Примером такой игры является «*Математический хоккей*». Игра проводится для нескольких команд. Команда должна состоять хотя бы из 6 участников. Команд в игре может быть от двух и более. Цель команды – не допустить, чтобы в «ее ворота забили гол». Выигрывает та команда, «в ворота которой забили наименьшее количество шайб». Математический хоккей можно проводить в классной комнате, если команд 2-3 либо в актовом зале, если число команд более трех. Команды рассаживаются по рядам. «Выбрасывание шайбы» заключается в том, что всем командам выдается одно и то же задание, на решение которой отводится 5 минут. Задачу должен решить младший из участников команды – «центральный нападающий» (например, ученик 5 класса). Если он решит ее правильно, то «шайба» считается отбитой. Если же младший участник не решит задачу, то подключаются «два крайних нападающих» – ученики более старшего возраста (например, ученики 6 класса). Если и они не справляются с решением в течение 5 минут, то судейская бригада, которая может состоять из старшеклассников школы,

предлагает решить задачу двум «защитникам» – другим двум участникам команды, например, ученикам 7 класса. И если и они «шайбу не отобьют», то вся надежда на «вратаря». В качестве «вратаря» целесообразно выбрать самого старшего из участников команды, который имеет хорошую подготовку по математике, по сравнению с другими членами команды (например, ученик 8 класса). В случае его неудачи, «шайба» считается заброшенной в «ворота». «Шайбы» вбрасываются через каждые 5 минут. Это позволяет поддерживать темп игры. Такая постановка игры, в которой есть возможность выручить членов команды младшего возраста, способствует развитию ответственности, коллективизму, соревновательности и повышает интерес школьников к математике» [21].

Организация дополнительного занятия в виде математической игры способствует развитию учебно-познавательной активности учащихся, повышает мотивацию к изучению математики, позволяет привлечь детей разного возраста и уровня подготовки, разнообразить процесс обучения при правильном обеспечении досуга ребят.

Выводы по первой главе

На основании вышеизложенного материала можно сделать следующие выводы:

1. Развитие учебно-познавательной деятельности неразрывно связано с сочетанием различных видов учебной деятельности, применением разнообразных форм учебной работы, особенно интерактивных форм, которые, в последнее время, считаются достаточно эффективными и интересными, своей нетрадиционной организацией процесса обучения с использованием имитационных и дидактических игр, которые позволяют обучающимся полноценно реализовать личностный потенциал учащихся.

2. Игровая деятельность должна рассматриваться как дополняющая к основным видам деятельности, для школьного возраста и использоваться в учебных целях как средство активизации учебно-познавательной активности

обучающихся. Более того, игровая деятельность должна пронизывать учебную в той мере, в какой это целесообразно так же, как и общественная деятельность пронизывает учебную.

3. Игра является важным средством воспитания, средством всестороннего развития личности и активизации учено-познавательной деятельности. Дети учатся не только в учебе, но и в процессе игры они учатся организовывать, учатся узнавать жизнь. В игре развивается сообразительность, находчивость, смекалка, инициатива, чувство коллективизма, толерантности, ответственности за команду (в групповых играх). В игре также у ребят формируются организационные навыки, развивается выдержка, умения взвешивать обстоятельства, быстро находить пути решения возникающих игровых проблем и прочее.

4. Занимательные задачи, математические игры и конкурсы принадлежат к тем созданиям, большей частью, народного творчества, которые при правильном их использовании имеют большое образовательное и воспитательное значение. Люди никогда не кажутся столь наивными, как в игре. Обязанность искусных математиков взять на себя труд выяснить правила, законы этих игр и донести их до учащихся. С другой стороны, люди никогда не проявляют столько сообразительности, как в таких играх, которые основаны не на случайности, а на искусстве.

Глава 2 Методические основы активизации учебно-познавательной деятельности старшеклассников посредством математических игр и конкурсов

2.1 Методические рекомендации по организации и проведению математических игр и конкурсов для старшеклассников

В данном параграфе приводятся методические рекомендации по организации и проведению некоторых видов математических игр и конкурсов, которые целесообразно проводить для обучающихся старших классов общеобразовательной школы.

Методические рекомендации по проведению математической викторины.

Рассмотрим одни из самых популярных видов математических игр – математические викторины. Они, как правило, не имеют большого самостоятельного значения, но как сопутствующее мероприятие, не требующие много времени и большой подготовки, они незаменимы. Обычно математические викторины проводятся во внеклассной работе, на дополнительных занятиях по математике. Подготовить вопросы и упражнения, а также провести математическую викторину могут не только учителя, но и более сильные или заинтересованные в классе обучающиеся.

Характер и количество упражнений для викторины зависит от формы ее проведения. На уроке по математике целесообразно включить в викторину 8-10 несложных устных заданий, а на математическом кружке или дополнительном занятии можно включить 5-7 более трудных вопросов.

В подборе материала для математической викторины выделяется два подхода:

- 1) упражнения и вопросы для повторения определенной темы или раздела курса математики, изученного перед проведением викторины;

- 2) задания и вопросы, охватывающие темы всех разделов изученного курса математики.

Если материал подготавливается самими обучающимися, то учителю необходимо проверить на правильность и на степень трудности все задания, вопросы и их решения. В случае, если упражнения, включенные в викторину, будут достаточно сложными для понимания или решения, то она не вызовет у обучающихся интереса. В викторину нужно включать как легкие, занимательные вопросы, так и задания посложнее. Правильный подбор заданий для викторины обеспечивает участие всех обучающихся в викторине независимо от уровня подготовки каждого. Ответы должны оцениваться в определенное количество баллов, а также желательно, чтобы победители викторины получили ценные призы, например, книги или сборники занимательных задач по математике, математических ребусов и головоломок.

Учителю необходимо назначить ведущих викторины именно из числа обучающихся, пользующихся в классе авторитетом. Они должны быть внимательными и умеющими быстро реагировать на изменяющуюся ситуацию. Их задача увидеть, кто первым поднял руку для ответа на вопрос викторины.

Далее приводится разработка математической викторины для обучающихся 9-11 классов.

1. Катеты и гипотенуза c (c – ее длина) прямоугольного треугольника, связаны соотношением в виде квадратного уравнения

$$x^2 - \sqrt{8}x + c = 0.$$

Найти стороны треугольника, если длины катетов являются корнями заданного уравнения.

Решение. Обозначим длины катетов a и b . Тогда по теореме Виета, теореме Пифагора получим систему уравнений:

$$\begin{cases} a + b = \sqrt{8}, \\ a \cdot b = c, \\ a^2 + b^2 = c^2. \end{cases}$$

Поскольку $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, которое можно представить как $\sqrt{2} + \sqrt{2}$, можно предположить, что $a = b = \sqrt{2}$ и проверить верность остальных уравнений системы. Действительно, $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$ и $(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 = 2^2$.

Таким образом, получаем, что катеты прямоугольного треугольника равны $\sqrt{2}$, а гипотенуза – 2.

Ответ: $a = b = \sqrt{2}, c = 2$.

2. Могут ли все три стороны прямоугольного треугольника выражаться нечетными числами?

Решение. Нет. Поскольку квадрат нечетного числа есть число нечетное, а сумма двух нечетных чисел есть четное число.

3. В квадрате каждую сторону увеличили на 20%. На сколько процентов увеличится его площадь?

Решение. Пусть сторона квадрата равна 1 см. Тогда сторона увеличенного квадрата равна 1,2 см. Площадь исходного квадрата равна 1 см^2 , тогда площадь увеличенного квадрата будет равняться $1,2^2 = 1,44 \text{ см}^2$. Таким образом, площадь увеличенного квадрата больше на 0,44 см² или на 44%.

Ответ: площадь квадрата увеличится на 44%.

4. Устно найти значение выражения: $\sqrt{21^2 + 28^2}$.

Решение. $\sqrt{21^2 + 28^2} = \sqrt{7^2(3^2 + 4^2)} = 7 \cdot 5 = 35$.

5. Стороны треугольника равны 6, 8, 10. Какой вид имеет треугольник?

Решение. Нетрудно увидеть, что стороны треугольника в 21 раза больше сторон «египетского» треугольника, который является прямоугольным и для которого выполняется теорема Пифагора, то есть $6^2 + 8^2 = 10^2$.

Ответ: треугольник прямоугольный.

6. Первый компьютер на 50% дороже второго. На сколько процентов второй компьютер дешевле первого.

Решение. Пусть второй компьютер стоит 100 руб. Тогда по условию задачи первый компьютер стоит 150 руб. Далее составим соотношение:

100 руб. x %
150 руб. 100 %.

Составляя пропорцию

$$\frac{100}{150} = \frac{x}{100},$$

находим

$$x = \frac{100 \cdot 100}{150} = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}(\%).$$

Находим разницу

$$100 - 66\frac{2}{3} = 33\frac{1}{3}(\%).$$

Ответ: второй компьютер дешевле первого на $33\frac{1}{3}$ %.

7. Ежедневно часы со стрелками отстают на 4 мин. Их поправили, чтобы они показывали время точно. Определить, через какой промежуток времени часы снова покажут верное время.

Решение. Часы покажут верное время, если отстанут на 12 часов. Так как 12 часов = 720 мин., то получим $720 / 4 = 180$.

Ответ. Часы покажут верное время через 180 дней.

8. В прямоугольном параллелепипеде длину и ширину увеличили на 10%, а высоту уменьшили на 10%. На сколько процентов изменится его объем?

Решение. Обозначим измерения прямоугольного параллелепипеда за x , y и z . Тогда его первоначальный объем будет равен

$$V_1 = xyz.$$

После изменения соответственно его линейных измерений, длины сторон параллелепипеда составят $1,1x$, $1,1y$, $0,9z$. Тогда объем нового параллелепипеда составит

$$V_2 = 1,1x \cdot 1,1y \cdot 0,9z = 1,089xyz.$$

Сравнивая V_1 и V_2 можно сказать, что объем прямоугольного параллелепипеда увеличился на 0,089 или на 8,9%.

Ответ: увеличится на 8,9%.

9. На сколько процентов изменится площадь прямоугольника, если его длину уменьшить на 30%, а ширину увеличить на 30%?

Решение. Пусть x и y соответственно длина и ширина прямоугольника. Тогда его первоначальная площадь составит

$$S_1 = xy.$$

После соответствующего изменения его измерений, длина составит $1,3x$, а ширина – $0,7y$. Тогда площадь измененного прямоугольника будет равна

$$S_2 = 1,3x \cdot 0,7y = 0,91xy.$$

Сравнивая S_1 и S_2 можно сказать, что площадь прямоугольника уменьшилась на 0,09 или на 9%.

Ответ: уменьшится на 9%.

10. Два велосипедиста выехали одновременно на прогулку и вернулись домой в одно и тоже время. Оба проехали одинаковые расстояния, но один из них ехал вдвое больше времени, чем отдыхал другой; а второй ехал втрое больше времени, чем отдыхал первый. Кто из них ехал быстрее?

Решение. Пусть первый велосипедист ехал 1 ед. времени, тогда второй отдыхал $\frac{1}{2}$ ед. этого времени. Так как оба велосипедиста были на прогулке одинаковое количество времени, то сумма времени езды второго и $\frac{1}{2}$ должна равняться сумме $\frac{1}{3}$ времени езды второго и 1. Поэтому $\frac{2}{3}$ времени езды второго составляет $\frac{1}{2}$.

Значит второй велосипедист ехал $\frac{3}{4}$ ед. времени, то есть быстрее первого.

Ответ: второй ехал быстрее.

В данной разработке приведено 10 заданий викторины, которые могут быть оценены в разное количество баллов, так как степень сложности каждого задания тоже разная.

Предлагается следующая система оценки, представленная в таблице 1.

Таблица 1 – Система оценки заданий викторины

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во баллов	3	1	2	3	1	3	3	3	2	4

Таким образом, общая сумма набранных баллов составляет 15 баллов.

В зависимости от количества набранных баллов учитель присуждает места победителям викторины.

Методические рекомендации по проведению игры «Математический биатлон» в 9 классе при подготовке к ОГЭ.

Данная разработка создана, для того чтобы немного отвлечь учеников от решения стандартных тестов ОГЭ, а также для отработки заданий, которые должны выполнить все ученики 100%(предполагается что ученики их умеют решать). Смысл игры «Математический биатлон» схож с обыкновенным всем известным спортивным лыжным соревнованием. А сейчас более подробно: все ученики получают первую карточку и решают задание из неё. (Карточки пронумерованы с 1-8), кто выполнил подходит, проверяет. Карточки №1, №2, №3, №4 содержат задания из ОГЭ 6, 8, 9, 13 соответственно. Если задание решено верно, то ученик проходит на 2 круг, если допущена ошибка, то ученик получает штрафную карточку с подобным заданием (номера карточек с 9-18, чтобы у учеников не было возможности друг другу подсказать). Когда ученик решил штрафное задание верно, он переходит на 2 круг, если опять не верно, то опять получает штрафное задание. По правилам игры ученик имеет право заменить задание, но то стоит один штрафной круг. Цель игры пройти все круги, если пройдено всё и без ошибок, то ученик получает высшую оценку, назначенную учителем. Здесь намерено не указана конкретная оценка результатов, т.к. если класс слабый им будет отлично хотя бы пройти все круги, а если класс по сильнее, то тут уже нужно будет, либо делать

дополнительные круги, либо просто задания из второй части ОГЭ на более высокую оценку.

Варианты заданий № 6 карточек № 1 приведены в таблице 2.

Ниже в таблице 3 приведены ответы к заданным вариантам карточек таблицы 1.

Таблица 2 – Карточки №1 к заданиям №6 по вариантам

<i>№ варианта / задание «Найдите значение выражения»</i>					
1	$\frac{21}{5} : \frac{6}{7}$	2	$6,1 \cdot 8,3 - 0,83$	3	$\frac{3^8 \cdot 3^5}{3^9}$
4	$-0,2 \cdot (-10)^2 + 55$	5	$\left(\frac{9}{16} + 2\frac{3}{8}\right) \cdot 4$	6	$\frac{6,9+4,1}{0,2}$
7	$10 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 12 \cdot \frac{1}{5}$	8	$-80 + 0,3 \cdot (-10)^3$	9	$\frac{2,8 \cdot 0,3}{0,7}$
10	$400 \cdot 0,004 \cdot 40$	11	$\left(\frac{17}{8} - \frac{11}{20}\right) : \frac{5}{46}$	12	$0,46 \cdot (-10)^3 + 1,3 \cdot (-10)^2 + 870$
13	$1\frac{8}{17} : \left(\frac{12}{17} + 2\frac{7}{11}\right)$	14	$0,8 \cdot (-10)^2 - 95$	15	$-0,7 \cdot (-10)^2 + 90$
16	$\frac{15}{5 \cdot 4}$	17	$\frac{21}{0,6 \cdot 2,8}$	18	$(16 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (13 \cdot 10^4)$

Таблица 3 – Ключи с ответами к заданиям карточки № 1

<i>№ варианта / ответ к нему</i>		<i>№ варианта / ответ к нему</i>	
1	Ответ: 4,9	10	Ответ: 64
2	Ответ: 49,8	11	Ответ: 14,49
3	Ответ: 81	12	Ответ: 540
4	Ответ: 35	13	Ответ: 0,44
5	Ответ: 11,75	14	Ответ: -15
6	Ответ: 55	15	Ответ: 20
7	Ответ: -2	16	Ответ: 0,75
8	Ответ: -380	17	Ответ: 12,5
9	Ответ: 1,2	18	Ответ: 3328

Карточки №2

1. Задание 8 Найдите значение выражения: $(\sqrt{23} + 1)^2$.

В ответе укажите номер правильного варианта.

$$1) 22 + 2\sqrt{23} \quad 2) 22 \quad 3) 24 + 2\sqrt{23} \quad 4) 24 + \sqrt{23}$$

2. **Задание 8** Найдите значение выражения:

$$\left(a + \frac{1}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+1} \text{ при } a = 2$$

3. **Задание 8** Найдите значение выражения: $9b + \frac{5a-9b^2}{b}$ при $a = 9, b = 36$.

4. **Задание 8** Найдите значение выражения: $(\sqrt{85} - 1)^2$

$$1) 86 - \sqrt{85} \quad 2) 86 - 2\sqrt{85} \quad 3) 84 - 2\sqrt{85} \quad 4) 84.$$

5. **Задание 8** Найдите значение выражения:

$$\frac{8ab}{a+8b} \cdot \left(\frac{a}{8b} - \frac{8b}{a}\right) \text{ при } a = 8\sqrt{3} + 7, b = \sqrt{3} - 3$$

6. **Задание 8** Упростите выражение и найдите его значение при

$$a = -\frac{1}{2}. \text{ В ответе запишите найденное значение. } (a-3)^2 - a(5a-6).$$

7. **Задание 8** Найдите значение выражения: $(7,7 \cdot 10^{-3})(2 \cdot 10^{-3})$.

8. **Задание 8** Сократите дробь: $\frac{(5x+3)^2 - (5x-3)^2}{x}$.

9. **Задание 8** Найдите значение выражения: $(\sqrt{23} + 1)^2$.

В ответе укажите номер правильного варианта.

$$1) 22 + 2\sqrt{23} \quad 2) 22 \quad 3) 24 + 2\sqrt{23} \quad 4) 24 + \sqrt{23}$$

10. **Задание 8** Найдите значение выражения:

$$\left(a + \frac{1}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+1} \text{ при } a = 2.$$

11. **Задание 8** Найдите значение выражения: $9b + \frac{5a-9b^2}{b}$ при $a = 9, b = 36$

12. **Задание 8** Найдите значение выражения: $(\sqrt{85} - 1)^2$

$$1) 86 - \sqrt{85} \quad 2) 86 - 2\sqrt{85} \quad 3) 84 - 2\sqrt{85} \quad 4) 84$$

13. **Задание 8** Найдите значение выражения: $\frac{8ab}{a+8b} \cdot \left(\frac{a}{8b} - \frac{8b}{a}\right)$ при $a = 8\sqrt{3} + 7, b = \sqrt{3} - 3$.

14. **Задание 8** Упростите выражение и найдите его значение при $a = -\frac{1}{2}$. В ответе запишите найденное значение: $(a - 3)^2 - a(5a - 6)$

15. **Задание 8** Найдите значение выражения: $(7,7 \cdot 10^{-3})(2 \cdot 10^{-3})$

16. **Задание 8** Сократите дробь:

$$\frac{(5x + 3)^2 - (5x - 3)^2}{x}.$$

17. **Задание 8** Найдите значение выражения:

$$24ab + 2(-2a + 3b)^2 \text{ при } a = \sqrt{3}, b = \sqrt{6}$$

18. **Задание 8** Найдите значение выражения: $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})$

19. **Задание 8** Найдите значение выражения:

$$(2x + 3y)^2 - 3x\left(\frac{4}{3}x + 4y\right) \text{ при } x = -1,038, y = \sqrt{3}$$

20. **Задание 8** Найдите значение выражения:

$$\frac{xy + y^2}{15x} \cdot \frac{3x}{x + y} \text{ при } x = 9,5, y = -6$$

21. **Задание 8.** Найдите значение выражения:

$$\frac{8a}{9c} - \frac{64a^2}{72ac} + \frac{9c - 64a}{8a} \text{ при } a = 78, c = 21$$

22. **Задание 8** Найдите: $f(3)$ если $f(x-5) = 5^{10-x}$

23. **Задание 8** Сколько целых чисел расположено между $3\sqrt{14}$ и $7\sqrt{3}$?

24. **Задание 8** Найдите значение выражения:

$$\left(\frac{2b}{5a} - \frac{5a}{2b}\right) \cdot \frac{1}{2b + 5a} \text{ при } a = \frac{1}{5}, b = \frac{1}{9}.$$

25. **Задание 8** Найдите значение выражения: $\sqrt{7 \cdot 12} \cdot \sqrt{21}$

26. **Задание 8** Найдите значение выражения: $(x-3) \cdot \frac{x^2 - 6x + 9}{x+3}$ при $x = -21$

Ключ с ответами на задания карточки № 2 приведен в таблице 4.

Таблица 4 – Ключи с ответами к заданиям карточки № 2 по вариантам

№ варианта / ответ к заданию		№ варианта / ответ к заданию	
1	3	10	2
2	1,5	11	27
3	1,25	12	-1,2
4	2	13	-8
5	31	14	25
6	8	15	1
7	2	16	-3,5
8	60	17	42
9	132	18	0,75

Карточки №3

1. Задание 9 Найдите корни уравнения $x^2 - 7x - 18 = 0$

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.

2. Задание 9 Решите уравнение $3 - \frac{x}{3} = \frac{x}{2}$

3. Задание 9 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 4x - y = 7 \end{cases} \text{ В ответ запишите } x + y.$$

4. Задание 9 Найдите корень уравнения $x + \frac{x}{11} = \frac{24}{11}$

5. Задание 9 Решите уравнение: $x^2 - 49 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

6. Задание 9 Решите уравнение: $\frac{3x-2}{4} - \frac{x}{3} = 2$

7. Задание 9 Решите уравнение: $\frac{3}{x-19} = \frac{19}{x-3}$

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания

8. Задание 9 Решите систему уравнений: $\begin{cases} 5x - y = 7 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$

В ответ запишите $x + y$.

9. Задание 9 Найдите корни уравнения: $2x^2 - 10x = 0$

*Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов
в порядке возрастания.*

10. Задание 9 Решите уравнение: $\frac{11}{x-9} = -10$

11. Задание 9 Решите уравнение: $9(x-5)=-x$

12. Задание 9 Решите уравнение: $x - \frac{x}{12} = \frac{55}{12}$

13. Задание 9 Найдите корень уравнения:
 $-x^2 + 4x + 3 = x^2 - x - (1 + 2x^2)$

14. Задание 9 Решите уравнение: $\frac{x-12}{x-4} = \frac{3}{5}$

15. Задание 9 Решите уравнение: $(x + 1)^2 = (2 - x)^2$

16. Задание 9 Решите уравнение: $1-7(4+2x)=-9-4x$

17. Задание 9 Решите уравнение: $\frac{x-4}{x-6} = 2$

18. Задание 9 Решите систему уравнений: $\begin{cases} 4x + y = 10 \\ x + 3y = -3 \end{cases}$

В ответ запишите $x + y$.

Ключ с верными ответами приведен в таблице 5.

Таблица 5 – Ключи с ответами к карточке № 3

№ варианта / ответ к заданию		№ варианта / ответ к заданию	
1	-29	10	7,9
2	3,6	11	4,5
3	3	12	5
4	2	13	-0,8
5	7	14	24
6	6	15	0,5
7	22	16	-1,8
8	-1	17	8
9	05	18	1

Карточки №4

1. Задание 13 Укажите решение неравенства $6 - 7x \leq 3x - 7$

1) $[0,1; +\infty)$ 2) $(-\infty; 1,3]$ 3) $[13; +\infty)$ 4) $(-\infty; 0,1]$

2. Задание 13 На каком из чертежей на рисунке 2 изображено множество решений неравенства $x^2 - 17x + 72 \leq 0$?

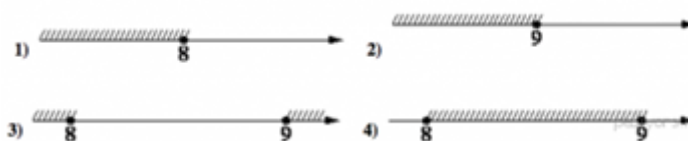


Рисунок 2 – Изображение числовых промежутков

3. Задание 13 На каком из чертежей рисунке 3 изображено множество решений системы неравенств $\begin{cases} x < 3, \\ 4 - x > 0 \end{cases}$?

В ответе укажите номер правильного варианта.

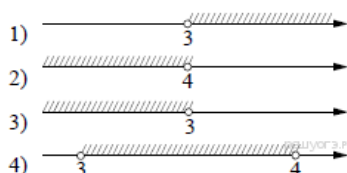


Рисунок 3 – Изображение числовых промежутков

4. Задание 13 Решите неравенство: $\frac{x-5}{4-x} \geq 0$

На каком из чертежей на рисунке 4 изображено множество его решений?

В ответе укажите номер правильного варианта.

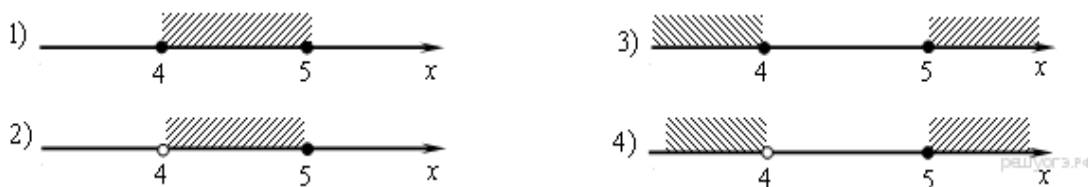


Рисунок 4 – Изображение числовых промежутков

5. Задание 13 Решите неравенство $2 + x \leq 5x - 8$ и определите, на каком из чертежей на рисунке 5 изображено множество его решений.

В ответе укажите номер правильного варианта.

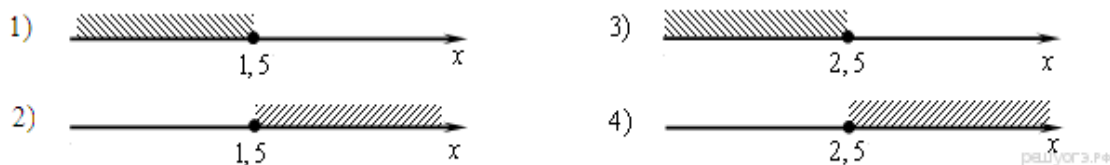


Рисунок 5 – Изображение числовых промежутков

6. Задание 13 На каком из чертежей на рисунке 6 изображено множество решений неравенства $x^2 \leq 9$?

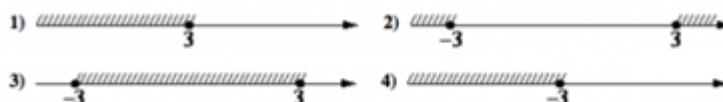


Рисунок 6 – Изображение числовых промежутков

7. Задание 13 Укажите решение системы неравенств (рисунок 7):

$$\begin{cases} x - 4 \geq 0 \\ x - 0,3 \geq 1 \end{cases}$$

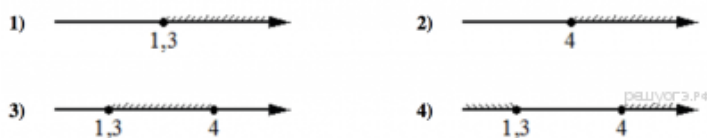


Рисунок 7 – Изображение числовых промежутков

8. Задание 13 Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке 8?

В ответе укажите номер правильного варианта.



Рисунок 8 – Изображение числовых промежутков

1) $x^2 + 4 < 0$ 2) $x^2 - 4 > 0$ 3) $x^2 + 4 > 0$ 4) $x^2 - 4 < 0$

9. Задание 13 Решите неравенство $9x - 4(2x + 1) > -8$

В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $(-4; \infty)$ 2) $(-12; +\infty)$ 3) $(-\infty; -4)$ 4) $(-\infty; -12)$

10. Задание 13 Найдите наименьшее значение x , удовлетворяющее системе неравенств $\begin{cases} x + 20 \geq 0 \\ x + 5 \leq 1 \end{cases}$

11. Задание 13 На каком из чертежей на рисунке 9 изображено множество решений неравенства $7x - x^2 > 0$



Рисунок 9 – Изображение числовых промежутков

12. Задание 13 Решите неравенство: $\frac{x-2}{3-x} \geq 0$

На каком из чертежей на рисунке 10 изображено множество его решений?

В ответе укажите номер правильного варианта.

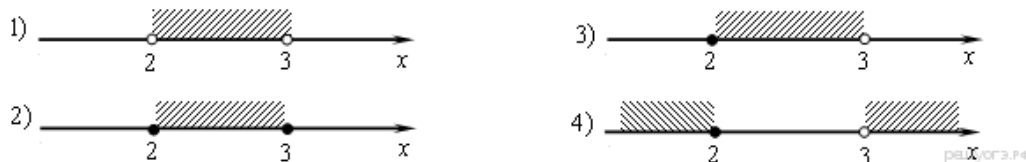


Рисунок 10 – Изображение числовых промежутков

13. Задание 13 Укажите решение неравенства $4x - 2 \geq -2x - 5$ (рисунок 11)



Рисунок 11 – Изображение числовых промежутков

14. Задание 13 Решите неравенство $x^2 - 16 \geq 0$

1) $(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$ 2) $[-4; 4]$ 3) $(-\infty; +\infty)$ 4) нет решений

15. Задание 13 Решите неравенство $3 - 2(x - 3) > 18 - 5x$ и определите, на каком из чертежей на рисунке 12 изображено множество его решений.

В ответе укажите номер правильного варианта.

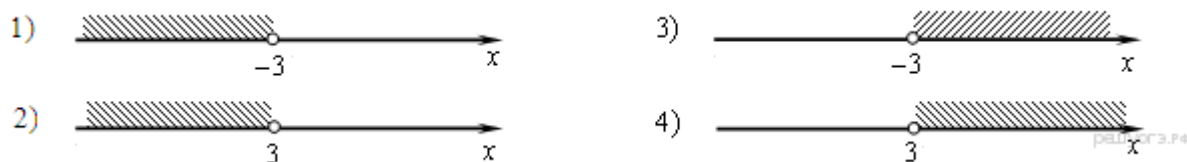


Рисунок 12 – Изображение числовых промежутков

16. Задание 13 На каком из чертежей на рисунке 13 изображено множество решений неравенства $x^2 < 64$

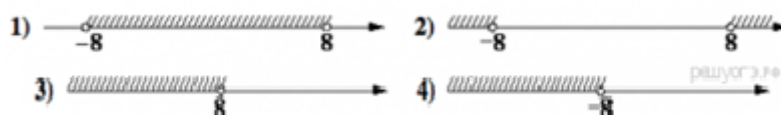


Рисунок 13 – Изображение числовых промежутков

17. Задание 13 На каком из чертежей на рисунке 14 изображено множество решений системы неравенств $\begin{cases} x < 9, \\ 8 - x > 0? \end{cases}$

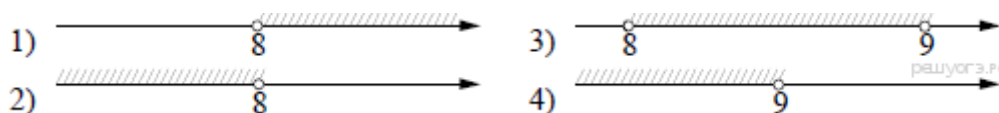


Рисунок 14 – Изображение числовых промежутков

18. Задание 13 На каком из чертежей на рисунке 15 изображено множество решений неравенства $\frac{2x-7}{4-x} \geq 0$

В ответе укажите номер правильного варианта.

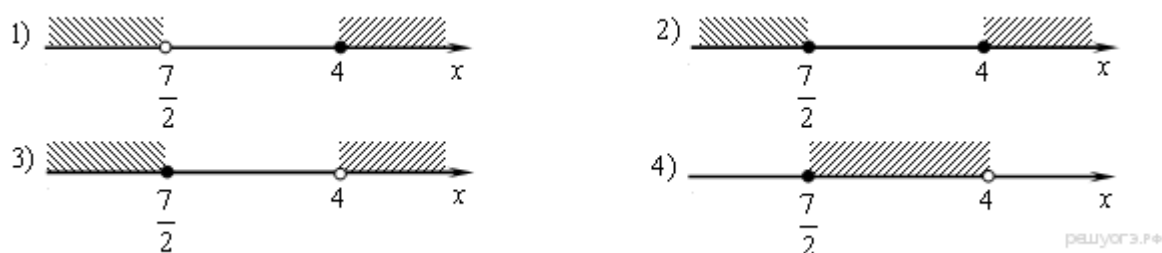


Рисунок 15 – Изображение числовых промежутков

Ключ с ответами к заданиям карточки № 4 приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Ответы к заданиям карточки № 4

№ варианта / ответ к заданию		№ варианта / ответ к заданию	
1	3	10	-20
2	4	11	2
3	3	12	3
4	2	13	1
5	4	14	1
6	3	15	4
7	2	16	1
8	4	17	2
9	1	18	4

Данная разработка прошла апробацию в 9 «Б» и 9 «Г» классах МБУ «Школа 26». По отзывам учеников им было интересно, азартно и результативно. Данная разработка была применена в сокращённый учебный день (уроки шли по 30 минут), поэтому является не большой и может служить как часть основного урока.

Методические рекомендации по проведению математического КВН.

Такого рода мероприятие рекомендуется проводить либо между параллелями старшеклассников – параллель 10 классов и параллель 11 классов, либо между командами обучающихся 10-11 классов разных школ. Оно относится к внеклассному виду работы.

Для участия в данной игре отбираются, как правило, сильные по математике учащиеся, с достаточно высоким уровнем знаний. Каждая школа формирует команду из 9-10 старшеклассников. Организаторы математического КВН заранее сообщают участникам команды правила и место проведения данного мероприятия. Предварительно, примерно за неделю до проведения КВН каждой команде участников выдается домашнее задание, которое они должны подготовить и представить в состязании. Каждая команда заранее выбирает капитана, придумывает название и девиз (желательно связанные с математической тематикой).

Для оценки команд – участников КВН формируется жюри из учителей математики и членов администрации школы. Также выбираются 2-3 ведущих среди старшеклассников данной школы или параллели.

Время на проведение математического КВН может занять примерно 1,5-2 часа.

К проведению мероприятия необходима предварительная подготовка. Следует оформить актовый зал, в котором оно будет проходить, рекомендуется на стенах зала развесить портреты выдающихся математиков, математические газеты, плакаты с ребусами, кроссвордами, шарадами, которые обучающиеся школ заранее могут подготовить перед проведением математического КВН. Члены жюри также могут оценивать указанные выше средства для украшения зала в зачет команде данной школы. В зале также необходимо установить 2 передвижных доски на колесиках, проектор и компьютер для демонстрации заготовок, картинок и презентаций, столы и стулья на сцене, чистые листы бумаги, ручки для решения заданий, предлагаемых командам участников.

В математический КВН предлагается включить 5 этапов:

1 этап: «Математический разминка». На данном этапе происходит приветствие участников. Каждая команда озвучивает название и девиз. В этой игре принимают участие все соревнующиеся. Члены каждой команды выстраиваются в ряд друг за другом. Первым по порядку участникам

выдаются средства для подачи звукового сигнала о готовности ответить на прозвучавший вопрос (например, колокольчик или погремушка). Ведущий озвучивает вопрос, при этом участники каждой команды должны быстро подать сигнал и ответить на поставленный вопрос. Если ответ верный, то данной команде засчитывается 1 балл, если ответ неверный, то дается возможность ответить участнику команды противников. В случае верного ответа данной команде также присуждается 1 балл. Затем ход передается следующему участнику каждой команды. И так дальше, пока все соревнующиеся не примут участие в разминке.

Для проведения данного этапа КВН члены жюри заранее готовят вопросы, которые по содержанию должны быть короткими и требующими однозначного ответа. Примеры заданий для проведения данной игры приведены в таблице 7.

2 этап: «Математический пинг-понг». При проведения данного этапа КВН ведущие по жребию выбирают команду, которая первой делает ход – представляет команде противников математический ребус или фокус, подготовленный заранее перед проведением мероприятия.

Таблица 7 – Задания для проведения игры «Математическая разминка»

<i>Формулировка задания</i>	<i>Ответ</i>
Хорда, проходящая через центр окружности ...	Диаметр
Число, которое при сложении и умножении с собой дает одинаковый результат ...	2
Как называется прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4 и 5?	Египетский
Сколько измерений у параллелепипеда	3
Чему равен тангенс $\pi/2$?	Не существует
Угловой коэффициент прямой $x=2$ равен ...	Не существует
Что больше литр газа или воды?	Равны
Для какого острого угла синус и косинус равны?	$\pi/4$
Отрезок, соединяющий середины двух сторон ...	Средняя линия
Корень из двух в квадрате ...	2

Продолжение таблицы 7

<i>Формулировка задания</i>	<i>Ответ</i>
Объем куба равен 8, а площадь грани ...	4
Что тяжелее 1 кг ваты или золота?	Равны
$6^2 + 8^2$ равно	100
Сколько миллиметров в 1 метре?	1000
Сколько делителей у простого числа?	2
Корень из суммы квадратов катетов это ...	Гипотенуза
Сколько километров в одном метре?	0,001
Половина диаметра окружности ...	Радиус
Диагонали ромба ...	Перпендикулярны
Диагонали прямоугольника ...	Равны
Кто является отцом числа π	Пифагор
Угловой коэффициент прямой $y=2$ равен ...	0
Раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве	Стереометрия
Равенство, содержащее переменную	Уравнение
Расстояние от центра окружности до точки на окружности ...	Радиус
Правильный четырёхугольник	Квадрат
Какая из тригонометрических функций является чётной?	Косинус
Древнегреческий учёный, в честь которого названа теорема о соотношении сторон в прямоугольном треугольнике	Пифагор
Утверждение, принимаемое без доказательства	Аксиома
Равенство, справедливое при всех допустимых значениях переменных	Тождество
Какие геометрические фигуры дружат с солнцем?	Лучи
Какая геометрическая фигура нужна для наказания детей?	Угол

Заготовки математических ребусов предварительно должны оцениваться либо учителями математики в данной школе, либо учителями, которые ведут этот предмет у обучающихся в данной параллели. Если команда противников отгадывает ребус, то ход переходит к ним, если же нет, то первая команда предлагает следующий ребус для отгадывания. Счет может вестись до 3-х или 5-ти очков.

Приведем примеры математических ребусов (фокусов) для проведения 2-го этапа игры.

1. В одной комнате находятся 3 выключателя, а в другой – 3 лампочки. Каждый выключатель обслуживает одну лампочку. Как узнать, какой выключатель обслуживает какую лампочку, если в комнату с лампочками можно войти лишь один раз?

Решение. Нужно включить один выключатель, подождать некоторое время, затем его выключить и включить второй выключатель, после этого пойти в комнату с лампочками. Горящая лампочка связана со вторым выключателем, из потушенных – еще не остывшая связана с первым, а холодная – с третьим выключателем.

2. Месяц назад я купил на базаре 1 кг картошки, 1 л молока и 10 яиц. В прошлое воскресенье картошка стала дороже в 3 раза, молоко – в 4, яйца – в 5 раз, и мне пришлось заплатить за ту же покупку 60 руб. Сегодня картошка стоит уже в 6 раз дороже, чем месяц назад, молоко – в 5 раз, а яйца лишь в 4 раза, и я заплатил за ту же покупку 66 руб. Сколько денег я уплатил в первый раз?

Решение. Пусть в первый день картошка стоила x рублей за 1 кг, молоко – y руб. за 1 л и яйца — z рублей десятков. Тогда вся покупка в первый день стоила $x + y + z$ руб., во второй день $3x + 4y + 5z = 60$ руб., а в третий день $6x + 5y + 4z = 66$ руб. Сложив полученные уравнения, получим $9(x + y + z) = 126$ рублей, откуда $x + y + z = 14$ рублей.

3. В сказочной стране Перра-Терра среди прочих обитателей проживают карабасы и барабасы. Каждый карабас знаком с 6-ю карабасами и 9-ю барабасами. Каждый барабас знаком с 10-ю карабасами и 7-ю барабасами. Кого в этой стране больше – карабасовили барабасов?

Решение. Подсчитаем количество пар друзей, один из которых карабас, а другой – барабас. Если обозначить через K количество карабасов и через B количество барабасов, то, с одной стороны, таких друзей $9K$, а с другой – $10B$, значит $9K = 10B$, откуда K больше B .

4. «Найти число, если известно, что от прибавления к нему $2/3$ его и вычитания от полученной суммы e трети получается число 10» [47, С. 6].

Решение.

Пусть x – это неизвестное число, тогда $\frac{2}{3}$ от него будет выражение

$\frac{2}{3}x + x$ и треть от этой суммы $\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}x + x\right)$.

Составляем уравнение: $\left(\frac{2}{3}x + x\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}x + x\right) = 10$.

Раскрываем скобки $\frac{2}{3}x + x - \frac{2}{9}x - \frac{1}{3}x = 10$.

Упрощаем $\frac{4}{3}x - \frac{2}{9}x = 10$.

Приводим к общему знаменателю $\frac{12}{9}x - \frac{2}{9}x = 10 \Rightarrow \frac{10}{9}x = 10 \Rightarrow x = 9$.

Ответ: $x = 9$.

5. «Некто взял из сокровищницы $\frac{1}{13}$. Из того, что осталось, другой взял $\frac{1}{17}$, оставил же он в сокровищнице 150. Сколько было в сокровищнице первоначально?» [56, С. 6].

Решение.

Пусть x – то сколько было в сокровищнице первоначально, тогда $\frac{1}{13}x$ – это выражение того сколько взяли из сокровищницы первый раз и выражение $\frac{1}{17}\left(x - \frac{1}{13}x\right)$ – это сколько забрали из сокровищницы второй раз.

Составляем уравнение: $\frac{1}{13}x + \frac{1}{17}\left(x - \frac{1}{13}x\right) + 150 = x$.

Раскрываем скобки: $\frac{1}{13}x + \frac{1}{17}x - \frac{1}{221}x + 150 = x$.

Приводим к общему знаменателю:

$$\frac{17}{221}x + \frac{13}{221}x - \frac{1}{221}x - x = -150.$$

Упрощаем:

$$\frac{29}{221}x - x = -150 \Rightarrow -\frac{192}{221}x = -150 \Rightarrow \frac{192}{221}x = 150 \Rightarrow x = 172\frac{21}{32}.$$

6. «Найти два числа, отношение которых 3, а отношение суммы квадратов этих чисел к их сумме равно 5» [47, С. 13].

Пусть x, y – это неизвестные числа, тогда составим систему и решим её.

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 3 \\ \frac{x^2 + y^2}{x + y} = 5 \end{cases}.$$

Выразим из первого уравнения любую переменную:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x = 3y \\ \frac{(3y)^2 + y^2}{3y + y} = 5 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ \frac{9y^2 + y^2}{4y} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ \frac{10y^2}{4y} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ \frac{5y}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ 5y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 6 \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: 2; 6 или 6; 2.

7. «Найти два числа, сумма которых 20, а произведение 96» [56, с 14].

Решение.

Пусть x, y – это неизвестные числа, тогда их сумму можно записать как $x + y$, а произведение как xy . Составим систему:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x + y = 20 \\ xy = 96 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = 20 - y \\ (20 - y)y = 96 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 - y \\ 20y - y^2 = 96 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 - y \\ -y^2 + 20y - 96 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\ &D = 400 - 4(-1)(-96) = 400 - 384 = 16 \Rightarrow \\ &x_1 = \frac{-20 - 4}{-2} = 12; \quad x_2 = \frac{-20 + 4}{-2} = 8. \end{aligned}$$

Если $x_1 = 12$, то $y_1 = 20 - 12 = 8$.

Если $x_2 = 8$, то $y_2 = 20 - 8 = 12$.

Ответ: 8; 12 или 12; 8.

Примеры математических ребусов, представлены на рисунке 16.

3 этап. «Математический конкурс капитанов». Из названия конкурса понятно, что в нем участвуют капитаны команд – самые сильные в математической подготовке обучающиеся. Ведущие зачитывают задачу, которые капитаны должны решить. В качестве таких заданий выбираются задачи повышенной трудности или олимпиадные, но желательно носящие занимательный характер и не требующие слишком много времени на решение

и его оформление. Дается время на обдумывание и решение задачи (примерно 7-10 минут). По истечении отведенного времени каждый из капитанов демонстрирует на доске свое решение задачи. Оценивается как правильность, так и оригинальность решения. За победу в данном конкурсе командам можно дать до 10 баллов.

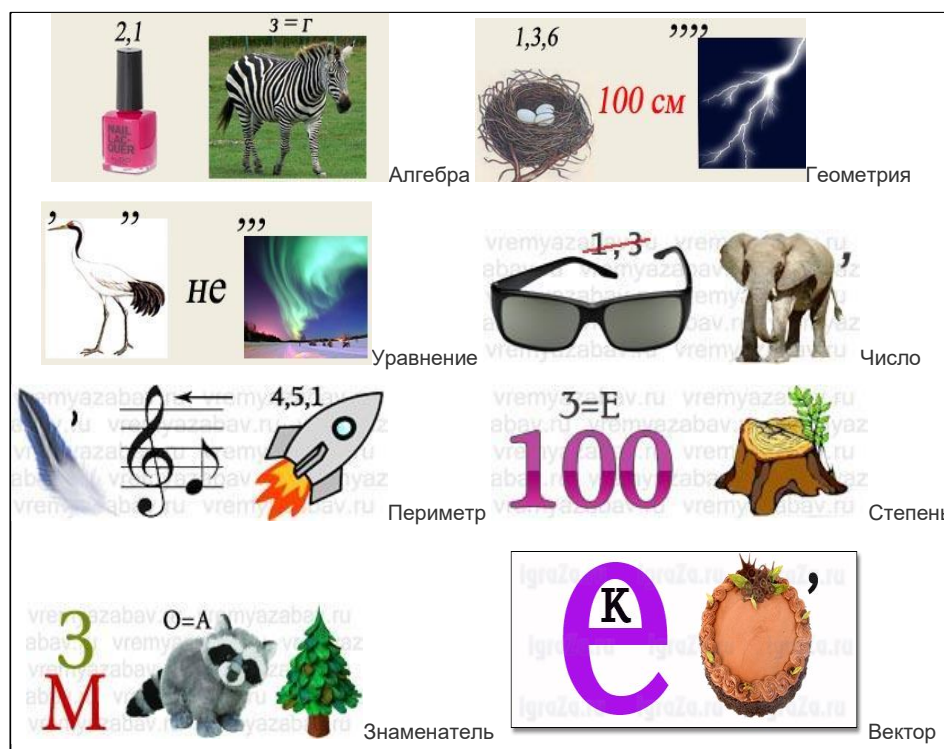


Рисунок 16 – Иллюстрации с математическими ребусами

Ниже приведены примеры задания для конкурса капитанов.

1. «Расстояние между пунктами A и B 60 км. Из A в B выходит автомобиль, а из B в том же направлении выходит второй. Если скорость первого автомобиля увеличить на 10 км/ч, а второго – на 8 км/ч, то первый автомобиль догонит второй в том же месте, но на час раньше. Какова скорость каждого автомобиля?» [25].

2. «В школьной математической олимпиаде по математике принимали участие 9 учеников. За каждую решенную задачу ученик получил 2 очка, а за каждую нерешенную задачу с него списывалось 1 очко. Всего было

предложено 10 задач. Докажите, что среди участников олимпиады было по крайней мере 2 ученика, набравших одинаковое число очков. (Считается, что ученик, набравший больше штрафных очков, чем зачетных, набрал нуль очков)» [50].

3. «Вокруг поляны стоят 12 домиков, окрашенные в белый или красный цвет, в которых поселилось 12 гномов. У каждого гнома нечетное число друзей. В январе первый гном красит свой дом в тот цвет, в который окрашены дома большинства его друзей. В феврале это же делает следующий (по часовой стрелке) и т.д. Докажите, что наступит момент, после которого цвет дома у каждого гнома перестанет меняться» [46].

Решение. Рассмотрим число пар гномов-друзей, у которых дома разного цвета. Каждый месяц это число не увеличивается. Действительно, если цвет дома сохраняется, то число пар не меняется, если же цвет дома меняется, то это число уменьшается. Так как это число неотрицательно, оно не может бесконечно уменьшаться, значит с того момента, когда оно перестанет меняться, каждый гном будет красить свой дом в один и тот же цвет.

4 этап. «Математический бой». В данной игре участвуют все команды. Каждой из них ведущие вручают карточки с заданиями, которые каждая команда в течение определенного времени (20 мин) должна решить. Каждая задача в карточке оценивается определенным количеством баллов в зависимости от сложности задания. Всем командам раздаются карточки с одинаковыми задачами. В игре побеждает та команда, которая первой правильно решила все задачи карточки.

Приведем примеры задач для проведения данного этапа математического КВН.

1. «Пете в 1987 году было столько лет, какова сумма цифр года его рождения. В каком году он родился?» [50].

Решение. Обозначим год рождения Пети за $\overline{19ab}$, тогда в 1987 году ему было $(1+9+a+b)$ лет. Составляем уравнение и решаем:

$$\overline{19ab} + \overline{1987} = 1 + 9 + a + b,$$

$$87 - 10a - b = 10 + a + b,$$

$$2b = 77 - 11a.$$

Так как числа a и b могут принимать только значения $0, 1, 2, \dots, 9$, то используя метод перебора, получим, что $a=7, b=0$.

Ответ: в 1970 году.

2. Упростить выражение

$$(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1).$$

Решение. Нетрудно заметить, что если умножить слева все выражение на скобку $(2 - 1)$, то его значение не изменится. Тогда получим:

$$(2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1).$$

Первые две скобки дают формулу сокращенного умножения – разность квадратов, то есть получим:

$$\begin{aligned} (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) &= \\ &= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) = \\ &= (2^8 - 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) = \\ &= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) = \\ &= (2^{32} - 1)(2^{32} + 1) = 2^{64} - 1. \end{aligned}$$

3. Докажите, что число $43^{43} - 17^{17}$ делится на десять.

Решение. Составим таблицу чисел, на которые оканчиваются степени чисел 43 и 17 в зависимости от показателя степени n (таблица 8, таблица 9).

Таблица 8 – К решению задачи 3

Число 43	n	1	2	3	4	5	...
	цифра	3	9	7	1	3	...

Таким образом, получим: $43^{43} = 43^{40} \cdot 43^3$ оканчивается на цифру 7.

Таблица 9 – К решению задачи 3

Число 17	n	1	2	3	4	5	...
	цифра	7	9	3	1	7	...

То есть число $17^{17} = 17^{16} \cdot 17$ оканчивается на цифру 7. Значит разность указанных степеней оканчивается цифрой 0, следовательно она делится на 10.

4. «15 ребят собрали 100 орехов. Докажите, что какие-то два из них собрали одинаковое число орехов» [46].

Решение. Докажем утверждение от противного. Предположим, что все ребята собрали разное количество орехов, то есть первый собрал 0 орехов, второй – 1 орех, третий – 2 ореха, ..., пятнадцатый – 14 орехов. Тогда общее число собранных орехов равно: $0 + 1 + 2 + \dots + 14 = 105$, что больше 100 по условию задачи. Наше предположение неверное, следовательно есть хотя бы двое ребят, которые собрали одинаковое число орехов.

5. «Числа от 1 до 37 записали в строку так, что сумма любых первых нескольких чисел делится на следующее за ним число. Какое число стоит на третьем месте, если на первом месте написано число 37, а на втором 1?» [14].

Решение. Найдем сумму всех чисел от 1 до 37: $1+2+\dots+37=37 \cdot 38=37 \cdot 19 \cdot 2$. То есть сумма чисел должна делиться на 37, 19 и 2. Таким образом, получим последовательность 37, 1, 2, ...

Ответ: 2.

6. «Конструктор стоит 2000 рублей. У Пети имеется

$$400^5 - 399^2 \cdot (400^3 + 2 \cdot 400^2 + 3 \cdot 400 + 4)$$

рублей. Хватит ли Пете денег на конструктор?» [36].

Решение. Вычислить значение на калькуляторе не получится. Поэтому введем обозначение $p = 400$, подставим в числовое выражение и преобразуем его относительно переменной x . Получим:

$$\begin{aligned}
& p^5 - (p-1)^2 \cdot (p^3 + 2 \cdot p^2 + 3 \cdot p + 4) = \\
& = p^5 - (p^2 - 2p + 1) \cdot (p^3 + 2 \cdot p^2 + 3 \cdot p + 4) = \\
& = p^5 - p^5 + 2 \cdot p^4 - p^3 - 2 \cdot p^4 + 4 \cdot p^3 - 2 \cdot p^2 - 3 \cdot p^3 + \\
& + 6 \cdot p^2 - 3 \cdot p - 4 \cdot p^2 + 8 \cdot p - 4 = 5 \cdot p - 4
\end{aligned}$$

Подставим вместо p значение 400, получим

$$5 \cdot 400 - 4 = 2000 - 4 = 1996 < 2000.$$

То есть у Пети имеется 1996 руб.

Ответ: денег на компьютер не хватит.

7. «Незнайка написал на доске несколько различных натуральных чисел и поделил (в уме) сумму этих чисел на их произведение. После этого Незнайка стер самое маленькое число и поделил (опять в уме) сумму оставшихся чисел на их произведение. Второй результат оказался в 3 раза больше первого. Какое число стер Незнайка?» [14].

Решение. Пусть Незнайка написал на стене числа $n_1, n_2, \dots, n_k$, где n_1 – наименьшее число. Тогда по условию задачи получим уравнение:

$$\begin{aligned}
3 \frac{n_1 + n_2 + \dots + n_k}{n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k} &= \frac{n_2 + \dots + n_k}{n_2 \cdot \dots \cdot n_k}, \\
3 \frac{n_1 + n_2 + \dots + n_k}{n_1} &= n_2 + \dots + n_k.
\end{aligned}$$

Обозначим $n_2 + \dots + n_k = S$, тогда $3(n_1 + S) = n_1 \cdot S$. Выражаем переменную S :

$$S = \frac{3n_1}{n_1 - 3}, \text{ где } n_1 \geq 4 \text{ и } n_1 < S.$$

Подставим в полученную дробь вместо n_1 разные значения натуральных чисел, начиная с 4. Получим:

- 1) $n_1 = 4, S = \frac{3 \cdot 4}{4-3} = 12$, в этом случае на стене Незнайка мог написать только три числа 4, 5 и 7.
- 2) $n_1 = 5, S = \frac{3 \cdot 5}{5-3} = 7,5$. Получили, что сумма натуральных чисел не является натуральным числом. То есть пришли к противоречию.

3) $n_1 = 6, S = \frac{3 \cdot 6}{6-3} = 6$, но по условию $n_1 < S$. Снова пришли к противоречию.

4) $n_1 = 7, S = \frac{3 \cdot 7}{7-3} = 5,25$, получили, что сумма – не натуральное число, причем меньше n_1 .

Продолжая подстановку натуральных чисел вместо n_1 , сумма S с его увеличением уменьшается, что противоречит условиям задачи. Таким образом, подходит только число 4.

Ответ: Незнайка написал на стене три натуральных числа 4, 5 и 7.

8. «Числа от 1 до 9 разместили в кружках фигуры, изображенной на рисунке 17, так, чтобы сумма четырех чисел, находящихся в кружках-вершинах всех квадратов (их шесть), была постоянной» [50].

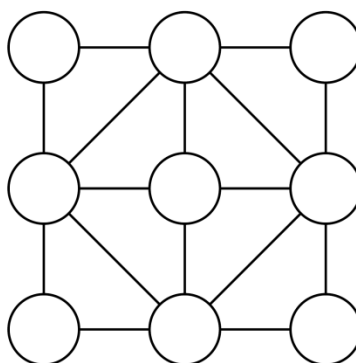


Рисунок 17 – Иллюстрация к задаче 8

9. «Как-то Кролик торопился на встречу с осликом Иа - Иа, но к нему неожиданно пришли Винни-Пух и Пятачок. Будучи хорошо воспитанным, Кролик предложил гостям подкрепиться. Пух завязал салфеткой рот Пятачку и в одиночку съел 10 горшков меда и 22 баки сгущенного молока, причем горшок меда он съедал за 2 минуты, а банку сгущенки – за минуту. Узнав, что больше ничего сладкого нет, Пух и Пятачок попрощались и ушли. Кролик с огорчением подумал, что он бы не опоздал на встречу с осликом, если бы Пух поделился с Пятачком. Зная, что Пятачок съедает горшок меда за 5 мин, а банку сгущенки – за 3 минуты, Колик вычислил наименьшее время, за которое гости смогли бы уничтожить его запасы. Чему равно это время?» [14].

Решение. Введем в задаче следующие обозначения:

x – число горшков меда, которые съел Пух,

y – число банок сгущенки, которые съел Пух.

Тогда Пятачок съел $(10 - x)$ горшков меда и $(22 - y)$ банок сгущенного молока. Так как по условию задачи Пух и Пятачок должны съесть запасы вместе, то закончат они это поедание одновременно. Пусть на это они потратят время, равное T . Тогда для Пуха это время можно выразить соотношением:

$$T = 2x + y,$$

а для Пятачка

$$T = 5(10 - x) + 3(22 - y).$$

Получим уравнение:

$$2x + y = 5(10 - x) + 3(22 - y).$$

$$7x + 4y = 116 \Rightarrow y = \frac{116 - 7x}{4} \text{ или } y = 29 - \frac{7x}{4}.$$

Подставим выражение для переменной y в правую часть для переменной T , получим

$$T = 2x + y = 2x + 29 - \frac{7x}{4} = 29 + \frac{x}{4}.$$

Учитывая, что неизвестные должны удовлетворять соотношениям:

$4 \leq x \leq 10$ и $y \leq 22$, получим:

$$\text{при } x = 4, y = 29 - \frac{7 \cdot 4}{4} = 22, T = 30;$$

$$\text{при } x = 5, y = 29 - \frac{7 \cdot 5}{4} = \frac{81}{4}, T = 30,25;$$

$$\text{при } x = 6, y = 29 - \frac{7 \cdot 6}{4} = \dots, T = 30,5;$$

...

Получаем, что при $x \geq 5$ время поедания увеличивается, то есть минимальное время соответствует значению 30 мин. при $x = 4$.

Ответ: Наименьшее время составило бы 30 мин, если бы Пух съел 4 горшочка меда и 22 банки сгущенки, а Пятачок при этом съел бы только 6 горшочков меда.

5 этап. «Конкурс «Математика Древних времен». Для проведения данного этапа КВН необходимы проектор и компьютер, чтобы команды могли представить презентации по теме конкурса, которые они готовят заранее. Организаторы мероприятия за 2 недели до его проведения предлагают участникам команд подготовить презентации и доклады по истории математики, либо о жизни и деятельности выдающихся математиков, либо доклады из истории математических идей и открытий. На представление доклада каждой команде отводится по 10 мин. При этом учащимся заранее сообщается по каким критериям будут оцениваться домашние задания по теме конкурса.

Примерные темы докладов приведены ниже.

1. Математика древних египтян.
2. Древнегреческая математика.
3. Древнеиндийская математика.
4. Из истории среднеазиатской математики.
5. Жизнь и деятельность Леонардо Эйлера.
6. Жизнь и деятельность Льва Семеновича Понтрягина.
7. Как возникла десятичная система мер.
8. Простые числа и алгоритм Евклида.
9. Как возникла геометрия.
10. «Золотое сечение».

По окончании последнего этапа КВН жюри подводит итоги и объявляет победителей. Рекомендуется вручить команде победителей ценные призы и дипломы.

2.2 Занимательные задачи как средство организации математических игр и конкурсов для старшеклассников

В данном параграфе диссертационного исследования представлено проектирование темы «Занимательные задачи для старшеклассников» в

рамках технологии обучения решению текстовых (сюжетных) задач Т.А. Ивановой.

В проекте обосновывается применение технологии работы с текстовой (сюжетной) задачей при изучении темы «Занимательные задачи» в 10-11 классах с углубленным изучением математики.

Практическая значимость проекта заключается в представленной методической разработке занятий, которая может быть использована учителями математики на практике в старших классах общеобразовательной школы, как на уроках математики, так и во внеклассной работе, а также в дополнительном математическом образовании школьников.

Обозначим базовые знания обучающихся, необходимые для проведения занятий.

«Предметные результаты содержания курса алгебры:

- 1) осознание значения математики для повседневной жизни человека;
- 2) представление о математической науке как сфере математической деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;
- 3) развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования;
- 4) умение оперировать понятиями по основным разделам содержания; умение проводить доказательства математических утверждений;
- 5) умение анализировать, структурировать и оценивать изученный предметный материал;
- 6) систематические знания о функциях и их свойствах;
- 7) практически значимые математические умения и навыки, способность их применения к решению математических и нематематических задач, предполагающие умения:

- выполнять вычисления с действительными числами;
 - решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств;
 - решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств с модулями и параметрами;
 - решать текстовые задачи арифметическим способом, с помощью составления и решения уравнений, систем уравнений и неравенств;
 - использовать алгебраический язык для описания предметов окружающего мира и создания соответствующих математических моделей;
 - проводить практические расчёты: вычисления с процентами, вычисления с числовыми последовательностями, вычисления статистических характеристик, выполнение приближённых вычислений;
 - выполнять тождественные преобразования рациональных выражений;
 - выполнять операции над множествами;
 - исследовать функции и строить их графики;
 - читать и использовать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы (столбчатой или круговой);
 - решать комбинаторные задачи, находить вероятности событий»
- [41].

«Предметные результаты содержания курса геометрии:

- 1) осознание значения геометрии для повседневной жизни человека;
- 2) представление о геометрии как сфере математической деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;
- 3) развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением геометрической

терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования;

- 4) умение оперировать понятиями по основным разделам содержания; умение проводить доказательства геометрических утверждений;
- 5) умение анализировать, структурировать и оценивать изученный предметный материал;
- 6) владение базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания;
- 7) систематические знания о фигурах и их свойствах;
- 8) практические значимые геометрические умения и навыки, умение применять их к решению геометрических и негеометрических задач, а именно:
 - изображать фигуры на плоскости;
 - использовать геометрический язык для описания предметов окружающего мира;
 - измерять длины отрезков, величины углов, вычислять площади и периметры фигур;
 - распознавать и изображать равные, симметричные и подобные фигуры;
 - выполнять построения геометрических фигур с помощью циркуля и линейки;
 - читать и использовать информацию, представленную на чертежах и схемах;
 - проводить практические расчёты» [41].

Рассматриваемые сведения: занимательные задачи, сформулированные как текстовые (сюжетные) задачи могут быть на любую тему школьного курса математики и решаться различными способами. При этом обучающиеся сами выбирают, каким способом решить ту или иную задачу, опираясь на собственные знания, умения и навыки.

Анализ содержания темы «Занимательные задачи для старшеклассников» в различных учебно-методических пособиях, рекомендуемых для обучающихся общеобразовательной школы, представлен в таблице 10.

Ф. Мостеллер в своей книге «Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями» отмечает: «Занимательность задачи – великое дело. Задача может быть занимательной по многим причинам: потому, что интересное содержание условия, потому что интуитивно непонятен возможный ответ, потому что она иллюстрирует важный принцип, потому что задача обладает большой степенью общностью, потому что она трудна, потому что в решении спрятана «изюминка» или просто потому, что ответ элегантен и прост» [31].

Таблица 10 – Анализ содержания темы «Занимательные задачи» в учебно-методической литературе

Автор, название	Характеристика
Беррондо М. Занимательные задачи [10].	Данная книга преподавателя математики Парижского университета Мари Беррондо представляет собой сборник задач-головоломок из различных областей математики. Книга состоит из двух разделов: 1 – «Задачи», содержащий 7 пунктов задач разной тематики, и 2 – «Решения» - подробные решения соответствующих задач первого раздела. 1 пункт раздела 1 называется «Блуждая в дебрях теории вероятностей» и носит характер пропедевтики теории вероятностей, во втором пункте «В краю железной логики» представлены задачи логического характера, в пункте 3 – задачи на движение, третий пункт посвящен занимательным геометрическим задачам, пункт 5 – «В стране удивительных целых чисел» содержит занимательные задачи на целые числа, 6 пункт «В царстве смекалки и здравого смысла» содержит задачи на смекалку, пункт 7 – «А теперь немного поиграем» состоит из задач, которые можно отнести к математической теории игр. Во втором разделе в словесной форме излагаются многие задачи и вопросы, которые, как и ответы на них, легко записать на символическом языке современной теории множеств и математической логики. Содержащиеся в книге задачи полностью независимы друг от друга и решать их можно в любом порядке.

Продолжение таблицы 10 – Анализ содержания темы «Занимательные задачи»
в учебно-методической литературе

Автор, название	Характеристика
Болл У., Коксетер Г. Математические эссе и развлечения [13].	Данная книга состоит из 14 глав: «Арифметические развлечения»; «Арифметические развлечения (продолжение)»; «Геометрические развлечения»; «Геометрические развлечения (продолжение)»; «Многогранники»; «Математические развлечения на шахматной доске»; «Магические квадраты»; «Задачи о раскраске карт»; «Задачи об уникальных кривых»; «Комбинаторные схемы»; «Разные задачи»; «Три классические геометрические задачи»; «Чудо-вычислители»; «Криптография и криптографический анализ». Книга рассчитана на разные категории читателей: и для школьников, и для учителей, и для студентов физико-математических и технических специальностей, и частично для преподавателей вузов. Книга состоит из множества несвязанных друг с другом тем, или эссе, так, что любой читатель может найти в ней материал по силам и по вкусу. Книгу можно рассматривать и как задачник занимательных задач по математике, и как пособие для самостоятельной работы.
Гарднер М. Математические головоломки и развлечения [15].	Книга содержит множество занимательных задач и головоломок из самых различных областей математики. Книга состоит из 46 глав: «Гексафлексагоны», «Фокусы с матрицами»; «Девять задач»; «Крестики и нолики, или Тик-так-тоу»; «Парадоксы теории вероятностей»; «Икосаэдрическая игра» и «Ханойская башня»; «Занимательные топологические модели»; «Игра в гекс»; «Американский изобретатель головоломок Сэм Лойд»; «Математические фокусы с картами»; «Полимино и «прочные» прямоугольники». Благодаря удачному подбору материала, необычной форме его подачи и тонкому юмору автора она доставит удовольствие не только любителям математики, но и будет полезна учителям математики в их работе в школе. В конце книги приведена библиография, которая содержит раздел дополнительной литературы, предназначенной для тех читателей, которые желают расширить свои знания по вопросам, освещаемым в книге. Также приводятся сборники олимпиадных задач.
Дубровский В. Н., Калинин А. Т. Математические головоломки [17].	Книга состоит из 6 глав о перестановочных головоломках: Глава 1. Картинки на кубиках. Глава 2. Игры с дыркой. Глава 3. Волшебные кольца. Глава 4. Перекатыши. Глава 5. Многоэтажные головоломки. Глава 6. Калейдоскоп. В разделах, озаглавленных названиями головоломок, рассказывается об истории их изобретения, конструкции, даются рекомендации по их изготовлению в домашних условиях. Разделы можно читать независимо друг от друга. В большинстве случаев приводятся краткие указания как решить неподдающуюся головоломку. Книга также рассчитана на категорию читателей, изучающих математику на уровне специализированных математических школ и классов.

Продолжение таблицы 10 – Анализ содержания темы «Занимательные задачи»
в учебно-методической литературе

Автор, название	Характеристика
Перельман Я.И. Занимательная алгебра [37].	В данной книге представлено девять глав, охватывающих различные разделы школьной алгебры: 1. Пятое математическое действие. 2. Язык алгебры. 3. В помощь арифметике. 4. Диофантовы уравнения. 5. Шестое математическое действие. 6. Уравнения второй степени. 7. Наибольшие и наименьшие значения. 8. Прогрессии. 9. Седьмое математическое действие. Содержание задач способствует закреплению школьных знаний и навыков по алгебре. В книге использованы различные средства подачи материала: задачи с необычными сюжетами, подстрекающими любопытство, занимательными экскурсиями, в область истории математики, неожиданными применениями алгебры к практической жизни и т.п. По объему охватываемого алгебраического материала книга не выходит из рамок школьной программы, охватывая почти все ее разделы, избегая трудных теоретических вопросов.
Мостеллер Ф. Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями [31].	Данная книга содержит 57 задач по теории вероятностей. Некоторые из них являются подготовительными, семь задач подлежат обсуждению нежелезному решению, некоторые задачи повышенной трудности, но большинство задач – не сложные. Некоторые задачи требуют знаний по курсу алгебры и начал анализа. Есть задачи, для решения которых приводятся формулы, которые возможно неизвестны читателям. К каждой задаче в книге приводится подробное решение или словесное обоснование без аналитического решения.
Савин А.П. Занимательные математические задачи [42].	Автор книги А. П. Савин собрал самые лучшие задачи из раздела «Квант для младших школьников» журнала «Квант». В книге 6 глав – «Простые задачи», «Задачи посложнее», «Трудные задачи», «Задачи в картинках», «Ребусы», «Задачи на разрезание», в каждой из которых представлены условия занимательных задач и затем их решения. Первые три главы посвящены арифметическим задачам, четвертая – геометрическим задачам на разрезание. В пятую главу собраны задачи, которые принято называть арифметическими ребусами, которые решаются с помощью логических рассуждений и индуктивным методом.

В статье В.И. Пискуновой приводится следующее определение занимательной задачи: «Занимательной задачей считаем такую задачу, в которой содержатся элементы занимательности либо в форме подачи задачи, либо в сюжете задачи, либо в способе решения, либо в иллюстративном материале к задаче» [38].

Рассмотрим ещё одно определение занимательной задачи. «Внеучебные занимательные задания– это задачи, обычно не связанные непосредственно с программным материалом» [55].

Проектирование теме «Занимательные задачи для старшеклассников» осуществлялось для математического профиля. Это обусловлено содержанием темы в большей степени во внеурочной деятельности. Кроме того, на профильном уровне учащиеся как раз и должны участвовать в олимпиадах, конкурсах, различных математических соревнованиях, а для этого им нужно уметь решать занимательные задачи.

Основными учебниками для математического профиля выбраны следующие: Муравин Г.К. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень. 10 класс [33] и Муравин, Г.К. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень. 11 класс [34], которые является частью УМК по математике для 10-11 классов, изучающих предмет на углубленном уровне. Учебники соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту среднего (полного) общего образования, имеют гриф «Рекомендовано» и включен в Федеральный перечень. Теоретический материал разделен на обязательный и дополнительный, система заданий дифференцирована по уровню сложности, каждый пункт главы завершается контрольными вопросами и, а каждая глава – домашней контрольной работой. В учебнике также включены темы проектов и есть ссылки на интернет-ресурсы.

Приведем анализ практического опыта учителей по теме «Занимательные задачи», опубликованный в статьях и учебно-методических пособиях.

В статье Н.О. Бобыкиной [12] «Занимательные задачи Я.И. Перельмана на уроках математики» кратко представлена историческая справка про автора

задач – Якова Исидовича Перельмана, затем представлена подборка задач с решением (или с подсказкой к решению).

В пособии М.В. Куклина «Занимательные задачи по математике» [27] представлены: задачи по теории множеств, задачи по теории графов, логические задачи, задачи по комбинаторике, задачи по теории вероятности, а также ответы и пояснения к этим задачам.

На сайте учителя математики Е. М. Савченко [45] есть раздел занимательные задачи, где представлено множество различных задач, все они разбиты по темам.

На сайте «Олимпиадные задания» [43] есть раздел логические задачи для учеников 10-11 классов, также справа есть рубрики олимпиадные задачи и занимательная математика в которых также представлены интересные задачи.

На сайте «Первое сентября» [44] представлена статья учителя математики Зверевой Натальи Жоржевны «Решение занимательных задач как один из путей активизации творческой деятельности учащихся».

В данной статье автор поделилась опытом как она внедряет занимательные задачи на уроке, какую форму работы при этом использует и объясняет для чего вообще нужно решать занимательные задачи.

Таким образом, анализ темы в статьях и сайтах [12, 27, 45, 43, 44] показывает наличие интереса учителей и исследователей к теме «Занимательные задачи».

Целью занятий, проводимых по занимательным задачам, является: научить обучающихся решать занимательные задачи; рассмотреть как можно больше способов решения каждой задачи; сформировать алгоритм решения занимательной задачи; воспитывать усердность и поощрять нестандартный подход к решению задач.

Задачи, которые преследует учитель при проведении занятий по занимательным задачам, следующие:

- выявить основные этапы решения занимательных задач;

- сформировать навыки решения занимательных задач с использованием различных подходов.

Теоретический и практический материал, рассматриваемый в проекте «Занимательные задачи для старшеклассников», способствует формированию познавательного интереса и мотивации к математике, развитию творческих способностей учащихся, развивает навыки работы с учебной литературой; формирует качества математических знаний, тем самым повышает предметные математические компетенции.

Дадим характеристику уровню требований к знаниям, умениям и навыкам учащихся по теме «Занимательные задачи для старшеклассников».

В стандарте по математике (профильный уровень) прописано, что учащиеся должны:

знать/понимать

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций.

Уметь: решать занимательные задачи по математике, что создаст фундамент для дальнейшего серьёзного изучения математики в вузе.

В результате реализации технологии решения занимательных задач обучающийся должен:

знать/понимать:

- вид логической, занимательной, олимпиадной задачи;
- способы решения различных занимательных задач;

уметь:

- решать любую занимательную задачу.

Применение технологии работы с текстовой (сюжетной) задачей позволяет организовать новый способ познавательной деятельности обучающихся на уроках математики. Иванова Т.А. выделяет 3 этапа в решении задачи: «1 этап – ознакомление с текстом задачи; 2 этап – схематическая запись задачи; 3 этап – поиск плана решения задачи» [19]. Рассмотрим подробнее каждый из этапов, на 1 этапе ученики знакомятся с текстом задачи, читаю её либо один вслух другие про себя, либо все про себя затем вслух. Учитель здесь может задавать наводящие вопросы: о чём задача? Какой главный вопрос в задаче? Что нам известно? Что необходимо найти? На 2 этапе при составлении модели текста задачи ученики могут построить таблицу, схему, чертёж (отрезок, луч) или просто краткую запись, всё зависит от конкретного вида задачи. Каждый ученик может выбрать и составить свою модель, так как к каждой задаче наглядных записей будет несколько, главное, чтобы они были верно составлены. Однако, когда только начинается анализ и разбор решения задач, всем следует сделать одинаковую математическую модель, во избежание ошибок и непонимания. На 3 этапе ученикам нужно найти способ решения задачи, а для этого им нужно знать основные взаимосвязи между величинами, уметь переводить величины из одной в другую, выражать одну величину через другую, используя известные зависимости и формулы. Например, $\text{расстояние} = \text{скорость} * \text{время}$, отсюда следует что, $\text{скорость} = \text{расстояние} : \text{время}$ и $\text{время} = \text{расстояние} : \text{скорость}$.

Большая часть занимательных задач носит текстовый (сюжетный) характер, поэтому для их решения целесообразно использовать обозначенную технологию обучения, выделить три этапа, чтение (понимание) задачи, составление математической модели (рисунка, схемы, диаграммы, графика) задачи и решение задачи путём определения математических зависимостей между величинами.

Приведем примеры задач, в которых использовалась технология решения текстовых (сюжетных) задач.

Пример 1. «В трёх посёлках 6000 жителей. Во втором поселке вдвое больше жителей, чем в первом, а в третьем – на 400 жителей меньше, чем во втором. Сколько жителей во втором посёлке?» [19].

Решение. «Анализируя эту задачу, ученик должен осознать следующее: в задаче идёт речь об одной ситуации, в которой действуют три величины. Обозначим их на естественном языке $Ч_1$, $Ч_2$, $Ч_3$ (число жителей первого, второго и третьего посёлков соответственно). По условию известно, что $Ч_2 > Ч_1$ в 2 раза, а $Ч_3 < Ч_2$ на 400. Искомая величина $Ч_2$.

Покажем три вида схематических записей той задачи.

Первый вид. Таблица в виде построчной записи (рисунок 18)

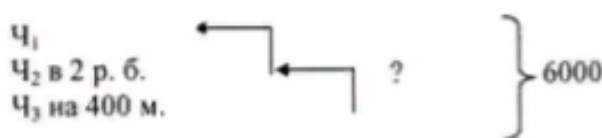


Рисунок 18 – Таблица в виде построчной записи

Второй вид. Линейная диаграмма (рисунок 19)

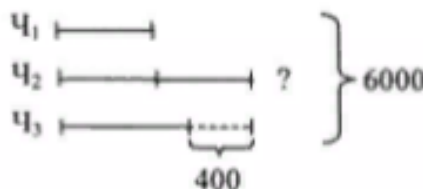


Рисунок 19 – Линейная диаграмма

В столбчатой диаграмме – те же отрезки (или прямоугольники), но расположены вертикально.

Третий вид. Отрезок с составляющими его частями (рисунок 20)» [19].

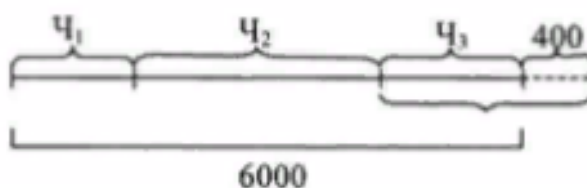


Рисунок 20 – Отрезок с составляющими его частями

Пример 2. «Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении по платформе со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах» [19].

Решение. На первом этапе выделим данные и искомые задачи, проанализировав условие.

$$v_{\text{поезда}} = 141 \frac{\text{км}}{\text{ч}}; v_{\text{пешехода}} = 6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}; t_{\text{обгона}} = 12 \text{ с.}$$

Длину поезда обозначим за L .

На втором этапе построим схему задачи (рисунок 21), составим краткую запись и математическую модель задачи.

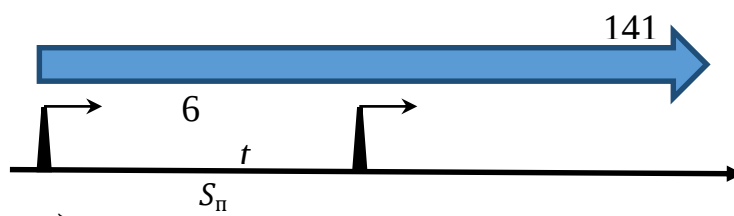


Рисунок 21 – Схема задачи для примера 1

Составим таблицу исходных данных и искомых задачи для лучшего понимания ее решения (таблица 11).

Таблица 11 – Исходные данные к задаче 2

	S	V	t
<i>поезд</i>	$L + S_n$	$141 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$	12 с
<i>пешеход</i>	S_n	$6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$	12 с

Длину поезда L будем находить её по формуле $L = vt$.

На третьем этапе реализуем план решения задачи:

- 1) находим скорость обгона: $141 \text{ км} - 6 \text{ км} = 135 \text{ км}$;
- 2) переведем время обгона 12 секунд в часы, $\Rightarrow t = 12 \text{ секунд} =$

$$\frac{12}{3600} \text{ часа} = \frac{1}{300} \text{ часа};$$

3) находим длину поезда по обозначенной формуле

$$L = vt = 135 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot \frac{1}{300} \text{ ч} = 0,45 \text{ км} = 450 \text{ м} - \text{длина поезда.}$$

Ответ: 450 метров.

Далее представлены конспекты занятий по теме «Занимательные задачи для старшеклассников» в рамках технологии работы с текстовой (сюжетной) задачей.

Конспект урока №1 «Решение занимательных задач по теории вероятностей»

Основные этапы урока:

1. Организационный этап. (1 мин).
2. Подготовка к изучению нового материалов, актуализация знаний (5 мин).
3. Решение занимательных задач по теории вероятностей (35 мин).
4. Подведение итогов урока, рефлексия (2 мин).

Ход урока.

1 этап. Организационный этап.

Учитель настраивает учащихся на работу, формулирует цель и задачи занятия, знакомит с планируемыми результатами.

2 этап. Подготовка к изучению нового материалов, актуализация знаний.

Учитель проводит фронтальный опрос по основным понятиям теории вероятностей, которые были изучены ранее.

3 этап. Учитель знакомит учеников с подходами решения занимательных задач, используя технологию обучения решению текстовых (сюжетных) задач.

Задача 1.

Паркетный пол состоит из прямоугольных плашек, размерами 20 см на 30 см. На пол падает монета, диаметром 2 см. Какова вероятность, что монета

не пересечет границы между плашками, то есть полностью будет лежать внутри прямоугольной плашки?

Решение.

1. На первом этапе решения задачи сформулируем случайное событие, вероятность которого необходимо найти. Для этого обучающиеся должны внимательно прочитать условие задачи и понять, какое событие в ней описывается и носит случайный характер. Это событие может быть сформулировано следующим образом:

A – «Упавшая монета не пересекает границ между плашками паркета».

2. На втором этапе решения задачи построим схему, которая поможет в отыскании необходимых элементов (рисунок 22).

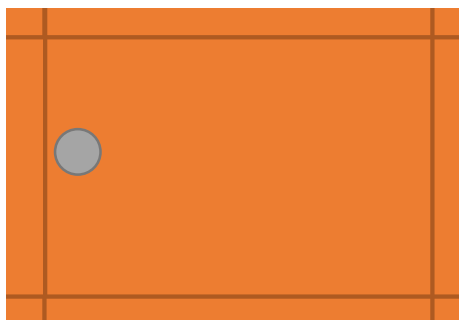


Рисунок 22 – Иллюстрация к задаче 1

Здесь необходимо определить границы области, которая благоприятствует наступлению события A . В качестве подсказки обучающимся предлагается отметить центр монеты (круга, изображающего монету) и передвигая его проследить, относительно какой области прямоугольника монета не пересекает границы между плашками.

3. На третьем этапе решения задачи необходимо определить какую величину требуется отыскать в задаче и какое математическое соотношение (формула) для этого должна использоваться.

Согласно вопросу задачи необходимо найти вероятность события A .

Так как в задаче используются геометрические фигуры (прямоугольник, круг), то для отыскания вероятности необходимо использовать геометрическое определение:

«Геометрической вероятностью события A называется отношение меры области, благоприятствующей событию A , к мере всей области».

И так как соответствующие области – это плоские фигуры, то формула для отыскания вероятности будет иметь вид:

$$P(A) = \frac{S_{\text{благ}}}{S_{\text{общ}}}.$$

В качестве благоприятной событию A области выступает область прямоугольника, размерами 18 см на 28 см внутри паркетной плашки (рисунок 23).

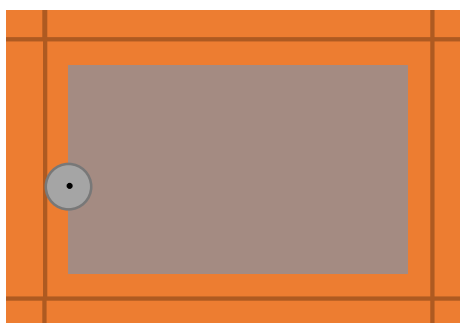


Рисунок 23 – Изображение области, благоприятной событию A

Из рисунка 23 видно, что если центр монеты не выходит за границы области серого прямоугольника, то монета не пересекает границы между плашками паркета.

Поставляя в формулу геометрической вероятности значения размеров прямоугольников, получим:

$$P(A) = \frac{18 \cdot 28}{20 \cdot 30} = \frac{504}{600} = 0,84 \text{ или } 84 \, \%.$$

Таким образом, искомая вероятность равна 84%.

Задача 2. «Ящик с носками».

«В ящике лежат красные и чёрные носки. Если из ящика наудачу вытягиваются два носка, то вероятность того, что оба они красные, равна $1/2$.

(а). Каково минимальное возможное число носков в ящике? (б). Каково минимальное возможное число носков в ящике, если число чёрных носков чётно?» [37].

Решение.

1. На первом этапе решения задачи сформулируем событие, вероятность которого необходимо найти. Для этого обучающиеся должны внимательно прочитать условие задачи и понять, какое событие в ней описывается и носит случайный характер, что известно, а то не известно. В данной задаче известно только, что $P = \frac{1}{2}$, пусть в ящике r красных и b чёрных носков.

2. На втором этапе выведем соответствия из имеющихся данных. Вероятность того, что первый носок – красный, равна $\frac{r}{r+b}$ и при осуществлении того события условная вероятность того, что второй вынутый носок также красный, есть $\frac{r-1}{r+b-1}$.

3. На третьем этапе определяем какой формулой будем пользоваться, в данном случае это формула произведения независимых событий. «Произведение этих двух выражений даёт вероятность того, что оба носка красные:

$$\frac{r}{r+b} \cdot \frac{r-1}{r+b-1} = \frac{1}{2}.$$

Можно начать со значения $b=1$ и искать нужное значение r , затем перейти к случаю $b=2$ и рассмотреть различные значения r и т.д. Это довольно быстро приводит к решению. Но можно подойти к задаче и на более солидном математическом уровне. Заметим, что

$$\frac{r}{r+b} > \frac{r-1}{r+b-1} \text{ при } b > 0.$$

Отсюда следует неравенство

$$\left(\frac{r}{r+b}\right)^2 > \frac{1}{2} > \left(\frac{r-1}{r+b-1}\right)^2.$$

Извлекая квадратные корни, для $r > 1$ получаем

$$\frac{r}{r+b} > \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{r-1}{r+b-1}.$$

Из первого неравенства имеем

$$r > \frac{1}{\sqrt{2}}(r+b) \text{ или } r > \frac{1}{\sqrt{2}-1}b = (\sqrt{2}+1)b.$$

Из второго неравенства находим

$$(\sqrt{2}+1)b > r-1, \text{ так что } (\sqrt{2}+1)b+1 > r > (\sqrt{2}+1)b.$$

Для $b=1$ получаем $2,414 < r < 3,414$, так что можно взять $r=3$. При $r=3$,

$$b=1 \text{ имеем } P(\text{два красных носка}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}.$$

Таким образом, минимальное число носков есть 4» [37].

Рассмотрим теперь чётные значения b (таблица 12).

Таблица 12 – Возможные варианты значений вероятности для четного b

b	r между	Подходящее r	P (2 красных носка)
2	5,8; 4,8	5	$\frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 6} \neq \frac{1}{2}$
4	10,7; 9,70	1	$\frac{10 \cdot 9}{14 \cdot 13} \neq \frac{1}{2}$
6	15,5; 14,5	15	$\frac{15 \cdot 14}{21 \cdot 20} = \frac{1}{2}$

Таким образом, минимальное число носков в ящике есть 21 при условии, что b чётно. Если интересоваться всеми значениями r и b такими, что вероятность извлечения двух красных носков равна $1/2$, то следует использовать методы теории чисел. Этот вопрос приводит к знаменитому уравнению Пелла). Возьмите, например, $r = 85$, $b = 35$.

Задача 3. «Испытания до первого успеха». «Сколько в среднем раз надо бросать кость до появления шестёрки?» [37].

Решение.

1. На первом этапе решения задачи сформулируем событие, вероятность которого необходимо найти. Для этого обучающиеся должны внимательно прочитать условие задачи и понять, какое событие в ней описывается и носит случайный характер, что известно, а то не известно.

2. На втором этапе смотрим что у нас есть, возможно нужно ввести новую переменную (таблица 13). Кажется ясным, что ответ должен быть 6. Чтобы то проверить, обозначим через p вероятность появления шестёрки. Тогда вероятность первого успеха при данном испытании равны ($q=1-p$):

Таблица 13 – Значения вероятности к задаче 2

Испытания	1	2	3...
Вероятность первого успеха	p	pq	$pq^2 \dots$

Сумма вероятностей равна

$$p + pq + pq^2 + \dots = p(1 + q + q^2 + \dots) = \frac{p}{1 - q} = \frac{p}{p} = 1.$$

3. На третьем этапе переходим непосредственно к решению. «Среднее число испытаний m до первого успеха по определению равно

$$m = p + 2pq + 3pq^2 + 4pq^3 + \dots$$

Для нахождения суммы такого ряда применим обычный приём суммирования геометрических рядов $qm = pq + 2pq^2 + 3pq^3 + \dots$.

Вычитая второе выражение из первого, находим

$$m - qm = p + pq + pq^2 + \dots$$

$$\text{или } m(1 - q) = 1, mp = 1 \text{ и } m = \frac{1}{p}.$$

В нашем примере $p=1/6$, так что $m = 6$.

Красивый способ решения этой задачи даётся следующим рассуждением: если первое испытание закончилось неудачей, то условное среднее число

испытаний равно $1 + m$, а если первое испытание закончилось успехом, то условное среднее число испытаний равно 1. Поэтому $n = p \cdot 1 + q(1 + m) = 1 + qt$ и $m = \frac{1}{p}$ » [31].

Задача 4. «Дилемма узника».

«Три узника A , B и C , одинаково хорошего поведения ходатайствовали об освобождении на поруки. Администрация решила освободить двух из трёх, что стало известно узникам, которые, однако, не знают, кто именно эти двое. У заключённого A в охране есть друг, который знает, кого отпустят на свободу, но A считает неэтичным осведомиться у охранника, будет ли он, A , освобождён. Всё же A хочет спросить о имени одного узника, отличного от самого A , который будет отпущен на свободу. Прежде чем спрашивать, он оценивает вероятность своего освобождения как $2/3$, A думает, что если охранник скажет « B будет освобождён», то его шансы уменьшатся до $1/2$, так как в том случае будут освобождены либо A и B , либо B и C . Однако A ошибается в своих расчётах. Объясните это» [37].

Решение.

1. На первом этапе находим, где была ошибка. Ошибка в рассуждении A состоит в том, что он не перечислил всех возможных событий должным образом. Выражаясь математически, узник неправильно построил пространство элементарных событий. Он считает, что опыт имеет три возможных исхода: освобождение пар AB , AC , BC с равными вероятностями.

2. На втором этапе продолжаем рассуждать и приходим к выводу что узник неправильно построил пространство элементарных событий. Он считает, что опыт имеет три возможных исхода: освобождение пар AB , AC , BC с равными вероятностями. С точки зрения заключённого – то правильно построенное пространство элементарных событий для эксперимента, проводимого администрацией, которая освобождает двух узников из трёх. Но эксперимент A включает ещё один момент – ответ охранника.

3. На третьем этапе перебираем возможные исходы для такого эксперимента и разумные вероятности для них будут:

- 1) A и B освобождаются, и охранник говорит B , вероятность $1/3$.
- 2) A и C освобождаются, и охранник говорит C , вероятность $1/3$.
- 3) B и C освобождаются, и охранник говорит B , вероятность $1/6$.
- 4) B и C освобождаются, и охранник говорит C , вероятность $1/6$.

Если на вопрос A охранник отвечает B , то апостериорная вероятность освобождения A равна вероятности исхода 1, делённой на сумму вероятностей исходов 1 и 3. Таким образом, вероятность освобождения A равна $\frac{1}{3} : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = \frac{2}{3}$, так что математический расчёт в конце концов отвечает здравому смыслу.

Задача 5. «Выборы».

«После выборов, в которых участвует два кандидата, A и B , за них поступило a и b ($a > b$) бюллетеней соответственно, скажем 3 и 2. Если подсчёт голосов производится последовательным извлечением бюллетеней из урны, то какова вероятность того, что хотя бы один раз число вынутых бюллетеней, поданных за A и B было одинаково?» [37].

Решение.

1. На первом этапе, как и в предыдущих задачах, мы читаем текст и думаем о чём эта задача, что известно, что не известно, что можно обозначить за переменную.

2. На втором этапе обозначаем $a=3$ и $b=2$ и создаём модель

$AAABV \quad *AABVA \quad *ABVAA$
 $AABAV \quad *ABABA \quad *BABAA$
 $*ABAAB \quad *BAABA \quad *BVAAA$
 $*BAAAB$

где звёздочкой отмечены комбинации, в которых имеет место равновесное положение.

3. На третьем этапе делаем промежуточные выводы. Таким образом, в нашем случае искомая вероятность равна $8/10$.

«Перейдём теперь к общей ситуации произвольных a и b . Рассмотрим сначала те последовательности, в которых первое равновесное положение достигается в случае, когда подсчитаны $2n$ бюллетеней, $n \leq b$.

Каждой последовательности, в которой A лидирует до первого ничейного результата, соответствует единственная последовательность, в которой лидирует B . Так, при $n=4$ последовательности $AABABABBB$ с лидером A отвечает последовательность $BBABABAAA$ в которой лидирует B . Эта последовательность получается из первой заменой A на B и B на A .

Итак, число последовательностей, в которых A лидирует до первой ничьей, равно числу последовательностей с лидером B . Задача сводится, таким образом, к вычислению вероятности равновесного положения, до которого лидирует B .

Так как за A подано большее количество голосов, то рано или поздно A становится лидером. Если первый бюллетень подан за B , то ничья неизбежна. Единственной возможностью ничьей с B , лидирующим в начале, является случай, когда первый бюллетень подан за B . Вероятность того, что это так, равна $b/(a+b)$. Но это же значение равно вероятности ничьей с лидирующим в начале A , и, таким образом, вероятность ничейного положения равна

$$\frac{2b}{a+b} = \frac{2}{r+1},$$

где $r=a/b$. Заметим, что если a много больше, чем b , т.е. когда r велико, вероятность ничьей мала (что интуитивно вполне понятно). Формула верна также и при $b=a$, так как в этом случае вероятность ничьей равна единице» [31].

5 этап. Подведение итогов. Учитель объявляет, что на следующем занятии будет проходить командная игра «Математический бой» по решению занимательных задач. Учитель предлагает обучающимся самостоятельно разделится по командам из 5 человек, придумать название и девиз команды. Учитель рекомендует повторить основные понятия теории вероятностей,

которые обучающиеся плохо запомнили и которые будут необходимы при решении задач.

Конспект урока №2 «Игра «Математический бой» по решению занимательных задач по теории вероятностей»

На втором уроке по данной теме, ученикам предлагается разделить на группы и выполнить самостоятельную работу.

Основные этапы урока:

1. Организационный этап (3 мин).
2. Основная часть: решение задач в группах (20 мин), обсуждение каждой задачи (20 мин).
3. Подведение итогов урока, объявление победителей (2 мин).

Ход урока.

1 этап. Организационный этап.

Поприветствовать учеников, сообщить о групповой форме работы на уроке и разделить на группы по 5 человек. Если в классе 20 учеников, делим их по 5 человек и получается 4 группы. Обучающимся рекомендовано разделиться на команды таким образом, чтобы в каждой группе были ученики с разным уровнем знаний, то есть как «сильные», так и «слабые». Учитель знакомит команды с правилами игры, пишет на доске название каждой команды. Команды обучающихся приветствуют друг друга.

2 этап. Основная часть.

Учитель раздает карточки с задачами (рисунок 24) и засекает время на их решение. Каждой команде выдается карточка с одинаковыми задачами. Победителями в игре становятся обучающиеся той команды, которые раньше всех правильно решили задачи. Кроме того, оценивается оригинальность представленного решения. Каждая задача в карточке оценивается в 5 баллов.

По истечении времени для самостоятельного решения в группах, начинается обсуждение каждой задачи. Каждая из команд представляет своё

решение каждой задачи, так как решение одной и той же задачи в командах может быть разное.

3 этап. Подведение итогов групповой работы и рефлексия. Объявление команды победителей.

Задача 1. «Выбор купонов».

Купоны в коробках занумерованы цифрами от 1 до 5, и для того, чтобы выиграть, надо набрать полный комплект из пяти купонов с разными номерами. Если из коробки вынимается один купон, то сколько коробок в среднем надо испытать, чтобы получить полный комплект? [37].

Задача 2. «В театре».

«Восемь юношей и семь девушек независимо приобрели по одному билету в одном и том же театральном ряду, насчитывающем 15 мест. Какое среднее число смежных мест занимают в этом ряду пары?» [37].

Задача 3 «Равновесие при бросании монет».

При бросании 100 монет какова вероятность выпадения 50 гербов? [37].

Задача 4. «Игра в карты».

В игральной колоде 36 карт. Игрок наудачу подряд вынимает 2 карты. Найти вероятность того, что вынуты два туза.

Рисунок 24 – Карточка с задачами в игре «Математический бой»

Конспект урока № 3 «Решение занимательных задач по теории логарифмов»

Основные этапы урока:

1. Организационный этап. (1 мин).
2. Подготовка к изучению нового материалов, актуализация знаний (5 мин).
3. Решение занимательных задач по теории логарифмов (35 мин).
4. Подведение итогов урока, рефлексия (2 мин).

Ход урока.

- 1 этап. Организационный этап.

Учитель настраивает учащихся на работу, формулирует цель и задачи занятия, знакомит с планируемыми результатами.

2 этап. Подготовка к изучению нового материалов, актуализация знаний.

Учитель проводит фронтальный опрос по основным понятиям теории логарифмов, которые были изучены ранее.

3 этап. Учитель знакомит учеников с подходами решения занимательных задач, используя технологию обучения решению текстовых (сюжетных) задач.

Задача 1. «Логарифмы на скотном дворе».

«Количество так называемого «поддерживающего» корма (то есть то наименьшее количество его, которое лишь пополняет траты организма на теплоотдачу, работу внутренних органов, восстановление отмирающих клеток и т.п.) пропорционально наружной поверхности тела животного. Зная это, определите калорийность поддерживающего корма для вола, весящего 420 кг, если при тех же условиях вол, весом 630 кг. Нуждается в 13500 калориях» [37].

Решение.

1. На первом этапе решения определим данные и искомые задачи. По условию известно, что калорийность корма пропорционально поверхности вола. Введем обозначения:

x – искомая калорийность корма (калории);

s – площадь поверхности вола;

s_1 – площадь поверхности вола весом 630 кг.

2. На втором этапе решения задачи определим соотношение, связывающее данные и искомые задачи:

$$\frac{x}{13500} = \frac{s}{s_1}.$$

Кроме того, из курса геометрии известно, что «поверхности подобных тел относятся, как квадраты их линейных размеров, а объемы – как кубы линейных размеров». Тогда получаем следующие соотношения:

$$\frac{s}{s_1} = \frac{l^2}{l_1^2} \cdot \frac{420}{630} = \frac{l^3}{l_1^3} \Rightarrow \frac{l}{l_1} = \frac{\sqrt[3]{420}}{\sqrt[3]{630}},$$

откуда

$$\frac{x}{13500} = \frac{\sqrt[3]{420^2}}{\sqrt[3]{630^2}} = \sqrt[3]{\left(\frac{420}{630}\right)^2} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^2},$$

$$x = 13500 \sqrt[3]{\frac{4}{9}}.$$

Используя логарифмические таблицы, находим $x=10300$. Таким образом, вол нуждается в 10300 калориях.

Задача 2. «Логарифмы в электроосвещении».

«Причина того, что наполненные газом лампочки («полуваттная» лампа) дают более яркий свет, чем пустотные с металлической нитью из такого же материала, кроется в различной температуре накаливания нити. По правилу, установленному в физике, общее количество света, испускаемое при белом калении, растет пропорционально 12-й степени абсолютной температуры. Зная это, сделаем такое вычисление: определим, во сколько раз «полуваттная» лампа, температура нити накала которой 2500^0 абсолютной шкалы (то есть при счете – 273^0 Ц), испускает больше света, чем пустотная с нитью, накаленной до 2200^0 » [37].

Решение.

1. На первом этапе решения определим искомые задачи: обозначим искомое соотношение температур накаливания ламп за x .
2. На втором этапе введем следующее соотношение, связывающее данные и искомую величины задачи:

$$x = \left(\frac{2500}{2200}\right)^{12} = \left(\frac{25}{22}\right)^{12}.$$

Чтобы найти значение неизвестного соотношения x , прологарифмируем полученное уравнений по основанию 10 и. используя логарифмические таблицы, вычислим:

$$\lg x = 12(\lg 25 - \lg 22), x = 4,6.$$

Таким образом, наполненная газом лампа испускает света в 4,6 раза больше, чем пустотная.

Задача 3. «Непрерывный рост капитала».

«В сберкассах процентные деньги присоединяются к основному капиталу. Если присоединение совершается чаще, то капитал растет быстрее, так как в образовании процентов участвует большая сумма. Пусть в сберкассах положено 100 руб. из 100% годовых. Если процентные деньги будут присоединены к основному капиталу лишь по истечении года, то к этому сроку 100 руб. превратятся в 200 руб. Посмотрим теперь, во что превратятся 100 руб., если процентные деньги присоединять к основному капиталу каждые полгода» [37].

Решение.

1. На первом этапе найдем прирост капитала по истечении 6 месяцев:

$$100 \cdot 1,5 = 150 \text{ (руб.)}.$$

2. На втором этапе найдем прирост капитала в 150 руб. еще через 6 месяцев:

$$150 \cdot 1,5 = 225 \text{ (руб.)}.$$

3. Далее рассуждаем так, будем делать присоединения каждые треть года, тогда по истечении года получим прирост капитала следующий:

$$100 \cdot \left(1 \frac{1}{3}\right)^3 \approx 237,03 \text{ (руб.)}.$$

4. Учитывая сроки присоединенных процентных денег до 0,1 года, до 0,01 года и так далее, получим следующие соотношения:

$$100 \cdot 1,1^{10} \approx 259,73 \text{ (руб.)};$$

$$100 \cdot 1,01^{100} \approx 270,48 \text{ (руб.)};$$

$$100 \cdot 1,001^{1000} \approx 271,69 \text{ (руб.)}.$$

Таким образом, имеем следующее соотношение – при безграничном сокращении сроков присоединения наращенный капитал не растет беспредельно, а приближается к некоторому числу, равному $\approx 271,83$ руб.

(закон убывающей предельной полезности). Больше, чем в 2,7183 раза капитал, положенный на 100% годовых увеличится не может, даже если бы наращенные проценты присоединялись к капиталу каждую секунду.

Задача 4. «Логарифмическая комедия 1».

Одна восьмая больше одной четверти. Покажем это:

$$\begin{array}{r} 3 > 2 \\ \lg \frac{1}{2} = \lg \frac{1}{2} \\ \hline 3 \lg \frac{1}{2} > 2 \lg \frac{1}{2} \end{array}$$

По свойству логарифмов получаем, что

$$\begin{aligned} \lg \left(\frac{1}{2}\right)^3 &> \lg \left(\frac{1}{2}\right)^2, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^3 &> \left(\frac{1}{2}\right)^2, \\ \frac{1}{8} &> \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

В чем заключается ошибка?

Решение.

Ошибка заключается в том, что $\lg \frac{1}{2}$ есть величина отрицательная, следовательно, при умножении обеих частей неравенства $3 > 2$ на это число – знак неравенства меняется на противоположный, то есть на знак «меньше».

Задача 4. «Логарифмическая комедия 2».

Отрицательное число имеет логарифм. Покажем это:

Всем известно, что отрицательно число не имеет логарифма. И так $\lg(-a)$ не существует, также как и $2 \lg(-a)$ не существует.

Но

$$n \lg A = \lg A^n,$$

следовательно,

$$2 \lg(-a) = \lg(-a)^2$$

не существует. Но

$$\lg(-a)^2 = \lg(+a)^2,$$

при этом

$$\lg(+a)^2$$

существует. Получаем:

$$\lg(-a)^2 = 2 \lg(-a)$$

существует и, следовательно, существует $\lg(-a)$. Таким образом, существует логарифм отрицательного числа. Найдите ошибку в рассуждениях.

Решение.

При решении задачи необходимо учитывать, что $\lg(-a)^2 = 2 \lg |-a| = 2 \lg a$, где a – положительная величина. Таким образом последнее равенство в рассуждениях является неверным.

Задача 5. «Логарифмическая комедия 3».

Если $2 \lg a > \lg a$, то $\lg a^2 > \lg a$. Пусть $a = \frac{1}{2}$, тогда $\lg \frac{1}{4} > \lg \frac{1}{2}, \Rightarrow \frac{1}{4} > \frac{1}{2}$.

Где ошибка в рассуждении?

Решение.

Первое неравенство справедливо, если число $a > 1$, тогда $\lg a > 0$. Но в процессе доказательства неравенства взято число $a = \frac{1}{2} < 1$. Для данного значения, приведенное в задаче неравенство не выполняется.

4 этап. Учитель подводит итоги занятия.

2.3 Конкурс «История математических идей и открытий»

В теории и методике обучения математике всегда большое внимание уделялось работе с высокомотивированными школьниками. Одним из средств активизации их учебно-познавательной и исследовательской деятельности являются математические игры, конкурсы и олимпиады.

В параграфе описывается опыт организации конкурса для старшеклассников «История научных идей и открытий».

Содержательная и организационная составляющие конкурса принадлежат Международному Интеллект-клубу «Глюон (Президент и науч. рук-ль программы, проф. Владимир Васильевич Альминдеров, г. Москва), которая при участии Московского Государственного Университета им. М.В. Ломоносова, Московского Педагогического Государственного Университета (МПГУ) и поддержке компаний «Кирилл и Мефодий», «Физикон», «IC», журналов «Квант», «Потенциал», «Физика в школе», «Физика для школьников» вот уже более 30 лет реализует международную программу «Дети. Интеллект. Творчество».

Впервые международная олимпиада «Интеллектуальный марафон» была проведена с 10 по 19 октября 1991 г. в Туркмении [2] и с тех пор проводится ежегодно в разных странах и городах.

В 2003 году на базе Тольяттинского государственного университета состоялось открытие Регионального центра международного Интеллект-клуба «Глюон» (рук-ль Утеева Р.А.) [7,47]. В этом же году наша команда школьников впервые приняла участие в XII олимпиаде «Интеллектуальный марафон», которая проходила в г. Пущино Московской области. Она выступила успешно, первое место в индивидуальном туре занял учащийся 11 класса школы № 10 г. Тольятти Бледных Дмитрий [1].

В 2004 году команда РЦ Тольятти заняла второе место в конкурсе по математике и третье место по истории научных идей и открытий в олимпиаде, которая состоялась на берегу одного из красивейших озер Европы в городе Сечь (Чехия) [3].

В 2020 г. планировалось проведение XXVIII Международной Олимпиады «Интеллектуальный марафон» в г. Сочи, однако из – за ограничений, связанных с распространением COVID, олимпиада была перенесена на осень 2021 г.

В связи с этим обстоятельством, для учащихся 9-10 классов математической школы при ТГУ с целью формирования команды от Регионального центра была проведен индивидуальный конкурс «История

математических идей и открытий» по заданиям «Интеллектуального марафона», ранее опубликованных в журналах «Квант».

Приведем примеры заданий конкурса:

1. «В 2006 году молодой американский математик Теренс Тао был удостоен высшей награды Международного союза математиков – Филдсовской премии – за доказательство следующей удивительной теоремы: для любого натурального N существует арифметическая прогрессия длины N , состоящая из простых чисел.

Докажите, что разность арифметической прогрессии, состоящей из 15 простых чисел, больше 30000» [5].

2. «В 1736 году Л. Эйлер решил знаменитую задачу о кенигсбергских мостах. По его словам, он почувствовал, что с этой задачи начинается новая ветвь математической науки, которую позже называли теорией графов. Сейчас эта теория – важный раздел математики, находящий применение как внутри самой математики, так и в экономике, в расчетах транспортных и других сетей, электрических цепей и даже в химии.

Решите следующую задачу, связанную с одной из важных теорем графов. *В стране 10 городов, некоторые из которых соединены дорогами. Найдите наибольшее возможное количество дорог, если известно, что в этой стране нет трех городов, попарно соединенных дорогами» [6].*

3. «Французский математик монах Марин Мерсенн (1588–1648) состоял в переписке с крупнейшими математиками своего времени (Ферма, Паскалем, Декартом и др.). Его переписка выполняла роль своего рода математического журнала. Сам Мерсенн изучал, среди прочего, совершенные числа, т.е. числа, равные сумме своих делителей, отличных от самого числа. Всякое четное совершенное число имеет вид $2^{n-1}(2^n-1)$, если число 2^n-1 – является простым. Простое число вида 2^n-1 – называется числом Мерсенна. *Докажите, что если 2^n-1 – простое число, то и число n простое» [4].*

Как показывают результаты конкурса, школьники с интересом решают такие задачи, так как фабула задач непосредственно связана с каким-нибудь открытием или идеей.

Конкурс «История научных идей и открытий» проводится также с нашими студентами в рамках студенческих олимпиад.

2.4 Описание педагогического эксперимента и его результаты

Педагогическое исследование проводилось в два этапа: I этап – констатирующий эксперимент, II этап – поисковый эксперимент.

На первом этапе эксперимента определялась тема исследования, осуществлялось изучение научной и учебно-методической литературы, обобщался опыт работы учителей математики по теме исследования, было выделено противоречие, сформулирована гипотеза, поставлена цель и задачи диссертационного исследования.

На констатирующем этапе эксперимента требовалось получить общую характеристику отношения обучающихся старших классов к различным игровым формам проведения занятий, в том числе, к математическим играм и конкурсам, выделить их различные виды, разработать методические рекомендации по их организации и проведению.

Для изучения влияния игровых форм занятий на отношение старшеклассников к ним, проводился сравнительный анализ занятий с традиционной технологией преподавания и с игровой.

Для оценки занятий по математике, в которых использовались математические игры перечислим следующие дидактические характеристики игр, выделенные В. И. Андреевым [8], которые способствуют формированию учебно-познавательной активности обучающихся:

- 1) «занимательный характер задач и упражнений;
- 2) введение элемента соревновательности;
- 3) эмоциональность игры;

- 4) смена лидерства;
- 5) поощрение импровизации;
- 6) смена стратегий игры;
- 7) размытость правил игры;
- 8) самостоятельная разработка сценария и правил игры;
- 9) доверительное общение;
- 10) введение новых приемов, методов и правил» [8].

Включение в занятие, организованного в виде математической игры, всех перечисленных характеристик обусловлено необходимостью изучить не только отдельные игры с одной характеристикой, но и игровую форму занятия в целом.

Эксперимент проводился в 9 «Б» классе общеобразовательной школы № 26 г. Тольятти, в котором принимали участие 25 обучающихся.

Для составления общей характеристики влияния игровых форм занятий на отношение обучающихся старших классов к этим занятиям использовались четыре показателя:

- 1) число учащихся, пожелавших продолжить занятие в другой день;
- 2) число учащихся, пожелавших повторить занятие в другой день;
- 3) число учащихся, оставшихся на занятии с желанием;
- 4) число учащихся, спрашивающих о следующем занятии.

Следует отметить, что 100% обучающихся данного класса соответствовали всем перечисленным показателям.

На поисковом этапе эксперимента оценивалось влияние игровых форм занятий на учебно-познавательную активность обучающихся. Для этого на всех экспериментальных занятиях по математике учитывались следующие показатели:

- 1) количество вопросов к учителю, задаваемых обучающимися в процессе подготовительной работы;
- 2) число вопросов и обращений за помощью к учителю или более сильным ученикам во время игры, самостоятельной работы;

- 3) количество отвлечений (число любых действий, не связанных с учебно-познавательной деятельностью);
- 4) степень подготовленности обучающегося к игровому занятию по конкретной теме;
- 5) степень активного участия обучающегося в игре, проводимой групповой форме.

На уроке по алгебре была апробирована игра «Математический биатлон», разработка которой представлена в параграфе 2.1 данного диссертационного исследования. Кроме этого, во внеклассной работе на дополнительных занятиях по математике были проведены спроектированные автором уроки по решению занимательных задач для старшеклассников, представленные в параграфе 2.2 настоящей диссертации.

Перед проведением занятия в виде математической игры или конкурса обучающимся давалось домашнее задание с установкой, что на следующем занятии будет проводиться игра, в которую включаются задания обозначенной тематики. Чем лучше подготовятся к нему учащиеся, тем успешнее для данного ученика и интереснее пройдет игра.

Также в ходе поискового эксперимента проводилась самооценка уровня творческого потенциала личности обучающегося как до проведения игровых форм занятий, так и после. Ниже приведем тест И. А. Федотовой [52], по которому проводилась обозначенная оценка.

Тест «Оценка уровня творческого потенциала личности»

«В тесте используется 9-бальная шкала самооценки личностных качеств либо частоты их проявления, которые и характеризуют уровень развития творческого потенциала личности.

Однако следует помнить, что все оценки относительны. При самооценке мысленно представьте себе высший (9-ый) уровень развития соответствующего качества и низший (1-ый) уровень и найдите себе место на 9-бальной шкале.

1. Как часто начатое дело удастся довести до логического конца?

2. Если всех людей мысленно разделить на логиков и эвристов, то есть генераторов идей, но в какой степени вы – генератор идей?
3. В какой степени вы относите себя к людям решительным?
4. В какой степени ваш конечный «продукт», ваше творение чаще всего отличается от исходного проекта, замысла?
5. Насколько вы способны проявить требовательность и настойчивость, чтобы люди, которые обещали вам что-то выполнили бы свое обещание?
6. Как часто вам приходится выступать с критическими суждениям в адрес кого-либо?
7. Как часто решение возникающих у вас проблем зависит от вашей энергии и напористости?
8. Какой процент людей в вашем коллективе чаще всего поддерживают Вас, ваши инициативы и предложения?
9. Как часто у вас бывает оптимистические, веселое настроение?
10. Если все проблемы, которые приходилось вам решать за последний год, условно разделить на теоретические и практические, то каков среди них удельный вес практических проблем?
11. Как часто вам приходилось отстаивать свои принципы, убеждения?
12. В какой степени ваше общительность, коммуникабельность способствует решению жизненно важных для вас проблем?
13. Как часто у вас возникает ситуация, когда главную ответственность за решение наиболее сложных проблем и дел в коллективе вам приходится брать на себя?
14. Как часто и в какой степени ваши идеи, проекты удается воплотить в жизнь?
15. Как часто вам удается. Проявив находчивость и даже предприимчивость, хоть в чем-то опередить своих соперников по учебе?

16. Как много людей среди ваших друзей и близких, которые считают вас человеком воспитанным и интеллигентным?
17. Как часто вам в вашей жизни приходилось предпринимать нечто такое, что было воспринято даже вашими друзьями как неожиданность, как принципиально новое дело?
18. Как часто вам приходилось коренным образом реформировать свою жизнь или находить принципиально новые подходы к решению старых проблем?

По результатам самооценки вы можете далее построить свой профиль творческих качеств и определить, к какому типу творческой личности вы относитесь (по наивысшему уровню развития соответствующего качества).

Кроме того, вы можете определить уровень вашего творческого потенциала на основе суммарного числа набранных вами баллов» [52].

Результаты педагогического эксперимента по теме диссертационного исследования приведены в таблице 14.

Таблица 14 – Результаты педагогического эксперимента

Характеристики	Средний показатель по классу (%)	
	до	после
Количество учащихся с положительным отношением к игровым формам занятий по математике	100	100
Уровень учебно-познавательной активности обучающихся	54	91
Уровень творческого потенциала обучающихся	48	73

По данным таблицы 14 можно сделать вывод, что занятия, проводимые в игровой форме либо в которые включены элементы игр, способствуют повышению уровней учебно-познавательной активности и творческого потенциала обучающихся, что подтверждает гипотезу настоящего диссертационного исследования.

Выводы по второй главе

На основании выполненного во второй главе исследования можно сделать следующие выводы:

– На основе анализа научной и учебно-методической литературы были разработаны методические рекомендации по организации и проведению математических игр и конкурсов для старшеклассников с учетом особенностей игр, рассмотренных в первой главе, спроектировано изучение темы «Занимательные задачи для старшеклассников» с реализацией технологии обучения решению текстовых (сюжетных) задач Т.А. Ивановой.

– Результаты педагогического эксперимента показывают, что занятия, проводимые в игровой форме либо в которые включены элементы игр, способствуют повышению уровней учебно-познавательной активности и творческого потенциала обучающихся. Положительное отношение всех обучающихся к занятиям, проводимых в игровой форме, свидетельствует о том, что их необходимо включать в учебный процесс или во внеурочное время на дополнительных занятиях по математике.

Заключение

В диссертационном исследовании были выполнены следующие задачи:

1. Раскрыто понятие учебно-познавательной деятельности обучающихся и определены способы ее активизации.
2. Выделены типы математических игр и конкурсов для старшеклассников, обозначены особенности организации каждой из них.
3. Изучен опыт работы учителей по разработке и организации математических игр и конкурсов для старшеклассников.
4. Разработаны материалы для организации и проведения математических игр и конкурсов по математике в старших классах общеобразовательной школы.
5. Спроектировано изучение темы «Занимательные задачи для старшеклассников», с использованием технологии обучения решению текстовых (сюжетных) задач Т.А. Ивановой, которое может быть реализовано как в урочное, так и во внеурочное время (дополнительные занятия, элективы, кружки, факультативы).
6. Проведена апробация разработанных материалов по математическим играм и конкурсам в старших классах для определения их эффективности, на базе общеобразовательной школы №26.

Результаты педагогического эксперимента показывают, что занятия, проводимые в игровой форме либо в которые включены элементы игр и конкурсов, способствуют повышению уровней учебно-познавательной активности, интереса к предмету и творческого потенциала обучающихся, что подтверждает гипотезу настоящего диссертационного исследования.

На основе вышеизложенного можно констатировать, что цель диссертационного исследования достигнута.

Список используемой литературы

1. Альминдеров В. В, Егоров А. В. и др. Международная олимпиада «Интеллектуальный марафон» // Квант. 2004. №3. С. 49–51.
2. Альминдеров В. В, Егоров А. В. Международная олимпиада «Интеллектуальный марафон» // Квант. 1992. №7. С. 65–67
3. Альминдеров В. В., Егоров А. В. и др. Международная олимпиада «Интеллектуальный марафон» // Квант. 2005. №3. С. 48–50.
4. Альминдеров В., Егоров А., Кравцов А., Крыштоп В., Марковичев А., Раббот Ж. XXV Международная олимпиада «Интеллектуальный марафон» // Квант. 2017. №4. С. 46–51.
5. Альминдеров В., Егоров А., Кравцов А., Крыштоп В., Раббот Ж., Шляпочник Л. XXI Международная олимпиада «Интеллектуальный марафон» // Квант. 2013. №3. С. 51–55.
6. Альминдеров В.В., Егоров А., Кравцов А., Крыштоп В., Раббот Ж., Шляпочник Л. XX Международная олимпиада «Интеллектуальный марафон» // Квант. 2012. №3. С. 49–52.
7. Альминдеров В.В., Утеева Р.А. О реализации совместных проектов Регионального центра Международного Интеллект-клуба «Глюон» – Тольятти в Международной программе «Дети. Интеллект. Творчество» / Концепции математического образования. Методики и технологии математического образования. Сб. тр. по материалам 2 Межд. науч. конф. «Математика. Образование. Культура», 1–3 ноября 2005 г. Россия, Тольятти / Под общ. ред. Р.А. Утеевой. В 3-х ч. Ч.2. Тольятти, ТГУ, 2005. С.58– 63.
8. Андреев В. И. Педагогика: Учебный курс для творческого саморазвития. 2-е изд. Казань: Центр инновационных технологий, 2000. 608 с.
9. Балк М.Б. и Балк Г.Д. Математика после уроков. Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1971. 462 с.
10. Беррондо М. Занимательные задачи: Пер. с франц. / Перевод Сударева Е.Н.; под редакцией и с предисл. И.М. Яглома. М.: Мир, 1983. 230 с.

11. Блинова Т.А. Имитационные дидактические игры как средство развития познавательного интереса учащихся в процессе обучения математики в общеобразовательной школе: автореф. дис. ... кан. пед. наук. Екатеринбург, 2003. 26 с.

12. Бобыкина, О.Н. Занимательные задачи Я.И. Перельмана на уроках математики. URL: <https://infourok.ru/statya-zanimatelnie-zadachi-yai-perelmana-na-urokah-matematiki-2465801.html#> (дата обращения: 15.04.2021).

13. Болл У., Коксетер Г. Математические эссе и развлечения. Пер. с англ.; под ред. с предисл. и примеч. И. М. Яглома. М. : Мир, 1986. 474 с.

14. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993-2006: Окружной и финальный этапы / Н. Х. Агаханов и др. Под ред. Н. Х. Агаханова. М. : МЦНМО, 2007. 472 с.

15. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения: 2-е изд., испр. и допол. / Пер. с англ. М. : Мир, 1999. 447 с.

16. Данилов М. А. Процесс обучения в советской школе. М. : Учпедгиз, 1960. 299 с.

17. Дубровский В. Н., Калинин А. Т. Математические головоломки. Вып. 1. М.: Знание, 1990. 144 с.

18. Дышинский Е.А. Игротека математического кружка: пособие для учителя. М. : Просвещение, 1972. 144 с.

19. Иванова Т.А., Перевощикова, Е.Н., Кузнецова, Л.И., Григорьева Т.П. Теория и технология обучения математики в средней школе. Учеб. пос. для студ. математ. спец. пед. вузов / под ред. Т.А. Ивановой. 2-е изд., испр. и доп. Н. Новгород. : НГПУ, 2009. 355 с.

20. Казаченко И. В., Трель И. Л. Развитие познавательного интереса к математике у учащихся старших классов [Электронный ресурс] // Проблемы и перспективы развития образования в России. Издательство: Общество с ограниченной ответственностью «Центр развития научного сотрудничества», 2014. С. 65-68. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22628958> (дата обращения: 15.04.2021).

21. Клячкова Ю. С. Методика организации математических игр в дополнительном курсе математики основной школы // «Педагогическое образование», направленность (профиль) «Математика». Тольятти, ТГУ. 2018. 59 с.

22. Клячкова Ю. С. Игра «Математический бой» как одна из форм внеклассной работы /Студенческие дни науки в ТГУ: научно-практическая конференция (Тольятти, апрель 2021 г.): сборник студенческих работ/отв. за вып. С.Х. Петерайтис.–Тольятти: Изд-во ТГУ, 2021.-1 оптический диск.

23. Клячкова Ю. С. Конкурс «История математических идей и открытий» /Эвристика и дидактика математики: материалы X Международной научно-методической дистанционной конференции-конкурса молодых ученых, аспирантов и студентов. –Донецк: Изд-во ДонНУ, 2021. С 95-97.

24. Колягин Ю. М. Оганесян В. А., Саннинский В. Я., Луканкин Г. Л. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. М. : Просвещение, 1975. 447 с.

25. Кострикина Н. П. Задачи повышенной трудности в курсе алгебры 7-9 классов: Кн. для учителя. М.: Просвещение, 1991. 239 с.

26. Кузнецова О. А. О средствах и методах формирования математической культуры у магистров педагогического образования / Математика и математическое образование. Сб. трудов IX Международной научной конференции «Математика. Образование. Культура», 2019. С. 98-103.

27. Куклин М.В. Занимательные задачи по математике: - Арзамас: АГПИ, 2010. 30. <https://multiurok.ru/files/zanimatiele-nyie-zadachi-po-matiematikie-1.html>(дата обращения: 10.01.2021).

28. Куликова В. А. Формирование у школьников познавательного интереса к математике (из опыта работы) // Образование и наука. 2010. № 6. С. 132-142.

29. Массарова Е. О. Проектная деятельность как метод развития познавательной деятельности [Электронный ресурс] // Международная научно-практическая конференция «Педагогический перекрёсток: школа-

семья-общество». 2016. С. 28-29. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=27630710> (дата обращения: 25.04.2021).

30. Мищенко И. В. Педагогические условия активизации познавательной деятельности старшеклассников: автореф. дис. ... кан. пед. наук. Ставрополь, 2006. 24 с.

31. Мостеллер Ф. Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями / под ред. Ю.В. Линника. 2-е изд., испр. М.: Наука, 1975. 112 с.

32. Муравин Г. К. математика. 6 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений. 3-е изд., стереотип. М. : Дрофа, 2008. 319 с.

33. Муравин Г.К. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень. 10 класс. М. : Дрофа, 2013. 318 с.

34. Муравин Г.К. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень. 11 класс. М. : Дрофа, 2014. 318 с.

35. Национальный проект «Образование» 2019-2024 //Режим доступа <https://strategy24.ru/rf/projects/project/view?slug=natsional-nyuy-proyektoobrazovaniye&category=education> (дата обращения: 10.01.2021).

36. Павловская Л. Н. Организация систематической и целенаправленной работы по развитию творческих способностей учащихся 5- классов на уроках математики // <https://urok.1sept.ru/articles/104729> (дата обращения: 10.01.2021).

37. Перельман Я.И. Занимательная алгебра. 6-е изд. / под ред. и с допол. В.Г. Болтянского. М.: 1955. 184 с.

38. Пискунова В.И. Использование занимательных задач на уроках информатики. URL: <https://e-koncept.ru/2013/13145.htm> (дата обращения: 15.04.2021).

39. Позднякова Т. В. Активизация познавательной деятельности на уроках математики [Электронный ресурс] // Некоторые вопросы анализа, алгебры, геометрии и математического анализа. Издательство-

полиграфический центр «Научная книга», 2018. С. 246-247. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=36762736> (дата обращения: 15.04.2021).

40. Программа: Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования // Федеральные государственные образовательные стандарты [Электронный ресурс]. URL: <https://fgos.ru> (дата обращения: 30.10.2020). (дата обращения: 15.04.2021).

41. Рабочие программы. Математика. 7-11 классы: с углубленным изучением математики / сост. А.Г. Мерзляк и др. М. :Вентана-Граф, 2020. 150с.

42. Савин А. П. Занимательные математические задачи. М. : АСТ, 1995. 176 с.

43. Сайт «Олимпиадные задания» <http://www.fizmatolimp.ru/10-11-kl.html>(дата обращения: 15.04.21).

44. Сайт «Первое сентября» <https://urok.1sept.ru/articles/312357>(дата обращения: 20.05.21).

45. Сайт учителя математики Савченко Е.М. <https://le-savchen.ucoz.ru/index/0-62>(дата обращения: 20.05.21).

46. Соловьева И. О. Практикум по решению олимпиадных задач по математике: Учебное пособие. Псков: ПГПУ, 2010. 96 с.

47. Утеева Р. А. О работе с одаренными школьниками и студентами в Региональном центре МИК «Глюон» – Тольятти // Интеллектуальная и творческая одаренность. Проблемы. Концепции. Перспективы: Сб. научн. трудов по материалам VI Межд. научно-методич. конф., 4-11 мая 2003 г., Греция, г. Салоники / Под общ. ред. В.В. Альминдерова, Р.А. Утеевой. – Тольятти, ТГУ, 2004. С. 134–141.

48. Ушинский К.Д. Избранные сочинения. Педагогика. – М.: Просвещение, 1968.

49. Фарков А. В. Внеклассная работа по математике. 5-11 классы. М. : Айрис-пресс, 2006. 288 с.

50. Фарков А. В. Школьные математические олимпиады. 5-11 классы / А.В. Фарков, 2- изд. М.: ВАКО, 2016. 240 с.

51. Фарков, А. В. Математические олимпиады: методика подготовки: 5–8 классы. М.: ВАКО, 2012. 176 с.
52. Федотова И. А. Формирование потребности студентов педагогического вуза в творческом саморазвитии : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / Сарат. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского. Саратов, 2001. 160 с.
53. Харламов Ф.И. Активизация учения школьников. – Минск : Нар. Асвета, 1990.
54. Хусайнова Ж. А. Классификация математических соревнований: автореферат бакалаврской работы. Саратов, 2016. 12 с.
55. Чакалова Н.В. Классификация занимательных задач в начальной школе // Сборники конференций НИЦ Социосфера, 2016. № 9. С. 154-155. URL:https://www.elibrary.ru/download/elibrary_25802419_86564767.pdf (дата обращения: 20.05.21).
56. Чистяков В.Д. Старинные задачи по элементарной математике. 3-е изд. испр. М. : Высшая школа, 1978. 270 с.
57. Щукина Г.И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе. М. : Просвещение, 1979. 160 с.
58. DediYansen ,Ratullma Indra Putri , Zulkardi , Siti Fatimah // Journal on Mathematics Education. Volume 10, No. 1, January 2019, pp. 37-46 URL: https://www.researchgate.net/publication/338329314_designing_pisalike_mathematics_task_using_asian_games_context (дата обращения: 15.04.2021).
59. Georgios Fessakis, Paschalina Karta, Konstantinos Kozas University of the Aegean, Rhodes, Greece 2018. 63 p. URL: <https://online-journals.org/index.php/i-jep/article/view/8131> (дата обращения: 12.03.2021).
60. Jon Davis. Middle school mathematics teachers' orientations and noticing of features of mathematics curriculum materials. URL: https://www.researchgate.net/publication/328154133_Middle_school_mathematics_teachers'_orientations_and_noticing_of_features_of_mathematics_curriculum_materials (дата обращения: 15.04.2021).

61. Ryan V. Dio (Ph.D.) // Asia Pacific Journal of Multidisciplinary Research, Volume 3, No. 5, December 2015 Part 1. 113 p.

62. Rebecca Marrone. The development of mathematical creativity across high school: Increasing, decreasing, or both? URL: https://www.researchgate.net/publication/339016755_The_development_of_mathematical_creativity_across_high_school_Increasing_decreasing_or_both (дата обращения: 15.04.2021).