МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)

Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование)

44.04.01 Педагогическое образование
(код и наименование направления подготовки)

Математическое образование
(направленность (профиль))

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ)

на тему «Инновационные формы и методы формирования творческой деятельности обучающихся при обучении решению задач на прогрессии в общеобразовательной школе»

Студент О.С. Илякина
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Научный руководитель д-р пед. наук, профессор, С.Н. Дорофеев
(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

Тольятти 2021

Оглавление

Введение

Актуальность и научная значимость настоящего исследования. «Умственное развитие учащихся зависит от деятельности, которую они выполняют в процессе обучения, которую условно можно разделить на репродуктивную или продуктивную (творческую). Важно пробудить мыслительный процесс ученика», хотя бы иногда превращая обычные уроки в увлекательные игры или невероятные математические приключения [16].

Мы считаем, что современный учитель обязан не только обладать высокими знаниями о видах инновационных форм и методах формирования творческой деятельности учащихся, но и владеть методическими приемами их применения при изучении определенной темы из школьного курса математики.

Тема «Прогрессии» встречается в курсе алгебры 9 класса основной школы и изучается обособлено, не связана с другими разделами школьной программы по математике [2, 3]. Задачи по данной теме предлагаются на государственной итоговой аттестации в форме ОГЭ (задание №12), ЕГЭ (базовый уровень - задание №20, профильный уровень – задание №11) [46, 47, 59].

Из-за обособленности изучения данной темы, решение задач на прогрессии часто вызывает трудности у обучающихся, что значительно понижает их познавательный интерес к изучению математики. При этом перед каждым педагогом встаёт цель - решить сложившуюся педагогическую проблему, поскольку прогрессии также имеют практическую значимость в жизни человека. Понятия арифметической и геометрической прогрессии, основные формулы, связанные с ними часто используются для решения некоторых задач по физике, геометрии, биологии, химии, экономике, строительному делу.

Таким образом, большая значимость темы «прогрессии» в математике, прикладных науках и жизни человека, а также проблемы, возникающие у педагога при обучении этой теме учащихся, демонстрирует всю актуальность темы исследования.

Актуальность темы исследования обусловлена сложившимися к настоящему времени **противоречием** между необходимостью формирования творческой деятельности обучающихся при обучении решению задач на прогрессии и недостаточным использованием на уроках инновационных форм и методов, ориентированных на её формирование.

Проблема исследования состоит в выявлении особенностей применения инновационных форм и методов формирования творческой деятельности обучающихся при обучении решению задач на прогрессии.

Объект исследования: процесс обучения математике в общеобразовательной школе.

Предмет исследования: методика формирования творческой деятельности обучающихся при обучении решению задач на прогрессии в общеобразовательной школе с использованием инновационных форм и методов.

Цель исследования: выявить особенности применения инновационных форм и методов формирования при обучении школьников приемам творческой деятельности при обучении теме «Прогрессии».

Гипотеза исследования основана на предположении о том, что если при обучении школьников приемам творческой деятельности по теме «Прогрессии» использовать инновационные формы и методы, то это будет способствовать достижению школьниками результатов обучения по данной теме на базовом и профильном уровнях в общеобразовательной школе.

Задачи исследования:

1. Изучить традиционные виды форм и методов формирования творческой деятельности обучающихся на уроках математики.
2. Изучить инновационные формы и методы формирования творческой деятельности обучающихся на уроках математики.

3. Выявить особенности темы «Прогрессии» в школьном курсе математики и особенности применения инновационных форм и методов формирования творческой деятельности обучающихся при обучении решению задач на прогрессии.

4. Составить систему задач по теме «Прогрессии» на развитие творческого потенциала учащихся

5. Составить методические рекомендации по применению инновационных форм и методов формирования творческой деятельности учащихся при обучении решению задач на прогрессии.

6. Сформулировать результаты педагогического эксперимента.

Теоретико-методологическую основу данного исследования составили работы И.В. Егорченко [14], М.А. Родионова [48].

Базовыми для настоящего исследования явились также: работы Л.И. Токаревой [54]; Л.Р. Шакировой и М.В. Фалилеевой [64].

Для решения задач будут использованы следующие **методы исследования:** анализ методической литературы; анализ школьных программ и учебников; изучение опыта работы учителей математики.

Основные этапы исследования:

1 семестр (2019/20уч.г.): анализ ранее выполненных исследований по теме диссертации, анализ школьных учебников, нормативных документов (стандартов, программ), анализ опыта работы школы.

2 семестр (2019/20уч.г.): определение теоретических основ формирования творческой деятельности обучающихся при обучении решению задач на прогрессии;

3 семестр (2020/21 уч.г.): определение методических основ формирования творческой деятельности обучающихся при обучении решению задач на прогрессии; составление системы задач по теме «Прогрессии» на развитие творческого потенциала учащихся, а также методических рекомендаций по применению инновационных форм и методов формирования творческой деятельности учащихся при обучении решению задач на прогрессии.

4 семестр (2020/21 уч.г.): оформление магистерской диссертации, корректировка ранее подготовленного материала, уточнение методологического аппарата исследования, представление результатов эксперимента, формулировка выводов.

Опытно-экспериментальная база исследования: НИЛ «Школа математического развития и образования – 5+» Тольяттинского государственного университета, МБУ «Школа № 59». г.о. Тольятти.

Научная новизна исследования заключается в том, что в нём обоснована целесообразность использования инновационных форм и методов формирования творческой деятельности обучающихся при обучении решению задач на прогрессии.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в нем выявлены и теоретически обоснованы особенности применения инновационных форм и методов формирования творческой деятельности обучающихся при обучении решению задач на прогрессии.

Практическая значимость работы заключается в разработке методических рекомендаций по применению инновационных форм и методов формирования творческой деятельности учащихся при обучении решению задач на прогрессии; в составлении системы задач по теме «Прогрессии» на развитие творческого потенциала учащихся.

Достоверность результатов и выводов, полученных в ходе проведенного исследования, обеспечивались: сочетанием как теоретических, так и практических методов диссертационного исследования, анализом личного опыта работы в общеобразовательной школе в период производственной практики (педагогической практики).

Личное участие автора в организации и проведении исследования состоит в определении теоретических и методических основ использования формирования творческой деятельности обучающихся при обучении решению задач на прогрессии; анализе опыта работы учителей; в разработке системы задач по теме «Прогрессии» на развитие творческого потенциала учащихся, а также методических рекомендаций по применению инновационных форм и методов формирования творческой деятельности учащихся при обучении решению задач на прогрессии.

Апробация результатов исследования была осуществлена путём выступлений на: научно-исследовательском семинаре преподавателей, аспирантов и студентов кафедры; на научно-практической конференции «Студенческие дни науки в ТГУ»: (Тольятти, апрель - май 2020, 2021 г.).

Экспериментальная проверка разработанных системы задач по теме «Прогрессии» на развитие творческого потенциала учащихся, а также методических рекомендаций по применению инновационных форм и методов формирования творческой деятельности учащихся при обучении решению задач на прогрессии была осуществлена в период практик на базе математической школы при ТГУ, а также в МБУ «Школа № 59» г.о. Тольятти (в качестве учителя математики).

Основные результаты исследования отражены в одной публикации [16].

На защиту выносятся:

1. Методические рекомендации по применению инновационных форм и методов формирования творческой деятельности учащихся при обучении решению задач на прогрессии.

2. Система задач по теме «Прогрессии» на развитие творческого потенциала учащихся.

Структура магистерской диссертации. Работа состоит из введения, двух глав и заключения, содержит 5 рисунков, 10 таблиц, список используемой литературы (76 источников). Основной текст работы изложен на 85 страницах.

Глава 1 Теоретические основы формирования творческой деятельности обучающихся при обучении решению задач на прогрессии

1.1 Роль творческой деятельности обучающихся на уроках математики

Прежде чем мы перейдем к рассмотрению традиционных и инновационных видов форм и методов формирования творческой деятельности обучающихся, рассмотрим суть понятия «творческая деятельность» (ТД).

Как известно, различные авторы дают различные понятия данного определения. К примеру, Б. М. Теплов [53] в своей книге пишет: «Творческой деятельностью в собственном смысле называется деятельность, дающая новые, оригинальные продукты высокой общественной ценности. Научное исследование или изобретение, создание художественного произведения, нахождение рабочим-стахановцем способа увеличить производительность труда или новатором-колхозником нового приёма повышения урожайности - типичные примеры творческой деятельности» [53].

В то же время, «творческая деятельность - отношение субъекта деятельности к своему труду и процесс решения творческих задач (самостоятельный перенос ранее усвоенных знаний, умений, способов деятельности в новую ситуацию, видение проблемы, видение новой функции известного объекта). Творческая деятельность - результат и одновременно важное условие дальнейшего развития личности, развития его творческого потенциала. Творческая деятельность - деятельность, в которой творчество как доминирующий компонент входит в структуру либо ее цели, либо способов» [6].

Психологи отмечают, что «*творчество* - психический процесс создания новых ценностей, как бы продолжение детской игры. Творчество предполагает наличие у субъекта способностей, знаний, умений, благодаря которым создается продукт, отличающийся новизной, оригинальностью, уникальностью. Известно, что творческий процесс включает в себя четыре этапа: постановку проблемы, поиск решения, выражение решения и реализацию продукта» [25].

В статье «The development of mathematical creativity across high school: Increasing, decreasing, or both?» [75] отмечается, что «творчество следует понимать не как навык, который нужно обучать отдельным людям, а как умение - систему навыков, способностей, отношений и знаний - которые должны составлять часть образования человека» [75].

Многие ученые определяют творческие способности как «самостоятельный фактор, развитие которых является результатом обучения творческой деятельности школьников и выделяют следующие компоненты творческих способностей школьников:

- творческое мышление;
- гибкость в мышлении и действиях;
- восприятие неоднозначности вещей и явлений;
- высокие эстетические ценности;
- развитая интуиция» [3].

Для развития творческого мышления и творческого воображения учащихся необходимо «развить следующие умения:

- классифицировать объекты, ситуации, явления по различным основаниям;
- устанавливать причинно-следственные связи;
- видеть взаимосвязи и выявлять новые связи между системами;
- рассматривать систему в развитии;
- фантастическое преобразование объектов, ситуаций, явлений;
- мысленное преобразование объектов в соответствии с заданной темой» [3].

По мнению исследователей В.В. Давыдова, Л.В. Занкова, В.В. Краевского, И. Я. Лернера, М. Н. Скаткина, Д. Б. Эльконина, «опыт творческой деятельности является самостоятельным структурным элементом содержания образования. Он предполагает: перенос ранее усвоенных знаний в новую ситуацию; самостоятельное видение проблемы, альтернативы ее решения; комбинирование ранее усвоенных способов» [52].

В исследовании М. А. Родионова [48] указываются «выявленные на основе опросов учащихся факторы, отрицательно сказывающиеся на отношении к изучению математики:

- решение большого количества задач со сложными выкладками (70% учеников);
- скучный и неэмоциональный характер предмета (65%);
- необходимость постоянной опоры на прошлый опыт (60%);
- большое количество непонятных терминов, символов, определений, которые нужно запомнить (65%)» [48].

К числу факторов, определяющих положительное отношение к математике, учащиеся, согласно опросам М. А. Родионова [48], относят:

«- возможность подумать при решении нестандартных задач (50%);
- решение занимательных задач, осуществление исторических экскурсов, получение научно-популярной информации (60%);
- необходимость получения математических знаний для продолжения образования (48% учащихся средних классов и 79% старшеклассников);
- осознание объективности, доказательности, точности и уникальности математики (40% учащихся средних классов и 55% старшеклассников)» [48].

Таким образом, очевидно, что одним из мощных рычагов повышения интереса и развития творческой деятельности учащихся было и остается решение интересных задач. Какие же именно задачи можно отнести к таким, рассмотрим ниже.

Классификация интересных задач Егорченко И. В. [14]:

«- задачи с лишними, недостающими или противоречивыми данными;

- задачи без явной постановки вопроса или с неявной его постановкой;

- задачи с нестандартной формой изложения данных (рисунок, схема, диаграмма);

- задачи с рекуррентным способом постановки данных и условий (когда данные задаются опосредованно, один вопрос через другой);

- задачи, направленные на установление взаимосвязи, проведение аналогии, обобщения;

- задачи, имеющие нестандартную фабулу постановки и задания вопроса;

- задачи в форме игр либо заданий практической или лабораторной работы;

- задачи, данные в которых представлены в непривычных (нестандартных) единицах измерения;

- задания на нахождение ошибок, подтверждение истинности или обнаружение смысловых противоречий». [14]

«Изобретение или открытие решений для математических задач происходит путем объединения идей или идей и ранее изученных знаний или действий. Творчество в математике, таким образом, требует активизации множества идей и источников информации одновременно, чтобы придумать альтернативные решения для математических задач» [70].

Таким образом, приходим к выводу, что «возможности школьников различны, но они должны приводить в движение ум, для развития творческой деятельности ученика, для повышения интереса к математике. Важно пробудить мыслительный процесс ученика» [23], хотя бы иногда превращая обычные уроки в увлекательные игры или невероятные математические приключения. Определено, что «творческая деятельность учащихся не ограничивается лишь приобретением нового. Работа будет творческой, когда в ней проявляется собственный замысел учащихся, ставятся новые задачи, и они самостоятельно решаются при помощи приобретенных знаний»

[23].Имеются разные методы: исследовательский, поисковый, метод проблемной ситуации, логико-содержательное построение курса. С.С. Кузьминой [25] выявлено, что одним из мощных рычагов творческого воспитания, желания и умения хорошо учиться является «создание условий, обеспечивающих ребенку успех в учебной программе. К таким условиям, безусловно, можно отнести процесс решения нестандартных, логических задач, задач - головоломок, на соображение и догадку» [25].

1.2 Традиционные и инновационные формы и методы формирования творческой деятельности обучающихся на уроках математики

Как мы выяснили, творческая деятельность учащихся, несомненно, является одним из важных аспектов успешного современного обучения математике на уроках в общеобразовательной школе.

Далее проанализируем традиционные и инновационные формы и методы обучения и выясним, как они способствуют формированию творческой деятельности учеников на уроках математики.

«Метод обучения – это упорядоченная деятельность педагога и учащихся, направленная на достижение заданной цели обучения. Под методами обучения (дидактическими) часто понимают совокупность путей, способов достижения целей, решения задач образования. В педагогической литературе понятие метода иногда относят только к деятельности педагога или к деятельности учащихся. В первом случае уместно говорить о методах преподавания, во втором – о методах учения» [51, с. 6].

На рисунке 1 изображена традиционная классификация методов обучения. Всего в данной классификации выделяется 5 методов: практический, наглядный, видеометод, работа с книгой, словесный.

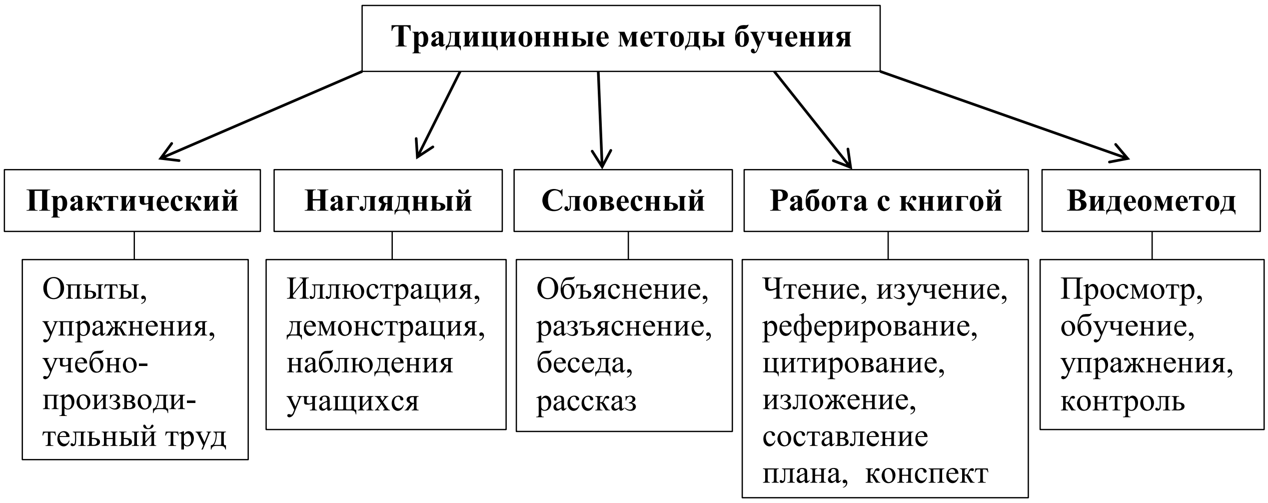

Рисунок 1 – Традиционные методы обучения

Под формами организации обучения понимают «внешнее выражение согласованной деятельности учителя и учащихся, осуществляемой в определенном порядке и режиме» [55, с. 9]. Классификация организационных форм обучения осуществляется по количеству учащихся, продолжительности учебных занятий, месту учебы и т. д.

Существуют различные классификации форм обучения, рассмотрим некоторые из них на рисунках 2, 3 и 4 ниже.

Рисунок 2 – Классификация форм организации обучения
(В.А. Сластенин и др.) [55, с. 10]

В основу классификации на рисунке 2, предложенной авторским коллективом под руководством В. А. Сластенина, входят два критерия: «специфика управления образовательным процессом и количество обучающихся» [55, с. 10].

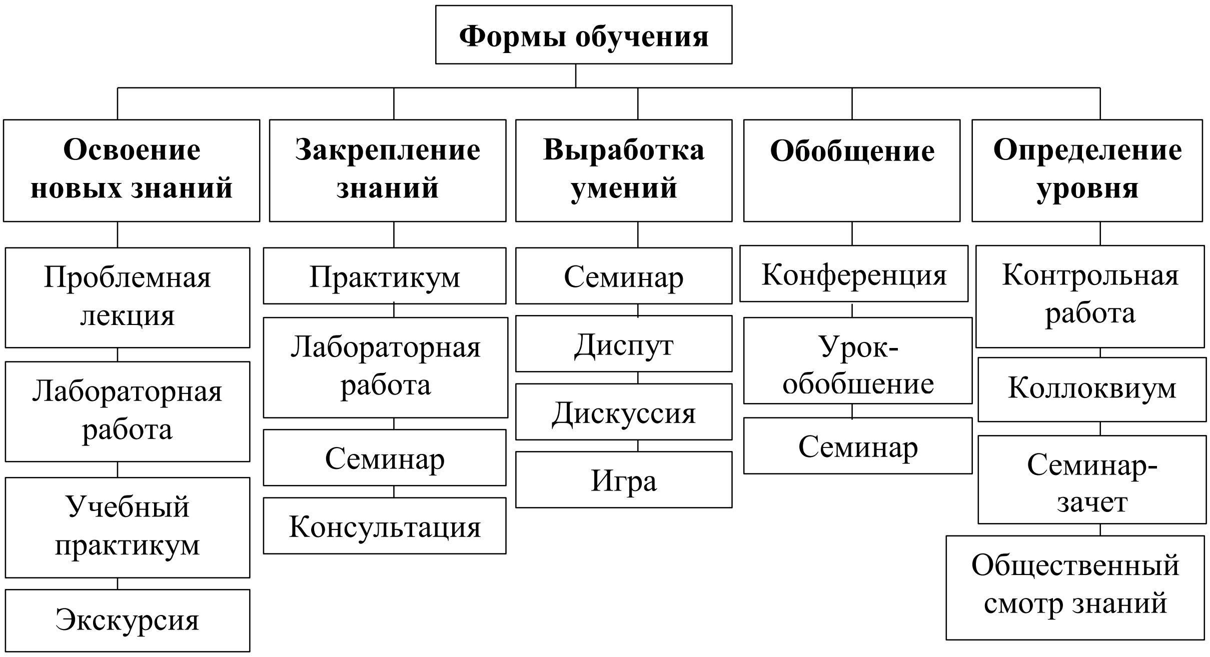

Рисунок 3 – Классификация форм организации обучения (Т. И. Шамова)

На рисунке 4 рассмотрена классификация внешних форм организации обучения А. В. Хуторского, в её основу входят «различия в коммуникативном взаимодействии основных субъектов образовательного процесса» [55, с. 13].

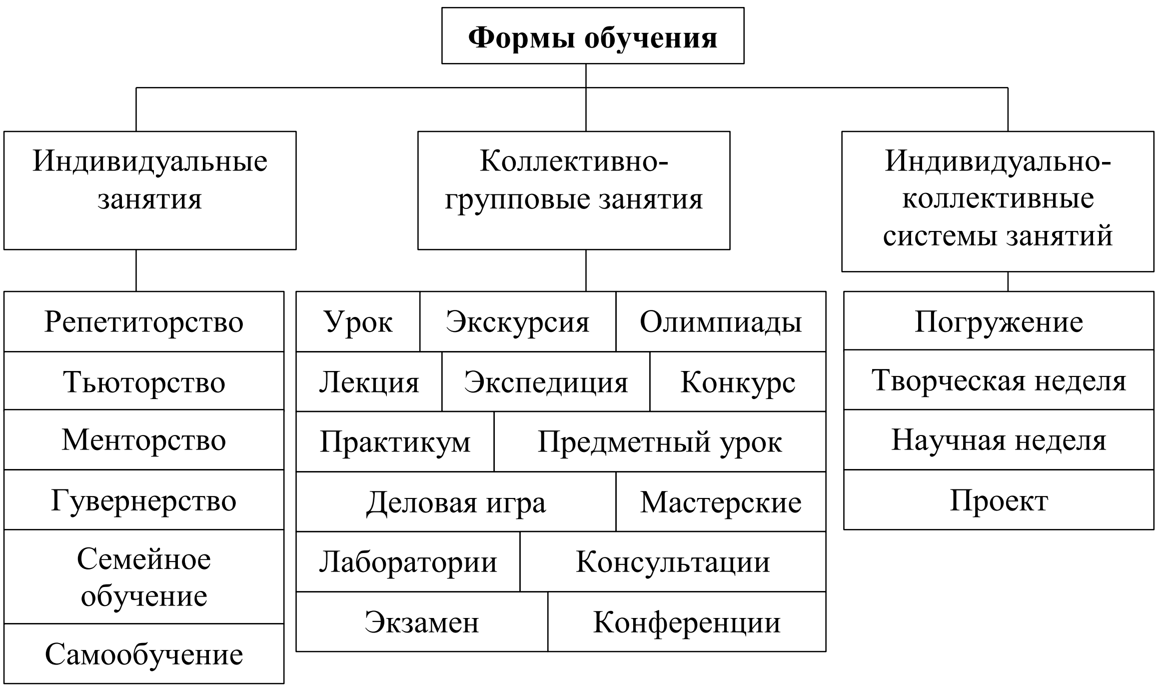

Рисунок 4 – Классификация форм организации обучения
(А. В. Хуторской) [55, с. 14].

Традиционная методика обучения достаточно широко распространена во всех образовательных учреждениях РФ, но она носит преимущественно репродуктивный характер. «Традиционным является урок – одновременное занятие с целым классом, в ходе которого учитель сообщает, передаёт знания, формирует умения и навыки, опираясь на предъявление нового материала (сообщение, изложение), его воспроизведение учениками, оценивает результаты этого воспроизведения. Работа учителя ориентирована прежде всего на сообщение знаний и способов действий, которые передаются учащимся в готовом виде, предназначены для воспроизводящего усвоения; учитель является единственным инициативно действующим лицом учебного процесса» [17, с. 4].

Теперь рассмотрим основные термины, связанные с инновационными формами и методами обучения.

«Инновации (от лат. in – в, nove–новый) – нововведение. Инновация – это процесс освоения и внедрения нового» [40, с. 5].

«Новшество – явление, несущее в себе сущность, способы, методики, технологии и содержание нового» [40, с. 5].

«Инновационные методы обучения – это методы обучения, которые несут в себе новые способы взаимодействия «учитель-ученик», определенное новшество в практической деятельности в процессе овладения учебным материалом» [40, с. 5-6].

Основные задачи применения инновационных методов обучения сводятся к следующим:

«- формирование навыков продуктивного общения в процессе обучения;

- развитие умений аргументировать свою точку зрения, четко формулировать и ясно излагать мысли;

- развитие способности анализировать сложные ситуации, причины их возникновения, выявлять главное и второстепенное, находить способы и средства решения;

- развитие познавательной и эмоционально-волевой сферы личности» [55, с. 160].

Согласно целям и задачам ФГОС [57, 58] современное обучение должно быть ориентировано на личность, необходима реализация индивидуального подхода в процессе обучения, повышение интереса к математическому образованию. Данные требования можно реализовать, применяя различные модели занятий и методов активного развивающего обучения. Новое поколение должно воспитываться с новым, активным мышлением, быть компетентными и творческими личностями, инициативными и полными решимости для новых открытий.

Согласно исследованиям, именно на нетрадиционных уроках активизируются психические процессы учащихся, такие как: интерес, внимание, запоминание, восприятие, образное и нестандартное мышление.

В учебном пособии [40, с. 32-33] отмечается: «в настоящее время ученые выяснили разницу функционального назначения правого и левого полушарий головного мозга. Левое полушарие специализируется на вербально-символических функциях, а правое – пространственно-синтетических. При исследовании творческого процесса можно выделить два типа: аналитический, рациональный – левополушарный; интуитивный, с доминированием интуиции – правополушарный» [40, с. 32-33].

По мнению И.И. Макарьева [31]: «школа переоценивает левополушарное речевое мышление в ущерб правополушарному». Используя инновационные методы, возможно оживить любую, даже математическую сложную информацию, сделать её более яркой и запоминающейся, вовлечь в активную работу каждого ученика.

Подробнее остановимся на этих методах. Следует отметить, что инновационные формы обучения классифицируются по следующим признакам: численность учащихся, место проведения, принцип использования ПК (рисунок 5), также как и традиционные.

Рисунок 5 – Классификация инновационных форм обучения

В статье Ю.А. Лежанковой [27, с. 2] выделены следующие инновационные методы обучения: «метод проблемного изложения, дискуссии, case-study, работа в группах, метод мозгового штурма, метод критического мышления, викторины, мини-исследования, деловые и ролевые игры, опережающая самостоятельная работа, поисковый метод, метод анкетирования, IT-методы, дистанционное обучение» [27, с. 2].

IT-методы обучения и дистанционное обучение на сегодняшний день успешно применяются на различных ступенях образования. Информационные технологии позволяют обогатить учебный процесс, позволяют сделать уроки более интересными и результативными, вовлекать в процесс познания, быстрее и легче усваивать учебную информацию. Сегодня для информатизации и компьютеризации учебного процесса мультимедиа-технологии используются довольно широко, в том числе применимы для дистанционного формата обучения. IT-технологии позволяют совершенствовать материально-техническую базу многих школ, в том числе методическую. Несомненно позитивную роль данные технологии играют при повышении квалификации преподавательского состава. Всё это позволяет видеть перспективы и в будущем для развития общества, для успешного применения инновационных технологий в образовании.

Деловая игра является особой формой и методом современного обучения, которые позволяют в рамках учебного процесса моделировать различные предметные и социальные аспекты содержания профессиональной деятельности. Таким образом учащиеся могут отрабатывать свои профессиональные умения и навыки не отрываясь от непосредственного учебного процесса. Деловая игра также позволяет реализовать раннюю профессиональную профилизацию для учащихся, что позволит сформировать у ребят более чёткое видение своей будущей профессии..

Ролевая игра – это еще один метод обучения, в процессе которого происходит обучение учащихся межличностному общению, с которым ребята могут сталкиваться в своей будущей профессиональной деятельности. В этом заключается её отличие от деловой игры. Ролевая игра в равной мере нацелена и на развитие навыка межличностного общения, и на компетентности будущего специалиста.

Опережающая самостоятельная работа предполагает изучение и решение нового материала учащимися до его изложения учителем.

Исследовательский метод похож на предыдущий, заключается в самостоятельном поиске решения проблемы, которую учитель поставил перед учениками.

Методы проблемного обучения реализуются с помощью проблемного изложения материала; поисковой беседы; самостоятельной поисковой и исследовательской деятельности учащихся; проблемных домашних заданий. Данный метод используется в тех случаях, когда учащиеся обладают минимумом необходимых знаний для активного участия в решении учебной проблемы, которую перед ними ставит педагог.

Мозговой штурм. Данный метод обучения направлен на развитие творческих, креативных способностей. С помощью чего на уроке реализуется поиск новой информации, исследование, что в свою очередь порождает новые идеи и способы решения различных учебных задач. При мозговом штурме существует запрет на любую критику (как со стороны учителя, так и учеников) на стадии поиска идей. В этом случае основной акцент делается на процессе поиска, количестве идей, а не на их качество и достоверность. После первого этап, предложенные участниками идеи могут быть сгруппированы, оценены, отложены для дальнейшего их изучения или отобраны как возможное решение рассматриваемой проблемы.

Case-study – метод, предполагающий анализ конкретных учебных ситуаций, заключается в создании и комплектации специально разработанных учебно-методических материалов в специальный набор (кейс) и их передаче (пересылке) обучающимся. Каждый такой кейс является полным комплектом учебно-методических материалов, разработанных на основе учебных ситуаций, формирующих у обучающихся навыки самостоятельного конструирования алгоритмов решения учебных задач. Результаты выполненных проектов должны быть «осязаемыми», т.е., если это теоретическая проблема, то конкретное ее решение, если практическая - конкретный результат, готовый к использованию (на уроке, в школе, в реальной жизни).

В статье Н.В. Шинкаревой [66] описаны способы повышения мотивации и креативности мышления обучающихся на уроках математики через использование элементов исследовательской деятельности, которые также относятся к инновационным.

В статье Ю.А. Лежанковой [27] отмечено, что выделяют следующие типы инновационных технологий:

«1) радикальные (перестройка процесса обучения и его крупной части);

2) комбинированные (соединения ряда известных элементов или технологий в новую технологию или метод обучения);

3) модифицирующие (улучшение метода или технологии обучения без существенного их изменения)» [27].

Развитие таких технологий происходит по направлениям:

«1)репродуктивное обучение (индивидуальное, персонифицированное);

2) исследовательское обучение (процесс обучения выстраивается как поиск познавательно-прикладных, практических сведений);

3) разработка моделей учебной дискуссии;

4) организация обучения на основе игровых моделей (включение в учебный процесс имитационного и ролевого моделирования)» [13, с. 20].

При реализации инновационных методов обучения предполагается изменение традиционной роли учителя в качестве организатора и информатора на соорганизатора, партнера, интегратора, консультанта.

«Инновационные методы обучения подразделяются на имитационные (от лат. imitatio – подражание кому-, чему-либо; воспроизведение в разнообразных вариантах) и неимитационные. Имитационные методы обучения связаны с моделированием в процессе обучения различного рода отношений и условий реальной жизни» [40, с. 160].

Традиции и инновации существуют в современном образовании очень тесно. Поэтому так необходимо сохранять и развивать лучшие традиции российского образования (которое до недавнего времени было признано одним из лучших в мировом сообществе). Но в то же время, можно использовать передовой отечественный и зарубежный опыт и обогащать его инновациями в соответствии с целями и задачами современного образования.

Таблица 1 – Традиционное и инновационное обучение

Критерий	**Традиционные**	**Инновационные**
Цель	Формирование знаний, умений, навыков.	Развитие способности самостоятельно ставить и искать способы решения проблемных задач.
Формы организации	Фронтальные, индивидуальные.	Групповые, коллективные.
Методы обучения	Иллюстративно-объяснительные, информационные.	Проблемные, частично-поисковые, исследовательские.
Ведущий тип деятельности	Репродуктивный, воспроизводящий.	Продуктивный, творческий, проблемный.
Способы усвоения	Заучивание, деятельность по алгоритму.	Поисковая деятельность, рефлексия.
Функции учителя	Носитель информации, хранитель норм и традиций.	Организатор сотрудничества, консультант.
Позиция ученика	Пассивность, отсутствие интереса, отсутствие мотива к личностному росту.	Активность, наличие мотива к самосовершенствования, наличие интереса к деятельности.

Подводя итоги исследования в таблице 1 составлен сравнительный анализ традиционных и инновационных форм и методов обучения. Данное сравнение также позволяет увидеть, что именно при реализации инновационных форм и методов обучения, возможно в полной мере реализовать формирование творческой деятельности обучающихся на уроках математики.

1.3 Характеристика содержания темы «Прогрессии» в школьном курсе математики

Проведём методический анализ теоретического и практического содержания по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

Базовые знания:

- «понятие числовой последовательности» [35];
- «понятие n-го члена последовательности» [35];
- «понятия конечной и бесконечной числовой последовательностей» [35];
- «понятия возрастающей и убывающей последовательностей» [35];
- «свойства последовательностей» [35];
- «способы задания числовой последовательности» [35];
- «возрастающие и убывающие последовательности» [35];
- «понятие монотонности последовательности» [35];
- «ограниченные и неограниченные последовательности» [35];
- «определения арифметической и геометрической прогрессий» [35];
- «понятие разности и знаменателя арифметической и геометрической прогрессий» [35];
- формула n-го члена арифметической и геометрической прогрессий;
- сумма первых n членов арифметической и геометрической прогрессий;
- примеры комбинированных задач;
- сумма бесконечной геометрической прогрессии при $|q|<1$;

- «метод математической индукции» [35];

- «характеристические свойства арифметической и геометрической прогрессий» [35];

- «сходящиеся последовательности» [35];

- «простые и сложные проценты» [35];

- «сумма квадратов первых n натуральных чисел» [35];

- треугольник Паскаля.

Рассматриваемые сведения: задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии, их виды и методы решения.

Теоретический материал. Анализ содержания темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в различных учебниках, рекомендованных Министерством просвещения РФ, представлен в Таблице 1.

«Анализируя учебники базового и углубленного уровней из курса алгебры основной школы по теме «Прогрессии», можно заметить, что данная тема изучается, как правило, в конце учебного материала 9-го класса. Задачи по теме «Прогрессии» включены в основной государственный экзамен (ОГЭ) за курс основной школы» [17]. Согласно анализу открытого банка заданий для подготовки к ОГЭ по математике (сайт ФИПИ) [59] и образовательного сайта «Решу ОГЭ» [47], задачи по данной теме встречаются в задании №14.

В дальнейшем задачи на прогрессии появятся в заданиях ЕГЭ по математике (профильный уровень - задание №11, 17, 19, базовый уровень – задание №20) [46, 59]. Как показывает практика и результаты анализа итогов ЕГЭ, определенная часть обучающихся испытывает затруднения в решении задач на прогрессии или с использованием прогрессий. Одной из причин обозначенной проблемы, является то, что данная тема изучается обособлено от других содержательных линий всего курса математики в основной школе и в 10-11 классе не прослеживается ее явного продолжения. Лишь в некоторых учебниках алгебры и начал математического анализа 10-11 классов [36, 37] она частично присутствует в главе 5 «Производная».

Если реализовать взаимное интегрирование обеих тем, то учащиеся смогут не только повысить свой уровень математических знаний, но и проработать не самые легкие задания при подготовке к ЕГЭ по математике. К примеру, с помощью формулы нахождения суммы бесконечной геометрической прогрессии можно научиться вычислять пределы числовых последовательностей. А с помощью высоких навыков по вычислению производных и пределов учащийся научится исследовать прогрессии, числовые последовательности как функции, тренируясь при этом для заданий №7 и 12 профильного уровня ЕГЭ. Что в очередной раз подтверждает важную взаимосвязь данных тем.

Отметим, что «числовые последовательности и прогрессии» в учебниках алгебры 9 класса Ю. Н. Макарычева [29, 30], А. Г. Мордковича [33, 34, 35], Г. К. Муравина [38], Г. В. Дорофеева [11] начинают изучать в четвертой главе (таблица 2) . А вот содержание и построение изучения самого материала о прогрессиях немного различаются» [17]. Так как определение арифметической и геометрической прогрессий дается почти во всех учебниках через понятие числовой последовательности, то целесообразно рассмотреть его определение в указанных учебниках.

В ***учебнике Ю.Н. Макарычева*** [30] базового уровня определение числовой последовательности также дается в 9 классе следующим образом:

«Будем выписывать в порядке возрастания положительные четные числа. Первое такое число 2, второе 4, третье 6, четвертое 8 и т. д. Получим *последовательность* 2; 4; 6; 8; … .Числа, образующие последовательность, называют *членами последовательности*. Члены последовательности обычно обозначают буквами с индексами, указывающими порядковый номер члена, например a_1, a_2, a_3 и т. д. (читают: « a первое, a второе, a третье» и т. д.). Вообще член последовательности с номером n, или, как говорят, n-ый *член последовательности,* обозначают a_n. Саму последовательность будем обозначать так: (a_n)» [30, С. 138].

В ***учебнике Ю.Н. Макарычева*** [29] углубленного уровня определение числовой последовательности также дается в 9 классе похожим образом:

«Натуральные числа, дающие при делении на 5 остаток 1, взятые в порядке возрастания, образуют *последовательность* 1,6,11,16,21,26, … .Числа, образующие последовательность, называют *членами последовательности*. Члены последовательности принято обозначать буквами с индексами, где индекс указывает порядковый номер последовательности, например a_1, a_5, a_n, a_{n+2}. Последовательность обычно обозначают символом вида (a_n)» [29, С. 152].

Таблица 2 – Анализ содержания по темы «Прогрессии» в учебниках алгебры

Авторы	**Содержание учебного материала**
Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова [29]	«Последовательности». «Определение арифметической прогрессии». «Формула n-го члена арифметической прогрессии». «Формула суммы первых nчленов арифметической прогрессии». «Определение геометрической прогрессии». «Формула n-го члена геометрической прогрессии». «Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии». «Метод математической индукции».
Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, И. Е. Феоктистов [30] (углубленный уровень)	«Числовые последовательности». «Способы задания последовательностей». «Возрастающие и убывающие последовательности». «Ограниченные и неограниченные последовательности». «Метод математической индукции». «Арифметическая прогрессия». «Формула n-го члена арифметической прогрессии». «Сумма первых nчленов арифметической прогрессии». «Геометрическая прогрессия». «Формула n-го члена геометрической прогрессии». «Сумма первых n членов геометрической прогрессии». «Предел последовательности». «Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии».
А. Г. Мордкович, П. В. Семенов [34]	«Определение числовой последовательности». «Аналитическое задание последовательности». «Словесное задание последовательности». «Рекуррентное задание последовательности». «Монотонные последовательности». «Определение арифметической прогрессии». «Формула n-го члена арифметической прогрессии». «Формула суммы членов конечной арифметической прогрессии». «Характеристическое свойство арифметической прогрессии». «Определение геометрической прогрессии». «Формула n-го члена геометрической прогрессии». «Формула суммы членов конечной геометрической прогрессии». «Характеристическое свойство геометрической прогрессии». «Прогрессии и банковские расчеты».

Продолжение таблицы 2

Авторы	Содержание учебного материала
А. Г. Мордкович, Н. П. Николаев [35] (углубленный уровень)	«Определение числовой последовательности». «Аналитическое задание последовательности». «Словесное задание последовательности». «Рекуррентное задание последовательности». «Свойства числовых последовательностей». «Определение арифметической прогрессии». «Формула n-го члена арифметической прогрессии». «Формула суммы членов конечной арифметической прогрессии». «Характеристическое свойство арифметической прогрессии». «Определение геометрической прогрессии». «Формула n-го члена геометрической прогрессии». «Формула суммы членов конечной геометрической прогрессии». «Характеристическое свойство геометрической прогрессии». «Разные задачи на прогрессии». «Дедукция и индукция». «Полная и неполная индукция». «Метод математической индукции».

В ***учебниках А.Г. Мордковича*** [34, 35] базового и углубленного уровней понятие числовой последовательности вводится в 9 классе следующим образом:

Определение. «Функцию вида y=f (x), где x∈N, называют функцией натурального аргумента или числовой последовательностью и обозначают *y=f(n)* или $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n, \dots$.» [45, С. 139].

В ***учебнике Г.В. Дорофеева*** [11] определение числовой последовательности также вводится в 9 классе на основе старинной **задачи** Леонардо Фибоначчи:

«Пара кроликов, начиная с двухмесячного возраста, ежемесячно производит новую пару. Сколько всего пар кроликов будет в декабре, если первая пара новорожденных кроликов появилась в январе (при условии, что все кролики останутся живы)?» [11, С. 200], при решении которой появляется пример числовой последовательности.

В ***учебнике Г.К. Муравина*** [38] определение числовой последовательности также дается в 9 классе следующим образом:

«В математике и в практической деятельности часто встречаются серии чисел. Например, отметки ученика по математике в журнале или записанные лаборантом результаты серии измерений.

Выписывая последовательно натуральные числа, начиная с 1, мы получим *последовательность натуральных чисел* 1,2,3,4,5, … . Многоточие в этом примере говорит о том, что последовательность натуральных чисел бесконечна. Последовательность же отметок в журнале, как и последовательность результатов измерений – примеры конечных последовательностей. Числовая последовательность – это расположенные в определенном порядке числа. Каждое из таких чисел называют *членом последовательности*, и каждый член последовательности имеет свой порядковый номер. Так, в последовательности квадратов первых десяти натуральных чисел 1,4,9,16,25,36,49,64,81,100 шестой член равен 36, а число 81 является девятым членом. Член последовательности с номером n называют *энным членом* и обозначают символом x_n. При этом, конечно, вместо x может быть использована любая другая буква» [38, С. 154].

«На основе анализа содержания теоретического материала учебников алгебры 9-го класса можно сделать следующие выводы:

– понятия арифметической и геометрической прогрессий основываются на понятии числовой последовательности;

– характеристическое свойство арифметической (геометрической) прогрессии отражает связь между тремя последовательными членами арифметической (геометрической) прогрессии;

– в теоретическом материале практически всех учебников четко выделяются два блока: 1) арифметическая прогрессия; 2) геометрическая прогрессия;

– при введении понятий и их свойств в данной теме прослеживается аналогия между арифметической и геометрической прогрессиями.

Поэтому при изучении темы можно рассмотреть арифметическую и геометрическую прогрессии на одном уроке параллельно» [17].

Проведя анализ задачного материала учебников алгебры 9 класса углубленного уровня Ю. Н. Макарычева [29] и задачника Л. И. Звавича [15] Всё многообразие упражнений по теме «Прогрессии» условно можно разделить на следующие типы задач:

1. «Задачи на понимание понятия числовая последовательность, а также использование терминов и символики.
2. Задачи на нахождение члена последовательности.
3. Задачи на составление формулы n-го члена последовательности по условию.
4. Исследование последовательности на монотонность.
5. Исследование последовательности на ограниченность.
6. Задачи на нахождение суммы n-первых членов прогрессии.
7. Задания с параметром.
8. Задачи на доказательство методом математической индукции.
9. Задачи на вычисление предела последовательности.
10. Исследовать последовательность на сходимость.
11. Задачи на нахождение количества членов последовательности.
12. Задачи на комбинацию арифметической и геометрической прогрессий.
13. Решение уравнений.
14. Задачи на нахождение разности (знаменателя) арифметической (геометрической) прогрессии.

При этом типы заданий 9 и 10 содержатся только в учебнике Ю. Н. Макарычева [29], а типы заданий 12 и 13 - в учебнике Л. И. Звавича [15]. Все остальные типы заданий присутствуют в учебниках обоих авторов» [17].

В таблице 3 приведена подборка упражнений из учебников по каждому из указанных выше типов задач.

В авторской программе [5] отмечается, что в результате изучения темы учащиеся должны: «понимать и использовать язык последовательностей (термины, символические обозначения); применять формулы, связанные с арифметической и геометрической прогрессиями, и аппарат, сформированный при изучении других разделов курса, к решению задач, в том числе с контекстом из реальной жизни; решать комбинированные задачи с применением формул n-го члена и суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессий, применяя при этом аппарат уравнений и неравенств; понимать арифметическую и геометрическую прогрессии как функции натурального аргумента; связывать арифметическую прогрессию с линейным ростом, геометрическую – с экспоненциальным ростом» [5].

Таблица 3 – Типы задач по теме «Прогрессии» в учебниках алгебры 9 класса углубленного уровня [17]

Авторы / **Типы задач**	**Ю. Н. Макарычев [29]**	**Л. И. Звавич [15]**
1.Задачи на понимание основных понятий, а также использование терминов и символики.	№641, 645-651, 658, 659, 713, 715-724,	№21.01-03, 21.09, 21.18, 21.19, 21.24-36, 21.38-47, 23.04-07.
2.Задачи на нахождение члена последовательности.	№640-644, 656, 657, 664, 725-728,	№21.05-09, 21.62, 23.23-26, 21.37, 23.41, 24.05-06, 24.17, 24.19-21
3.Задачи на составление формулы n-го члена последовательности по условию.	№652-655, 738,	№21.04, 21.10-16, 21.18-27, 23.01-03, 23.09-11, 24.01-03,
4.Исследование последовательности на монотонность.	№663, 665-670, 673, 674	№22.01-10.
5.Исследование последовательности на ограниченность.	№677-686.	№22.11-31
6.Задачи на нахождение суммы n-первых членов прогрессии.	№736, 742, 745, 746, 748, 788, 789, 791, 794, 795, 799, 801-804.	№24.17, 21.53-562, 23.08, 23.12-15, 23.28-29,23.40, 23.46-48,23.58, 23.71-73, 23.79, 23.89-91, 23.104-105,24.15, 24.39, 24.63, 24.66.
7.Задания с параметром.	№671, 672, 729, 768, 831.	№21.48-50, 23.109-110, 24.07-09, 24.36-38
8.Задачи на вычисление предела последовательности.	№808, 809, 811,812-822.	-
9.Исследовать последовательность на сходимость.	№810, 815-817.	-
10.Задачи на нахождение количества членов последовательности.	№659, 747, 755.	№23.08, 23.37-39, 24.15
11.Задачи на комбинацию арифметической и геометрической прогрессий.	-	№24.50-81

Продолжение таблицы 3

Авторы / Типы задач	**Ю. Н. Макарычев [29]**	**Л. И. Звавич [15]**
12.Решение уравнений.	№743, 744, 854.	№23.74-78, 24.78, 24.64
13.Задачи на доказательство методом математической индукции.	№689-708, 790.	№25.01-25.29.
14.Задачи на нахождение разности (знаменателя) арифметической (геометрической) прогрессии.	№750, 752-754, 797,803.	№23.30, 23.50, 23.56-57, 24.17,

Анализ практического опыта учителей по обучению решению задач на арифметическую и геометрическую прогрессии опубликованный в статьях и учебно-методических пособиях представим ниже.

На сайте «Копилка уроков – сайт для учителей» [22] можно познакомиться с интересной разработкой блока из 6 уроков по теме «Геометрическая прогрессия» для 9 класса [20] в соответствии с ФГОС [57, 58] и УМК Мордковича А. Г. [33, 34, 35].

На сайте «Уроки математики» [56] представлен конспект урока изучения нового материала на тему «Арифметическая прогрессия» для 9 класса С. В. Денисовой [8].

На сайтах «Решу ЕГЭ» [46] и ФИПИ [59] можно познакомиться с примерами заданий с использованием прогрессий, особенно при решении экономических задач.

В статье Б.Т. Исафиной [19] описан интересный вариант разработки конспекта урока по алгебре на тему «Арифметическая прогрессия. Формула n-го члена арифметической прогрессии».

В публикации Ф.М. Мурзабаевой [39] представлен урок - презентация в 9 классе на тему «Геометрическая прогрессия», который является хорошим примером применения средств IT-технологий на уроках математики.

Опытом обучения решению экономических задач с помощью арифметической и геометрической прогрессий делится Л.В. Пашина [41].

Элективный курс С.Н. Бородиной и Л.А. Лопатиной «Эти известно-неизвестные прогрессии» (17 часов) [3] можно рекомендовать как дополнение базового курса для тех, кто проявляет познавательный интерес к изучению математики.

Задачи повышенной сложности на прогрессии также представлены в элективном курсе С. Н. Соколенко [50] для 10 класса.

Рассмотрим основные цели и задачи изучения темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

Цель: ввести определение числовой последовательности; ввести понятия арифметической и геометрической прогрессиях как числовых последовательностях особого вида; рассмотреть свойства числовых последовательностей; научить применять формулы нахождения n-го члена и суммы n-первых членов прогрессии при решении задач; научить применять метод математической индукции к решению задач; формировать умение применять изученные понятия при решении проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни.

Задачи:

- *сформировать* понятие числовой последовательности;
- *сформировать* навыки использования формул нахождения n-го члена и суммы n-первых членов прогрессии при решении задач;
- *сформировать* навыки решения задач на арифметическую и геометрическую прогрессии.

Теоретический и практический материал, рассматриваемый в проекте, способствует формированию познавательного интереса и мотивации к математике, развитию творческих способностей учащихся, развивает навыки работы с учебной литературой; формирует качества математических знаний, тем самым повышает предметные математические компетенции.

Составим характеристику уровня требований к знаниям, умениям и навыкам учащихся по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

В *федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования* одним из требований к предметным результатам изучения математики на углубленном уровне относится «сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач» [58].

В примерной основной образовательной программе основного общего образования от 8 апреля 2015 года (ред. протокола № 1/20 от 04.02.2020)[42, С. 107 – 111] указывается, что «по учебному предмету «Математика» выпускник научится в 7-9 классах (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне): оперировать на базовом уровне понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия; решать задачи на прогрессии, в которых ответ может быть получен непосредственным подсчетом без применения формул» [42].

Также «выпускник получит возможность научиться в 7-9 классах для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углубленном уровнях: оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия; решать задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию; свободно оперировать понятиями: последовательность, ограниченная последовательность, монотонно возрастающая (убывающая) последовательность, предел последовательности, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, характеристическое свойство арифметической (геометрической) прогрессии; использовать метод математической индукции для вывода формул, доказательства равенств и неравенств, решения задач на делимость; исследовать последовательности, заданные рекуррентно; решать комбинированные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии» [42].

В примерной основной образовательной программе среднего общего образования от 28 июня 2016 года [43] указывается, что в ходе изучения раздела «Функции» на *углубленном уровне* выпускник научится «владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия; применять при решении задач их свойства и признаки» [43].

В ходе изучения раздела «Элементы математического анализа» на *углубленном уровне* выпускник научится «владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач; владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности» [43].

В результате изучения темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» ученик должен:

знать/понимать:

- «определение числовой последовательности» [35];
- «определение арифметической и геометрической прогрессий» [35];
- «определение разности арифметической прогрессии» [35];
- «определение знаменателя геометрической прогрессии» [35];
- «формулы нахождения n-го члена арифметической и геометрической прогрессий» [35];
- «формулы нахождения суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессий» [35];
- способы задания числовой последовательности;
- язык последовательностей (термины, символические обозначения);
- метод математической индукции.

уметь:

- пользоваться формулами нахождения n-го члена арифметической и геометрической прогрессий;
- пользоваться формулами нахождения сумма первых n членов арифметической и геометрической прогрессий;

- применять метод математической индукции при решении задач;
- приводить примеры реальных явлений (процессов), количественные характеристики которых описываются с помощью числовых последовательностей, арифметической и геометрической прогрессий;
- решать комбинированные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии;
- использовать язык последовательностей (термины, символические обозначения);
- применять свойства числовых последовательностей при решении задач;
- решать задачи на вычисление простых и сложных процентов.

Выводы по первой главе

Сформулируем основные выводы и полученные результаты:

1. Сформулировано понятие *творческой деятельности* и исследована её роль на уроках математики. Выяснено, что творческая деятельность учащихся, является одним из важных аспектов успешного современного обучения математике на уроках в общеобразовательной школе.

2. Исследованы традиционные и инновационные формы и методы формирования творческой деятельности обучающихся на уроках в общеобразовательной школе.

3. Выявлены основные цели и задачи обучения теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в курсе математики основной школы, требования к математической подготовке обучающихся.

4. Выполнен сравнительный анализ содержания теоретического и задачного материала по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в учебниках алгебры основной школы различных авторов. Выделены основные виды задач по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

Глава 2 Методические основы формирования творческой деятельности обучающихся при обучении решению задач на прогрессии

2.1 Модель блочно-событийного погружения как метод формирования творческой деятельности у обучающихся

В этом учебном году для повышения своей профессиональной компетенции я приняла участие в городском сквозном проекте по внедрению модели блочно-событийного погружения (БСП) в учебную деятельность. Модель БСП для меня интересна тем, что она помогает развивать дивергентное мышление учащихся, развивает их функциональную грамотность, позволяет раскрыть творческий потенциал детей и педагога.

В настоящее время образовательные организаций имеют несколько направлений развития, нацеленных на современный учебный процесс, на совершенствование воспитательной работы. «В основе рамочной модели «Блочно-событийных погружений», согласно «флагманской управленческой модели», предложенной «Образовательной холдинг - лабораторией Global NPD», Центром развития образовательных систем, заложены основные стратегии развития современного образования: «мышления роста», дивергентной продуктивности, концептуального мышления, эмпатии, рефлексии» [24, с. 15 - 25].

Отметим, что «одно из направлений «Школ прогрессивного мышления» - метод блочно-событийного погружения. Базовые знания ребята получают по традиционной классно-урочной системе. А чтобы новая информация была лучше усвоена, в течение нескольких учебных часов учащиеся учатся применять её на практике в разрешении предложенных бытовых и социальных ситуаций. Метод блочного погружения является сегодня одной из самых современных педагогических технологий» [24].

Необходимо учитывать, что «при использовании активных форм обучения и разных методов развития дивергентного мышления меняется и роль учителя. Директивный подход должен смениться ролью помощника, проводника, организующего постановку учениками разнообразных вопросов к обсуждаемому случаю или проблеме, выстраивающего содержательные противовесы возникающим порой радикальным точкам зрения, но, при этом, все же удерживающим логическую линию занятия» [3].

«Блочно-событийное погружение - это тематический раздел учебной программы, объединенный неким событием и имеющий три целевых вектора в своей структуре: мотивационное начало, продуктивная деятельность и аналитическое завершение (концептуализация и рефлексия).

Событийность - это ситуация, приближенная к реальной, которая особой нитью проходит через всю предметную деятельность» [24], например:

- Образовательный квест: «По следам великих учёных», «Удивительная планета», «Шелковый путь», «1000 и одна ночь»;
- Детективное агентство «Шерлок Холмс»;
- Игра-путешествие «Вокруг Света», «В гостях у сказки»;
- Образовательный проект.

Вместе с этим, «целеполагание направлено на развитие ресурсов личности. При формулировании цели используется вектор образовательного уровня и надпредметные цели, которые показывают степень развития дивергентности мышления и эмпатии» [24], «что создает условия перехода от мышления функционирования к «мышлению роста» [2].

Например: в погружении «Математическое путешествие во времени» целью предметной (П) является «Изучение особенностей развития истории математики в древних странах и темы «Обыкновенные дроби. Изучение дробей» (изучение правил умножения дроби на натуральное число, правило умножения обыкновенных дробей, смешанных чисел; научить применять правила при решении задач)», а надпредметными целями:

а) создание условий для развития дивергентного мышления (ДМ);

б) создание условий для развития функциональной грамотности (Э);

в) создание условий для развития эмпатии через совместную деятельностьв процессе изучения и исследования нового материала.

Учитывая это, мы выбираем определенные технологии, методы и педагогические приемы.

Так, «в начале погружения продумывается мотивационное начало (1 час), которое и делает ситуацию близкой к пониманию, фантазиям, создает условие для формирования психологической составляющей мотивации к получению новых знаний, нестандартного применения имеющихся знаний и навыков» [24]. В нашем случае мы используем «путешествие во времени», взяв за основу различные захватывающие фильмы и книги, которые пробуждают фантазию и творческий подход учеников. «Когда и где в мире зародилась такая наука, как математика? Насколько давно ее изучают люди? сегодня мы с вами отправимся в путешествие во времени и посмотрим, какой же была математика в Древнем Египте, какие задачи решали древние Египтяне, узнаем о знаменитом папирусе Райнда и, применяя ваши знания, решим некоторые известные задачи из папируса. Также узнаем - какую роль играли дроби в жизни египтян, что дала миру египетская математика. Возможно, кто-то из вас уже знает некоторые ответы на эти вопросы, или у кого-то есть догадки?» - дискуссия и вопросы о далёком и загадочном прошлом помогают обучающимся настроиться на приключение. Также следует отметит, что важна и окружающая обстановка, тематические слайды на экране и фоновая музыка позволит ребятам ярче представить «путешествие» в Древний Египет. Три команды исследователей, охотников за древними математическими знаниями. Их задача – выполнить задачи с карточек и с их помощью расшифровать «тайные знания» о дробях. Отметим, что «учитель выступает как координатор приключения: «голос за кадром»» [24].

Продуктивная деятельность (в данном примере 4 часа) - «максимальное включение детей в деятельность, которая дает возможность не только для прочного усвоения материала, но и для развития ментальных ресурсов личности (дивергентное мышление, эмпатия)» [2]. Здесь мы реализуем системно-деятельностный подход, предусмотренный ФГОС [72], однако «каждый ребенок может высказывать разные решения одной проблемы, предлагать новые развития событий, пробовать разные роли.

Завершается предметной диагностикой разного формата.

Завершенность погружения осуществляется в трех направлениях: концептуальность, рефлексия деятельности, обратная оценка процессов.

Работа предметной деятельности обобщается опорной или ментальной схемой, итоговой презентацией, роликом, памятками, рекомендациями.

Рефлексия деятельности и обратная оценка процесса осуществляется анонимно, что позволяет учителю - модератору делать выводы о погружении» [24].

Во время рефлексии обучающимся предлагается оценить собственное участие по 10-балльной шкале с помощью ресурсов сети Интернет или записать свою оценку на листок, а рядом описать «его мнение о тематическом блоке (также по 10-балльной шкале)» [24]. По итогам опроса учитель собирает статистические данные и использует их в своей дальнейшей работе, в том числе, при проектировании следующего тематического блока занятий.

Конструирование блочного погружения «Банковские расчёты».

Конструирование «Банковские расчёты» было ориентировано на учащихся 9 класса по алгебре в объёме 7 часов на тему «Геометрическая прогрессия».

Предметные цели: изучение понятия геометрической прогрессии и применение знаний к решению жизненных задач.

Надпредметные:

а) создание условий для развития дивергентного мышления;

б) создание условий для развития функциональной грамотности;

в) создание условий для развития эмпатии через совместную деятельностьв процессе изучения и исследования нового материала.

При разработке данного конструктора я учитывала несколько особенностей.

Во-первых, данной теме в математике уделяется достаточно мало времени, поэтому было важно максимально расширить объем изучаемого материала.

Во-вторых, у детей часто возникают такие вопросы: «зачем мы это изучаем? как эти знания пригодятся нам в жизни? кому нужна эта ваша скучная математика?» Поэтому важно было подобрать материал, который бы ярко показал связь изучаемой темы и реальные жизненные ситуации. А также дать ученикам возможность примерить на себя различные социальные роли в рамках погружения.

В-третьих, перед современными педагогами стоит задача развития функциональной грамотности учащихся. Поэтому основной фокус внимания в данном конструкторе направлен на финансовую и математическую грамотность. С помощью знаний об арифметической и геометрической прогрессиях дети знакомятся с понятием простых и сложных процентов. Исходя из вышеуказанных факторов было выбрано событие «Банковские расчеты».

На протяжении погружения используется групповая, индивидуальная и смешанная формы работы учащихся.

Например, в разделе продуктивной деятельности, на одной из игровой станции учащимся предлагается попробовать себя в роли экспертной комиссии банка, которая оценивает выгоду при выдаче кредитов и одобряют различные сделки. Ребятам предлагается решить несколько задач и вынести свои вердикты (какой кредит одобрен, а какой нет), пояснив их с точки зрения математики. На данном этапе ребятам каждому по отдельности предстоит решить предлагаемые задачи, а затем обсудить свой ход решения и полученные результаты с участниками команды и дать общий вердикт.

При конструировании раздела «продуктивная деятельность», я использовала групповую и индивидуальную формы работы. Например, для победы команды каждый участник должен приложить усилия (решить определенные задачи) и объединить свои результаты с остальными. Поэтому процентное отношение групповой и индивидуальной работы примерно 50%.

Каждая станция - это отдельный урок, всего в данном конструкторе их пять (первый и последний часы отведены под «мотивационное начало» и «аналитическое завершение», соответственно).

На станциях применялись устные, наглядные и практические приемы. В ходе обсуждения результатов решения задач – фронтальный опрос (устный прием); на каждой станции учащиеся работали с подготовленными карточками, справочной литературой (наглядный); примеряли на себя различные социальные роли, выполняли практические и лабораторные работы по решению задач из реальных жизненных ситуаций (практический).

Данный конструктор готовился к реализации как при очной форме обучения, так и при дистанционной. При дистанционной реализации может использоваться платформа zoom и средства google (формы, таблицы и т. д.). Групповая форма работы также может быть реализована в zoom с помощью разделения участников на сессионные залы.

При завершении погружения, согласно требованиям, разработана рефлексия и обратная связь с участниками события по аналогичной форме, как в конструкторе для 6-х классов.

Далее приведем примеры задач, которые предлагается решить учащимся на различных этапах погружения.

На этапе **мотивационного начала** предлагаемые задания включают такие компоненты функциональной грамотности, как: читательская, финансовая, математическая. Первая задача предлагается как проблемная ситуация, для того, чтобы учащиеся могли самостоятельно прийти к новым знаниям, понятиям простых и сложных процентов.

Задача 1. Представьте, что мы пришли в банк, где предлагают открыть вклад на сумму a рублей под p% годовых на t лет.

Есть две стратегии поведения: в конце каждого года хранения вклада снимать проценты по вкладу, т.е. полученную прибыль в размере $\frac{p}{100} \cdot a$ руб.; прийти в банк один раз – в конце срока хранения вклада. Какой доход вы получите в том и другом случае?

Решение:(случай 1) математическая модель этой ситуации является арифметической прогрессией, где $\mathrm{a}_1 = \mathrm{a}, -$ первоначальный вклад, d=$\frac{\mathrm{p}}{100} \cdot \mathrm{a}$; $\mathrm{a}_{\mathrm{t}+1} = \mathrm{a} + \frac{\mathrm{tp}}{100} \cdot \mathrm{a} = \mathrm{a}(1 + \frac{\mathrm{tp}}{100})$ руб. можно получить за tлет – формула простых процентов.

Если вы решили прийти в банк только в конце срока хранения вклада(случай 2), то получаем: $b_1 = b -$ первоначальный вклад;$b_2 = b_1 + \frac{p}{100} \cdot b_1 == b_1\left(1 + \frac{p}{100}\right); b_3 = b_1\left(1 + \frac{p}{100}\right)\left(1 + \frac{p}{100}\right) = b_1\left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$; $b_4 = b_1\left(1 + \frac{p}{100}\right)^3$; ...;$b_t = b_1(1 + \frac{p}{100})^t$.

Мы видим, что данная модель отличается от первой, она называется геометрической прогрессией. Вывод: $b_1 = b -$ первоначальный вклад; $q = 1 + \frac{p}{100}; b_t = b_1(1 + \frac{p}{100})^t$рублей можно получить за t лет – формула сложных процентов.

Следующие задачи группам предлагается решить самостоятельно.

Задача 2. «Вкладчик открыл в банке счет и положил на него 180000 руб. сроком на 4 года под простые проценты по ставке 15% в год. Какой будет сумма, которую вкладчик получит при закрытии вклада? На сколько рублей вырастет вклад за 4 года?» [46].

Решение: a = 180000 руб.; t = 4; p = 15% ;

1) a_5= a (1+$\frac{4p}{100}$) = 180000·(1+$\frac{4 \cdot 15}{100}$) = 180000·1,6 = 288000 руб.

2) 288000-180000 = 108000 руб.

Ответ: 288000 рублей, 108000 рублей.

Задача 3. «Вкладчик открыл в банке счет и положил на него 180000 руб. сроком на 4 года под сложные проценты по ставке 15% в год. Какой будет сумма, которую вкладчик получит при закрытии вклада? На сколько рублей вырастет вклад за 4 года?» [46].

Решение: b_1= 180000 руб.; t = 4; p = 15% ;

1) $b_5 = b_1(1+\frac{p}{100})^4$=180000· $(1+\frac{15}{100})^4$ =180000·1,15⁴=180000·1,749≈ 314821 руб.

2) 314821 – 180000=134821 руб.

Ответ: 314821 рубль, 134821 рубль.

Этап **продуктивной деятельности** в разработке включает три различных станции учебной игры.

На *первой* станции под названием «Экспертная комиссия банка» предлагаемые задания включают в себя такие компоненты функциональной грамотности как: финансовая, математическая, креативное мышление. В начале урока учитель помогает учащимся актуализировать опорные знания с помощью рассказа об истории XVIII века Штабс-капитана Соловьева и о наследстве его предка боцмане Нахтигале. После совместного анализа явления, описанного в рассказе, ученики приходят к выводу о том, что простые проценты начисляются всегда на одну и ту же сумму, от той, которую внесли в банк, открывая депозит. А при начислении сложных процентов сумма возрастает в геометрической прогрессии.

Следующие задачи предлагается решать в группе.

Перед учениками ставится следующая цель: две экспертные комиссии банка (две группы), должны оценить выгоду при выдаче кредитов, решить несколько задач и вынести свои вердикты (какой кредит одобрен, а какой нет), пояснив их с точки зрения математики.

Задача 4. Клиент хочет взять в банке кредит в размере 50000р. на 5 лет под 20% годовых. Какую сумму он должен будет вернуть в банк, если его условия погашения кредита таковы: проценты возвращаются в банк ежегодно?

Задача 5. Клиент хочет взять в банке кредит в размере 50000р. на 5 лет под 20% годовых. Какую сумму он должен будет вернуть в банк, если его условия погашения кредита таковы: весь кредит с процентами возвращается в банк в конце срока?

Задача 6.

Банк хочет предложить своим клиентам новый очень выгодный вклад. На рассмотрение комиссии предлагается 3 варианта (пусть условный вклад будет 1000 р на 3 года):

1) простые проценты, из расчета 3% в месяц;

2) простые проценты, из расчета 40% в год;

3) сложные проценты из расчета 30% в год.

Какой из вкладов будет наиболее выгоден клиенту?

Вторая станция продуктивной деятельности называется «Деловые переговоры». Ребятам предлагается разделиться на 6 групп. Первые три группы - представители крупных корпораций (название и вид деятельности можно придумать самостоятельно), а другие три группы – представители самых крупных банков. Каждой команде представителей корпораций выдается задание – взять наиболее выгодный кредит на развитие нового проекта, необходимая минимальная и максимальная сумма кредита, а также доходы указаны в задании. Задача банкиров – предложить наиболее выгодные условия корпорациям, чтобы кредит взяли именно у вас, на выгодных для вас и для них условиях. Прежде чем начать переговоры учащимся предлагается посовещаться в группах, составить по 3 задачи-предложения, используя простые и сложные проценты. На переговорах им нужно рассмотреть все предложения, совместно решить задачи, вычислить доходы и затраты, сделать выводы и прийти к соглашению.

По итогу каждая группа из представителей должна определиться, в каком из банков и на каких условиях она «берет кредит», а банк должен вычислить свою выгоду. Выигрывает команда, заключившая самую выгодную сделку. Данная станция включает следующие компоненты развития функциональной грамотности: финансовая, математическая, креативное мышление.

Третья станция продуктивной деятельности под названием «Банковский бой» включает те же компоненты функциональной грамотности, что и предыдущая станция. Перед активной самостоятельной деятельностью, учитель знакомит обучающихся с легендой о шахматах [35]. Таким образом, происходит знакомство учеников с формулой суммы n членов геометрической прогрессии. Далее учитель предлагает отправиться в увлекательное исследование задач, подобных той, что была разобрана. Для этого ученики делятся на 3 группы. Каждой группе выдается набор задач, связанных с финансами и предлагается их решить, усилиями группы. Та группа, которая раньше всех справляется с задачей, является докладчиком и поясняет суть задачи и ее решение. Остальные учащиеся проверяют ход решения и дают оценку команде соперника. В результате работы учащиеся не только закрепляют навык применения изученной формулы, но и учатся работать в команде, высказывать своё мнение, выслушивать других и оценивать свои результаты.

Последний этап **аналитического завершения** включает три раздела.

Концептуализация. Ребятам предлагается разделиться на творческие группы или работать индивидуально. Задание: Создать информационный плакат с наиболее примечательными особенностями, с которыми столкнулись при изучении прогрессий. Интересными задачами. Указать сходства и отличия арифметической и геометрической прогрессии. Сформулировать определение геометрической прогрессии, записать формулу нахождения n-го члена последовательности и сумму n первых ее членов, привести примеры.

В процессе изучения события каждая команда фиксирует в новые полученные знания в удобной для него форме (таблица, схема, конспект).

Рефлексия осуществляется с помощью написания эссе.

Данный этап анализа позволяет ребенку сфокусироваться на том, какие трудности он преодолел во время погружения с помощью ответов на вопросы:

- опиши, с какими трудностями ты встретился во время погружения;

- выдели, какие из них тебе удалось преодолеть;

- опиши, как именно ты преодолевал эти трудности;
- расскажи, какие трудности всё-таки не удалось преодолеть;
- опиши, как ты думаешь, почему не получилось их преодолеть и что нужно было сделать, чтобы решить эти трудности.

Обратная связь реализуется с помощью заполнения анкеты, используя средства google (формы) в качестве отзыва учеников о мероприятии. Согласно рекомендациям по конструированию БСП использовались стандартные вопросы: класс, литера, название события, оценка собственного участия (активность) и насколько понравилось событие.

«Итак, обучение теме «Прогрессии» и «Числовые последовательности» следует начинать с исторической справки, подготовленной заранее учителем или учащимися, чтобы заинтересовать их и привлечь внимание к данной теме. Например, учащиеся могут заранее подготовить доклад или реферат о числах Фибоначчи. Для этого учителю следует сначала подготовить список литературы.

Достаточно интересно и необычно изложен материал в иностранных книгах Кона [69], Иры Гессель [71], Сиглера [72] и Сойфера [73]» [24] и в отечественных изданиях, например книги следующих авторов: Г.И. Глейзер [7], И.Я. Депман [9], Э. Кольман [21]. «Также интересным фактом является существование Ассоциации Фибоначчи, которая основана в 1963 году [76], на эту тему учащиеся также могут подготовить интересное сообщение для расширения кругозора» [24].

Разработка данных конструкторов позволила нам не просто познакомиться с таким инновационным подходом к проведению уроков как блочно-событийное погружение, но и по-новому взглянуть на организацию учебного процесса.

Это позволяет решить одну из проблем современного педагога – повысить интерес и мотивацию учащихся к предмету и учебному процессу в целом.

2.2 Технология укрупненных дидактических единиц (УДЕ) П.М. Эрдниева обучения решению задач на арифметическую и геометрическую прогрессии

Применение технологии укрупнения дидактических единиц позволяет организовать новый способ познавательной деятельности обучающихся на уроках математики.

С.Н. Дорофеев в статье отмечает, что «современный этап развития школьного математического образования характеризуется усиленным вниманием к подготовке обучающихся к творческой деятельности, и, прежде всего, к развитию у них творческих математических способностей» [12, с. 118].

Развитие творческой деятельности учащихся и творческих математических способностей, в свою очередь, предполагает расширение содержания теоретического и практического материалов на уроках математики. Для того чтобы удерживать мотивацию к обучению на достаточно высоком уровне современный учитель обязан не только обладать высокими знаниями о видах инновационных форм и методах формирования творческой деятельности учащихся, но и владеть методическими приемами, технологиями их применения при изучении определенной темы из школьного курса математики.

«Сложившаяся ныне система учебников математики, подбор упражнений в них, дидактика урока математики в средней школе оставляют крайне мало возможностей для проявления инициативы творчества обучающегося, для саморазвития его знаний для того, чтобы изучение науки выступало поистине «игрой его интеллектуальных сил» [68] - рассуждает П.М. Эрдниев в своей книге.

Почему же творческий процесс на таком уроке, как математика, настолько важен? Математика на протяжении многих лет представляется для большинства учеников весьма сложной наукой для восприятия. Знания ученика будут прочными, если они приобретены не одной памятью, не заучены механически, а являются продуктом собственных идей, размышлений, проб и закрепились в результате его собственной творческой деятельности над учебным материалом.

Рассматривая в данном контексте учебный материал по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» очевидно, что даже при обучении на углубленном уровне (22 ч.) невозможно успеть охватить и показать ученикам всю многогранность теоретического и задачного материала. Следовательно, современные требования и тенденции в образовании направляют нас к изменениям, к укрупнению дидактических единиц.

Н.И. Шевченко в статье «Принципы развития обучаемости школьников с использованием технологии укрупнения дидактических единиц» пишет: «Учебный процесс, сочетающий общеобразовательную, а с переходом на профильное обучение и профессиональную подготовку учащихся, отличается сложностью, информационной насыщенностью, проявлением разносторонней интеллектуальной и практической деятельности обучающихся. Иными словами, современный учебный процесс обладает объективной тенденцией к укрупнению» [65, с. 103].

В этом плане наиболее всего подходит теория и методика укрупнения дидактических единиц (УДЕ), разработанная и экспериментально проверенная на материале изучения математики профессором П.М. Эрдниевым [68].

В рамках технологии УДЕ учебно-познавательная деятельность школьников должна быть организованна так, чтобы учащиеся могли проявлять максимальную самостоятельность в формулировании проблемы, поиска пути ее решения, опираясь на уже существующие взаимосвязанные элементы содержания предмета. Указанная особенность учебной деятельности является важнейшим обоснованием для отбора дидактических принципов процесса обучения, организованного с применением технологии УДЕ.

В статье В.Г. Поваляевой ««Прогрессии» методом УДЕ» [44] автор отмечает, что применение УДЕ позволяет активизировать поисковую деятельность учащихся, способствует более быстрому, но в то же время долгосрочному запоминанию материала. «Присутствие аналогии в темах «Арифметическая прогрессия» и «Геометрическая прогрессия» позволяет организовать самостоятельную познавательную деятельность учащихся, так как осознание закономерности схемы введения понятия арифметической прогрессии позволяет создать условия для выдвижения гипотез о свойствах и признаках геометрической прогрессии и методах доказательств данных теорем. Применение метода укрупнения дидактических единиц при введении данной темы основывается на использовании аналогии этих понятий, но в то же время подразумевает более глубокое исследование, включающее в себя не только сопоставление этих понятий, но и анализ их различий, а также наличие комплекса специально подобранных упражнений» [44].

В качестве примера задачного материала автор рассматривает комбинированную задачу на арифметическую и геометрическую прогрессии: «*Три числа образуют арифметическую прогрессию. Если к первому числу прибавить 8, получится геометрическая прогрессия с суммой членов 26. Найдите эти члены*» [44].

Практический опыт учителей показывает эффективность выбранной технологии по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии», подтверждение можем увидеть в статье Е.С. Сорокиной и П.С. Коркина [51]: «реализация нами метода УДЕ при изучении темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в экспериментальном классе позволила сэкономить время на 20%, по сравнению с традиционным изучением этой темы, а также получить более высокие результаты, чем в контрольном классе» [51].

Данную технологию можно применять и при изучении новой темы, и при повторении и закреплении изученного материала, а также можно сочетать разные варианты работы.

Проектирование изучения темы «Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии» в рамках технологии УДЕ для организации обобщающего повторения в 11 классах

Прежде чем перейти к непосредственному проектированию изучения темы, рассмотрим понятие *дидактической единицы* с точки зрения педагогики.

О.Г. Фёдоров в статье «Зависимости компетенций и дидактических единиц» [61] даёт понятие дидактической единице как «обозначение требуемой для усвоения части учебного материала, имеющей смысловое единство» [61, с. 33].

В свою очередь Н.Х. Рахимова [45] отмечает, что понятие «дидактическая единица» не имеет точного определения, но, также отмечает, что «это - элемент содержания учебного материала, изложенного в виде утвержденной в установленном порядке программы обучения в рамках определенной профессиональной дисциплины или общеобразовательного предмета. Дидактическая единица - одна из предметных тем, подлежащих обязательному освещению в процессе подготовки специалистов, учащихся по данному предмету» [45].

Что касается образовательных стандартов, то в данном контексте «дидактическими единицами выступают базовые компетентности, ключевые компетенции и метапрофессиональные качества» [45].

В статье «Взаимосвязь дидактических единиц с тестами в контексте знаний, умений, навыков» [4] авторами выдвигается предположение о том, что «каждая дидактическая единица может нести в себе как знания, так и умения с навыками» [4].

На основании вышеизложенных понятий дидактической единицы, можно сделать вывод о том, что при реализации метода УДЕ для достижения всех поставленных задач при изучении темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» необходимо систематизировать и обобщить как теоретический материал, так и задачный. Поскольку очевидным результатом усвоения материала является то, насколько самостоятельно и успешно учащийся может применить полученные знания на практике.

Понятие «укрупненная дидактическая единица» впервые было введено А. Н. Леонтьевым [28]. В трудах П. М. Эрдниева [68] понятие «укрупнение дидактических единиц» было впервые введено именно в дидактику. В качестве дидактической единицы в обучении математике автор выделяет математическое упражнение.

Далее рассмотрим основные методы и принципы укрупнения дидактических единиц. В своей книге П. М. Эрдниев [68] показывает различные технологические приёмы укрупненного освоения математической информации, такие как:

«1. Совместное и одновременное изучение взаимосвязанных понятий и операций, например сложения и вычитания векторов, дифференцирования и интегрирования функций.

2. Обращение задач (теорем, функций) и сравнение соответствующих суждений в процессе выполнения упражнений.

3. Составление упражнений, аналогичных решённым.

4. Использование в системе упражнений противоположных кодовых переходов мысли (от рисунка к слову и наоборот).

5. Параллельная запись сравниваемых правил (задач, преобразований), в частности двойственных суждений.

6. Двухэтажная запись некоторых аналогичных высказываний» [68].

При введении понятий и теорем темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» прослеживается аналогия между данными прогрессиями. Поэтому при обобщающем повторении темы в 11 классе можно рассмотреть арифметическую и геометрическую прогрессии на одном уроке параллельно. Учителю рекомендуется наглядно систематизировать теоретические сведения темы «Прогрессии» для учащихся на примере таблицы 4.

В рамках бакалаврской работы «Методика обучения теме «Прогрессии» в углубленном курсе алгебры основной школы» [17] нами также было предложено рассмотреть данные прогрессии в системе с помощью таблицы 5.

Реализовать представление материала в данном формате, на наш взгляд, можно с помощью информационных технологий (к примеру, презентации средствами MicrosoftPowerPoint), что поможет педагогу в полном объёме донести информацию учащимся, как при очной, так и при дистанционной формах обучения. Также можно разработать индивидуальные карточки в рамках проектной и исследовательской деятельности с учениками или позволить учащимся самостоятельно провести аналогию изучаемых понятий и составить сравнительную таблицу в тетрадях для наглядности.

П. М. Эрдниев [68] описывает «метод обратных задач» и отмечает, что в задаче целесообразно отмечать три элемента:

«1) сюжетную сторону (например, задачи на движение);

2) числовые данные (скажем, десятичные дроби);

3) математические зависимости (пропорции, действия второй ступени). При подборе упражнений в учебниках по какой-либо теме варьируют обычно сюжеты и числа, сохраняя неизменными математические зависимости» [68].

Одним из ключевых элементов технологии УДЕ является упражнение-триада, которое включает в себя:

1) исходная задача;

2) её обращение;

3) обобщение [68].

Также, согласно технологии УДЕ, при работе над упражнением должны четко выделяться следующие этапы: решение задачи; проверка; переход к родственной, более сложной задаче [68].

Именно на основе успешной отработки практических навыков решения задач по теме «Прогрессии» в 9 классе, учащиеся 11 класса смогут в достаточно короткий срок перейти к подготовке к ЕГЭ.

Исходя из всего вышесказанного, спроектируем изучение темы «Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии» с учетом выбранной нами технологии УДЕ для 2-х уроков.

Урок 1. Обобщение и систематизация теоретического и практического материала по теме «Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии».

Цель: систематизировать теоретический материал по теме урока; учиться решать ключевые задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

Образовательная задача: вспомнить понятия и свойства арифметической и геометрической прогрессий, формулы нахождения n-го члена и суммы конечной арифметической и геометрической прогрессий; учиться решать ключевые задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

Развивающая задача: развивать самостоятельность, творческое мышление, умение видеть взаимосвязи и выявлять новые связи между системами знаний.

Воспитательная задача: повышать интерес к математике, формировать логическое мышление.

Предполагаемые результаты: уметь решать задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

Ход урока (45мин):

1.Организационный момент – 3 мин.

2. Фронтальная работа с классом – 7 мин.

Учитель задаёт вопросы учащимся (актуализация знаний):

1) сформулируйте определение числовой последовательности;

2) какие числовые последовательности вы изучали в 9 классе?

3) сформулируйте определения арифметической и геометрической прогрессий;

4) какие свойства прогрессий вы знаете?

5) как найти член прогрессии?

6) что называют разностью и знаменателем прогрессии?

7) как найти сумму членов конечной прогрессии?

В результате устного опроса предполагается получить следующие ответы:

1) «Функцию вида y=f (x), где x∈N, называют функцией натурального аргумента или числовой последовательностью и обозначают *y=f(n)* или $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n, \dots$» [35].

2) Арифметическая и геометрическая прогрессии.

3) «Числовую последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего члена и некоторого числа d, называют *арифметической прогрессией,* а число d - *разностью* арифметической прогрессии» [35, с. 176].

«Числовую последовательность, все члены которой отличны от 0 и каждый челн, начиная со второго, получается из предыдущего умножением на одно и то же число q, называют *геометрической прогрессией*. При этом число q называют *знаменателем* геометрической прогрессии» [35, с. 189].

4) Характеристическое свойство, а также некоторые свойства функций (ограниченность, монотонность).

5) Найти n-ый член арифметической и геометрической прогрессий можно с помощью соответствующих формул: $a_n=a_1+(n-1)d$и$b_n=b_1\cdot q^{n-1}$, где d – разность арифметической прогрессии, а q – знаменатель геометрической прогрессии.

6) *Разность* арифметической прогрессии – это число, которое нужно прибавить к любому члену арифметической прогрессии, чтобы получить последующий её член. Он равен разности последующего и предшествующего ему членов прогрессии. *Знаменатель* геометрической прогрессии – это число, на которое нужно умножить

любой член геометрической прогрессии, чтобы получить последующий её член. Он равен отношению любого её члена, начиная со второго, к предыдущему члену прогрессии.

7) Чтобы найти сумму конечной арифметической или геометрической нужно использовать соответствующие формулы:

$S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2}; S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}, q \neq 1.$

Учитель: Мы с вами уже изучали данную тему в 9 классе и сейчас вспомнили основные понятия, которые нам будут необходимы при решении задач.

Для того, чтобы нам было удобнее применять эти знания, давайте составим общую таблицу основных понятий по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

3. Индивидуально-групповая работа – 12 мин.

Учащиеся самостоятельно или в группах по 2-4 человека составляют таблицы или схемы для систематизации теоретического материала, например, как в таблицах 4 или 5.

Ученики могут опираться на свои знания или использовать учебник алгебры 9 класса А.Г. Мордковича [35] (таблица 4), если есть необходимость или наглядный материал из других источников (карточки, презентация).

Несмотря на то, что в таблицах содержится одна и та же информация, учащиеся могут воспринимать их по-разному.

К примеру, в таблице 5 более чётко выделены сходства и отличия понятий, связанных с арифметической и геометрической прогрессиями.

Наиболее ценной полученная систематизация материала окажется в том случае, если учащиеся максимально самостоятельно проведут данный сравнительный анализ и сделают соответствующие выводы.

Как отмечалось ранее, тогда у обучающихся будет возможность проявить свой творческий потенциал.

Таблица 4 – Систематизация материала по учебнику А.Г. Мордковича [35]

Изучаемое понятие	Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
1. Определение	«Числовую последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего члена и некоторого числа d, называют *арифметической прогрессией,* а число d - *разностью* арифметической прогрессии» [35].	«Числовую последовательность, все члены которой отличны от 0 и каждый челн, начиная со второго, получается из предыдущего умножением на одно и то же число q, называют *геометрической прогрессией*. При этом число q называют *знаменателем* геометрической прогрессии» [35].
2. Разность и знаменатель	$d = a_{n+1} - a_n$	$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$, $q \neq 0$, $b_n \neq 0$
3. Формула n-го члена	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
4. Сумма членов конечной прогрессии	$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$; $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$	$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1$
5. Характеристическое свойство	«Числовая последовательность является арифметической прогрессией тогда и только тогда, когда каждый её член, кроме первого (и последнего в случае конечной последовательности), равен среднему арифметическому предшествующего и последующего членов» [35]. $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, n > 1$	«Числовая последовательность, все члены которой отличны от нуля, является геометрической прогрессией тогда и только тогда, когда квадрат каждого её члена, кроме первого (и последнего, в случае конечной последовательности), равен произведению предшествующего и последующего членов. Модуль любого члена геометрической прогрессии равен среднему геометрическому предыдущего и последующего членов» [35]. $b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}, b_i > 0, n > 1$
6. Возрастание и убывание	«Является *возрастающей* последовательностью, если d>0, и *убывающей* , если d<0» [35].	«Является *возрастающей* последовательностью, если $b_1 > 0$, $q > 1$ и *убывающей,* если $b_1 < 0, q < 1$» [35].
7. Прогрессия как функция	«Арифметическую прогрессию можно рассматривать как *линейную функцию* ($y=dx+m$), заданную на множестве N натуральных чисел. d – разности арифметической прогрессии, угловой коэффициент» [35].	«Геометрическую прогрессию можно рассматривать как *показательную функцию* ($y=mq^x$, где y=b_n, $m = \frac{b_1}{q}$), заданную на множестве N натуральных чисел» [35].

Таблица 5 – Систематизация теоретического материала по теме «Прогрессии» [17]

<table>
<tr><th>Арифметическая прогрессия</th><th colspan="2">Формулировка определения</th><th>Геометрическая прогрессия</th></tr>
<tr><td colspan="4">Определение.
Числовая последовательность</td></tr>
<tr><td colspan="2">$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$</td><td colspan="2">$b_1, b_2, b_3, \ldots, b_n, \ldots$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Называется</td></tr>
<tr><td colspan="2">арифметической</td><td colspan="2">геометрической</td></tr>
<tr><td colspan="4">прогрессией,
если для всех натуральных n выполняется равенство:</td></tr>
<tr><td colspan="2">$a_{n+1}=a_n+d$,</td><td colspan="2">$b_{n+1}=b_n \cdot q$,</td></tr>
<tr><td colspan="4">где</td></tr>
<tr><td colspan="2">d- некоторое число
$d= a_{n+1}-a_n$ – разность</td><td colspan="2">q-некоторое число
$q= b_{n+1}/b_n$, $q \neq 0$, $b_n \neq 0$ – знаменатель.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Свойство.
Каждый член</td></tr>
<tr><td colspan="2">арифметической</td><td colspan="2">геометрической</td></tr>
<tr><td colspan="4">прогрессии, начиная со второго, равен среднему</td></tr>
<tr><td colspan="2">арифметическому</td><td colspan="2">геометрическому</td></tr>
<tr><td colspan="4">двух соседних с ним членов</td></tr>
<tr><td colspan="2">$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, n > 1$</td><td colspan="2">$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}, b_i > 0, n > 1$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Характеристическое свойство.
Числовая последовательность</td></tr>
<tr><td colspan="2">$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$</td><td colspan="2">$b_1, b_2, b_3, \ldots, b_n, \ldots$</td></tr>
<tr><td colspan="4">является</td></tr>
<tr><td colspan="2">арифметической</td><td colspan="2">геометрической</td></tr>
<tr><td colspan="4">прогрессией тогда и только тогда, когда</td></tr>
<tr><td colspan="2">$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, n > 1$</td><td colspan="2">$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}, b_i > 0, n > 1$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Формула n-го члена</td></tr>
<tr><td colspan="2">арифметической</td><td colspan="2">геометрической</td></tr>
<tr><td colspan="4">прогрессии</td></tr>
<tr><td colspan="2">$a_n=a_1+(n-1)d$</td><td colspan="2">$b_n=b_1 \cdot q^{n-1}$</td></tr>
</table>

4. Групповая работа – 15 мин.

Каждой группе выдаётся карточка с заданиями по типу таблицы 6, но без решений. В ходе решения задач учащимся предлагается ответить на следующие вопросы:

- какие формулы и понятия использовались при решении каждого вида задач?

- в чём заключаются сходства и отличия в формулировках предлагаемых заданий?

- существуют ли другие способы решения данных задач?

- приведите примеры других способов решения задач, если они имеются;

- как вы думаете, все ли виды задач по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» представлены в данной карточке?

- приведите примеры таких видов задач (задачи на простые и сложные проценты, задачи на смешанную прогрессию).

«При выводе формул и различных доказательствах уместно использовать метод, описанный Тедом Сандстромом [74] в своей работе «Mathematical Reasoning: Writing and Proof», который заключается в выяснении идей решений или доказательств через вопросы. Данный метод использовался еще в древности, так называемый Сократовский метод, как видим, он признан эффективным и современными учеными и мыслителями» [17].

Таким образом, параллельно рассматриваются разные типы задач на арифметическую и геометрическую прогрессии, проводится аналогия между задачами и способами их решений. Типовые задачи были взяты из задачника алгебры 9 класса Л.И. Звавича (углубленный уровень) [15] и учебника Ю.Н. Макарычева (углубленный уровень) [30]. На данном этапе, на наш взгляд, такая подборка задач позволит учащимся максимально быстро вспомнить особенности решения задач на прогрессии, правильное использование буквенной символики и формул, сразу применить эти знания на практике. Что в дальнейшем поможет при решении задач повышенной трудности при подготовке к ЕГЭ.

Ответы на вопросы для анализа хода решения можно конспектировать или делать пометки непосредственно в карточках при решении задач. Также, если учащийся видит иной способ решения задачи, для наглядности, может привести это решение в этой же таблице.

Таблица 6 – Подборка задач на отработку основных навыков по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии»

Виды задач	**Арифметическая прогрессия**	**Геометрическая прогрессия**
Задачи на понимание основных понятий, использование терминов и символики.	«№23.01(а)Напишите формулу общего члена арифметической прогрессии, если $a_1 = 7, d = 2{,}5$» [15].	«№24.01(а)Напишите формулу общего члена геометрической прогрессии, если $a_1 = 0{,}25, q = 2$»[15].
	$a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_n = 7 + 2{,}5(n-1)$; $a_n = 4{,}5 + 2{,}5n$.	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$; $a_n = 0{,}25 \cdot 2^{n-1}$; $a_n = 0{,}125 \cdot 2^n$.
Нахождение количества членов прогрессии	«№23.08(а) Найдите число членов и сумму арифметической прогрессии: -1;7;…;287» [15].	«№24.15(а) Найдите число членов и их сумму для геометрической прогрессии: 1;5;…;78125» [15].
	$a_1 = -1;\ a_2 = 7;\ a_n = 287$; $d = a_2 - a_1 = 7 + 1 = 8$; $287 = -1 + 8(n-1); n = 37$; $S_{37} = \frac{37(-1+287)}{2} = 5291$.	$b_1 = 1;\ b_2 = 5;\ b_n = 78125; q=5$; $78125 = 1 \cdot 5^{n-1}; n = 8$; $S_8 = \frac{1(5^8-1)}{5-1} = \frac{390624}{4} = 97566$.
Нахождение члена прогрессии	«№23.23 Сумма двадцати первых членов арифметической прогрессии равна 140, а её первый член равен 7. Найдите её четырнадцатый член» [15].	«Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии равна 14, а её первый член равен 2. Найдите четвертый член этой прогрессии» [15].
	$S_{20} = 140;\ a_1 = 7;\ a_{14} = ?$; $140 = (2 \cdot 7 + 19d) \cdot 10; d = 0$; $a_{14} = 7 + 0 = 7$.	$S_3 = 14;\ b_1 = 2; b_4 = ?$; $14 = \frac{2(q^3-1)}{q-1}; q_1 = 2;\ q_2 = -3$; $b_4 = 16$ или $b_4 = -54$.
Сумма первых n членов прогрессии	«№23.12 (а) Найдите сумму первых n членов прогрессии, если: $a_1 = 7, d = 2{,}1, n = 20$» [15].	«№788(а) Найдите сумму первых n членов геометрической прогрессии, если: $a_1 = -27, q = \frac{1}{3}, n = 6$» [29].
	$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$; $S_{20} = \frac{2 \cdot 7 + 2{,}1(20-1)}{2} \cdot 20 = 539$.	$S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$; $S_6 = \frac{-27((\frac{1}{3})^6-1)}{\frac{1}{3}-1} = -\frac{364}{9} = -40\frac{4}{9}$.
Нахождение разности и знаменателя	«В арифметической прогрессии (a_n) найдите разность, если: $a_1 = 5, a_4 = 110$» [29].	«№761(в) В геометрической прогрессии (b_n) найдите знаменатель, если: $b_1 = 0{,}5, b_4 = 500$» [29].
	$a_4 = a_1 + 3d$; $110 = 5 + 3d; d = 35$.	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$; $500 = 0{,}5q^3; q=10$.
Решение уравнений	«№743(а) Найдите x, зная, что слагаемые в левой части уравнения составляют арифметическую прогрессию: 2+8+14+…+x=184» [29].	«Найдите x, зная, что слагаемые в левой части уравнения составляют геометрическую прогрессию: 2+6+18+…+x=2186» [29].

Продолжение таблицы 6

Виды задач	Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
	$a_1 = 2;\ a_2 = 8;\ a_3 = 14;$ $S_n = 184; a_n = x; S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2};$ $d = 6; 184 = \frac{4+6(n-1)}{2} \cdot n;\ n=8;$ $x = a_8 = 2 + 6 \cdot 7 = 44.$	$b_1 = 2;\ b_2 = 6;\ b_3 = 18;\ S_n = 2186;$ $b_n = x; q = 3; S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1};$ $2186 = \frac{2(3^n-1)}{3-1}; n = 7;$ $b_7 = x = 2 \cdot 3^6 = 1458.$

5. Подведение итогов, комментарии учителя – 5 мин.

6. Постановка домашнего задания – 3 мин (составить задачи и решить, аналогичные данным на уроке).

Урок 2. Практикум по решению задач на арифметическую и геометрическую прогрессии.

Цель: учиться решать задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

Образовательная задача: применять понятия и свойства арифметической и геометрической прогрессий, формулы нахождения n-го члена и суммы конечной арифметической и геометрической прогрессий; учиться решать задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

Развивающая задача: развивать самостоятельность, творческое мышление, умение видеть взаимосвязи и выявлять новые связи между системами знаний.

Воспитательная задача: повышать интерес к математике, формировать логическое мышление.

Предполагаемые результаты: уметь решать задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

Ход урока (45мин):

1.Организационный момент и ознакомление с планом урока – 3 мин.

2. Групповая работа – 7 мин.

В качестве актуализации опорных знаний учащимся предлагается взаимопроверка домашнего задания, работа в парах.

3. Индивидуальная работа – 25 мин.

Каждой группе выдается карточка с заданиями. Учащимся предлагается определить, к какому виду задач по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессия» относятся данные задачи, составить соответствующую таблицу необходимых теоретических знаний для решения задач и решить их, сделать выводы. При работе в группах учитель также предлагает детям обратить внимание на сходства и отличия предлагаемых задач, чем решение одной задачи помогает при решении другой, какие теоретические знания применяются.

В таблице 7 приведён пример систематизации теоретических знаний.

Задача 1. Иванов взял кредит в банке в размере 500 тыс. рублей под 5% годовых. Какую сумму он будет должен банку через 1 год?

Решение: 500000 р.=100%, x р.=5% =>x=$\frac{5\cdot500000}{100} = 25000$р.

Значит, через 1 год Иванов будет должен банку: 500000+25000=525000р.

Или $b_1 = 500000; q = 1{,}05; b_2$ =? – сумма долга спустя год.

Тогда: $b_2 = 500000 \cdot 1{,}05 = 525000$ р.

Ответ: 525000.

Задача 2. Иванов взял кредит в банке в размере 500 тыс. рублей под 5% годовых. Какую сумму он будет должен банку через 3 года?

Решение:

1 способ. Исходя из решения задачи 1, мы получили, что через 1 год Иванов будет должен банку 525000 р. Значит, через 2 года он будет должен банку: $525000 + \frac{5\cdot525000}{100} = 525000 + 26250 = 551250$р. А через 3 года: 551250+$\frac{5\cdot551250}{100}$ = 551250+27562,5 = =578812,5 р.

2 способ. Каждый год будет начисляться 5% от долга. То есть, долг будет становиться 105%=1,05 в конце каждого года.

Таким образом, получаем геометрическую прогрессию, где

$b_1 = 500000$; $q = 1{,}05$; $n = 4$; $b_4 =$?Тогда за 3 года долг составит: $500000 \cdot 1{,}05^3$ =578812,5 р.

Ответ: 578812,5.

Задача 3. Иванов взял кредит в банке в размере 500 тыс. рублей под 5% годовых. Какую сумму он будет должен банку через n лет?

Решение: Исходя из 2 способа решения задачи 2, получаем: $500000 \cdot 1{,}05^n$.

Ответ: $500000 \cdot 1{,}05^n$.

Задача 4. Иванов взял кредит в банке в размере 500 тыс. рублей. Через 10 лет он вернул банку 900 тыс. рублей. Под какие проценты был взят кредит?

Решение: $500000 \cdot \mathrm{p}^{10} = 900000 \Rightarrow \mathrm{p}^{10} = 1{,}8 \Rightarrow (1{,}8)^{\frac{1}{10}} = p \Rightarrow p \approx$

$$\approx 1{,}06 = 106\%.$$

То есть, в конце каждого года долг будет увеличиваться на 6% .

Ответ: 6.

Задача 5. Иванов взял кредит в банке на некоторую сумму рублей под 6% годовых. Через 5 лет он вернул банку 800 тыс. рублей. Какую сумму денег Иванов взял в кредит?

Решение: $b_1 = ?$; $q = 1{,}06$; $b_6 = 800000$.

Т.к. $b_6 = b_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow 800000 = b_1 \cdot 1{,}06^5 \Rightarrow b_1 = \frac{800000}{1{,}06^5} \approx 597807$ р.

Ответ: 597807.

Задача 6. Иванов решил взять кредит в банке в размере 100 тыс. руб. под 5% годовых. Через сколько лет он сможет погасить весь кредит, если каждый год будет вносить по 30 тыс. руб.

Решение: $100000 : 30000 \approx 3{,}33$=> чтобы выплатить основной долг Иванову нужно выплачивать кредит около 4 лет.

Выясним, какую сумму, с учётом процентов, Иванов будет должен банку через 4 года: $100000 \cdot 1{,}05^4 = 121550{,}625$.

В то же время, за 4 года будет внесено $30000 \cdot 4 = 120000 \Rightarrow$

$=> 121550{,}625 > 120000 =>$за 4 года Иванов всё еще не погасит весь кредит.

За 5 лет Иванов будет должен банку: $100000 \cdot 1{,}05^5 =$127628,15625, за это время он выплатит 30000·5=150000 => 127628,15625<150000=> кредит будет погашен за 5 лет.

Ответ: 5.

Задача 7. Иванов решил взять кредит в банке в размере 100 тыс. руб. под 5% годовых. Каковы должны быть его ежегодные выплаты, чтобы он смог погасить кредит за 10 лет?

Решение: выясним, каким будет долг спустя 10 лет.

$100000 \cdot 1{,}05^{10} =$162889,462678 => 162889,462678 :10=16288,9462678≈ ≈ 16289 р.

Ответ:16289.

Задача 8. Иванов решил взять в кредит некоторую сумму денег под 5% годовых, рассчитывая погасить его за 10 лет внося каждый год по 40 тыс. руб. Какую сумму денег он может взять в кредит на этих условиях?

Решение:$b_1 =?; q = 1{,}05;\ n = 11;\ b_{11}$- сумма долга через 10 лет.

За 10 лет Иванов внесёт 40000·10=400000, то есть, $b_{11} \leq 400000$. $b_{11} = b_1 1{,}05^{10}$=>$b_1 1{,}05^{10} \leq 400000$ =>$b_1 \leq \frac{400000}{1{,}05^{10}}$ $=> b_1 \leq$245565,301416.

Округлим правую часть неравенства до целых. Значит, Иванов может взять в кредит 245565 р.

Ответ: 245565.

Задача 9. Иванов решил взять в банке кредит на некоторую сумму денег под 6% годовых. В банке ему предложили оформить кредит на 4 года так, чтобы 15 января каждого года после начисления процентов он переводил в банк одну и ту же сумму денег. Какая сумма денег была взята Ивановым в кредит?

Решение:$b_1 =?; q = 1{,}06; b_5 = b_1 \cdot 1{,}06^4 = b_1 \cdot 1{,}26247696$.

Пусть сумма ежегодной оплаты будет k руб. Для полного погашения кредита необходимо, чтобы сумма выплат по годам была равна сумме кредита, тогда:

$$b_5 = 4 \cdot k => \ 4 \cdot k = b_1 \cdot 1{,}26247696;$$

$b_1 = \frac{4k}{1{,}26247696} = \frac{k}{0{,}31561924}$.

Ответ:$\frac{k}{0{,}31561924}$.

4. Подведение итогов – 7 мин (таблица 7).

Таблица 7 – Простые и сложные проценты.

Простые проценты	**Сложные проценты**
Прибыль растёт в арифметической прогрессии	Прибыль растёт в геометрической прогрессии
Начисление процентов на банковском счёте за весь период хранения средств. Простые проценты начисляются только на основную сумму или на ту часть основной суммы, которая остается невыплаченной.	Сложные проценты возникают, когда проценты добавляются к основной сумме, так что с этого момента начисленные проценты также приносят проценты. Это добавление процентов к основной сумме называется сложным процентом.
$S_n = S_0(1 + 0{,}01pn)$	$S_n = S_0(1 + 0{,}01p)^n$
S_n – сумма вклада;S_0 – первоначальный вклад; p – процентная ставка;n – срок кредита.	

5. Постановка домашнего задания – 3 мин.

Каждому ученику выдаётся карточка с заданиями на смешанную прогрессию, учитель даёт краткие указания для выполнения заданий.

Задача 1. «№24.50. Числа x, y, z в указанном порядке образуют одновременно арифметическую и геометрическую прогрессии. Найдите эти числа» [15, С. 181].

Решение: «пусть $c_1 = x, c_2 = y, c_3 = z$. Для арифметической прогрессии имеем: $d = y - x, z = x + 2y - 2x => z = 2y - x$.

Для геометрической прогрессии имеем: $q = \frac{y}{x}, z = x\left(\frac{y}{x}\right)^2 = \frac{y^2}{x}$.

Получаем: $2y - x = \frac{y^2}{x} => y^2 = x(2y - x) => y^2 = 2xy - x^2 =>$

$$=> y^2 - 2xy + x^2 = 0 => (x - y)^2 = 0 => x = y => z = x = y.$$

Таким образом, числа x, y, z в указанном порядке могут быть любыми равными числами» [17].

Задача 2. «№24.56. Арифметическая и геометрическая прогрессии имеют первые равные члены, равные 1; третий член арифметической прогрессии равен второму члену геометрической прогрессии, а сумма первого и третьего членов геометрической прогрессии вдвое больше суммы второго и третьего членов арифметической прогрессии. Найдите эти прогрессии» [15, С. 182].

Решение: «по условию$a_1 = b_1 = 1, a_3 = b_2,\ b_1 + b_3 = 2(a_2 + a_3)$. По определению арифметической и геометрической прогрессий имеем:

$$a_2 = a_1 + d = 1 + d, a_3 = 1 + 2d, b_2 = q,\ b_3 = q^2, d = a_2 - 1, q = b_2 = a_3.$$

Значит: $q = 1 + 2d,\ b_1 + b_3 = 2(a_2 + a_3) => 1 + q^2 = 2(a_2 + q) =>$

$$=> 1 + (1 + 2d)^2 = 2(1 + d + 1 + 2d) => 2 + 4d + 4d^2 = 4 + 6d =>$$

$$=> 4d^2 - 2d - 2 = 0 => 2d^2 - d - 1 = 0 => D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 9,$$

$$d_1 = \frac{1+3}{4} = 1;\ d_2 = \frac{1-3}{4} = -0{,}5.$$

Если $d = 1$, то $q = 3, a_n = n, b_n = 3^n$. Значит, арифметическая и геометрическая прогрессии будут следующими: 1, 2, 3, …, n и 1, 3, 9, …, 3^n.

Если $d = -0{,}5$, то $q = 0$, $a_n = 1 - 0{,}5(n - 1) = 1{,}5 - 0{,}5n, b_n == 1 \cdot 0^n$, что противоречит условию $b_1 = 1$.

Ответ. 1, 2, 3, …, n и 1, 3, 9, …, 3^n» [17].

Задача 3. «№24. 61. Найдите четыре числа, если первые три составляют геометрическую прогрессию, а последние три – арифметическую. Сумма крайних членов равна 14, а сумма средних – 12» [15, с. 183].

Решение: даны четыре числа x_1, x_2, x_3, x_4. Пусть $x_1 = a, x_2 = b,$ но по условию $x_1 + x_4 = 14, x_2 + x_3 = 12$. Тогда получаем: $x_3 = 12 - b, x_4 = 14 - a$.

Последние три числа составляют арифметическую прогрессию, тогда:

$$b + 14 - a = 2(12 - b) => b + 14 - a = 24 - 2b => b + 14 - a - 24 +$$

$$+2b = 0 => 3b - a - 10 = 0 => a = 3b - 10.$$

В то же время, первые три числа составляют геометрическую прогрессию, тогда:

$a(12-b)=b^2$, т. к. $a=3b-10$, то $(3b-10)(12-b)=b^2 =>$ $36b — 3b^2-120+10b=b^2 => 46b-4b^2-120=0 => 2b^2-23b+$ $+60=0 => D=49; b=\frac{23\pm7}{4}$.

Получаем 2 случая.

1 случай.b=7,5; $a=3b-10=3\cdot7{,}5-10=12{,}5$. Теперь можем найти все числа: $x_1=a=12{,}5$; $x_2=b=7{,}5$; $x_3=12-b=4{,}5$; $x_4=14-a=1{,}5$.

2 случай.b=4; $a=3b-10=2$. Аналогично находим все числа: $x_1=a=2$; $x_2=b=4$; $x_3=12-b=8$; $x_4=14-a=12$.

Ответ: 1)12,5; 7,5; 4,5; 1,5; 2) 2; 4; 8; 12.

Организация контроля.

Контроль должен быть достаточно разнообразен и полон, и охватить все этапы обучения. Итоговая проверочная работа должна констатировать уровень знаний и умений, которыми овладел учащийся за время изучения темы «Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии». Более того, данные уроки обобщающего повторения направлены на подготовку учащихся к ЕГЭ, поэтому для составления проверочной работы следует использовать открытые банки заданий.

Итоговая проверочная работа состоит из пяти задания:

- *первая задача* связана с практическим применением арифметической прогрессии, умением находить n-ый член;
- *вторая задача* связана с вычислением сложных процентов;
- *третья задача* направлена на применение геометрической прогрессии к решению задач на проценты;
- *четвертая задача* связана с применением формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии;

- *пятая задача* связана с применением формулы суммы первых n членов геометрической прогрессии.

Критерии оценки:

Задание 1 – 0-3 балла;

Задание 2 – 0-3 балла;

Задание 3 – 0-3 балла;

Задание 4 – 0-3 балла;

Задание 5 – 0-3 балла.

Отметка «5» ставится за 15-14 баллов; отметка «4» - за 13-11 баллов; отметка «3» - за 10-8 баллов; отметка «2» - за 0-7 баллов.

Примерный вариант итоговой проверочной работы по теме «Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии».

Задача 1. «Васе надо решить 434 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней» [46].

Задача 2. «Бизнесмен Плюшкин получил в 2000 году прибыль в размере 1000000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 7% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Плюшкин за 2003 год» [46].

Задача 3. «Компания «Альфа» начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10 000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?» [46].

Задача 4. «При рытье колодца глубиной свыше 10 м за первый метр заплатили 1000 руб., а за каждый следующий на 500 руб. больше, чем за предыдущий. Сверх того за весь колодец дополнительно было уплачено 10 000 руб. Средняя стоимость 1 м оказалась равной 6250 руб. Определите глубину колодца» [46].

Задача 5. «Богач заключи выгодную, как ему казалось, сделку с человеком, который целый месяц ежедневно должен был приносить по 100 тысяч руб., а взамен в первый день месяца богач должен был отдать 1коп., во второй – 2 коп., в третий – 4коп., в четвертый – 8коп. и т. д. в течение 30 дней. Сколько денег получил богач и сколько он отдал? Кто выиграл от сделки?» [15, №17.52].

Решение итоговой проверочной работы.

Задача 1. В первый день Вася решил $a_1 = 5$ задач, в последний – a_{14} задач. Всего надо решить $S_{14} = 434$ задачи. Поскольку $S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2}$, имеем: $434 = \frac{14(5+a_{14})}{2} => a_{14} = 57$.

Ответ: 57.

Задача 2.Частая ошибка в данной задаче, что в ней скрывается арифметическая прогрессия. Это не так. Дело в том, что прибавка прибыли – не одинакова каждый год. Каждый год 7% от прибыли предыдущего года в пересчет на рубли – разные величины.

В данном случае имеем дело также с геометрической прогрессией (b_n). b_n– прибыль (в рублях) за n-ый год (n=1,2,3,4; 2000-ый год считаем первым годом прибыли, 2001-ый – вторым и т.д.).

Известно следующее: $b_1 = 1000000; q = \frac{107}{100}$ так как увеличение **на** 7% – значит увеличение **в** $\frac{107}{100}$ раз. Требуется узнать b_4.Согласно формуле n-го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ имеем: $b_4 = b_1 \cdot q^3 = 1000000 \cdot \left(\frac{107}{100}\right)^3$; b_4 =1225043 – прибыль за 2003 год.

Ответ: 1225043 р.

Задача 3. «Каждый год прибыль компании «Альфа» составляла 200% от капитала предыдущего года, значит, капитал каждый год составлял 300% от капитала предыдущего года. В конце 2006 года на счёте компании «Альфа» была сумма: $5000 \cdot 3^{2006-2001} = 5000 \cdot 3^5$ = 1215000 долларов.

Каждый год прибыль компании «Бета» составляла 400% от капитала предыдущего года, значит, капитал каждый год составлял 500% от капитала предыдущего года. В конце 2006 года на счёте компании «Бета» была сумма: 10000$\cdot 5^{2006-2003} = 10000 \cdot 5^3 = 1230000.$ т. о., капитал компании «Бета» был на 35000 долларов больше» [60].

Ответ: 35000.

Задача 4. Пусть x м. – глубина колодца. Тогда часть выплат, зависящих от глубины колодца, образует арифметическую прогрессию, где d=500, a_1=1000. Найдём сумму первых x членов, последний член равен 1000+500(x-1). Тогда сумма будет равна:

$$\frac{\left(1000+1000+500(x-1)\right)x}{2} = \frac{2000x+500x^2-500x}{2} = 250x^2+750x.$$

Поскольку, кроме указанной суммы, было выплачено еще 10000 р. и средняя стоимость 1 метра составляет 6250 р., то имеет место уравнение, которое решим, имея ввиду, что глубина колодца свыше 10 м.

$$\begin{cases} x > 10, \\ x^2 - 22x + 40 = 0 \end{cases} => \begin{cases} x > 10, \\ \left[\begin{matrix} x=2. \\ x=20 \end{matrix}\right. \end{cases} => x = 20$$ » [27].

Ответ: 20.

Задача 5. Данная задача, несомненно относится к теме «геометрическая прогрессия». Пусть b_k - количество денег, отданных богачом в k-й день (коп.).

Тогда: $b_1 = 1,\ b_2 = 2,\ b_3 = 4,\ \ldots,\ b_{30} = 2^{29}$. Получаем, что богач отдал: $S_{30} = \frac{b_1(q^{30}-1)}{q-1} = \frac{1(2^{30}-1)}{2-1} = 2^{30} - 1$ (коп).

Богач получил: $100000 \cdot 30 = 3$млн. (р)=$3 \cdot 10^6$(р);

2^{30} -1= 1 073 741 824-1-1073741823(коп)= 10737418,24(р)$\approx 10^7$(р).

Получаем: $3 \cdot 10^6 < 10^7$.

Ответ: богач получил $3 \cdot 10^6$, отдал $\approx 10^7$. Богач проиграл.

2.3 Педагогический эксперимент и его результаты

Обучающий этап педагогического эксперимента проводился на базе МБУ «Школа №59» г. о. Тольятти в 2020-2021 учебном году. В рамках урочной деятельности в эксперименте участвовало 30 учеников 9-х классов.

Для блочно-событийного погружения был разработан тематический раздел учебной программы в объёме 7 ч., объединенный одним событием «Банковские расчёты» по теме из курса алгебры 9 класса «геометрическая прогрессия» и имеющий три целевых вектора в своей структуре: мотивационное начало, продуктивная деятельность и аналитическое завершение (концептуализация и рефлексия).

Целью эксперимента было внедрение в учебный процесс одну из многих инновационных форм и методов формирования творческой деятельности обучающихся на уроках математики при обучении решению задач на прогрессии. Формат БСП был выбран в рамках реализации городского сквозного проекта «Внедрение модели «блочно-событийные погружения» в учебную деятельность муниципальных образовательных учреждений с целью формирования функциональной грамотности учащихся 5-9 классов» г.о. Тольятти.

При реализации разработки использовались следующие методы формирования творческой деятельности: исследовательский, поисковый, метод проблемной ситуации, логико-содержательное построение курса.

Задачи педагогического эксперимента:

1) формировать устойчивый интерес к предмету;
2) формировать творческую деятельность обучающихся;
3) повысить мотивацию к обучению математике у учащихся;
4) формировать теоретические знаний у учащихся по теме «геометрическая прогрессия»;

5) формировать у учащихся навыки решения задач по теме «геометрическая прогрессия»;

6) создать условия для развития функциональной грамотности учащихся;

7) создать условия для развития дивергентного мышления учащихся;

8) создать условия для развития эмпатии через совместную деятельность в процессе изучения и исследования нового материала;

9) выявить эффективность инновационной формы БСП.

Во время погружения у учащихся наблюдался повышенный интерес к непривычной форме урока, что, очевидно, способствовало более активному их участию в учебном процессе.

Благодаря отличным от привычных формулировок заданиям во время погружения, учащиеся воспринимали учебные задачи и теоретический материал как игру, что способствовало наиболее эффективному запоминанию материала. К тому же, учащиеся смогли решить больше учебных задач, чем при стандартной форме урока, что говорит о меньшей утомляемости и повышенной концентрации внимания.

В ходе прохождения учебно-игровых станций учащиеся каждый раз находились в новой учебной группе, что способствовало общению со всем классным коллективом и развитию эмпатии.

Ученики старались максимально помочь друг другу, еще раз объяснить товарищам задание или материал, если кто-то не уяснил суть сразу.

Для нестандартных задач различные группы учащихся предлагали различные решения, доказывали свою точку зрения и направляли друг друга на новые идеи.

Данное наблюдение говорит о том, что условия для развития дивергентного мышления учащихся были созданы в полном объёме.

По окончанию погружения учащиеся охотно приняли участие в анкетировании для получения обратной связи о событии.

При оценке собственной активности в данном погружении по 10-бальной шкале (1 – не активный, 10 – очень активный) 90% учащихся поставили себе отметку от 7 до 10.

На вопрос о том, насколько понравилось преподавание уроков с погружением по 1-бальной шкале (1 – совсем не понравилось, 10 – очень понравилось) 87% обучающихся поставили отметку от 7 до 10.

Формой контроля при погружении являлась самостоятельная работа - оценивались результаты самостоятельного решения задач ребятами, оперирование терминами и теоретическими знаниями в ходе прохождения учебно-игровых станций.

Ниже представлены варианты самостоятельной работы, где продемонстрировано решение задач.

Вариант 1.

Задача 1. «Бизнесмен Плюшкин получил в 2000 году прибыль в размере 1000000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 7% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Плюшкин за 2003 год» [46].

Решение: частая ошибка в данной задаче, что в ней скрывается арифметическая прогрессия. Это не так. Дело в том, что прибавка прибыли – не одинакова каждый год. Каждый год 7% от прибыли предыдущего года в пересчет на рубли – разные величины.

В данном случае имеем дело с геометрической прогрессией (b_n). b_n– прибыль (в рублях) за n-ый год (n=1,2,3,4; 2000-ый год считаем первым годом прибыли, 2001-ый – вторым и т.д.).

Известно следующее: $b_1 = 1000000; q = \frac{107}{100}$ так как увеличение **на** 7% – значит увеличение **в** $\frac{107}{100}$ раз. Требуется узнать b_4.Согласно формуле n-го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 \cdot$

q^{n-1} имеем: $b_4 = b_1 \cdot q^3 = 1000000 \cdot \left(\frac{107}{100}\right)^3$; b_4 =1225043 – прибыль за 2003 год.

Ответ: 1225043 р.

Задача 2. «В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 7 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 640 мг. Найдите массу изотопа через 42 минуты. Ответ дайте в миллиграммах»[59].

Решение: исходя из анализа текста задачи, очевидно, что математической моделью описанной ситуации является геометрическая прогрессия. $q = \frac{1}{2}$; $b_1 = 640$ мг.; b_2- масса изотопа через 7 минут; b_3- масса изотопа через 14 минут; …; b_7 =?–масса изотопа через 42 минуты.

$$b_n = b_1 q^{n-1} => b_7 = b_1 q^6 = 640 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 640 \cdot \frac{1}{64} = 10.$$

Ответ: 10.

Задача 3.«У Кати есть теннисный мячик. Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока мячик подлетел на высоту 540 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в три раза меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит мячик, станет меньше 10 см?» [59].

Решение: исходя из анализа текста задачи, очевидно, что математической моделью описанной ситуации является геометрическая прогрессия. Тогда получаем, что $b_1 = 540; q = \frac{1}{3}$; $b_n = 10$.Используем формулу нахождения n-го члена, заменив знак «равно» на знак «больше», исходя из вопроса задачи. $b_n > b_1 q^{n-1} => 10 > 540 \cdot (\frac{1}{3})^{n-1} => \frac{10}{540} > (\frac{1}{3})^{n-1} => \frac{1}{54} => (\frac{1}{3})^{n-1}$ =>подбираем значение n так, чтобы неравенство было верным. Если n=4, то дробь в правой части неравенства будет равна $\frac{1}{27}$, что превращает данное неравенство в неверное. Если n=5, то дробь в правой части неравенства будет равна $\frac{1}{81}$, получаем: $\frac{1}{54} > \frac{1}{81}$.

Ответ:5.

Вариант 2.

Задача 1. «Бизнесмен Печенов получил в 2000 году прибыль в размере 1000000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 16% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Печенов за 2002 год?» [46].

Решение: в данном случае имеем дело с геометрической прогрессией (b_n). b_n– прибыль (в рублях) за n-ый год (n=1,2,3,4; 2000-ый год считаем первым годом прибыли, 2001-ый – вторым и т.д.).

Известно следующее: $b_1 = 1000000; q = \frac{116}{100}$ так как увеличение **на** 16% – значит увеличение **в** $\frac{116}{100}$ раз. Требуется узнать b_3.Согласно формуле n-го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ имеем: $b_3 = b_1 \cdot q^2 = 1000000 \cdot \left(\frac{116}{100}\right)^2$; $b_3 = 1345600$ – прибыль за 2002 год.

Ответ: 1345600.

Задача 2. «В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 13 мг. За каждые 30 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 90 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах» [59].

Решение: исходя из анализа текста задачи, очевидно, что математической моделью описанной ситуации является геометрическая прогрессия. $q = 3$; $b_1 = 13$ мг.; b_2- масса организмов через 30 минут; b_3-масса организмов через 60 минут; b_4 =?–масса организмов через 90 минут.

$$b_n = b_1 q^{n-1} => b_4 = b_1 q^3 = 13 \cdot (3)^3 = 13 \cdot 27 = 351.$$

Ответ: 351.

Задача 3.«У Яны есть попрыгунчик (каучуковый шарик). Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока попрыгунчик подлетел на высоту 240 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в два раза меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит попрыгунчик, станет меньше 5 см?» [59].

Решение.

Исходя из анализа текста задачи, очевидно, что математической моделью описанной ситуации является геометрическая прогрессия. Тогда получаем, что $b_1 = 240; q = \frac{1}{2};\ b_n = 5$.

Используем формулу нахождения n-го члена, заменив знак «равно» на знак «больше», исходя из вопроса задачи. $b_n > b_1 q^{n-1} => 5 > 240 \cdot (\frac{1}{2})^{n-1} = > \frac{5}{240} > (\frac{1}{2})^{n-1} => \frac{1}{48} => (\frac{1}{2})^{n-1} =>$подбираем значение n так, чтобы неравенство было верным.

Если n=6, то дробь в правой части неравенства будет равна $\frac{1}{32}$, что превращает данное неравенство в неверное. Если n=7, то дробь в правой части неравенства будет равна $\frac{1}{64}$, получаем: $\frac{1}{48} > \frac{1}{64}$.

Ответ: 7.

В таблице 8 представлены результаты анализа самостоятельной работы.

Таблица 8 – Результаты самостоятельной работы

Номер задания	Выполнили верно	Выполнили неверно	Не приступили к заданию
1.	86, 7 % (26)	13,7 % (4)	0% (0)
2.	73,3% (22)	20 % (6)	6,7% (2)
3.	66,7 % (20)	23,7 % (7)	10 % (3)

Анализ таблицы 8 показывает, что задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии научились решать достаточно большое количество учеников. Но, всё же, необходимо также провести индивидуальную работу с отдельными учениками по восполнению пробелов в знаниях и навыках.

В таблице 9 представлен анализ основных ошибок учащихся, на основании которого будет выстроен план индивидуальной работы над ошибками.

Таблица 9 – Выявленные виды ошибок учащихся

Задание 1		
Виды ошибок		
Вычислительная	Неверно подставлено значение в формулу	Неверно определён вид последовательности
1	2	1
Задание 2		
Виды ошибок		
Вычислительная	Неверно подставлено значение в формулу	Неверно определён вид последовательности
2	2	3
Задание 3		
Виды ошибок		
Вычислительная	Неверно подставлено значение в формулу	Неверно определён вид последовательности
3	3	4

В таблице 10 представлены полученные результаты самостоятельной работы.

Таблица 10–Количественный анализ контрольной работы

Оценка	Количество учеников, получивших данную оценку
«5»	20 % (6)
«4»	30 % (9)
«3»	30 % (9)
«2»	20 % (6)

Таким образом, можно сделать вывод о том, что подавляющее большинство учащихся успешно справились с работой и не испытывают затруднения при решении задач ОГЭ и ЕГЭ по теме «Геометрическая прогрессия».

На основании вышеизложенного, можно сделать вывод о том, что поставленная цель и задачи педагогического эксперимента успешно выполнены.

Выводы по второй главе

Сформулируем основные выводы и полученные результаты:

1. Выполнено конструирование уроков по модели блочно-событийного погружения (БСП) «Банковские расчёты».

2. Разработан методический проект по теме «Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии» в рамках технологии УДЕ П.М. Эрдниева.

3. Разработана система задач по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в курсе алгебры основной школы, удовлетворяющие основным принципам технологии УДЕ П.М. Эрдниева.

4. Проведен обучающий этап педагогического эксперимента.

Заключение

Сформулируем основные выводы и полученные результаты проведённого исследования.

1. Исследована роль творческой деятельности обучающихся на уроках математики.

2. Исследованы традиционные и инновационные формы и методы формирования творческой деятельности обучающихся на уроках в общеобразовательной школе.

3. Выявлены основные цели и задачи обучения теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в курсе математики основной школы, требования к математической подготовке обучающихся.

4. Выполнен сравнительный анализ содержания теоретического и задачного материала по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в учебниках алгебры основной школы различных авторов. Выделены основные виды задач по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

5. Выполнено конструирование уроков по модели блочно-событийного погружения (БСП) в качестве инновационной формы и метода формирования творческой деятельности обучающихся при обучении решению задач на прогрессии в общеобразовательной школе.

6. Разработан методический проект по теме «Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии» в рамках технологии УДЕ П.М. Эрдниева.

7. Проведен обучающий этап педагогического эксперимента, который выявил эффективность применения рассмотренных инновационных форм и методов обучения решению задач на прогрессии и влияние творческой деятельности учащихся на результаты обучения.

Всё это даёт основание считать, что задачи, поставленные в исследовании, полностью решены.

Список используемой литературы

1. Алексеева Н.Н. Рекуррентные соотношения [Электронный ресурс]. / Н.Н. Алексеева. // Юность большой Волги, сборник статей лауреатов XVIII межрегиональной конференции-фестиваля научного творчества учащейся молодежи, 2016. С. 11-14. URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=27235929 (дата обращения 8.05.2021).

2. Афанасьева Г.А. Использование ИКТ в педагогической деятельности учителя математики [Электронный ресурс]. / Г.А. Афанасьева, Е.В. Карелина // Профессиональное образование в России и за рубежом. 2017. № 3 (27). С. 153-156. URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=30304962 (дата обращения 8.05.2021).

3. Бородина С.Н. Программа предметного элективного курса по математике «Эти известно-неизвестные прогрессии» [Электронный ресурс]. / С.Н. Бородина, Л.А. Лопатина. Публикация от 17.01.2011, №589241. URL: https://urok.1sept.ru/articles/589241 (дата обращения 4.06.2021).

4. Бронов С.А. Взаимосвязь дидактических единиц с тестами в контексте знаний, умений, навыков / С.А. Бронов, А.В. Мартынов, Д.С. Тесленко. - Текст : непосредственный // Молодой ученый, 2017. № 20 (154). С. 433-436. URL: https://moluch.ru/archive/154/43568/ (дата обращения: 10.06.2021).

5. Бурмистрова Т.А. Сборник рабочих программ. 7-9 классы: пособие для учителей общеобразоват. организаций / Т.А. Бурмистрова – 2-е изд., доп. М.: Просвещение, 2014. 96 с.

6. Германова Л.М. Проектная деятельность на уроках математики как средство развития творческого мышления учащихся основной школы [Электронный ресурс]. / Л.М. Германова. // Педагогическое мастерство и педагогические технологии. 2016. № 3 (9). С. 85-87. URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=26598015 (дата обращения 8.05.2021).

7. Глейзер Г.И. История математики в школе 9-10 классов: пособие для учителей / Г.И. Глейзер. - М.: Просвещение, 1853. - 351 с.

8. Денисова С.В. Конспект урока «Арифметическая прогрессия» (9 класс) [Электронный ресурс]. Публикация от 22.02.2017, №2939. URL: https://urokimatematiki.ru/urok-arifmeticheskaya-progressiya-klass-2939.html (дата обращения 5.06.2021).

9. Депман И.Я. История арифметики. Пособие для учителей. / И.Я. Депман. М.: Просвещение, 1966. 415 с.

10. Дорофеев Г.В. Процентные вычисления. 10-11кл.: Учебно-метод. пособие / Г.В. Дорофеев, Е.А. Седова. М.: Дрофа. 2003. 144 с.: ил.

11. Дорофеев Г.В. Учебник по алгебре за 9 класс./ Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович - изд. 5-е. М.: Просвещение, 2010.

12. Дорофеев С.Н. (2016) УДЕ в подготовке старшеклассников к творческой математической деятельности// Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2016. №4. С.53–57.

13. Дудченко В.С. Основы инновационной методологии. М.: Институт социологии РАН, 2007. 150 с.

14. Егорченко И.В. Использование явлений реальности в обучении математике: образовательный потенциал // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2001. №3. С. 164-169. URL:https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-yavleniy-realnosti-v-obuchenii-matematike-obrazovatelnyy-potentsial/viewer (дата обращения 2.06.2021).

15. Звавич Л.И. Алгебра. 9 класс: задачник для учащихся общеобразоват. учреждений / Л.И Звавич, А.Р. Рязановский, П.В. Семенов. - 3-е изд., перераб. М.: Мнемозина, 2008. 336 с.: ил.

16. Илякина О.С. Инновационные формы и методы обучения школьников приемам творческой деятельности при изучении темы «Прогрессии» / О.С. Илякина // Студенческие дни науки в ТГУ: Сб. студенческих работ науч.-практич. конф. 13 апреля – 29 мая 2020 г. Тольятти, Изд-во ТГУ, 2020. С. 120-122.

17. Илякина О.С. Методика обучения теме «Прогрессии» в углубленном курсе алгебры основной школы. / О.С. Илякина. Выпускная

квалификационная работа (бакалаврская работа). Тольятти.: Тольяттинский государственный университет, Институт математики, физики и информационных технологий, Кафедра Высшая математика и математическое образование, 2018. 71 с.

18. Инновационные и активные методы обучения и воспитания в условиях реализации ФГОС (для слушателей Pedcampus) / Консалтинговая группа «Финиум». Москва. 2014. 42 с.

19. Исафина Б.Т. Разработка урока по алгебре. Тема урока: «Арифметическая прогрессия. Формула n-го члена арифметической прогрессии [Электронный ресурс]. / Б.Т. Исафина, М.С. Кангаламов // Проблемы научной мысли. 2016. Т. 12 №5. С. 48-54. URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=27692993 (дата обращения 7.05.2021).

20. Истомина Т.Г. Разработка блока уроков по геометрической прогрессии поновым ФГОС [Электронный ресурс]. / Т.Г. Истомина, Н.Ф. Маличенко, Л.В. Вещенко. Публикация от 31.08.2015, №227885. URL: https://kopilkaurokov.ru/matematika/uroki/razrabotka-bloka-urokov-po-gieomietrichieskoi-proghriessii-po-novym-fgos# (дата обращения 6.06.2021).

21. Кольман Э. История математики в древности / Э. Кольман, А.П. Плюшкевич. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. 235 с.

22. Копилка уроков - сайт для учителей [Электронный ресурс]. URL: https://kopilkaurokov.ru/ (дата обращения 7.06.2021).

23. Косимов Ф.М. Система заданий предназначенных для создания творчества у учащихся на уроке математики начальных классов / Ф.М. Косимов, М.М. Косимова // EUROPEAN RESEARCH: INNOVATION IN SCIENCE, EDUCATION AND TECHNOLOGY, London, 07–08 мая 2019 года. - Издательство: PROBLEMS OF SCIENCE, 2019. С.42-44.

24. Костюков В.Ю. Создание блочно-событийных погружений на уроках ОБЖ для формирования навыка безопасного поведения на природе [Электронный ресурс] / В.Ю. Костюков, В.А. Велигурин, М.Б. Бербенцева //

"НоваИнфо". 2020. №117-1. URL: https://novainfo.ru/article/17977 (дата обращения 8.05.2021).

25. Кузьмина С.С. Активизация творческой деятельности учащихся на уроках математики // Психология и педагогика: методика и проблемы практического применения. 2013. № 30. С. 153-157.

26. Кушнир Т.И. Формирование творческой личности учащихся в процессе обучения математике [Электронный ресурс]. / Т.И. Кушнир, П.Б. Медведева, Л.П. Шебанова // Современные тенденции развития науки и технологий. 2016. № 2-7. С. 91-92. URL:
https://elibrary.ru/item.asp?id=25636168 (дата обращения 7.05.2021).

27. Лежанкова Ю.А. Инновационные технологии обучения в высшей школе как средство реализации интерактивной модели обучения [Электронный ресурс]. Минск: Мир языков: ракурс и перспективы: сборник материалов IX Международной науч.-практ конференции, 26 апреля 2018 г.: в 6 ч. Ч. 4. БГУ, 2018. С. 115-122. URL:
http://elib.bsu.by/handle/123456789/199933 (дата обращения 3.06.2021).

28. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность: избранные психологические труды: в 2-х т. М.: Педагогика, 1983. т. II. 320 с.

29. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 9 класс: учеб. Пособие для общеобразоват. Организаций: углубл. уровень. / Ю.Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. М.: Просвещение, 2018. 400 с.

30. Макарычев Ю.Н. Учебник по алгебре за 9 класс./ Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков - изд. 21-е. М.: Просвещение, 2014.

31. Макарьев И.И. Если ваш ребенок – левша. 2-е изд., стер. СПб.: Лань, 2003. 80 с., ил.

32. Методика и технология обучения математике. Лабораторный практикум: учеб. пособие для студентов математ. факультетов пед. университетов / под науч. ред. В.В. Орлова. М.: Дрофа, 2007. 320 с.

33. Мордкович А.Г. Алгебра 9 класс. В двух частях. Часть 2. Задачник./ А.Г. Мордкович, Л.А. Александрова - 12-е изд., испр. М.: Мнемозина, 2010. 223с.: ил.

34. Мордкович А.Г. Алгебра 9 класс. В двух частях. Ч. 2. Учебник. / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов– 12-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2010.

35. Мордкович А.Г. Алгебра. 9 кл.: учеб. Для учащихся общеобразоват. Учреждений. // А.Г. Мордкович, Н.П. Николаев. - 3-е изд. перераб. М.: Мнемозина, 2008. 255с.: ил.

36. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень). / под ред. А.Г. Мордковича. 10-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2009. 239 с.: ил.

37. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень). / под ред. А.Г. Мордковича. 14-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2013. 400 с.: ил.

38. Муравин Г.К. Учебник по алгебре за 9 класс./ Г.К. Муравин - изд. 14-е., стер. М.: Дрофа, 2014.

39. Мурзабаева Ф.М. Урок - презентация в 9 классе на тему «Геометрическая прогрессия» [Электронный ресурс]. URL: https://lib.znate.ru/docs/index-166588.html (дата обращения 8.05.2021).

40. Мыныбаеыва А.К. Инновационные методы обучения, или как интересно преподавать: Учебное пособие // А.К. Мыныбаева, З.М. Садвакасова. 7-е изд., доп. Алматы, 2012. 355 с.

41. Пашина Л.В. Урок по теме «Решение экономических задач с помощью арифметической и геометрической прогрессий» [Электронный ресурс]. URL: https://urok.1sept.ru/articles/609974 (дата обращения 4.06.2021).

42. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию / М-во образования и науки РФ. М.:

Просвещение, 2015. 560 с. [Электронный ресурс]. URL: http://fgosreestr.ru/wp-content/uploads/2015/06.pdf (дата обращения 14.05.2018).

43. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образования [Электронный ресурс]/ М-во образования и науки РВ. М.: Просвещение, 2016. 569 с. URL: http://fgosreestr.ru/.pdf (дата обращения 1.06.21).

44. Поваляева В.Г. «Прогрессии» методом УДЕ [Электронный ресурс]. / В.Г. Поваляева // Вестник научных конференций, 2019. №11-2 (51). С. 88-89. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41581117 (дата обращения 4.06.2021).

45. Рахимова Н.Х. Понятие дидактической единицы и методология выбора дидактических единиц по русскому языку в колледжах // Молодой ученый. 2016. № 6 (110). С. 805-807.

46. Решу ЕГЭ Образовательный портал для подготовки к экзаменам [Электронный ресурс]. URL: http://math.reshuege.ru/ (дата обращения 5.06.2021).

47. Решу ОГЭ Образовательный портал для подготовки к экзаменам [Электронный ресурс]. URL: http://math.reshuoge.ru/ (дата обращения 3.06.2021).

48. Родионов М.А. Мотивация учения математике и пути ее формирования: монография. Саранск: МГПИ им. М. Е. Евсеева. 2001. 252 с.

49. Сластёнин В.А. Педагогика: учебник для студ. высших пед. учеб. заведений / В.А. Сластёнин, И.Ф. Исаев, Е.Н. Шиянов. М.: Издательский центр «Академия», 2011. 380 с.

50. Соколенко С.Н. Программа элективного курса по математике «Решение задач повышенной сложности по математике» 10 класс [Электронный ресурс]. Публикация от 15.09.2020, №557592. URL: https://kopilkaurokov.ru/matematika/planirovanie/programma_elektivnogo_kursa_po_matematike_reshenie_zadach_povyshennoi_slozhnosti (дата обращения 2.06.2021).

51. Сорокина Е.С. Союз арифметической и геометрической прогрессий в обучении [Электронный ресурс]./ Е.С. Сорокина, П.С. Коркина. Успехи современного естествознания, 2012. №5. С. 89. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17870251 (дата обращения 4.06.2021).

52. Теория и методика развития творческого мышления учащихся. Выпуск 7: сборник материалов Издательство «Межрегиональный центр инновационных технологий в образовании», 2014. 115 с.

53. Теплов Б.М. Способности и одаренность. Избранные труды: В 2-х т. ч 1. М.: Педагогика. 1985г. 286с.

54. Токарева Л.И. Формирование систем математических понятий у учащихся общеобразовательных школ: автореферат докторской диссертации по педагогике/ Л.И. Токарева. Москва, 2010. 30 с.

55. Традиционные и нетрадиционные формы обучения и воспитания: учебное пособие / авт.-сост.: В.Г. Закирова, В.К. Власова, Л.Р. Каюмова, Э.Г. Сабирова. Казань: Казан. ун-т. 2018. 109 с.

56. Уроки математики [Электронный ресурс]. URL: https://urokimatematiki.ru/ (дата обращения 3.06.2021).

57. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: Приказ Мин. образования и науки РФ от 17.12.2010 г. №1897. [Электронный ресурс]. URL: http://минобр-науки.рф/документы/938 (дата обращения 6.06.2021).

58. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования: Приказ Мин. Образования и науки РФ от 6.10.2009 г. №413. [Электронный ресурс]. URL: https://fgos.ru/ (дата обращения 8.06.2021).

59. Федеральный институт педагогических измерений [Электронный ресурс]. URL: http://www.fipi.ru (дата обращения 1.06.2021).

60. Федеральный перечень учебников [Электронный ресурс]. URL: https://fpu.edu.ru/ (дата обращения 7.06.2021).

61. Федоров О.Г. Зависимости компетенций и дидактических единиц [Электронный ресурс]. Социальные отношения: научный журнал. 2016. №3 (18). с. 31-38. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_27115473_68098122.pdf (дата обращения 3.06.2021).

62. Фестиваль педагогических идей «Открытый урок» [Электронный ресурс]. URL: https://urok.1sept.ru/ (дата обращения 7.06.2021).

63. Харитонова Н.Д. Психолого-педагогические основы укрупнения дидактических единиц знаний и способов деятельности в обучении математике студентов вузов. Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота. 2009. №6 (25). С. 210-212.

64. Шакирова Л.Р. Интеллектуальный вызов при обучении решению математических задач [Электронный ресурс]. / Л.Р. Шакирова, М.В. Фалилеева // Наука и школа, 2016. № 1. С. 47-53. URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=25738425 (дата обращения 9.05.2021).

65. Шевченко Н.И. Принципы развития обучаемости школьников с использованием технологии укрупнения дидактических единиц [Электронный ресурс]. Вестник Российского государственного университета им. И. Канта, 2008. №4, 103-105 с. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=11161217 (дата обращения 8.06.2021).

66. Шинкарева Н.В. Повышение мотивации и креативности мышления обучающихся на уроках математики через использование элементов исследовательской деятельности. / Н.В. Шинкарева // Матрица научного познания, 2019. № 2. С. 123-129. URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=36997284 (дата обращения 8.05.2021).

67. Шустрова Ю.П. По следам Шерлока Холмса, или методы решения логических задач [Электронный ресурс] / Ю.П. Шустрова, В.П. Заусаев // «Старт в науке»: материалы VIII международного конкурса научно-исследовательских и творческих работ учащихся. М., 2020. URL: https://school-science.ru/8/7/41440 (дата обращения 8.05.2021).

68. Эрдниев П.М. Укрупнение дидактически единиц в обучении математики. М.: Просвещение, 1986. 255 с.

69. Cohn, J. H. Square Fibonacci numbers Etc. / J. H. Cohn. New York.: Springer, 2000. 134p.

70. Creativity as Predictor of Mathematical Abilities in Fourth Graders in Addition to Number Sense and Working Memory / Evelyn H. Kroesbergena, Eveline M. Schoeversa. Department of Education & Pedagogy, Utrecht University, Utrecht, The Netherlands, Journal of Numerical Cognition, 2017, Vol. 3(2), 417- 440.

71. Ira Gessel. Fibonacci quarterly. / Gessel Ira. Future plc, 1972. - 432 p.

72. Sigler, L. E. Fibonacci's Liber Abaci: A Translation into Modern English of Leonardo Pisano's Book of Calculation (Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences). / L. E. Sigler. Paperback, June 2, 2010.

73. Soifer, A. The mathematical coloring book: mathematics of coloring and the colorful life of its creators. / A. Soifer. New York: Springer, 2008. 354 p.

74. Ted Sundstrom. Mathematical Reasoning: Writing and Proof [Текст]. / Grand Valley State University, Version 2.1, Allendale, April 13, 2018 - 609 p.

75. Tubba A. L., Cropleyb D. H., Marroneb R. L., Patstonc T., Kaufmand J. C.. The development of mathematical creativity across high school: Increasing, decreasing, or both? // Thinking Skills and Creativity. 2020. Volume 35. PP. 1-13. URL: https://doi.org/10.1016/j.tsc.2020.100634 (дата обращения 5.05.2021).

76. The Fibonacci Quarterly. Official Publication of The Fibonacci Association. Since 1963, Canada.