



В.П. Певчев

**СОСТАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ
ЗАМЕЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
НА ОСНОВЕ МЕТОДА АНАЛОГИЙ**

Учебное пособие

**Тольятти
ТГУ
2010**

Федеральное агентство по образованию
Тольяттинский государственный университет
Электротехнический факультет
Кафедра «Промышленная электроника»

В.П. Певчев

**СОСТАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ
ЗАМЕЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
НА ОСНОВЕ МЕТОДА АНАЛОГИЙ**

Учебное пособие

Тольятти
ТГУ
2010

УДК 621.3.011

ББК 312

П237

Рецензенты:

д.т.н., профессор Поволжского государственного
университета сервиса *А.А. Кувшинов*;

к.т.н., доцент Тольяттинского государственного университета
В.А. Медведев.

Научный редактор:

д.т.н., профессор Тольяттинского государственного университета
В.В. Ивашин.

П237 Певчев, В.П. Составление электрических схем замещения электротехнических систем на основе метода аналогий : учеб. пособие / В.П. Певчев. — Тольятти : ТГУ, 2010. — 87 с.

В учебном пособии рассмотрены основы формализованного применения метода аналогий для составления электрических схем-аналогов сопряжённых систем, содержащих кроме схем электропитания аналогии механических, магнитных, акустических и тепловых систем. Оно входит в методическое обеспечение дисциплин «Спецкурс выпускающей кафедры» специальности 210106 «Промышленная электроника» и «Моделирование процессов в электронных приборах и устройствах» магистерской программы 550714 «Электронные приборы и устройства» и может быть использовано студентами вузов электротехнических специальностей всех форм обучения.

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом Тольяттинского государственного университета.

© Тольяттинский государственный университет, 2010

Введение

Разработка и анализ технических устройств и систем неразрывно связаны с физическим и математическим моделированием. При физическом моделировании природа модели и объекта исследований одна и та же. Физическое моделирование сохраняет все особенности проведения натурального эксперимента, а для модели можно выбрать наиболее удобные размеры элементов и диапазоны изменения их параметров, что существенно облегчает получение требуемых результатов. Но физические модели дороги, и их использование сопряжено со значительными затратами времени. Поэтому их применяют в основном на конечных стадиях проектирования. В технике получили распространение модели иной природы, чем объект исследования. В частности, на ранних стадиях исследования более целесообразно математическое моделирование, основанное на математическом описании физических явлений (в аналитическом или графическом представлении).

На современном уровне развития математического моделирования большое распространение находит подход исследования так называемых сопряжённых систем, учитывающий для анализируемого (или синтезируемого) устройства в едином комплексе элементы различных физических сред, элементы, в которых осуществляется преобразование энергии из одной формы в другую, а также взаимное влияние и связи элементов. Подход основан на использовании теорий: систем, связей, информации и т. д. Эти теории объединяет то, что в их рамках особенности физических устройств играют второстепенную роль, а основное внимание уделяется анализу поведения системы во времени, то есть переходным процессам.

Однако при обобщённом описании в рамках системного подхода могут возникать трудности, связанные с тем, что способы проектирования и расчётов в различных областях науки и техники, особенно в отношении анализа временных процессов, находятся на различном уровне развития и недостаточно просто согласуются между собой.

Физические явления, происходящие в различных средах – жидких, газовых, в механических и электрических системах, а также связанные с теплопередачей, часто описываются одинаковыми уравнениями, что свидетельствует о глубоком единстве этих явлений. Аналогичность

дифференциальных уравнений послужила основой для развития понятия аналогий, применение которых позволяет переносить методы и результаты исследований явлений в одних физических средах на другие. При этом существенно расширяются арсенал средств и возможности конструктора и исследователя. Например, возможно разрабатывать новые механические устройства на основе их аналогии с уже известными и полезно используемыми электрическими или, наоборот, новые электрические устройства создавать аналогичными механическим. Так, Фарадей и Максвелл прибегали к механическим моделям, стремясь сделать понятными электромагнитные процессы. Однако следует быть осторожным в распространении аналогии на ещё не известные свойства анализируемых систем. Это может привести как к открытию, так и к заблуждению.

На основе использования аналогий наблюдается тенденция к сближению научных дисциплин. Например, методы анализа и синтеза линейных (а иногда и нелинейных) электрических цепей имеют много общего с соответствующими разделами теоретической механики, в которых рассматриваются динамические процессы в сложных линейных и нелинейных механических системах. Использование общей методологической основы при изучении систем и процессов различной физической природы приводит к более глубокому их изучению при существенном уменьшении времени, затрачиваемого на изучение. Применение метода аналогий при исследовании сложных систем, в которых в уравнения движения входят одновременно параметры различных сред (механические, электрические и т. д.), позволяет существенно упростить исследования и использовать для анализа не набор компьютерных программ для каждой из физических сред в отдельности, а лишь одну такую программу.

Метод аналогий получил развитие в трудах отечественных (Г.А. Гамбурцев [1], А.М. Харкевич [2], И.М. Тетельбаум, Ф.М. Шлыков [3], И.А. Дружинский [4] и т. д.) и зарубежных учёных. Особенно широко метод аналогий применяется в электроакустике [5] (примером может служить работа акустической системы с электромагнитным, электродинамическим, пьезоэлектрическим и др. преобразователями энергии), а также при разработке и исследовании устройств для создания сейсмических колебаний [6], [7], [8], где значительный вклад в разра-

ботку цепей-аналогов внесён сотрудниками ТГУ (ТолПИ) В.В. Ивашиным, И.А. Милорадовым, Н.П. Бахаревым, С.А. Симкиным и т. д.

Большинство систем электротехники характеризуются единством электромагнитных, тепловых, механических, акустических и т. д. процессов. Электрический двигатель вращательного движения или импульсный электромагнит с полупроводниковой системой возбуждения преобразуют электрическую энергию в механическую, и сам процесс преобразования энергии в двигателе зависит от его механической нагрузки и температуры. Обобщённую структурную схему (рис. 1) электротехнической системы можно представить следующими блоками:

ЭМП – электромеханический преобразователь (как правило, преобразование происходит посредством взаимодействия электромагнитным полем);

СВ – система возбуждения ЭМП (электропитания);

Н – нагрузка (может состоять из механических систем вращательного или поступательного движения, а также систем иной физической природы: вентиляционных, акустических, пневматических, гидравлических и т. д.);

ТВС – тепловая и вентиляционная системы.

Направления передачи энергии между блоками (тонкие линии) определяются типом и разновидностью системы: двигатель, генератор и т. д.

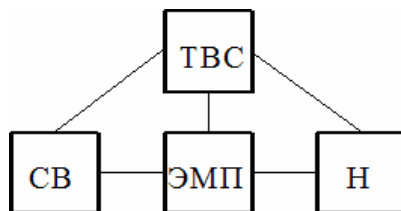


Рис. 1. Обобщённая структура электротехнической системы

Для более удобного исследования таких систем параметры элементов нагрузки и прочих «частей» могут быть «приведены» к параметрам элементов электрической системы. Электрическая система также может быть «приведена» к любой другой системе. Специалисту-электротехнику при необходимости исследования электротехнической системы целесообразно строить электрическую цепь – аналог всех входящих в систему составных частей, поскольку в этом случае он может исполь-

зовать привычные для него методы исследования электрических цепей, например операторный. У специалистов, недостаточно подготовленных в области электротехники, имеются определенные предубеждения против предпочтительности приведения той или иной неэлектрической системы к цепи электрического типа, однако развитие за последние годы методов аналогий, особенно системного схемотехнического подхода, показывает оправданность исследования систем именно на основе электротехники [9].

1. ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Проектирование сопряжено с необходимостью использования особых терминов для описания свойств или режимов работы объекта проектирования. В технической литературе такие термины объединены названием «параметры объектов проектирования». Среди параметров выделяются несколько групп для обозначения особенностей объектов проектирования и обращения с ними. Правильность работы объекта проектирования определяется по *выходным* параметрам путем их сравнения с параметрами, заданными в технических требованиях. Выходные параметры объекта связаны функциональной зависимостью с его внутренней организацией, структурой, задающей вид этой зависимости, и при неизменной структуре определяются:

- *внутренними* параметрами – параметрами элементов, их структуры и взаимосвязей друг с другом;
- *внешними* параметрами – условиями использования объекта.

Параметры, предназначенные для количественной оценки степени соответствия объекта техническому заданию, иногда называются показателями.

Параметры, которые, изменяясь, изменяют и свойства объекта, называются фазовыми переменными или *обобщёнными координатами* [10]. При анализе цепей используются две группы таких переменных. Например, при анализе электрической системы исследователю необходимо использовать две группы параметров – напряжения на элементах схемы и токи через них. В математическом обеспечении анализа совокупность фазовых переменных всех элементов исследуемой схемы называется вектором переменных состояния. Переменные одной группы являются дифференциальными (мерой распределённой, потенциальной энергии), а второй группы – мерой энергии движения или потока («кинетической»). Принадлежность переменной к той или иной группе может определяться, например, с использованием последовательного соединения элементов цепи (см. раздел 2). Произведение обобщённых координат есть мощность.

1.1. Классификация математических моделей

Математические модели объектов проектирования (или исследования) состоят из *моделей элементов* и *моделей систем* и подразделяются следующим образом.

1. По отображению свойств объекта:

- функциональные (системы уравнений) – отображают процессы функционирования объекта;
- структурные (матрицы, графы, списки) – отображают лишь состав модели и структурную взаимосвязь её элементов.

2. По способу представления самой модели:

- аналитические – системы уравнений (алгебраических, дифференциальных и т. д.);
- графические – схемы;
- табличные – применяются чаще всего для описания нелинейных свойств элементов.

3. По форме используемых в модели выражений:

- алгебраические – правая часть уравнения известна, для расчёта левой части надо лишь подставить значения переменных;
- алгоритмические – надо решать систему.

4. По масштабу охвата параметров объекта проектирования:

- полные – содержат и внутренние параметры объекта и внешние;
- макромоделли – без внутренних параметров.

5. По характеру отображения процессов в объекте проектирования:

- статические;
- динамические.

6. По использованию методов численной математики:

- непрерывные (время задано как непрерывная функция);
- дискретные: объект – это совокупность логических элементов, время – это последовательность моментов, модель элемента – это конечный автомат, описываемый системой логических уравнений, модель системы – это система массового обслуживания (СМО).

7. По уровням проектирования.

Базовый математический аппарат специфичен для отдельно взятых иерархических уровней проектирования. Типичным является выделение трёх иерархических уровней классификации математических моделей [11]: микро-, макро- и метауровень.

1. Типичные математические модели на микроуровне представлены дифференциальными уравнениями в частных производных в совокупности с краевыми условиями. К этим моделям, называемым распределенными, относятся многие уравнения математической физики. Объектами исследования в этом случае являются поля физических величин.

Число совместно исследуемых различных сред – деталей, слоев материала, фаз агрегатного состояния – в практически используемых моделях микроуровня не может быть большим ввиду сложностей вычислительного характера. Ограничения реализации этих моделей определяет основную область их применения – уточнение свойств моделей других уровней проектирования. Резко снизить вычислительные затраты в многокомпонентных средах можно, только применив иной подход к моделированию, основанный на принятии определенных допущений.

2. Допущение, выражаемое дискретизацией пространства, позволяет перейти к моделям макроуровня – цепям. Моделями макроуровня, называемыми также сосредоточенными, являются системы алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений, поскольку независимой переменной здесь остается только время. Упрощение описания отдельных компонентов позволяет исследовать модели процессов в устройствах, приборах, механических узлах, число компонентов в которых может достигать до нескольких тысяч. При этом обычно не требуется ЭВМ высокой вычислительной мощности.

3. В тех случаях, когда число компонентов в исследуемой системе превышает некоторый порог, сложность модели системы на макроуровне вновь становится чрезмерной. Поэтому, принимая соответствующие допущения, переходят на функционально-логический уровень. На этом уровне используют аппарат передаточных функций для исследования аналоговых процессов или аппарат математической логики и конечных автоматов, если объектом исследования является дискретный процесс.

Для исследования еще более сложных объектов, примерами которых могут служить вычислительные системы и сети, социальные системы и другие подобные объекты, применяют аппарат теории массового обслуживания, возможно использование и некоторых других подходов, например сетей Петри. Все эти модели относятся к системному уровню моделирования – метауровню.

В этом пособии рассматриваются модели макроуровня. Внутренние параметры этих моделей – характеристики фрагмента, а внешние – характеристики фрагментированной структуры объекта (токи, напряжения, скорости, силы и т. д.) Математическая модель представляется дискретной средой и непрерывным временем и выражается: аналитически – в виде системы однородных дифференциальных уравнений, графически – в виде цепи.

Модели макроуровня (цепи) получаются методом прямой аналогии, то есть каждому физическому элементу объекта (натуры) в его модели ставится в соответствие определённый эквивалент. При этом:

- используются по два типа переменных (фазовых) для каждой физической среды: ток – напряжение, поток – потенциал и т. д.;
- свойства элемента (сосредоточенного параметра цепи) определяются зависимостями фазовых переменных друг от друга – компонентными уравнениями;
- система разбивается на фрагменты, однородные по физической природе и по зависимости фазовых переменных друг от друга;
- участки структуры системы отождествляются с сосредоточенными параметрами;
- полученные сосредоточенные параметры становятся узлами и ветвями математической модели системы – графа.

Аналитическая запись математической модели структуры – это система топологических уравнений, которая с использованием САПР может быть как составлена на основе графического своего представления, так и рассчитана.

Именно на макроуровне наиболее доступна аналогия систем различной физической природы.

1.2. Понятие аналогии

Под аналогией понимается сходство между динамическими процессами, происходящими в различных физических средах, которое заключается, например, в идентичности уравнений и соотношений, описывающих эти процессы. Аналогия между процессами, происходящими в системах различной физической природы (механических, электрических и т. д.), предполагает аналогию между определенными зависимостями, характеризующими процессы в отдельных элементах

этих систем. В основе принципа аналогий лежит соответствие энергий одной физической системы энергиям другой.

Сравним для примера компонентные уравнения элементов механической цепи, определяющие связь между усилием и относительной скоростью движения полюсов, с компонентными уравнениями элементов электрической цепи, определяющими связь между напряжением на элементе и током, протекающим через него. Установление аналогии между соответствующими механическими и электрическими компонентными уравнениями позволяет перейти к установлению аналогии между механической и электрической цепями.

Для элементов механической цепи:

$$f_m = m \frac{dv_m}{dt}, \quad f_\xi = \frac{1}{\xi} \int v_\xi dt, \quad f_s = sv_s; \quad (1.1)$$

для элементов электрической цепи:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}, \quad u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt, \quad u_R = Ri_R, \quad (1.2)$$

где m , ξ , s – инерционность, податливость, диссипация – пассивные элементы механической цепи; L , C , R – индуктивность, ёмкость, сопротивление – пассивные элементы электрической цепи; f , v – сила и скорость – активные элементы и фазовые переменные механической цепи; u и i – напряжение и ток – активные элементы и фазовые переменные электрической цепи.

Аналогия между соответствующими элементами доказывается идентичностью математической записи их характеристик.

Если обозначить аналогию между элементами знаком « \leftrightarrow », то

$$m \leftrightarrow L, \quad \xi \leftrightarrow C, \quad s \leftrightarrow R, \quad f \leftrightarrow u, \quad v \leftrightarrow i.$$

В технических науках выводы, полученные в результате исследования моделей, построенных с использованием доказанных аналогий, очень часто переносятся на реальную систему и представляются доказанными фактами.

1.2.1. Две системы аналогий

Приведённая выше аналогия получила название первой системы электромеханических аналогий, или, по соответствию $f \leftrightarrow u$, она называется аналогией «сила – напряжение». Существует и альтернативный (дуальный) вариант электромеханической аналогии – «сила – ток», получивший название второй системы аналогий. Компонентные урав-

нения элементов электрической цепи, определяющие связь между напряжением на элементе и током, протекающим через него, могут быть записаны следующим образом:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}, \quad i_L = \frac{1}{L} \int u_L dt, \quad i_R = Gu_G, \quad (1.3)$$

где G – электрическая проводимость ($G = 1/R$), подобны уравнениям (1.2).

Термин «первая система аналогий» может быть применен к аналогиям с использованием эквивалентности потенциальных (или принятых за них) энергий в других парах рассматриваемых физических систем:

- при электромеханической аналогии «напряжение – сила» напряжение (разность потенциалов или напряжённость электрического поля) можно рассматривать в качестве меры потенциальной распределённой энергии, а ток – как меру кинетической энергии (энергии движущихся и взаимодействующих зарядов). В механической системе сила есть мера потенциальной энергии, а скорость движения – мера кинетической энергии;
- для магнитной системы понятия потенциальной и кинетической энергии не используются. Но при электромагнитной аналогии «напряжение – МДС» магнитодвижущую силу (задающую напряжённость магнитного поля) возможно рассматривать как меру потенциальной энергии, а магнитный поток – как меру кинетической энергии;
- при электроакустической аналогии «напряжение – давление» давление рассматривается как мера потенциальной энергии, а расход газа или жидкости – как мера кинетической энергии;
- при электротермической аналогии «напряжение – температура» температура рассматривается как мера потенциальной энергии, а тепловой поток – как мера кинетической энергии.

Иные пары физических систем в этом пособии не рассматриваются.

Термин «вторая система аналогий» может быть применен к аналогиям с использованием эквивалентности потенциальной энергии в одной системе и кинетической энергии – в другой («сила – ток», «МДС – ток», «давление – ток», «температура – ток»).

В научно-технической и учебной литературе используются как первая, так и вторая системы аналогий. Они неоднозначны, но с практической точки зрения трудно какой-либо из них отдать предпочтение.

В электромагнитных аналогиях аналогия «МДС – ток» более удобна тем, что при ней имеется возможность «стыковать» схему замещения магнитной цепи с электрической схемой в единую схему, но структуру магнитной цепи проще составлять в виде цепи магнитных сопротивлений, которая используется при аналогии «напряжение – МДС» (п. 1.3.1).

В электромеханических аналогиях аналогия «сила – ток» имеет преимущество перед аналогией «сила – напряжение» в том, что структура составленной по ней электрической цепи-аналога топологически не отличается от структуры исходной механической цепи. В этом случае в механической цепи, так же как и в электрической, плоскость графического изображения цепи обладает свойством бесконечно большого сопротивления [1]. Аналогия «сила – напряжение» тоже имеет свои преимущества. Например, при её применении полное комплексное электрическое сопротивление соответствует полному комплексному механическому сопротивлению, а не проводимости, большей массе механической цепи соответствует большая индуктивность электрической. И хотя цепи, построенные по аналогии «сила – напряжение», отличаются (дуальны), обучающийся, как правило, адаптируется к этой аналогии несколько проще, чем к аналогии «сила – ток». Возможно, что некоторое значение при этом имеет следующее обстоятельство. При изучении электротехники и специальных электротехнических дисциплин уделяется больше времени исследованию электрических цепей с источниками ЭДС (напряжения), чем исследованию цепей с источниками тока. Обе системы аналогий находят применение, а используя правила дуального перестроения, не составляет труда перейти от одной цепи к другой. И всё же к цепям с источниками тока требуется определенное привыкание, цепи с источниками ЭДС представляются более привычными, что и определяет склонность применять первую систему аналогий.

При выборе системы аналогий важно учитывать, что, например, если в первую очередь при решении механической задачи представляет интерес нахождение скоростей, то предпочтительнее использование аналогии «сила – напряжение». Это обусловлено тем, что при системе «сила – напряжение» в уравнения равновесия по второму закону Кирхгофа переменными величинами входят токи – аналоги скоростей. Если же в первую очередь представляет интерес определение усилий, то решение находится более просто при использовании ана-

логии «сила – ток», поскольку переменными в уравнениях равновесия являются напряжения.

1.2.2. Пример применения аналогий

Часто электрическую цепь замещения вычерчивают после того, как получены уравнения электрического равновесия, описывающие работу рассматриваемого электромагнитного устройства.

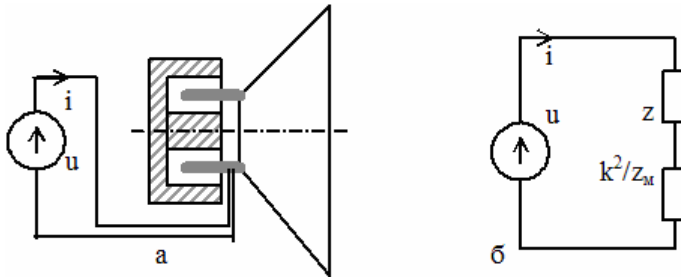


Рис. 1.1. Громкоговоритель и его схема замещения

Например [1], для электродинамического двигателя электроакустического преобразователя (громкоговорителя), приведённого на рис. 1.1,а, уравнение электрической цепи его якорной обмотки для мгновенных значений тока i и напряжений

$$u = zi - e,$$

где u – напряжение источника питания; z – полное сопротивление обмотки; e – ЭДС движения, обусловленная изменением индуктивности (электрического параметра) якорной обмотки при изменении положения обмотки относительно индуктора (параметра механической системы двигателя):

$$e = -Blv = -kv,$$

где v – скорость движения обмотки в магнитном поле; B – индукция магнитного поля (у электродинамического преобразователя линии вектора магнитной индукции перпендикулярны вектору скорости и проводникам обмотки); l – длина провода якорной обмотки; k – коэффициент электромеханической связи.

Величина скорости v движения обмотки в магнитном поле

$$v = \frac{f}{z_M},$$

где z_M – эквивалентное сопротивление механической нагрузки [16]; f – величина электромагнитной силы: $f = Bli = ki$.

После подстановки величин f , v , e в уравнение электрического равновесия и преобразований получим

$$u = zi + \frac{k^2}{z_M}i = \left(z + \frac{k^2}{z_M} \right) i, \quad (1.4)$$

где k^2/z_M – дополнительное сопротивление, определяющее реакцию механической стороны преобразователя на электрическую. В литературе данное сопротивление называется кинетическим. Электрическая схема замещения (рис. 1.1,б), объединяющая электрическую и механическую цепи громкоговорителя, эквивалентная этому уравнению, представляется в виде последовательного соединения электрического и кинетического сопротивлений. Следует обратить внимание на то, что эквивалентное сопротивление механической нагрузки z_M стоит не в числителе, как сопротивление z , а в знаменателе дроби, что свидетельствует о том, что эти величины дуальны по смыслу. Большее значение электрического активного сопротивления при заданном напряжении на нём – обуславливает меньший ток, а большее значение механического активного сопротивления движению рупора громкоговорителя – вязкого трения обуславливает больший ток.

1.2.3. Построение электрических схем-аналогов

Получить уравнения электрического равновесия не всегда так же просто, как в этом примере. Часто проще оказывается сначала построить электрическую схему замещения и лишь затем заниматься уравнениями электрического равновесия.

Формализация подхода к построению электрических схем замещения состоит в выполнении следующей последовательности. Сначала в отдельности для каждой физической среды анализируемой системы необходимо (если это возможно при обеспечении заданной точности моделирования) составить макромодель – цепь. В одних случаях (для электрической или гидравлической системы) ввиду схожести системы и цепи это не представляет трудностей, а в других (магнитная, механическая, тепловая, пневматическая) система, представленная распределённой моделью микроуровня, преобразуется в модель в виде цепи со значительными сложностями, вызванными различием во внешнем

виде этих двух моделей и значительными потерями точности при некорректно выполненных пренебрежениях малозначимыми на первый взгляд факторами. В некоторых случаях возможно построение цепи по методу четырёхполосников [3]. То есть общей методики составления цепей для различных физических сред нет. В разделе 2 этого пособия рассмотрены возможности составления цепей.

После построения цепей для каждой физической среды их можно преобразовать в электрические схемы замещения по первой либо второй системе аналогий. Выбор системы аналогий иногда не имеет принципиального значения (тепловая или акустическая системы), а в некоторых случаях (магнитная, механическая) жёстко обусловлен, так как связан с необходимостью последующего объединения электрических схем замещения физических сред в единую схему. В разделах 2 и 3 представлены эти условия.

Последние этапы – это объединение электрических схем и их совместное решение.

1.3. Понятие дуальности цепей

Понятие дуальности очень близко понятию аналогии, однако не идентично ему. При аналогии имеет место динамическая эквивалентность систем, выражающаяся в одинаковом виде уравнений движения. При дуальности кроме динамической эквивалентности должно присутствовать определённое топологическое соответствие (изоморфность) упрощенных моделей систем – цепей. Указанное упрощение в общем случае не связано с уменьшением мерности системы с уровня объёма до уровня графа (переход с микро- на макроуровень). Но дуальность легче всего применить к цепям, графы которых можно развернуть на поверхности. Ветви графа цепи разделяют рисунок цепи на контуры. Можно считать, что часть этих контуров расположена «внутри» цепи и один – «вне» её. Разделение контуров на внутренние и внешние условно, в чём легко убедиться, мысленно представив цепь изображённой на поверхности сферы. При таком представлении невозможно разделить контуры на внутренние и внешние, все они равнозначны.

Например, две системы электромеханических аналогий: «сила – напряжение» и «сила – ток» почти равнозначны – дуальны. Уравнением, составленным по методу контурных токов для одной цепи из пары

дуальных, будут соответствовать уравнения, составленные для другой цепи по методу узловых потенциалов, и наоборот. Соответственно, дуальное перестроение заключается в замене контуров одной цепи узлами другой (и наоборот). Построение дуальной цепи осуществляется с помощью метода ортогональных линий Г.А. Гамбурцева [1]. При этом каждый двухполюсный элемент исходной цепи (ветвь графа исходной цепи) пересекается дугой графа дуальной цепи. В дуальной цепи на месте этой дуги располагается элемент, дуальный элементу пересекаемой ветви исходной цепи.

Таким образом, понятие дуальности электрических цепей строится на понятии дуальности их элементов. Пассивные элементы дуальны, если зависимость напряжения от тока на одном элементе по структуре совпадает с зависимостью тока от напряжения на другом. Например, дуальны электрическое сопротивление и электрическая проводимость, индуктивность и ёмкость. Источник напряжения дуален источнику тока и т. д.

Если исходная цепь содержит более сложные многополюсные элементы, например согласующие автотрансформаторы, построение дуальной ей цепи также возможно. Метод построения дуальных цепей с трансформаторами принципиально не отличается от метода построения прочих цепей. При дуальном перестроении каждая из обмоток трансформатора считается отдельным двухполюсным элементом и пересекается дугой, соответствующей обмотке дуального трансформатора. Для идеального трансформатора отношение числа витков его обмоток является единственным параметром – коэффициентом трансформации k .

В исходной цепи может быть один или несколько активных элементов – источников. Если в цепи один полярный (активный) элемент, то направление его включения в линейной дуальной цепи не имеет значения. Для определения полярности нескольких активных элементов в дуальной цепи можно воспользоваться следующим правилом. Если при обходе контура исходной цепи по направлению движения часовой стрелки направление источника совпадает с направлением обхода, то полярность дуального источника указывается к узлу дуальной цепи, соответствующему контуру исходной цепи, если не совпадает – от узла. Следует отметить, что при повторном построении дуальной цепи, т. е. цепи, которая дуальна дуальной, получается исходная цепь с противоположной полярностью включения всех источников. Однако измене-

ние полярности всех источников на противоположную не приводит в линейных цепях к изменению уравнений, описывающих динамические процессы. Следует отметить также, что кроме источников полярными могут быть и пассивные элементы, например диоды. Определение полярности таких элементов в дуальной цепи подчиняется тем же правилам, что и для источников.

Все электрические цепи могут исследоваться обычными методами, например методом узловых потенциалов, но не все они имеют дуальные цепи. Корректная реализация правила замены контуров одной цепи узлами в другой возможна лишь в случае представления рисунков этих двух цепей расположенными на поверхности (а не в объёме), иначе неясно, какой именно элемент исходной цепи пересекается дугой графа дуальной цепи (в непланарной цепи уже имеются пересечения ветвей, при пересечении которых дугой дуальной цепи возникает указанное противоречие). Поэтому, если граф цепи не может быть размещён на поверхности шара без пересечения ветвей (рис. 1.2), то невозможно поставить в соответствие некоторым её контурам узлы дуальной цепи на плоскости — невозможно построить дуальную цепь описанным методом.

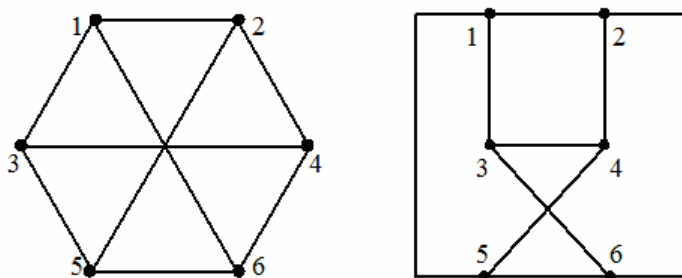


Рис. 1.2. Примеры непланарных графов

Построение дуальных цепей для непланарных цепей возможно с использованием более сложных разновидностей метода дуального перестроения — метода двусторонней инверсии [19] или по методу четырёхполюсников [3] (изучить самостоятельно).

Когда говорят о дуальности цепей, обычно имеют в виду цепи одинаковой физической природы, а именно электрические. По этой причине, по-видимому, дуальность обычно рассматривается лишь в литературе по электрическим цепям [12].

Использование дуальности позволяет существенно упростить изучение некоторых разделов теории цепей, поскольку после исследования одной цепи нет необходимости исследовать дуальную ей. Частотные свойства дуальных цепей, переходные процессы, вопросы устойчивости и т. д. совершенно идентичны. Результаты, полученные при исследовании одной цепи, можно формально перенести на другую, дуальную исследованной.

1.3.1. Примеры использования дуальности схем

Электрические схемы (цепи) замещения находят широкое применение при анализе работы различных электротехнических устройств, например трансформаторов, электромагнитов, электрических машин различного типа, индукторов электротермических установок и т. д. Они являются, по сути дела, аналогами электромагнитных устройств, поскольку описываются уравнениями, отражающими реально происходящие в устройстве электромагнитные процессы. Однако составление электрической цепи часто вызывает определённые методические трудности в тех случаях, когда устройство имеет разветвленную магнитную цепь и несколько обмоток.

Часто электрическую цепь замещения вычерчивают после того, как получены уравнения, описывающие работу рассматриваемого электромагнитного устройства. Очевидно, что такая методика не даёт формализованного способа построения электрической цепи замещения без использования исходных уравнений, что вызывает трудности при составлении схем замещения сложных электромагнитных устройств. Используя дуальное перестроение, можно достаточно формализованным способом составлять электрические схемы замещения без предварительной записи уравнений электрического равновесия [13]. В основе предлагаемого способа лежит дуальность сопротивления и проводимости. Для магнитной цепи вид компонентных уравнений этих элементов одинаков:

$$F = \Phi_R R_M; \quad \Phi_R = F G_M \quad (1.5)$$

где F , Φ_R – магнитодвижущая сила (МДС) и магнитный поток; R_M – магнитное сопротивление: $R_M = 1/G_M$; G_M – магнитная проводимость; и соответствует закону Ома для электрической цепи

$$u_R = i_R R.$$

Заметим, что полного соответствия различных физических систем нет. Магнитное сопротивление R_M имеет смысл ёмкости, а фазовая переменная Φ_R — смысл производной от магнитного потока [2] (п. 2.2, 3.1).

Сначала по физической картине магнитного поля в рассматриваемом устройстве строится магнитная цепь, состоящая из магнитных сопротивлений и источников МДС. Эта задача для многих случаев, несомненно, более простая, чем составление уравнений электрического равновесия.

Затем в результате дуального перестроения структуры магнитной цепи замещения получают цепь, состоящую из магнитных проводимостей. Структура этой цепи полностью соответствует структуре электрической схемы замещения магнитной системы устройства, так как производная от магнитного потока по времени пропорциональна напряжению на обмотке, а магнитная проводимость (ёмкость) — электрической индуктивности.

Рассмотрим пример. На рис. 1.3,а изображён дроссель с разомкнутым магнитопроводом. При пропускании по катушке тока i создается магнитный поток. Часть потока Φ_p , называемая потоком рассеяния, замыкается вокруг обмотки и не проходит по зазору δ магнитной системы, через который замыкается основной поток Φ_o . Магнитные потоки Φ_p и Φ_o создаются одной МДС F и проходят, соответственно, по участкам магнитной цепи с сопротивлениями R_p и R_o . Магнитная цепь замещения дросселя (рис. 1.3,б) имеет отмеченные точками два внутренних контура и внешний контур, которые соответствуют узлам (точкам соединения элементов) дуальной цепи. Построение дуальной цепи показано тонкими штриховыми и сплошными линиями. Дуальная цепь является цепью магнитных проводимостей (рис. 1.3,в). Закон Ома для этой магнитной цепи с учётом того, что проводимости выполняют роль сопротивлений, а источник Φ выполняет роль источника напряжения,
$$\Phi = F(G_p + G_o).$$

Умножая левую и правую части на число витков w и выражая МДС через число витков и ток ($F = iw$), получаем уравнение потокоцеплений магнитной цепи:

$$\begin{aligned} w\Phi &= i(w^2 G_p + w^2 G_o), \\ \Psi &= i(L_p + L_o), \end{aligned}$$

производная которого даёт уравнение электрического равновесия для индуктивности рассмотренной системы в общепринятом виде:

$$\frac{d\Psi}{dt} = L_p \frac{di}{dt} + L_0 \frac{di}{dt}.$$

Учитывая, что в цепь замещения из магнитных сопротивлений не входило электрическое сопротивление R обмотки и питающей цепи, включаем его в окончательную электрическую схему замещения (рис. 1.3,з), а её уравнение равновесия приобретает вид

$$u = iR + (L_p + L_0) \frac{di}{dt} = iR + L \frac{di}{dt}. \quad (1.6)$$

Принцип дуальности используется и при анализе цепей одной и той же физической природы. Например, электрической схеме нагруженного (одно-) двухфазного выпрямителя напряжения дуальна аналогичная ей электрическая схема выпрямителя тока (пунктирные линии на рис. 1.4). Кстати, непланарная схема трёхфазного выпрямителя (схемы Ларионова) дуальной схемы не имеет.

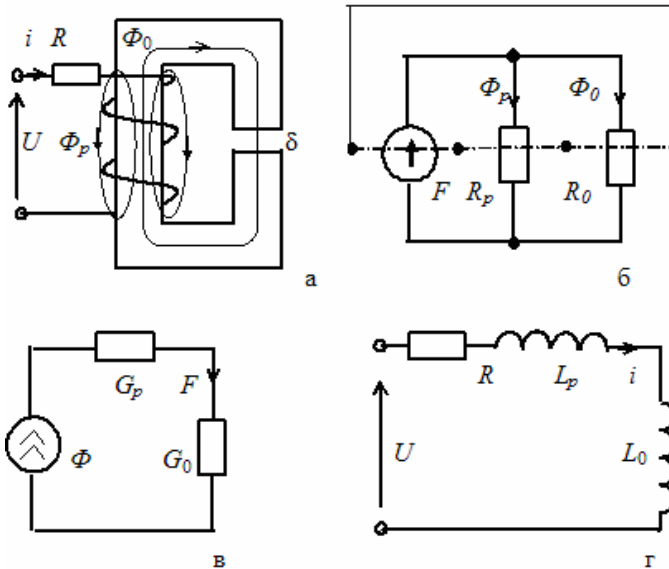


Рис. 1.3. Дроссель на разомкнутом магнитопроводе и его схемы замещения

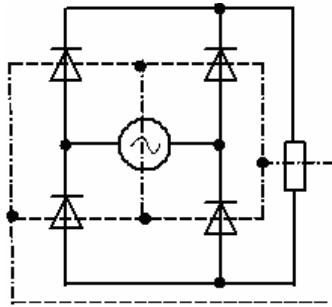


Рис. 1.4. Построение дуальной схемы выпрямителя

1.4. Контрольные вопросы

1. Привести классификацию математических моделей.
2. Провести сравнение моделей микро- и макроуровня (цепи).
3. Раскрыть сущность метода прямой аналогии.
4. Что называют обобщёнными координатами?
5. В чём заключается аналогия различных физических систем?
6. Что означает термин «первая система аналогий»?
7. Привести отличия первой и второй систем аналогий.
8. Разъяснить отличие дуальности и аналогии.
9. Каковы условия применения принципа дуальности?
10. Пояснить алгоритм определения полярностей в дуальной цепи.

2. АНАЛИЗ ОБЩНОСТИ И ОСОБЕННОСТЕЙ ЦЕПЕЙ, МОДЕЛИРУЮЩИХ ОБЪЕКТЫ РАЗЛИЧНОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ПРИРОДЫ

Общность математического описания процессов функционирования объектов различной физической природы строится прежде всего на общности описаний структуры объектов. В этой главе рассматриваются графические модели макроуровня объектов различной физической природы – цепи и схемы, получаемые путём дискретизации объекта проектирования по пространственным координатам. Общим для формируемых схем замещения является использование двухполюсных сосредоточенных элементов следующих разновидностей:

– источники энергии двух типов, соответствующих создаваемым ими типам возмущений двух обобщённых координат [10]:

- 1) дифференциальных координат, имеющих значение разности двух величин, описывающих состояние двух концевых точек двухполюсного элемента (например, разности потенциалов поля);
- 2) координат потока, имеющих одинаковое значение на концевых точках двухполюсного элемента;

– пассивные структурные элементы двух типов:

- 1) элементы, рассеивающие энергию (преобразующие её в энергию иного вида), – активные;
- 2) элементы, способные запасать и затем возвращать энергию, – реактивные.

Кроме простейших двухполюсных к основным следует отнести элементы, согласующие величины обобщённых координат (трансформаторы и т. д.), а также управляемые источники и ключи.

В зависимости от направлений векторов фазовых переменных различают несколько видов мощности (произведения обобщённых координат):

- в источниках мощность генерируемая. Направления векторов обобщённых координат в элементе совпадают;
- в пассивных элементах, преобразующих характерную для данной физической системы энергию в иную (чаще всего в тепловую), – рассеиваемая (активная). В этом случае направления векторов обобщённых координат в элементе противоположны;

– в пассивных элементах (реактивных), способных запасать и затем отдавать характерную для данной физической системы энергию, – реактивная.

Реактивная энергия может либо запасаться в элементе, когда направления векторов обобщённых координат в элементе не совпадают (точное значение угла фазового сдвига при составлении цепи можно не учитывать, его величину определить достаточно просто лишь в случае периодического характера фазовых переменных, а в случае анализа однократных импульсов приходится использовать простое совпадение/несовпадение направлений), либо возвращаться из элемента, когда направления векторов обобщённых координат в элементе совпадают. Во втором случае пассивный элемент выступает в роли источника. Это свойство может обуславливать ошибки при анализе систем, когда начальное значение фазовой переменной (тока в индуктивности или напряжения на конденсаторе) интерпретируется как источник.

В некоторых рассматриваемых в этом пособии физических системах (электрическая, механическая, акустическая) используются по два основных вида взаимодействия, соответственно, в этих системах по два вида пассивных реактивных элементов. В магнитной и термодинамической системах по одному виду взаимодействия, соответственно – по одному виду реактивных элементов. Структуры, построенные из указанных элементов, могут быть представлены в виде направленных графов, содержащих разветвления и узлы. Координаты потока для каждого узла и дифференциальные координаты каждого контура связаны подобными для систем различной физической природы правилами узлов и контуров.

2.1. Электрические схемы

Для специалиста в области электротехники наиболее привычно понятие электрической цепи – структуры из физических объектов (источников, преобразователей и потребителей электрической энергии), соединённых между собой электрическими проводниками (тоже физическими объектами). Электрическая система настолько близка к её графической математической модели – электрической схеме, что зачастую сами понятия системы, цепи и схемы не различаются. Под электрической схемой – цепью понимается формализованное изоб-

ражение электрической системы в виде направленного графа. Электрическая схема строится на поверхности (возможно также объёмное её представление, но без простой возможности построения дуальной схемы), обладающей бесконечно большим электрическим сопротивлением (сопротивление между несоединёнными между собой узлами бесконечно большое). Она состоит из элементов согласования и двухполюсников двух типов – пассивных и активных элементов, соединённых в соответствии с рассматриваемой электрической системой с помощью линий (узлами графа), условно отображающих идеальную связь между элементами – без потерь энергии (линии имеют нулевое сопротивление).

Фазовыми переменными (или обобщёнными координатами) электрической схемы являются напряжение u и ток i . Напряжение является дифференциальной координатой потенциала электрического поля, а ток является координатой потока заряженных частиц. Напряжённость электрического поля модели микроуровня трансформируется в электрической цепи (макроуровень) в разность потенциалов электрического поля – напряжение, а поток заряженных частиц вдоль силовых линий электрического поля – в электрический ток. Убедимся в принадлежности напряжения и тока к указанным группам на примере последовательного соединения простейших пассивных элементов – сопротивлений. В цепи, содержащей последовательно соединённые источник напряжения и два одинаковых элемента сопротивления, протекает ток меньшей величины, чем в случае, когда величина одного из сопротивлений равна нулю (или его нет), так как общее сопротивление определяется их суммой. Потенциалы выводов у сопротивлений различны, то есть напряжение (разность потенциалов) является дифференциальной координатой. Токи через оба сопротивления одинаковы, то есть ток является координатой потока. Для специалиста-электротехника это правило очевидно, но при анализе систем иной физической природы оно может пригодиться.

Электрическая цепь характеризуется наличием двух основных видов взаимодействия:

- 1) взаимодействие заряженных частиц посредством электрического поля, выражающееся в возможности накопления зарядов и энергии;
- 2) взаимодействие посредством магнитного поля, выражающегося такими явлениями, как собственная и взаимная индуктивность.

Соответственно, в электрических цепях анализируются два вида реактивной мощности (и энергии реактивных элементов): электрическая и магнитная.

2.1.1. Активные элементы электрических схем

Активными элементами (рис. 2.1) электрической цепи являются:

- источник напряжения (ЭДС) u – двухполюсник, характеризующийся отсутствием изменения напряжения на выводах при изменении тока через него. Это абстракция, так как реально существующие источники обладают внутренним сопротивлением, падение напряжения на котором при наличии тока нагрузки приводит к уменьшению напряжения на выводах;
- источник тока i – двухполюсник, характеризующийся отсутствием изменения тока через него при изменении напряжения на выводах. Это тоже абстракция, так как реально существующие источники обладают сопротивлением утечки, изменение тока утечки через которое при изменении напряжения на выводах приводит к изменению выходного тока.

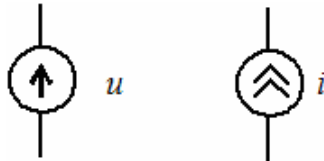


Рис. 2.1. Вид активных элементов электрических схем

2.1.2. Пассивные элементы электрических схем

Пассивные элементы реальной электрической системы могут быть составлены из простейших. Простейшими пассивными элементами (рис. 2.2) электрической схемы являются:

- электрическое (активное) сопротивление R , осуществляющее следующий вид связи фазовых переменных u_R, i_R (так называемое компонентное уравнение):

$$u_R = Ri_R; \tag{2.1}$$

- электрическая ёмкость C , осуществляющая следующий вид связи фазовых переменных u_C, i_C :

$$u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt. \tag{2.2}$$

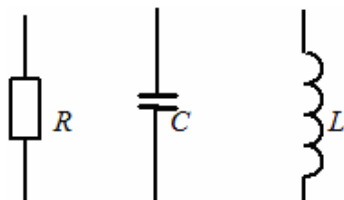


Рис. 2.2. Вид пассивных элементов электрических схем

Электрическая ёмкость отражает в электрической цепи взаимодействие зарядов посредством электрического поля. Модель реально электрического прибора – конденсатора может при необходимости кроме ёмкости содержать также другие (паразитные) пассивные элементы – включенное параллельно с ней сопротивление утечки и включенную последовательно с ней индуктивность выводов;

– индуктивность L , осуществляющая следующий вид связи фазовых переменных u_L, i_L :

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}. \quad (2.3)$$

Индуктивность отражает в электрической цепи взаимодействие зарядов посредством магнитного поля. Модель реального электрического прибора – дросселя при необходимости может кроме индуктивности содержать также включенное последовательно с ней сопротивление обмотки.

2.1.3. Элементы согласования электрических схем

В качестве основных элементов согласования в электрических схемах используются электрические трансформаторы, основанные на свойстве связи катушек индуктивности электромагнитным полем. Возможны две разновидности графических моделей трансформаторов (рис. 2.3):

- 1) с использованием взаимных индуктивностей M_L каждой пары катушек L_1, L_2 ;
- 2) с использованием ферромагнитного сердечника (при этом математическая модель дополняется описанием параметров сердечника).

Основным параметром идеального трансформатора (при $M_L = 1$) является коэффициент k трансформации:

$$k = \frac{u_2}{u_1} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{L_2}{L_1}, \quad (2.4)$$

где u и w – напряжение и число витков соответствующих обмоток.

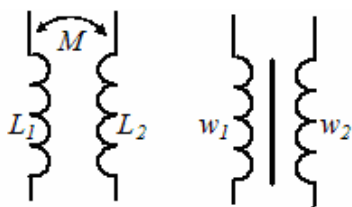


Рис. 2.3. Электрические трансформаторы

Реальные электрические трансформаторы моделируются кроме коэффициента k также набором параметров своей схемы замещения (построенной, например, с применением метода электромагнитных аналогий): сопротивлениями и числом витков обмоток, индуктивностями рассеяния и намагничивания и т. д.

При дуальном перестроении каждая из обмоток трансформатора считается отдельным двухполюсным элементом и пересекается дугой графа дуальной цепи, соответствующей обмотке дуального трансформатора, имеющего обратный коэффициент трансформации [3]. Инверсию коэффициента трансформации при дуальном перестроении можно объяснить следующим образом. Для идеального трансформатора справедливо соотношение, отражающее равенство магнитодвижущих сил:

$$w_1 i_1 = w_2 i_2.$$

Отсюда коэффициент трансформации

$$k = \frac{w_2}{w_1} = \frac{i_1}{i_2}.$$

Источники напряжения при дуальном перестроении заменяются источниками тока, следовательно, коэффициент k_d трансформации дуального трансформатора по отношению к исходному обратный:

$$k_d = \frac{i_2}{i_1} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{k}. \quad (2.5)$$

Дополнительными элементами согласования в электрических схемах являются зависимые источники (рис. 2.4):

- $u = f(u_y)$ – источник напряжения, управляемый напряжением u_y ;
- $i = f(i_y)$ – источник тока, управляемый током i_y ;
- $i = f(u_y)$ – источник тока, управляемый напряжением u_y ;
- $u = f(i_y)$ – источник напряжения, управляемый током i_y ,

а также функциональные источники, величина тока (или напряжения) которых может быть задана в виде допустимого для языка описания

схем математического выражения как функция нескольких фазовых переменных и иных данных.

По наличию управления к зависимым источникам близок такой элемент электрических схем, как управляемый ключ. Сопротивление управляемой ветви такого ключа есть дискретная функция тока или напряжения в управляющей ветви. Применение зависимых и функциональных источников и управляемых ключей позволяет моделировать нелинейные свойства элементов электрической системы и организовывать динамическое изменение структуры её схемы замещения.

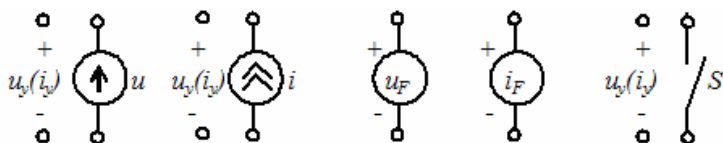


Рис. 2.4. Зависимые и функциональные источники и управляемые ключи

2.1.4. Дуальность элементов электрических схем

При построении дуальных электрических схем следует учитывать, что источники тока и напряжения (как зависимые, так и независимые) дуальны друг другу. В соответствии с выражением (1.3) элементы C и L являются дуальными, а дуальным элементом для сопротивления R является электрическая проводимость G . Дуальный трансформатор остаётся трансформатором, но имеет обратный коэффициент трансформации (2.4), (2.5). Управляемая ветвь ключа — это сопротивление — нулевое у замкнутого и бесконечно большое у разомкнутого (нулевая проводимость). При дуальном перестроении сопротивление заменяется проводимостью, поэтому у ключей меняются их состояния: нормально-замкнутое на нормально-разомкнутое и наоборот.

2.1.5. Особенности анализа электрических схем

Основы методов расчёта переменных состояния — координат потока для каждого узла (электрических токов) и дифференциальных координат каждого контура (электрических напряжений) — известны как законы Кирхгофа.

Математический аппарат анализа электрической схемы, как правило, предполагает выделение вручную одного из узлов схемы в качестве базового, например общей для входного и выходного сигналов точки

схемы. Кроме того, некоторые методы анализа не допускают наличие в электрической цепи следующих структур:

- узлов, в которых сходятся лишь полюса конденсаторов и источников тока;
- контуров, состоящих лишь из индуктивностей и источников напряжения.

Известно множество программ для ЭВМ, позволяющих рассчитывать установившиеся состояния и динамические процессы в электрических схемах. Существует также язык описания схем SPICE, который можно считать стандартом [14], [15]. Этот язык кроме описанных базовых элементов позволяет использовать модели весьма сложных полупроводниковых радиоэлементов (диоды, транзисторы, ИМС и т. д.). Этот язык открытый, то есть позволяет пользователю при составлении электрических схем расширять ряд моделей, составляя собственные.

В этом пособии электрические схемы используются в качестве основы анализа систем иной физической природы.

Лабораторная работа 1 **Составление электрической схемы замещения** **генератора импульсов тока**

Цель работы – освоение принципов составления схем замещения импульсных преобразователей напряжения средствами программы Micro-CAP.

Задание 1. Освоить использование однооперационного тиристора модели SCR.

Установить в создаваемую схему модель тиристора – любой элемент из библиотеки Components/Analog Library/Thyristors. Вписать слово SCR в качестве значения атрибута FILE.

Установить параллельно управляющему переходу тиристора импульсный источник тока с амплитудой, превышающей значение атрибута Param:IGT – ток включения тиристора, и длительностью вершины, большей времени нарастания тока в анодной цепи до величины Param:IH – тока удержания тиристора, а анодную цепь тиристора замкнуть последовательно соединёнными источником синусоидального напряжения с амплитудой, не превышающей значение атрибута Param:DVDT – напряжение пробоя, и резистором с сопротивлением, например, 1 Ом.

Проанализировать диаграммы напряжений на тиристоре и его управляющем переходе. Добиться включения тиристора. Разобраться с влиянием величин атрибутов Param:TON и Param:TQ – время включения и выключения тиристора.

Задание 2. Освоить использование магнитного сердечника дросселя или трансформатора.

Создать схему из последовательно соединённых индуктивности и источника синусоидального напряжения. Установить в схему модель сердечника из библиотеки Components/Analog Primitives/Passive Components/K.

Связать его с индуктивностью посредством атрибута INDUCTORS, при этом атрибут VALUE индуктивности будет обозначать число витков обмотки, а не её индуктивность. Выбрать атрибут MODEL (например, GENERIC, но можно и любой из предложенных вариантов магнитных материалов). Установить параметры сердечника: среднюю длину – PATH, площадь поперечного сечения – AREA, ширину немагнитного зазора – GAP (равную нулю).

Построить петлю гистерезиса (зависимость индукции магнитного поля от тока) и проанализировать влияние на неё параметров кривой намагничивания: намагничённости насыщения – MS и параметров петли гистерезиса: наклона – A, ширины – K и начальной магнитной проницаемости – C. Добиться её совпадения с приведённой в справочнике, например для ферритового кольца 2000HM.

Задание 3. Составить и проанализировать в режиме Transient Analysis схему генератора импульсов тока (рис. 2.5) с использованием моделей тиристора SCR и магнитного сердечника K (для индуктивности L_1).

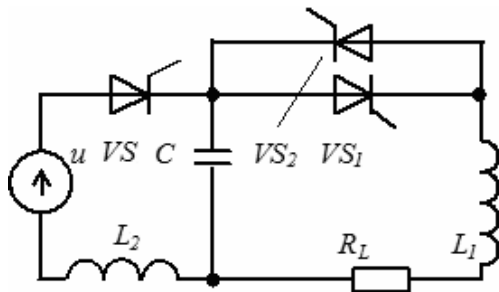


Рис. 2.5. Электрическая схема генератора импульсов тока

Тиристоры VS_1 и VS_2 включать поочерёдно (с применением источников импульсов тока). Тиристор VS включать с регулируемой задержкой относительно VS_2 . Величину индуктивности L_2 и момент включения VS подобрать так, чтобы импульсы тока имели одинаковую амплитуду.

2.2. Магнитные цепи

В большинстве случаев анализа магнитных систем необходимо исследовать картину магнитного поля, то есть модель микроуровня. Но такая модель весьма сложна для анализа даже в статике. Расчёт переходных процессов в модели магнитной системы микроуровня (программы Maxwell, Ansys) – это задача, требующая очень больших затрат времени как на ввод её описания, так и на расчёты, а также большой вычислительной мощности ЭВМ. Заменой фрагментов картины магнитного поля, если они могут быть описаны простыми соотношениями фазовых переменных, сосредоточенными параметрами может быть осуществлён переход с микроуровня на макроуровень, то есть картина магнитного поля будет заменена магнитной цепью.

Места соединения фрагментов магнитной системы моделируются узлами графа. Подобно электрической схеме магнитная цепь строится на поверхности, обладающей бесконечно большим сопротивлением (магнитным), а соединительные линии (узлы графа) обладают нулевым сопротивлением.

Фазовые переменные (или обобщённые координаты) магнитной цепи – магнитодвижущая сила F , являющаяся дифференциальной координатой потенциала магнитного поля (в модели микроуровня потенциалы магнитного поля отображаются эквипотенциальными линиями), и Φ_R – производная магнитного потока Φ по времени, являющаяся координатой потока (в модели микроуровня её направление задаётся вдоль силовых линий магнитного поля). Убедимся в принадлежности МДС F и величины Φ_R к указанным группам фазовых переменных на примере последовательного соединения магнитных сопротивлений. В магнитной цепи, содержащей последовательно соединённые источник МДС (катушка на магнитопроводе) и два одинаковых магнитных сопротивления (например, два зазора в магнитопроводе), величина магнитного потока меньше, чем в случае, когда один из зазоров равен нулю, так как общее магнитное сопротивление зазоров определяется

суммированием. Магнитный поток в сопротивлениях зазоров один и тот же (координата потока), а МДС является дифференциальной координатой, так как магнитные потенциалы выводов у магнитных сопротивлений зазоров различны. Нетрадиционное использование величины Φ_R (производной) в качестве фазовой переменной обусловлено тем, что произведение магнитного потока и МДС определяет энергию, а не мощность. При этом в строгом понимании магнитное сопротивление является реактивным, то есть мерой обобщённой «ёмкости» или «податливости», а не мерой потерь энергии [2].

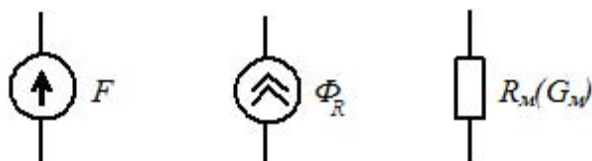


Рис. 2.6. Вид элементов магнитных схем: источники и магнитное сопротивление (магнитная проводимость)

2.2.1. Активные элементы магнитных цепей

Активными элементами (рис. 2.6) магнитной цепи являются:

- источник магнитодвижущей силы (МДС) F – двухполюсник, характеризующийся отсутствием изменения МДС на выводах;
- источник магнитного потока Φ – двухполюсник, характеризующийся отсутствием изменения производной магнитного потока через него при изменении МДС на выводах.

2.2.2. Пассивные элементы магнитных цепей

Проявления потерь магнитной энергии в магнитной цепи в виде остаточной намагниченности и временной задержки в большинстве случаев могут быть смоделированы нелинейным магнитным сопротивлением $R_{МП}$. Например, во многих САПР есть возможность задавать петлю кривой намагничивания ферромагнитного участка магнитопровода. В общем виде пассивный элемент $R_{МП}$ магнитной цепи осуществляет следующий вид связи фазовых переменных F_{II} и $\Phi_R = \Phi$:

$$F_{II} = R_{МП} \Phi = R_{МП} \int \frac{d\Phi}{dt} dt = R_{МП} \int \Phi_R dt . \quad (2.6)$$

Реактивным элементом магнитной цепи является магнитное сопротивление R_M , осуществляющее следующий вид связи фазовых переменных F_P, Φ_R :

$$F_P = R_M \Phi_R \quad \text{или} \quad F_P = C_M \frac{d\Phi}{dt} = C_M \Phi_R. \quad (2.7)$$

Так как оно эквивалентно ёмкости, правильнее обозначать его C_M . Его величину можно определить через параметры фрагмента магнитной системы:

$$R_M = \frac{l}{\mu S},$$

где l, S, μ – средняя длина силовой линии магнитного поля в фрагменте, площадь сечения фрагмента и магнитная проницаемость.

Элементы, предназначенные трансформировать уровни фазовых переменных и динамически менять структуру магнитной цепи, не используются. Реализовать их функции можно в рамках электрической схемы включения обмоток электромеханического устройства и в механической цепи.

2.2.3. Дуальность элементов и особенности анализа магнитных цепей

При дуальном перестроении одной магнитной цепи в другую пришлось бы использовать «неизвестный» реактивный элемент, моделирующий инерционность. Необходимость дуального перестроения магнитной цепи возникает лишь при составлении её электрического аналога. Источники МДС и производной магнитного потока дуальны друг другу. Дуальным элементом пассивного магнитного сопротивления $R_{МП}$ является магнитная проводимость $G_{МП}$, а реактивного магнитного сопротивления R_M (по смыслу это ёмкость C_M) – магнитная проводимость G_M (по смыслу это индуктивность).

Пример построения магнитной цепи и преобразования её в электрическую схему методом дуального перестроения приведён в п. 1.3.1. Подробнее о приёмах построения магнитных цепей рассказывается в п. 3.1.

Лабораторная работа 2 Составление магнитной цепи электромеханического преобразователя

Цель работы – формирование навыков составления магнитных цепей электромеханических преобразователей средствами программы Elcut.

Задание. Освоить составление макромодели магнитной системы, содержащей несколько обмоток на ферромагнитном магнитопроводе. Ввести в программе Elcut магнитную систему (микромодель) электромагнита с неравномерным зазором (рис. 2.7).

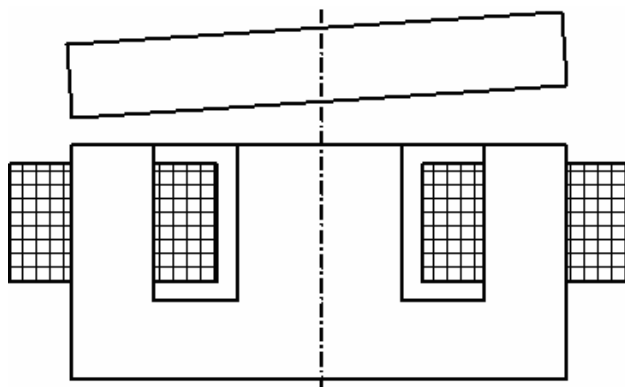


Рис. 2.7. Электромагнит с неравномерным зазором

Для этого в меню «Файл» Elcut выбрать позицию «Создать» и указать в списке предлагаемых документов – «Задача Elcut». Открыть созданную задачу – меню «Файл/Открыть».

Открыть окно свойств задачи «Задача/Свойства задачи». Выбрать «Тип задачи» – «Магнитостатика» и «Класс модели» – «Плоская» (по умолчанию осевой размер модели равен 1 м).

Создать геометрию модели, создавая вершины, рёбра и блоки (вызов меню правой кнопкой мыши) нужных размеров. С боков электромагнитной системы в местах замыкания потоков рассеяния установить блоки (воздух) произвольных размеров и формы. Всем блокам необходимо присвоить метки – меню «Свойства/Правка» (или выбрать «Создать метку» в контекстном меню, всплывающем при нажатии правой кнопки мыши).

Выбрать «Свойства метки» в контекстном меню и в диалоговом окне задать: для блоков воздуха и обмоток – относительную магнитную проницаемость, равную единице, для ферромагнитных блоков – установить ключ «Нелинейный материал» и затем ввести его кривую намагничивания (взять из справочника, например, для электротехнической стали 1411) в табличной форме, нажав кнопку «Кривая В-Н», для блоков обмоток задать величину «Полный ток».

Далее построить сеть конечных элементов (команда «Создать сетку» в контекстном меню). Задать граничные условия: выделить узлы и линии по периметру введённой области (сети) и определить значение магнитного потенциала – «Свойства метки», например в форме условия Дирихле (нулевое значение магнитного потенциала). Рассчитать систему – меню «Задача/Решить задачу».

Чтобы увидеть результаты решения, выберите в меню «Задача/Анализ результатов». С помощью кнопок панели инструментов можно выбирать построение картины поля, рассчитывать локальные и интегральные параметры картины поля, а также строить графики распределения индукции и других параметров.

При фиксированных величинах зазоров и МДС обмоток определить величины магнитных проводимостей зазоров, фрагментов магнитопровода и проводимостей рассеяния (для магнитных потоков, не проходящих по якорю). Считая полученные проводимости сосредоточенными параметрами, составить магнитную цепь.

2.3. Механические цепи

Механические системы, по сравнению с электрическими, более разнообразны в аспекте пространственных форм и размеров и имеют до шести степеней свободы. Для них при дискретизации пространства переход от графического изображения физического объекта к его модели макроуровня (к механической цепи) менее очевиден, чем в электрической системе. Механические цепи наиболее сложны для понимания по сравнению с приведёнными в этом пособии цепями иной физической природы.

Наличие нескольких степеней свободы обуславливает моделирование механической системы набором взаимосвязанных механических цепей. Основой при этом является моделирование одномерной механической системы с одной степенью свободы плоской цепью. Многомерными считаются такие механические системы, элементы которых совершают одновременно движение по нескольким координатам пространства. Пример такой системы – колесо автомобиля: во-первых, оно вращается, во-вторых, движется вместе с автомобилем поступательно, в-третьих, вследствие неровности дороги перемещается перпендикулярно направлению движения автомобиля, в-четвёртых, в результате

упругого скручивания покрышки и её скольжения по дороге при повороте автомобиля смещается горизонтально поперёк направления движения автомобиля. Как правило, имеется возможность учесть параметры более простой механической системы одной из степеней свободы в параметрах элементов механической системы другой степени свободы (в наиболее сложной системе) и тем самым свести многомерную механическую систему к одномерной.

Формализованным изображением одномерной механической системы на плоскости является механическая цепь. «...Под механической цепью будем подразумевать совокупность активных и пассивных элементов, составляющих динамическую систему и условно связанных между собой линиями взаимного влияния сил и скоростей, возникающих в результате внешнего воздействия» (И.А. Дружинский [5]). Линии соединения между сосредоточенными элементами механической цепи обеспечивают идеальную, то есть без потерь энергии, передачу сил и скоростей между полюсами элементов (как проводники на электрических схемах). В реальном объекте этих линий нет в отличие от проводников в электрических системах. Форма и размеры этих линий, а также ориентация элементов на рисунке цепи могут быть произвольными, в чём состоит основное затруднение замены механической системы цепью.

Кроме того, механическая цепь в отличие от электрической схемы и магнитной цепи строится на поверхности, обладающей нулевым сопротивлением (механическим), а соединительные линии (узлы графа) обладают бесконечно большим сопротивлением (трение между несоединёнными друг с другом с помощью элемента трения узлами равно нулю). При первой системе электромеханических аналогий механическому сопротивлению трения соответствует проводимость, а не сопротивление! Всё перечисленное является затруднением при составлении механических цепей.

Сила f и скорость v являются фазовыми переменными (или обобщёнными координатами) механической системы с поступательной степенью свободы. Определим принадлежность силы и скорости к группам фазовых переменных на примере последовательного соединения простейших пассивных элементов трения.

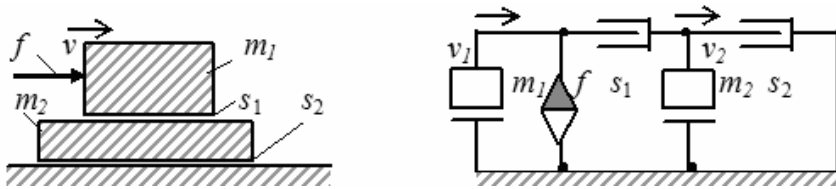


Рис. 2.8. Пример последовательного соединения элементов трения (механическая система и цепь)

В механической цепи (рис. 2.8), составленной по правилам, приведённым в п. 2.3.6, и содержащей последовательно соединённые источник силы f , толкающей верхний из двух брусков, и два элемента трения: s_1 — между брусками, s_2 — между нижним бруском и опорой, скорость v_1 движения верхнего бруска больше, чем в случае, когда одного из элементов трения нет (например, нет нижнего бруска), так как за счёт трения s_2 нижний брусок движется относительно опоры в том же направлении, что и верхний, со скоростью v_2 . То есть, используя терминологию электрической и магнитной цепей, в этом случае следует говорить о последовательном соединении не сопротивлений, а проводимостей трения. Сопротивления трения в этом случае должны быть соединены параллельно, то есть по дуальной схеме.

Скорости движения полюсов у элементов, моделирующих трение, различны, то есть скорость является дифференциальной координатой. При постоянной скорости движения брусков силы, приложенные к ним (к элементам трения), напротив, одинаковы: для верхнего и для нижнего брусков сила действия равна силе противодействия — равна f . То есть сила в механической цепи является координатой потока.

Следует особо отметить, что в механической цепи в отличие от схемы механической системы силы, моменты и скорости направлены не в пространстве трёх координат, а лишь от одного полюса двухполюсника к другому. Поэтому необязательно (иногда даже нежелательно) располагать эти двухполюсники, ориентируясь на понятия верх-низ и стороны света. Всё перечисленное является затруднением при составлении механических цепей.

Значительное отличие от механических систем с поступательными степенями свободы имеется у механических систем с вращательными степенями свободы. В механической цепи с вращательной степенью

свободы фазовыми переменными являются момент силы M и угловая скорость ω , а линии соединения между сосредоточенными элементами в цепи-аналоге соответствуют осям вращения фрагментов реальной механической системы.

Механические системы характеризуются наличием двух основных видов взаимодействий: инерционное и посредством упругости. Соответственно, в них анализируются два вида реактивной энергии – кинетическая и потенциальная – и присутствуют два вида реактивных элементов.

2.3.1. Активные элементы механических цепей

В технической литературе используются разнообразные способы изображения элементов механических систем и цепей в отличие от электрических цепей, для которых эти изображения стандартизованы. Как правило, схематичное изображение механической системы близко к её чертежу в разрезе с простановкой направлений действия сил, моментов и скоростей в виде стрелок (рис. 2.8). В механических цепях в этом пособии будут использоваться изображения элементов, приведённые на рис. 2.9, 2.10.

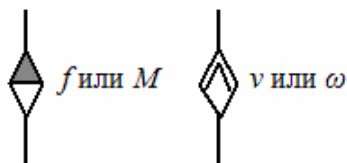


Рис. 2.9. Изображения активных элементов механических цепей (поступательной и вращательной степеней свободы)

Активными элементами (рис. 2.9) механической цепи с поступательной степенью свободы являются:

- источник силы f – двухполюсник, характеризующийся отсутствием изменения силы на его полюсах при изменении скоростей полюсов;
- источник движения (скорости) v – двухполюсник, характеризующийся отсутствием изменения скорости при изменении силы между его полюсами.

Простейшими активными элементами механической цепи с вращательной степенью свободы являются (рис. 2.9):

- источник момента силы M – абстракция, двухполюсник, характеризующийся отсутствием изменения момента на его полюсах при изменении скорости полюсов;

- источник угловой скорости ω – абстракция, двухполюсник, характеризующийся отсутствием изменения скорости при изменении момента на его полюсах.

Реально существующие источники могут лишь приближаться к этим понятиям с той или иной степенью точности, выдерживая постоянной величину одной из фазовых переменных.

2.3.2. Пассивные элементы механических цепей

Простейшими пассивными элементами (рис. 2.10) механической цепи с поступательной степенью свободы являются:

- механическое трение (сухое или вязкое) s_x , осуществляющее следующий вид связи фазовых переменных f_s, v_s механической цепи:

$$f_s = s_x v_s; \quad (2.8)$$

- масса (способность препятствовать изменениям значений скорости) m_x , осуществляющая следующий вид связи фазовых переменных f_m, v_m :

$$f_m = m_x \frac{dv_m}{dt}; \quad (2.9)$$

- механическая податливость ξ_x (величина, обратная жёсткости), осуществляющая следующий вид связи фазовых переменных f_ξ, v_ξ :

$$f_\xi = \frac{1}{\xi_x} \int v_\xi dt. \quad (2.10)$$

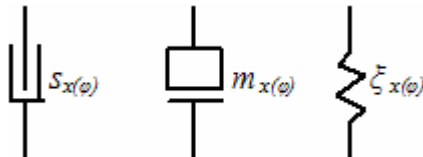


Рис. 2.10. Изображения пассивных элементов механических цепей (поступательной и вращательной степеней свободы)

Простейшими пассивными элементами механической цепи с вращательной степенью свободы являются:

- механическое трение s_φ вращения, осуществляющее следующий вид связи фазовых переменных M_s, ω_s механической цепи:

$$M_s = s_\varphi \omega_s; \quad (2.11)$$

- момент инерции m_φ , осуществляющий следующий вид связи фазовых переменных M_m, ω_m :

$$M_m = m_\varphi \frac{d\omega_m}{dt}; \quad (2.12)$$

– механическая податливость ξ_φ вращения (скручивания), осуществляющая следующий вид связи фазовых переменных M_ξ, ω_ξ :

$$M_\xi = \frac{1}{\xi_\varphi} \int \omega_\xi dt. \quad (2.13)$$

Реальные объекты механических систем, конечно же, имеют не по одному свойству, отражённому в простейшем элементе. Однако, если соотношение энергий, связанных с «паразитными» и основными свойствами объектов, велико, «паразитные» элементы можно опускать для упрощения цепи. Так, в большинстве случаев можно не учитывать массы пружин, податливости твёрдых тел и т. д.

2.3.3. Элементы согласования механических цепей

В качестве элементов согласования в механических цепях используются рычаги и гидравлические мультипликаторы для преимущественно линейных перемещений и разнообразные передачи вращательного движения (шестерёнчатые, фрикционные, ремённые и т. д.), характеризующиеся коэффициентом передачи, как и электрические трансформаторы.

В качестве ограничителей движения в каком-либо направлении в механических цепях используются структуры на основе соприкасающихся масс (узлов). Но для инженера-электротехника представляется более удобным использование управляемых и функциональных источников и ключей, аналогичных по начертанию приведённым на рис. 2.4. Элемент, обладающий свойствами управляемого ключа электрических схем, например, необходим для моделирования как ограничений движения в каком-либо направлении, так и вариантов элементов трения, предположим, трения покоя. Сопротивление трения управляемой ветви такого ключа есть дискретная функция силы или скорости в управляющей ветви.

2.3.4. Дуальность элементов механических цепей

При построении дуальных механических схем следует учитывать, что источники силы (момента) и скорости дуальны друг другу. Масса дуальна податливости, момент инерции – податливости вращения, а элементу сопротивления трения s дуальна проводимость трения h (при линейном движении $h_x = 1/s_x$, при вращательном движении $h_\varphi = 1/s_\varphi$). Дуальный механический трансформатор (рычаг) остаётся трансформатором, но имеет обратный коэффициент трансформации, как и элек-

трический трансформатор в аналогичной ситуации. Дуальные ключи различаются состоянием: нормально-замкнутое – нормально-разомкнутое, как и в электрических схемах.

2.3.5. Особенности анализа механических цепей

В отличие от электрической схемы в механической цепи не допускается произвольное определение базовой точки цепи. Связано это ограничение со свойством одного из пассивных элементов цепи – массы (момента инерции), моделирующего инерционные свойства объекта. Масса (в механической системе изображается однополюсником) как элемент механической цепи представляет собой двухполюсник [1], один из полюсов которого всегда соединён с инерциальной системой отсчёта. Это свойство исключает возможность последовательного соединения двухполюсных масс. И по аналогии с электрической схемой, где недопустимы контуры, состоящие из одних индуктивностей и источников ЭДС, недопустимыми в механических цепях являются узлы, объединяющие лишь массы и источники силы.

В роли инерциальной системы отсчёта может выступать, например, центр масс Солнечной системы, Земли или – в более простых случаях – центр масс некоего тела механической системы, масса которого существенно больше массы любого другого тела этой системы, и поэтому его перемещение в пределах заданной погрешности моделирования можно считать нулевым. За базовую точку в механической цепи всегда принимается инерциальная система отсчёта.

2.3.6. Пример построения механической цепи

Рассмотрим на примере некоторые правила и приемы построения механических цепей. Инерциальная система отсчёта, изображённая на рис. 2.11 в виде заштрихованного углового фрагмента, представляет собой замкнутую фигуру, охватывающую рисунок механической системы (и рисунок каждой из механических цепей) с образованием внешнего контура.

Два массивных элемента m_1 , m_2 «расталкиваются» силой f ($f_x = f\cos(\beta)$ – её горизонтальная составляющая, $f_y = f\sin(\beta)$ – вертикальная). Кроме того, элемент m_1 , расположенный на наклонной плоскости, взаимодействует с инерциальной системой отсчёта с силой веса f_{p1} , а элемент m_2 , сила веса которого уравновешена реакцией опоры, обладает степенью свободы по оси x и подпружинен. В плоскости, по кото-

рой движется элемент m_1 , равнодействующая силы f_{p1} и силы реакции наклонной опоры равняется $f_{p1}\sin(\alpha)$, горизонтальная составляющая которой f_{p1x} равняется $f_{p1}\sin(\alpha)\cos(\alpha)$, а вертикальная составляющая f_{p1y} равняется $f_{p1}\sin^2(\alpha)$.

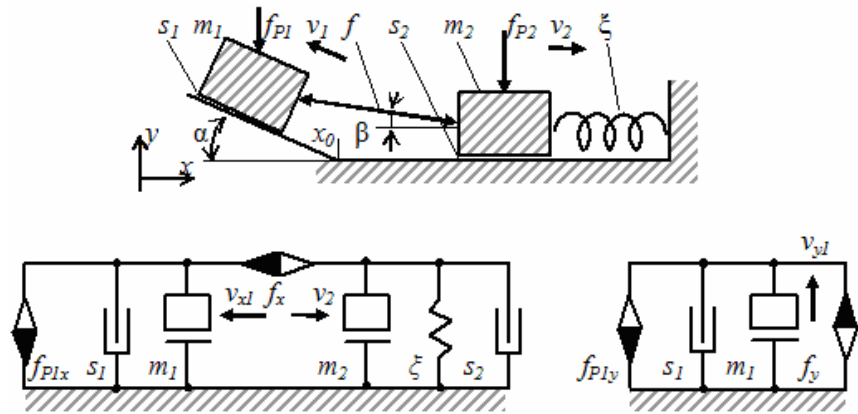


Рис. 2.11. Пример механической системы и её механические цепи для степеней свободы по координатам x и y

Под рисунком механической системы изображены две цепи. Левая моделирует движение элементов системы в горизонтальном направлении x , правая – в вертикальном y . Параметры элементов s_1, s_2 рассчитываются с учётом величины силы реакции опоры.

Силы веса всегда направлены к инерциальной системе отсчёта вне зависимости от того, как она изображена. Направление сил взаимодействия отдельных элементов системы определяется сопоставлением их с силами веса. Так, для элемента m_1 горизонтальная составляющая f_x силы f направлена навстречу горизонтальной составляющей реакции от силы веса f_{p1x} , то есть в механической цепи они направлены по-разному относительно подвижного полюса массы m_1 . То же самое можно сказать и для вертикальной её составляющей.

Для сложной механической системы возможны несколько вариантов выбора степеней свободы. В рассмотренном примере можно:

- моделировать движение элемента m_1 вдоль наклонной плоскости одной механической цепью, а элемента m_2 в горизонтальной плоскости – второй механической цепью. При этом каждой из этих двух систем достанется по элементу f (с учётом угла с соответствующей

плоскостью), действующему относительно системы отсчёта, как в правой механической цепи на рис. 2.11;

- использовать одну степень свободы возвратно-поступательную (x), а вторую – вращательную (элемент m_1 при движении вверх по наклонной плоскости вращается относительно элемента m_2 по часовой стрелке).

В зависимости от решаемых задач анализа механические цепи могут дополняться системой начальных условий (скорости движения масс и усилие сжатой пружины), а также элементами, моделирующими трение покоя и ограничения хода: элемента m_1 (в рассмотренном примере) справа, а элемента m_2 слева координатой x_0 и т. д. Подробнее о приёмах построения механических цепей и их электрических схем-аналогов – в разделе 3.2.

Лабораторная работа 3 Составление одномерной механической цепи

Цель работы – формирование навыков составления механических цепей.

Задание. Составить макромодель механической системы, изображённой на рис. 2.12, – механическую цепь электромагнитного устройства, подхватывающего и удерживающего подлетающий массивный груз.

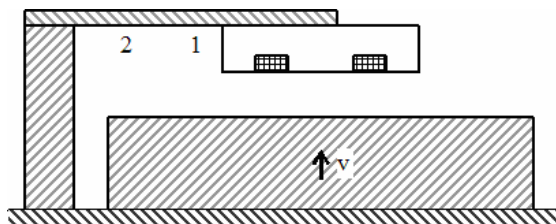


Рис. 2.12. Заданная механическая система

Груз массой m_1 , двигаясь со скоростью v , подлетает вверх, соприкасается с полюсами электромагнита 1 массой m_2 и далее движется вместе с электромагнитом. Электромагнит с обмоткой возбуждения, запитанной постоянным током, закреплён на упругом подвесе 2, обладающем также амортизирующими свойствами.

Составить механическую цепь этой системы и промоделировать её работу при различных значениях скорости соударения груза и электромагнита без учёта инерционности подвеса 2 и его вращения.

2.4. Акустические цепи

Акустической цепью можно моделировать физические системы, использующие различные виды подвижной среды, например в пневматической системе – газ, в гидравлической – жидкость. С рядом ограничений термин «акустическая цепь» применим к аэро- и гидродинамическим системам.

Акустическая система может быть не только нагрузкой электротехнической системы. Зачастую она представляет собой составную её часть как система охлаждения (вентиляции) устройства в целом или его детали.

Модель макроуровня (цепь) для акустической системы может быть сформирована при возможности её представления в виде системы сообщающихся полостей (труб различной формы, длины и сечения) [9]. Среда, заполняющая полости, характеризуется плотностью. Линейные системы характеризуются малыми изменениями плотности среды. Линейные размеры полостей должны быть существенно меньше длины звуковой волны в заполняющей их среде (газе или жидкости), иначе будет необходимо учитывать также волновые явления: отражения, дифракцию, интерференцию.

Акустическая цепь строится на поверхности (в объёме), обладающей бесконечно большим акустическим сопротивлением (сопротивление между несоединёнными между собой узлами бесконечно большое, так же как в электрической системе). Места соединения указанных полостей моделируются узлами графа. Акустические цепи по начертанию и использованию несколько ближе к электрическим схемам, чем механические. Некоторые из полостей (труб), содержащие сравнительно с остальными малые объёмы рабочего газа (жидкости), могут ассоциироваться с электрическими соединительными проводниками и моделироваться узлами графа цепи.

Фазовыми переменными акустической цепи являются давление p (разность давлений на концах элемента) и расход q (объёмная скорость среды через элемент). Давление является дифференциальной координатой, а расход – координатой потока. В этом акустические цепи близки к электрическим и магнитным. Убедимся в принадлежности давления и расхода к указанным группам обобщённых координат на примере последовательного соединения акустических сопротивлений. В акустической цепи, содержащей последовательно соединённые источник

давления (насос) и два одинаковых акустических сопротивления (например, два дросселя в трубе), расход меньше, чем в случае, когда величина сопротивлений одного из дросселей равна нулю (нет дросселя), так как общее сопротивление дросселей определяется суммированием. Расходы через сопротивления дросселей одинаковы (координаты потока), а давление является дифференциальной координатой, так как величины давлений на выводах сопротивлений дросселей различны.

В акустической системе два вида взаимодействия, два вида реактивной мощности и два вида реактивных элементов. Основной вид взаимодействия в акустической системе – упругое. Инерциальное взаимодействие учитывается при высоких частотах (скоростях движения среды).

2.4.1. Активные элементы

Графические изображения элементов акустических цепей нашли широкое применение в гидравлике. Однако многие из элементов не являются двухполюсными и потому не могут быть применены в методе аналогий. В этом пособии используются их изображения, несколько отличающиеся от применяемых в гидравлике. Идеальными активными элементами (рис. 2.13) акустической цепи являются:

- источник давления p – двухполюсник, характеризующийся отсутствием изменения давления на его полюсах при изменении объёмной скорости (расхода) рабочей среды через полюса;
- источник расхода q – двухполюсник, характеризующийся отсутствием изменения расхода при изменении давления на его полюсах.

У реальных источников акустической мощности (насосов, вентиляторов и т. д.) в отличие от идеальных внутренние потери давления (или расхода) необходимо учитывать.

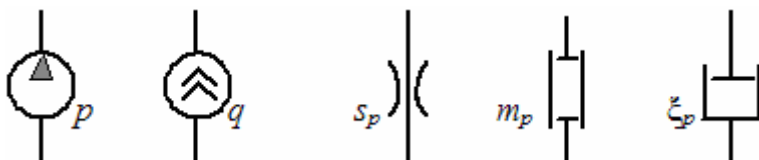


Рис. 2.13. Вид элементов акустических схем

2.4.2. Пассивные элементы

Пассивные элементы реальной системы сообщающихся полостей могут быть составлены из простейших. Простейшие пассивные элементы (рис. 2.13) акустической цепи связаны с тремя разными физическими процессами:

1) акустическое трение s_p , характерное для физического процесса течения с трением в узкой трубе, осуществляющее следующий вид связи фазовых переменных p_s, q_s акустической цепи [9]:

$$p_s = s_p q_s. \quad (2.14)$$

Недостатком данного представления трения в акустической системе является то, что параметр s_p в сколько-нибудь широком диапазоне изменения скорости движения среды нелинейный (представляет собой функцию от скорости, при малых скоростях – в первой степени, а при больших – второй и более степени). Существует несколько видов движения среды (ламинарное, турбулентное, переходные режимы). Например, во многих вентиляционных расчётах при узком диапазоне величин скорости для линеаризации параметра сопротивления используется иная связь давления и расхода:

$$p = z_a q^2,$$

где z_a – аэродинамическое сопротивление [18], в этом случае:

$$s_p = f(q_s) = z_a q_s.$$

Для большого количества конфигураций сообщающихся полостей (сужение или расширение канала, дроссельное трение в капиллярах или в трубе с пористым наполнителем, изгиб канала и т. д.) известны эмпирические зависимости, позволяющие рассчитать величину s_p . Например:

- при входе воздуха в узкий канал сечением S :
 - с выступающим краем:

$$s_p = 0,6v/S;$$

- с прямоугольным краем:

$$s_p = 0,3v/S;$$

- через проволочную сетку или при радиусе кромки, равном 0,1 от диаметра d канала:

$$s_p = 0,125v/S;$$

- с закруглением края, равным диаметру канала:

$$s_p \rightarrow 0;$$

- при сужении канала с сечения S_2 до S_1 :

$$s_p = 0,35(1 - S_1/S_2)^2 v/S;$$

- при расширении канала с сечения S_1 до S_2 :

$$s_p = 0,6(1 - S_1/S_2)^2 v/S;$$

- при повороте канала на угол α (град):

$$s_p = \alpha v/120S;$$

- трение в узком канале круглого сечения длиной l :

$$s_p = 0,05vl/Sd,$$

в прямоугольном канале определяется эквивалентный диаметр, но если одна из его сторон много больше другой, то за диаметр принимается меньшая;

2) акустическая масса m_p , характерная при реализации физического процесса инерционности текучей среды, осуществляющая следующий вид связи фазовых переменных p_m , q_m при одинаковом расходе через концы трубы:

$$p_m = m_p \frac{dq_m}{dt}. \quad (2.15)$$

Элементы, обладающие этим свойством, должны быть такими, чтобы в них не проявлялось сжатие среды, а расход через их вход и выход должен быть один и тот же. Соотношение (2.15) используется при пренебрежении трением среды о стенки трубы, что возможно лишь при работе на частотах, существенно выше так называемой граничной. Граничная частота $f_{гр}$ зависит от гидравлического радиуса сечения трубы и вязкости среды. Для воздуха граничная частота [9]

$$f_{gp} = \frac{4,8 S_0^2}{B^2},$$

где S_0 и B – площадь сечения и периметр трубы в мм² и мм соответственно.

При частотах, существенно меньше граничной, полость (труба) моделируется элементом акустического трения s_p . В области граничной частоты она моделируется последовательно соединёнными акустической массой и акустическим трением [9] (аналогично тому, как в электрической системе дроссель зачастую моделируется последовательно соединёнными индуктивностью и сопротивлением омических потерь);

3) акустическая податливость ξ_p , характерная при реализации физического процесса адиабатического сжатия замкнутого объёма, осуществляющая следующий вид связи фазовых переменных p_ξ , q_ξ :

$$p_{\xi} = \frac{1}{\xi_p} \int q_{\xi} dt . \quad (2.16)$$

Элементы, обладающие этим свойством, должны удовлетворять условию независимости давления от положения точки внутри объёма. При адиабатическом сжатии замкнутого объёма (без теплообмена с внешней средой) акустическая податливость определяется [9] по формуле

$$\xi_p = \frac{V_0 c_v}{p_0 c_p},$$

где p_0 – давление в системе отсчёта; c_p/c_v – показатель адиабаты; c_p , c_v – значения удельной теплоёмкости при постоянном давлении (C_p) и при постоянном объёме (C_v).

При f меньше $f_{гр}$ сжатие не адиабатическое, а изотермическое – всё выделяющееся тепло успевает уходить во внешнюю среду. При этом показатель адиабаты стремится к единице. В этом случае параллельно акустической податливости следует ставить элемент акустического трения, моделирующий рассеяние энергии (аналогично тому, как в электрической системе конденсатор моделируется параллельно соединёнными ёмкостью и сопротивлением утечки). Для воздуха граничная частота определяется по формуле

$$f_{gp} = \frac{S_0}{2V_0},$$

где S_0 и V_0 – площадь поверхности и объём сжимаемого вещества в мм² и мм³ соответственно.

Элементы, предназначенные трансформировать уровни фазовых переменных в акустической цепи, не используются, а для динамического изменения её структуры (для моделирования клапанов, дросселей, заслонок и т. д.) рекомендуется использовать близкие к применяемым в электрических схемах управляемые и функциональные источники и ключи.

2.4.3. Дуальность элементов и особенности анализа акустических цепей

Поскольку акустическое трение является аналогом электрического сопротивления, то при генерации электрических схем – аналогов акустических цепей не требуется выполнение дуального их перестроения. При необходимости же построения дуальной акустической цепи следует учитывать, что источники давления и расхода дуальны друг другу.

Акустическая масса дуальна акустической податливости, а элементу акустического трения s_p дуальна акустическая проводимость трения h_p . Дуальные ключи различаются состоянием: нормально-замкнутое или нормально-разомкнутое, как в электрических схемах.

В акустической цепи положение базовой точки связано со свойством пассивного элемента — акустической податливости, один полюс которой в большинстве случаев присоединён к системе отсчёта. Для акустической цепи система отсчёта представляет собой внешнюю среду, пространственные размеры которой велики, а давление p_0 в ней постоянно и равно, например, атмосферному.

2.4.4. Пример построения акустической цепи

Рассмотрим на примере автомобильного гидравлического амортизатора некоторые правила и приемы построения акустических цепей. Замкнутый корпус 1 амортизатора разделён приводимым в движение через шток 2 поршнем 3 на две полости. При движении поршня относительно корпуса в одном направлении (например, задана его скорость вниз при наезде колеса автомобиля на препятствие) заполняющая корпус жидкость перетекает под действием создаваемого поршнем давления p_1 из одной полости в другую через открывающийся при этом клапан 4, испытывая слабое сопротивление. При движении поршня в обратном направлении (при закрытом клапане 4) сопротивление сильное, так как жидкость в этом случае перетекает по зазорам малого сечения. Акустическая цепь амортизатора может выглядеть так, как показано на рис. 2.14.

Источник расхода q , величина которого равна произведению скорости движения штока относительно корпуса на площадь его сечения, подключен одним полюсом к общей точке цепи. Сжимаемость жидкости по одну сторону поршня моделируется акустической податливостью ξ_1 и акустическим трением s_1 (моделирующим отвод тепла), а по другую сторону поршня — податливостью ξ_2 и акустическим трением s_2 . Дроссели s_3, s_4 представляют собой суммарные элементы акустического трения в каналах (с учётом сопротивлений на входе в канал, при проходе по нему, при поворотах и выходе), по которым проходит жидкость через клапан и в обход него. Акустические массы m_1, m_2 различаются по величине потому, что сечения каналов в дросселях s_3, s_4 и скорости

(частоты) движения жидкости через них различны. Разность давлений в полостях амортизатора ($p_2 - p_1$) управляет ключом S . При p_2 меньшем p_1 ключ размыкается и жидкость из верхней полости (правой на рис. 2.14) перетекает в нижнюю (левую) лишь через один дроссель s_4 . При p_2 большем p_1 ключ замыкается и жидкость из левой полости перетекает в правую через оба дросселя одновременно.

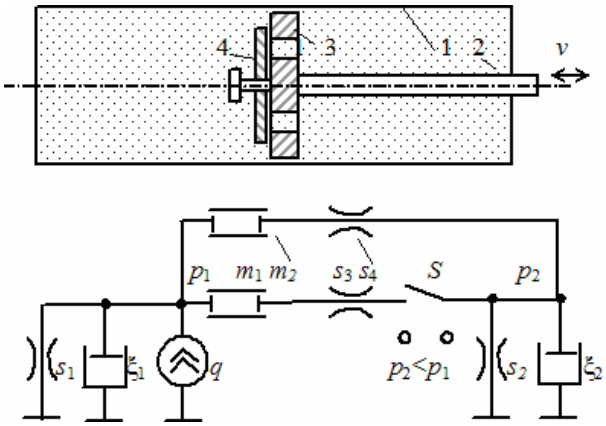


Рис. 2.14. Гидравлический амортизатор и его акустическая цепь

Лабораторная работа 4
Составление акустической цепи

Цель работы – формирование навыков составления акустических цепей.

Задание. Составить акустическую цепь системы охлаждения (вентиляции) мощного полупроводникового прибора 1, установленного на радиаторе 2, который охлаждается потоком воздуха, создаваемым вентилятором 3 (рис. 2.15).

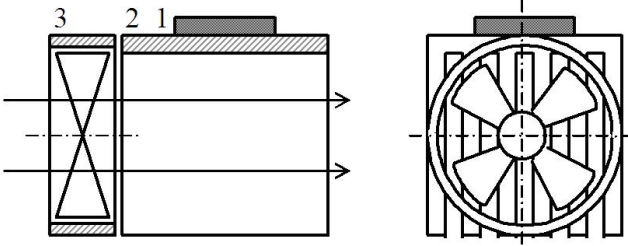


Рис. 2.15. Система воздушного охлаждения полупроводникового прибора

2.5. Тепловые (термодинамические) цепи

Необходимость использования термодинамической цепи возникает при выполнении теплового расчёта электротехнического устройства – определении превышения температуры различных частей устройства над температурой окружающей среды. Этот расчёт зачастую выполняется совместно с вентиляционным (акустическим) расчётом. Величина расхода q охлаждающего газа или жидкости определяется мощностью Q , отдаваемой нагретым телом (например, охладителем силового полупроводникового прибора или обмоткой трансформатора), и допустимой температурой охлаждающего вещества:

$$q = \frac{Q}{c\Theta}, \quad (2.17)$$

где Θ – подогрев охлаждающего вещества (газа, жидкости); c – объёмная теплоёмкость (для воздуха $c = 1100$ Дж/м³°С).

Таким образом, вентиляционный и тепловой расчёты взаимосвязаны тем, что по результатам расчёта термодинамической цепи определяется мощность Q , отдаваемая с поверхности тела, а вентиляционный расчёт позволяет определить расход q охлаждающего газа и, соответственно, скорость его движения около нагретого тела, от величины которой зависят параметры теплоотдачи.

Модель в виде цепи для систем этого типа может быть сформирована путём выделения в пространстве исследуемой системы фрагментов с известными математическими моделями теплопередачи и заменой этих фрагментов на элементы с интегральными (сосредоточенными) параметрами. Поверхности сопряжения указанных фрагментов моделируются узлами графа. Строится граф цепи на поверхности, обладающей бесконечно малой теплопроводностью (сопротивление между несоединёнными друг с другом узлами бесконечно большое, так же как в электрической схеме).

Фазовыми переменными (или обобщёнными координатами) термодинамической цепи являются тепловой поток Q (мощность, отдаваемая нагретым телом) и температура Θ . Как и для ранее рассмотренных физических сред, убедимся в принадлежности температуры и теплового потока к указанным группам на примере последовательного соединения простейших пассивных элементов – тепловых сопротивлений. В термодинамической цепи, содержащей последовательно соединён-

ные источник температуры (например, обмотка электромагнита в пазах) и два одинаковых тепловых сопротивления (например, два слоя корпусной изоляции), тепловой поток меньше, чем в случае, когда величина сопротивлений одного из слоёв изоляции равна нулю (нет её), так как общее тепловое сопротивление изоляции определяется их суммированием. Тепловые потоки через сопротивления слоёв изоляции одинаковы (координаты потока), а температура является дифференциальной координатой, так как температуры выводов сопротивлений слоёв изоляции различны.

В термодинамической системе лишь один вид взаимодействия – передача тепла от более нагретого тела к менее нагретому, один вид реактивной мощности и в термодинамической цепи один реактивный элемент.

2.5.1. Активные элементы термодинамических цепей

Для упрощения изложения будем использовать в термодинамических цепях те же графические изображения элементов, что и в электрических схемах.

- Активными элементами термодинамической цепи являются:
- источник температуры Θ – двухполюсник, характеризующийся отсутствием изменения разности температур его полюсов при изменении теплового потока через полюса. Будем изображать так же, как источник напряжения (рис. 2.1);
 - источник теплового потока Q – двухполюсник, характеризующийся отсутствием изменения теплового потока при изменении температуры на его полюсах. Будем изображать так же, как источник тока (рис. 2.1).

2.5.2. Пассивные элементы термодинамических цепей

Простейшими пассивными элементами термодинамической цепи являются:

1) тепловое сопротивление R_T , осуществляющее следующий вид связи фазовых переменных Q_R и Θ_R :

$$\Theta_R = R_T Q_R. \quad (2.18)$$

Будем изображать так же, как электрическое сопротивление (рис. 2.2).

Теплопередача возможна путём теплопроводности через объём тела (пространство, заполненное веществом в твёрдой, жидкой или газообразной форме), а также через поверхность тела путём конвекции (в функции скорости движения охлаждающей среды) или излучения. При теплопроводности:

$$R_T = \frac{b}{\lambda S},$$

где λ – коэффициент теплопроводности; b , S – толщина тела в направлении теплопередачи и площадь его сечения.

При теплопередаче с поверхности (конвекция или излучение):

$$R_T = \frac{1}{\alpha S_{\text{пов}}},$$

где $S_{\text{пов}}$ – площадь поверхности тела; α – коэффициент теплопередачи.

Коэффициент теплопередачи с поверхности зависит от скорости движения охладителя вдоль неё. Например, для лобовых частей электрических машин:

$$\alpha = \alpha_0(1 + 0,05v),$$

где v – указанная скорость; α_0 – коэффициент теплопередачи без обдува.

Известны экспериментальные зависимости [18], позволяющие определить тепловое сопротивление при теплопроводности (коэффициент λ), а также при конвекции или излучении (коэффициент α). Дуальным элементом теплового сопротивления для всех трёх форм теплопередачи является (по аналогии с электрической проводимостью) тепловая проводимость G_T :

$$G_T = 1/R_T;$$

2) теплоёмкость C_T , осуществляющая следующий вид связи фазовых переменных Q_c и Θ_c :

$$\Theta_c = \frac{1}{c_T m} \int Q_c dt = \frac{1}{C_T} \int Q_c dt, \quad (2.19)$$

где c_T – удельная теплоёмкость вещества тела; m – масса тела.

2.5.3. Дуальность элементов и особенности анализа термодинамических цепей

Термодинамические (тепловые) цепи похожи на магнитные. При дуальном перестроении одной тепловой цепи в другую пришлось бы использовать «неизвестный» реактивный элемент, моделирующий инерционность теплопередачи. Но при построении электрической

цепи, дуальной термодинамической, элемент, моделирующий инерционность, известен – это индуктивность. Поэтому в дуальной электрической цепи теплоёмкости C_T соответствует индуктивность. Элементу теплового сопротивления R_T дуальна тепловая проводимость G_T . Источники теплового потока Q и температуры Θ дуальны друг другу.

Как правило, к базовой точке термодинамической цепи подключаются по одному из полюсов всех источников. Система отсчёта в этом случае представляет собой внешнюю среду, пространственные размеры которой велики, а температура в ней постоянна. В предельном случае температура системы отсчёта равна 0°K , но можно использовать и другие её уровни, например уровень так называемых нормальных условий ($+25^\circ \text{C}$), температуру тела человека и т. д.

При построении термодинамической цепи по физической картине размещения элементов исследуемого объекта – источников тепла и его фрагментов, представляющих собой сопротивления на путях передачи этого тепла в систему отсчёта, строится тепловая цепь, состоящая из тепловых сопротивлений, теплоёмкостей и источников. Это довольно сложная задача, требующая хорошего понимания физических процессов и умения пренебрегать малозначимыми параметрами. Однако она более проста по сравнению с рассмотренными ранее физическими системами. Причём при тепловых расчётах обычно изначально известен режим работы устройства – установившийся или кратковременный. Соответственно, в первом случае нет необходимости учитывать теплоёмкости.

Лабораторная работа 5 **Составление термодинамической цепи**

Цель работы – формирование навыков составления термодинамических (тепловых) цепей.

Задание. Составить тепловую цепь системы вентиляции мощного полупроводникового прибора 1, установленного на радиаторе 2, который охлаждается потоком воздуха, создаваемым вентилятором 3 (рис. 2.15).

Разностью температур воздуха, охлаждающего прибор сверху и подаваемого вентилятором, пренебречь.

2.6. Аналогия переменных в рассмотренных физических средах

В основе аналогий лежит соответствие энергий и обобщённых координат [3], [9]. Это соответствие определяет также соответствие иных переменных, некоторые из которых приведены в табл. 2.1 (сокращение «1са» – первая система аналогий).

Таблица 2.1

Соответствие переменных электрических цепей переменным иных физических сред

| Электрическая схема | Магнитная цепь | Механическая цепь (1са) (поступательная) | Механическая цепь (1са) (вращательная) | Акустическая цепь (пневматическая, гидравлическая) | Термодинамическая (тепловая) цепь |
|--|--|--|---|--|-----------------------------------|
| Фазовые переменные (обобщённые координаты) | | | | | |
| ЭДС (напряжение) u | МДС F | механическая сила f | момент силы M_φ | давление p | ТДС (температура) Θ |
| электрический ток i | производная магнитного потока Φ_R | скорость движения v | угловая скорость движения ω | расход (объёмная скорость) q | тепловой поток (мощность) Q |
| Пассивные элементы | | | | | |
| электрическое сопротивление R | сопротивление магнитных потерь R_{II} | механическое сопротивление трения s_x | механическое сопротивление трения вращения s_φ | акустическое сопротивление s_p | тепловое сопротивление R_T |
| электрическая ёмкость C | магнитное сопротивление C_M | механическая податливость ξ_x | механическая податливость вращения ξ_φ | акустическая податливость ξ_p | теплоёмкость C_T |
| индуктивность L | — | масса m_x | момент инерции m_φ | акустическая масса m_p | — |
| Генерируемая энергия | | | | | |
| $\int u i dt$ | $F\Phi$ | $\int f v dt$ | $\int M_\varphi \omega dt$ | $\int p q dt$ | $\int \Theta Q dt$ |

| | | | | | |
|-----------------------------|------------------------|--|--|--|-----------------------------------|
| Электрическая схема | Магнитная цепь | Механическая цепь (1са) (поступательная) | Механическая цепь (1са) (вращательная) | Акустическая цепь (пневматическая, гидравлическая) | Термодинамическая (тепловая) цепь |
| Реактивная энергия | | | | | |
| электрическая $Cu^2/2$ | $C_M F^2/2$ | потенциальная $\xi_f^2/2$ | потенциальная $\xi_\phi M_\phi^2/2$ | потенциальная $\xi_p p^2/2$ | потенциальная $C_T \Theta^2/2$ |
| магнитная $Li^2/2$ | — | кинетическая $m_x v^2/2$ | кинетическая $m_\phi \omega^2/2$ | кинетическая $m_p q^2/2$ | — |
| Рассеиваемая энергия | | | | | |
| $\int i^2 R dt$ | $\Phi^2 R_{II}/2$ | $\int v^2 s_x dt$ | $\int \omega^2 s_\phi dt$ | $\int q^2 s_p dt$ | $\int Q^2 R_T dt$ |
| Интегральные характеристики | | | | | |
| электрический заряд q | магнитный поток Φ | координата (положение) x | угол поворота ϕ | объём носителя V | тепловая энергия A |
| потокосцепление Ψ | — | импульс силы N_x | импульс вращения N_ϕ | импульс давления $\int p dt$ | — |

Заметим попутно, что в химической системе роль дифференциальной обобщённой координаты играет так называемый химический потенциал, а роль основной интегральной характеристики — количество вещества.

2.7. Контрольные вопросы

1. Объяснить различия элементов цепей в отношении направлений векторов их фазовых переменных.
2. Описать фазовые переменные электрических схем.
3. Привести алгебраические записи свойств активных и пассивных элементов электрических схем и электрических трансформаторов.
4. Описать дуальность элементов электрических схем.
5. Показать ограничения методов анализа электрических схем.
6. Описать фазовые переменные магнитных цепей.
7. Описать активные и пассивные элементы магнитных цепей.

8. Вывести уравнение электрического равновесия для дросселя с разомкнутым магнитопроводом с использованием принципа дуальности.
9. Каково отличие одномерных механических систем от многомерных?
10. Показать отличие механической цепи от электрической схемы.
11. Описать фазовые переменные механических цепей с поступательными и вращательными степенями свободы.
12. Описать активные и пассивные элементы механических цепей.
13. Раскрыть смысл понятия «инерциальная система отсчёта».
14. Описать особенности задания направлений действия сил и скоростей при построении механических цепей.
15. Описать дуальность элементов механических цепей.
16. Описать фазовые переменные акустических цепей.
17. Описать активные и пассивные элементы акустических цепей.
18. Описать особенности и ограничения применения акустических цепей.
19. Описать фазовые переменные термодинамических (тепловых) цепей.
20. Описать активные и пассивные элементы тепловых цепей.
21. Описать особенности и ограничения применения тепловых цепей.

3. СОСТАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ-АНАЛОГОВ

Как было указано ранее, в этом пособии рассматривается составление лишь электрических схем-аналогов. Причём замещение систем различной физической природы цепями изложено в разделе 2 с позиции возможности составления таких схем-аналогов.

При электромагнитной аналогии электрическая схема-аналог получается методом дуального перестроения исходной цепи. Необходимость перестроения обусловлена тем, что лишь цепь магнитных проводимостей топологически соответствует электрической схеме (схеме индуктивностей, п. 1.3.1).

В случае электромеханических и электроакустических аналогий выбор использования первой или второй системы аналогий остаётся за исследователем. При использовании аналогий «сила – напряжение» и «расход – напряжение» схема-аналог получается методом дуального перестроения.

При электротермической аналогии схема-аналог может быть построена без дуального перестроения, но состыкование её с электрической схемой облегчается после дуального перестроения с заменой источников температуры на источники теплового потока.

3.1. Электромагнитные аналогии

В п. 1.3.1 был рассмотрен пример, подтверждающий возможность построения электрической схемы-аналога магнитной системы, содержащей магнитопровод с зазором и обмоткой возбуждения магнитного поля. В примере была рассмотрена последовательность действий, которая рекомендуется в качестве базовой.

1. Сначала по физической картине магнитного поля рассматриваемого устройства строится магнитная цепь, состоящая из магнитных сопротивлений и источников МДС (п. 2.2). Это наиболее сложная часть задачи, требующая хорошего понимания физических процессов и умения строить картину распределения магнитных потоков.

2. Далее с использованием дуального перестроения магнитной цепи получается цепь, являющаяся аналогом электрической схемы, о чём свидетельствует соответствие математического уравнения равновесия (1.6) для этой схемы его общепринятому виду. Поэтому мы имеем право

заменить в дуальной цепи-аналоге магнитные проводимости электрическими индуктивностями, а источники магнитного потока – электрическими напряжениями.

3. И наконец, полученная схема замещения магнитной цепи при стыковывается к схеме электрических соединений обмотки возбуждения. Причём в качестве особенности рассмотренного примера электромагнитной аналогии выступает отсутствие необходимости применения масштабирования.

Для закрепления материала используем эту методическую последовательность в ходе получения электрической схемы замещения нагруженного трансформатора (рис. 3.1).

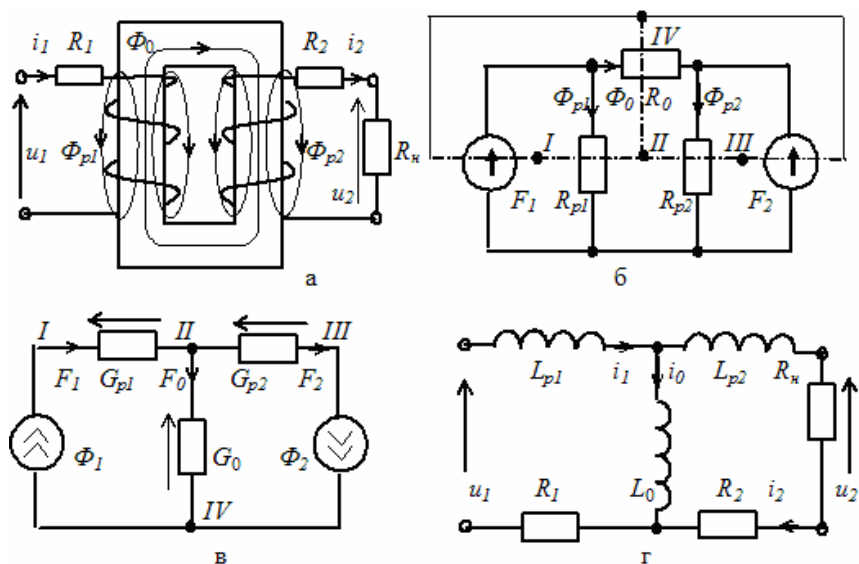


Рис. 3.1. Нагруженный трансформатор и его схемы замещения

При работе трансформатора магнитодвижущие силы F_p , F_2 первичной и вторичной обмоток в контуре замыкания основного магнитного потока Φ_0 по магнитопроводу действуют встречно. Встречно они включены и в цепи замещения магнитной цепи (рис. 3.1,б), в которой R_{p1} и R_{p2} – магнитные сопротивления путей замыкания потоков рассеяния Φ_{p1} и Φ_{p2} . Элемент R_0 – магнитное сопротивление магнитопровода для потока Φ_0 . Дуальная магнитная цепь показана на рис. 3.1,в. Магнитные проводимости G_{p1} , G_{p2} , G_0 дуальны магнитным сопротивлениям R_{p1} , R_{p2} ,

R_ϕ , а источники Φ_1 и Φ_2 – источникам МДС F_1, F_2 . По цепи магнитных проводимостей (рис. 3.1,в) строится электрическая схема индуктивностей и в соответствии с рис. 3.1,а дополняется до общей электрической схемы замещения трансформатора (рис. 3.1,з). В литературе такая схема носит название Т-образной.

Следует отметить, что при определении индуктивности L_{p2} нет необходимости учитывать число витков вторичной обмотки трансформатора. Умножение проводимости G_{p2} на квадрат числа витков не вторичной, а первичной обмотки даёт приведённое к первичной обмотке значение индуктивности L_{p2} . Однако параметры электрических элементов, включенных во вторичную цепь, в этом случае необходимо приводить к первичной обмотке путём умножения на k^2 , где k – коэффициент трансформации (2.4). В рассматриваемом случае такими элементами являются активное сопротивление R_{p2} и сопротивление нагрузки R_n .

Кроме того, необходимо помнить о том, что ток i_2 в схеме на рис. 3.1,з – это тоже приведённый параметр (путём умножения на $1/k$) в соответствии с (2.5). То есть в общем случае при составлении электрических схем замещения электромагнитных устройств (в отличие от простого примера в п. 1.3.1) следить за необходимостью и параметрами масштабирования элементов и переменных соседних систем (электрической и магнитной) необходимо.

Направления токов и напряжений в ветвях дуальной схемы определяются в соответствии с их направлениями в исходной схеме по следующим правилам:

- если напряжение источника в исходной схеме направлено к узлу, то в дуальной схеме ток, замещающий это напряжение, в контуре, замещающем этот узел, должен быть направлен по часовой стрелке. И наоборот;
- если ток в ветви контура исходной схемы направлен по часовой стрелке, то в дуальной схеме напряжение на ветви, дуальное этому току, должно быть направлено к узлу, дуальному этому контуру. И наоборот. Следует помнить, что направление падения напряжения на сопротивлении противоположно току через него.

Поэтому:

- МДС F_1 и F_2 в левом и правом контурах на рис. 3.1,в направлены по часовой стрелке, так как на рис. 3.1,б они направлены к соответствующим узлам;

- напряжение на G_{p1} на рис. 3.1,в направлено к узлу I, так как Φ_{p1} в контуре I на рис. 3.1,б направлен по часовой стрелке, и противоположно направлению F_1 ;
- напряжение на G_o на рис. 3.1,в направлено к узлу II, так как Φ_o в контуре II на рис. 3.1,б направлен по часовой стрелке, а направление F_o противоположно ему;
- напряжение на G_{p2} на рис. 3.1,в направлено от узла III, так как Φ_{p2} в контуре III на рис. 3.1,б направлен против часовой стрелки, и противоположно направлению F_2 .

Лабораторная работа 6

Составление схем замещения электромагнитных систем по методу аналогии

Цель работы – освоение принципов составления электрических схем замещения электромагнитных систем.

Задание. Составить электрическую схему замещения электромагнита с неравномерным зазором, приведённого в лабораторной работе 2.

Сформировать магнитную цепь магнитной системы.

Путём дуального её преобразования и замены магнитных элементов электрическими аналогами получить электрическую схему замещения индуктивностей обмоток. Ввести её в Micro-CAP.

Совместить индуктивности намагничивания магнитопровода с магнитными сердечниками.

Дополнить электрическую схему активными сопротивлениями обмоток и схемой их соединения (параллельно). Подключить к обмоткам источник импульсного тока. Таким образом, получается схема, объединяющая свойства магнитной и электрической цепей электромагнита.

Провести исследование схемы в режиме Transient Analysis. Убедиться в возникновении уравнивающего тока, протекающего в цепи параллельного соединения обмоток.

3.2. Электромеханические аналогии

В случае применения первой системы электромеханических аналогий используется следующая последовательность действий.

1. Сначала по физической картине рассматриваемого устройства отдельно для каждой степени свободы строятся механические цепи,

состоящие из сосредоточенных элементов и линий, передающих движение и силы. Если механическая система характеризуется движением элементов с несколькими степенями свободы, то необходимо предварительно произвести ранжирование их с игнорированием наименее значимых для выполняемого анализа или приведением менее значимых к более значимым (пример в п. 2.3.5). Это наиболее сложная часть задачи, требующая понимания физических процессов. Ещё раз отметим: механическая цепь первой системы аналогий строится на поверхности, обладающей нулевым механическим сопротивлением.

2. Далее с использованием дуального перестроения механической цепи получается её электрический аналог. В дуальной схеме-аналоге массы (моменты инерции) заменяются электрическими индуктивностями, податливости – ёмкостями, механические сопротивления трения – электрическими сопротивлениями, источники силы – источниками напряжения, а источники скорости – источниками тока.

3. Последующее получение уравнений, описывающих работу схемы, не представляет труда. Кроме того, оно может быть выполнено с применением известных САПР.

В случае второй системы аналогий при применении электромеханической аналогии присутствует топологическая идентичность механической цепи и электрической схемы аналога. Массы (моменты инерции) заменяются ёмкостями, податливости – индуктивностями, механические сопротивления трения – электрическими проводимостями, источники силы – источниками тока, а источники скорости – источниками напряжения.

3.2.1. Особенности механических систем с преобразовательными элементами

Путём построения механической цепи решается задача получения электрической схемы-аналога также и для механической системы, содержащей преобразовательные элементы рычажного, гидравлического и других типов. В известных опубликованных работах [4], [9] параметры механических элементов вторичной стороны «приводятся» к первичной, как в примере в п. 1.2.2. Такой путь позволяет получить приведённую механическую цепь системы, а не полную. Составление уравнений движения усложняется. Затрудняется и получение информации о влиянии неприведённых параметров на динамику поведения

системы в целом. Рассмотрим вопросы составления механических цепей без приведения параметров элементов с учётом коэффициентов преобразования (редуцирования, трансформации).

Особый интерес представляет анализ механической системы, не имеющей неподвижной точки опоры, как наиболее трудный для понимания в классической механике. Уравнения движения такой системы имеют сложный вид. Однако получение уравнений модели по электрической схеме-аналогу не представляет труда.

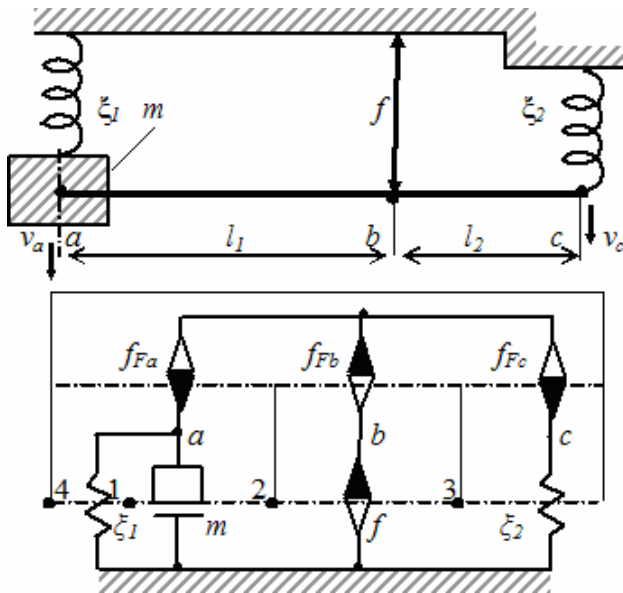


Рис. 3.2. Механическая система с идеальным рычагом без опоры и её механическая цепь

На рис. 3.2 представлены механическая система с идеальным рычагом (использующим одну степень свободы, абсолютно жёстким, невесомым и без потерь) с соотношением плеч $ab = l_1$, $bc = l_2$ и её цепь замещения. Масса m изображена двухполюсником, соединённым одним полюсом с инерциальной системой отсчета, с которой связаны неподвижные полюса силы f и пассивных элементов ξ_1 , ξ_2 . Сумма сил реакции опор идеального рычага в механической цепи, в соответствии с принципом Даламбера, равна нулю, поэтому идеальный рычаг в цепи заменяется точкой приложения этих сил (дополнительной к имеющим-

ся в цепи узлам). А реакции сил в опорах рычага abc заменяются тремя источниками f_{Fa}, f_{Fb}, f_{Fc} [16] (функциональными источниками силы), по одному из полюсов которых подключается к этой точке.

Полярность включения активных элементов задана относительно направления источника силы f (от системы отсчета). Сила f_{Fb} противодействует источнику силы f в опоре b . Силы f_{Fa} и f_{Fc} уравнивают силу f_{Fb} , поэтому источники f_{Fa} и f_{Fc} направлены относительно специальной точки в противоположную сторону.

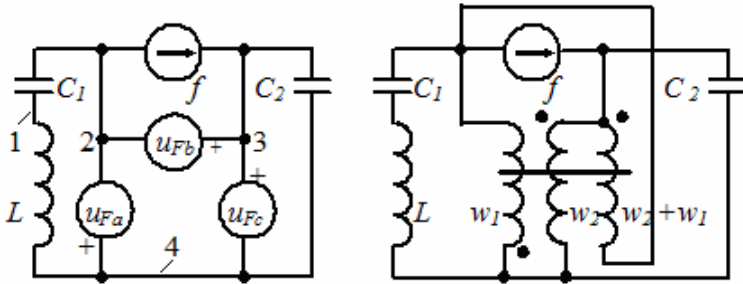


Рис. 3.3. Варианты электрических схем-аналогов

Четыре контура этой механической цепи, отмеченных точками 1, 2, 3, 4, в электрической схеме-аналоге заменены узлами (рис. 3.3). Слева на рис. 3.3 приведена схема, где в качестве дуальных аналогов функциональных источников силы использованы функциональные источники напряжения u_{Fa}, u_{Fb}, u_{Fc} , а на схеме справа функциональные источники заменены на обмотки идеального электрического трансформатора с числом витков обмоток w_1, w_2 и $w_1 + w_2$. Сумма напряжений обмоток этого трансформатора, как и сумма напряжений источников u_{Fa}, u_{Fb}, u_{Fc} , как и сумма сил f_{Fa}, f_{Fb}, f_{Fc} , равна нулю. Поэтому без ущерба функционированию схемы контур обмоток трансформатора может быть разорван, например в точке соединения обмоток w_1, w_2 , или вообще одна из обмоток, например $w_1 + w_2$ (источник u_{Fb}), может быть удалена. То есть трансформатор превращается в автотрансформатор.

Как для идеального рычага не столь важны конкретные значения длин его плеч, а лишь их соотношение, так и для идеального трансформатора важны не конкретные значения числа витков, а их соотношение – коэффициент трансформации. Поэтому возникающие, на первый взгляд, трудности в определении значений источников f_{Fa}, f_{Fb} ,

f_{Fc} , u_{Fa} , u_{Fb} , u_{Fc} исчезают, если принять условно за неподвижную одну из опор рычага, например b . От этого соотношение плеч рычага не изменится, и определить его будет легко: $f_{Fc} l_2$:

$$k = \frac{f_{Fa}}{f_{Fc}} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{u_{Fa}}{u_{Fc}} = \frac{w_1}{w_2}. \quad (3.1)$$

В частном случае (рис. 3.2) – при неподвижной опоре b идеального двуплечего рычага возможно упрощенное построение электрической схемы – аналога механической системы. В этом случае плечи рычага l_1 , l_2 можно представить двухполюсниками, которые в результате дуального перестроения заменяются обмотками идеального трансформатора. Соотношение чисел витков этих обмоток должно быть обратным соотношению длин рычагов (3.1). Также остаётся открытым вопрос формализации простановки направлений (полярности) обмоток.

Преобразовательные элементы гидравлического типа имеют в ряде случаев существенные технические преимущества перед элементами рычажного типа и находят самое широкое применение в различных устройствах с преобразованием скоростей, усилий и перемещений. Составление механических цепей таких систем имеет ряд особенностей.

В гидравлическом преобразовательном элементе, как и в сложном рычаге, может быть несколько степеней свободы, по которым в общем случае осуществляются произвольные в реальном пространстве (но относящиеся к одной и той же степени свободы в механической цепи) перемещения. Рабочим телом идеального преобразовательного элемента гидравлического типа является жидкость, сжимаемостью и инерционными свойствами которой при составлении механической цепи пренебрегают. При этих допущениях преобразовательный механический элемент имеет своим аналогом в электрической цепи идеальный (как и рычаг) трансформатор.

Преобразовательный элемент гидравлического типа можно представить в виде заполненного жидкостью жёсткого корпуса, соединённого с несколькими поршневыми насосами. В результате действия на поршни насосов внешних сил в заполненном жидкостью корпусе создаётся давление и на каждый из поршней действует сила, величина которой пропорциональна площади соответствующего поршня. То есть соотношение площадей поршней выступает в роли коэффициента преобразования, как у рычага – соотношение длин плеч, а у электри-

ческого трансформатора – соотношение чисел витков обмоток. Усилия на поршни можно назвать фиктивными источниками силы, поскольку величина усилия такого источника зависит от силы источника. ЭДС самоиндукции и взаимной индукции в электрических системах также не являются независимыми. В этом можно видеть аналогию между силами, действующими на поршни в гидравлической преобразовательной системе, и ЭДС самоиндукции и взаимной индукции в электрическом преобразовательном элементе – трансформаторе.

Если система распределения давления в гидравлическом преобразователе сложная (разветвления полостей, клапаны и т. д.), то целесообразно совместить электрическую схему – аналог механического устройства с электрической схемой – аналогом акустического (гидравлического) преобразователя (см. п. 3.3).

3.2.2. Электрическая схема-аналог обобщённого источника сейсмических колебаний

Математическое обеспечение исследования структуры земной коры с помощью сейсмических (акустических) колебаний, создаваемых специальными источниками, всегда было тесно связано с методом аналогий. Обе эти науки первоначально развивались одними и теми же учёными [1].

Целью, которая должна быть достигнута при работе источника сейсмических сигналов, является создание механических колебаний в земной коре на глубину до 3–5 км, используемых для исследования строения Земли без бурения скважин и отбора проб грунта. Задача создания колебаний обусловлена в первую очередь необходимостью поиска залежей полезных ископаемых. Решение её с помощью взрывного метода создания сейсмических колебаний в настоящее время уже не отвечает повысившимся требованиям к производительности и экономичности проведения сейсмических исследований, а также к их экологической безопасности. Чтобы создавать механические колебания грунта требуемой интенсивности на излучающую плиту площадью 1–2 м², контактирующую с поверхностью грунта, необходимо прикладывать импульсные усилия порядка 10^5 – 10^6 Н за время $(3–10) \times 10^{-3}$ с.

Источники сейсмических колебаний по типу механической системы могут быть, во-первых, построены по схеме воздействия на грунт (лёд

или поверхность воды) жёстким грузом-ударником, имеющим некую начальную скорость, полученную либо разгоном с помощью привода, либо падающим в поле силы тяжести. Во-вторых, возможен вариант конструктивной схемы, в котором воздействие на грунт осуществляется специальным импульсным приводом без набора грузом-ударником начальной скорости. При этом, как и в случае разгона груза приводом, в качестве точки опоры привода используется массивный пригруз.

Грунт как специфическая нагрузка должен сжиматься со скоростью, не превышающей в среднем 3 м/с, поэтому независимо от типа механической системы сейсмоисточника он может оснащаться механическим преобразователем перемещений (чаще гидравлического типа), уменьшающим скорость воздействия излучающей плиты на грунт при обеспечении необходимых для эффективной работы привода сейсмоисточника скоростей движения рабочих элементов привода.

Рассмотрим особенности построения механической цепи и электрической схемы-аналога некоего обобщённого источника сейсмических колебаний. На рис. 3.4 изображена его механическая система. На поверхности грунта размещена жёсткая плита 3, выполняющая роль излучателя сейсмических волн (колебаний). Сверху на ней установлен (может быть установлен) гидравлический преобразователь, стенки 2 которого выполняют роль пригруза и направляющей для движения груза 1. Полость с жидкостью в гидравлическом преобразователе герметизирована подвижными или гибкими элементами 4 и 5. Груз 1 падает с заданной высоты под действием силы тяжести (чтобы набрать необходимую скорость) на элемент 4 гидравлического преобразователя. Он может дополнительно ускоряться специальным двигателем, действующим между грузом 1 и пригрузом 2. В этом случае необходимая скорость движения груза 1 может быть набрана при существенно меньшем пути разгона. Возможен вариант конструкции, в которой путь разгона груза равен нулю (в исходном положении груз 1 расположен на элементе 4), при этом воздействие на грунт создаётся двигателем с нулевой начальной скоростью груза, такой сейсмоисточник относится ко второму типу.

В любом варианте конструкции силовое воздействие груза 1 на элемент 4 гидравлического преобразователя приводит к появлению в жидкости давления $p(t)$, действующего во все стороны. Однако конструкция позволяет элементам двигаться лишь вертикально (имеется лишь

одна степень свободы). Поэтому давление придавливает излучатель 3 к грунту, противодействует движению груза 1 вниз и подбрасывает при- груз 2 вверх.

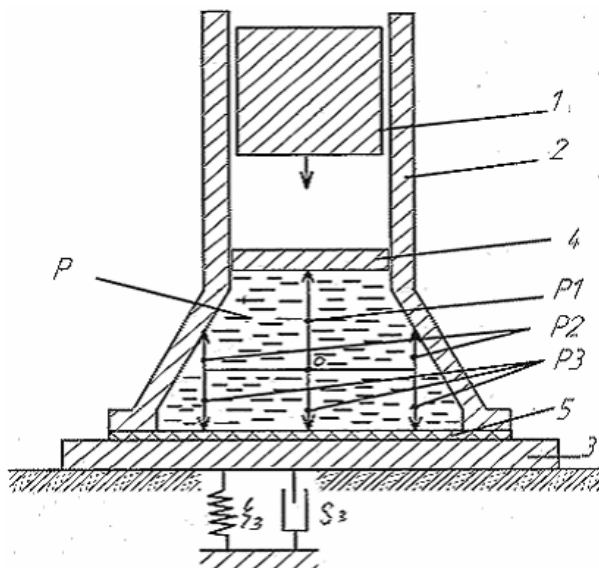


Рис. 3.4. Механическая система сейсмоисточника

Грунт, поверхностные слои которого сжимаются при движении плиты 3 вниз, представляет собой сложную нагрузку, характеризующуюся распределёнными параметрами. Однако в его математическую модель можно ввести эквивалентные сосредоточенные параметры массы, податливости и вязкого трения, которые позволяют, не внося в расчёт грубых ошибок, заменить распределённые параметры сосредоточенными [1], [6]. Эквивалентное значение массы грунта, приводящейся в движение при воздействии на неё усилием сейсмоисточника, может быть добавлено к массе плиты. В результате воздействия сейсмоисточника на грунт (упругую среду – ξ_3, s_3) генерируются затухающие колебания излучателя и сейсмические волны в грунте.

Гидравлический преобразователь в механической цепи сейсмоисточника может быть представлен аналогично рычагу, не имеющему неподвижной точки опоры, из примера в п. 3.2.1 в виде трёх функциональных источников $f_{F_0}, f_{F_B}, f_{F_C}$ силы реакции трёх его опор: на грузе 1

с площадью s_1 воздействия на жидкость, на пригрузе 2 с площадью s_2 и на излучателе 3 с площадью s_3 . Если принять

$$k = s_3/s_1, \quad (3.2)$$

то $f_{Fa}/f_{Fc} = k$, а $f_{Fb}/f_{Fc} = k-1$.

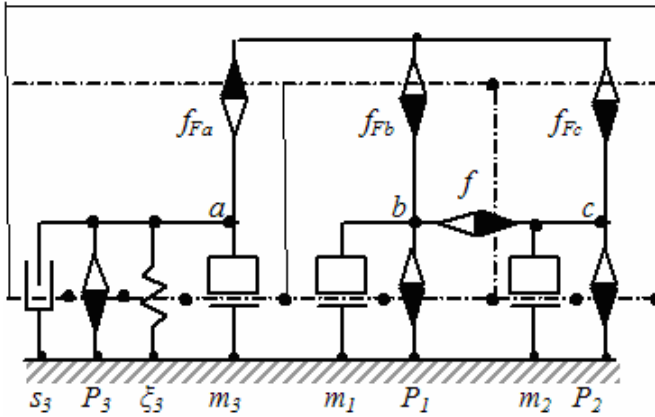


Рис. 3.5. Механическая цепь сейсмоисточника второго типа

Силы веса груза P_1 , пригруза P_2 и излучателя P_3 направлены к системе отсчёта. Источник силы f , развиваемой двигателем сейсмоисточника, воздействует на пригруз с массой m_2 вверх (не согласно с силой веса пригруза — источники обращены к полюсу массы разными полюсами), а на груз-ударник с массой m_1 вниз (согласно с силой его веса — источники обращены к полюсу массы одинаковыми полюсами). Давление в гидравлическом преобразователе воздействует на пригруз и на груз-ударник вверх (не согласно с силами их веса), а на плиту-излучатель с массой m_3 вниз (согласно с силой его веса).

Если сейсмоисточник работает по принципу «падающего груза», то в механической цепи источник силы f отсутствует (разрыв цепи), а последовательно с массой m_1 (между ней и точкой b гидравлического преобразователя) помещается управляемый ключ S , замыкающийся при прохождении падающим под действием силы веса ударником заданного расстояния — x_1 (после набора необходимой скорости). Если ударник должен разогнаться более интенсивно, чем только силой веса, то источник f силы разгоняющего груз привода присутствует в цепи вместе с указанным управляемым ключом (рис. 3.6).

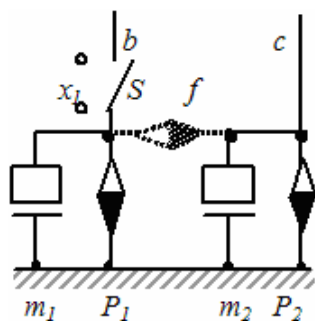


Рис. 3.6. Фрагмент механической цепи сейсмоисточника первого типа (зона ударного взаимодействия элементов)

Электрическая схема – аналог механической цепи сейсмоисточника по аналогии «сила – напряжение» (рис. 3.7) получается дуальным перестроением структуры по показанным на рис. 3.5 тонким и штриховым линиям. Контурный ток, замыкающий по цепи w_1 , w_2 , w_3 , равен нулю, поскольку сумма ЭДС обмоток трансформатора равна нулю. Так как w_3 равно сумме $w_2 + w_1$, то обмотку с числом витков w_3 можно исключить из схемы.

Полученные электрические схемы-аналоги можно при необходимости свести к одноконтурным [17] путём приведения полных сопротивлений в цепях вторичных обмоток трансформатора к первичной обмотке (в качестве первичной можно рассматривать любую из обмоток).

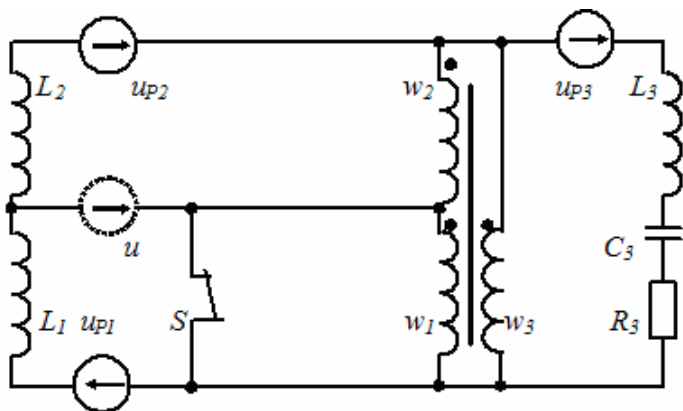


Рис. 3.7. Электрическая схема – аналог механической цепи сейсмоисточника первого типа

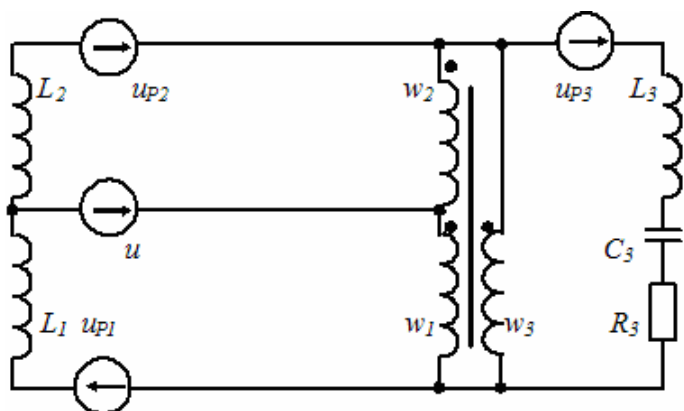


Рис. 3.8. Электрическая схема – аналог механической цепи сейсмоисточника второго типа

3.3. Задание начальных условий

На примере сейсмоисточника рассмотрим особенности задания начальных условий анализа схем-аналогов.

На рис. 3.7 источники u_{p1} , u_{p2} , u_{p3} включены по внешнему контуру согласно и заряжают ёмкость C_3 до суммарного постоянного напряжения. В сейсмоисточнике второго типа, равном сумме $u_{p1} + u_{p2} + u_{p3}$, в этом случае до начала моделирования ключ S разомкнут (или его нет). В сейсмоисточнике первого типа, равном сумме $u_{p2} + u_{p3}$, до начала моделирования ключ S замкнут. В механической цепи согласно соединению источников ЭДС соответствует сложение сил веса элементов (без ключа S – всех трёх, с ключом S – двух), что приводит к начальному сжатию пружины ξ_3 . Если рассматривать не идеальный гидравлический преобразователь, а обладающий конечным значением податливости рабочей жидкости, то в сейсмоисточнике второго типа (п. 3.4.2, рис. 3.12) дополнительная ёмкость C_{II} (податливость ξ_{II}) заряжена до напряжения u_{p1} (груз 1 создаёт в упругой среде гидравлического преобразователя начальное давление).

Следует обратить внимание на ситуацию с начальными значениями токов в схеме-аналоге на рис. 3.7. Некоторые САПР анализа переходных процессов в электрических цепях позволяют производить до начала моделирования переходного процесса расчёт начальных значений

переменных состояния по постоянному току. В этом случае в контуре u_{PI}, L_1, u, S начальный ток будет стремиться к бесконечности. Выходом из такой ситуации может быть отключение режима расчёта начальных значений переменных состояния и их обнуление. А для моделирования необходимой начальной скорости груза-ударника 1 до удара по гидравлическому преобразователю можно использовать, например, результаты расчёта падения его с заданной высоты путём задания величины сопротивления ключа S в замкнутом состоянии и условия выключения его по истечении заданного времени или прохождении грузом 1 заданного расстояния. Также можно без расчёта процесса падения груза задать эту скорость вручную. Например, в Micro-CAP (P-Spice) это возможно с помощью аргумента IC при задании величины индуктивности L_1 :

$$L1\ 2\ 3\ 2,5m\ IC = 2,$$

где 2, 3 – номера узлов; 2,5m – величина индуктивности $(2,5 \times 10^{-3} \text{ Гн} \leftrightarrow \text{кг})$; 2 – начальное значение тока в индуктивности $(\text{А} \leftrightarrow \text{м/с})$.

Лабораторная работа 7 **Составление электромеханических схем замещения** **по методу аналогии**

Цель работы – освоение принципов составления электрических схем замещения электромеханических систем.

Задание. Состыковать электрическую схему замещения электромагнита с электрической схемой-аналогом механической системы.

Объединить в одну схему, например, схему – аналог механической системы сейсмоисточника, приведённую на рис. 3.8, со схемой замещения электромагнита, составленной в лабораторной работе 6, можно с применением в качестве источника напряжения u (рис. 3.8) функционального источника. Величину напряжения этого источника необходимо определить через параметры схемы замещения электромагнита. Для приведённого на рис. 2.7 электромагнита сила притяжения якоря к индуктору может быть определена по формуле Максвелла:

$$F \approx \frac{B_{\delta}^2 S_{\delta}}{2\mu_0},$$

где B_{δ} – индукция магнитного поля в зазоре между якорем и индуктором; μ_0 – магнитная проницаемость воздуха; S_{δ} – площадь полюсов индуктора.

3.4. Электроакустические аналогии

3.4.1. Пример составления электрической схемы – аналога системы вентиляции

Вентиляционный расчёт – это, как правило, расчёт установившегося режима, акустическая цепь в этом случае не содержит реактивных элементов. Распространённый вариант системы охлаждения мощного полупроводникового элемента (тиристора, полупроводникового модуля, процессора и т. д.) приведён на рис. 3.9. Полупроводниковый прибор 1 установлен на алюминиевом или медном радиаторе 2, имеющем большую поверхность за счёт наличия большого количества каналов для прохода воздуха. В случае, когда естественного охлаждения недостаточно, на радиаторе устанавливается вентилятор 3. Вентилятор выбирается по параметрам характеристики $p(q)$ из номенклатуры готовых изделий либо проектируется [18].

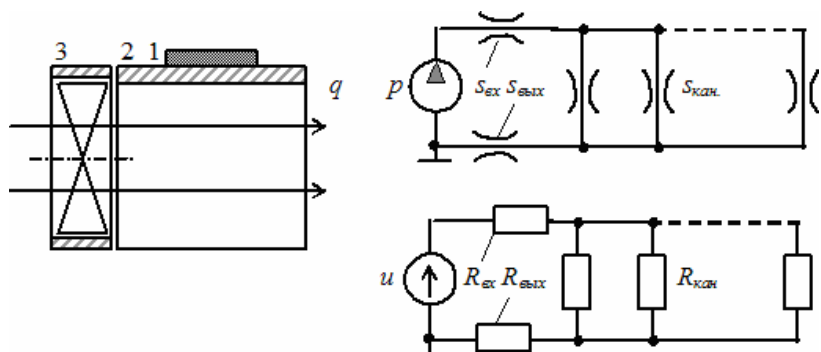


Рис. 3.9. Система охлаждения, её акустическая цепь и электрическая схема-аналог

Акустические сопротивления каналов включаются параллельно друг другу и последовательно – с входным и выходным сопротивлениями. Установка базовой точки может быть произвольной, но удобнее установить в качестве неё один из полюсов источника.

3.4.2. Особенности стыковки акустических и механических систем

Как уже указывалось в этом пособии, акустическая система может выполнять функцию нагрузки электротехнической системы или же

должна анализироваться в ходе вентиляционного расчёта устройства. В обоих случаях имеется взаимозависимость переменных пары систем: акустической и механической, акустической и термодинамической. В подобных случаях приходится использовать подход к исследованию сопряжённых систем и целесообразным является приведение систем различной физической природы к общей форме, например к электрической схеме замещения.

Сначала при построении электрической схемы – аналога акустической системы по физической картине рассматриваемого устройства строится акустическая цепь. Это наиболее сложная часть задачи, требующая хорошего понимания физических процессов и учёта соответствия частоты (скорости) движения рабочей среды (газа, жидкости) по полостям их размерам. Одна и та же полость при различных значениях скорости движения по ней рабочей среды будет моделироваться различными сочетаниями сосредоточенных параметров цепи (п. 2.4.2).

Акустическая цепь преобразуется в электрический аналог простой заменой изображений элементов и их обозначений, так как электрический аналог акустической цепи топологически эквивалентен ей. В последующем это упрощает «стыковку» акустической цепи с электрическим аналогом механической цепи.

Например, в рассмотренном в п. 3.2.2 примере входящий в состав сейсмоисточника гидравлический преобразователь был представлен в механической цепи моделью идеального рычага.

Но в отличие от идеального рычага преобразователь гидравлического типа в сейсмоисточнике заполнен упругой жидкостью (также можно учесть упругость – растяжимость корпуса преобразователя). Если случай простой, её свойства могут быть учтены непосредственно в механической цепи сейсмоисточника (рис. 3.10) податливостью ξ_{Π} и вязким трением s_{Π} , которые могут быть представлены в любой из опор рычага (точек a , b , c), так как силы f_{Fa} , f_{Fb} , f_{Fc} реакции в опорах рычага связаны через коэффициент k передачи гидравлического преобразователя (с их приведением к величине скорости движения этой точки). Кстати, в этом простом случае, как и в рассмотренных ранее частных случаях, имеются неясности: не ясно, как именно соединять элементы ξ_{Π} и s_{Π} – последовательно или параллельно.

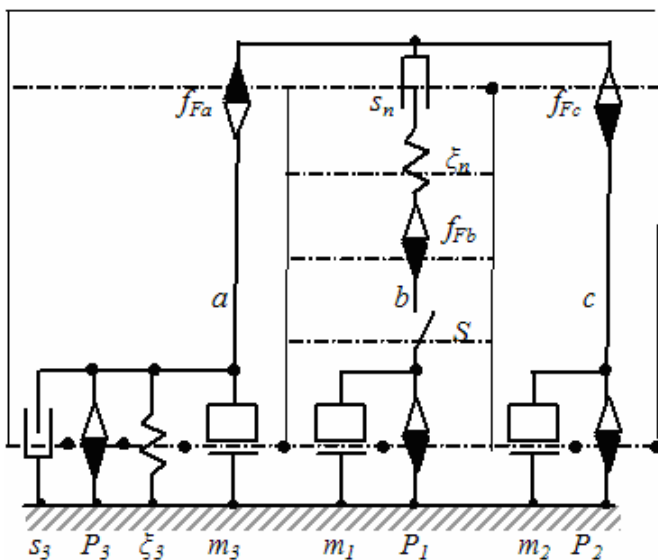


Рис. 3.10. Механическая цепь сейсмоисточника (рис. 3.7) с учётом параметров гидравлического преобразователя

Для устранения неясностей используем акустическую цепь гидравлического преобразователя. Акустические цепи любой из опор рычага одинаковы (рис. 3.11), так как полость гидравлического преобразователя одна и моделируется изотермической акустической податливостью с элементом акустического трения (п. 2.4.2), а давление в гидравлическом преобразователе – это одна переменная (f_{Fb}/s_1 при приведении её к опоре b рычага).

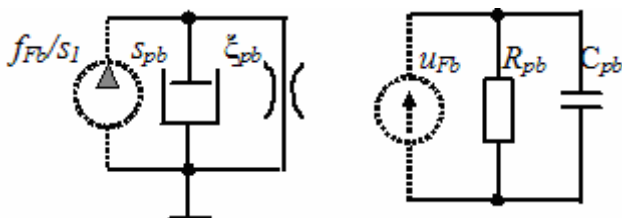


Рис. 3.11. Акустическая цепь гидравлического преобразователя сейсмоисточника, изображённого на рис. 3.4, и её электрический аналог

Далее воспользуемся электроакустической аналогией и «состыкуем» электрическую схему замещения акустической цепи гидравлического

преобразователя с электрической схемой замещения механической цепи, приведённой на рис. 3.7. При «стыковке» в роли масштабирующих коэффициентов выступают соотношения площадей поршней гидравлического преобразователя (3.1), (3.2), поэтому величины параметров R_n и C_n зависят от того, в цепь какой обмотки (какой из опор рычага) их поместили. Источник давления f_{fb}/s_1 масштабируется до величины u_{fb} — напряжения на обмотке w_1 (аналога f_{fb}), при этом параметры пассивных элементов R_{pb} и C_{pb} приводятся через квадрат коэффициента приведения — площади s_1 :

$$R_{nb} = \frac{R_{pb}}{s_1^2}, \quad C_{nb} = \frac{C_{pb}}{s_1^2}.$$

Результирующая схема сейсмоисточника приведена на рис. 3.12.

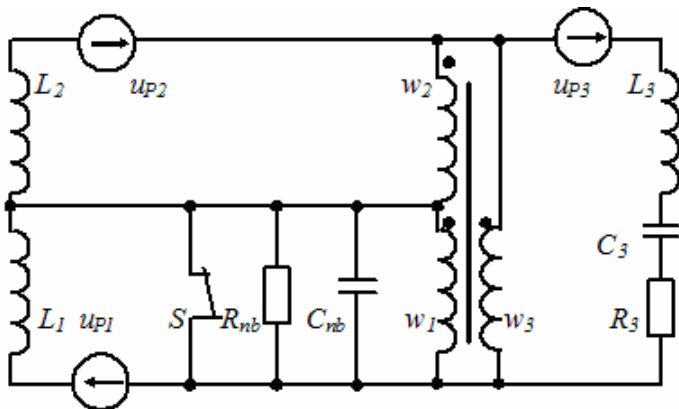


Рис. 3.12. Электрическая схема — аналог механической и акустической (упругого гидравлического преобразователя) систем сейсмоисточника

3.5. Электротермические аналогии

Основная задача тепловых расчётов — определение температуры (перегрева) тех или иных частей разрабатываемого устройства. Этот расчёт, как и вентиляционный, чаще всего является расчётом установившегося режима. Но в случае исследования импульсных устройств или кратковременных режимов работы машин может встретиться задача определения продолжительности нагревания того или иного элемента до предельной для него температуры, то есть необходимость расчёта переходного процесса в тепловой системе. Как для расчёта установив-

шегося режима, так и для расчёта переходного процесса используются тепловые цепи. Но в случае исследования сопряжённых систем удобнее использовать электрический аналог тепловой цепи.

Тепловая цепь, построенная путём отождествления отдельных фрагментов объекта исследования с тем или иным сосредоточенным параметром цепи, может быть преобразована в электрический аналог простой заменой изображений элементов и их обозначений, так как электрический аналог тепловой цепи топологически эквивалентен ей. Однако «стыковка» тепловой цепи с электрическими схемами упрощается, если применить её дуальное перестроение. При этом вместо источников температуры Θ будут использоваться легко определяемые в электрической схеме источники тепловых потерь Q .

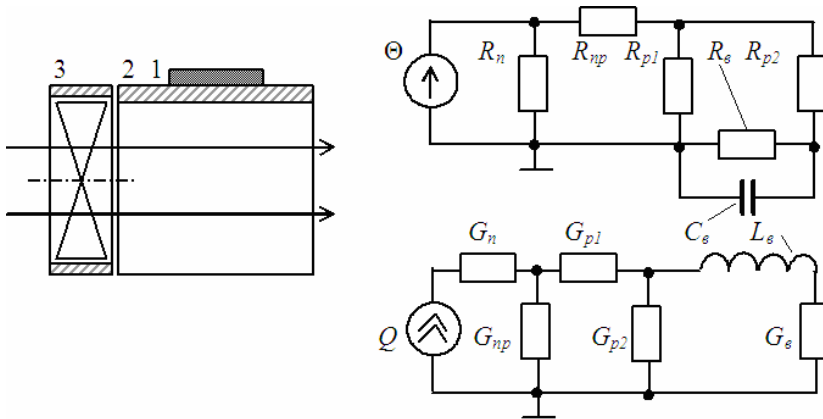


Рис. 3.13. Система охлаждения, её тепловая цепь и электрический аналог

На рис. 3.13 приведена в качестве примера система охлаждения мощного полупроводникового прибора (как на рис. 3.9). Её тепловая цепь может быть представлена источником температуры Θ , теплоёмкостью C_T – охлаждающего потока воздуха и тепловыми сопротивлениями: R_n – корпус полупроводникового прибора – окружающая среда, R_{np} – корпус полупроводникового прибора – радиатор, R_{p1} – радиатор – окружающая среда, R_{p2} – радиатор – охлаждающий поток воздуха, R_s – охлаждающий поток воздуха – окружающая среда. В дуальной ей электрической схеме замещения используется источник Q теплого потока, значение которого может быть определено в электрической части системы по аналогии «тепловой поток – напряжение».

Лабораторная работа 8

Составление схем замещения электротехнических систем с учётом тепловыделения и вентиляции

Цель работы – освоение принципов составления электрических схем замещения систем с учётом тепловыделения и вентиляции.

Задание 1. Состыковать электрическую схему замещения тепловой цепи системы охлаждения мощного полупроводникового прибора (диода, транзистора, тиристора – по заданию преподавателя), приведённую на рис. 3.13, с электрической схемой его использования.

В тепловой цепи источник теплового потока Q – это мощность потерь в полупроводниковом приборе (в Micro-CAP – функция PD (имя элемента)).

Получить зависимость мощности потерь в полупроводниковом приборе от температуры можно на основе анализа его статических характеристик или отыскать эти данные в справочнике.

Так как Micro-CAP не позволяет устанавливать функции в качестве значения параметра модели (например, для необходимого в данном случае изменения параметра T_ABS), то предлагается моделировать указанные потери резистором, включенным последовательно с полупроводниковым прибором, и вычислять значение функции PD() не только для полупроводникового прибора, но и для этого резистора. Сопротивление резистора (параметр VALUE) может быть задано функцией от любых переменных.

Задать сопротивление резистора как функцию температуры полупроводникового прибора, взятой из результатов расчёта схемы замещения тепловой цепи системы охлаждения.

Схема включения полупроводникового прибора должна содержать источник питания, указанный дополнительный резистор, резистивную нагрузку и цепь смещения (в случае исследования транзистора).

Задание 2. Дополнить полученную схему замещения электрической схемой » аналогом системы вентиляции, приведённой на рис. 3.9.

Рассчитать процесс нагревания полупроводникового прибора при различных значениях давления, создаваемого вентилятором. Скорость движения воздуха по каналам радиатора, влияющую на тепловое сопротивление R_{p2} , рассчитывать по формуле

$$v = q / S_{кан},$$

где $S_{\text{кан}}$ – площадь сечения каналов; q – расход воздуха через каналы, полученный из результатов расчёта схемы замещения акустической цепи системы охлаждения.

3.6. Контрольные вопросы

1. Обосновать необходимость дуального перестроения магнитной и механической цепей.
2. Описать последовательность действий при использовании электромагнитной аналогии.
3. Выполнить дуальное перестроение магнитной цепи трансформатора с отличающимся от единицы коэффициентом трансформации.
4. Объяснить правило расстановки направлений токов и напряжений в дуальной магнитной или механической цепи.
5. Описать последовательность действий при использовании электро-механической аналогии по первой и второй системам аналогий и их особенности.
6. Описать процесс моделирования механического идеального рычага (или гидравлического преобразователя).
7. Объяснить правила моделирования соударяющихся масс.
8. Как задать начальные значения усилий сжатых пружин и скоростей движения масс?
9. Описать последовательность действий и их особенности при использовании электроакустической аналогии.
10. Описать последовательность действий и их особенности при использовании электротермической аналогии.

4. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

В ходе практических занятий по дисциплине и самостоятельной внеаудиторной работы (в учебном плане дисциплины предусмотрена курсовая работа) студенты выполняют проектирование и исследование режимов работы заданного преподавателем электротехнического устройства, состоящего из нескольких физических подсистем, подобного рассмотренному далее.

Для исследуемого устройства необходимо разработать электрическую систему питания (схему силовой части и, возможно, по указанию преподавателя – схему системы управления), составить электрические схемы замещения магнитной, механической, тепловой и акустической систем и исследовать в комплексе весь этот набор схем. Выбор программ ЭВМ для исследования остаётся за студентами, рекомендуется же программа Micro-CAP, так как она наиболее удобна для многовариантного анализа сопряжённых систем, который является целью работы, и для решения задач дисциплины вполне достаточно использовать freeware версии (например, Micro-CAP 9 Evaluation/Student).

В качестве примера на рис. 4.1 схематически показана нагревательная индукционная установка, состоящая из индуктора-соленоида 1 и нагреваемой электропроводящей детали 2, помещенной внутри индуктора. В витках обмотки индуктора схемой электропитания 3 (обычно это тиристорный инвертор) создаётся ток высокой частоты. Нагрев детали происходит за счет выделения тепла при протекании по ней индуктированных токов, называемых вихревыми. Вихревые токи возникают из-за того, что деталь находится в переменном магнитном поле, создаваемом обмоткой индуктора соленоида.

Индуктор цилиндрический, поэтому картина магнитного поля установки симметричная в случае симметрично расположенной нагреваемой детали. Однако в задании может быть указана ситуация с несимметричным расположением детали в индукторе – Δl , Δr . Витки обмотки выполняются с отверстиями для прохода охлаждающей жидкости.

Предлагается при построении магнитной цепи индукционной установки разбить картину её магнитного поля на отдельные участки, на которых оно может быть описано сравнительно простыми соотношениями и зависимостями по подобию с рассмотренными в п. 1.3.1 и п. 3.1 примерами.

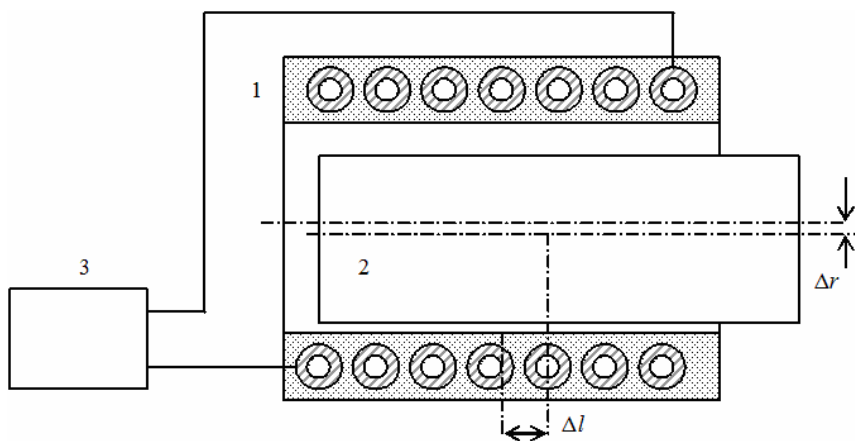


Рис. 4.1. Схема нагревательной индукционной установки

Следует выделить: магнитное сопротивление на пути замыкания магнитного потока рассеяния обмотки индуктора (не пересекающего нагреваемую деталь); магнитные сопротивления на пути замыкания магнитного потока между индуктором и нагреваемой деталью и магнитного потока через нагреваемую деталь по её длине (вдоль силовых линий поля); магнитное сопротивление на пути общего потока на остальной части пространства, то есть вне индуктора.

Далее построить цепь магнитных проводимостей нагревательной индукционной установки и её электрическую схему замещения. Выбор параметров магнитной цепи осуществить с помощью теоретического расчёта с использованием упрощения геометрических форм картины магнитных потоков либо с применением студенческой версии программы Elcut.

Затем необходимо состыковать схему замещения магнитной системы со схемой электропитания – тиристорным инвертором с применением масштабирования параметров элементов (на начальных стадиях разработки возможно применение вместо инвертора встроенных в программу источников тока и напряжения).

Механическая система в нагревательной индукционной установке может анализироваться лишь в случае необходимости разработки устройства подачи длинной детали, синхронизированной с её нагревом.

Установки индукционного нагрева, как правило, содержат систему охлаждения индуктора водой (проводники индуктора представляют собой трубки, через которые проходит под давлением вода, охлаждающаяся во внешнем радиаторе), но для маломощных систем возможен вариант воздушного охлаждения (по заданию преподавателя).

Для определения динамики изменения температуры детали и элементов индуктора необходимо составить электрические схемы замещения тепловой цепи индуктора, включая нагреваемую деталь, и цепи системы охлаждения индуктора – акустической.

Библиографический список

1. Гамбурцев, Г.А. О составлении электромеханических аналогий / Г.А. Гамбурцев // Доклады Академии наук. — 1935. — № 8–9. — С. 303.
2. Харкевич, А.А. Теория электроакустических преобразователей. Волновые процессы / А.А. Харкевич. — М. : Наука, 1973. — Т. 1. — 399 с.
3. Тетельбаум, И.М. Электрическое моделирование динамики электропривода механизмов / И.М. Тетельбаум, Ф.М. Шлыков. — М. : Энергия, 1970. — 191 с.
4. Дружинский, И.А. Механические цепи / И.А. Дружинский. — Л. : Машиностроение, 1977. — 238 с.
5. Римский-Корсаков, А.В. Электроакустика / А.В. Римский-Корсаков. — М. : Связь, 1973. — 272 с.
6. Чичинин, И.С. О методике испытаний невзрывных источников сейсмических сигналов / И.С. Чичинин // Вибрационная сейморазведка на продольных и поперечных волнах : труды СНИИГГИМСа, 1975. — Вып. 219. — С. 118–125.
7. Ивашин, В.В. Энергетика электромагнитного вибратора в автоколебательном режиме / В.В. Ивашин, С.А. Симкин, И.А. Милорадов // Геология и геофизика. — 1978. — № 10. — С. 124–131.
8. Скучик, Е. Простые и сложные колебательные системы / Е. Скучик. — М. : Мир, 1971. — 557 с.
9. Ленк, А. Электромеханические системы / А. Ленк. — М. : Мир, 1978. — 283 с.
10. Koenig, H.E. Electromechanical System Theory / H.E. Koenig, W.A. Blackwell. — New York : McGraw-Hill, 1961. — 188 p.
11. Норенков, И.П. Введение в автоматизированное проектирование технических устройств и систем / И.П. Норенков. — М. : Высш. шк., 1986. — 255 с.
12. Толстов, Ю.Г. Теория электрических цепей / Ю.Г. Толстов, А.А. Теврюков. — М. : Высш. шк., 1971. — 293 с.
13. Лейтес, Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов / Л.В. Лейтес. — М. : Энергия, 1981. — 392 с.
14. Tuinenga, P.W. SPICE: A guide to circuit simulation using PSPICE / P.W. Tuinenga. — Prentice Hall, 1988. — 200 p.

15. Разевиг, В.Д. Применение программ P-CAD и PSpice для схемотехнического моделирования на ПЭВМ : в 4 кн. / В.Д. Разевиг. – М. : Радио и связь, 1992. – Кн. 2. – 72 с.
16. Бахарев, Н.П. Решение инженерных задач на основе межпредметных аналогий : учеб.-метод. пособие / Н.П. Бахарев. – Тольятти : ТГУ, 2005. – 57 с.
17. Ивашин, В.В. Электромеханические аналогии : учеб. пособие / В.В. Ивашин. – Куйбышев : КуАИ, 1983. – 70 с.
18. Копылов, И.П. Проектирование электрических машин : учеб. пособие для вузов/ И.П. Копылов [и др.]. – М. : Энергия, 1980. – 494 с.
19. Севернс, Р. Импульсные преобразователи постоянного напряжения для систем вторичного электропитания / Р. Севернс, Г. Блум. – М. : Энергоатомиздат, 1988. – 294 с.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| Введение..... | 3 |
| 1. ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ..... | 7 |
| 1.1. Классификация математических моделей..... | 8 |
| 1.2. Понятие аналогии..... | 10 |
| 1.3. Понятие дуальности цепей..... | 16 |
| 1.4. Контрольные вопросы..... | 22 |
| 2. АНАЛИЗ ОБЩНОСТИ И ОСОБЕННОСТЕЙ ЦЕПЕЙ, МОДЕЛИРУЮЩИХ ОБЪЕКТЫ РАЗЛИЧНОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ПРИРОДЫ..... | 23 |
| 2.1. Электрические схемы..... | 24 |
| 2.2. Магнитные цепи..... | 32 |
| 2.3. Механические цепи..... | 36 |
| 2.4. Акустические цепи..... | 45 |
| 2.5. Тепловые (термодинамические) цепи..... | 52 |
| 2.6. Аналогия переменных в рассмотренных физических средах..... | 56 |
| 2.7. Контрольные вопросы..... | 57 |
| 3. СОСТАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ-АНАЛОГОВ..... | 59 |
| 3.1. Электромагнитные аналогии..... | 59 |
| 3.2. Электромеханические аналогии..... | 62 |
| 3.3. Задание начальных условий..... | 72 |
| 3.4. Электроакустические аналогии..... | 74 |
| 3.5. Электротермические аналогии..... | 77 |
| 3.6. Контрольные вопросы..... | 80 |
| 4. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ПО ДИСЦИПЛИНЕ | 81 |
| Библиографический список..... | 84 |

Учебное издание

Владимир Павлович *ПЕВЧЕВ*

СОСТАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ
ЗАМЕЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
НА ОСНОВЕ МЕТОДА АНАЛОГИЙ

Учебное пособие

Редактор *Т.Д. Савенкова*

Технический редактор *З.М. Малявина*

Компьютерная вёрстка: *Л.В. Сызганцева*

Дизайн обложки: *Г.В. Карасёва*

Подписано в печать 10.02.2010. Формат 60×84/16.

Печать оперативная. Усл. п. л. 5,4. Уч.-изд. л. 5,1.

Тираж 40 экз. Заказ № 1-40-09.

Тольяттинский государственный университет

445667, г. Тольятти, ул. Белорусская, 14