

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тольяттинский государственный университет»

Б1.В.ДВ.02.01  
(индекс дисциплины)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Методы оптимизации**

(наименование дисциплины)

по направлению подготовки  
01.04.02 Прикладная математика и информатика

направленность (профиль)  
Математическое моделирование

Форма обучения: очная

Год набора: 2019

Общая трудоемкость: 4 ЗЕ

**Распределение часов дисциплины по семестрам**

Семестр	3	Итого
Форма контроля	Зачет	
Вид занятий		
Лекции	18	18
Лабораторные		
Практические	34	34
Руководство: курсовые работы (проекты) / РГР		
Промежуточная аттестация	0,25	0,25
Контактная работа	52,25	52,25
Самостоятельная работа	91,75	91,75
Контроль		
<b>Итого</b>	<b>144</b>	<b>144</b>

Рабочую программу составил(и):  
Доцент кафедры «Прикладная математика и информатика», к. ф.-м. н., Лелонд О.В.

---

*(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)*

---

*(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)*

Рецензирование рабочей программы дисциплины:



Отсутствует



Рецензент

---

*(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)*

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО и учебного плана  
направления подготовки

01.04.02 Прикладная математика и информатика

---

*(код и наименование направления подготовки, специальности в соответствии с ФГОС ВПО)*

Срок действия программы дисциплины до «31» августа 2021 г.

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры «Прикладная математика и информатика»

---

(протокол заседания № 1 от «30» августа 2018г.).

### 1. Цель освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – формирование у студентов представлений об основных методах оптимизации.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплины и практики, на освоении которых базируется данная дисциплина: Непрерывные математические модели, Избранные вопросы математического моделирования.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее: Научно-исследовательская работа, Преддипломная практика.

### 3. Планируемые результаты обучения

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	ИУК-6.1 Знает характеристики и механизмы процессов саморазвития и само реализации личности, приоритеты профессионального роста и способы совершенствования собственной деятельности, инструменты непрерывного образования с учетом накопленного опыта профессиональной деятельности и динамично изменяющихся требований рынка труда ИУК-6.2 Умеет реализовывать личностные способности, творческий потенциал в различных видах деятельности и социальных общностях, оценивать свои ресурсы и их пределы (личностные, ситуативные, временные), оптимально их использует для успешного выполнения порученного	Знать: основные понятия и методы безусловной и условной оптимизации
		Уметь: применять на практике методы безусловной и условной оптимизации
		Владеть: навыками использования математического аппарата при решении оптимизационных задач

<b>Формируемые и контролируемые компетенции</b> (код и наименование)	<b>Индикаторы достижения компетенций</b> (код и наименование)	<b>Планируемые результаты обучения</b>
	<p>задания, определять приоритеты профессионального роста и способы совершенствования собственной деятельности на основе самооценки по выбранным критериям, выстраивать гибкую профессиональную траекторию, используя инструменты непрерывного образования с учетом накопленного опыта профессиональной деятельности и динамично изменяющихся требований рынка труда</p> <p>ИУК-6.3 Владеет методами и приемами саморазвития и самореализации в профессиональной и других сферах деятельности</p>	
ПК-1 Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	ПК-1.1 Знает основные подходы к построению непрерывных и дискретных математических моделей в различных областях знаний ПК-1.2 Умеет строить и анализировать математические модели различных явлений и процессов и выполнять на их основе научные исследования в различных областях деятельности	Знать: основные принципы математического моделирования
		Уметь: применять на практике методы математического моделирования
		Владеть: навыками построения и исследования математических моделей
ПК-2 Способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты	ИПК-2.1 Знает основные подходы к построению непрерывных и дискретных математических моделей в	Знать: основные принципы математического моделирования

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
самостоятельно и в составе научного коллектива	различных областях знаний ИПК-2.2 Умеет строить и анализировать математические модели различных явлений и процессов и выполнять на их основе научные исследования в различных областях деятельности	Уметь: применять на практике методы математического моделирования
		Владеть: навыками построения и исследования математических моделей

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Модуль 1. Постановка задачи оптимизации. Методы минимизации функций одной переменной.	Лек	Задачи условной и безусловной оптимизации. Классификация оптимизационных задач.	3	2	-	-	Индивидуальное домашнее задание, коллоквиум, зачет
	Пр	Решение оптимизационных задач точными аналитическими и геометрическими методами.		4	-	-	
	Лек	Численные методы минимизации функций одной переменной.		2			
	Пр	Численные методы минимизации функций одной переменной.		6			
	СР	Изучение лекционного материала и учебной литературы, выполнение индивидуального домашнего задания, подготовка к коллоквиуму.		20	-	-	
Модуль 2. Методы минимизации функций нескольких переменных	Лек	Элементы выпуклого анализа.	3	2	-	-	Индивидуальное домашнее задание, коллоквиум, зачет
	Пр	Выпуклые множества и выпуклые функции.		2	-	-	
	Лек	Градиентный метод. Метод Ньютона и его модификации.		2	-	-	
	Пр	Решение оптимизационных задач градиентным методом.		2	-	-	
	Пр	Решение оптимизационных задач методом Ньютона и квазиньютоновскими методами.		2	-	-	
	Лек	Методы сопряжённых направлений.		2	-	-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Пр	Решение оптимизационных задач методами сопряженных направлений.		4	-	-	
	Лек	Эвристические методы нулевого порядка.		2	-	-	
	Пр	Решение оптимизационных задач эвристическими методами нулевого порядка.		4	-	-	
	Лек	Методы проекции градиента и условного градиента.		2	-	-	
	Пр	Решение оптимизационных задач методами проекции градиента и условного градиента.		4	-	-	
	Лек	Метод штрафных функций.		2	-	-	
	Пр	Решение оптимизационных задач методом штрафных функций.		2	-	-	
	Лек	Методы решения целочисленных задач линейного программирования.		2	-	-	
	Пр	Решение целочисленных задач линейного программирования методами Гомори и ветвей и границ.		4	-	-	
	СР	Изучение лекционного материала и учебной литературы, выполнение индивидуального домашнего задания, подготовка к коллоквиуму.		71,75	-	-	
	ПА		3	0,25	-	-	
<b>Итого:</b>				<b>144</b>	<b>-</b>		

## **5. Образовательные технологии**

Технология традиционного обучения: лекции 1-9, практические занятия 1-17.

## **6. Методические указания по освоению дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины необходимы посещение студентами лекционных и практических занятий, самостоятельная работа студентов с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение индивидуального домашнего задания и всех предусмотренных в семестре контрольных работ.

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет.

В ходе лекционных занятий полезно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Студент может дополнить список предложенной литературы современными источниками, не представленными в списке, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых и выпускных квалификационных работ.

Студентам следует

- при подготовке к практическим занятиям обязательно использовать не только лекции, учебную литературу, но и другие источники;
- в начале занятий задавать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и использовании при решении задач, предложенных для самостоятельного решения;
- на занятиях доводить каждую задачу до окончательного ответа, демонстрировать понимание проведенных расчетов (рассуждений), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что решение задач проводится по рассмотренному на лекциях материалу и связано, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться студентом на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и в процессе решения задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (что очень важно) для активной проработки лекционного материала.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений (рассуждений, преобразований) составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение задач следует излагать подробно, вычисления (рассуждения, преобразования) располагать в строгом порядке. Решение при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Полезно (если это возможно) решать задачу несколькими способами и сравнивать полученные результаты. Решение задач определённого типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Подготовка к зачету способствует закреплению, углублению и систематизации знаний, получаемых в процессе обучения. Готовясь к зачету, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, упорядочивает свои знания. На зачете студент демонстрирует как теоретические знания, приобретённые в процессе обучения по данной учебной дисциплине, так и навыки их практического использования при решении задач.

Необходимо ориентировать студентов на систематическую подготовку к занятиям в течение семестра, поскольку это позволит освоить основы изучаемой дисциплины, а время сессии можно будет использовать для систематизации уже имеющихся знаний.



## 7. Оценочные средства

### 7.1. Паспорт оценочных средств

Семестр	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
3	УК-6	Вопросы к зачету №1-50 Вопросы к коллоквиуму №1-40 Индивидуальное домашнее задание
3	ПК-1	Вопросы к зачету №1-50 Вопросы к коллоквиуму №1-40 Индивидуальное домашнее задание
3	ПК-2	Вопросы к зачету №1-50 Вопросы к коллоквиуму №1-40 Индивидуальное домашнее задание

### 7.2. Типовые задания или иные материалы, необходимые для текущего контроля

#### 7.2.1. Индивидуальное домашнее задание по курсу «Методы оптимизации» (наименование оценочного средства)

##### Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

##### Вариант 1

Задание 1. Решить графически.

$$F = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ x_1 + 2x_2 \leq 10 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Задание 2. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = 2x_1 + 3x_2$$

при ограничениях

$$x_1^2 + x_2^2 \leq 16,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 3. Дана задача с нелинейной целевой функцией и линейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 4)^2$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 \leq -20, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 30, \\ x_{1,2} \geq 0. \end{cases}$$

Задание 4. Дана задача с нелинейной функцией и нелинейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 + 1)^2 + (x_2 - 1)^2$$

при ограничениях

$$x_1 x_2 \leq 4,$$

$$x_1 \leq 6,$$

$$x_2 \leq 5,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 5. Дана задача нелинейного программирования

$$L = x_1 x_2$$

при ограничении

$$x_1 + x_2 = 1.$$

Найти условные экстремумы с использованием метода множителей Лагранжа.

Задание 6. Установить, являются ли выпуклым множеством  $U$ .

$$U = \{(x_1, x_2) \mid 2x_1 + x_2 \leq 2, 2x_1 - x_2 \geq -2, x_2 \geq 0\}.$$

Задание 7. Убедиться в выпуклости функции  $f(x)$  во всем пространстве  $R_n$ .

$$f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 + 6x_1 - x_2 - 2.$$

Задание 8. Указать непустое открытое множество  $U$ , на котором функция  $f(x)$  является выпуклой.

$$f(x) = \frac{x_1^2}{x_2}.$$

Задание 9. Решить задачу минимизации методом сопряженных градиентов.

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 10x_1 - 15x_2 \rightarrow \min.$$

Задание 10. Провести 5 итераций метода вращения системы координат для решения задачи

$$f(x) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_1 + x_2 - 5)^2 \rightarrow \min.$$

Взять  $\lambda = 1/2, \mu = 3, x^0 = (2; 1)$ .

Задание 11. Используя простейший алгоритм метода штрафов, решить задачу

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \min,$$

$$x_1 + 1 \leq 0,$$

выбрав в качестве функции штрафа квадратичную функцию.

Задание 12. Решить задачу целочисленного линейного программирования

$$F = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 13 \\ x_1 - x_2 \leq 6 \\ -3x_1 + x_2 \leq 9 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1, x_2 \in Z.$$

Задание 13. Реализовать 5 шагов алгоритма метода наискорейшего спуска для нахождения минимума функции  $z = 3x^2 - 5xy + 4y^2 - 7x + 5y$ . В качестве начальной точки взять точку  $(2; 0,5)$ .

## Вариант 2

Задание 1. Решить графически

$$F = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 4 \leq 0 \\ 3x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 - 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Задание 2. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = x_1 + 2x_2$$

при ограничениях

$$x_1^2 + x_2^2 \leq 36,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 3. Дана задача с нелинейной целевой функцией и линейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 2)^2$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 20, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_{1,2} \geq 0. \end{cases}$$

Задание 4. Дана задача с нелинейной функцией и нелинейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 - 2)^2 + (x_2 + 1)^2$$

при ограничениях

$$x_1 x_2 \leq 5,$$

$$x_1 \leq 5,$$

$$x_2 \leq 6,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 5. Дана задача нелинейного программирования

$$L = 4 x_1 x_2$$

при ограничении

$$2x_1 + 3x_2 = 4.$$

Найти условные экстремумы с использованием метода множителей Лагранжа.

Задание 6. Установить, являются ли выпуклым множеством  $U$ .

$$U = \{(x_1, x_2) \mid x_1 x_2 > 1, x_1 > 0\}.$$

Задание 7. Убедиться в выпуклости функции  $f(x)$  во всем пространстве  $R_n$ .

$$f(x_1, x_2) = \sqrt{1 + x_1^2 + x_2^2}.$$

Задание 8. Указать непустое открытое множество  $U$ , на котором функция  $f(x)$  является выпуклой.

$$f(x) = \sin(x_1 + x_2).$$

Задание 9. Решить задачу минимизации методом сопряжённых градиентов.

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 20x_1 - 30x_2 \rightarrow \min.$$

Задание 10. Провести 5 итераций метода вращения системы координат для решения задачи

$$f(x) = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_1 + x_2 - 5)^2 \rightarrow \min.$$

Взять  $\lambda = 1/2, \mu = 3, x^0 = (4; 2).$

Задание 11. Используя простейший алгоритм метода штрафов, решить задачу

$$f(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \min,$$

$$x_1^2 - x_2 \leq 0, x_1 \geq 0,$$

выбрав в качестве функции штрафа логарифмическую функцию.

Задание 12. Решить задачу целочисленного линейного программирования

$$F = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 14x_2 \leq 78 \\ 5x_1 - 6x_2 \leq 26 \\ x_1 + 4x_2 \geq 25 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1, x_2 \in \mathbb{Z}.$$

Задание 13. Реализовать 5 шагов алгоритма метода наискорейшего спуска для нахождения максимума функции  $z = -x^2/2 + 5x + xy - y^2$ . В качестве начальной точки взять точку (8; 4).

### Вариант 3

Задание 1. Решить графически

$$F = x_1 + 6x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ 2x_1 + x_2 \geq 12 \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 3 \end{cases}$$

Задание 2. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = -x_1 - 2x_2$$

при ограничениях

$$x_1^2 + x_2^2 \leq 25,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 3. Дана задача с нелинейной целевой функцией и линейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 \leq -20, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 30, \\ x_{1,2} \geq 0. \end{cases}$$

Задание 4. Дана задача с нелинейной функцией и нелинейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 + 1)^2 + (x_2 - 2)^2$$

при ограничениях

$$x_1 x_2 \leq 6,$$

$$x_1 \leq 4,$$

$$x_2 \leq 5,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 5. Дана задача нелинейного программирования

$$L = x_1 x_2$$

при ограничении

$$3x_1 + x_2 = 2.$$

Найти условные экстремумы с использованием метода множителей Лагранжа.

Задание 6. Установить, являются ли выпуклым множество  $U$ .

$$U = \{(x_1, x_2) \mid x_2 \geq x_1^2\}.$$

Задание 7. Убедиться в выпуклости функции  $f(x)$  во всем пространстве  $R_n$ .

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - \cos \frac{x_1 - x_2}{2}.$$

Задание 8. Указать непустое открытое множество  $U$ , на котором функция  $f(x)$  является выпуклой.

$$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - \sin(x_1 - x_2).$$

Задание 9. Решить задачу минимизации методом сопряжённых градиентов.

$$f(x) = (x_1 - 16)^2 + (x_2 - 9)^2 \rightarrow \min.$$

Задание 10. Провести 5 итераций метода вращения системы координат для решения задачи

$$f(x) = (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_1 + x_2 - 9)^2 \rightarrow \min.$$

Взять  $\lambda = 1/2, \mu = 3, x^0 = (7; 1)$ .

Задание 11. Используя простейший алгоритм метода штрафов, решить задачу

$$f(x) = x^2 - 10x \rightarrow \min,$$

$$x - 1 \leq 0,$$

выбрав в качестве функции штрафа квадратичную функцию.

Задание 12. Решить задачу целочисленного линейного программирования

$$F = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 \geq 24 \\ -3x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ -x_1 + 3x_2 \geq 3 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1, x_2 \in \mathbb{Z}.$$

Задание 13. Реализовать 5 шагов алгоритма метода наискорейшего спуска для нахождения минимума функции  $z = 9x^2 - 7xy + 10y^2 - 5x - 4y$ . В качестве начальной точки взять точку  $(1; 1)$ .

#### Вариант 4

Задание 1. Решить графически

$$F = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 0 \\ 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ 0 \leq x_1 \leq 2 \\ 0 \leq x_2 \leq 8 \end{cases}$$

Задание 2. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = 2x_1 + x_2$$

при ограничениях

$$x_1^2 + x_2^2 \leq 4,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 3. Дана задача с нелинейной целевой функцией и линейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 20, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_{1,2} \geq 0. \end{cases}$$

Задание 4. Дана задача с нелинейной функцией и нелинейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$$

при ограничениях

$$x_1 x_2 \leq 3,$$

$$x_1 \leq 5,$$

$$x_2 \leq 4,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 5. Дана задача нелинейного программирования

$$L = 9x_1 x_2$$

при ограничении

$$2x_1 + x_2 = 3.$$

Найти условные экстремумы с использованием метода множителей Лагранжа.

Задание 6. Установить, являются ли выпуклым множество  $U$ .

$$U = \{(x_1, x_2) \mid x_1 x_2 < 1, x_1 > 0, x_2 > 0\}.$$

Задание 7. Убедиться в выпуклости функции  $f(x)$  во всем пространстве  $R_n$ .

$$f(x_1, x_2) = x_1^4 + x_2^4 + x_1^2 + x_2^2 + x_1^2 x_2^2.$$

Задание 8. Указать непустое открытое множество  $U$ , на котором функция  $f(x)$  является выпуклой.

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{x_1 + x_2}.$$

Задание 9. Решить задачу минимизации методом сопряжённых градиентов.

$$x_1^2 + x_2^2 - 10x_1 - 20x_2 \rightarrow \min.$$

Задание 10. Провести 5 итераций метода вращения системы координат для решения задачи

$$f(x) = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 3)^2 + (x_1 + x_2 - 7)^2 \rightarrow \min.$$

Взять  $\lambda = 1/2, \mu = 3, x^0 = (6; 3).$

Задание 11. Используя простейший алгоритм метода штрафов, решить задачу

$$f(x) = x_1^3 - 6x_1^2 + 11x_1 + x_3 \rightarrow \min,$$

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 \leq 0, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \geq 4, x_3 \leq 5, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$$

выбрав в качестве функции штрафа квадратичную функцию.

Задание 12. Решить задачу целочисленного линейного программирования

$$F = 6x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \geq 9 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 50 \\ -x_1 + 4x_2 \geq 18 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1, x_2 \in \mathbb{Z}.$$

Задание 13. Реализовать алгоритм метода дихотомии для поиска минимума функции  $y = x^4 - x^3$  на отрезке  $[-1; 2]$ . Взять  $N = 4, \delta = 0,001$ .

### Вариант 5

Задание 1. Решить графически

$$F = 2x_1 - 6x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ -x_1 + 2x_2 \geq -4 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Задание 2. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = -3x_1 - x_2$$

при ограничениях

$$x_1^2 + x_2^2 \leq 9,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 3. Дана задача с нелинейной целевой функцией и линейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 4)^2$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 \leq 24, \\ 4x_1 + 7x_2 \leq 28, \\ x_{1,2} \geq 0. \end{cases}$$

Задание 4. Дана задача с нелинейной функцией и нелинейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 + 2)^2 + (x_2 + 2)^2$$

при ограничениях

$$x_1 x_2 \leq 2,$$

$$x_1 \leq 3,$$

$$x_2 \leq 6,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 5. Дана задача нелинейного программирования

$$L = x_1 x_2$$

при ограничении

$$-x_1 + 3x_2 = 2.$$

Найти условные экстремумы с использованием метода множителей Лагранжа.

Задание 6. Установить, являются ли выпуклым множество  $U$ .

$$U = \{(x_1, x_2) \mid x_1 - x_2 \leq 2, x_1^2 + x_2^2 \leq 4\}.$$

Задание 7. Убедиться в выпуклости функции  $f(x)$  во всем пространстве  $\mathbb{R}_n$ .

$$f(x_1, x_2, x_3) = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}.$$

Задание 8. Указать непустое открытое множество  $U$ , на котором функция  $f(x)$  является выпуклой.

$$f(x) = 5 + 3 \frac{x_1^2}{x_2}$$

Задание 9. Решить задачу минимизации методом сопряжённых градиентов.

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 10x_1 - 8x_2 \rightarrow \min.$$

Задание 10. Провести 5 итераций метода вращения системы координат для решения задачи

$$f(x) = (x_1 - 8)^2 + (x_2 - 3)^2 + (x_1 + x_2 - 9)^2 \rightarrow \min.$$

Взять  $\lambda = 1/2, \mu = 3, x^0 = (7; 3)$ .

Задание 11. Используя простейший алгоритм метода штрафов, решить задачу

$$f(x) = x_1^2 - 2x_1 - x_2 \rightarrow \min,$$

$$2x_1 + 3x_2 - 6 \leq 0$$

$$2x_1 + x_2 - 4 \leq 0.$$

выбрав в качестве функции штрафа квадратичную функцию.

Задание 12. Решить задачу целочисленного линейного программирования

$$F = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 \leq 5, x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1, x_2 \in \mathbb{Z}.$$

Задание 13. Реализовать алгоритм метода перебора для поиска минимума функции  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  на отрезке  $[0; 2]$ . Взять  $N = 4$ .

### Краткое описание и регламент выполнения

Индивидуальное домашнее задание сдается преподавателю в конце семестра на зачетной неделе.

### Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если правильно выполнено не менее 70% задания;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если правильно выполнено менее 70% задания.

### **7.2.2. Коллоквиум по теме «Методы одномерной минимизации. Элементы выпуклого анализа. Методы градиента, Ньютона, сопряженных направлений»**

*(наименование оценочного средства)*

#### Примерные вопросы к коллоквиуму

1. Постановка задачи оптимизации. Глобальные и локальные решения.
2. Задача безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия оптимальности.
3. Задача условной оптимизации. Её геометрическая интерпретация в двумерном случае.
4. Классическая задача на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
5. Понятия выпуклого множества и выпуклой функции.



6. Выпуклые задачи оптимизации, их свойства.
7. Задачи математического программирования.
8. Задачи выпуклого программирования.
9. Задачи линейного программирования.
10. Задачи квадратичного программирования.
11. Задачи дискретной оптимизации.
12. Алгоритм пассивного поиска минимума унимодальной функции.
13. Поиск минимума унимодальной функции методом дихотомии.
14. Метод Фибоначчи поиска минимума унимодальной функции.
15. Метод золотого сечения поиска минимума унимодальной функции.
16. Метод парабол поиска минимума унимодальной функции.
17. Метод кубической интерполяции поиска минимума унимодальной функции.
18. Метод перебора поиска глобального минимума функции, удовлетворяющей условию Липшица.
19. Метод ломаных поиска глобального минимума функции, удовлетворяющей условию Липшица.
20. Конусы, выпуклые конусы, аффинные множества.
21. Комбинации точек и оболочки множеств.
22. Замыкание и относительная внутренность выпуклого множества.
23. Свойства неограниченных выпуклых множеств.
24. Проекция точки на множество, свойства проекций.
25. Теоремы отделимости.
26. Крайние точки выпуклого множества. Восстановление выпуклого компакта по его крайним точкам.
27. Сопряжённые множества.
28. Строго выпуклые и сильно выпуклые функции.
29. Внутренние операции в классе выпуклых функций.
30. Дифференциальные критерии выпуклости функций.
31. Необходимое условие оптимальности в задаче минимизации в терминах направлений.
32. Дифференциальное условие оптимальности в задаче минимизации на выпуклом множестве.
33. Градиентный метод. Сходимость в случае невыпуклой минимизируемой функции.
34. Сходимость и оценка скорости сходимости градиентного метода в случае сильно выпуклой минимизируемой функции.
35. Метод Ньютона. Сходимость метода и оценка скорости сходимости.
36. Метод Ньютона с регулировкой шага.
37. Квазиньютоновские методы.
38. Понятие сопряжённых направлений и их свойства.
39. Метод сопряжённых направлений нулевого порядка.
40. Метод сопряжённых градиентов.

### **Краткое описание и регламент выполнения**

Коллоквиум проводится в устной форме после изучения темы «Методы сопряженных направлений».

### **Критерии оценки:**

- оценка «отлично» выставляется студенту, если студент даёт развёрнутый ответ на основной вопрос, грамотно излагает материал, верно отвечает на дополнительные вопросы;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент даёт развёрнутый ответ на основной вопрос, грамотно излагает материал, но допускает при ответе незначительные ошибки; при этом он верно отвечает на большинство дополнительных вопросов;

- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если студент при ответе демонстрирует знание лишь необходимых основ учебного материала;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки при ответе на вопросы.

### 7.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

#### 7.3.1. Вопросы к промежуточной аттестации

##### Семестр 3

№ п/п	Вопросы к зачету
1	Постановка задачи оптимизации. Глобальные и локальные решения.
2	Задача безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия оптимальности..
3	Задача условной оптимизации. Её геометрическая интерпретация в двумерном случае
4	Классическая задача на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
5	Понятия выпуклого множества и выпуклой функции.
6	Выпуклые задачи оптимизации, их свойства.
7	Задачи математического программирования.
8	Задачи выпуклого программирования.
9	Задачи линейного программирования.
10	Задачи квадратичного программирования.
11	Задачи дискретной оптимизации.
12	Алгоритм пассивного поиска минимума унимодальной функции.
13	Поиск минимума унимодальной функции методом дихотомии.
14	Числа Фибоначчи. Метод Фибоначчи поиска минимума унимодальной функции.
15	Метод золотого сечения поиска минимума унимодальной функции.
16	Метод парабол поиска минимума унимодальной функции.
17	Метод кубической интерполяции поиска минимума унимодальной функции.
18	Метод перебора поиска глобального минимума функции, удовлетворяющей условию Липшица.
19	Метод ломаных поиска глобального минимума функции, удовлетворяющей условию Липшица.
20	Конусы и выпуклые конусы. Аффинные множества.
21	Комбинации точек и оболочки множеств.
22	Замыкание и относительная внутренность выпуклого множества.
23	Свойства неограниченных выпуклых множеств.
24	Проекция точки на множество, свойства проекций.
25	Теоремы отделимости.
26	Крайние точки выпуклого множества.
27	Восстановление выпуклого компакта по его крайним точкам.
28	Сопряжённые множества.
29	Строго и сильно выпуклые функции.
30	Внутренние операции в классе выпуклых функций.
31	Дифференциальные критерии выпуклости функций.
32	Необходимое условие оптимальности в задаче минимизации в терминах

	направлений.
33	Дифференциальное условие оптимальности в задаче минимизации на выпуклом множестве.
34	Градиентный метод. Сходимость в случае невыпуклой минимизируемой функции.
35	Сходимость и оценка скорости сходимости градиентного метода в случае сильно выпуклой минимизируемой функции.
36	Метод Ньютона. Сходимость метода и оценка скорости сходимости. Метод Ньютона с регулировкой шага.
37	Квазиньютоновские методы.
38	Понятие сопряжённых направлений и их свойства.
39	Метод сопряжённых направлений нулевого порядка.
40	Метод сопряжённых градиентов.
41	Метод вращения системы координат.
42	Симплексный метод решения задачи безусловной оптимизации.
43	Метод проекции градиента. Условия сходимости метода проекции градиента.
44	Метод условного градиента. Условия сходимости метода условного градиента.
45	Метод штрафных функций. Условия сходимости метода штрафных функций. Условие $\rho$ – регулярности задачи математического программирования.
46	Оценки скорости сходимости метода штрафных функций.
47	Простейший алгоритм метода штрафов.
48	Непрерывный алгоритм метода штрафов.
49	Метод Гомори решения целочисленной задачи линейного программирования.
50	Метод ветвей и границ решения целочисленной задачи линейного программирования.

### 7.3.2. Критерии и нормы оценки

Семестр	Форма проведения промежуточной аттестации	Критерии и нормы оценки	
3	Зачет (письменно)	«зачтено»	1)Оценка «зачтено» по результатам работы в семестре («автоматом») ставится в случае успешного выполнения индивидуального домашнего задания и сдачи коллоквиума, если студент активно работал на практических занятиях в течение семестра и продемонстрировал знание материала по всем изучаемым разделам дисциплины. 2)В процессе проведения зачёта оценка «зачтено» ставится студенту, успешно справившемуся с индивидуальным домашним заданием и сдавшему коллоквиум, при условии, что он верно решил все предложенные ему на зачёте задачи.
		«не зачтено»	Оценка «не зачтено» ставится студенту в случае невыполнения условий пунктов 1) и 2).

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 8.1. Обязательная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец	Основы методов оптимизации	Учебное пособие	2016	ЭБС «Лань»
2	А. В. Пантелеев, Т. А. Летова	Методы оптимизации в примерах и задачах	Учебное пособие	2015	ЭБС «Лань»

### 8.2. Дополнительная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
3	В. В. Колбин	Специальные методы оптимизации	Учебное пособие	2014	ЭБС «Лань»
4	А. В. Аттетков, В. С. Зарубин, А. Н. Канатников	Методы оптимизации	Учебное пособие	2013	ЭБС "ZNANIUM.COM"
5	Е. А. Кочегурова	Теория и методы оптимизации	Учебное пособие	2013	ЭБС "IPRbooks"
6	И. Н. Мастяева, О. Н. Семенихина	Методы оптимизации: Линейные и нелинейные методы и модели в экономике	Учебное пособие	2011	ЭБС "IPRbooks"
7	А. В. Пантелеев, Т. А. Летова	Методы оптимизации: практический курс	Учебное пособие	2011	ЭБС "IPRbooks"

### 8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

ЭБС «Лань»;  
ЭБС "IPRbooks".

### 8.4. Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование ПО	Реквизиты договора (дата, номер, срок действия)
1	Windows	Бессрочно
2	Office Standart	Бессрочно

### 8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-305).	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая)
2	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-411).	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, доска аудиторная (меловая)
3	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-310).	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая)
4	Учебная аудитория для проведения	Столы ученические двухместные

№ п/п	<b>Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)</b>	<b>Перечень основного оборудования</b>
	занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-413).	(моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая)
5	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-418).	Столы ученические двухместные (моноблок), доска аудиторная 3-х секционная (меловая), стол преподавательский, стулья, проектор Acer
6	Компьютерный класс. Помещение для самостоятельной работы. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (Г-401).	Столы ученические, стулья ученические, ПК с выходом в сеть Интернет