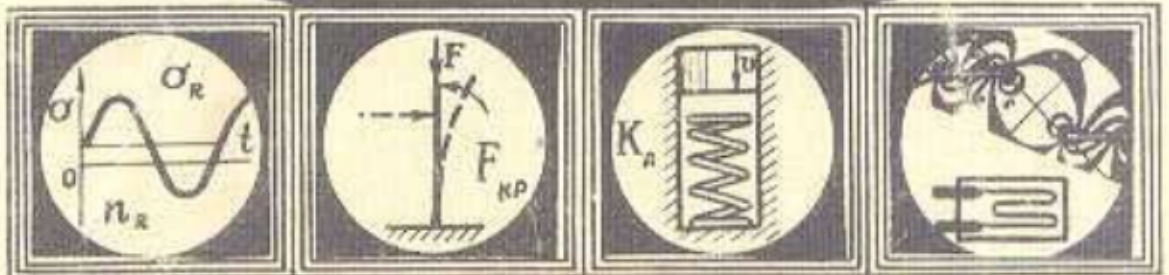


САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА  
 СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
 "СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ"



МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО  
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР  
ТОЛЬЯТТИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
Кафедра «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»

Караченцева Т. Г.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА  
СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Методические указания



Тольятти 1988

УДК 620.1 (078)

Содержатся опорные схемы, алгоритмы расчётов и рефераты по темам растяжение-сжатие, кручение, сдвиг, изгиб курса "Сопротивление материалов", а также расчетно-проектировочные и контрольные задания для самостоятельной работы студентов.

Автор-разработчик

Караченцева Т.Г.

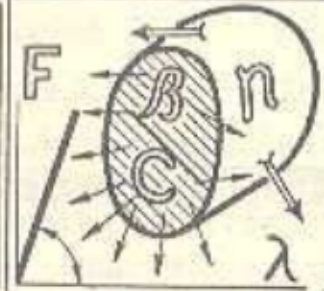
Научный редактор

Горпинич В.Ф.

Утверждено редакционно-издательской секцией методического совета института.

© Тольяттинский политехнический институт, 1988

## СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕРИАЛ С И Л А	1 	— — РПР К	Тема 1. Основные задачи и понятия дисциплины Расчетно-проектировочное задание Контрольное задание
ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЯ	2 	— — РПР К	Тема 2. Растяжение Энергетические методы Расчетно-проектировочное задание Контрольное задание
ФОРМА СРЕЗУ	3 	— — РПР К	Тема 3. Изгиб. Геометрические характеристики Расчетно-проектировочное задание Контрольное задание
НАПРЯЖ. СОСТОЯНИЕ НАПРЯЖЕНИЕ	4 	— — ОЦЛ РПР	Тема 4. Напряженное состояние. Кручение Цикл лабораторных работ по тензометрии Отчёт Расчетно-проектировочное задание
ПРОЧНОСТЬ ЖЕСТКОСТЬ	5 	— — — К	Тема 5. Заключение. Комплекс прочностных качеств Контрольное задание Приложения



Тема I. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ И ПОНЯТИЯ ДИСЦИПЛИНЫ  
 "СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ - АЗБУКА И ГРАММАТИКА  
 РАСЧЕТОВ НА ПРОЧНОСТЬ" В.И. Феодосьев



УМЕТЬ

Ознакомиться со структурой расчетов прочности.  
 Знать метод сечений, принципы, допущения, физические  
 и механические характеристики материалов.  
 Уметь строить эпюры ВС, находить опасное сечение.



Внешняя сила  $F (M, q, \text{реакции связей})$ .  
 Податливость  $\beta$ . Жесткость  $(C = 1/\beta)$ .  
 Перемещение. Деформация. ВС -  
 Внутренняя сила. Опасное сечение (Оп.С)  
 Механические свойства материала

Продольная  
 Поперечная  
 Угловая  
 Упругая  
 Пластическая  
 ДЕФОРМАЦИЯ



Нормальное  
 Касательное  
 Полное  
 Предельное  
 Допускаемое  
 НАПРЯЖЕНИЕ

Самообучаемость, самостоятельность  
 Опора на метод, допущения, эксперимент  
 Выбор модели, сечения, материала  
 Анализ результатов. Выводы  
 Расчетно-проектировочная работа

Уровень напряжений  
 $\leq$  допускаемого  
 НАДЕЖНОСТЬ  
 ЭКОНОМИЧНОСТЬ  
 ПОЛЬЗА



Охарактеризуйте причинно-следственные связи между силой, перемещением, деформацией, напряжением, свойствами материала и прочностью



И. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов - М.:  
 Наука. Гл. ред. физ.-мат.лит. 1985. - 512 с.  
 К лекции I.2 : /I, § I, 2, с. 10...15 /.  
 К лекции I.3 : /I, § 4, 5, 7, с. 21...32 /.

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. МЕТОД СЕЧЕНИЙ

На опорной схеме I.1 показаны задачи предмета, основные этапы освобождения реального объекта от несущественных особенностей, т.е. переход к расчётной схеме, а также основные принципы, лежащие в основе курса "Сопротивление материалов".


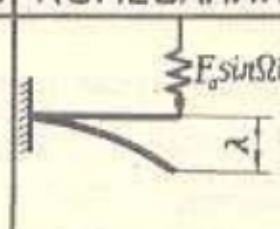
Опорная схема I.2 рассматривается как ключ к изучению деформаций растяжения, изгиба, сдвига и кручения (РИСК). Главная диагональ сверху вниз показывает, что, применяя метод сечений (с.8), можно определить внутренние силовые факторы, закономерности их распределения по длине стержня (с.9,10) и выделить наиболее нагруженные участки или сечения стержней, которые называются опасными. Отношение внутренней силы к геометрической характеристике сечения определяет напряжение как меру распределения внутренних сил по сечению. Напряжения пропорциональны деформациям. Коэффициентом пропорциональности является жесткость материала - модуль продольной упругости или сдвига. Деформации равны отношению внутренней силы к жесткости сечения, которая является произведением жесткости материала и геометрической характеристики сечения. На опорной схеме сведения о деформации располагаются слева, о напряжении - справа.

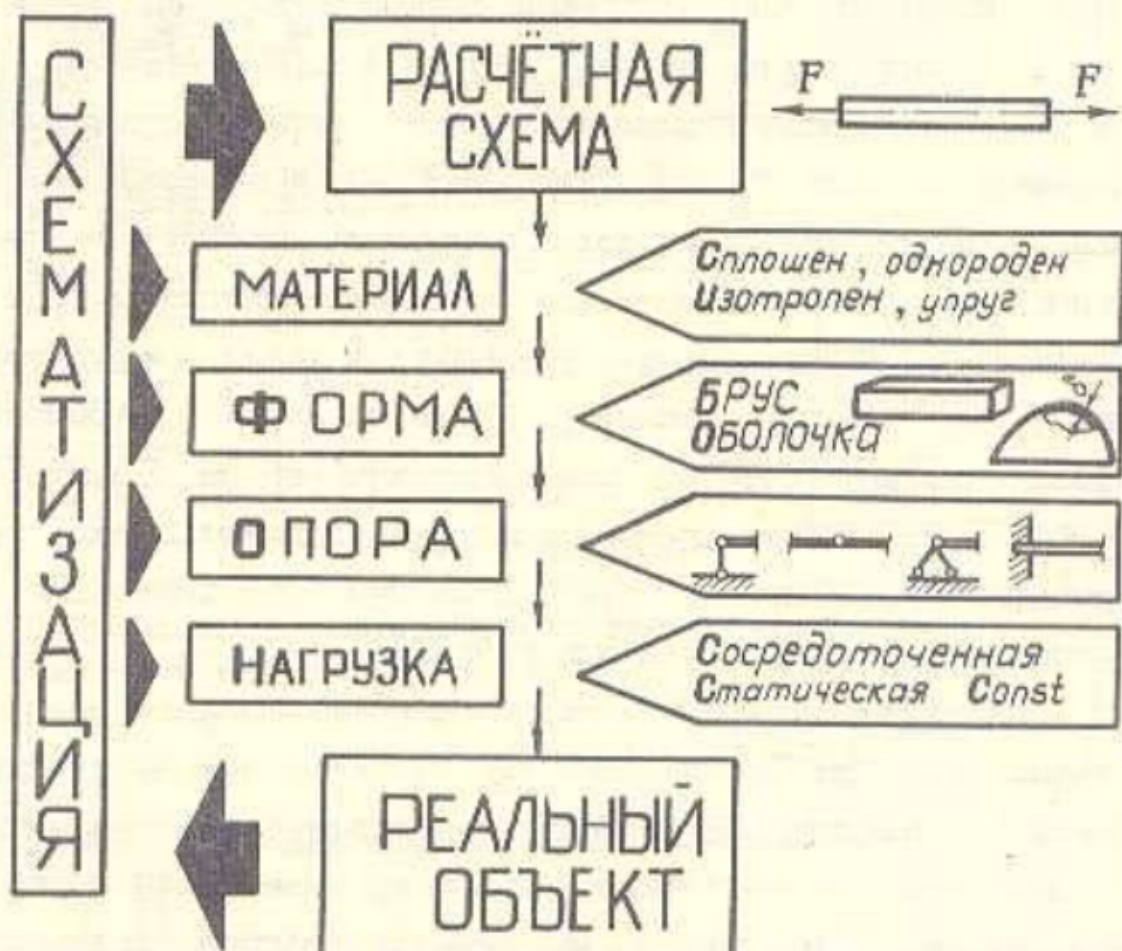
На опорной схеме I.3 показана общая модель расчета на прочность и жесткость линейно-деформируемых систем. При оценке прочностной надежности наибольшие значения внутренних сил, геометрические характеристики сечений, а также допускаемые напряжения устанавливаются на основании механических характеристик материала и нормативов отрасли. Уровень наибольших расчетных напряжений сравнивается с допустимым и делается вывод о работоспособности конструкции (с.12,13).



# НАУКА О ПРОЧНОСТИ И ДЕФОРМИРУЕМОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ СООРУЖЕНИЙ И МАШИН

Основная задача — создание методов расчета

ПРОЧНОСТЬ	ЖЕСТКОСТЬ	УСТОЙЧИВОСТЬ	КОЛЕБАНИЯ
Свойство тел сопротивляться разрушению	Свойство тел незначительно деформироваться		



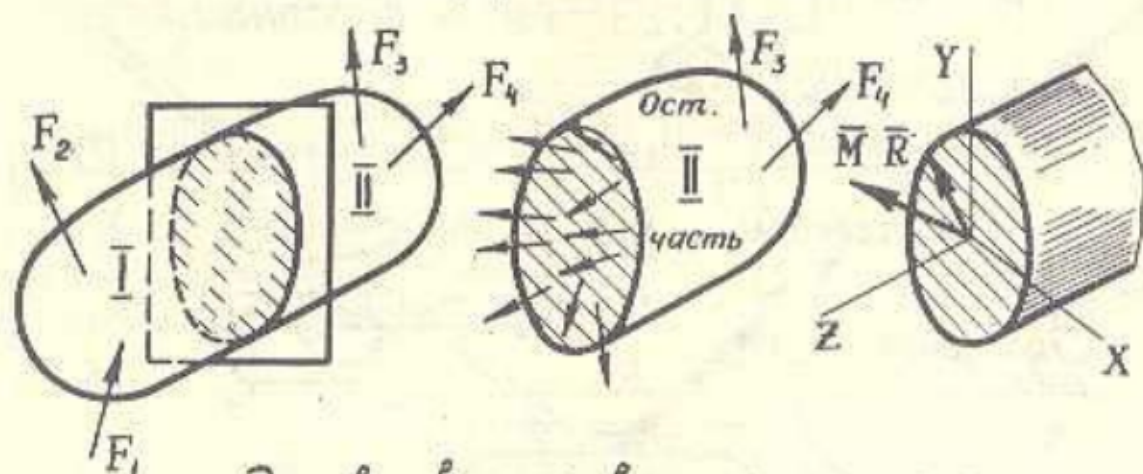
Опорная схема I.I



ОПОРНАЯ СХЕМА I.2



# МЕТОД СЕЧЕНИЙ



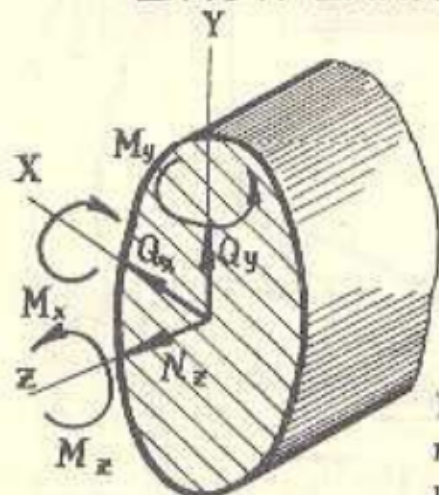
Для выявления внутренних сил:

1. Разделяем мысленно стержень на две части.
2. Отбрасываем одну из частей.
3. Заменяем действие отброшенной части на оставленную внутренними силами.
4. Устанавливаем проекции  $\bar{R}$  и  $\bar{M}$  на оси, рассматривая равновесие оставленной части.

$$\sum_{\text{ост}} X = 0; \quad \sum_{\text{ост}} Y = 0; \quad \sum_{\text{ост}} Z = 0;$$

$$\sum_{\text{ост}} M_{ox} = 0; \quad \sum_{\text{ост}} M_{oy} = 0; \quad \sum_{\text{ост}} M_{oz} = 0.$$

**ВНУТРЕННИЕ СИЛОВЫЕ ФАКТОРЫ:**



- $N_z = N$  — продольная сила ;  
 $M_x, M_y$  — изгибающий момент ;  
 $Q_x, Q_y$  — поперечная сила ;  
 $M_z = M_k$  — крутящий момент

ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ — дополнительные силы взаимодействия между частицами тела, возникающие в результате действия внешних сил.

## ВНУТРЕННИЕ СИЛОВЫЕ ФАКТОРЫ. ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР

Для наглядного представления о характере изменения внутренних силовых факторов и выявления опасного сечения строятся эпюры внутренних сил.

ЭПЮРА – ЭТО ГРАФИК, ПОКАЗЫВАЮЩИЙ ИЗМЕНЕНИЕ ВНУТРЕННИХ СИЛ ПО ДЛИНЕ СТЕРЖНЯ.

Порядок построения эпюр :

1. РАЗДЕЛИТЕ СТЕРЖЕНЬ НА УЧАСТКИ. ГРАНИЦАМИ УЧАСТКОВ ЯВЛЯЮТСЯ ТОЧКИ, В КОТОРЫХ ПРОИСХОДИТ ИЗМЕНЕНИЕ ХАРАКТЕРА ПРИЛОЖЕНИЯ НАГРУЗКИ.
2. ЗАПИШИТЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВНУТРЕННЕГО СИЛОВОГО ФАКТОРА ДЛЯ КАЖДОГО УЧАСТКА, УКАЗЫВАЯ ПРЕДЕЛЫ ИЗМЕНЕНИЯ АБСЦИССЫ СЕЧЕНИЯ.
3. ПОДСЧИТАЙТЕ ЗНАЧЕНИЯ ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ В ХАРАКТЕРНЫХ СЕЧЕНИЯХ.
4. ОТЛОЖИТЕ НА ГРАФИКЕ ПО ОСИ ОРДИНАТ ВВЕРХ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ, ВНИЗ – ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ.

Ось абсцисс эпюры располагается параллельно оси стержня.

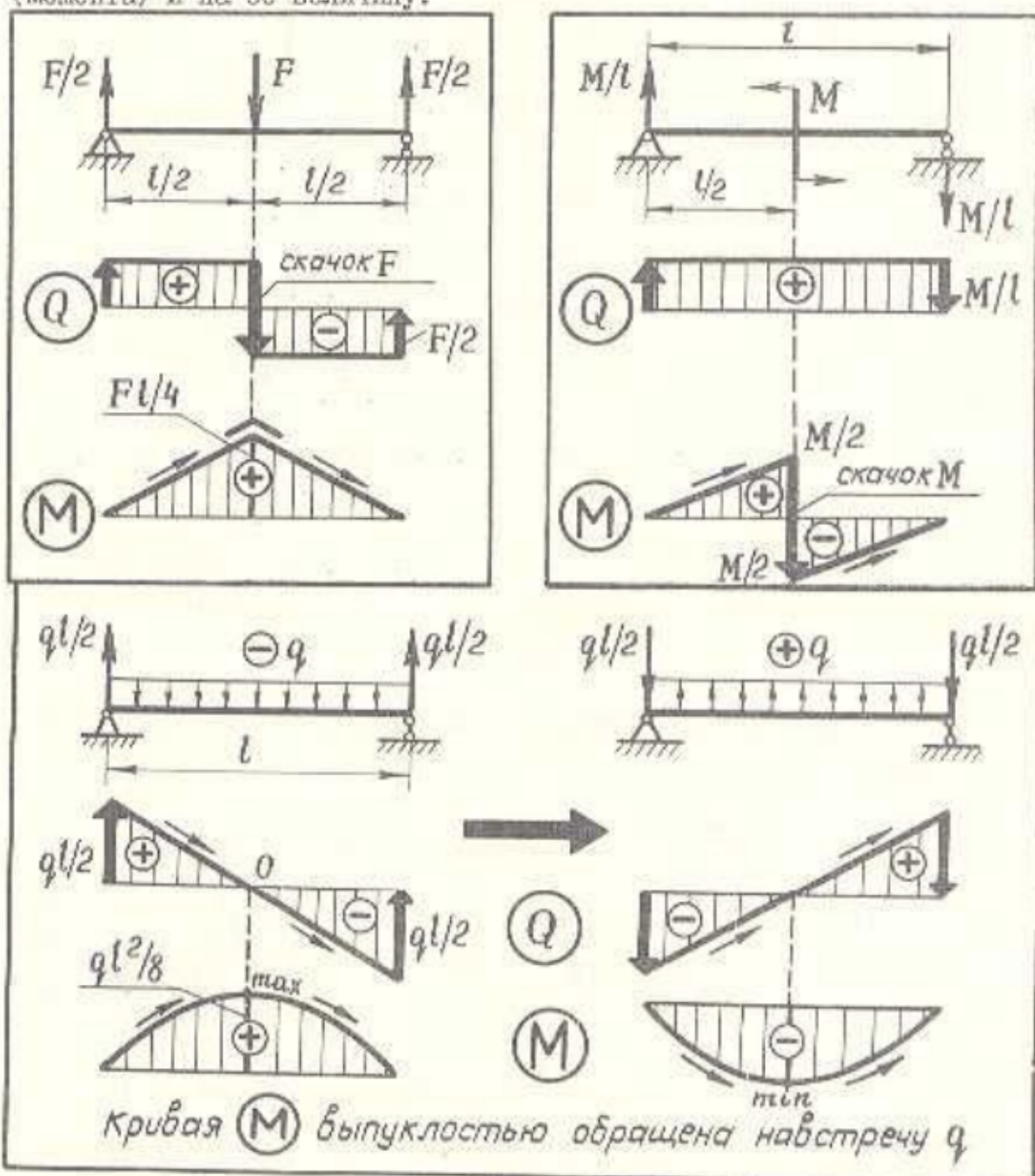
При построении эпюры по характерным сечениям второй этап построения опускается.

### ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ СТАТИКИ СТЕРЖНЕЙ

$$\begin{aligned} \frac{dM_x}{dz} &= Q_y, & \frac{dQ_y}{dz} &= q_y, & \frac{dN}{dz} &= q_z, \\ \frac{dM_y}{dz} &= Q_x, & \frac{dQ_x}{dz} &= q_x, & \frac{dM_K}{dz} &= m_z \end{aligned}$$

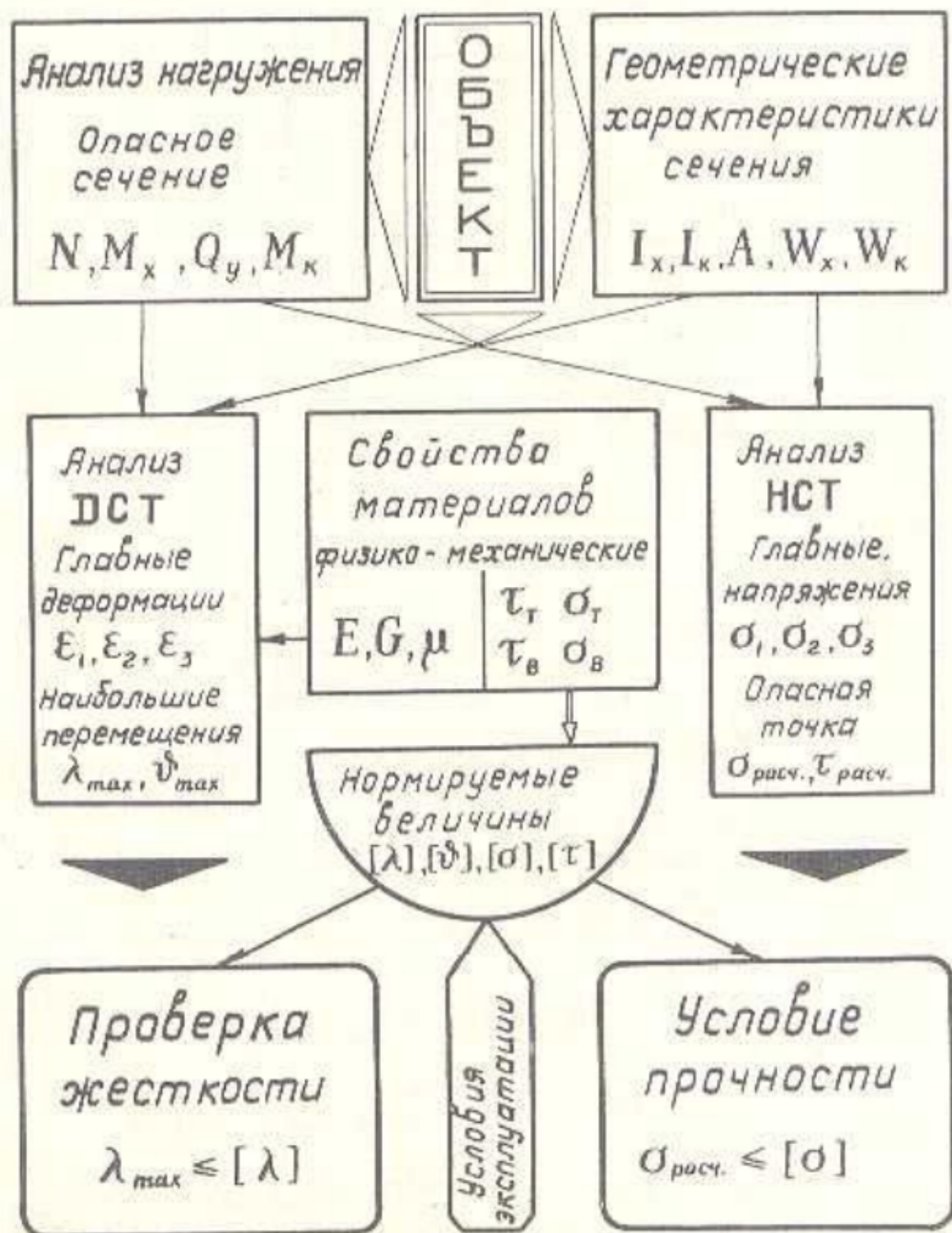
Дифференциальные зависимости используются для построения эпюр и их контроля на основании свойств функции и производной.

При построении эпюр помните, что скачок на эпюре сил (моментов) может быть только в сечении, в котором приложена сосредоточенная сила (момент), в направлении приложенной силы (момента) и на её величину.



# ОБЩАЯ СХЕМА РАСЧЕТА

статически определимых систем



ОПОРНАЯ СХЕМА 1.3

# МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛА



## ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЧНОСТИ

$\sigma_n$  — *предел пропорциональности*,  $\sigma_{tr}$  — *предел текучести*,

$\sigma_y$  — *предел упругости*,  $\sigma_{br}$  — *предел прочности*.

## ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛАСТИЧНОСТИ:

$\delta = \Delta l_0/l_0 \cdot 100\%$  — *относительное остаточное удлинение при разрыве*;

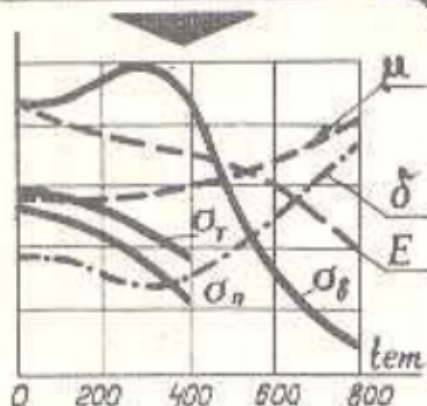
$\psi = [(A_0 - A_k)/A_0] \cdot 100\%$  — *относительное остаточное уменьшение площади сечения*.

# НА МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЛИЯЮТ:

НАГРУЖЕНИЕ

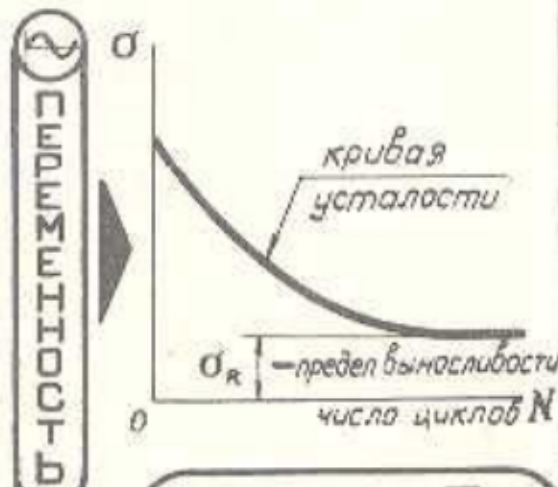
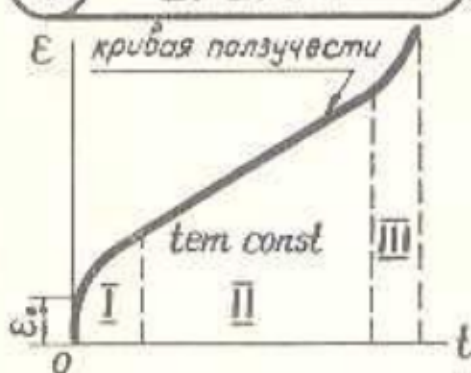
+

тем ТЕМПЕРАТУРА



+

t ВРЕМЯ



=

ПОЛЗУЧЕСТЬ



УСТАЛОСТЬ

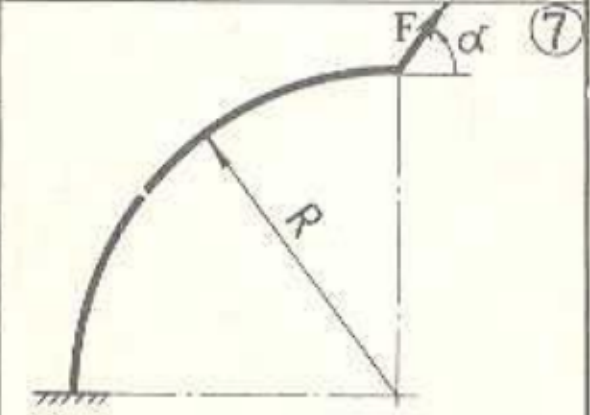
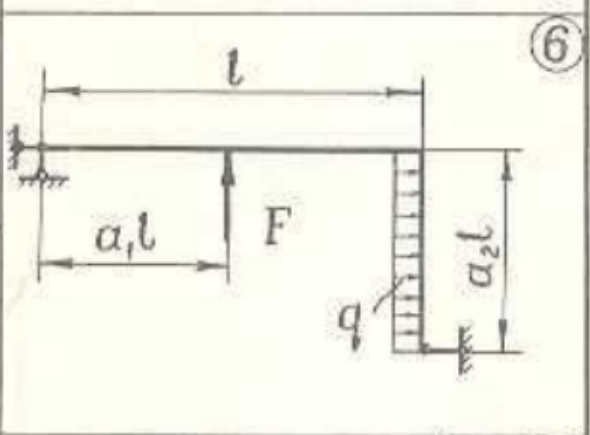
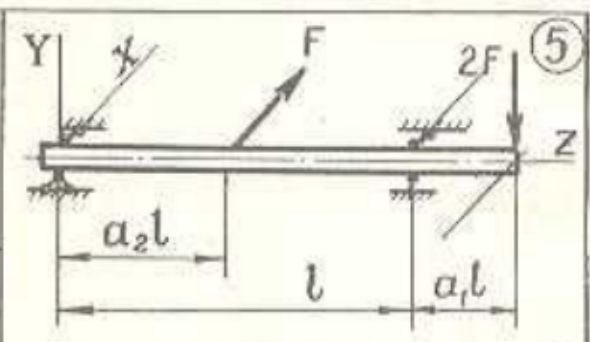
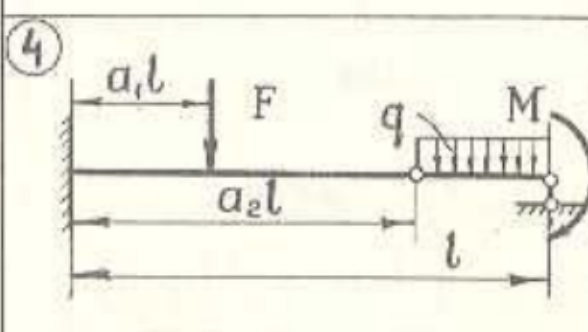
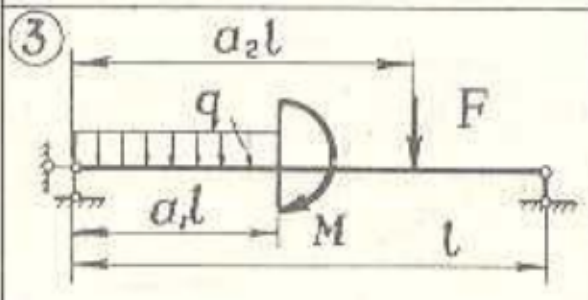
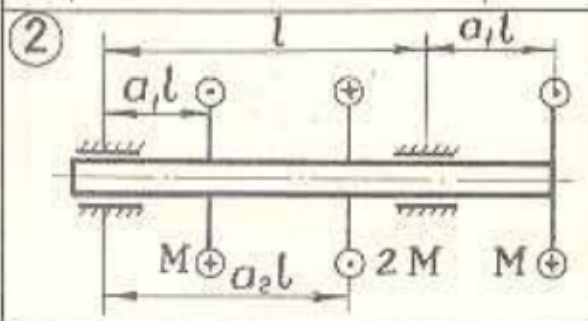
=

РЕЛАКСАЦИЯ

**РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОЕ**  
**Задание**

- Покажите вид деформаций и напряжений для расположенных на схеме брусьев.
- Найдите опасное сечение, построив эпюры распределения внутренних сил.
- Изложите методы, принципы и допущения, использованные при расчёте.

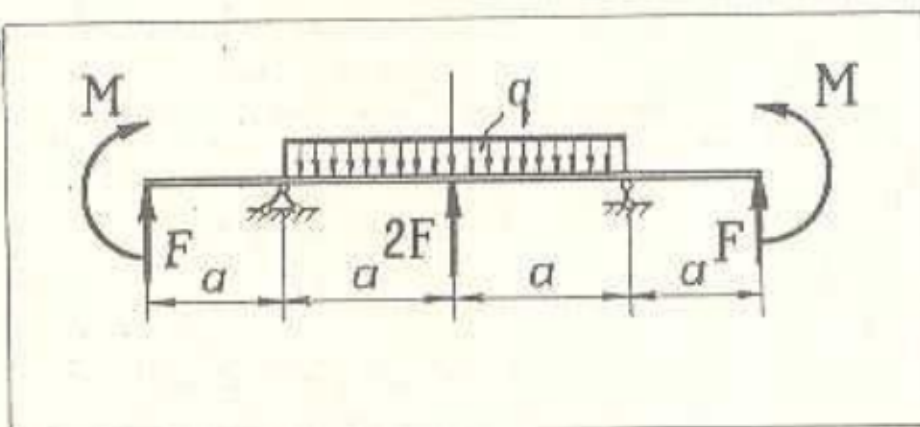
$q = \text{кН/м}; F = ql; M = ql^2; \alpha = 60^\circ$   
 $a_1 = \quad a_2 = \quad l = \text{м}; R = \text{м}$



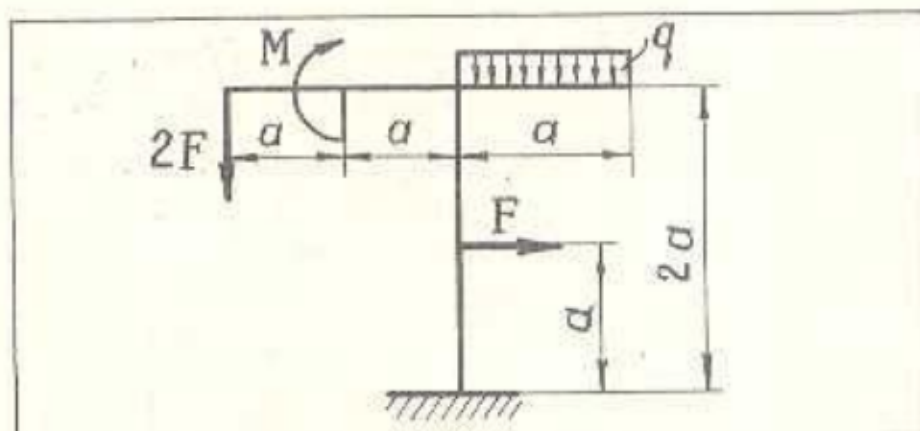


УКАЖИТЕ ОПАСНОЕ СЕЧЕНИЕ, ПРЕДВАРИТЕЛЬНО  
ПОСТРОЙТЕ ЭПЮРЫ ВНУТРЕННИХ СИЛ.  
КАКОЙ ВИД ДЕФОРМАЦИИ ИСПЫТЫВАЕТ КОНСТРУКЦИЯ ?

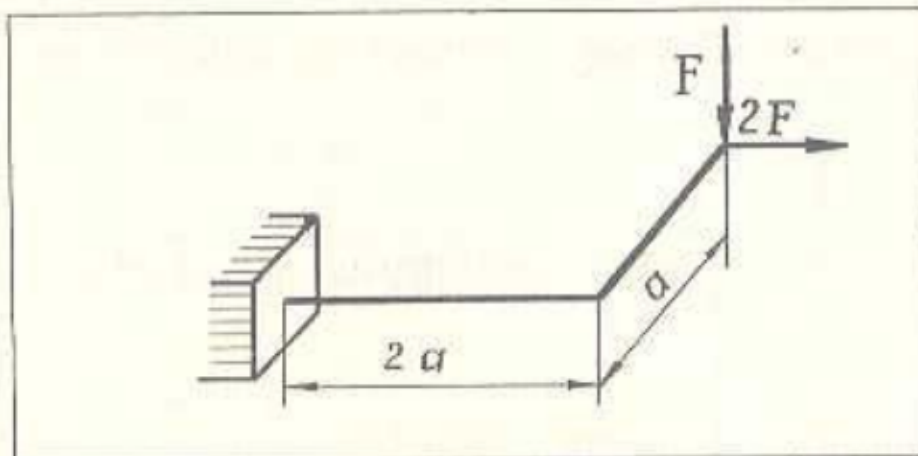
$$q = 10 \text{ кН/м}$$



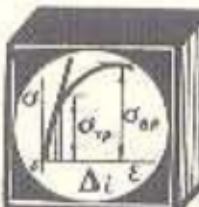
$$F = qa$$



$$M = qa^2$$







## Тема 2. РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

Процесс линейно-упругих деформаций при статическом нагружении



Ознакомиться с энергетическими методами.

Знать метод сравнения перемещений, метод сил.

Уметь проектировать элементы конструкций, работающих в условиях растяжения и сжатия.

Robert Hooke  
1678  
*Ut tensio sic vis*  
 $\sigma = E\varepsilon$

Условие прочности по допускаемым напряжениям

$$\sigma \leq [\sigma]$$

$$n \geq [n]$$

Расчеты: 1. Проверочный.  
2. Проектный.  
3. Определение грузоподъемности.

$$N = f(F) \rightarrow [F]$$

Степень

Статической неопределимости

СНС

Выбор

ОСНОВНАЯ СИСТЕМА

Запись

$$\Delta_i = \delta_{i1} X_1 + \delta_{i2} X_2 + \dots + \delta_{in} X_n + \Delta_{item}$$

$$\Delta_{in} = 0$$

Определение

коэф. канонических уравнений

ККУ

Решение

$$X_1, X_2, \dots, X_n$$

$$\Delta_i = \int \frac{M_x M_{Kl}}{EI_x} dz + \int \frac{M_K M_{Kl}}{GJ_K} dz + \int \frac{NN_l}{EA} dz$$

$$\Delta_{item} = \alpha \Delta t \omega_i \text{ "перемножение" эпюр}$$

$$\Delta_{qb} \approx l_{об} / 6 (f_a + 4 f_{ср} + f_b)$$

МЕТОД  
энергетический  
М О Р А,  
способы  
ВЕРЕСАГИНА,  
формула  
СИМПСОНА



Сравните прочностную надежность статически определимых и статически неопределимых систем.



К лекции 2.1 : /I/ §8,9,19. Примеры 1.1, 1А

К лекции 2.2 : /I/ § 11. Примеры 1.5, 1.7

К лекции 2.3 : /I/ § 10, § 38, с.189, §39



## РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

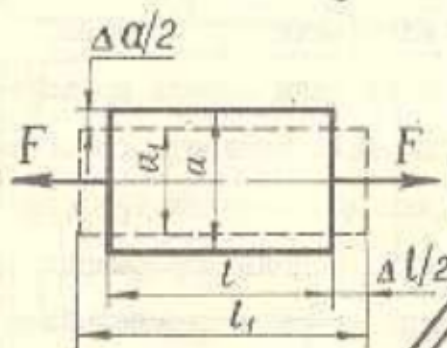
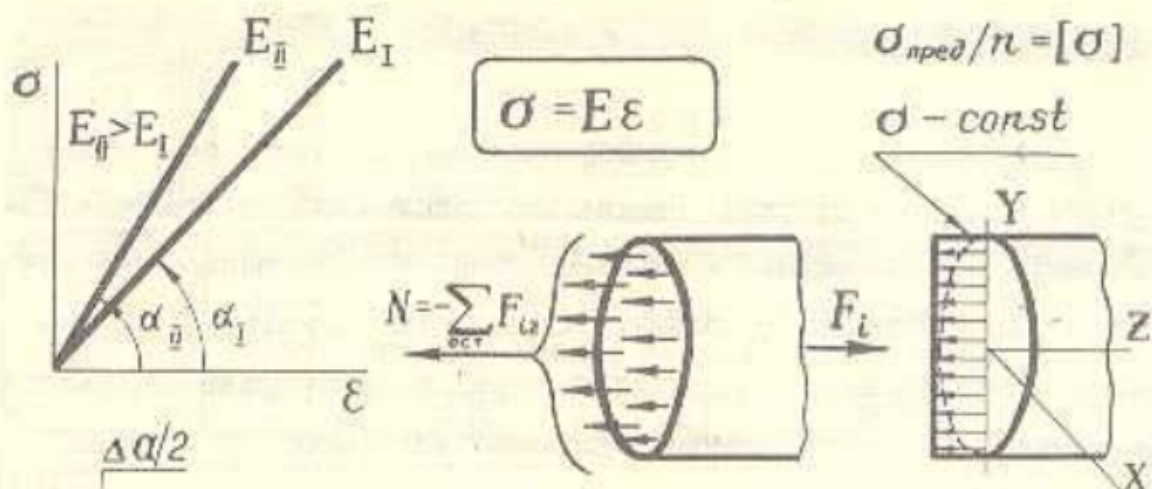
Растяжение и сжатие – деформации под действием сил, действующих вдоль оси стержня. Растяжение принято считать положительной деформацией, сжатие – отрицательной. Плоские поперечные сечения под действием продольных сил остаются плоскими и перемещаются параллельно, что свидетельствует о постоянстве деформации и равномерном распределении нормальных напряжений по сечению.

На опорной схеме 2.1. место внутренней силы заняла продольная, а геометрической характеристики – площадь поперечного сечения  $A$ . Произведение модуля упругости и площади сечения ( $EA$ ) называется жесткостью сечения при растяжении. Модель деформации справедлива при линейной зависимости между силой и перемещением. На схеме приведены сведения о напряжениях и даны условия прочности. Допускаемые напряжения определяются отношением предельного напряжения, полученного при механических испытаниях стандартных образцов, к коэффициенту запаса.

При анализе системы устанавливается степень статической неопределимости как разность чисел неизвестных усилий, включая реакции связей, и неизвестных уравнений равновесия. Если задача оказывается статически неопределимой, то усилия определяют способом сравнения перемещений (опорная схема 2.2) или методом сил. Дальнейший расчет проводится по схеме статически определимых систем (схема 1.3).

На опорной схеме 2.3 рассматриваются потенциальная энергия деформации, общие теоремы и энергетические методы определения перемещений: метод Мора и способ Верещагина.





**N**

$$N = \int_A \sigma_z dA$$



$$\epsilon = N / EA$$

*продольная*  $\epsilon = \Delta l / l$

*поперечная*  $\epsilon' = \Delta a / a$

*Коэффициент Пуассона*

$$\mu = |\epsilon' / \epsilon|$$

$$\sigma_z = N / A$$

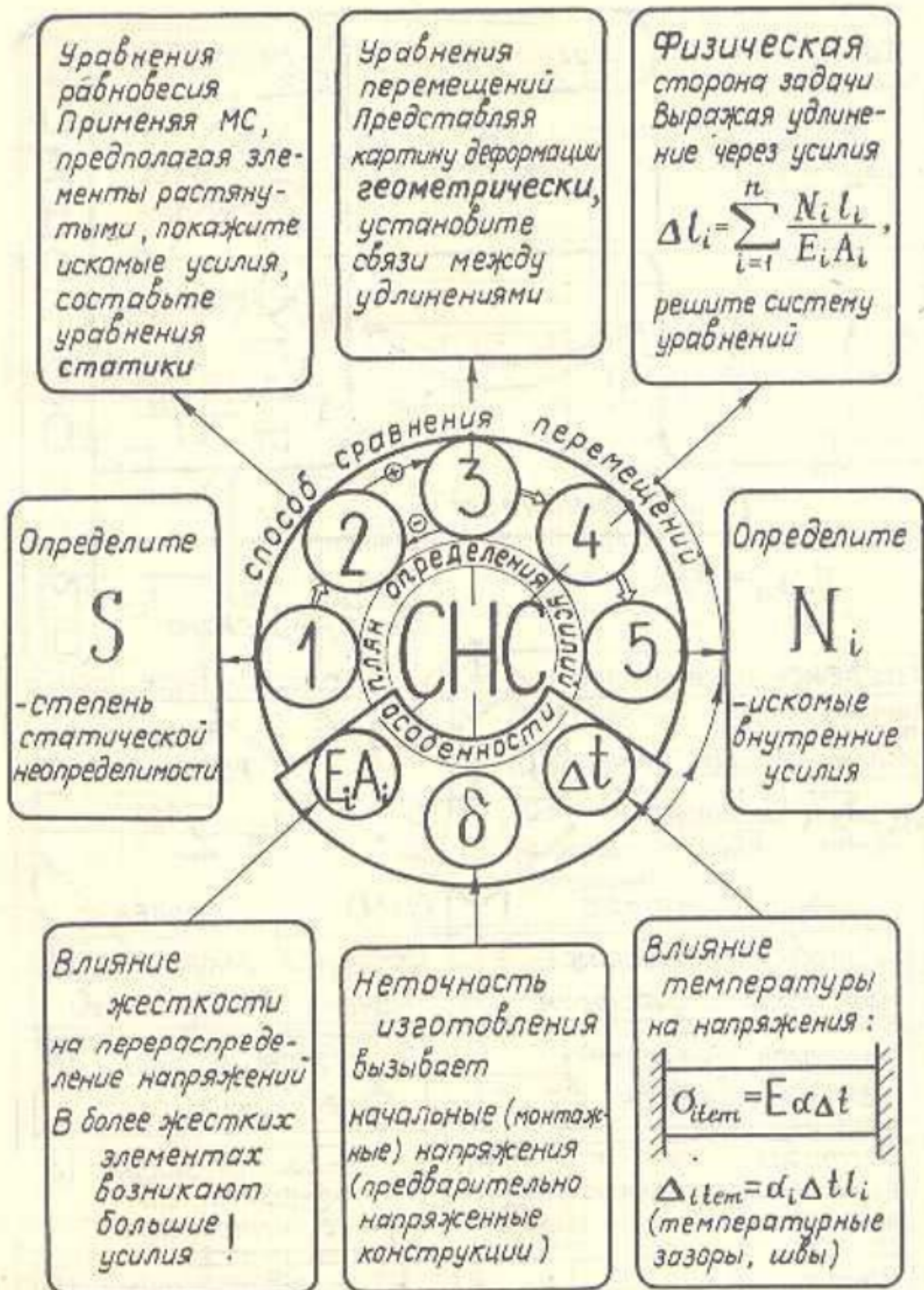
$\sigma_{max} = \sigma_{\alpha=0^\circ} = \sigma_z; \tau_{\alpha=0^\circ} = 0$

$\tau_{max} = \tau_{\alpha=45^\circ} = \sigma_{\alpha=45^\circ} = \sigma / 2$

*Условие прочности*

$$\sigma_{расч.} = N / A \leq [\sigma]$$

СПОРНАЯ СХЕМА 2.1



ОПОРНАЯ СХЕМА 2.2

Кастильяно

$$\Delta_{iF} = \frac{\partial U}{\partial F_i}$$

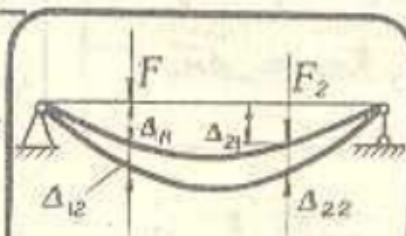
Лагранжа

$$F_i = \frac{\partial U}{\partial \Delta_{iF}}$$

Мора

$$\frac{\partial U}{\partial \varphi_{(\varphi=0)}} = \Delta$$

$$\Delta_i = \int \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial F_i} dz$$



$$\Delta = \sum_{i=1}^n \int \frac{M_x M_{xi}}{EI_x} dz$$

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i y_{ci}}{EI}$$

( О взаимности )

$$F_1 \Delta_{12} = F_2 \Delta_{21}$$

работ

$$\Delta_{12} = \Delta_{21}$$

перемещений

теорема Кастильяно

только в точке приложения силы

$$U_K = \sum \int \frac{M_x M_{xi}}{EI_x} dz$$



способ Верещагина

для стержней с прямой осью

$$U_K = \sum \frac{\omega_i y_{ci}}{EI}$$

метод МОРА универсален

Составляются выражения моментов по участкам	Строится эпюра моментов от нагрузки	1
---	-------------------------------------	---

По адресу искомого прикладывается	перемещения единичная сила	2
-----------------------------------	----------------------------	---

Составляются выражения моментов от единичной силы	Строится эпюра моментов от единичной силы	3
---	---	---

Интегрируем произведение	$U_K = \frac{Fl^3}{48EI} = f$	4
--------------------------	-------------------------------	---

ОБЪЕМ РАБОТЫ

ОПОРНАЯ СХЕМА 2.3

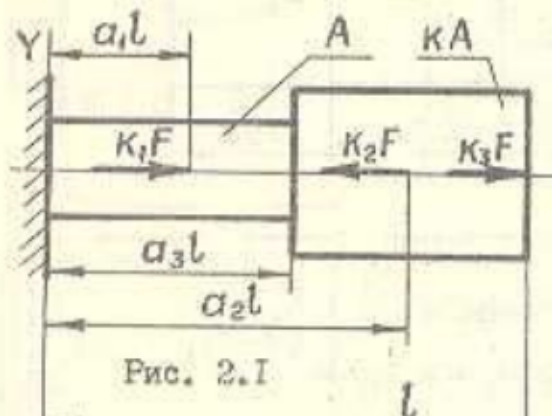
2 РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОЕ ЗАДАНИЕ 2

СНС

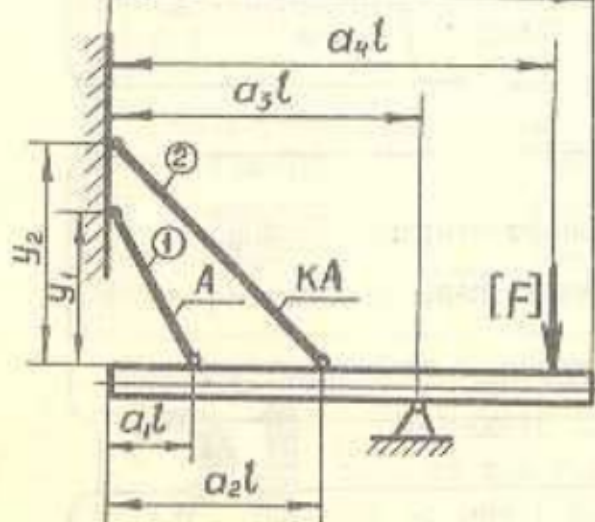
РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

Оценка прочностной надежности при статическом нагружении

(приложение 2)



1. Провести проверку прочности бруса (рис. 2.1).
2. Спроектировать ступенчатый брус равного сопротивления.
3. Провести проверку стержня на жесткость.



2. Отбросить в стержневой системе (рис.2.2) второй стержень
  1. Определять грузоподъемность  $[F]$ .
  2. Найти напряжения в стержне
  3. Вычислить перемещения в точке приложения силы.

3. 1. Определить  $[F]$  системы (рис.2.2). Провести сравнение с грузоподъемностью статически определимой системы.
2. Вычислить дополнительные напряжения от изменения температуры.
3. Установить величину напряжений от неточности изготовления.

Горизонтальный брус (рис.2.2) - абсолютно жесткий:  
 $\alpha = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

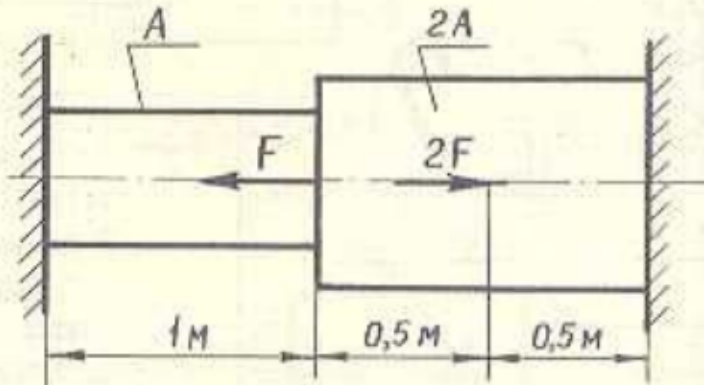


РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ  
 ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНО-ДЕФОРМИРУЕМОГО СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОГО БРУСА ПРИ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

$$F = 20 \text{ кН}$$

$$\Delta t = 50^\circ \text{C}$$

$$\Delta = 0,1 \text{ мм}$$



Раскрыть статическую неопределенность.

- Построить эпюру напряжений вдоль оси бруса.
- Показать опасное сечение.

Подобрать круглое сечение стального стержня, исходя из условия прочности по допускаемым напряжениям.

- Принять  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

Показать алгоритм определения дополнительных напряжений, возникающих в конструкции от изменения температуры и неточности изготовления. (Рекомендуется применить метод сил)



Тема 3.

ИЗГИБ

Деформация линейно-упругих стержней, работающих в условиях статического нагружения



Ознакомиться с геометрическими характеристиками.

Знать расчетные зависимости прочности.

Уметь оценивать прочностную надежность конструкций, работающих на изгиб и растяжение.

Дмитрий  
Иванович  
ЖУРАВСКИЙ  
1854 год

$$M_x = \int \sigma_z y dA$$

$$\sigma = E\varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{y}{\rho}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x}$$

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y$$

$$v = v(z)$$

$$\vartheta = v'$$

$$M = v'' EI_x$$

$$Q = v''' EI_x$$

$$q = v'''' EI_x$$

$$I_x = I_y = I$$

$$\sigma_z = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{W}$$

Характеристики сечения

Плоский или пространственный

ИЗГИБ (zoy)  $\sigma_z = M_x / W_x$  +  
 +  
 ИЗГИБ (zox)  $\sigma_z = M_y / W_y$  +

РАСТЯЖЕНИЕ  $\sigma_z = N/A$  +

Чистый или поперечный

Прямой или

косой

с растяжением

Статический момент площади.

Моменты инерции.  
Моменты сопротивления

→ центробежный  
→ осевой  
→ полярный  
→ кручения

$$S_x = \int y dA \leq 0 \text{ (м}^3\text{)}$$

$$I_{xy} = \int xy dA \leq 0 \text{ (плоск)}$$

$$I_x = \int y^2 dA > 0 \text{ (м}^4\text{)}$$

$$I_p = \int \rho^2 dA = I_x + I_y = \text{const}$$

$$W_x = I_x / y_{max}; W_y \text{ (м}^3\text{)}$$



Проведите обоснование экономически эффективного сечения для стержней, работающих при косом изгибе, при изгибе с растяжением или сжатием.



К лекции 3.1 : /I, § 29).  
 К лекции 3.2 : /I, § 30).  
 К лекции 3.3 : /I, § 35, 36).  
 К лекции 3.4 : /I, § 26, 27).

Т  
Ц  
Л  
РАБОТА

К  
Р  
П



Изгиб – деформация, сопровождающаяся изменением кривизны оси стержня.

На опорной схеме 3.1. показана картина изгиба консоли. На вогнутой поверхности консоли волокна укорачиваются, т.е. сжимаются, на выгнутой – удлиняются, следовательно, растягиваются. Поверхность, не испытывающая ни растяжения, ни сжатия, называется нейтральной, линия пересечения её с плоскостью поперечного сечения – нейтральной.

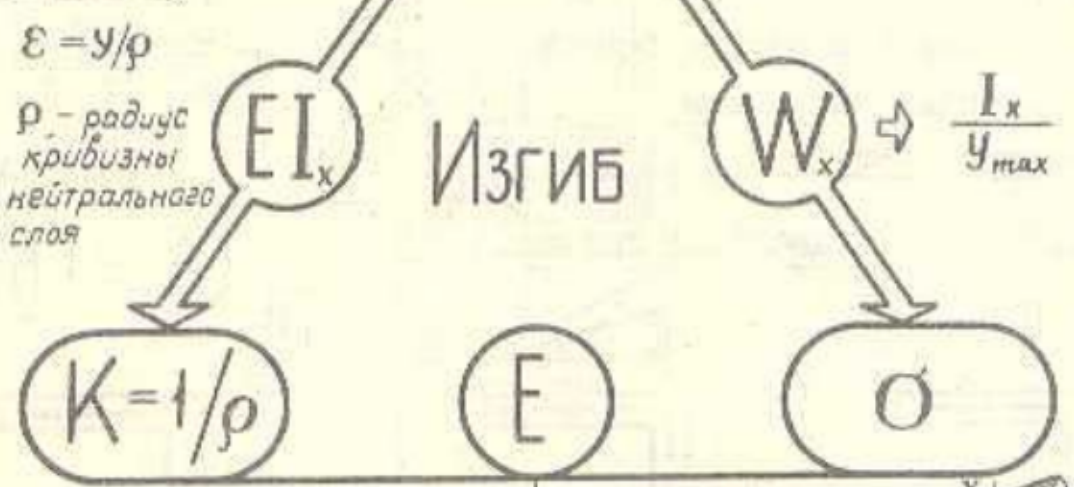
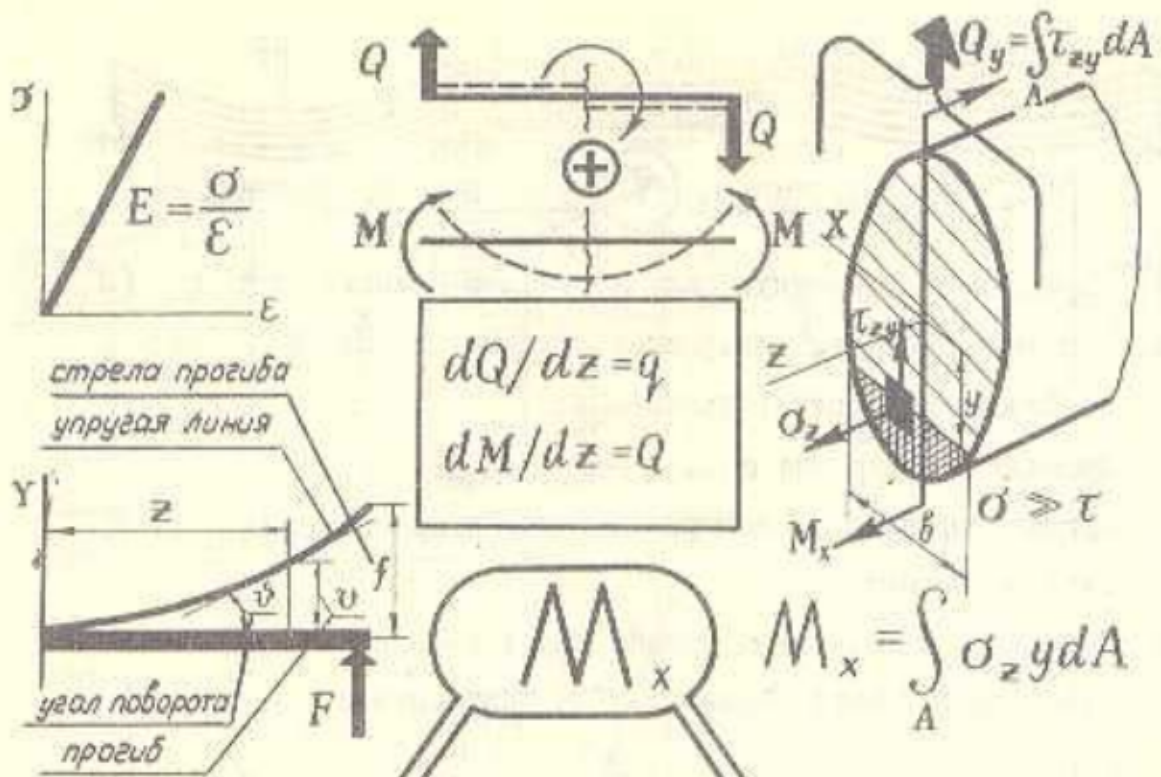
Деформация под действием момента относительно центральной оси поперечного сечения называется чистым изгибом, момента и поперечной силы – поперечным. При поперечном изгибе возникают нормальные и касательные напряжения. Порядок расчета касательных напряжений при поперечном изгибе показан на с.26. Обращено внимание на понятие центра изгиба при расчете тонкостенных стержней.

Прогибом называется вертикальное перемещение; производная от прогиба по длине стержня – углом поворота сечения. Наибольший прогиб принято называть стрелой прогиба.

В теме "Изгиб" рассматриваются сложные случаи изгиба, для которых справедлив принцип независимости действия сил. Совокупность двух прямых поперечных изгибов называется косым изгибом из-за отклонения плоскости деформирования от плоскости действия нагрузки (с.27).

Совокупность двух прямых изгибов и растяжения называется изгибом с растяжением. Такой подход справедлив только для коротких стержней большой жесткости. Частный случай этой деформации называют внецентренным сжатием.

Аналогичность зависимостей и расчетных формул при растяжении и изгибе приведена на с. 28.



$1/\rho = v'' = M_x / EI_x$   
 $v = \varphi(z); \varphi' = dv/dz$

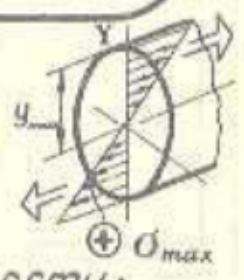
Условие жесткости:

$M_{\text{нп}} \rightarrow f$   
 $K_{\text{мв}} \rightarrow f$   
 $f \leq [f]$

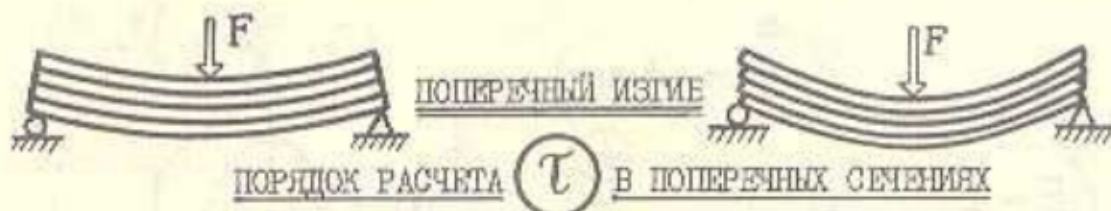
$\sigma = M_x y / I_x$   
 $\tau = QS_x^{\text{отс}} / I_x b$

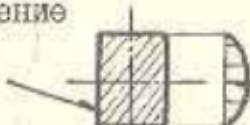
Условие прочности:

$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]$

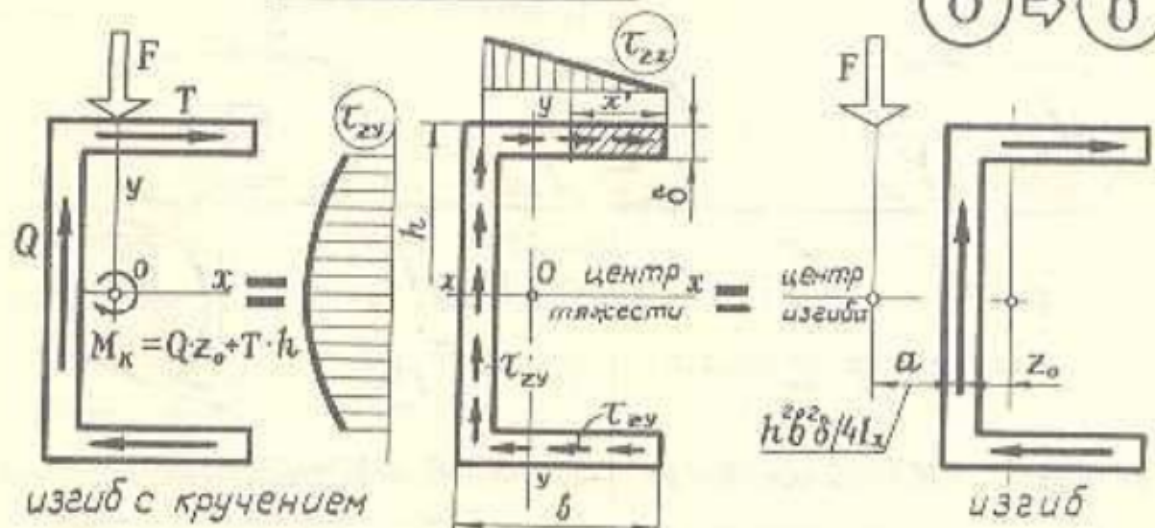
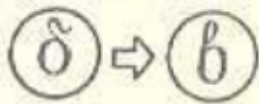


ОБЩАЯ СХЕМА 3.1



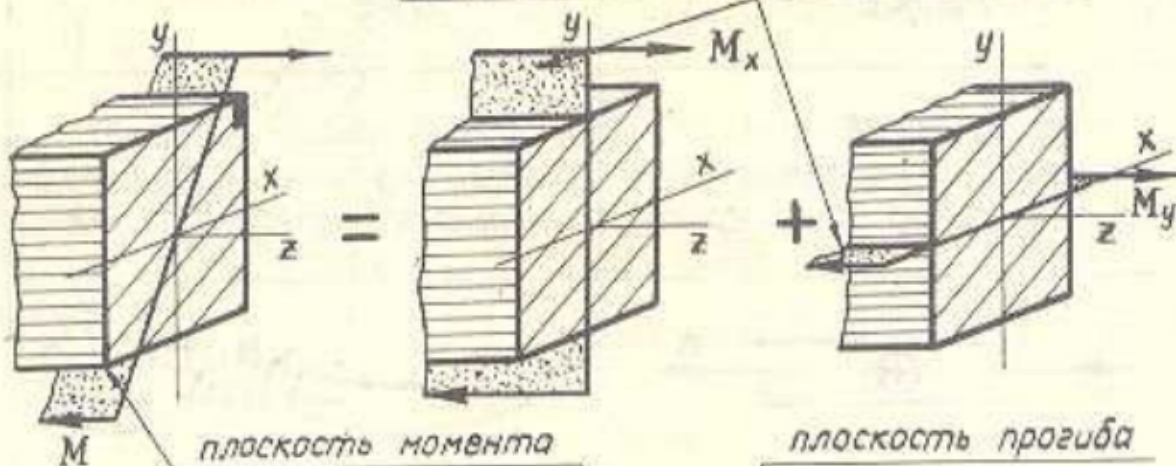
1. Определите поперечную силу в опасном сечении →  $Q_y$
  2. Подсчитайте момент инерции в сечении относительно главной центральной оси →  $I_x$
  3. Проведите на уровне исследуемых напряжений прямую параллельно центральной оси и определите ее ширину →  $b_{(y)}$
  4. Вычислите статический момент части сечения отсеченной прямой относительно нейтральной оси →  $S_x^{отс}$
  5. Рассчитайте по формуле Журавского искомое касательное напряжение
- $\tau_{zy} = \frac{Q_y S_x^{отс}}{I_x b_{(y)}}$
- Прямоугольник   $\tau_{max} = 3Q/2A$

ТОНКОСТЕННЫЕ СТЕРЖНИ

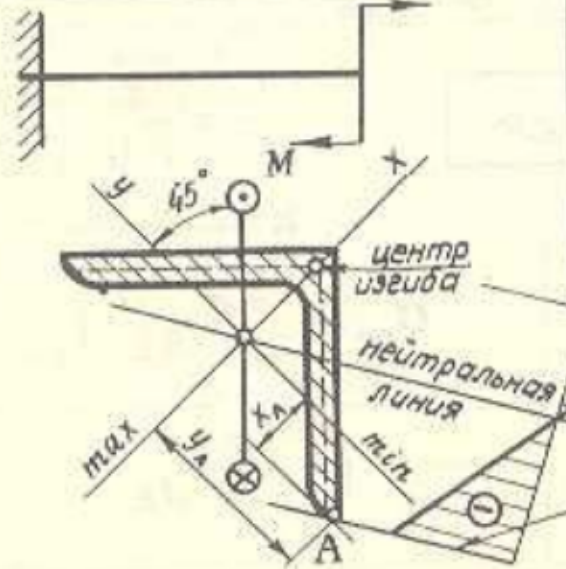
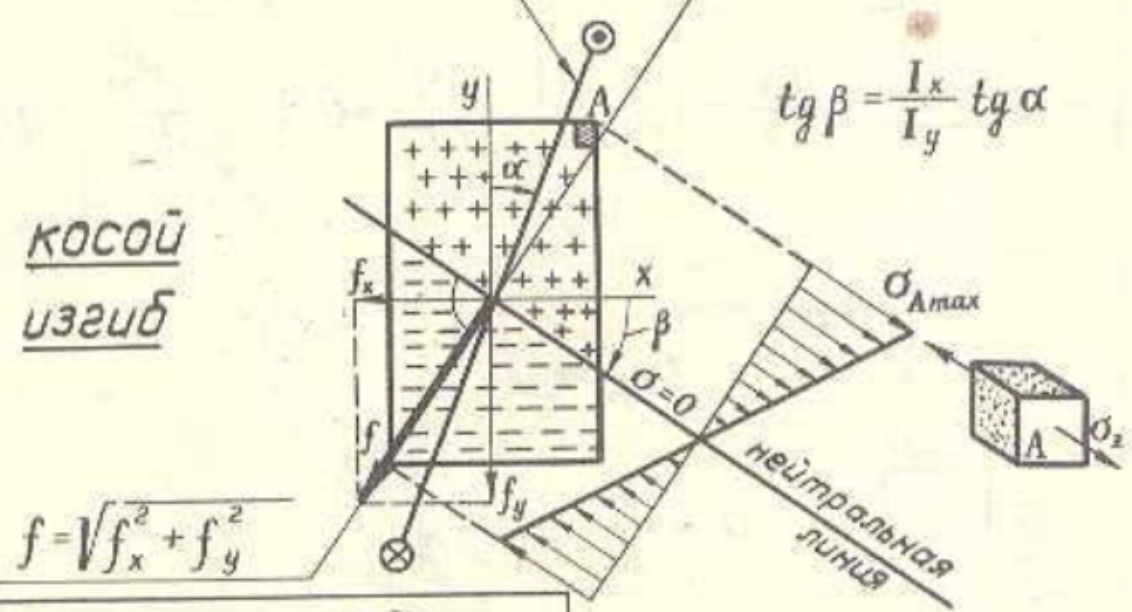


Для сечений, представляющих пучок элементов, центр изгиба находится на пересечении элементов.

Главные плоскости инерции



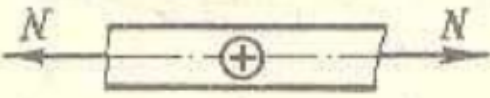

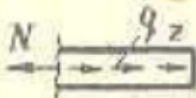
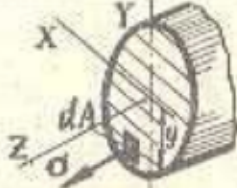
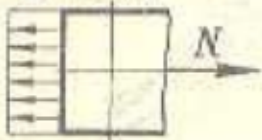

Косой изгиб



$\sigma = \sigma(M_x) + \sigma(M_y)$

$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma]$

$\sigma_A = - \left( \frac{M_x \cdot y_A}{I_x} + \frac{M_y \cdot x_A}{I_y} \right)$

Растяжение	Изгиб
<p><math>N</math> – продольная сила Проекция внутренних сил на продольную ось стержня</p>	<p><math>M</math> – изгибающий момент Момент внутренних сил относительно оси поперечного сечения</p>
	
 $\frac{dN}{dz} = q_z$	$\frac{dM}{dz} = Q$ $\frac{d^2 M}{dz^2} = q$
$N = \int_A \sigma dA$	 $M_x = \int_A \sigma y dA$
<p><math>\sigma = \text{const}</math></p>  $\sigma = \frac{N}{A}$	 $\sigma = \frac{M_x \cdot y}{J_x}$
$\epsilon = \frac{N}{EA}$	$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ_x} = v''$
$\sigma_{max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$	$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]$
$u = \int_l \frac{N^2}{2EA} dz$	$u = \int_l \frac{M_x^2}{2EJ_x} dz$

3 РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОЕ ЗАДАНИЕ РСИ

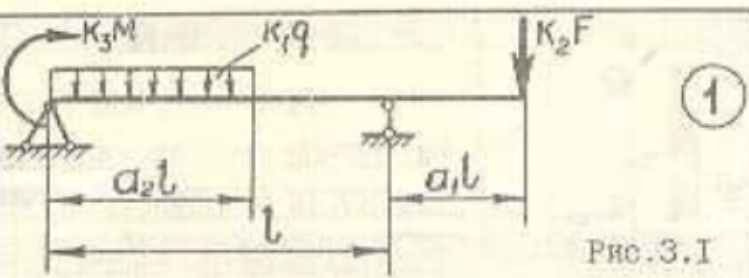


Рис. 3.1

- 1 Подобрать экономически эффективное сечение балки (рис 3.1).
- 2 Показать рациональное расположение сечения балки (Прил. 8, табл. 3.1. и 3.2) характеристики прочности (табл. 3.3) Найти размеры сечения.
- 3 Провести проверку жесткости балки.

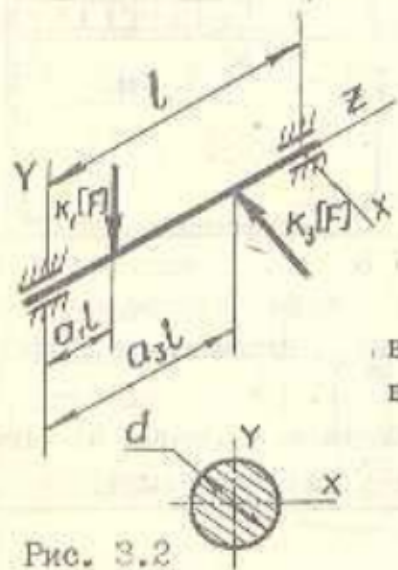


Рис. 3.2

Определить допускаемую нагрузку для вала (рис. 3.2). Диаметр вала приведен в табл. 3.3.

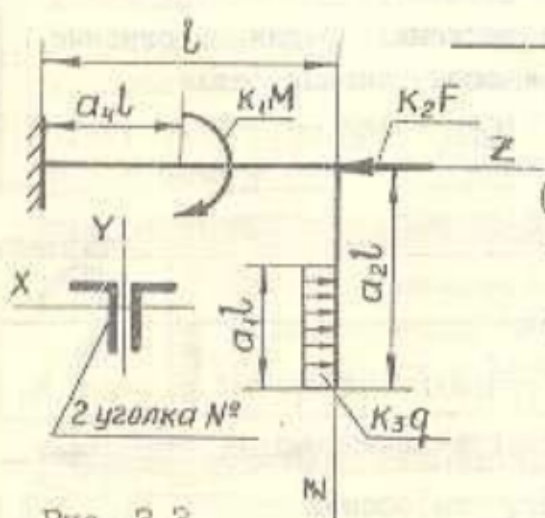


Рис. 3.3

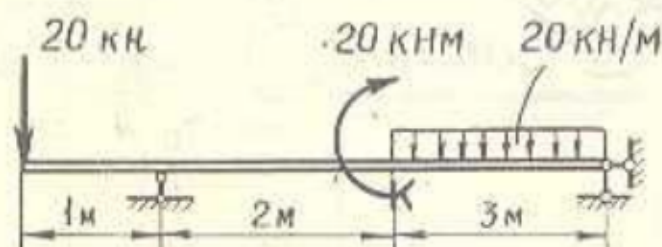
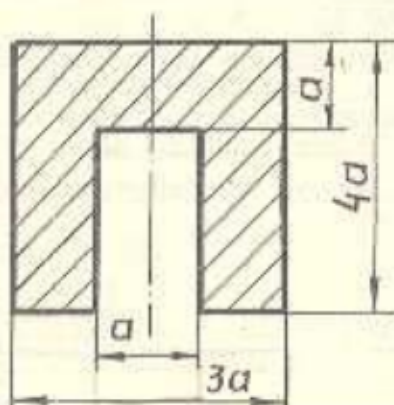
Проверить прочность бруса (рис. 3.3), номер профиля взять в табл. 3.3.

Показать приближенный вид упругой линии ломаного стержня.

$$[f] = (0,0005 \dots 0,0010)l; \quad ; \quad [\sigma] = 160 \text{ МПа}$$



П Р Я М О Й, П Л О С К И Й поперечный изгиб  
 РАСЧЕТНОЕ ОБОСНОВАНИЕ РАЗМЕРОВ СЕЧЕНИЯ И ОЦЕНКА  
 ЖЕСТКОСТИ ЛИНЕЙНО-ДЕФОРМИРУЕМОЙ БАЛКИ ПРИ СТАТИ-  
 ЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ



$N$

Подобрать сечение, исходя из условий прочности по допускаемым напряжениям; принять  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

Показать распределение напряжений по опасному сечению и выделить опасные точки.

$a$

Расположить рационально данное сечение.

Подобрать размеры сечения, если

$$[\sigma]_c / [\sigma]_p = 2; \quad [\sigma]_p = 150 \text{ МПа}.$$

$EJ \cdot v_K$

Определить приведенный прогиб в точке К.

Показать упругую линию балки.

Привести алгоритмы оценки жесткости.



#### Тема 4. СДВИГ. КРУЧЕНИЕ.

Процесс кручения линейно-деформируемых стержней при статическом нагружении



Ознакомиться с теорией кручения тонкостенных стержней  
Знать виды НСТ, главные площадки, чистый сдвиг.  
Уметь рассчитать вал на прочность и жесткость.

*Barre  
de Saint-Venant  
1797-1886*

Напряженное состояние в точке НСТ  
Главные площадки  
Виды НСТ: объемное, плоское, линейное  
Чистый сдвиг  
Графическое изображение НСТ. Круг Мора

Свободное  
Нормальный  
Замкнутий  
Круглый

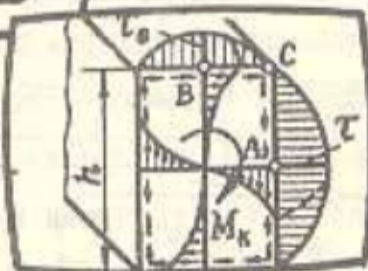
(ПРУЖИНЫ)

#### КРУЧЕНИЕ ПРОФИЛЬ



Стесненное  
Тонкостенный  
Открытый  
Некруглый

Депланация. Касательные напряжения в поперечных сечениях: для точек вблизи контура направлены по касательной к контуру; вблизи внешнего угла равны нулю; по серединам больших сторон наибольшие



Сравните механизмы разрушения стержней из хрупких и пластических материалов при деформациях растяжения, изгиба и кручения



К лекции 4.1: /I, \$ 51, \$55/  
К лекции 4.2: /I, \$21/  
К лекции 4.3: /I, \$22/  
К лекции 4.4: /I, \$42/.



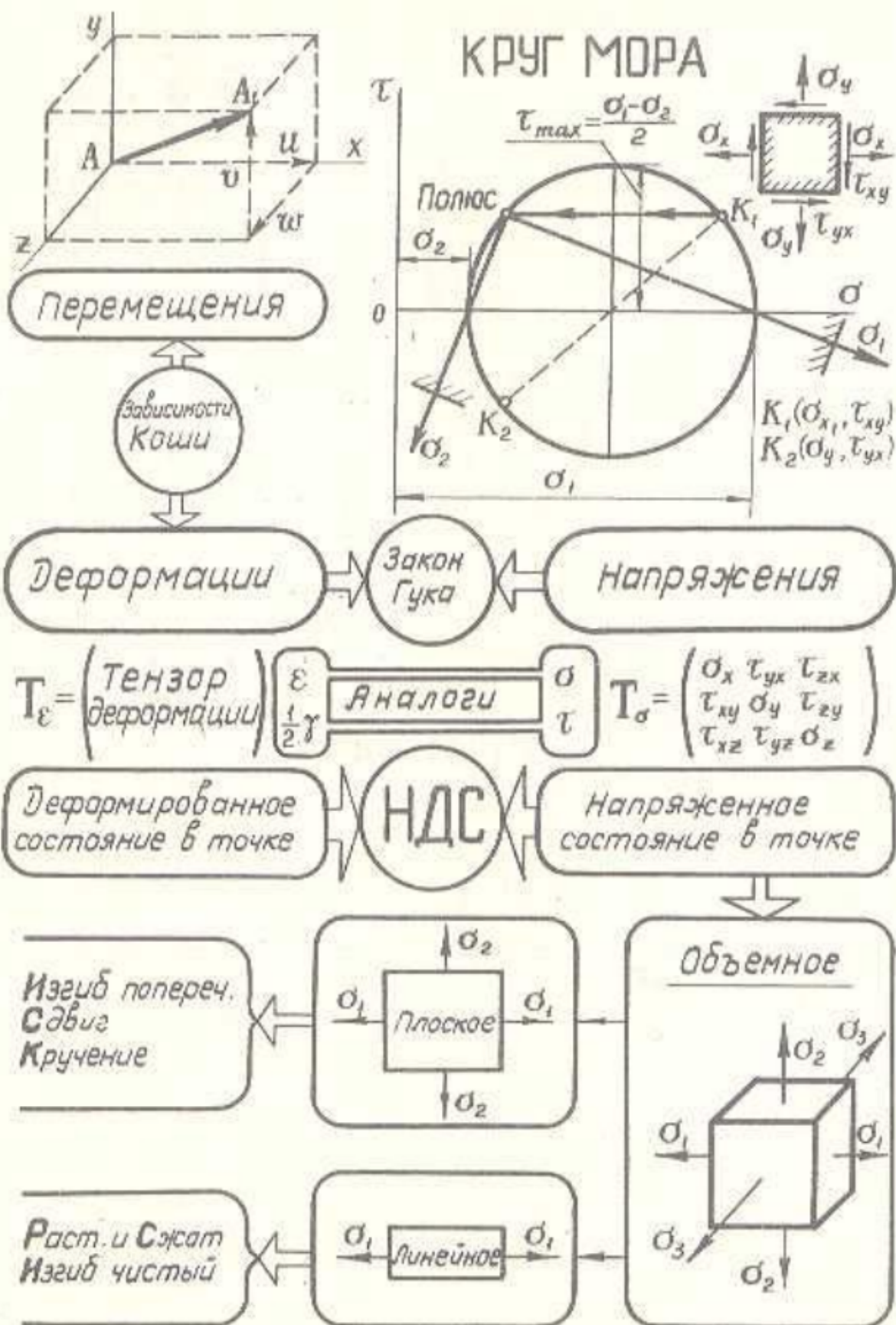


Площадки, на которых отсутствуют касательные напряжения, называются главными. В зависимости от числа экстремальных нормальных напряжений, действующих на главных площадках, различают три вида напряженных состояний: линейное, плоское и объемное.

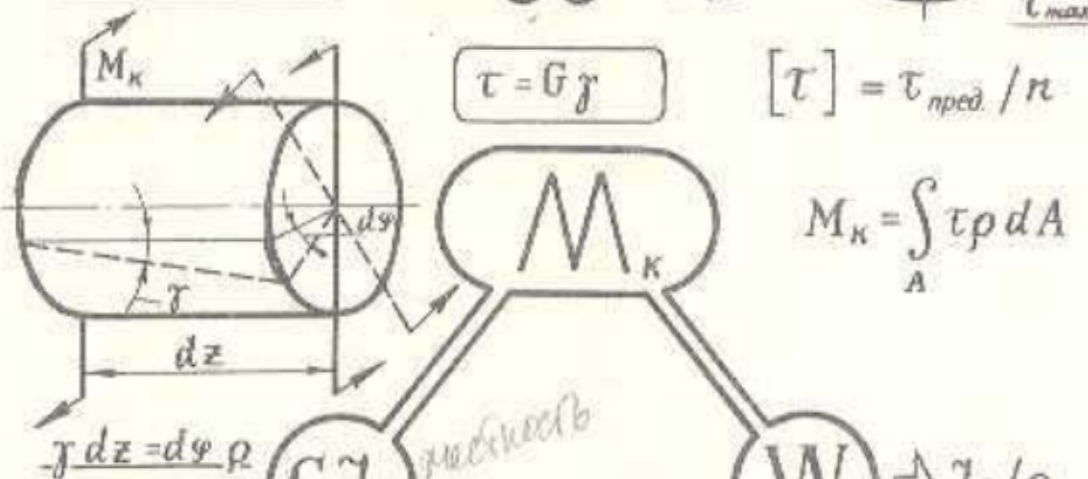
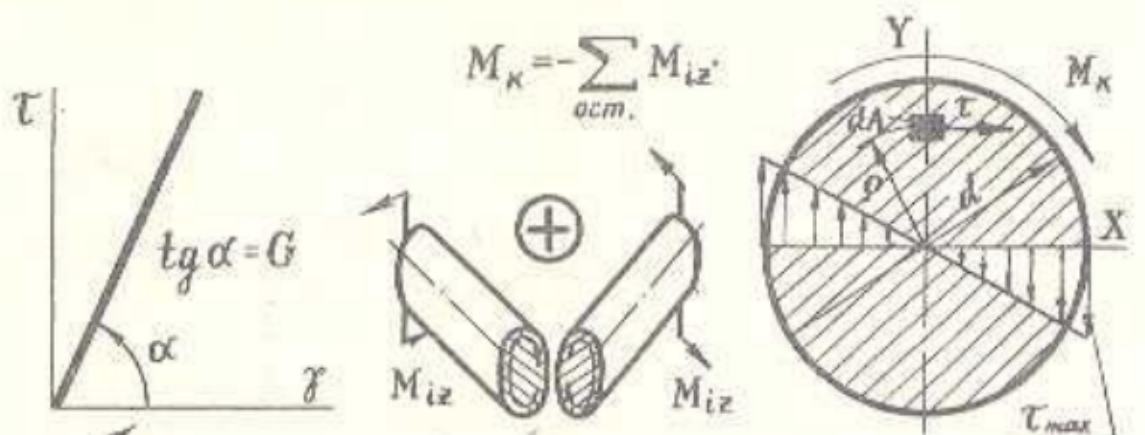
На опорной схеме 4.1 дано графическое решение задачи определения главных напряжений в исследуемой точке  $K$  для плоского напряженного состояния. Чистым сдвигом называется частный случай плоского напряженного состояния, при котором на двух взаимно перпендикулярных площадках действуют только касательные напряжения, а нормальные равны нулю.

На опорной схеме 4.2 приведены следующие допущения при кручении круглых стержней: поперечные сечения, поворачиваясь относительно продольной оси, остаются плоскими; радиусы в поперечных сечениях не искривляются. Поперечные сечения  $CC_1$ , с одной стороны, поворачиваются на угол закручивания  $\varphi$ , с другой — перемещение  $CC_1^I$  вызывается сдвигом образующей на угол  $\gamma$ , который называют относительным сдвигом. Совместное решение уравнений равновесия и перемещений дает выражение для расчета угла закручивания и касательных напряжений при кручении. Аналогичность зависимостей и расчетные формулы деформаций сдвига и кручения приведены на с.35.

Решение задач кручения брусков некруглого сечения и тонкостенных стержней открытого и замкнутого профилей с применением экспериментальных методов и методов моделирования даны на с. 36, 37.



ОПОРНАЯ СХЕМА 4.1



$$\Theta = M_K / GJ_p$$

$$\Theta = d\varphi / dz = \gamma / \rho$$

Условие жесткости:

$$\Theta = M_K / GJ_p \leq [\Theta]$$

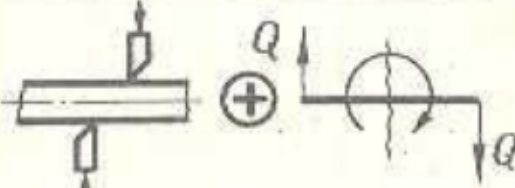

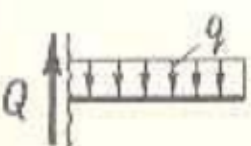
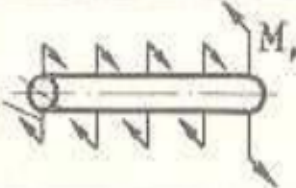
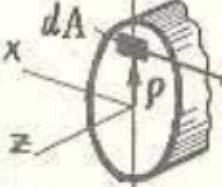


$$\tau = M_K \rho / J_p$$

$\tau_{max}$  пл.  $\perp$  оси;  $\sigma_{max}$  пл.  $\angle 45^\circ$

Условие прочности:

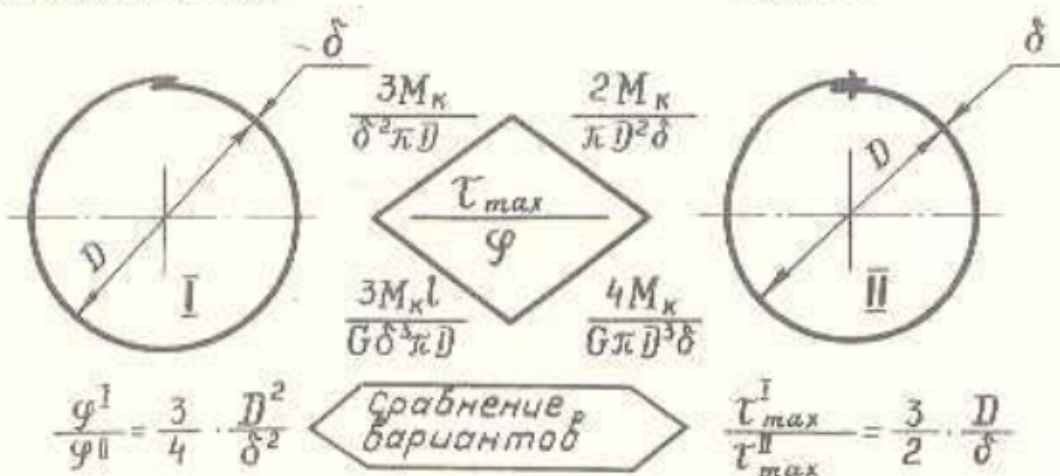
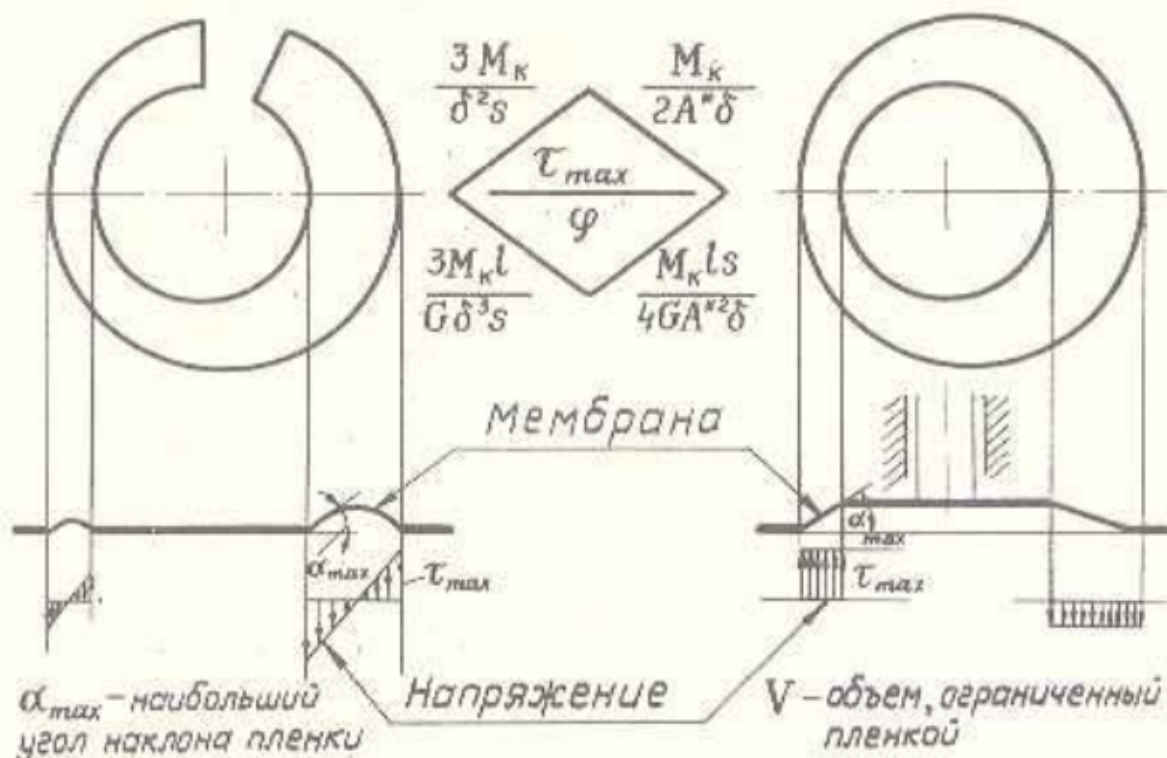
$$\tau_{max} = M_K / W_p \leq [\tau]$$

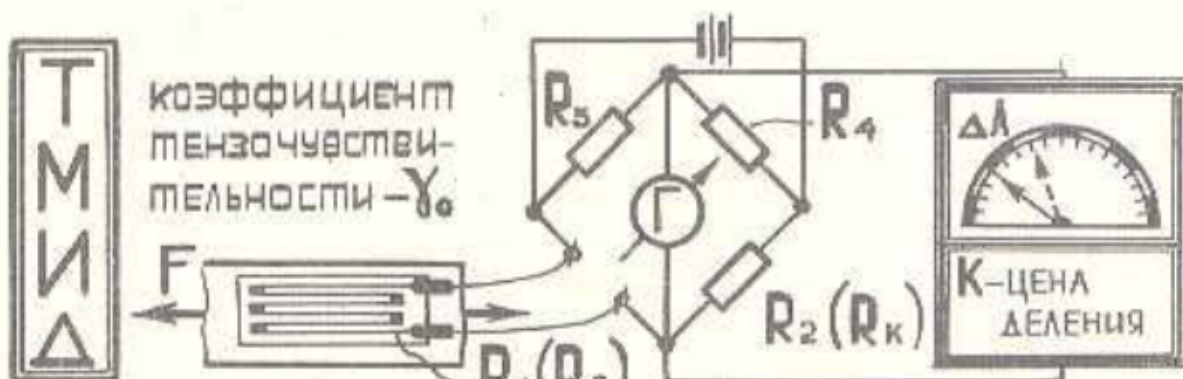
ОСНОВНАЯ СХЕМА 4.2

сдвиг	Кручение
<p><math>Q</math> - поперечная сила Проекция внутренних сил на плоскость сечения</p>	<p><math>M_K</math> - крутящий момент Момент внутренних силотно- сительно продольной оси</p>
	
 $\frac{dQ}{dz} = -q$	 $\frac{dM_K}{dz} = m_z$
$Q = \int_A \tau dA$	 $M_K = \int_A \tau \rho dA$
 $\tau = \frac{Q}{A}$	 $\tau = \frac{M_K \cdot \rho}{J_p}$
$\gamma = \frac{\Delta a}{a} = \frac{Q}{GA} \quad \boxed{\tau = G\gamma} \quad \theta = \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_K}{GJ_p}$	
$\tau_{max} = \frac{Q_{max}}{A} \leq [\tau]$	$\tau_{max} = \frac{M_K}{W_p} \leq [\tau]$
$u = K_y \int \frac{Q_y^2}{2GA} dz$	$u = \int \frac{M_K^2}{2GJ_p} dz$

# Кручение тонкостенных профилей

открытый закрытый





ТЕНЗОДАТЧИК  $\frac{\Delta R}{R} = \gamma \frac{\Delta l}{l_0}$   $\epsilon = K \Delta A \Rightarrow \sigma = E \epsilon$

ПРОВОЛОЧНЫЙ  $2 \dots 3,5$   $= \gamma_0 = -100 \dots +200$  ПОЛУПРОВОДНИК

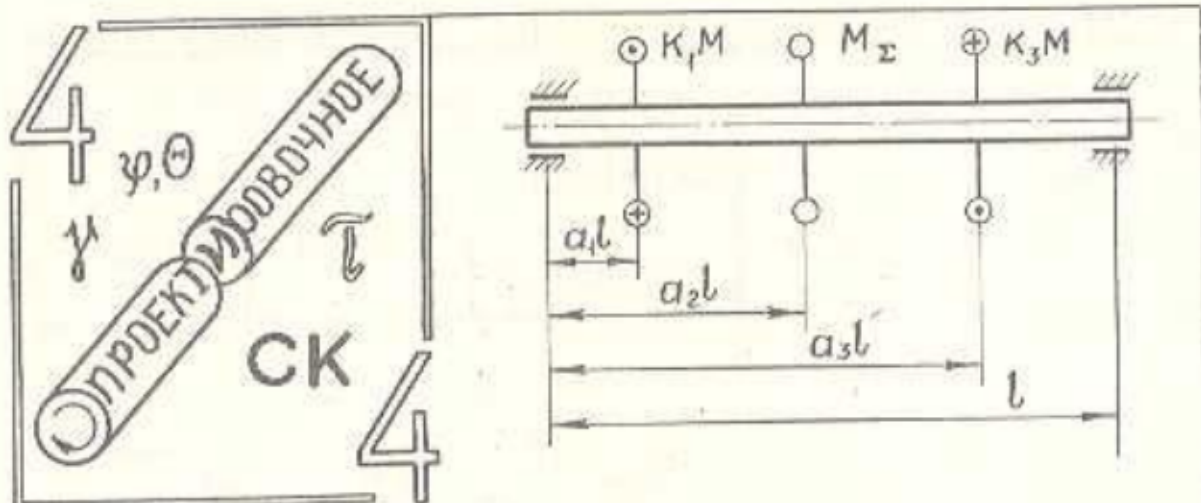
ЧЕМ ДЛИННЕЕ БАЗА, ТЕМ БОЛЬШЕ ИЗМЕНЕНИЕ R

ТОЧНОСТЬ

$\epsilon$  — НЕРАВНОМЕРНАЯ БАЗА КАК МОЖНО МЕНЬШЕ



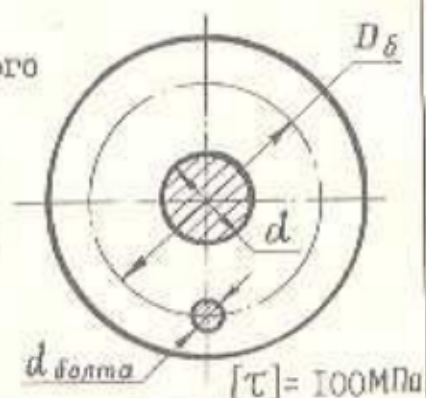
ОПОРНАЯ СХЕМА 4.3



- 1) Спроектировать ступенчатый вал. Провести обоснование формы и размеров стержня.  
 Построить эпюру углов закручивания, приняв угол поворота левого конца вала равным нулю.  
 Проверить жесткость вала.

- 2) Оценить изменение грузоподъемности вала при заклинивании подшипников.  
 Сделать вывод о работоспособности системы.

- 3) Определить диаметр болтов для фланцевого соединения, установленного на опасном участке.  
 Диаметр, на котором расположены болты, считать равным трем диаметрам вала. Количество болтов принять конструктивно.





Тема 5.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Комплекс прочностных качеств



Ознакомиться с композиционными материалами.  
Знать критерии прочности.  
Уметь производить расчеты при сложном сопротивлении

*Otto Mohr*

1835 - 1918

Феноменологический  
подход

СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ :

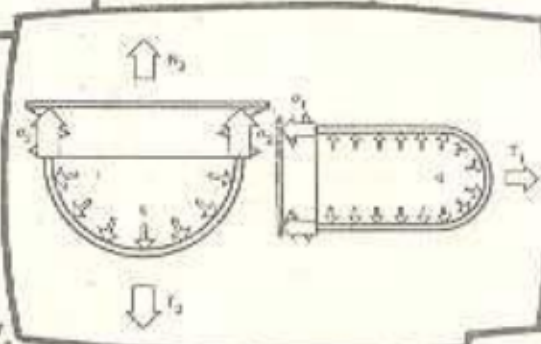
Оценка прочностной надежности

Критерии пластичности и разрушения

Гипотеза наибольших касательных напряжений. Гипотеза энергии изменения формы

Полимеры  
Пластмассы  
Композиты  
Активные  
МАТЕРИАЛЫ .

"История  
нагружения".



Пластичность  
Ползучесть  
Анизотропия  
Нелинейные  
СВОЙСТВА

Разрушение в зависимости от условий  
нагружения: статическое, длительное  
статическое, малоцикловое, усталостное.  
Вероятность разрушения. Потеря устойчи-  
вости.

*A.A. Griffith*

1920 год  
МЕХАНИКА

РАЗРУШЕНИЯ



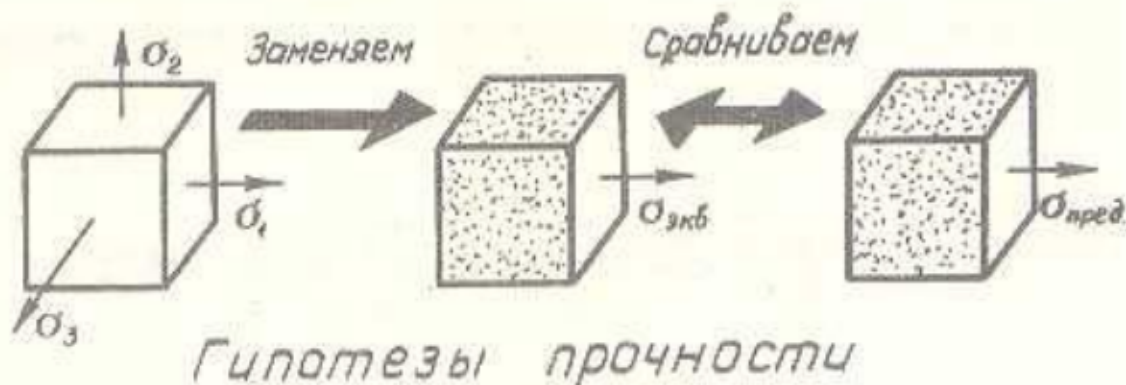
Каковы основные направления развития проблемы  
обеспечения прочностной надежности?



К лекции 5.1 : /1, \$ 59,60, 61 с. 301...306  
5.2 Примеры 8.1...8.5, с. 306...310; \$55  
5.3 \$ 62  
5.4 \$63, \$64







<u>III</u>	Наибольших касательных напряжений	$\sigma_{экв} = \sigma_1 - \sigma_3$	Для пластических материалов
<u>IV</u>	Удельной потенциальной энергии изменения формы	$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sigma_{экв}$	Для пластических материалов точнее, чем <u>III</u>
Мора		$\sigma_{экв} = \sigma_1 - \frac{[\sigma_p]}{[\sigma_c]} \sigma_3$	Универсальна $\sigma_1 / \sigma_3 \approx -1$

*Сложное сопротивление*

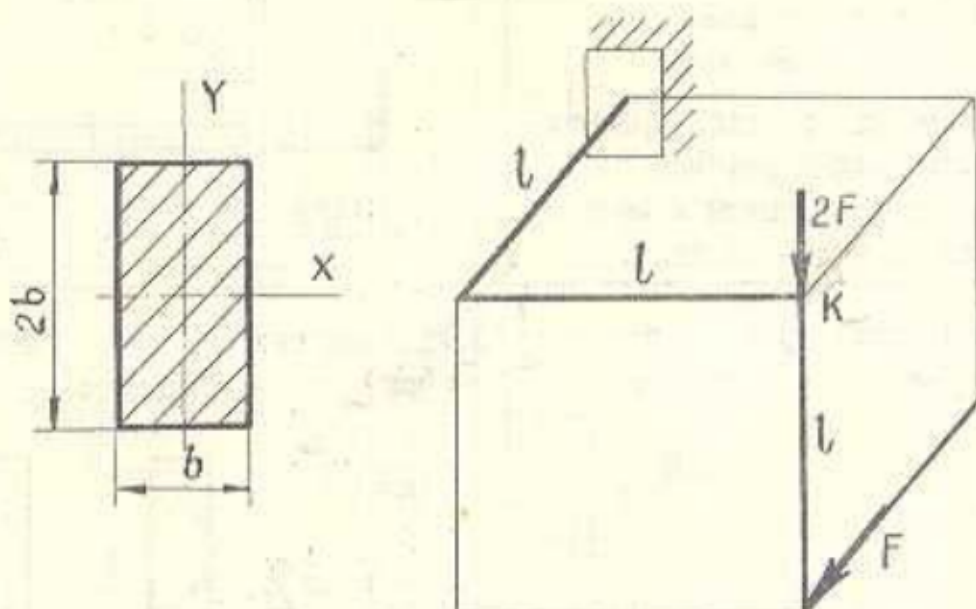


1	Вид деформации	Изгиб с кручением
2	Внутренние силы в опасном сечении	$M_y = Fl, M_k = M$
3	Напряжения	$\sigma_z = M_y / W_y; \tau_z = M_k / W_p$
4	Вид напряженного состояния в опасной точке	Частный случай плоского НС
5	Оценка прочности	$\sigma_{эIII} = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_z^2} \leq [\sigma];$ $\sigma_{эIV} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_z^2} \leq [\sigma]$

ОБОЗНАЧЕНИЯ СХЕМА 5.1



СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ  
ОЦЕНИТЬ ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ ЛИНЕЙНО-ДЕФОРМИРУЕМОГО ЛОМАНОГО СТЕРЖНЯ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ



Построить эпюры внутренних сил.

Показать опасное сечение и выделить на нём опасные точки.

Расположить сечение рационально. Показать главные напряжения в выделенных точках, используя графическое представление НСТ. Провести проверку прочности.

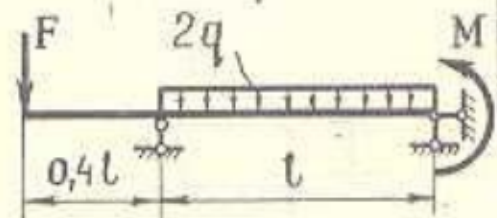
Определить вертикальное перемещение узла К и сделать вывод о прочностной надежности конструкции.

В задачах, приведенных в билете, предлагается :

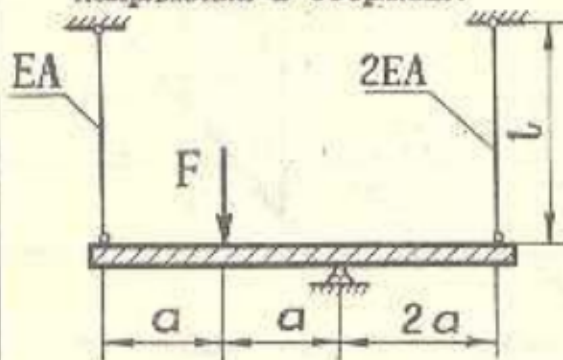
1. Провести анализ нагружения, показать алгоритм решения.
2. Решить задачу. Предложить экономически эффективное сечение.
3. Установить границы применимости метода решения. Изложить принципы и методы, лежащие в основе темы.

1) Найдите опасное сечение.

Дано :  $M = 2ql^2$   
 $F = ql$

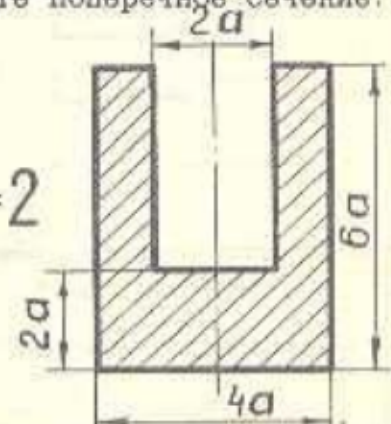


2) Определите уровень напряжений в стержнях.



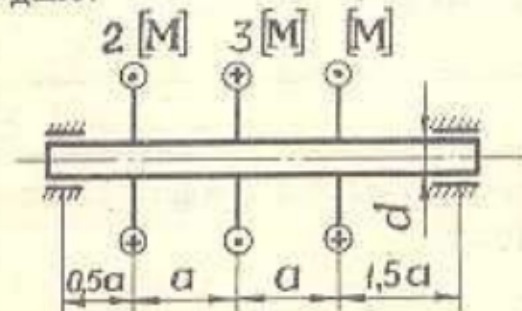
3) Для расчетной схемы I вопроса подберите поперечное сечение.

Дано:  
 $\frac{[\sigma]_c}{[\sigma]_p} = 2$



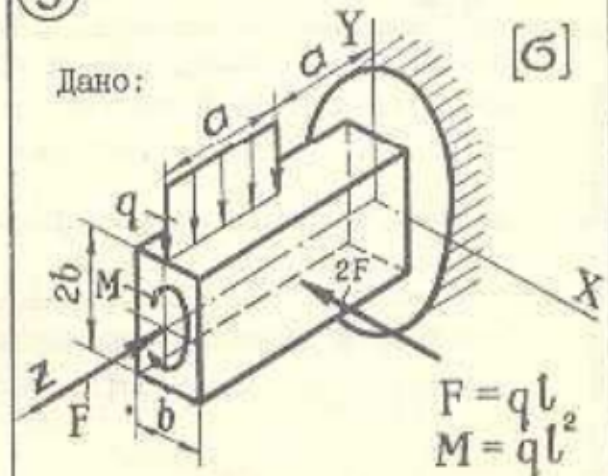
4) Оцените изменение допускаемого момента при заклинивании вала.

Дано:



5) Проведите проверку прочности

Дано:



Типовой билет

Приложение 2

Вариант задания – трехзначное число. Выпишите данные из табл. 2.1 по 1-й цифре варианта, табл. 2.2 – по 2-й, табл. 2.3 по 3-й цифре.

ВАРИАНТ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Таблица 2.1

$a_1$	0,5	0,3	0,7	0,1	0,1	0,3	0,2	0,1	0,1	0,4
$a_2$	0,8	0,8	0,9	0,7	0,9	0,8	0,4	0,3	0,5	0,7
$a_3$	0,2	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$a_4$	1,0	0,6	0,5	0,9	0,7	0,1	1,0	0,5	0,3	0,2

Таблица 2.2

K	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$K_1$	1	3	3	1	2	2	1	2	3	4
$K_2$	2	2	1	3	1	3	1	2	3	2
$K_3$	3	1	2	2	3	1	2	3	1	1
$Y_{1,м}$	2,0	-2,0	2,0	-3,0	3,0	-2,5	3,0	-3,0	2,0	2,0
$Y_{2,м}$	-2,0	3,0	3,0	-3,5	-4,0	3,5	3,0	-4,0	-3,5	2,0

Таблица 2.3

$l, м$	4,0	3,8	3,6	3,4	3,2	3,0	2,8	2,6	2,4	2,2
$A \cdot 10^{-4}, м^2$	10	9,5	9,0	8,5	8,0	7,5	7,0	6,5	6,0	5,5
$q, кН/м$	10	5,0	15	20	25	25	20	15	10	5,0
$\sigma_T, МПа$	400	380	360	340	320	300	280	260	240	220
$\Delta t, ^\circ C$	-50	-45	-40	-35	-30	30	35	40	45	50
$\Delta, \%l$	0,009	-0,01	0,02	-0,03	0,04	-0,05	0,06	-0,07	0,08	-0,09

Общие данные

$$F = ql; M = ql^2; n_T = 1,5; E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; G = 5 \cdot 10^4 \text{ МПа}$$

Таблица 3.1

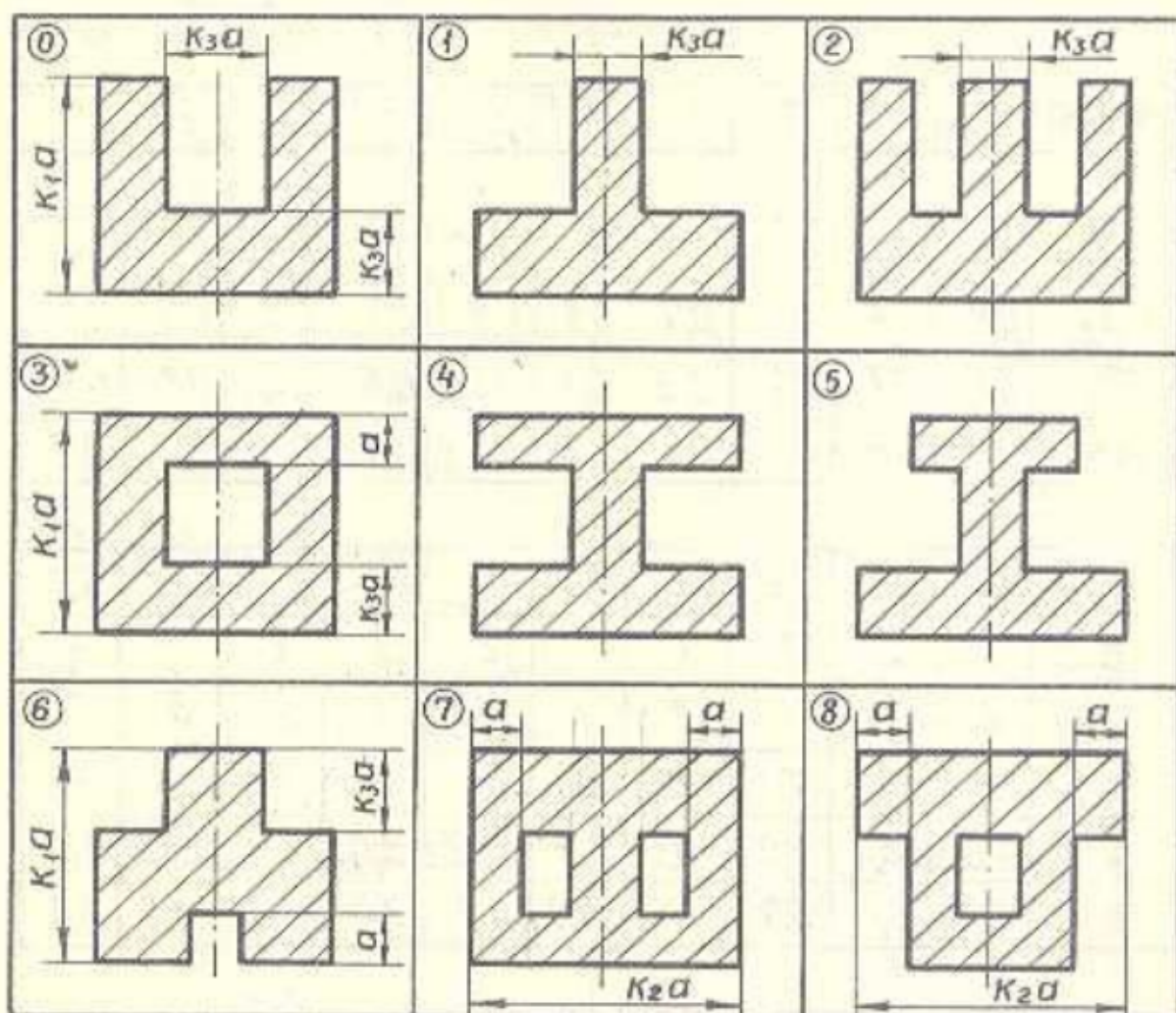


Таблица 3.2

Вар.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$K_1$	5	6	8	10	10	9	6	7	8	7
$K_2$	4	5	7	9	8	7	6	6	5	6
$K_3$	1	2	3	5	4	4	2	3	2	3

Таблица 3.3

Предел прочности, МПа	$\sigma_{вр}$	150	210	120	200	100	300	210	950	320	400
Предел прочности, МПа	$\sigma_{вс}$	640	600	300	400	360	500	160	490	320	600
Уголок неравнобокий	$N$	25/16	18/11	16/10	14/9	20/25	18/11	16/10	14/9	20/125	25/16
Круглое сечение, мм	$d$	100	90	85	80	75	70	65	60	50	40

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ "СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ"

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

ТАМАРА ГРИГОРЬЕВНА КАРАЧЕНЦЕВА

Редактор Е.С.Поздеева

Корректор Л.Г.Садовская

Подписано в печать 10.05.88 г.

Формат 60x84/16. Печать оперативная.

Бумага обертка белая. Усл.п.л.2.0.

Уч.-изд.л.2.0

Бесплатно.

Тольяттинский политехнический институт.

Тольятти, Белорусская, 14.