

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тольяттинский государственный университет»

**Б1.О.04.02**

(индекс дисциплины)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Непрерывные математические модели 2**

(наименование дисциплины)

по направлению подготовки (специальности)  
01.04.02 Прикладная математика и информатика

направленность (профиль)/специализация  
Математическое моделирование

Форма обучения: очная

Год набора: 2020

Общая трудоемкость: 4 ЗЕ

**Распределение часов дисциплины по семестрам**

Семестр	2	Итого
Форма контроля	зачёт	
Вид занятий		
Лекции	18	18
Лабораторные		
Практические	34	34
Руководство: курсовые работы (проекты) / РГР		
Промежуточная аттестация	0,25	0,25
Контактная работа	52,25	52,25
Самостоятельная работа	91,75	91,75
Контроль		
Итого	144	144

Рабочую программу составил(и):

Доцент, к.ф.-м.н. Панфёров А.А

*(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)*

---

Рецензирование рабочей программы дисциплины:



Отсутствует



Рецензент

*(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)*

---

Рабочая программа составлена на основании ФГОС ВО и учебного плана направления подготовки  
(специальности) 01.04.02 Прикладная математика и информатика

*(код и наименование направления подготовки, специальности в соответствии с ФГОС ВПО)*

---

**Срок действия программы дисциплины до «31» августа 2022 г.**

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры «Прикладная математика и информатика»

---

(протокол заседания № 1 от «09» сентября 2019г.).

## 1. Цель освоения дисциплины

Цель – обучение студентов простейшим приемам и методам построения математических моделей непрерывных детерминированных физических процессов и теоретическому исследованию этих моделей, овладение используемыми математическим инструментарием и расчётными алгоритмами.

Задачи:

1. Ознакомить студентов с классификацией математических моделей, способами и этапами их построения;
2. Научить студентов строить математические модели конкретных физических процессов;
3. Обучить студентов применению расчетных алгоритмов, используемых при построении моделей физических процессов.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (учебный курс) относится к базовой части цикла Б1. Дисциплины, учебные курсы, на освоении которых базируется данная дисциплина (учебный курс) – «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Языки программирования», «Основы компьютерной графики», «Непрерывные математические модели 1».

Знания, умения, навыки, приобретаемые в результате изучения данной дисциплины необходимы для освоения дисциплин «Непрерывные математические модели 3», а также для выполнения выпускной квалификационной работы.

## 3. Планируемые результаты обучения

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
(ОПК-2) Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	(ИОПК-2.1) Демонстрирует понимание теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования.	Знать: приемы анализа и синтеза, возможности самореализации
	(ИОПК-2.2) Анализирует существующие методы решения прикладных задач для выбора рационального решения.	Уметь: абстрактно мыслить, самостоятельно изучать научную литературу
	(ИОПК-2.3) Демонстрирует способности совершенствовать существующие методы прикладной математики, а также реализовывать новые математические методы решения прикладных задач.	Владеть: приемами анализа и синтеза, творческими навыками при компьютерном моделировании задачи
(ОПК-3) Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональ-	(ИОПК-3.1) Демонстрирует знания методов и принципов математического моделирования	Знать: приемы для приобретения новых знаний в области математического моделирования
	(ИОПК-3.2) Анализирует про-	Уметь: использовать новые зна-

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
ной деятельности	блемы профессиональной деятельности, требующие использования современных научных исследований на основе математики.	ния в практической деятельности в области прикладной математики и информатики, разделов физики
	(ИОПК-3.3) Демонстрирует умения математического моделирования различных явлений и процессов	Владеть: информационными технологиями для приобретения новых знаний в области прикладной математики, информатики, физики.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Раздел, модуль	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Объем, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Раздел 1. Введение в модели распределённых динамических систем	лекции	Тема 1. Уравнения математической физики в частных производных. Уравнения Эйлера и Навье – Стокса, Максвелла и Шрёдингера. Построение моделей теплопроводности и плотности вероятности нахождения частицы при случайном блуждании.	2	Разноуровневые задачи
	практика		2	
	сам. раб.		8	
Раздел 2. Линейные диффузионные модели	лекции	Тема 1. Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Метод Фурье и задача Штурма – Лиувилля. Преобразование уравнения и граничных условий к более простому виду. Численные исследования.	4	Разноуровневые задачи
	практика		8	
	сам. раб.		12	
	лекции	Тема 2. Задачи Коши для уравнения теплопроводности.	2	Разноуровневые задачи
	практика		2	
	сам. раб.		8	
Раздел 3. Линейные модели волновых процессов	лекции	Тема 1. Волновое уравнение Д'Аламбера. Стоячие волны.	2	Разноуровневые задачи
	практика		4	
	сам. раб.		12	
	лекции	Тема 2. Волна (бегущая) Д'Аламбера. Автомодельность волн.	2	Разноуровневые задачи
	практика		4	
	сам. раб.		12	
Раздел 4. Модели распространения возмущений в нелинейных	лекции	Тема 1. Метод характеристик решения нелинейных уравнений первого порядка – ударная волна. Численные исследования.	2	Разноуровневые задачи
	практика		4	
	сам. раб.		14	
	лекции	Тема 2. Модели одномерного кристалла и кубической решётки – волны, дисперсия волн, уравнение Кортевега – де Вриза и солитоны. Численные исследования.	2	Разноуровневые задачи
	практика		6	

средах	сам. раб.	Тема 3. Модели теплопроводности с нелинейными источниками тепла – самоорганизация диссипативных структур.	14	Разноуровневые задачи
	лекции		2	
	практика		4	
	сам. раб.		12	
Итого:			144	

## 5. Образовательные технологии

Используются стандартные (традиционные) образовательные технологии: лекции и практические занятия, самостоятельная работа.

## 6. Методические указания по освоению дисциплины

Большинство практических задач требуют графической визуализации и численного решения с использованием компьютерных программ. Предпочтительнее использовать MathCAD: интерфейс, адаптированный к привычному письму на бумаге, не требует долгого обучения ему.

## 7. Оценочные средства

### 7.1. Паспорт оценочных средств

Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
ОПК-2	Вопросы к зачёту №№ 1-8, 22-40
ОПК-3	Вопросы к зачёту №№ 9-21

### 7.2. Типовые задания или иные материалы, необходимые для текущего контроля

#### 7.2.1. Разноуровневые задачи

#### Типовые примеры задания

Комплект № 1:

Решить численно начально-краевую задачу о теплопроводности в стержне  $\partial u / \partial t = a^2 \partial^2 u / \partial x^2 + f(x, t)$ ,  $u(0, t) = g_1(t)$ ,  $u(L, t) = g_2(t)$ ,  $u(x, 0) = \varphi(x)$ , явным сеточным методом. Построить графики временных срезов распределения температуры при различных шагах сетки и сравнить их с аналитическим решением. Граничные и начальные условия и функция источника тепла вариативны.

1.  $a = 1$ ,  $L = 1$ ,  $g_1(t) = 0$ ,  $g_2(t) = 0$ ,  $\varphi(x) = \sin(\pi x)$ ,  $f(x, t) = \sin(3\pi x)$
2. ...

Комплект № 2: Найти гамильтониан для системы и нарисовать фазовый портрет

1. Реализовать явную численную схему решения начальной задачи уравнения  $\partial u / \partial t - a \partial^2 u / \partial x^2 = 0$  сеточным методом. Рассмотреть начальные данные:  
а)  $u(0, x) = b[\theta(x+a) - \theta(x-a)](x^2 - a^2)$ , где  $\theta(x)$  – функция Хевисайда;  
б) ...  
Исследовать сходимость путем сравнения с точным решением.
2. Реализовать явную численную схему решения начальной задачи уравнения  $\partial u / \partial t - a \partial^3 u / \partial x^3 = 0$  сеточным методом. Рассмотреть начальные данные:  
а)  $u(0, x) = b[\theta(x+a) - \theta(x-a)](x^2 - a^2)$ , где  $\theta(x)$  – функция Хевисайда;  
б) ...

3. Реализовать неявную численную схему решения начальной задачи уравнения  $\partial u / \partial t - a \partial u / \partial x = 0$  сеточным методом. Рассмотреть начальные данные:
  - а)  $u(0, x) = b[\theta(x+a) - \theta(x-a)](x^2 - a^2)$ , где  $\theta(x)$  – функция Хевисайда;
  - б)...
 Исследовать сходимость путем сравнения с точным решением.
4. Реализовать явную численную схему решения начальной задачи уравнения  $\partial u / \partial t - a \partial u / \partial x = 0$  методом прямых. Рассмотреть начальные данные:
  - а)  $u(0, x) = b[\theta(x+a) - \theta(x-a)](x^2 - a^2)$ , где  $\theta(x)$  – функция Хевисайда;
  - б)...
 Исследовать сходимость путем сравнения с точным решением.

Комплект № 3: Исследовать нелинейное уравнение  $\partial u / \partial t - a u (\partial u / \partial x) = 0$  с начальными данными из первого задания ( по вариантам). Рассмотреть: решение методом прямых; решение сеточным методом.

Построить для найденных приближенных решений график зависимости интеграла движения  $I = \int (u(t, x))^* dt$ , где символ \* означает степень, равную номеру варианта, от «времени» (номера временного слоя), при различных шагах сетки.

### Краткое описание и регламент выполнения

Контролируется индивидуальное выполнения задач

### Критерии оценки:

Задачи «зачтены», если полностью решены

## 7.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

### 7.3.1. Вопросы к промежуточной аттестации

№ п/п	Вопросы к зачёту
1	Понятие распределённых динамических систем. Скалярные и векторные поля.
2	Описание состояния системы функциями.
3	Описание равновесного состояния распределённой динамической системы.
4	Подход к выводу уравнения диффузии, записать уравнение диффузии.
5	Пример математической модели: малые упругие колебания сплошной среды.
6	Привести примеры моделей, в которых возникает уравнение теплопроводности.
7	Продемонстрировать подход к выводу уравнения броуновского движения.
8	Примеры моделей, в которых возникает уравнение Навье-Стокса.
9	Примеры моделей, в которых возникают уравнения Максвелла.
10	Примеры моделей, в которых возникает уравнение Шрёдингера.
11	Классификация уравнений в частных производных второго порядка.
12	Типы граничных условий
13	Записать уравнение теплопроводности для модели с теплообменом через границы, не учитываемым граничными условиями, с внутренним источником и с конвективной диффузией.
14	Этапы решения однородного уравнения теплопроводности методом Фурье. В каких случаях этот метод применим?
15	Метод Фурье
16	Преобразование неоднородных граничных условий к однородным



17	Преобразование неоднородного уравнения теплопроводности к более простому виду
18	Задача Коши для волнового уравнения
19	Автомодельность бегущих волн
20	Решение начально-краевой задачи для волнового уравнения
21	Дисперсионное соотношение для тепловых волн
22	Построить алгоритм решения задачи о движении линейной цепочки частиц методом Верле.
23	Получить волновое уравнение из модели движения линейной цепочки частиц.
24	Какие слагаемые в эволюционном уравнении приводят к сжатию и опрокидыванию волнового пакета?
25	Описать качественно поведение волнового пакета при наличии в уравнении производных порядка выше 2.
26	Какие слагаемые в эволюционном уравнении приводят к пространственному «расплыванию» волнового пакета?
27	Построить явную сеточную схему для численного решения линейного уравнения $du/dt - vdu/dx = 0$ .
28	Построить неявную сеточную схему для численного решения линейного уравнения $du/dt - vdu/dx = 0$ .
29	Какие проблемы могут возникнуть при численном решении уравнений сеточными методами?
30	Построить явную схему решения линейного уравнения $du/dt - vdu/dx = 0$ методом прямых ( $v=\text{const}$ ).
31	Построить неявную схему решения линейного уравнения $du/dt - vdu/dx = 0$ методом прямых ( $v=\text{const}$ ).
32	Построить схему решения нелинейного уравнения $du/dt - vdu/dx = 0$ методом прямых ( $v=\text{const}$ ).
33	Построить модель движения линейной цепочки частиц.
34	Представить произвольное движение линейной цепочки частиц суперпозицией нормальных колебаний. Частоты нормальных колебаний.
35	Привести пример процессов и систем, в математических моделях которых возникает задача Штурма – Лиувилля.
36	Дать определения дискретного и непрерывного спектра задачи Штурма – Лиувилля
37	Задача Штурма – Лиувилля.
38	Записать уравнение Кортевега- де Вриза (КдВ)
39	Привести примеры моделей, в которых возникает уравнение Кортевега- де Вриза
40	Описать, какие явления и процессы можно моделировать при помощи солитонных решений уравнения КдВ.

### 7.3.2. Критерии и нормы оценки

Форма проведения промежуточной аттестации	Критерии и нормы оценки	
Зачёт (письменно)	«зачтено»	Даны положительные ответы на вопросы по теории (не менее 60% положительных ответов). Разноуровневые задачи в целом решены, продемонстрирована работа компьютерных программ. Допускается, что компьютерные

		программы не всегда демонстрируют ожидаемые результаты, однако отвечающий может объяснить, почему так происходит и указать пути исправления.
	«не зачтено»	Не выполнено ни одно из вышеперечисленных требований

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 8.1. Обязательная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	Юмагулов, М.Г.	Введение в теорию динамических систем	Учебное пособие	2015	ЭБС «Лань»
2	Голубева, Н.В.	Математическое моделирование систем и процессов	Учебное пособие	2016	ЭБС «Лань»
3	Амосов, А.А., Дубинский, Ю. А., Копченова, Н. В.	Вычислительные методы	Учебное пособие	2014	ЭБС «Лань»

### 8.2. Дополнительная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	Юдович, В.И.	Математические модели естественных наук	Учебное пособие	2011	ЭБС «Лань»
2	Поршнева, С.В.	Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. + CD	Учебное пособие	2011	ЭБС «Лань»

### 8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

- Библиотека eLibrary [Электронный ресурс] [http://elibrary.ru/project\\_books.asp](http://elibrary.ru/project_books.asp)
- Журнал вычислительной математики и математической физики [Электронный ресурс] <http://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7791>
- Математическое моделирование [Электронный ресурс]  
[http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?jrnid=mm&wshow=contents&option\\_lang=rus](http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?jrnid=mm&wshow=contents&option_lang=rus)

### 8.4. Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование ПО	Реквизиты договора (дата, номер, срок действия)
1	MATLAB & Simulink	Договор 652/2014 от 07.07.2014 Бессрочный
2	C++ Builder	Договор 564 от 22.02.07 Бессрочный
3	MathCAD	MCD-7514-P/ MCD-7503CP от 21.07.2009

### 8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для проведения лабораторных работ. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации. (УЛК – 312)	23 посадочных места (стол ученический-27 шт.), Переносной проектор, экран, стол преподавательский-1 шт., стулья-27 шт., доска аудиторная (маркерная)-1шт., компьютеры с выходом в сеть Интернет - 20 шт
2	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для проведения лабораторных работ.	Компьютер (монитор 17", системный блок Intel (R) Celeron (R) 2,66 GHz / 1 Gb / 80 Gb) - 18шт., маршрутизатор 2801 Router-6 шт., коммутатор Catalyst-6 шт., экран/интерактивная

	работ. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации. (УЛК - 408)	доска Smart Board ТВ-1 шт., проектор Acer P1303W., стол преподавательский-1шт., стол ученический-13шт., стол компьютерный-18 шт., стул- 50 шт., доска аудиторная (маркерная)-1 шт.Компьютер-17шт.
3	Компьютерный класс. Помещение для самостоятельной работы. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (Г-401).	Стол ученический-26 шт., стул-26 шт., компьютер с выходом в сеть интернет-16 шт