

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тольяттинский государственный университет»

**Б1.О.04.03**

(индекс дисциплины)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Непрерывные математические модели 3**

(наименование дисциплины)

по направлению подготовки (специальности)  
01.04.02 Прикладная математика и информатика

направленность (профиль)/специализация  
Математическое моделирование

Форма обучения: очная

Год набора: 2020

Общая трудоемкость: 4 ЗЕ

**Распределение часов дисциплины по семестрам**

Семестр	3	Итого
Форма контроля	экзамен	
Вид занятий		
Лекции	18	18
Лабораторные		
Практические	34	34
Руководство: курсовые работы (проекты) / РГР		
Промежуточная аттестация	0,35	0,35
Контактная работа	52,35	52,35
Самостоятельная работа	56	56
Контроль	35,65	35,65
Итого	144	144

Рабочую программу составил(и):

Доцент, к.ф.-м.н. Панфёров А.А.  
(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

---

Рецензирование рабочей программы дисциплины:



Отсутствует



Рецензент

---

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рабочая программа составлена на основании ФГОС ВО и учебного плана направления подготовки  
(специальности) 01.04.02 Прикладная математика и информатика

---

(код и наименование направления подготовки, специальности в соответствии с ФГОС ВПО)

**Срок действия программы дисциплины до «31» августа 2022 г.**

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры «Прикладная математика и информатика»

---

(протокол заседания № 1 от «09» сентября 2019г.).

## 1. Цель освоения дисциплины

Цель – обучение студентов простейшим приемам и методам построения математических моделей непрерывных детерминированных физических процессов и теоретическому исследованию этих моделей, овладение используемыми математическим инструментарием и расчётными алгоритмами.

Задачи:

1. Ознакомить студентов с классификацией математических моделей, способами и этапами их построения;
2. Научить студентов строить математические модели конкретных физических процессов;
3. Обучить студентов применению расчетных алгоритмов, используемых при построении моделей физических процессов.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (учебный курс) относится к базовой части цикла Б1. Дисциплины, учебные курсы, на освоении которых базируется данная дисциплина (учебный курс) – «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Языки программирования», «Основы компьютерной графики», «Непрерывные математические модели 1», «Непрерывные математические модели 2».

Знания, умения, навыки, приобретаемые в результате изучения данной дисциплины необходимы для выполнения выпускной квалификационной работы.

## 3. Планируемые результаты обучения

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
(ОПК-2) Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	(ИОПК-2.1) Демонстрирует понимание теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования.	Знать: приемы анализа и синтеза, возможности самореализации
	(ИОПК-2.2) Анализирует существующие методы решения прикладных задач для выбора рационального решения.	Уметь: абстрактно мыслить, самостоятельно изучать научную литературу
	(ИОПК-2.3) Демонстрирует способности совершенствовать существующие методы прикладной математики, а также реализовывать новые математические методы решения прикладных задач.	Владеть: приемами анализа и синтеза, творческими навыками при компьютерном моделировании задачи
(ОПК-3) Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональ-	(ИОПК-3.1) Демонстрирует знания методов и принципов математического моделирования	Знать: приемы для приобретения новых знаний в области математического моделирования
	(ИОПК-3.2) Анализирует про-	Уметь: использовать новые зна-

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
ной деятельности	блемы профессиональной деятельности, требующие использования современных научных исследований на основе математики.	ния в практической деятельности в области прикладной математики и информатики, разделов физики
	(ИОПК-3.3) Демонстрирует умения математического моделирования различных явлений и процессов	Владеть: информационными технологиями для приобретения новых знаний в области прикладной математики, информатики, физики.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Раздел, модуль	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Объем, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Раздел 1. Введение в теорию нелинейных динамических систем	лекции	Тема 1. Нелинейные динамические системы. Гамильтоновы динамические системы общего вида. Фазовые портреты нелинейных динамических систем. Фазовый портрет математического маятника.	4	Разноуровневые задачи
	практика		4	
	сам. раб.		8	
Раздел 2. Дополнительные разделы теории дифференциальных уравнений	лекции	Тема 1. Линеаризация нелинейной динамической системы. Особые точки динамической системы: анализ состояний линейного осциллятора. Виды особых точек. Устойчивость динамической системы по Ляпунову и асимптотическая. Аттракторы.	4	Разноуровневые задачи
	практика		4	
	сам. раб.		8	
Раздел 3. Модели динамических систем с бифуркациями	лекции	Тема 1. Введение в теорию бифуркации. Структурно устойчивые системы. Динамические системы, имеющие управляющий параметр. Практические примеры сложной системы: регулятор Уатта.	6	Разноуровневые задачи
	практика		14	
	сам. раб.		20	
	лекции	Тема 2. Моделирование простейших систем, демонстрирующих бифуркации: движение груза на ленте (транспортере).	4	Разноуровневые задачи
	практика		12	
	сам. раб.		20	
Итого:			108	

## 5. Образовательные технологии

Используются стандартные (традиционные) образовательные технологии: лекции и практические занятия, самостоятельная работа.

## 6. Методические указания по освоению дисциплины

Большинство практических задач требуют графической визуализации и численного решения с использованием компьютерных программ. Предпочтительнее использовать MathCAD: интерфейс, адаптированный к привычному письму на бумаге, не требует долгого обучения ему.

## 7. Оценочные средства

### 7.1. Паспорт оценочных средств

Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
ОПК-2	Вопросы к экзамену №№ 14-30, 40-50
ОПК-3	Вопросы к экзамену №№ 1-13, 31-39, 51-60

### 7.2. Типовые задания или иные материалы, необходимые для текущего контроля

#### 7.2.1. Разноуровневые задачи

#### Типовые примеры задания

Комплект № 1: Численно решить и исследовать фазовые портреты систем при различных значениях параметра  $a$ :

- 1)  $dx/dt = a - x^2$ ;
- 2)  $dx/dt = ax - x^2$ ;
- 3)  $dx/dt = ax - x^3$ ;

Комплект № 2:

1. Численно решить и исследовать стационарные точки двумерной системы  $dX/dt = AX$ , где  $X$  – двумерный вектор,  $A$  – заданная матрица  $2 \times 2$ ;
2. Найти все гиперболические точки  $N$  мерной линейной системы  $dX/dt = AX$ , где  $X$  –  $N$ -мерный вектор,  $A$  – заданная матрица  $N \times N$ ;
3. Определить, имеются ли у заданной двумерной системы  $dX/dt = AX$ , где  $X$  – двумерный вектор,  $A$  – заданная матрица  $2 \times 2$ , устойчивые стационарные точки.

Комплект № 3: Построить и численно исследовать математическую модель движения груза массы  $m$  на пружине с коэффициентом жесткости  $k$ . Коэффициент демпфирования  $k$ . Зависимость силы трения  $F$  от скорости груза  $v(t) = dx/dt$  выбрать в виде  $F(v(t)) = a + b \cdot \text{ch}(v(t) - v_0)$ .

Построить фазовые портреты системы при различных значениях параметров  $k$ ,  $c$ ,  $v_0$ . Параметры  $a$ ,  $b$  считать постоянными.

## Краткое описание и регламент выполнения

Контролируется индивидуальное выполнения задач

## Критерии оценки:

Задачи «зачтены», если полностью решены

## 7.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

### 7.3.1. Вопросы к промежуточной аттестации

№ п/п	Вопросы к экзамену
1	Дать общее определение динамической системы.
2	Привести примеры непрерывных динамических систем.
3	Привести примеры линейных динамических систем
4	Привести примеры нелинейных динамических систем
5	Дать определение автономных и неавтономных динамических систем.
6	Свойства решений автономных систем.
7	Основные понятия качественного исследования динамических систем.
8	Что такое стационарная (неподвижная) точка динамической системы?
9	Линеаризация уравнений динамики в окрестности неподвижной точки.
10	В каком случае у линейной системы $dx/dt = Ax$ могут быть ненулевые стационарные точки?
11	Что такое циклическое решение динамической системы?
12	Записать формулу Коши для решения линейной динамической системы $dx/dt = Ax$
13	Дать определение фазового пространства динамической системы
14	Что такое фазовый портрет динамической системы?
15	Привести примеры фазовых портретов линейных систем.
16	Привести примеры фазовых портретов нелинейных систем.
17	Фазовый портрет математического маятника.
18	Дать определение гамильтоновой динамической системы.
19	Что такое обобщенные координаты и импульсы?
20	Дать определение «наблюдаемой величины» для гамильтоновой динамической системы.
21	Что такое гамильтониан?
22	Привести примеры гамильтоновых динамических систем.
23	Что такое скобки Пуассона?
24	Записать уравнение, определяющее эволюцию произвольной наблюдаемой в гамильтоновой динамической системе.
25	Что такое Пуассонова структура динамической системы?
26	Может ли быть пуассонова структура вырожденной?
27	Что такое симплектический лист фазового пространства?
28	Что такое оператор эволюции динамической системы?
29	Записать в общем виде оператор эволюции гамильтоновой динамической системы.
30	Дать определение структурно – устойчивой динамической системы.
31	Что такое особая точка динамической системы?
32	Дать классификацию особых точек динамической системы.
33	Что такое гиперболическая точка равновесия для линейной системы?
34	Что такое гиперболическая точка равновесия для нелинейной системы?

35	Сепаратрисы особых точек.
36	Привести примеры фазовых портретов для двумерной линейной динамической системы.
37	Привести примеры устойчивых особых точек двумерной линейной динамической системы.
38	Теория Пуанкаре-Бендиксона.
39	Привести примеры неустойчивых особых точек динамической системы.
40	Дать определение устойчивого (по Ляпунову) решения динамической системы.
41	Привести общий вид решения линейной динамической системы с периодическими коэффициентами (теорема Флоке).
42	Аттракторы динамических систем.
43	Показатели Ляпунова.
44	Структурная устойчивость динамической системы.
45	Какие особенности поведения динамических систем возникают при наличии управляющих параметров?
46	Дать определение бифуркации динамической системы.
47	Привести примеры динамических систем, демонстрирующих бифуркации.
48	Что такое бифуркация рождения цикла?
49	Привести примеры реализуемых на практике динамических систем, демонстрирующих бифуркацию рождения цикла.
50	Транскритическая бифуркация.
51	Бифуркация типа вилки.
52	Седло-узловая бифуркация.
53	Бифуркационные диаграммы.
54	Бифуркации периодических решений.
55	Детерминированный хаос в динамических системах.
56	Фракталы в динамических системах.
57	Топологическая и фрактальная размерности.
58	Модель Ван-дер-Поля.
59	Модель Хенона.
60	Модель Лоренца.

### 7.3.2. Критерии и нормы оценки

Форма проведения промежуточной аттестации	Критерии и нормы оценки	
Экзамен (письменно)	«Отлично»	Полностью раскрыт теоретический вопрос билета. Не менее 80% положительных ответов на дополнительные вопросы. Разноуровневые задачи зачтены на 85%
	«Хорошо»	Теоретический вопрос в целом раскрыт, но имеются неточности. Не менее 60% положительных ответов на дополнительные вопросы. Разноуровневые задачи зачтены на 70%



	«Удовлетворительно»	Теоретический вопрос раскрыт частично, даны лишь необходимые определения. Имеются решенные разноуровневые задачи и задания в семестре, но число зачетных задач менее 70%. Дополнительные задачи не дополняют число решенных задач до 70%
	«Неудовлетворительно»	Не выполнено ни одно из вышеперечисленных требований

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 8.1. Обязательная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	Юмагулов, М.Г.	Введение в теорию динамических систем	Учебное пособие	2015	«Лань»
2	Голубева, Н.В.	Математическое моделирование систем и процессов	Учебное пособие	2016	«Лань»
3	Амосов, А.А., Дубинский, Ю. А., Копченова, Н. В.	Вычислительные методы	Учебное пособие	2014	«Лань»

### 8.2. Дополнительная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	Алдошин, Г.Т.	Теория линейных и нелинейных колебаний	Учебное пособие	2013	«Лань»
2	Юдович, В.И.	Математические модели естественных наук	Учебное пособие	2011	«Лань»
3	Поршнеv, С.В.	Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. + CD	Учебное пособие	2011	«Лань»

### 8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

- Библиотека eLibrary [Электронный ресурс] [http://elibrary.ru/project\\_books.asp](http://elibrary.ru/project_books.asp)
- Журнал вычислительной математики и математической физики [Электронный ресурс] <http://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7791>
- Математическое моделирование [Электронный ресурс]  
[http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?jrnid=mm&wshow=contents&option\\_lang=rus](http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?jrnid=mm&wshow=contents&option_lang=rus)

### 8.4. Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование ПО	Реквизиты договора (дата, номер, срок действия)
1	MATLAB & Simulink	Договор 652/2014 от 07.07.2014 Бессрочный
2	C++ Builder	Договор 564 от 22.02.07 Бессрочный
3	MathCAD	MCD-7514-P/ MCD-7503CP от 21.07.2009

### 8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для проведения лабораторных работ. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации. (УЛК – 312)	23 посадочных места (стол ученический-27 шт.), Переносной проектор, экран, стол преподавательский-1 шт., стулья-27 шт., доска аудиторная (маркерная)-1шт., компьютеры с выходом в сеть Интернет - 20 шт
2	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для проведения лабораторных работ.	Компьютер (монитор 17", системный блок Intel (R) Celeron (R) 2,66 GHz / 1 Gb / 80 Gb) - 18шт., маршрутизатор 2801 Router-6 шт., коммутатор Catalyst-6 шт., экран/интерактивная

	работ. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации. (УЛК - 408)	доска Smart Board ТВ-1 шт., проектор Acer P1303W., стол преподавательский-1шт., стол ученический-13шт., стол компьютерный-18 шт., стул- 50 шт., доска аудиторная (маркерная)-1 шт.Компьютер-17шт.
3	Компьютерный класс. Помещение для самостоятельной работы. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (Г-401).	Стол ученический-26 шт., стул-26 шт., компьютер с выходом в сеть интернет-16 шт