

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тольяттинский государственный университет»

Б1.О.06.02  
(индекс дисциплины)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Компьютерное моделирование 2**

(наименование дисциплины)

по направлению подготовки (специальности)  
01.04.02 Прикладная математика и информатика

направленность (профиль)/специализация  
Математическое моделирование

Форма обучения: очная

Год набора: 2020

Общая трудоемкость: 5 ЗЕ

**Распределение часов дисциплины по семестрам**

Семестр	2	Итого
Форма контроля	экзамен	
Вид занятий		
Лекции	34	34
Лабораторные	8	8
Практические	26	26
Руководство: курсовые работы (проекты) / РГР		
Промежуточная аттестация		
Контактная работа	68,35	68,35
Самостоятельная работа	76	76
Контроль	35,65	35,65
<b>Итого</b>	<b>180</b>	<b>180</b>

Рабочую программу составил(и):

профессор, доцент, д.ф.-м.н. Сафронов А.И.

*(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)*

---

*(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)*

---

Рецензирование рабочей программы дисциплины:



Отсутствует



Рецензент

*(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)*

---

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО и учебного плана направления подготовки (специальности)

01.04.02 Прикладная математика и информатика

*(код и наименование направления подготовки, специальности в соответствии с ФГОС ВПО)*

---

Срок действия программы дисциплины до «31» августа 2022 г.

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры «Прикладная математика и информатика»

---

(протокол заседания № 1 от «09» сентября 2019г.).

## 1. Цель освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – овладение основными математическими методами и приемами моделирования систем, современными средствами для создания компьютерных моделей, а также решения проблем с помощью информационных технологий.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплины и практики, на освоении которых базируется данная дисциплина:

Численные методы

Многопоточное программирование

Компьютерное моделирование-1

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Вычислительный эксперимент-1

Системы искусственного интеллекта-1

## 3. Планируемые результаты обучения

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
(ОПК-3) Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	(ИОПК-3.1) Демонстрирует знание математических моделей и умение их применения и модификации для решения задач профессиональной деятельности	Знать: знает существующие математические модели и об их применения и модификации для решения задач профессиональной деятельности
		Уметь: применять существующие математические модели при решении задач в профессиональной деятельности
		Владеть: существующими математическими моделями для решения задач профессиональной деятельности
	(ИОПК-3.2) Осуществляет выбор математических моделей и необходимость их модификации для решения профессиональных задач	Знать: об осуществлении выбора математических моделей и необходимости их модификации для решения профессиональных задач
		Уметь: осуществлять выбор математических моделей и их модифицировать для решения профессиональных задач
		Владеть: навыками осуществления выбора математических моделей и необходимости их модификации для решения профессиональных задач

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
	(ИОПК-3.3) Демонстрирует умение применения и модификации математических моделей при решении профессиональных задач	Знать: о применения и модификации математических моделей при решении профессиональных задач
		Уметь: применять и модифицировать математические модели при решении профессиональных задач
		Владеть: необходимыми навыками применения и модификации математических моделей при решении профессиональных задач

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Модуль 1 Введение	Лек	Введение в компьютерное моделирование 2	2	2		-	
	Лек	Уравнения в частных производных	2	2		-	
Модуль 2 Компьютерное моделирование	Лек	Классификация уравнений в частных производных	2	2		-	
	Лек	Постановка задач для уравнений гиперболического типа	2	2		-	
	Лек	Постановка задач для уравнений параболического типа	2	2		-	
	Лек	Постановка задач для уравнений эллиптического типа	2	2		-	
	Лек	Разностная аппроксимация дифференциальных уравнений	2	2		-	
	Лек	Метод прогонки решения систем с трехдиагональной матрицей	2	2		-	
	Лек	Особенности аппроксимации граничных условий	2	2		-	
	Лек	Решение начально-краевой задачи для уравнений параболического типа	2	2		-	
	Лек	Конечно-разностный метод решения задач для уравнений гиперболического типа	2	2		-	
	Лек	Метод установления и его обоснование	2	2		-	
	Лек	Конечно-разностная аппроксимация задач для уравнений эллиптического типа	2	2		-	
	Лек	Развитие теории движения гетерогенных сред	2	2		-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Лек	Вывод основных уравнений динамики гетерогенных сред	2	2		-	
	Лек	Полная система уравнений описывающей процессы в гетерогенных средах	2	2		-	
	Лек	Метод численного интегрирования	2	2		-	
	Лаб	Моделирование волновых явлений	2	4	14		
	Лаб	Численное решение уравнений Лапласа и Пуассона	2	4	14		
	Пр	Конечно-разностная аппроксимация начально-краевой задачи для уравнения параболического типа	2	4	11		
	Пр	Аппроксимация граничных условий методом фиктивной точки	2	4	11		
	Пр	Конечно-разностная аппроксимация начально-краевой задачи для уравнения гиперболического типа	2	4	11		
	Пр	Конечно-разностная аппроксимация начально-краевой задачи для уравнения эллиптического типа	2	4	11		
	Пр	Конечно-разностная аппроксимация уравнений гетерогенной среды	2	10	28		
<b>Итого:</b>				<b>68</b>	<b>100</b>		

**Схема расчета итогового балла**

Текущий рейтинг (все занятия и промежуточные тесты) + Результат итогового теста и все делится на 2

## 5. Образовательные технологии

При изучении дисциплины используются следующие образовательные технологии:  
- технологии традиционного обучения в форме лекций, практических работ и самостоятельной работы студентов;

## 6. Методические указания по освоению дисциплины

В организации работы студентов очной формы обучения над изучением учебного курса «Компьютерное моделирование-2» важное место принадлежит аудиторным занятиям. В них излагается общая характеристика вопросов темы.

Практические занятия проводятся по наиболее сложным теоретическим проблемам дисциплины.

На каждом последующем практическом занятии студенты, при ответе на проблемные вопросы и в ходе выполнения сложных заданий, должны использовать знания, полученные при изучении предшествующих тем. Основным источником информации при подготовке к практическим занятиям является основная и дополнительная литература.

## 7. Оценочные средства

### 7.1. Паспорт оценочных средств

Семестр	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	ОПК-3	Вопросы к экзамену

### 7.2. Типовые задания или иные материалы, необходимые для текущего контроля

#### 7.2.1.

#### Лабораторная работа

(наименование оценочного средства)

#### Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

1.	<p>(Краевая задача для уравнения параболического типа.) Цель практической работы: усвоить численный метод решения краевой задачи для уравнения параболического типа</p> <p style="text-align: center;"><b>ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ</b></p> <p>Рассмотрим смешанную задачу для однородного уравнения теплопроводности. Задача состоит в отыскании функции <math>u(x, t)</math>, удовлетворяющей в области <math>D = \{ (x, t)   0 &lt; x &lt; a, 0 &lt; t &lt; T \}</math> уравнению <math>\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (k = \text{const} &gt; 0)</math> (1)</p> <p>начальному условию <math>u(x, 0) = f(x)</math> (2)</p> <p>и краевым условиям первого рода <math>u(0, t) = \mu_1(t), u(a, t) = \mu_2(t)</math>. (3)</p> <p>К задаче (1)—(3) приводит, в частности, задача о распространении</p>
----	--

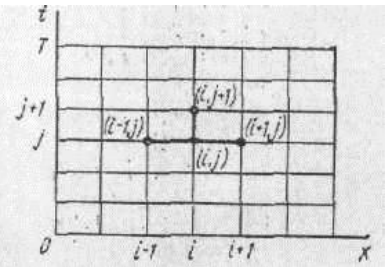
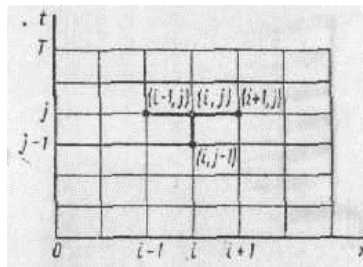
тепла в однородном стержне длины  $a$ , на концах которого поддерживается заданный температурный режим. Краевые условия второго и третьего рода а данной лабораторной работе не рассматриваются. Замена переменных  $t \rightarrow kt$  приводит уравнение (1) к виду

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \text{ поэтому в дальнейшем будем считать } k=1.$$

Построим в области  $D = \{ (x, t) | 0 < x < a, 0 < t < T \}$  равномерную прямоугольную сетку а шагом  $h$  в направлении  $x$  и шагом  $\tau$  — в направлении  $t$  (рис. 1). Обозначим узлы сетки через  $(x_1, t_1), \dots, (x_i, t_j), \dots$ , а приближенные значения функции  $u(x, t)$  в узлах —  $u_{ij}$ . Тогда  $x_i = ih$ ,  $i=0, 1, \dots, n$ ,  $h=a/n$ ,  $t_j = j\tau$ ,  $j=0, 1, \dots, m$ ,  $\tau=T/m$ .

Аппроксимируем уравнение (1) на четырехточечном шаблоне, который изображен на рис. 1 жирными линиями. В результате получаем неявную двухслойную разностную схему:

$$\lambda u_{i+1,j} - (1+2\lambda)u_{i,j} + \lambda u_{i-1,j} = -u_{i,j-1} \quad (4)$$



которая аппроксимирует уравнение (1) с погрешностью  $O(\tau + h^2)$ . Здесь  $\lambda = \tau / h^2$ .

Рис. 1

Рис. 2

Схема (4) аппроксимирует уравнение (1) только во внутренних узлах сетки, поэтому число уравнений в схеме (4) меньше числа неизвестных  $u_{ij}$ . Недостающие уравнения получают из краевых условий

$$u_{0j} = \mu_1(t_j), \quad u_{nj} = \mu_2(t_j). \quad (5)$$

Схема (4)—(5) неявная, поэтому значения  $u_{ij}$  находят как решение системы линейных уравнений (4). Для решения системы (4) можно применять любой алгоритм решения систем линейных уравнений, однако система (4) обладает трехдиагональной матрицей и рациональнее всего решать ее методом прогонки. Таким образом, решив систему разностных уравнений, найдем значения функции  $u$  на временном слое  $j$ , если известно решение на временном слое  $j-1$ .

Итак, алгоритм численного решения задачи имеет следующий вид. На нулевом временном слое ( $j=0$ ) решение известно из начального условия  $u_{i0} = f(x_i)$ . На каждом следующем слое искомая функция определяется как решение системы (4)—(5).

#### Метод прогонки

Уравнение (4) в общем виде записывается

$$a_i u_{i-1} - 2b_i u_i + c_i u_{i+1} = f_i, \quad i=1, 2, \dots, n-1 \quad (6)$$



на левой границе области

$$c_0 u_1 - 2b_0 u_0 = f_0 \quad (7)$$

на правой границе области

$$a_N u_{N-1} - 2b_N u_N = f_N. \quad (8)$$

Имеем  $u_0, u_1, u_2, \dots$

Будем искать решение в виде:

$$u_{i-1} = P_i u_i + Q_i \quad (*)$$

$$u_0 = c_0 / 2b_0 \cdot u_1 + (-f_0 / 2b_0) \quad (9)$$

$$P_1 = c_0 / 2b_0, \quad Q_1 = -f_0 / 2b_0;$$

Для всех остальных  $P_i, Q_i$  получим рекуррентные формулы, подставив (\*) в (6):

$$a_i (P_i u_i + Q_i) - 2b_i u_i + c_i u_{i+1} = f_i,$$

$$(a_i P_i - 2b_i) u_i + c_i u_{i+1} = f_i - a_i Q_i$$

$$u_i = \frac{c_i}{2b_i - a_i P_i} u_{i+1} + \frac{f_i - a_i Q_i}{-2b_i + a_i P_i}$$

$$u_i = P_{i+1} u_{i+1} + Q_{i+1},$$

$$P_{i+1} = \frac{c_i}{2b_i - a_i P_i}; \quad Q_{i+1} = \frac{-f_i + a_i Q_i}{2b_i - a_i P_i};$$

Если известны  $P_1, Q_1$ , то можно найти  $P_2, Q_2$ , и т.д.

$$u_{N-1} = P_N u_N + Q_N;$$

$$u_{N-1} = 2b_N / a_N \cdot u_N + f_N / a_N;$$

Имеем систему двух уравнений.

$$\text{Отсюда: } u_N = \frac{a_N Q_N - f_N}{2b_N - P_N a_N}$$

Зная  $u_N$  по формуле (\*) вычисляем все  $u_i$  от  $i = N-1$  до 0.

Таким образом, находятся все  $u_i$  на верхнем слое.

Замечательным свойством неявной схемы (4) является ее устойчивость при любых значениях параметра  $\lambda = \tau / h^2 > 0$ . Преимущества схемы (4) особенно ощутимы при сравнении с явной схемой, которая получается при аппроксимации уравнения (1) на шаблоне, изображенном на рис. 2.

Явная схема оказывается устойчивой только при  $\lambda \leq 1/2$ , т. е. при  $\tau \leq h^2 / 2$ . Это означает, что вычисления по явной схеме придется вести с очень малым шагом по  $\tau$ , что конечно может привести к большим затратам машинного времени. В неявной схеме вычисления на одном шаге требуют больше операций, чем в явной схеме, но зато величину шага  $\tau$  можно выбрать как угодно большой без риска нарушить устойчивость схемы. Все это позволяет значительно уменьшить машинное время, необходимое для решения задачи. Схема (4) обладает сходимостью. Это означает, что при  $h, \tau \rightarrow 0$  решение разностной задачи (4) — (5) стремится к точному решению смешанной задачи (1) — (3).

Для численного решения задачи (1) — (3) предназначена подпрограмма CALC.

Программа CALC решает систему (4) методом прогонки и вычисляет решение на каждом слое по значениям решения с предыдущего слоя.

**В х о д н ы е п а р а м е т р ы :** НХ — шаг сетки  $h$  по переменной  $x$ ; НТ — шаг сетки  $\tau$  по переменной  $t$ ; N — количество шагов сетки по  $x$ ; U — массив из  $N + 1$  чисел, содержащий перед обращением к CALC начальное значение решения в узлах первого слоя сетки; P, Q — рабочие массивы из  $N - 1$  чисел каждый /это прогоночные

коэффициенты/.

**В ы х о д н ы е п а р а м е т р ы :**  $U$  — массив из  $N + 1$  чисел (он же входной), содержащий значение решения в узлах очередного временного слоя сетки.

Перед обращением к программе CALC необходимо:

1) описать массивы  $U$ ,  $P$ ,  $Q$ :

2) присвоить фактические значения параметрам  $HX$ ,  $HT$ ,  $N$ ;

3) присвоить элементам  $U$  начальное значение решения в узлах первого слоя сетки.

**Задание.** Используя программу CALC, решить смешанную задачу с постоянными граничными условиями для однородного уравнения теплопроводности в области  $D = \{ (x, t) | 0 < x < a, 0 < t < T \}$ . Результаты печатать на каждом временном слое.

#### Порядок выполнения практической работы

1. Составить основную программу, содержащую циклическое обращение к программе решения параболического уравнения с печатью результатов на каждом шаге.

2. Составить подпрограмму - функцию, вычисляющую значение функции  $F(x)$  для начального значения  $u(x, 0)$ .

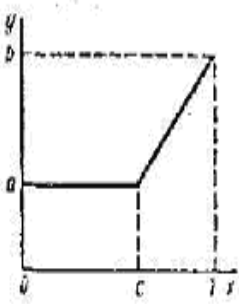
3. Провести вычисления на компьютере.

4. Результаты решения вывести в виде графика изменения функции с зафиксированными значениями на концах начального интервала.

Примечание: для более плавного поведения функции увеличить начальное количество точек разбиения отрезка  $X[0, 1]$  по своему усмотрению.

#### Варианты заданий

Решить смешанную задачу для уравнения теплопроводности с начальным условием  $u(x, 0) = f(x)$  и граничными условиями  $u(0, t) = a$ ,  $u(1, 0) = b$

№ варианта	$f(x)$	$a$	$b$	$c$	$d$
1		1,1	3,0	0,05	
2		1,2	3,5	0,15	
3		1,3	4,0	0,25	
4		1,4	4,5	0,35	
5		1,5	5,0	0,45	
6		1,6	5,5	0,55	
7		1,7	6,5	0,65	
8		1,8	7,0	0,75	
9		1,9	7,5	0,85	
10		2,0	8,0	0,95	

11		8,0	3,0	20,0	0,05
12		9,0	4,0	21,0	0,15
13		10,0	5,0	22,0	0,25
14		11,0	6,0	23,0	0,35
15		12,0	7,0	24,0	0,45
16		13,0	8,0	25,0	0,55
17		14,0	9,0	26,0	0,65
18		15,0	10,0	27,0	0,75
19		16,0	11,0	28,0	0,85
20		17,0	12,0	29,0	0,95

**РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. А.А.Самарский, А.В.Гулин. Численные методы. М.: Главная ред. Физ.-мат. лит. - 1989 г., 430 с.

2. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н. С.Бахвалов, Н. П. Жидков, Г.М. Кобельков. – изд.4-е; Гриф МО. – М.: Бином. Лаборатория знаний. 2006 г. – 636 с.

### 7.2.2. Тестовые задания

Теста по курсу не предусмотрено

### 7.2.3. Темы письменных работ

Письменные работы по курсу не предусмотрены.

## 7.3.Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

### 7.3.1. Вопросы к аттестации

Семестр 2

№ п/п	Вопросы к экзамену
1	Классификация уравнений в частных производных
2	Постановка задач для уравнений параболического типа
3	Постановка задач для уравнений гиперболического типа
4	Постановка задач для уравнений эллиптического типа
5	Разностная аппроксимация дифференциальных уравнений. Основные определения
6	Решение начально-краевой задачи для уравнения параболического типа
7	Решение начально-краевой задачи для уравнения параболического типа с условиями 2-го и 3-го рода на границах. Одномерный случай.
8	Метод прогонки решения систем с трехдиагональной матрицей

9	Особенности аппроксимации граничных условий для уравнений параболического типа
10	Метод фиктивных точек
11	Аппроксимация методом фиктивных точек граничного условия третьего рода
12	Аппроксимация методом фиктивных точек граничного условия второго рода
13	Аппроксимация условий сопряжения
14	Конечно-разностная аппроксимация задач для уравнений гиперболического типа
15	Конечно-разностная аппроксимация задач для уравнений эллиптического типа
16	Основные понятия, связанные с конечно-разностной аппроксимацией. Аппроксимация и порядок аппроксимации
17	Основные понятия, связанные с конечно-разностной аппроксимацией. Устойчивость
18	Основные понятия, связанные с конечно-разностной аппроксимацией. Сходимость и порядок сходимости
19	Теорема эквивалентности о связи аппроксимация и устойчивости со сходимостью
20	Неявно-явная конечно-разностная схема Кранко – Никольсона
21	Метод установления и его обоснование
22	Развитие теории движения многофазных гетерогенных сред. Основные допущения модели внутрикамерных процессов
23	Принцип записи уравнений механики многофазных гетерогенных сред на примере уравнения сохранения массы
24	Вывод уравнений сохранения массы двухфазной реагирующей смеси в канале переменного сечения
25	Вывод уравнений сохранения импульсов фаз двухфазной реагирующей смеси в канале переменного сечения
26	Вывод уравнения сохранения полной энергии двухфазной реагирующей смеси в канале переменного сечения
27	Полная система уравнений, описывающих баллистику ствольных систем
28	Конкретизация функций массового и силового взаимодействия гетерогенной системы: газы - несгоревшие элементы
29	Основные определения и конечно-разностные схемы для задач матфизики
30	Конечно-разностная аппроксимация задач для уравнений параболического типа
31	Аппроксимация граничных условий
32	Разностная аппроксимация оператора
33	Разностные методы решения задач матфизики. Разностная аппроксимация дифференциальных уравнений.
34	Основные понятия, связанные с конечно-разностной аппроксимацией. Консервативность и корректность.
35	Анализ порядка аппроксимации разностных схем.
36	Основные определения разностного метода Эйлера-Лагранжа.
37	Уравнение состояния пороховых газов
38	Геометрический закон газообразования

## Комплект материалов для экзамена

Вопросы к экзамену

### 7.3.2. Критерии и нормы оценки

Семестр	Форма проведения промежуточной аттестации	Критерии и нормы оценки	
2	Экзамен (устно)	«отлично»	Студент набрал от 80 до 100 баллов по накопительному рейтингу.
		«хорошо»	Студент набрал от 60 до 79 баллов по накопительному рейтингу.
		«удовлетворительно»	Студент набрал от 40 до 59 баллов по накопительному рейтингу.
		«неудовлетворительно»	Студент набрал менее 40 баллов по накопительному рейтингу.

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 8.1. Обязательная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	В.Ф. Формалеев, Д.Л. Ревизников	Численные методы	Учебное пособие	2006	ЭБС «IPRbooks»
2	И.Г.Русяк, В.М.Ушаков	Внутрикамерные гетерогенные процессы в ствольных системах	Учебное пособие	2001	ЭБС «IPRbooks»

### 8.2. Дополнительная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	С.В.Поршнев	Компьютерное моделирование физических процессов в пакете Matlab	Учебное пособие для слушателей eMBI	2003	ЭБС «IPRbooks»
2	С.К. Годунов, В.С.Рябенский	Разностные схемы (введение в теорию)	Учебное пособие	1977	3

### 8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

—

### 8.4. Перечень программного обеспечения

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование ПО</b>	<b>Реквизиты договора (дата, номер, срок действия)</b>
1	Windows XP	Бессрочные
2	Microsoft office 13	№61935138 от 28.05.2012 (бессрочный)

### 8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)</b>	<b>Перечень основного оборудования</b>
1	Компьютерный класс УЛК-314	Стол ученический-26 шт., стол преподавательский-1 шт., стулья-28 шт., доска аудиторная (меловая)-1шт., компьютер с выходом в сеть интернет- 17 шт.
2	Класс для самостоятельной работы Г-401	Стол ученический-26 шт., стул-26 шт., компьютер с выходом в сеть интернет- 16 шт.