МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)

Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование кафедры)

44.04.01 «Педагогическое образование»
(код и наименование направления подготовки)

«Математическое образование»
(направленность (профиль))

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

на тему **«ФОРМИРОВАНИЕ ТВОРЧЕСКОЙ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ СТАРШЕКЛАССНИКОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ»**

Студент С.П. Родионова ____________________
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Научный руководитель С.Н. Дорофеев ____________________
(И.О. Фамилия) (личная подпись)

Руководитель программы д.п.н., профессор, Р.А. Утеева ______________
(ученая степень, звание, И.О. Фамилия) (личная подпись)

«____»__________2019 г.

Допустить к защите

Заведующий кафедрой д.п.н., профессор, Р.А. Утеева ______________
(ученая степень, звание, И.О. Фамилия) (личная подпись)

«____»__________2019 г.

Тольятти 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Система российского общего образования развивается на основе системно-деятельностного подхода. Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС) предусматривает требования к организации образовательного процесса в общеобразовательной школе (Федеральный, 2012), среди которых:
учёт индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся;
- активная учебно-познавательная деятельность;
- формирование готовности учащихся к саморазвитию и непрерывному образованию.

ФГОС усиливает значимость творческой познавательной активности школьников, которая является ведущим фактором успешного обучения.

Исследования отечественных ученых: В. В. Афанасьева, В. И. Андреева, Л. С. Выготского, В. А. Гусева, А. Л. Жохова, И. Я. Лернера, А. М. Матюшкина, Г. И. Саранцева, Е. И. Смирнова, А. В. Хуторского, В. Д. Шадрикова, Т.И. Шамова и другие способствовали развитию теории и практики формирования творческой активности школьников

Т.И. Шамова формулирует творческую активность, «как установку на преобразующие и поисковые способы деятельности, как количественную или качественную характеристику деятельности, проявляющуюся в интенсивности, напряженности деятельности, своеобразии используемых мыслительных операций, результативности, эстетической ценности усвоенных знаний. Творческая активность проявляется в деятельности, проходящей, как во внешнем (моторном), так и во внутреннем (умственном) планах, в деятельности напряженной, достигающей поставленных целей» [68].

В. В. Афанасьев дает следующее определение: «творческая активность – это деятельность личности, обеспечивающая ее включение в процесс созидания нового, предполагающая внутрисистемный и межсистемный перенос знаний и умений в новые ситуации, изменения способа действия при решении учебных задач».

Анализ ранее выполненных работ диссертационных работ, посвященных творческой познавательной активности, показал, что они были рассмотрены в аспекте:

- Информационно - коммуникационные технологии как средство развития творческой активности учащихся на внеурочных занятиях по математике (Митенев Ю.А., 2012г.);

- Теория и практика формирования творческой активности будущих учителей математики в педагогическом вузе (Дорофеев С.Н., 2000г.);

- Теоретические основы формирования и развития творческой математической деятельности учащихся на уроках математики (Середа Т.Ю., 2005г.);

- Поисково-исследовательские задачи по алгебре и геометрии как средство развития творческого мышления учащихся математических классов (Воробьев В.В., 2005г.)

- Методическая система формирования творческих умений у старшеклассников на уроках математики с использованием электронных образовательных ресурсов (Абрамов Е.В., 2007г.).

- Формирование познавательной активности старшеклассников сельской школы на уроках математики (Каракотова М. Х., 2006г.)

Таким образом, проведенный анализ научно-педагогической и методической литературы показал, что тема «Формирование творческой познавательной активности старшеклассников в процессе обучения математике» является актуальной и недостаточно изученная.

Развивать творческие способности детей является потребностью жизни, практики обучения и воспитания. Развитию школьника, как личности, и ее творческого потенциала способствует творческая познавательная активность, которая обеспечивает реконструкцию и преобразование деятельности. Даже в психологии, творчество рассматривается как «механизм развития, как взаимодействие, ведущее к развитию» (А.Я. Пономарев), а творческая деятельность школьника является наиболее продуктивной.

Творческие способности лучше всего развивать через познавательный интерес, не принуждая учащихся к изучению новой темы. Творческая активность предоставляет широкие возможности для развития всех потенциальных сил учеников.

Существуют разные мнения ученых, что можно отнести к творческой активности: созидание нового, новые подходы к идеям, решениям или решение специальных задач, характеризующихся необычностью, сложностью, не традиционностью. Творческая познавательная активность учеников связана с решением упражнений и задач, которые требуют своеобразных подходов и могут быть решены различными способами.

В результате творческой познавательной активности у учащихся формируется, улучшается, память, мышление, внимание, воображение. Творческая познавательная деятельность оказывает положительное внимание на учебный процесс, тем самым прогрессирует и результат обучения.

Развивать творческую активность у учащихся необходимо непрерывно, систематически на каждом этапе обучения. Формы творческой активности должны быть разнообразными и увлекательными. В результате творческой познавательной активности на уроках математики школьники должны учиться обосновывать, размышлять, вычленять главное и второстепенное, использовать рациональные способы решения задач, доказывать, исследовать, умозаключать.

Для развития познавательных интересов учащихся в процессе обучения, необходимо сделать содержание изучаемого предмета богатым, глубоким, привлекательным, а способы познавательной деятельности учащихся разнообразными и творческими.

Для развития творческих способностей необходимо не только создавать условия в процессе учебной деятельности, но и во внеучебной. Так как для проявления творческих способностей необходимы условия: отсутствие рамок и оценок; свобода в мыслях и действиях. Формирование творческой познавательной активности на уроках математики, через решение определенного типа упражнений и задач, в форме увлекательных игр, через дифференцированное обучение обогащает педагогический процесс, делает его более содержательным, влияет на развитие ребенка, как на творческую личность.

По сравнению с другими предметами, обучение математики обладает преимуществом в плане развития творческой познавательной активности. Но методических разработок, позволяющих формировать творческую познавательную активность у старшеклассников, практически нет.

Актуальность темы исследования обусловлена недостаточной разработанностью данной проблемы и указывает на целесообразность составления методики обучения, направленной на формирование творческой познавательной активности старшеклассников в процессе обучения математике.

Цель исследования — разработать методику обучения, направленную на формирование познавательной творческой активности старшеклассников в процессе обучения математики.

Гипотеза исследования основана на предположении о том, что регулярное использование уровневой дифференциации на всех этапах урока и разбор хотя бы одного развивающего математического задания на каждом уроке, не обязательно сложного или по изучаемой теме, способствует формированию творческой познавательной активности старшеклассников на уроках математики.

Объект исследования — процесс формирования познавательной активности старшеклассников на уроках математики.

Предмет исследования – обучение старшеклассников решению математических задач и упражнений, способствующих формированию творческой познавательной активности.

Задачи исследования:

- изучить состояние проблемы в педагогической теории и практике;

- выявить теоретические основы и методы формирования качеств творческой познавательной активности;

- разработать методические основы обучения старшеклассников, формирующие познавательную творческую активность.

Поставленные задачи будут решаться использованием следующих *методов исследования*:

- изучение и анализ педагогической и методической литературы;

- педагогическое наблюдение, беседа, анкетирование, формирующий эксперимент;

- математические методы обработки данных.

Этапы исследования:

1 семестр (2016/17 уч.г.): изучение литературы по теме исследования, определение понятий исследования, анализ содержания обучения старшеклассников математике;

2 семестр (2017/18 уч.г.): определение параметров исследования, разработка плана, проведение качественного анализа характеристик творческой потенциальной активности и предмета исследования (математических упражнений и задач).

3 семестр (2017/18 уч.г.) разработка методических рекомендаций исследования, оформление магистерской диссертационной работы.

4 семестр (2018/19 уч.г.): оформление диссертации, доработка и уточнение ранее представленной информации по работе, проведение эксперимента, описание результатов экспериментальной работы и формулирование выводов.

Теоретическая значимость исследования:

- актуализировано состояние проблемы в педагогической теории и практике, раскрыта сущность, структура, направление творческой познавательной активности;

- намечены перспективы дальнейших исследований проблемы системы развития творческой познавательной активности у старшеклассников на уроках математики;

- предложены рекомендации как по форме организации урока, так и по применению различных видов математических задач и упражнений для старшеклассников по развитию творческой познавательной активности на уроках математики.

Практическая значимость исследования состоит в том, что рекомендации по развитию творческой познавательной активности, могут быть непосредственно применены в практике у старшеклассников в процессе изучения математике.

Регулярное использование на уроках математики системы специальных задач и заданий, направленных на развитие познавательных возможностей и способностей, расширяет математический кругозор учеников, способствует математическому развитию, повышает качество математической подготовленности, позволяет детям более уверенно ориентироваться в простейших закономерностях окружающей их действительности и активнее использовать математические знания в повседневной жизни.

Таким образом, при проведении уроков математики целесообразно сделать упор на развивающий характер заданий, на приучение к творческому познавательному труду через работу с книгой и информацией.

Математика предоставляет исключительно благоприятный материал для развития творческих и исследовательских умений школьника на протяжении всего периода знакомства и изучения математики.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ТВОРЧЕСКОЙ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ СТАРШЕКЛАССНИКОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

§ 1. Различные подходы к понятию творческой познавательной активности

В современный период проблема формирования творческой познавательной активности в обучении школьников стоит особенно остро. От формирования элементов творческой познавательной активности в школе зависит будущее. Одно из требований новых стандартов образования – развитие личности на основе творческой активности. Без проявления этого качества личности не могут успешно развиваться познавательные способности ученика в овладении знаниями в различных областях. Творческая познавательная активность учащихся занимает важное место в формировании волевой, целенаправленной и развитой личности.

Термин «творческая познавательная активность» трактуется авторами по-разному. Различные подходы к данному понятию объясняется сложным образованием понятия.

Чешский педагог Я.А. Коменский был одним из первых сторонников активного учения. По его мнению, «юношество должно получить образование не кажущееся, а истинное, не поверхностное, а основательное», чтобы приучиться руководствоваться «своим собственным умом»[26]. Коменский писал, что необходимо «не только вычитывать из книг и понимать чужие мнения о вещах или даже заучивать и воспроизводить их в цитатах, но развивать в себе способность проникать в корень вещей и вырабатывать истинное понимание их и употребление их» [26].

Коменский вводит творчество как высшую и необходимую стадию «ступени открытия» в обучении. Выделяет его важным элементом содержания образования, как способность «изобретать новое, а не только пользоваться уже известным». Познавательную, научную ступень мышления Я. А. Коменский понимает как активное действование, как осознание собственного действия по воссозданию формы и устройства вещей. То есть, познавательное мышление - постижение сущности вещей.

Английский педагог и философ Джон Локк считал, необходимым соблюдать некоторую очередность при активном отношении к познанию: «расчленить непонятное на отдельные части, затем в соответствующем порядке свести все, что должно быть указано относительно каждой из этих частей, к ясным и простым вопросам. Тогда все, что считалось темным, запутанным и слишком трудным для наших слабых способностей, раскроется перед нашим разумом» [33]. Локк писал о познании, как о «главной цели всех наших мыслей».

Швейцарский педагог Песталоцци тоже развивал идею активизации обучения. Считал, что, развивать умственные способности и их простейшие оставляющие следует постепенно, не спеша, от ступеньки к ступеньке, от простого вперед к более сложному. Он утверждал, что школьными занятиями необходимо развивать возможности детей и сделать их способными к самостоятельной разумной жизни и деятельности. Эта идея была долгое время ориентиром передовой педагогики [46].

Французский философ Ж.Ж. Руссо писал: «ставьте доступные пониманию ребенка вопросы и предоставляйте ему возможность их решать. Пусть он знает не потому, что вы ему сказали, а потому, что сам понял» [30]. Руссо говорил о необходимости «приучать ребенка сосредоточиваться на одном предмете, но не с помощью принуждения, а с помощью получаемого им при этом удовольствия» [30]. По его мнению, ученик должен не выучивать науку, а выдумывать ее и открывать самостоятельно. При этом «не стоит полностью удовлетворять любопытство ребенка, когда он обращается с вопросами, тогда у него возникает желание и самому дополнительно узнавать новое. Только личное наблюдение и чувственное доказательство могут стать основой истинного знания, а не словесное, вербальное обучение» [30].

Основоположник российский научной педагогики К.Д.Ушинский первым в России попытался осмыслить проблему развития творческой познавательной активности. В своих трудах, он писал, что важная, но не достаточная цель образования - это овладения школьными предметами у ученика необходимые для развития наблюдательности, умения анализировать факты, строить умозаключения. Но не менее важны для школьника и также должны развиваться при обучении такие качества как воображение, фантазия, способность к самостоятельному приобретению знаний. Познавательная активность - по мнению К. Д. Ушинского – это «последовательные умственные действий школьников, организованные педагогом, и направленные на формирование осознанной потребности в приобретении знаний» [30].

Л.Н. Толстой писал о необходимости учить школьников понятно и занимательно. При этом, учитель должен предоставлять ученикам материал для самостоятельного изучения, стимулировать его интерес к нему, вызвать желание работать активно и творчески. По мнению Л.Н. Толстого, «и при обучении математике важнее всего осмысленность математических действий, понимание, которое обеспечивается работой собственной мысли ученика, опорой на практическую деятельность, а не на выучивание наизусть» [30].

Российский педагог В.А. Сухомлинский говорил о том, что дети должны жить в мире творчества. «Духовная жизнь ребенка полноценна лишь тогда, когда он живет в мире игры, сказки, музыки, фантазии, творчества» [30]. При обучении детей с помощью готовых истин, обобщений, утверждает Сухомлинский, учитель тем самым не дает школьникам «возможности даже приблизиться к источнику мысли и живого слова, связывает крылья мечты, фантазии, творчества. Из живого, активного, деятельного существа ребенок нередко превращается как бы в запоминающее устройство» [30].

Наиболее полно проблема формирования творческой познавательной активности освещена в трудах Т.И. Шамовой и Г.И. Щукиной.

Т. И. Шамова выделяет творческую познавательную активность, «как готовность учащихся к теоретическому осмыслению знаний. Характеризует ее тем, что учащийся понимает связи между предметами и явлениями, способен к самостоятельному поиску решения учебной проблемы» [68].

Г. И. Щукина считает, что формирование творческой познавательной активности ученика – это «свидетельство значительного скачка в общем развитии личности, свидетельство значительной силы его внутренних процессов, его саморегуляции и самоорганизации». Творческая познавательная активность школьника наиболее продуктивна [72].

Манеева О.Г. дает следующее определение творческой активности — это способность личности самостоятельно и инициативно ставить задачи, переносить знания, навыки и умения из одной области в другую, при этом творческая активность проявляется в самых различных видах деятельности [35].

Математик Г.С. Альтшуллер писал, что творческие способности – это в первую очередь способность человека находить особый взгляд на привычные и повседневные вещи или задачи.

Попов В.В. под творчеством школьника понимает создание школьником такого продукта, в процессе работы над которым самостоятельно использовались усвоенные ранее знания, умения, навыки, осуществлен их перенос, комбинирование известных способов деятельности или создание нового для него подхода к выполнению задачи [48].

Психолог и автор книг Е. Л. Яковлева подразумевает под творческой активностью «способность к познавательной деятельности, отличительными признаками которой являются потребность и умение выдвигать креативную познавательную задачу, находить способы ее решения, нужные материалы, применять имеющиеся знания в новых условиях при частичной помощи или совсем без помощи учителя» [34].

Абрамов Е.В. в своей диссертации, под творческими умениями субъекта учитывает такие умения, которые позволяют реализовать учебно-творческую деятельность и получать субъективно новый для школьника результат [1].

В диссертации, посвященной теории и практике формирования творческой активности будущих учителей математики в педагогическом вузе, Дорофеев С.Н. под творческой активностью обучаемого понимает его

«1) способность самостоятельно создавать оригинальные идеи;

2) способность организовывать свою учебно-познавательную деятельность, реализующую потребности и умения будущих учителей математики овладевать знаниями и способами их применения к решению нетрадиционных задач школьного типа;

3) стремление к поиску новых путей разрешения проблемных ситуаций и преодолению трудностей;

4) стремление к открытию новых явлений как в самой учебно-познавательной деятельности, связанной с решением конкретных задач, так и в конечном ее результате;

5) умение составлять новые познавательные задачи и находить их оптимальные решения, принимать нестандартные решения» [16].

Автор диссертационной работы Каракотова М.Х. под формированием познавательной активности понимает процесс, направленный на самостоятельность, творчество и познание нового, через побудительные мотивы, интересы и знания потребностей, которые проявляются в учебной деятельности и направлены на совершенствование знаний [24].

Митенев Ю. А. рассматривает развитие творческой активности учащихся при применении возможностей информационно-коммуникационных технологий [39].

По мнению автора научной работы Середа Т.Ю., творческая деятельность учащихся возможна только в рамках продуктивной модели обучения. Для усвоения содержания опыта творческой деятельности, учащиеся должны встретиться с новыми для них проблемами, которые необходимо решить в процессе поиска [57].

Проанализировав философскую, психологическую и педагогическую литературу, можно сделать вывод, что понятие творческая познавательная активность сложное, многогранное.

Одни авторы рассматривают данное понятие как одно их свойств личности. Другие связывают данное понятие с разделением познавательной деятельности, суть которой заключается не в получении конечного продукта, а в нахождении нового пути его получения. Так же творческую активность рассматривают как осмысление знаний, самостоятельный поиск решения проблемы, нацеленность на открытие новых и интересных знаний.

В нашей диссертационной работе под понятием творческой познавательной активностью школьников будем понимать определение данное Дорофеевым С.Н., но только по отношению к школе:

«1) способность самостоятельно создавать оригинальные идеи;

2) способность организовывать учебно-познавательную деятельность, реализующую потребности и умения учащихся овладевать знаниями и способами их применения к решению нетрадиционных задач школьного типа;

3) стремление к поиску новых путей разрешения проблемных ситуаций и преодолению трудностей;

4) стремление к открытию новых явлений как в самой учебно-познавательной деятельности, связанной с решением конкретных задач, так и в конечном ее результате;

5) умение составлять новые познавательные задачи и находить их оптимальные решения, принимать нестандартные решения» [16].

Ученики должны получать знания не только формально, путем заучивания, а осмысленно, путем творческого усвоения, открытия. Полученные знания необходимо изучать, не только теоретически, но и с различных аспектов взаимосвязи жизни и практики. Школьники должны научиться применять приобретенные навыки и знания в реальных жизненных и учебных ситуациях. Помощь в усвоении и применении таких знаний и умений — это есть задача учителя. Школьники должны чувствовать свою значимость, ценность, сочетать нравственные качества и творческую индивидуальность, уметь саморазвиваться и самореализовываться.

§ 2. Психолого-педагогические основы формирования творческой активности

Рассмотрение различных подходов к понятию «творческая познавательная активность» школьников позволяет нам отметить, что это сложное, многогранное понятие, связывающее и приводящее во взаимодействие творчество, познавательность и активность. На протяжении истории психологии и педагогики исследования вопрос в определении данного понятия так и остался не до конца понятым, сохранил статус проблемы.

С позиции психологии, Л.С. Выготский дает следующее определение: «Творческой деятельностью мы называем такую деятельность человека, которая создает нечто новое, все равно, будет ли это созданное творческой деятельностью вещью внешнего мира или известным построением ума или чувства, живущим и обнаруживающимся только в самом человеке» [65]. Из данного определения следует, творческая деятельность заключается не только в создании нового продукта, но и в развитии самого человека.

Э. Фромм определяет творчество как способность «удивляться и познавать, умение находить решения в нестандартных ситуациях, это нацеленность на открытие нового и способность к глубокому осознанию своего опыта» [19].

Я.А. Пономарев, раскрывая творческую познавательную активность, отмечал, что творчество следует искать там, где есть движение от низшего к высшему.

Анализ понятия «творчества» в психологическом аспекте показал, что оно рассматривается и с позиции познавательного, социального или личностного компонентов. Все это верно, но важно рассматривать эти три компонента целостно, системно. Важна взаимосвязь творческого мышления, творческого общения и творческой личности.

Важной задачей для педагогики является выявление закономерностей формирования творческой познавательной активности учащихся. «Как показывает психолого-педагогические наблюдения и исследования, – писал В.В. Давыдов, – в принципе любое обучение в той или иной степени способствует развитию у детей познавательных процессов и личности (например, традиционное обучение развивает у младших школьников эмпирическое мышление)» [66]. «Мы же, – продолжает он, – описываем не развивающее обучение «вообще», а только тот его тип, который соотносим со школьным возрастом и нацелен на развитие у школьников теоретического мышления и творчества как основы личности» [66].

Учебная деятельность - это основной фактор развития активной, творческой, познавательной позиции школьников, так как именно учение является ведущим видом деятельности каждого учащегося.

Творчество, в педагогике, - процесс усвоения материальных и духовных ценностей, созданным человеком, во время которого происходит формирование и развитие личности.

Для успешного решения задач по активизации творческой познавательной активности необходимо создание некоторых педагогических условий. Творчество детей на уроках всё шире исследуется в контексте разнообразной деятельности учащихся.

Психолого-педагогический аспект проблемы творческой познавательной активности, связан с выявлением и развитием творческих качеств личности, с разработкой содержания методов, средств и условий организации и осуществления творческой деятельности школьника. Все это способствует творчески работающим учителям успешно заинтересовывать учащихся, тем самым развивая их и воспитывая активное отношение к жизни.

Учащиеся старших классов – подростки. «Подростковый возраст – это возраст пытливого ума, жадного стремления к познанию, возраст исканий, особенно если это имеет общественное значение, возраст кипучей деятельности, энергичных движений» [28]. За счёт лучшего запоминания материала и его логического осмысления в подростковом возрасте значительно увеличивается объем памяти.

Активная позиция самих учащихся в учебной деятельности расширяет и углубляет их знания, предполагает выявление новых сторон изучаемых явлений, более глубокому проникновению в сущность изучаемого вопроса, повышает самостоятельность школьников в овладении знаниями, вызывает новизну суждений и выводов, способствует активизации их познавательных и творческих сил,

Исследования психологов Розенталя-Якобсона показали, что огромное значение для успехов учащихся имеют ожидания учителя и его настрой. В подростковом возрасте человек становится изобретательным, анализирующим и восприимчивым.

Задача педагогов состоит в понимании старшеклассников, в создании педагогического пространства, в котором школьник имеет возможность для стимулирующего и разностороннего развития, формулирующего и развивающего творческую познавательную активность. Педагог должен быть эрудированной творческой личностью, постоянно повышающим свой профессиональный уровень.

При традиционном обучении педагог излагает информацию в обработанном, готовом виде, а ученики воспринимают и воспроизводят ее. При таком обучении творческие познавательные действия школьников обычно складываются на основе тех методов, приемов и способов, которые им даются учителем и в учебнике, т.е. ограничиваются программными рамками. Творческая поисковая деятельность учащихся предполагает выявление новых сторон изучаемых явлений, в том числе и самопоиск.

Учитель же для развития творческой познавательной активности старшеклассников должен уметь подобрать учебный материал. Подобранный материал должен не только опираться на имеющиеся у школьников знания, но и расширять, углублять эти знания, выходить за рамки известного. Педагогу необходимо направлять мыслительную поисковую активность учеников в нужное русло, при решении ими задач упражнений. Разные виды задач и математические упражнений - это основные средства развития умственной и творческой поисковой активности. Важно использовать качественные задачи, требующие понимания законов и явлений, познавательный материал, создавать ситуации дискуссии и диалога, вовлекать учащегося в деятельность по поиску истины.

Учителю необходимо не только научить школьников решать познавательные задачи, но у них нужно развить желание и интерес решать эти задачи. Задания должны вызывать интерес к учёбе у школьников, формировать у них различные виды мыслительной деятельности, множественность вариантов ответов, поиск рационального решения.

Умения учащихся решать творческие познавательные задания невозможно без исходного момента в работе педагога – объяснение материала. Излагаемый материал должен быть понятен, доступен, грамотен, логичен и интересен для учащихся. Учитель должен использовать различные средства, обеспечивающие глубокое и полное усвоение школьниками изучаемого материала.

При правильно построенном объяснении материала учитель не только дает учащимся знания, но и организует их творческую познавательную активность.

Таким образом, для развития творческой познавательной активности старшеклассников важна взаимосвязь таких компонентов как:

- целенаправленность учебной деятельности, включающая учебно-познавательные мотивы, цель в виде учебных действий и задач;

- профессионализм педагога, его умения понятно, грамотно и интересно излагать изучаемый материал, использовать различные методы и формы обучения на уроках, уметь заинтересовать школьников в предмете, показать нужность и увлекательность математики и т.п.;

- собственная, умственная или практическая деятельности школьника, его организованность, настойчивость, усилия при решении учебной задачи;

- учебная рефлексия, способность учащихся аргументировать, выделять, анализировать и сопоставлять и сравнивать с реальной ситуацией свои собственные способы деятельности;

- психологически грамотная организация мотивации учёбы.

§ 3. Анализ программ, учебников, опыта работы школ и вузов по теме исследования творческой познавательной активности

В Федеральном стандарте общего среднего образования [51] указано, что изучение предметной области «Математика» должно обеспечить школьникам:

- сформированность представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математики;

-сформированность основ логического, алгоритмического и математического мышления;

- сформированность умений применять полученные знания при решении различных задач;

- сформированность представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

То есть, ученики должны не только владеть основными математическими понятиями, методами решения алгоритмов, доказательств, приемами решений, но и знать историю развития математики и уметь применять математические знания в жизни.

Поэтому, на уроках математики нужно не просто учить детей, а учить развивая, формируя тем самым творческую познавательную активность. Задача учителя математики состоит в развитии творческих познавательных способностях школьников средствами преподаваемого предмета. Способности учеников различны, их нужно развивать в процессе творческой деятельности, развивая тем самым и личность школьника.

Творческая деятельность учащихся возможна при продуктивной модели обучения. Учить нужно так, что бы у детей появилось желание познавать мир, что бы и в дальнейшем дети продолжали развиваться интеллектуально и духовно.

В 50-х годах в России сложились два коллектива, исследовавших развивающее обучение математике – Л.В. Занкова и Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова [21].

Система Занкова распространяется только на начальное образование, так как именно оно имеет решающее значение. В основе системы разработки психолога Л.С. Выготского, который считал, «что обучение не должно ориентироваться на уже созревшие особенности детского мышления, а должно вести за собой развитие ребенка» [21].

«В системе Занкова акцент не на усвоении программных знаний и умений, а на общем развитии всех учащихся. Исключен материал, усвоение которого не требует умственных усилий. Система основана на методах обучения, которые активизируют внутреннюю психическую деятельность школьника и делают процесс учения личностно значимым и переживаемым» [21].

Развитие предполагает сотрудничество, организацию совместного с учителем или родителями поиска решения. «Система Занкова принимает каждого ребенка таким, каков он есть, видя в нем человека со своими особенностями, складом ума и характера, учитывая, что развитие ребенка идет неравномерно. Система охватывает не только классную, но и широко поставленную внеурочную работу» [21].

Обучение в школе по системе развивающего обучения Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова доступно каждому ребенку. Оно развивает младших школьников с различными исходными условиями их интеллекта и личности.

Данная система формирует теоретический тип мышления, позволяющий исследовать и понять сложность мира, ориентироваться в нестандартных ситуациях, строить жизнь без подсказки.
Так же воспитывает интерес к познанию, к поиску новых источников информации, способствует сотрудничеству в коллективной учебной деятельности и за ее пределами, самостоятельность в достижении цели, ответственность за результаты.

Научно-теоретические достижения Л.В. Занкова, Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова являются общепризнанными. К сожалению, на практике его дидактические системы не была полностью реализованы. Главным недостатком этих систем является невозможность продолжения обучения по данным системам в будущем (в средней и старшей школе).

Российские соотечественники И.П. Волков, ГС. Альтшуллер, И.П. Иванов в настоящее время разрабатывают и тестируют еще несколько теорий развивающего обучения, имеющие направленность на развитие творческих качеств личности.

Школа творчества И. П. Волкова предусматривает компьютерный подход к обучению, по единой базовой программе и по творческой деятельности. Структура учебного материала блочно-параллельная. Через ведение творческих книжек и дневников выявляются индивидуальные творческие способности.

Теория решения изобретательских задач Г.С.Альтшуллера – катализатор творческого решения проблем. Знания в данной теории – основа творческой интуиции. Предусматривает включение основных и доступных школьникам типов проблем, характерных для данной сферы науки или практики.

Теория И.П. Иванова строится на основе коллективного творческого воспитания. Опирается на диалог всех точек зрения, уважение и уникальность каждого ребенка. Подразумевает «использование феномена группового влияния на индивидуальные способности личности и создание условий для проявления и формирования основных черт творческой деятельности». Для старших школьников предусматривается выполнение творческих проектов, исследовательских работ и сочинении.

В зарубежной литературе так же уделяют внимание разработкам по поисково-исследовательским моделям обучения, близких по целям и методам отечественным технологиям творческого развития. Модель Дж. Шваба делает акцент на исследовательских методах и процедурах в изучении естественных наук, модель Дж. Зухмана - на обучении сбору данных и построении гипотез.

Учебники, рекомендованные Министерством образования и науки РФ к использованию в старших классах в образовательном процессе представлены одним предметом – математикой. Данные учебники содержат сведения из алгебры, начала анализа и геометрии.

Проведем анализ учебников по геометрии 10-11 классов и рассмотрим одну из тем на наличие творческих познавательных заданий. Учащиеся в 10 классе изучают курс стереометрии.

Учебник И.Ф. Шарыгина [69] предназначен для обучения геометрии на базовом уровне в 10-11 классах. В нем имеются задачи дифференцированного типа и особо выделены важные, полезные и трудные задачи. Теоремы даны с доказательствами, определения с пояснениями.

Учебник по геометрии 10-11 классов Л.С.Атанасяна [12] подходит для изучения как на базовом уровне, так и на профессиональном. Задания для профильного уровня выделены специальным символом. В качестве теоретического материала используются определения, аксиомы, леммы и теоремы с доказательством. В конце учебника авторы знакомят школьников с некоторыми правилами построения изображений.

Учебник под редакцией А.Д. Александрова тоже используется для изучения на базовом и углубленном уровнях. Акцент сделан на научной геометрии со взаимосвязью с окружающим миром. Задачи предусматривают принцип развивающего обучения. К главам имеются задачи «Применяем компьютер» с использованием среды «Живая математика» [2]. В заключительной части учебника есть раздел «Современная геометрия» В нем содержаться интересные познавательные исторические данные по развитию геометрии.

Учебник Потоскуева Е.В. используется при углубленном и профильном изучении геометрии в 10 классе. В основе курса лежат идеи формирования развития конструктивно-пространственного воображения [49]. Также имеется дополнительный материал, в котором содержаться пояснения о изображении фигур в параллельной проекции.

Анализ учебников по теме «Перпендикулярность прямой и плоскости» показал, все учебники содержат определения и основные теоремы по теме с доказательствами. Также одинаково и математическое содержание темы в разных учебниках, поскольку эта тема является традиционной для школы. Различия состоит в последовательности изложения фактов как внутри самой темы, так и самих тем. Отличаются и сами задания и системы упражнений.

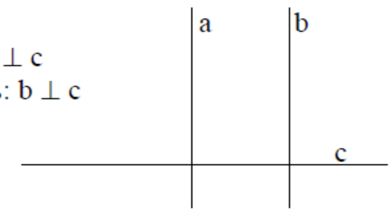
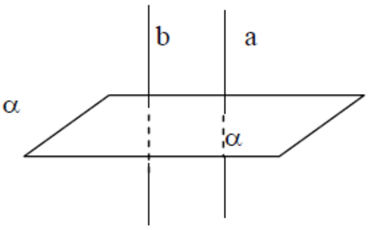
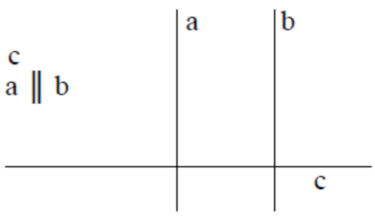
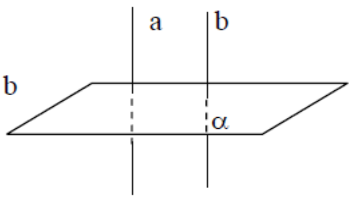
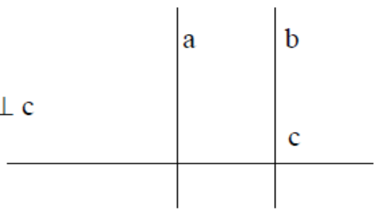
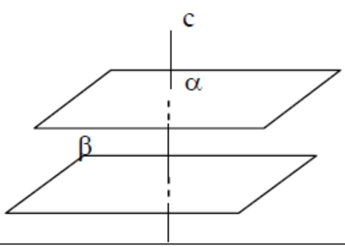
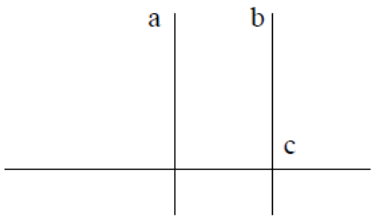
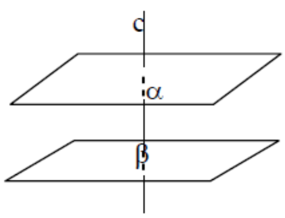
В учебнике Потоскуева Е.В. при пояснении определения прямой перпендикулярной плоскости, упоминается, что прямая на плоскости может быть перпендикулярна двум прямым, тогда эти прямые параллельны. А в учебнике Шарыгина И.Ф. над этим вопросом поразмыслить учащимся. В учебнике под редакцией Потоскуева Е.В. подробно рассмотрены этапы построения перпендикулярной прямой и плоскости, а также построение перпендикулярной прямой к плоскости через заданную точку. В учебнике Александрова А.Д. перед формированием определения приводятся примеры перпендикулярности прямой и плоскости из окружающей жизни, рассказывается о значении перпендикуляра. Есть задания служащие дополнением к теории, еще учащимся предлагается вывести формулу, определить фигуру, провести исследование. Отдельно выделены задания прикладной математики и имеются вопросы для самоконтроля. В учебнике Атанасяна Л. С. рассматривается лемма о перпендикулярности двух параллельных прямых третьей. Она позволяет при доказательстве признака перпендикулярности прямой и плоскости рассматривать частный случай: искомая прямая проходит через точку пересечения двух прямых, которым она перпендикулярна.

Анализ учебников математики 10-11 классов, показал, что все учебники предназначены для проведения традиционных уроков: введение понятия, закрепление и проверка знаний. Мало практических заданий, стимулирующих старшеклассников к приведению несложных обоснований, к поиску тех или иных закономерностей. Положительным моментом является наличие систем упражнений различной сложности. Недостаточно практических заданий, которые могли бы помочь в повседневной жизни, так же недостаточно заданий, способствующих формированию творческой познавательной активности.

Л.И. Боженкова [6] в статье предлагает провести аналогию тем перпендикулярностью двух прямых на плоскости, с параллельностью прямых в пространстве и составить наглядную таблицу 1:

Таблица 1

Аналогия теорем и утверждений по темам: «Перпендикулярность двух прямых на плоскости» и «Перпендикулярность прямой и плоскости в пространстве»

Теоремы, связанные с перпендикулярностью двух прямых на плоскости	*Утверждения, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости в пространстве*
Дано: $a \parallel b$, $a \perp c$ Доказать: $b \perp c$ 	Дано: $a \parallel b$, $a \perp \alpha$ Доказать: $b \perp \alpha$ 
Дано: $a \perp c$, $b \perp c$ Доказать: $a \parallel b$ 	Дано: $a \perp \alpha$, $b \perp \alpha$ Доказать: $a \parallel b$ 
Дано: $a \parallel b$, $a \perp c$ Доказать: $b \perp c$ 	Дано: $\alpha \parallel \beta$, $\alpha \perp c$ Доказать: $\beta \perp c$ 
Дано: $a \perp c$, $b \perp c$ Доказать: $a \parallel b$ 	Дано: $\alpha \perp c$, $\beta \perp c$ Доказать: $\alpha \parallel \beta$ 

Таким образом у школьников будут задействованы воображение, представления памяти воображения; к наглядно-образному мышлению добавляется наглядно-действенное, непроизвольная память, элементы творческого мышления [6].

В статье «Листаем немецкий учебник… Рассматриваем картинки…» журнала «Математика в школе» [15] автор сравнивает учебник геометрии из Германии с нашим российским учебником. Содержание глав учебников практически идентичное, только учебник из Германии содержит главу, в которой рассказывается о «проценте за банковский кредит, приведен расчет налоговых начислений на заработную плату, расчет платы за электричество, статистические данные по народонаселению и т.д.» Учебник очень хорошо иллюстрирован. Формулировки теорем дословно соответствуют формулировкам в российских учебниках. Темы, которые изучаются в наших школах в 7-8 классах, в германских учебниках представлены к изучению в 10 классе. Причем, в более подробном виде, что бы каждый ученик понял тему. Так же присутствуют элементы теории множеств и логики.

Автор другой статьи [64] в этом же журнале описывает другой учебник математики для 10 класса. И то же обращает внимание на последнюю главу «Математика в повседневной жизни». В данной главе на конкретных примерах показывается «стратегия получения выгодного кредита или то как правильно взять что-либо в рассрочку, как произвести расчет полученных денег с учетом всех вычетов, как правильно расходовать денежные средства на питание, экономить расход электроэнергии, холодной и горячей воды». «Показано, как в практической жизни вычислить площади и объемы различных фигур». Автор акцентирует внимание на подробную иллюстрацию теоретических вопросов. Решение задач в учебниках сопровождается подробно выполненными чертежами.

Таким образом, при разработке учебников отечественным авторам можно учитывать, заимствовать опыт зарубежной учебной литературы, конечно же тщательно проанализировав и сопоставив нужность, значимость и важность заданий и упражнений.

Разработанных программ и учебников развивающего обучения по математике для старших классов мало, опыт такого обучения недостаточно изучен и систематизирован. Но несмотря на трудности, учителя математики стараются использовать методы развивающего обучения, внедрять их в практику своей работы, тем самым становятся учителями-исследователями. К сожалению, используют методы и виды упражнений и задач творческого характера редко, не регулярно, не на каждом этапе уроков.

Выводы по первой главе

При изучении теоретических основ формирования творческой познавательной активности были сделаны следующие *выводы*:

1. Понятие «творческая познавательная активность» многогранное и ёмкое. Поэтому под определением «творческой познавательной активностью школьников» будем понимать:

«1) способность самостоятельно создавать оригинальные идеи;

2) способность организовывать учебно-познавательную деятельность, реализующую потребности и умения учащихся овладевать знаниями и способами их применения к решению нетрадиционных задач школьного типа;

3) стремление к поиску новых путей разрешения проблемных ситуаций и преодолению трудностей;

4) стремление к открытию новых явлений как в самой учебно-познавательной деятельности, связанной с решением конкретных задач, так и в конечном ее результате;

5) умение составлять новые познавательные задачи и находить их оптимальные решения, принимать нестандартные решения» [16].

2. Для развития творческой познавательной активности старшеклассников важна взаимосвязь таких компонентов как:

- целенаправленность учебной деятельности, включающая учебно-познавательные мотивы, цель в виде учебных действий и задач;

- профессионализм педагога, его умения понятно, грамотно и интересно излагать изучаемый материал, использовать различные методы и формы обучения на уроках, уметь заинтересовать школьников в предмете, показать нужность и увлекательность математики и т.п.;

- собственная, умственная или практическая деятельности школьника, его организованность, настойчивость, усилия при решении учебной задачи;

- учебная рефлексия, способность учащихся аргументировать, выделять, анализировать и сопоставлять и сравнивать с реальной ситуацией свои собственные способы деятельности;

- психологически грамотная организация мотивации учёбы.

3. Выявлена недостаточность учебно-методического обеспечения заданиями для развития творческой познавательной активности старшеклассников на уроках математики. Учителям математики необходимо активно включаться в разработку технологий развивающего обучения и внедрять в практику своей работы. Необходимо разрабатывать учебно-методические материалы.

ГЛАВА II. ПРОЦЕСС ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ТВОРЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ У СТАРШЕКЛАССНИКОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

§ 4. Дифференцированное обучение как форма организации познавательной творческой активности

Для развития познавательной творческой активности учитель должен проводить уроки разнообразно. Изучаемый материал должен быть усвоен каждым учащимся. Усвоение материала происходит при активной работе каждого ученика в течение всего урока. Поэтому, на каждом уроке учитель должен использовать методы и средства, помогающие заинтересовать учащихся, поддержать интерес к предмету, преодолевать возникающие трудности.

Учащиеся не должны просто запоминать, зазубривать материал, а должны понимать его, вникать в сущность темы, перерабатывать в сознании, использовать при выполнении различных заданий. Это возможно при тщательно подобранных вопросах, создании проблемных ситуаций, побуждающих школьников к активной творческой познавательной деятельности. Для ощущения возможности дальнейшего развития и применения полученных знаний и умений, учащиеся должны видеть взаимосвязь каждого последующего урока с предыдущим. Это способствует развитию интереса и творческой инициативы учащихся.

Учитель должен предоставлять материал развивающего характера, задания, в которых необходимо не только вспомнить ранее изученный материал, но и те, которые заставляют подумать, поразмыслить. При этом, учителю необходимо обеспечивать полную активность школьников на уроке. Важно ориентироваться не только на среднего ученика, но и увлекать слабых и не забывать про сильных. Учителю необходимо разработать такую методику, чтобы на уроках и при изложении нового материала, и при закреплении и повторении пройденного материала, каждый ученик понимал суть излагаемого суждения и мог делать самостоятельные суждения.

Максимально учитывает возможности и запросы каждого ученика дифференцированное обучение. Принцип дифференцированного образовательного процесс способствует развитию познавательной творческой активности учащихся.

Дифференциация в переводе с латинского «difference» означает разделение, расслоение целого на различные части, формы, ступени.

В Большом энциклопедическом словаре [41] дано следующее определение: дифференциация обучения — разделение учебных планов и программ в средней школе с учетом склонностей и способностей учащихся. Осуществляется через организацию школ, учебных потоков, классов и с углубленным изучением отдельных учебных предметов, факультативных занятий.

В Российской педагогической энциклопедии [44] дифференциация обучения определяется как форма организации учебной деятельности школьников среднего и старшего возраста, при которой учитываются их склонности, интересы и проявившиеся способности.

Осмоловская И.М. [42] сформулировала дифференцированное обучение как организация учебного процесса, при которой учитываются индивидуально-психологические особенности личности, формируются группы учащихся с различающимися содержанием образования, методами обучения.

Г.К. Селевко трактует дифференциацию обучения (дифференцированный подход в обучении) как:

«1) создание разнообразных условий обучения для различных школ, классов, групп с целью учета особенностей их контингента;

2) комплекс методических, психолого-педагогических и организационно-управленческих мероприятий, обеспечивающих осуществление процесса обучения в гомогенных группах» [55].

Существуют различные критерии деления учащихся на группы.

Калмыкова З.И. [22] осуществляет разделение учащихся в зависимости от обученности, обучаемости, состояние мотивации.

Капиносов А.Н [23] – в соответствии с темпами продвижения в обучении: высокий темп продвижения по учебе, средний темп продвижения по учебе, низкий темп продвижения по учебе, учащиеся, значительно отстающие в умственном развитии от сверстников.

Кирсанов А.А. использует критерии действенности «восприятия, уровень развития памяти, уровень выполнения мыслительных операций, соотношение наглядно - образного и словесно-логического компонента мышления» [25].

Лийметс Х. И. называет критерии: «успеваемость по предмету, темпу работы, информированность по предмету, способности, взаимоотношения учащихся» [32].

Рабунский Е. С. предлагает критерии объединения «учащихся в группы по успеваемости, устойчивости интереса и уровню познавательной самостоятельности» [52].

Унт И. Э. предлагает в качестве критериев деления «обученность, обучаемость, умение самостоятельно работать, умение читать текст с пониманием и нужной скоростью, специальные способности, познавательные интересы, отношение труду» [62].

Утеева Р. А. рекомендует деление «учащихся на группы исходя из фактического уровня знаний и умений по разделу, теме, курсу» [63].

Выделяют два типа дифференциации обучения: дифференциация внешняя и внутренняя (внутриклассная).

При внешней дифференциации учащихся группируют по сформированным признакам (способностям, интересам и т.д.) на стабильные классы. Программа образования, методы обучения, и организационные формы в классах различаются, при сохранении базовых знаний по всем предметам.

Разделение учащихся при внутренней дифференциации учитывает индивидуально - типологические особенности детей в стабильной группе (классе), созданной по случайным признакам, во время учебного процесса. Разделение на группы может быть явным или неявным, состав групп меняется в зависимости от поставленной учебной задачи.

Так же выделяют следующие виды дифференциации обучения:

1.Уровневая дифференциация выражается в том, что, обучаясь в одном классе, по одной программе и учебнику, школьники могут усваивать материал на различных уровнях.

2.Профильная дифференциация предполагает обучение разных групп старшеклассников по профессионально ориентированным программам обучения, отличающимися глубиной изложения материала, объемом сведений и содержанием включенных вопросов.

Оба вида дифференциации - уровневая и профильная - сосуществуют и взаимно дополняют друг друга на всех ступенях школьного образования, однако в разном удельном весе. В основной школе ведущим направлением дифференциации является уровневая, хотя она не теряет своего значения и в старших классах. На старшей ступени школы приоритет отдается разнообразным формам профильного изучения предметов.

В. Г. Болтянский и Г. Д. Глейзер в концепции «Уровня культуры и знаний» предлагают разделять «учащихся по отношению к курсу математики на три группы:

Первая группа - общекультурный уровень. Её должны составлять школьники, для которых математика является лишь элементом общего развития и в их дальнейшей производственной деятельности будет использоваться лишь в незначительном объеме.

Вторая группа - прикладной уровень. В её состав входят учащиеся, для которых математика будет важным инструментом в их профессиональной деятельности. Для этой категории существенны не только знания о математических фактах, навыки логического мышления, пространственные представления, но и прочные навыки решения математических задач.

Третью группу – творческий уровень. В группу относят тех учащихся, которые выберут математику (или близкие к ней области знания) в качестве основы своей будущей деятельности. Учащиеся этой группы проявляют повышенный интерес к изучению математики и должны творчески овладеть ее основами» [7].

Авторы Г. В. Дорофеев, Л. В. Кузнецова, С. Б. Суворова, В. В. Фирсов для профильной дифференциации предлагают следующее деление учащихся:

«Курс А (или курс общекультурной ориентации) - рассчитан на учащихся, склонных рассматривать математику только как элемент общего образования и не предполагающих использовать ее непосредственно в своей будущей профессиональной деятельности.

Курс В - предназначен для учащихся, выбравших для себя те области деятельности, в которых математика играет роль аппарата, специфического средства для изучения закономерностей окружающего мира.

Курс С - ориентирован на тех учащихся, для которых собственно математика является одной из основных целей познания.

Курсы В и С являются курсами повышенного типа, обеспечивающие дальнейшее изучение математики и ее применение в качестве элемента профессиональной подготовки» [17].

М. Б. Миндюк для дифференцированного обучения выделяет две «группы учащихся: группа базового уровня и группа повышенного уровня

Ученики базового уровня должны достичь определенного объективно обусловленного уровня математической подготовки. Учащиеся, проявляющие интерес к математике и обладающие хорошими математическими способностями, должны добиться более высоких результатов и относятся к группе повышенного уровня» [38].

Утеева Р.А., используя многолетний опыт работы в классе, выделяет четыре типологические группы при обучении математики:

Группа D: к данной группе относят учащихся, которые с трудом усваивают факты понятия, правила и способы решения задач. Не всегда понимают смысл математических предложений, условий задач, не могут воспроизвести определения.

Группа С: учащиеся, данной группы обладают минимумом знаний, умений и навыков. Отвечают на вопросы не требующие рассуждений и доказательств, воспроизводят текст учебника, решают стандартные задачи.

Группа В: в данной группе учащиеся имеют хорошие прочные знания основных факторов, входящих в содержание обучения математике, знают основные методы решения задач. Не всегда могут аргументировать, доказывать, обобщать, затрудняются при решении задач, требующих творческой поисковой деятельности в новой ситуации.

Группа А: «учащиеся имеют глубокие, полные и прочные знания основных фактов математики, знают определения и содержание основных понятий и обозначений. Умеют пояснять, аргументировать, доказывать, обобщать математические факты, выделять существенное в изучаемом материале. Знают основные методы, правила, алгоритмы решения задач» [63].

Атаманская Г.А. предлагает для дифференцированного обучения выделять «три группы учащихся: группа базового уровня, группа прикладного уровня и группа повышенного уровня» [3].

Ученики базовой группы: усваивают и понимают тему урока, рассматривают и решают основные виды задач и примеры по теме.

Ученики прикладной группы: выполняют требования базовой группы и проявляют интерес к возможностям применения изучаемой темы в тех или иных прикладных вопросах.

«Ученики творческо-исследовательской группы: выполняют требования для базовой и прикладной групп и решают ту или иную задачу исследовательского характера. Творческо-исследовательская группа в основном изучает темы на 2-3 урока вперед самостоятельно, при этом учащиеся этой группы выполняет следующие функции: 1) составляют план изучения темы; 2) анализируют содержание всех заданий, предложенных авторами учебника, подразделяя их на несколько видов; 3) выполняют все задания, предназначенные для классной и домашней работы; 4) выявляют прикладной характер темы» [3].

Существует много к подходов к дифференцируемому обучению математике. Но нет общей концепции и мало методических учебных материалов и комплексов по данному виду обучения. А ведь дифференцированное обучение помогает развиваться, проявить творческие способности, обрести избирательность, раскрыть индивидуальность.

Мы считаем, что дифференциацию можно организовывать и на различных этапах обучения.

При изучении новой темы учитель может приводить доказательство теорем разными способами. Тем самым, показывая, что одну задачу можно решать различными способами, применяя различные методы и теоремы. Можно и предложить подумать или навести учащихся на возможное существование другого доказательства, тем самым развивая творческую познавательную активность учащихся.

Например, при изучении теоремы «признак перпендикулярности прямой и плоскости» можно привести разные варианты доказательств.

В учебнике авторов Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. теорема звучит так: «Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости» [12].

Доказательство:

«На рис.1 прямая $a \perp p$, $a \perp q$, $p \in \alpha$, $q \in \alpha$, $p \cap q$ в точке О. Для доказательства $a \perp \alpha$, докажем, что прямая a перпендикулярна к произвольной прямой m плоскости α.

Рассмотрим сначала случай, когда прямая a проходит через точку О (рис.2). Проведем через точку О прямую l, параллельную прямой m (если прямая m проходит через точку О, то в качестве l возьмем саму прямую m). Отметим на прямой a точки А и В так, чтобы точка О была серединой отрезка АВ, и проведем в плоскости α прямую, пересекающую прямые p, q и l соответственно в точках P, Q и L. Точка Q лежит между точками P и L.

Так как прямые p и q – серединные перпендикуляры к отрезку АВ, то AP=BP и AQ=BQ. Следовательно, ΔAPQ=ΔBPQ по трем сторонам. Поэтому ∠ APQ=∠ BPQ.

Сравним треугольники APL и BPL. Они равны по двум сторонам и углу между ними (AP=BP, PL- общая сторона, ∠APL=∠BPL), поэтому AL=BL. Получаем, ΔABL равнобедренный и его медиана LO является высотой, т.е. $l \perp a$. Так как $l \parallel m$ и $l \perp a$, то $m \perp a$ (по лемме о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей). Прямая a перпендикулярна к любой прямой m плоскости α, т.е. $a \perp \alpha$.

Теперь рассмотрим случай, когда прямая a не проходит через точку О. Проведем через точку О прямую a_1, параллельную прямой a. По вышеупомянутой лемме $a_1 \perp p$ и $a_1 \perp q$, поэтому по доказательному в первом случае $a_1 \perp \alpha$. Отсюда, по теореме о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости, следует, что $a \perp \alpha$. Теорема доказана» [12].

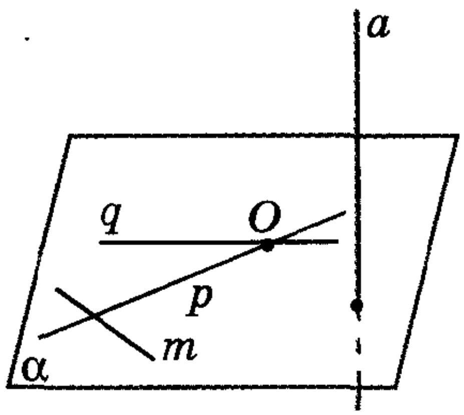


Рис. 1

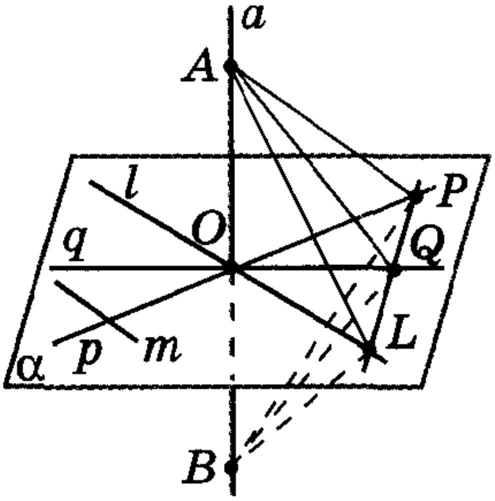


Рис. 2

В учебнике авторов Смирнова И.М., Смирнов В.А. дано другое доказательство этой теоремы:

«Пусть прямая *a* перпендикулярна прямым b_1, b_2 плоскости β, пересекающимся в точке О (рис. 3) Рассмотрим произвольную прямую *b* плоскости β. Проведем через точку О прямые *a'* и *b'*, соответственно параллельные прямым *a,b*. Для доказательства перпендикулярности прямых *a*,*b*, достаточно доказать перпендикулярность прямых *a'* , *b'*. Для этого в плоскости β проведем прямую, пересекающую прямые b_1, b_2, *b'* в точках B_1, B_2, B соответственно. Отложим на прямой *a'* от точки О равные отрезки ОС, OD и соединим точки С, D с точками B_1, B_2, B. Прямоугольные треугольники OB_1C и OB_1D равны (по катетам). Следовательно, $B_1C=B_1D$. Аналогично, из равенства треугольников OB_2C и OB_2D следует, что $B_2C=B_2D$. Треугольники B_1B_2C и B_1B_2D равны (по трем сторонам). Следовательно, $\angle CB_1B=\angle DB_1B$. Треугольники B_1BC и B_1BD равны (по двум сторонам и углу между ними). Таким образом, BC=BD. Треугольники OBC и OBD равны (по трем сторонам), следовательно $\angle BOC=\angle BOD=90^0$, т.е. *a'*, *b'* перпендикулярны. Значит, прямая *a* перпендикулярна плоскости β» [58].

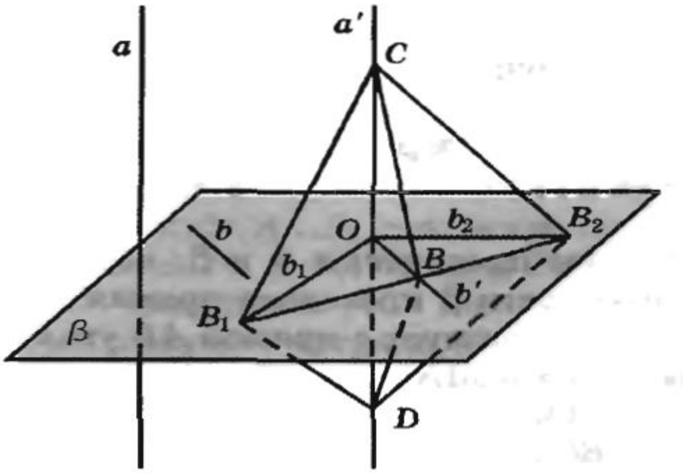


Рис. 3

Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. предлагает следующее доказательство:

Дано: $b \subset \alpha$, $c \subset \alpha$, $a \perp b$, $a \perp c$, b и c пересекаются (рис 4).

Доказательство: «Для доказательства теоремы достаточно убедиться, что прямая a перпендикулярна любой прямой m, лежащей в плоскости α и не параллельной ни одной из прямых b и c.

Проведем в плоскости α через тоску O = $a \cap \alpha$, прямые $b_1 \parallel b$, $c_1 \parallel c$, $m_1 \parallel m$ и, выбрав на прямой b_1 любую точку B, отличную от O, построим параллелограмм OBDC с вершинами D и C на прямых соответственно m_1 и c_1.

Тогда: $(a \perp b, b \parallel b_1) \Rightarrow a \perp b_1$ и $(a \perp c, c \parallel c_1) \Rightarrow a \perp c_1$.

Если A – любая тоска прямой a (A≠O) = точка пересечения диагоналей параллелограмма OBDC, то отрезки OM и AM – медианы треугольников OBC и ABC соответственно. Обозначив длины отрезков OA=h, OB=p, OC=q, BC=r, AP=p_1, AC=q_1, на основании соотношения между медианой и сторонами треугольника получаем:

в ΔBOC: $OM^2 = \frac{2OB^2 + 2OC^2 - BC^2}{4} = \frac{2p^2 + 2q^2 - r^2}{4}$

в ΔABC: $AM^2 = \frac{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2}{4} = \frac{2{p_1}^2 + 2{q_1}^2 - r^2}{4}$

Учитывая, что треугольники AOB и AOC – прямоугольные, находим:

$AM^2 - OM^2 = \frac{2(p_1^2 - p^2) + 2(q_1^2 - q^2)}{4} = \frac{2h^2 + 2h^2}{4} = h^2 = OA^2$

Тогда в ΔAOM получаем $OA^2+OM^2=AM^2$. Следовательно, по теореме, обратной теореме Пифагора, ΔAOM – прямоугольный, откуда $OA \perp OM$, то есть $a \perp m_1$. А так как $m_1 \parallel m$, то $a \perp m$.

В силу произвольного выбора прямой m в плоскости α, приходим (на основании определения прямой, перпендикулярной плоскости) к выводу: прямая a перпендикулярна плоскости α. Теорема доказана» [49].

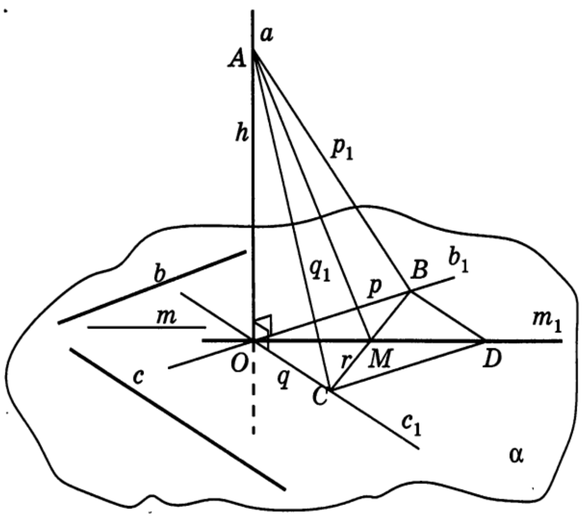


Рис. 4

Авторы Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. приводят следующее доказательство:

«Пусть прямая a пересекает плоскость α в точке O и перпендикулярна двум прямым b и c, проходящим в плоскости α через точку O. Нужно доказать, что прямая a перпендикулярна ко всякой прямой, проходящей через точку O в плоскости α. Возьмем любую такую прямую d, отличную от b и c (рис. 5).

Выберем на прямых b и c по точке B и C так, чтобы отрезок BC пересекал прямую d в какой-то точке D. Возьмем точки $B_1 \in b$ и $C_1 \in c$ так, чтобы точка O была серединой отрезков BB_1 и CC_1. Тогда $\Delta OB_1C_1 = \Delta OBC$. Поэтому $B_1C_1 = BC$ и $\angle B_1 = \angle B$. Отрезок B_1C_1 пересечет прямую d в точке D_1. Поскольку $OB_1 = OB$,

$\angle B_1=\angle B$ и $\angle B_1OD_1=\angle BOD$, то $\Delta OB_1D_1=\Delta OBD$. Следовательно, $OD_1=OD$ и $B_1D_1=BD$.

Возьмем теперь на прямой *a* любую точку $A \neq O$ и проведем отрезки AB, AC, AD, AB_1,AC_1 и AD_1. Так как $a \perp b$ и $OB_1=OB$, то a является серединным перпендикулярам к отрезку BB_1. Поэтому $AB_1=AB$. Аналогично $AC_1=AC$. Так как, кроме того $B_1C_1=BC$, то $\Delta AB_1D_1=\Delta ABD$. Но тогда и $AD_1=AD$.

Итак, точка A равноудалена от концов отрезка DD_1. Так как точка O – середина отрезка DD_1, то прямая *a*, проходящая через точки A и O, является серединным перпендикуляром к отрезку DD_1 в плоскости ADD_1, т.е. $a \perp d$. Поэтому прямая *a* перпендикулярна к любой прямой *d* в плоскости α, проходящей через точку O, т.е. $a \perp \alpha$.» [2].

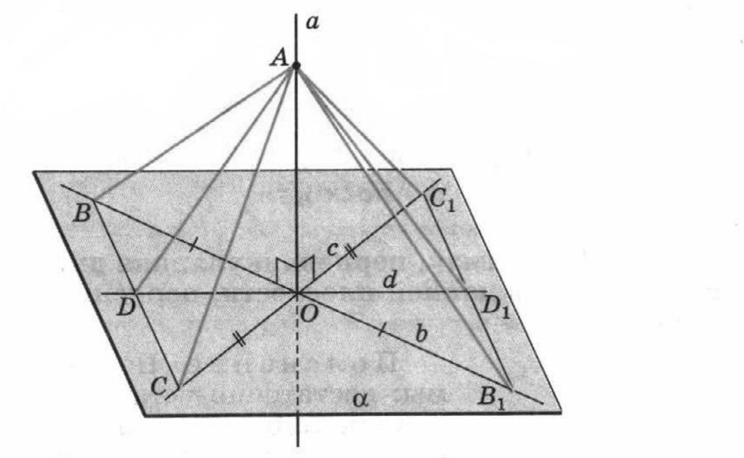


Рис. 5

В учебнике данных авторов говорится, что доказательство данной теоремы основано на практическом реальном построении. В качестве примеров предлагается учащимся раскрыть книгу и поставить ее на стол. «Корешок книги перпендикулярен краям обложки, лежащим на столе, и тем самым самому столу. Или, устанавливая вертикально мачту, достаточно сделать так, что бы она была перпендикулярна двум прямым, проведенным через ее основание на палубе или на земле. А сделать это можно, натянув из одной точки мачты две пары растяжек равной длины и закрепи их на одинаковом расстояниях от основания мачты на каждой из двух прямых» [2]. Так же устанавливается и шатровая палатка.

Учащимся важно показывать и объяснять, что знания полученные на уроках математики очень часто применяются на практике в жизненных ситуациях.

Используя на уроках различные доказательства одной теоремы учащиеся учатся рассуждать, выстраивать цепочку логических умозаключений, делать выводы.

На уроках закрепления темы необходимо выполнять задания, которые будут интересны и познавательны для учащихся всех дифференцированных групп класса. Практические задания следует подобрать с постепенно увеличивающейся степенью трудности. При этом каждый ученик должен выполнять посильную для себя работу, получая учебный успех.

Учащиеся со слабыми знаниями выполняют задания, а более сильные учащиеся контролируют и оценивают правильность выполнения, указывают при необходимости на ошибки.

Примерные задания:

1. а) Докажите, что боковое ребро правильной примы перпендикулярно ее основаниям. б) Докажите, что диагонали прямоугольного параллелепипеда равны [2].

Доказательство а) Так как у правильной призмы боковые грани — прямоугольники, то ее боковое ребро перпендикулярно двум ребрам основания, имеющим с этим боковым ребром общую вершину. Но тогда можно применить признак перпендикулярности прямой и плоскости, откуда и следует доказываемое утверждение.

б) В прямоугольном параллелепипеде боковое ребро перпендикулярно основанию. Поэтому его диагонали являются гипотенузами соответствующих равных прямоугольных треугольников.

2. «Могут ли быть перпендикулярными одной плоскости две стороны: а) треугольника; б) параллелограмма; в) трапеции; г) правильного пятиугольника; д) правильного шестиугольника?» [70]

Ответ: а) нет; б) да; в) да; г) нет; д) да.

3. «Докажите, что через любую точку А можно провести прямую, перпендикулярную данной плоскости α» [47].

Доказательство.

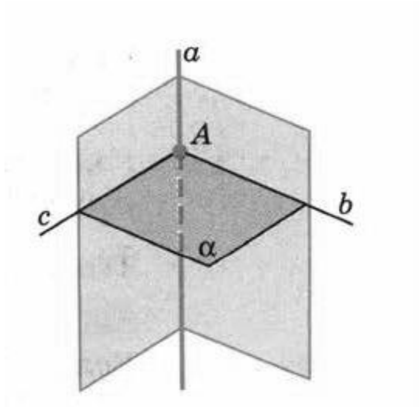


Рис. 6

Пусть a – данная прямая и А – точка на ней. Проведем через нее две плоскости и проведем в них через точку А прямые b и c, перпендикулярные прямой a. Плоскость α, проходящая через эти прямые, перпендикулярна прямой a по теореме «Признак перпендикулярности прямой и плоскости».

4. «Точка Р удалена от каждой стороны правильного треугольника на 30 см. Найдите расстояние от точки Р до плоскости треугольника, если площадь вписанного в этот треугольник круга равна 576π см^2» [50].

Решение.

Пусть PO⊥(ABC), PM⊥AB, PK⊥BC, PH⊥AC и PM=PK=PH=30 см. Тогда OM=OK=OH и OM⊥AB, OK⊥BC, OH⊥AC – по теореме о трех перпендикулярах. Это означает, что O – центр круга, вписанного в ΔABC, а отрезок OK равен радиусу r этого круга.

Так как $576\pi=\pi r^2$, то r=24. Тогда в прямоугольном ΔPOK OP=$\sqrt{PK^2-OK^2}=\sqrt{30^2-24^2}=18$ см. Ответ: 18 см.

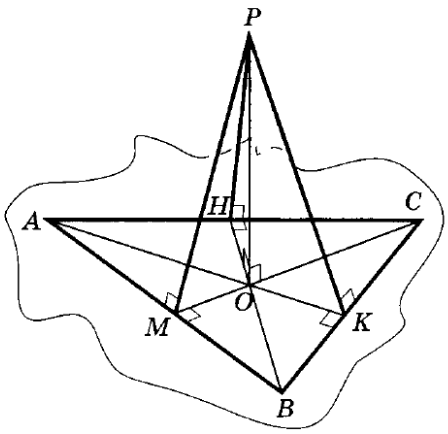


Рис. 7

Для самостоятельных и контрольных работ так же нужно подбирать задания с учетом дифференциации. Для подбора заданий будем следовать уровневой дифференциации Утеевой Р.А.

Группа D

Сопоставить понятия: определение, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема (о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости), теорема (о двух прямых, перпендикулярных одной и той же плоскости):

Таблица 2

Задание для учащихся группы D

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то и другая прямая перпендикулярная этой плоскости.	
Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в плоскости.	
Если две прямые перпендикулярны плоскости, то они параллельны	
Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в одной плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.	

2. В прямоугольном параллелепипеде

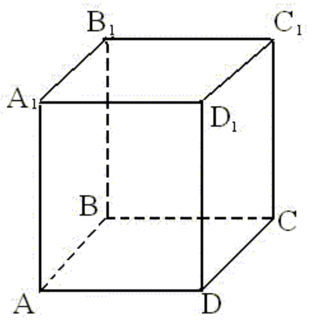


Рисунок 8

а) <u>Назовите</u>:

1) рёбра, перпендикулярные к плоскости (DCC_1)

2) плоскости, перпендикулярные ребру BB_1

б) <u>Определите взаимное расположение:</u>

1) прямой CC_1 и плоскости (DCB)

2) прямой D_1C_1 и плоскости (DCB)

Ответы: а) 1. AD; A_1D_1; B_1C_1; BC; 2. (ABC); ($A_1B_1C_1$)

б) 1. они перпендикулярны; 2. они параллельны.

Группа С [18]

1. ABCD – квадрат, EA⊥BC; K∈EB. Докажите, что BC⊥AK.

Доказательство.

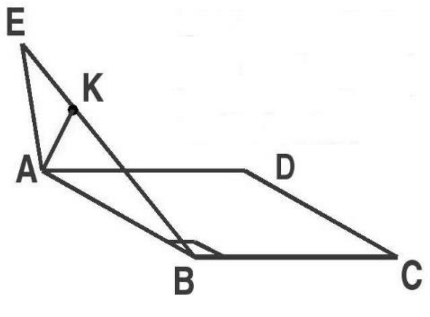


Рис. 9

Так как BC⊥EA и BC⊥AB, то BC⊥ плоскости AEB. AK принадлежит плоскости AEB, значит BC⊥AK.

2. ABCD – параллелограмм. AD=4, CD=6. Отрезок MC перпендикулярен плоскости ABC, MD⊥AD. Найдите площадь параллелограмма.

Решение:

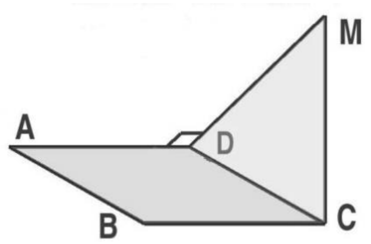


Рис. 10

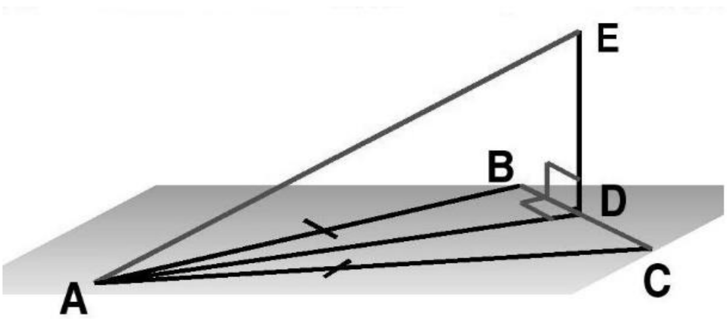
MC⊥(ABC), значит AD⊥MC. MD⊥AD и AD⊥MC, следовательно AD⊥(MDC). Тогда и AD⊥DC. Следовательно ∠ ADC – прямой и параллелограмм ABCD – прямоугольник. Значит $S_{ABCD}=4\cdot6=24$ см^2.

Ответ: $S_{ABCD}=24$ см^2.

Группа B [18]

1. Треугольник ABC – равнобедренный, AB=AC, точка D – середина BC, прямая ED перпендикулярна плоскости ABC. Докажите, что AE⊥ BC.

Доказательство.



Ри. 11

Так как ΔABC-равнобедренный, AC=AB и D – середина BC, то AD-высота ΔABC, значит $AD \perp BC$. $BC \perp ED$ и $BC \perp AD$, то $BC \perp (AED)$, следовательно $BC \perp AE$, так как $AE \in (AED)$.

2. Точка A принадлежит окружности, AK – перпендикуляр к ее плоскости, AK=1 см, AB – диаметр, BC-хорда окружности, составляющая с AB угол 45^0. Радиус окружности равен 2 см. Докажите, что треугольник KCB прямоугольный и найдите KC.

Доказательство.

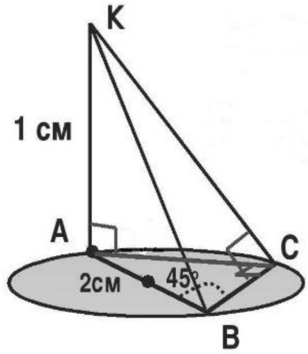


Рис. 12

$\angle$ ACB - вписанный в окружность и опирающийся на диаметр AB, значит он прямой = 90^0. $BC \perp AC$, $BC \perp AK$, поэтому $AK \perp (AKC)$. Это означает, что BC перпендикулярен любой прямой данной плоскости, в том числе и KC. $\angle KCB$ прямой, поэтому Δ KCB прямоугольный. ΔABC – прямоугольный, AB=4 см. Значит $CB=CA=AB \cdot \sin 45^0 = 2\sqrt{2}$. По теореме Пифагора $KC=\sqrt{AK^2+AC^2}=\sqrt{1+8}=3$ см.

Ответ: 3см.

Группа А. [18]

1. В тетраэдре DABC AB=BC, $\angle DBC = \angle DBA$. Докажите, что $AC \perp DB$.

Доказательство.

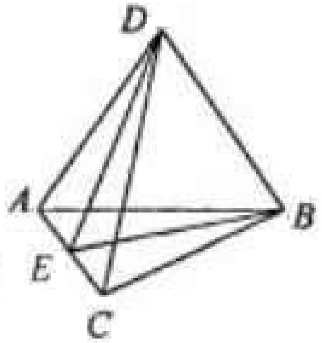


Рис. 13

$\Delta ADB = \Delta ADC$ двум сторонам и углу между ними, следовательно DA=DC. Пусть E-середина AC, тогда DE и BE медианы треугольников ABC и ADC. Так как эти треугольники равнобедренные, то $AC \perp EB$ и $AC \perp ED$, т.е. AC- перпендикуляр к плоскости DEB, значит $AC \perp DB$.

2. DABC – тетраэдр, все ребра которого равны *a*, точка E – середина BC. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку E и перпендикулярной DB, и найдите площадь сечения.

Решение:

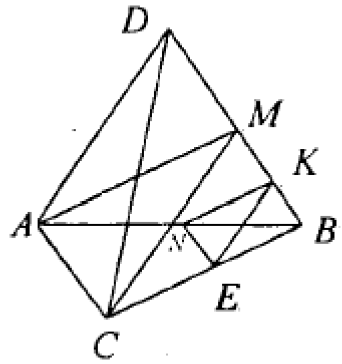


Рис. 14

Пусть M – середина DB. Так как все грани тетраэдра правильные треугольники, то $CM \perp BD$ и $AM \perp DB$. Построим $EK \| CM$ и $KN \| AM$, $K \in BD$. (EKN) – искомое сечение.

NE – средняя линия ΔABC, $NE = \frac{a}{2}$.

$EK = NK = \frac{1}{2} CM = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Обозначим h – высота ΔNKE

$h\text{-}\sqrt{KE^2 - \frac{NE^2}{4}} = \sqrt{\frac{3a^2}{16} - \frac{a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$

$S_{сеч} = \frac{1}{2} NE \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^2\sqrt{2}}{16}$

Ответ: $\frac{a^2\sqrt{2}}{16}$.

Для эффективности дифференцированного обучения важно использовать его на всех этапах учебной деятельности учащихся, для раскрытия индивидуальности, развития и обретения изобретательности.

Дифференцированное обучение позволяет шире использовать познавательные возможности школьников и постепенно ненавязчиво поддерживать интерес к математике, развивает творческую и познавательную активность.

§ 5. Математическое упражнение как средство развития познавательной творческой активности

Основной форма организации учебного процесса в школе – это урок.

К стандартным традиционным школьным урокам относятся:

- уроки изучения нового материала;
- уроки закрепления знаний, умений и навыков;
- уроки проверки и контроль приобретённых знаний, умений и навыков;
- уроки обобщения и систематизации выученного и повторение пройденного материала.

Организация традиционного урока проста, хорошо известна и отработана до мелочей. На стандартных уроках учащиеся получают теоретические знания и навыки их практического применения, через решения математических заданий. Причем, математические задания носят характер закрепления, систематизации и контроля полученных знаний по изучаемой теме. Для таких уроков существует множество разработанных и утвержденных учебных и методических материалов. Это конечно же, является положительным моментом в подготовке и проведении урока для учителя. Но, ученикам на таких уроках неинтересно, поэтому и нет мотивации в получении математических знаний. Традиционные уроки направленны на усвоение, формирование знаний, умений, а так же их воспроизведение и повторение. На этих уроках отсутствует развивающий момент и соответственно творческая познавательная активность учащихся. Из-за однообразных, объемных и довольно сложных заданий интерес к математике у учащихся угасает.

Для того, что бы уроки математики не были скучными, «сухими» однообразными стали проводить нестандартные уроки. На нестандартных уроках применяются нестандартные задания. Главный отличительный признак нестандартных заданий - это их связь с деятельностью, которую в психологии называют «продуктивной", творческой. На нестандартных уроках каждый учащийся вовлекается в активную работу. Эта форма уроков эмоциональна и потому самая сухая информация оживает, делается яркой, интересной, запоминающейся. Поэтому, нестандартные уроки, необычные по замыслу, организации, методике проведения, больше нравятся учащимся, чем будничные учебные занятия со строгой структурой и установленным режимом работы.

Существует много форм и методов проведения нетрадиционного обучения такие как: урок - деловая игра, урок - творческий отчет, урок - путешествие (реальное и виртуальное), урок наоборот (ученик в роли учителя), урок-конференция, урок исследования объекта, поисковый урок, интегрированный урок, урок-соревнование.

Нетрадиционные формы урока проводят после изучения какой – либо темы или нескольких тем, выполняя функции обучающего контроля и оценки знания учащихся. Превращать нестандартные уроки в главную форму работы, вводить их в систему нецелесообразно из-за трудоёмкости в подготовке, отсутствия серьезного познавательного труда, невысокой результативности. Но практиковать такие уроки по математике следует.

Так где же найти эту золотую середину, что б уроки по математике выполняли функции не только образовательного, воспитательного и развивающего характера, но и были интересны учащимся, выполняя функцию творческо-познавательного характера? Считаем, что данный вопрос можно разрешить применением на уроках интересных, познавательных, творческих, поисковых математических упражнений, заданий.

Упражнения – многоаспектное явление обучения. К признакам математических упражнений относят: способ организации учебно-познавательной деятельности учащихся, операции и действия, соответствующие содержанию обучения математике, средство целенаправленного формирования понятий и изучения математической теории. Методика упражнений должна основываться на взаимосвязях между содержанием упражнений, последовательностью и организационными формами их выполнения, целями выполнения упражнений и умственной деятельностью учащихся.

На традиционных уроках математике упражнения предназначены для закрепления определений, понятий, изучаемого материала, а так же для контроля усвоения той или иной темы учащимися. Но для развития творческой поисковой активности старшеклассников необходим разбор упражнений на «догадку», «соображение», нестандартных или логических задач и даже головоломки. Данные упражнения не должны вызывать особую сложность при их выполнении, но при этом учащиеся должны думать, фантазировать и размышлять. Решение таких заданий происходит через поисковой процесс, который способствует развитию умственной деятельности, смекалки, внимательности, сообразительности. Развивающие упражнения нужно дополнительно и регулярно использовать на уроках математики. И совсем не обязательно, что бы упражнение было по изучаемой теме. Одного занимательного, развивающего и интересного задания на каждом уроке достаточно для приобщения старшеклассников к творческому поиску, пробуждению мотивации к изучаемому предмету и любознательности.

Виды нестандартных математических задач для школьников очень разнообразны. К таким задачам относятся:

- Математические цепочки;
- Математический диктант;
- Упражнения на нахождение ошибок;
- Закодированные слова;
- Графические задания;
- Математические головоломки;
- Математические кроссворды;
- Задания на составление задач;
- Олимпиадные задания и многие другие.

К нестандартным задачам относятся задачи практического назначения, содержащие учебные проблемы для учащихся, требующие исследования и доказательства, и редко встречающиеся в базовых школьных учебниках по математике, задачи с необычной формулировкой требования, задачи с определенными ограничениями данных, задачи на построение геометрических фигур и задачи на поиск неординарного решения и т.д.

Введение в школьную программу нетрадиционных упражнений имеет цель расширения учебного процесса и, не отрываясь от проблем обучения, развить творческие качества ребёнка.

Учителю нужно искать и находить творческие задания в различных учебно-методических комплексах, статьях журналов и газет или же составлять самому.

Например, в 11 классе при изучении темы «Производная» на уроке повторения и обобщения можно провести групповое соревнование, предложив ученикам такое задание [14].

Найдите производные данных функций (табл. 1), каждому ответу подберите подходящую букву (табл. 2) и составьте из букв слово.

Таблица 3

Задание 1: найдите производные данных функций

№ п\п	**1 группа**	**2 группа**	**3 группа**
1	$y = \frac{-5}{2 - x}$	$y = \sin(4x - 1)$	$y = \frac{1 - \sin x}{1 - \cos x}$
2	$y = \frac{1 - \sin x}{1 - \cos x}$	$y = x$	$y = x^6 + x^4 + x^3 - x^2 - x$
3	$y = \sin^2 \frac{1}{x}$	$y = \frac{1}{2}x^2$	$y = tgx - x$
4	$y = x$	$y = 7^x$	$y = (x^2 - x + 1)(x - 2)$
5	$y = 7^x$	$y = \frac{1 - \sin x}{1 - \cos x}$	$y = \ln 2012$
6	$y = \arcsin 2x$	$y = (x^2 - 5x + 8)^6$	$y = 5^{5x}$
7	$y = 4x^3 - 2x^2 + x - 5$	$y = \frac{\sin x - 1}{1 - \cos x}$	$y = 8$

Таблица 4

Задание 2: подберите подходящую букву к каждому ответу

Ответ	Буква	Ответ	Буква
$12x^2-4x+1$	Я	$7^x \ln 7$	Н
$6x^5+4x^3+3x^2-1$	Г	$\frac{1-\cos x-\sin x}{(1-\cos x)^2}$	И
$\frac{1}{\cos^2 x}-1$	Б	$3(x-1)^2$	П
$6(x^2-5x+8)^5(2x-5)$, x, $4\cos(4x-1)$	М	1	У
$\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$	К	$\frac{5}{(2-x)^2}$	Ц
0	Е	$-\frac{1}{x^2}\sin\frac{2}{x}$	Ф
$5^{5x+1}\ln 5$	Р	7^x	О

В результате должны получиться слова: ФУНКЦИЯ (1 группа), МИНИМУМ (2 группа), ПЕРЕГИБ (3 группа).

А вот пример задания из реальной ситуации и использование математических знаний.

Кафе предлагает своим клиентам пиццу трёх видов – диаметром 12 см, 16 см и 22 см. Все пиццы имеют одинаковую толщину. Никита хочет заказать одну пиццу диаметром 22 см, но официант предлагает ему за те же деньги заказать две пиццы: одну – диаметром 12 см, другую - диаметром 16 см, мотивируя выгоду от этого специального предложения тем, что 12 + 16 > 22. Однако Никита отказывается от этого предложения, говоря, что в результате он получит меньше пиццы. Кто из них прав? [8]

Ниже приведены рассуждения по этому поводу. Оцените их правильность.

1 . Никита не прав, официант наглядно показал, что две пиццы больше одной.

2. Никита прав, так как сумма площадей пицц диаметрами 12 см и 16 см меньше площади пиццы диаметром 22 см.

3. Никита не прав, так как сумма площадей пицц диаметрами 12 см и 16 см больше площади пиццы диаметром 22 см.

4. Не правы оба, так как сумма площадей пицц диаметрами 12 см и 16 см равна площади пиццы диаметром 22 см.

5. Кто окажется прав - Никита или официант, если диаметр наибольшей пиццы будет 20 см?

Решение: Найдем площадь пиццы d=22 $S(22)=1/4\cdot\pi\cdot d^2=1/4\cdot 3,14\cdot 22^2=379,94$ см^2.

Теперь посчитаем площади пицц диаметром 12 и 16 см и сложим их. $S(12)=1/4\cdot\pi\cdot d^2=1/4\cdot 3,14\cdot 12^2=113,04$ см^2, $S(16)=1/4\cdot\pi\cdot d^2=1/4\cdot 3,14\cdot 12^2=200,96$ см^2. $113,04+200,96=314,00$ см^2. Т.е. $S(22)> S(12)+ S(16)$, значит Никита прав.

Если же диаметр наибольшей пиццы будет равен 20 см, оба будут не правы, так как сумма площадей пицц диаметрами 12 см и 16 см равна площади пиццы диаметром 20 см.

Без приведенных подсказок учащиеся могут не заметить математической составляющей задачи и начинают рассуждать об организации менеджмента в указанном кафе. Поэтому подсказки подталкивают применить нужную формулу (площади круга) для оценки приведённые рассуждения.

Математический диктант - форма контроля знаний. В ходе написания диктантов учащиеся развивают умение воспринимать условия заданий на слух, записывать словесные выражения языком математических формул или реализовывать их в геометрических построениях, пошагово отрабатывают способы решения задач.

Пример математического диктанта по теме «График функции. Преобразование графиков» для 10 класса [27].

1 Как называют график квадратичной функции?

2 В какой четверти расположен график функции $y = -\sqrt{-x-2}$?

3 Принадлежит ли графику функции $y = x^3$ точка $(-3;-27)$?

4 Найдите точку пересечения графика функции $y = -3x^2 +1$ с осью ординат.

5 В какой точке график функции $y = x -2$ пересекает ось абсцисс?

В заданиях 6–9 задайте формулой функцию, график которой будет получен в результате указанных данных, полученных в результате указанных преобразований.

6 Параллельный перенос графика функции у = $\sqrt{x}$ на 4 единицы вверх вдоль оси ординат.

7 Сжатие графика функции у = $|x|$ к оси Ох в 3 раза.

8 Симметричное отображение относительно оси Оу графика функции у = $\sqrt{x}$.

9 Параллельный перенос графика функции у = $-\frac{3}{x}$ вдоль оси Ох на 3 единицы влево и вдоль оси Оу на 2 единицы вверх.

Ответы: 1 Парабола, 2 В III четверти, 3 Да, 4 (0;1), 5 (2;0), 6 $y = \sqrt{x} + 4$, 7 $y = \frac{1}{3}|x|$, 8 $y = \sqrt{-x}$, 9 $y = \frac{3}{x+3} + 2$

А вот пример ещё одного занимательного упражнения для старшеклассников [71]: На какой двучлен надо умножить 5х-4, чтобы получилось $10x^2+7x-12$?

Решение данного задания можно выполнить рассуждая разными способами:

1. Разложить $10x^2+7x-12$ на множители: $10x^2+7x-12=(5x-4)(2x+3)$, т.е. искомый двучлен 2х+3.

2. (5х-4)(ах+b)= $10x^2+7x-12$, значит a=2, b=3, искомый двучлен 2х+3.

Развивать и заинтересовывать учащихся нужно и ознакомлением их с различными приёмами быстрого устного счёта.

Например [45]:

Чтобы возвысить в квадрат число, оканчивающееся цифрой 5 (например 95), умножают число десятков (9) на него же плюс единица (9*10=90) и приписывают 25 (в нашем примере получается 9025). Еще примеры:

25^2; 2*3=6 ответ 625

45^2; 4*5= 20 ответ 2025

145^2; 14*15 = 210 ответ 21025

Прием этот вытекает из формулы $(10x+5)^2=100x^2+100x+25=100x(x+1)+25$

Чтобы устно разделить число на 4, его дважды делят пополам.

76:4 =76:2:2=38:2=19

236:4=236:2:2=118:2=59

Чтобы устно умножить число на 11, приписывают к нему ноль и прибавляют множимое.

87*11=870+87=957

Или следующий способ:

43*11, записываем цифры множителя отличного от 11 через пробел (4_3), затем складываем цифры этого же множителя (4+3=7) и записываем по серединке (473).

Пробуем таким методом умножить 97 на 11.

9_7; 9+7=16. Цифру 6 записываем по серединке, а 1 прибавляем к 9, получаем 1067.

Со старшеклассниками нужно выполнять задания на нахождение ошибок, такие упражнения являются эффективным средством в развитии творческого познавательного интереса к изучению математики. Данные упражнения формируют у учащихся внимательность и навыки самоконтроля. Школьникам необходимо не только найти ошибки, но и суметь объяснить ее, и исправить.

Примеры задания на нахождение и исправление ошибки:

1. $c^2-2cd+d^2=(c-d)^2$
2. $x^2-10xy+100y^2=(x-10y)^2$
3. $16a^6+32ab^2+16b^4=(4a^3+4b^2)^2$
4. $(x^2-5)^2=x^4-25$
5. $\log_7 343=3$
6. $\log_{\sqrt{2}} 8 = 3$
7. $(a^{16}+a^8)^2=a^{64}$
8. $(a^3)^2 \cdot a^6=a^{10}$

9. $\ln(x^2+y^2)=\ln x^2+\ln y^2$

10. $\ln(x \cdot \cos x)=\ln x \cdot \ln\cos x$

11. $\int(14-x)dx = 14 - x^2$

Учащимся можно и нужно давать задания на составление математических кроссвордов, задач, причём задачи можно составлять и обратные, и аналогичные. Сначала дать старшеклассникам разгадать кроссворд и попросить составит подобный, но по другой теме. Составляя кроссворды и задачи учащиеся повторяют теоретический материал, анализируют и развивают творческую поисковую активность. Можно эти задания выполнять индивидуально, а можно предложить работать в группах, формируя тем самым у школьников, ответственность и способность к сотрудничеству.

Кроссворд по теме «Многогранники. Пирамида»

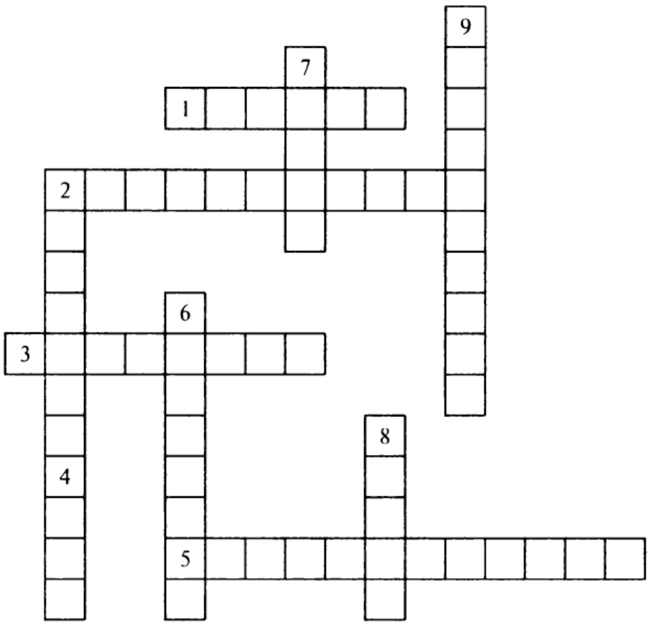


Рис. 15

«По горизонтали: 1. Количество сходящихся рёбер у октаэдра. 2. Грань додекаэдра. 3. Боковая грань усеченной пирамиды. 4. Правильный многогранник. 5. Сечение, проходящее через вершину пирамиды и диагональ основания.

По вертикали: 2. Граница многогранника. 6. Правильная треугольная пирамида. 7. Перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания. 8. Элемент пирамиды. 9. Пирамида, у которой основание – правильный многоугольник, а вершина проецируется в его центр» [59].

Считаем важным упражнением для развития творческих поисковых способностей учащихся и олимпиадные задания. Необходимо объяснять и разбирать олимпиадные задания со всеми учащимися, ведь они могут увлечь и заинтересовать любого школьника независимо от оценок.

Примеры олимпиадных заданий [5]:

1. Требуется на 100 рублей купить 40 почтовых марок – рублевых, четырехрублевых и двендцатирублевых. Сколько окажется марок каждого достоинства?

Ответ: 28 рублевых марок, 9 четырехрублевых, 3 двенадцатирублевых (Указание: решение через составление двух уравнений с тремя неизвестными)

2. Решить в натуральных числах уравнение:

$$\overline{xxyy} = \overline{xx}^2 + \overline{yy}^2$$

Ответ: $8833=88^2+33^2$ (Указание: По условию $1100x+11y=(11x)^2+(11y)^2$ или $99x+(x+y)=11(x^2+y^2)$, значит x+y кратно 11).

3. Найти двузначное число, обладающее тем свойством, что если умножить его с суммой кубов его цифр, то получится число, написанное теми же цифрами, но в обратном порядке.

Ответ: 21 (Указание. По условию $10x+y+x^3+y^3=10y+x$ или $x^3+y^3=9(y-x)$. Ни одна цифра не превышает 4. Единственное число $21=12+1^3+2^3$).

Итак, для развития познавательной творческой активности старшеклассников необходимо на уроках математики выделять несколько минут для решения нестандартных, интерсных, увлекательных упражнений.

§ 6. Конкретно-индуктивный метод введения математического понятия

При изучении новой темы задача учителя состоит в объяснении материала, таким образом, что бы учащиеся хорошо усвоили теоретический материал. В математике теория взаимосвязана с практикой. И от того насколько хорошо и прочно усвоен теоретический материал, будет зависеть и результат в практическом применении теории.

Процесс образования, развития и применения математических понятий сложный, длительный, многоуровневый и многоэтапный. Поэтому учителю необходимо должное внимание уделять деятельности учащихся связанной с формированием математических понятий.

Для формирования математических понятий важна мотивация, которая активизирует интерес к изучению понятия, отмечает важность и необходимость введения понятия и его роли в математической теории. При изучении нового понятия, через выполнение специальных упражнений, нужно с учащимися выявлять свойства и признаки понятия. Формулировка понятия должна раскрывать его содержание. Сформулировать определения понятия – это значит, суметь отличить его от других сходных с ним объектов.

Введения математического понятия, в зависимости от места расположения формулировки определения, в методике преподавания математики может выполняться конкретно-индуктивным методом или абстрактно-дедуктивным. Наиболее способствующий развитию творческой познавательной активности старшеклассников, считаем метод конкретно-индуктивный. При данном методе введения математических понятий, учащиеся размышляют, учатся выделять главное в каждом предмете, анализируют, сопоставляют, формулируют.

Суть конкретно-индуктивного метода заключается в том, что на основе рассмотрения и выполнения заданий учащиеся подготавливаются к самостоятельному формулированию определения. При данном методе введения понятия само определение понятия появляется в конце рассуждений. Задача учителя состоит в направлении деятельности учащихся к нахождению существенных свойств понятия, отличающих его от других понятий, и формулировки определения.

Учащиеся, с помощью учителя математики, в своей практической деятельности будут учиться устанавливать сходства и находить различия в понятиях, формулах, теоремах, формулировках задач и методах их решения, выделять все существенные связи, важные для исследователя, и использовать их для формулировки и решения новой задачи.

Фрагмент урока по введению понятия логарифма конкретно-индуктивным методом.

Тема урока: «Понятие логарифма»

Цели урока:

– *образовательная:* ввести понятие логарифма, сформулировать основное логарифмическое тождество, рассмотреть его применение;

– *развивающая:* развивать логическое мышление, умение анализировать и систематизировать, развивать умения грамотно читать математические записи;

– *воспитательная:* прививать аккуратность и правильность записи математических символов и выражений.

Оборудование урока: учебники, проектор с компьютером.

Структура урока:

1. Оргмомент – 1 мин. Фронтальная работа.

2. Проверка домашнего задания (или математический диктант, или устный счет, или самостоятельная работа) – 5 мин. Фронтальный опрос (индивидуальная письменная работа и т. п.).

3.Изучение нового материала – 15 мин. Групповая форма.

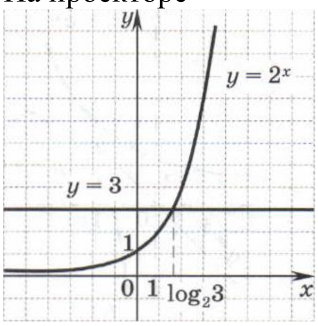
4. Закрепление.

1. Постановка домашнего задания – 2 мин. Фронтальная форма.

2. Подведение итогов урока – 5 мин.

Таблица 5

Фрагмент урока по формированию понятия

3. Изучение нового материала – 15 мин.			
Деятельность		*Записи на доске*	*Примечания по ходу урока*
учителя	*ученика (учащихся)*	$2^x=(\frac{1}{8})^{\frac{2}{5}}$ $2^x=2^{-\frac{6}{5}}$ $x= -\frac{6}{5}$	$(\frac{1}{8})^{\frac{2}{5}}$ заменяем степенью $2^{-\frac{6}{5}}$, получаем $2^x=2^{-\frac{6}{5}}$, Из равенства степеней с одинаковыми основаниями, делаем вывод о равенстве показателей $x= -\frac{6}{5}$
При решении показательных уравнений необходимо представить обе части уравнения в виде степеней с одинаковыми основаниями и рациональными показателями. Решаем уравнение $2^x=(\frac{1}{8})^{\frac{2}{5}}$	Один ученик выходит к доске и решает уравнение с объяснением.		
А теперь попробуем решить следующее уравнение $2^x=3$. Если $2^{m/n}=3$, m,n –натуральные числа, то возведя его в степень n, должны получить верное равенство $2^m=3^n$. Но это равенство не верно, так как левая часть – четное число, правая часть – нечетное число.	Если у учеников, есть предположения по решению, они их высказывают.	$2^x=3$ $2^{m/n}=3$, m,n –натуральные числа $2^m\neq3^n$	
Число 3 мы не можем представить в виде степени с основанием 2 и рациональным показателем. Но, если начертить график непрерывной функции $y=2^x$ и прямую y=3, то увидим, что они пересекаются. Значит, уравнение имеет один корень.		На проекторе 	

Возникает два вопроса: 1. Как записать этот корень? 2. Как его вычислить? Ответ на 1 вопрос: Показатель степени, в которую нужно возвести число a (a>0, a≠1), что бы получить число b, называется логарифмом b по основанию a и обозначается $\log_a b$		a (a>0, a≠1) x=$\log_a b$	
Теперь запишем корень нашего уравнения.	На доске записывает корень уравнения $2^x=3$	x=$\log_2 3$	
Что можно сказать о корне уравнения $a^x = b$, где $a > 0$ и $a \neq 1$? При всех ли значениях b оно имеет корни?	Ответ учеников: число b может быть только положительным.	b>0	
Давайте, сформулируем основное логарифмическое тождество. Равенства $a^x = b$ и x=$\log_a b$, в которых a>0, a≠1 и b>0, а число x может быть любым, выражают одно и тоже соотношение между числами a,b,x. Подставим в первое равенство выражение x из второго и получим основное логарифмическое тождество.		$a^x = b$ x=$\log_a b$, a>0, a≠1 и b>0 $a^{\log_a b} = b$	Чтение записи: Логарифмом числа b по основанию a ($\log_a b$) называется показатель степени, в которую нужно возвести число a ($a^{\log_a b}$), чтобы получить число b ($a^{\log_a b} = b$).

§ 7. Формирование познавательной творческой активности старшеклассников на уроках геометрии

Учебная мотивация в процессе изучения математики обеспечивается не только интересным учебным материалом, привлекающим внимание школьников. Школьники должны осознавать уровень своей успешности, это благотворно влияет на формирование интереса к изучаемому предмету, вызывает уверенность в себе.

Изучение системы математических знаний, которая отражает взаимосвязь объективной реальности в математических представлениях, предоставляет большие возможности для вовлечения старшеклассников в творческую познавательной деятельность.

К особенностям геометрической науки относят: логическое мышление, образность, прикладную направленность, пространственные представления, что обеспечивает ей широкую область применения. Задача школьного курса математики заключается в формировании познавательных, конструктивно-творческих способностей при решении математических задач, обеспечивая всестороннее развитие учащихся.

Задания по геометрии многообразные и каждый вид задач, в той или иной мере, способствует развитию творческой поисковой активности. В задачах на доказательство нужно выстроить цепочку рассуждений, которые приведут к доказательству, справедливому заключению. У учащихся возникает потребность и в обосновании математических фактов. Упражнения по геометрии на доказательство учат рассуждать, анализировать, обосновывать, аргументировать, доказывать.

В задачах, с такими вопросами как: «Как найти…?», «Как построить…?», «Как вычислить…?», так же необходимо рассуждение, для нахождения плана, алгоритма решения, что способствует развитию творческой поисковой активности.

Упражнения с вопросами: «Верно ли…?», «Можно ли…?», «Какой по форме…?», «Является ли…?» и т.п., тоже необходимо решать с учащимися на уроках. Данные упражнения носят исследовательский характер, в их условии может быть незавершенность, неоднозначность, неопределенность.

Задание 1: «Можно ли дать такое определение прямой, перпендикулярной плоскости: «Прямая называется перпендикулярной плоскости, если её проекция на эту плоскость есть точка»?» [70].

Ответ: Нельзя, так как понятие проекции определяется через понятие перпендикулярности прямой и плоскости.

Задание 2: Во сколько раз увеличится объем куба, если все его рёбра увеличить в 5 раз?

Указания: Исходный и полученный куб подобны с коэффициентом 5. Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Следовательно, при увеличении длины ребра в 5 раз объем куба увеличится в 5^3=125 раз.

Задание 3: Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если его ребро увеличить в три раза?

Указания: Площади подобных тел относятся как квадрат коэффициента подобия, поэтому при увеличении ребра в 3 раза, площадь поверхности увеличится в 9 раз.

Задание 4: Две кружки имеют форму цилиндра. Первая кружка в полтора раза ниже второй, а вторая втрое уже первой. Во сколько раз объём первой кружки больше объёма второй?

Указания: Объём цилиндра вычисляется по формуле:

$V=\pi r^2h$

Пусть первая кружка имеет высоту h_1, тогда вторая кружка имеет высоту $1,5h_1$. Пусть радиус у первой кружки r_1, тогда у второй $\frac{r_1}{3}$.

Найдем отношение : $\frac{V_1}{V_2}$.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi \cdot r_1^2 \cdot h_1}{\pi \cdot \left(\frac{r_1}{3}\right)^2 \cdot 1{,}5h_1} = \frac{9}{1{,}5} = 6$$

Задачи на учебные исследование по геометрии формируют способность мыслить, проявлять творчество, поисковую активность.

Задание 5: «В пространстве выбраны четыре точки. Сколько может быть различных плоскостей, содержащих не менее трех из данных точек (укажите все возможные)?» [70].

Указания: Если данные точки лежат в одной плоскости, но никакие три не принадлежат одной прямой, то такая плоскость одна. Если данные точки не лежат в одной плоскости, то таких плоскостей четыре. В остальных случаях таких плоскостей много.

Задание 6 [2]: Какие правильные многоугольники можно получить в сечении правильного тетраэдра? Куба? Других правильных многогранников?

Ответ: В сечении правильного тетраэдра можно получить правильные треугольник и четырехугольник. В сечении куба можно получить правильные треугольник, четырехугольник и шестиугольник. Правильный шестиугольник можно получить также в сечении правильного октаэдра и правильного додекаэдра.

Задание 7 [8]: На рисунке 16 представлен объект, который называют невозможной фигурой. Объясните, почему такое сечение куба невозможно.

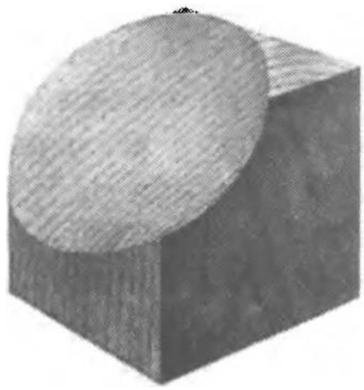


Рис. 16

Ответ: Сечением многогранника плоскостью α называется многоугольник, который является общей частью многогранника и плоскости α, но не является гранью. Кроме того, если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения должны быть параллельны. На данном рисунке это не так, поэтому сечение куба плоскостью, изображённое на рисунке, невозможно.

Правильно выполненный рисунок (чертёж) к задаче становится надёжным помощником при её решении. Старшеклассники должны уметь наглядно представлять и верно изображать фигуры, о которых идёт речь в заданиях. Умение строить верный чертёж, обладающий наглядностью и простотой, достигается практическими заданиями на построения. В стереометрии пространственное мышление и воображение хорошо развивать задачами на построение сечений различными способами, задачами, связанными с фигурами вращения.

Задание 8: На рисунке 17 $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$- правильная шестиугольная призма; M, P, K-данные точки. Постройте методом следов сечение данной призмы плоскостью MPK.

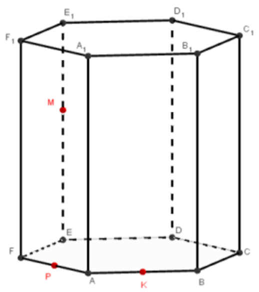


Рис. 17

Этапы построения:

1) Точки P и K лежат в плоскости основания ABCDEF, поэтому проводим, через эти точки прямую PK, которая и будет следом. $EF \cap PK$ в точке T. $MT \cap FF_1$ в точке G.

2) $EB \cap PK = T_1$. $MT_1 \cap BB_1 = H$. $BC \cap PK = T_2$. $T_2H \cap CC_1 = N$.

3) $DC \cap PK = T_3$. $T_3N \cap DD_1 = Z$. KPGMZNH – искомое сечение призмы плоскостью MPK.

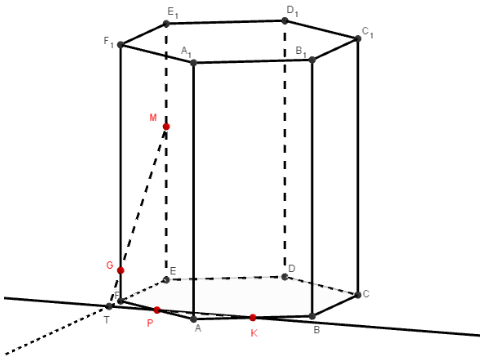


Рис. 18

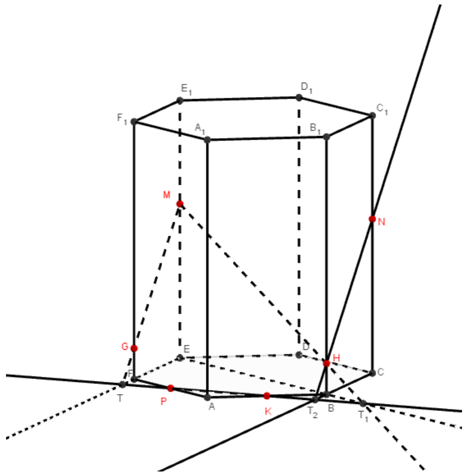


Рис. 19

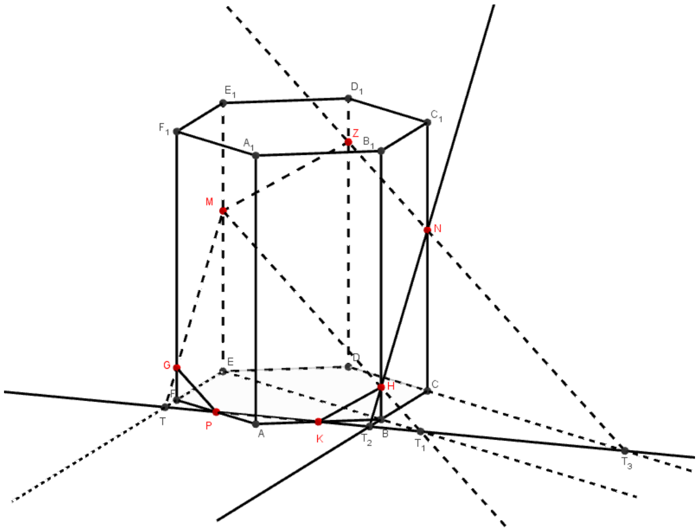


Рис. 20

Задание 9: На рисунке 21 $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$- правильная шестиугольная призма; M, P, K-данные точки. Постройте комбинированным методом сечение данной призмы плоскостью MPK.

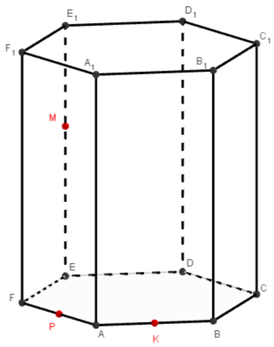


Рис. 21

<u>Этапы построения:</u>

1) Точки P и K лежат в плоскости основания ABCDEF, поэтому проводим, через эти точки прямую PK, которая и будет следом. $EF \cap PK$ в точке T. $MT \cap FF_1$ в точке G. $EB \cap PK = T_1$. $MT_1 \cap BB_1 = H$.

2) Используя свойства параллельности правильной шестиугольной призмы и теоремы параллельности прямых и плоскостей, строим прямую $HN \| GM$ и прямую $MZ \| HK$. KPGMZNH – искомое сечение призмы плоскостью MPK.

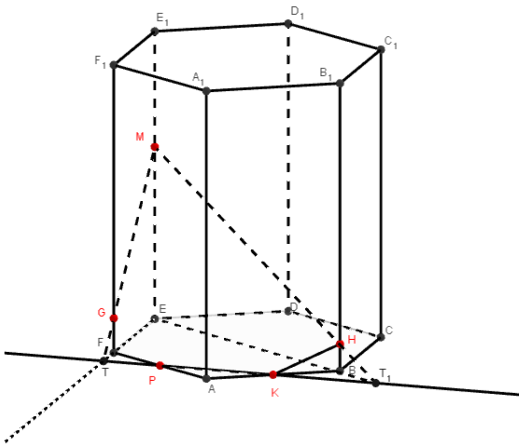


Рис. 22

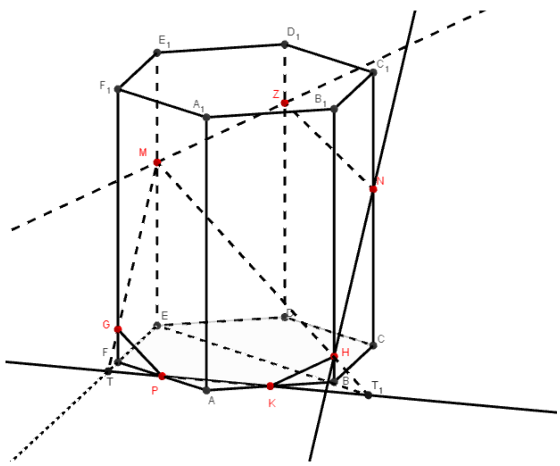


Рис. 23

Задание 10 [58]: Какая фигура получается при вращении октаэдра вокруг прямой, проходящей через две противоположные вершины?

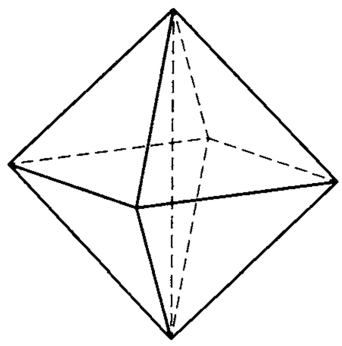


Рис. 24

Ответ: Фигура, поверхность которой состоит из двух боковых поверхностей конусов с общим основанием.

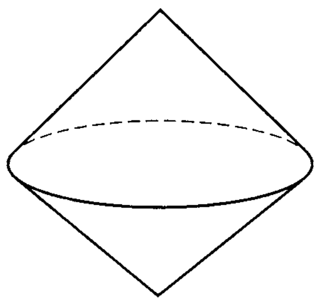
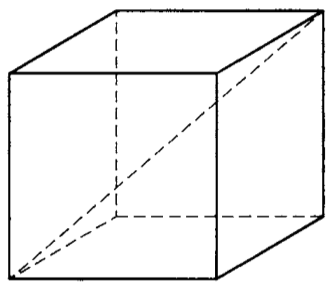


Рис. 25

Задание 11 [58]: Какая фигура получается при вращении куба вокруг прямой, содержащей его диагональ?



Рису. 26

Ответ: Фигура, поверхность которой состоит из боковых поверхностей двух конусов и гиперболоида вращения.

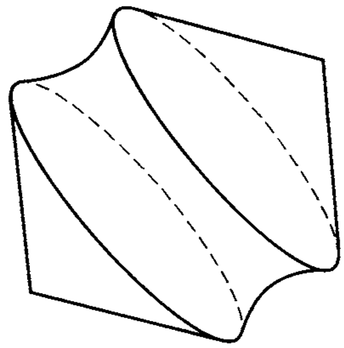


Рис. 27

Как учебная дисциплина геометрия отличается от других предметов математического цикла практической направленностью, своим более «естественным», «физическим» характером, связанностью с реальным пространством. Ценность геометрии в задачах, показывающих применение теоретических знаний и выводов в практической жизни. Такие задачи смогут помощь старшекласснику и в выборе будущей профессии.

При изучении главы или темы учащимся необходимо рассказывать о практической значимости изучаемого материала. Нужно не только говорить о применении геометрии в профессиях, например в строительстве, архитектуре, но приводить конкретные примеры. При изучении свойств пирамиды следует обратить внимание старшеклассников, «что при пересечении пирамиды плоскостью, параллельной основанию, получается сечение, площадь которого прямо пропорциональна квадрату расстояния от ее вершины. Это обстоятельство служит теоретическим объяснением зависимости между силой освещения и расстоянием от источника света, находящегося в вершине пирамиды. При удалении площадки (основания) на расстояние, вдвое большее от вершины, площадь увеличится вчетверо, а количество световой энергии, приходящейся на единицу площади, станет вчетверо меньше. Таким образом, сила освещения обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света. Пользуясь этим законом, современная астрономия определила расстояние до самых отдаленных объектов Вселенной, которое луч света проходит за многие сотни тысячелетий» [60].

При изучении цилиндра, можно показать старшеклассникам, как измерять объем жидкости (четверть или половину) в сосуде цилиндрической формы. Если жидкость в сосуде под наклоном закрывает половину дна, значит в сосуде осталось четверть всей жидкости. А если надо оставить пол сосуда жидкости, то нужно наклонить сосуд так, что бы оставшаяся жидкость покрывала все дно.

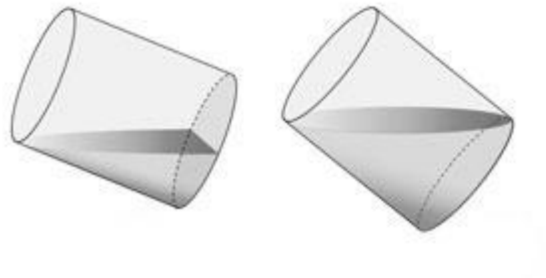


Рис. 28

Задание 12 [2]: От верхнего конца столба тянут провод к стене дома. Какие данные нужны, что бы вычислить длину провода?

Ответ: Достаточно знать длину столба, высоту, на которой будет крепиться провод к стене и расстояние между основанием столба и проекцией на землю точки закрепления провода и стены.

Задание 13 [2]: В течение солнечного дня необходимо наблюдать за тенью дерева. Как изменяется ее длина?

Ответ: По мере того как Солнце поднимается над горизонтом, увеличивается угол, который составляет с поверхностью Земли луч от вершины дерева на Солнце. Высота дерева постоянна, и длину тени можно найти, разделив высоту дерева на тангенс угла наклона этого луча.

Задание 14: «Для здоровья учащихся необходимо, чтобы в классе на каждого ученика приходилось не менее 6 м^3 воздуха. Класс имеет 10 метров в длину, 6 метров в ширину, и $3\frac{1}{2}$ метра в высоту. Сколько учеников могут в нем находиться без вреда для здоровья?» [45].

Ответ: 35 учеников.

Для развития творческой поисковой активности на уроках геометрии у старшеклассников, учителю необходимо подбирать задачи исследовательского характера, задачи, развивающие пространственное мышление, задачи практического содержания, проектные задания. Развивающие упражнения по геометрии должны применяться на уроках систематически и постоянно в соответствии с изучаемой темой. Конечно, учителю необходимо самостоятельно составлять или подбирать такие задания к каждой изучаемой теме урока из разных источников, потому что в учебной литературе таких заданий мало.

§ 8. Элективный курс «Мир профессий и математика»

Развивать творческую познавательную активность нужно не только на уроках, но во внеурочной деятельности учащихся. По ФГОС формой организации внеурочной деятельности могут быть элективные курсы. Для элективных курсов следует также использовать творческие познавательные задания, тем самым все более заинтересовывая и вовлекая учащихся в мир математики. Ниже разработан элективный курс с целью развития творческой познавательной активности старшеклассников.

Аннотация

Элективный курс «Алгебра в мире профессий» предназначен для учащихся общеобразовательного профиля 10-11 классов. Основная *цель* данного курса формирование представления о взаимосвязи разделов математики с различными областями деятельности человека, развитие интереса учащихся к математике.

Задачи курса состоят в следующем:

- повторение, закрепление и дополнительное изучение некоторых разделов старшей школы по математике;
- решение прикладных задач по изучаемым разделам;
- повысить область математических знаний;
- повысить интерес и мотивацию к изучению математики;
- познакомить учащихся с важностью математики в различных профессиях и областях деятельности человека;
- формирование познавательной творческой деятельности учащихся.

Элективный курс рассчитан на 18 часов. Занятия должны проходить в форме свободного практического урока и состоять из обобщенной теоретической и практической частей. В результате изучения данного курса учащиеся знакомятся с научной литературой, узнают о применении математики в различных профессиях, совершенствуют практические навыки по математики, проводят самостоятельный поиск информации, проводят исследования. В элективном курсе можно применить дифференцированный подход, можно показывать различные способы решения одного и того уравнения, задачи. Данный курс возможно поможет учащимся определиться со своей будущей профессией.

Таблица 6

Учебно-тематическое планирование

№ п\п	Тема	Всего часов
1	*Степени и логарифмы*	*3*
1.1	Различные способы решения показательных уравнений и неравенств	1
1.2	Различные способы решения логарифмических уравнений и неравенств	1
1.3	Логарифмы вокруг нас	1
2	*Тригонометрия*	*4*
2.1	Тригонометрические тождества	1
2.2	Решение тригонометрических уравнений и неравенств	2
2.3	Тригонометрия в окружающем мире	1
3	*Функции*	*3*
3.1	Виды функций их свойства и графики	2
3.2	Функции в жизни	1
4	*Первообразная и интеграл*	*5*
4.1	Первообразная	1
4.2	Определенный интеграл	2
4.3	Неопределенный интеграл	1
4.4	Интеграл в профессиях	1
5	*Текстовые задачи*	*3*
5.1	Прикладные задачи	2
5.2	Задачи с геометрическим содержанием	1

Краткое содержание каждого раздела, модуля, темы.

В *теме «Степени и логарифмы»* рассматриваются различные способы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств.

При решении показательных уравнений изучаются следующие методы решения показательных уравнений: простейший, способ приведения к одному основанию, способ подстановки, метод почленного деления, способ группировки и способ искусство (нестандартное решение уравнений).

Разбираются следующие методы решения логарифмических уравнений: по определению логарифма, метод потенцирования, метод подстановки, метод приведения к одному основанию, метод логарифмирования. При решении логарифмических неравенств необходимо обратить внимание учащихся на обязательное нахождение ОДЗ.

Перед последним занятием учащимся дается задание в виде проведения исследования, доклада или проекта по теме: «Логарифмы вокруг нас». Учащиеся должны подготовить работы о том, где и как используются логарифмические расчеты.

В теме «*Тригонометрия»,* используя основные тригонометрические тождества и формулы приведения, учащиеся доказывают и упрощают тождества, так же вычисляют и преобразовывают в произведение. При решении уравнений необходимо разобрать методы группировки, универсальной подстановки, введение вспомогательного угла. Важно рассмотреть уравнения, решаемые понижением степени, а так же однородные уравнения и приводимые к ним, нестандартные уравнения, решаемые путем рассуждений или сведения к системе уравнений. При решении необходимо привести их к простейшему виду и помнить про область допустимых значений.

К занятию по теме «Тригонометрия в окружающем мире» учащиеся так же подготавливают доклад, исследование или проект. При этом учитель должен дополнять ответы учащихся, тем самым заинтересовывает их.

В теме *«Функции»* рассматриваются виды функций, их свойства и графики, а так же нужно выполнять задания на исследование функций. Традиционно, учащиеся подготавливают творческие работы по теме «Функции в жизни».

В теме *«Первообразная и интеграл»* учащиеся решают задачи на нахождение первообразной, используя правила нахождения первообразных. Рассматривают методику интегрирования по частям, методику замены переменной в интеграле, простейшие рациональные дроби и их интегрирование, разложение рациональных дробей на простейшие, интегрирование рациональных дробей, производят вычисление площадей с помощью интегралов, применяют интеграл при решении практических задач. И то данной теме учащиеся готовят доклады или проекты о использовании интегралов в профессиях.

На последних занятиях решаются практические задачи прикладного характера и задачи с геометрическим содержанием. Учитель должен подобрать такие задачи, которые отражают реальные ситуации применения математической теории на практике.

План занятия по теме «Тригонометрические тождества»

Для решения задач на упрощение и доказательства тригонометрических выражений требуется знание правил преобразования алгебраических выражений, основные тригонометрические формулы и формулы приведения.

При доказательстве используют следующие приёмы:

- более громоздкая часть доказываемого тождества с помощью тождественных преобразований приводится к менее громоздкой, простой;

- если обе части тождества громоздкие, то их преобразуют до полного совпадения;

- иногда целесообразно найти разность между доказываемыми частями тождества и убедиться, что она равна нулю.

Примеры:

1. Доказать тождество

$$\frac{3-4\cos 2\alpha+\cos 4\alpha}{3+4\cos 2\alpha+\cos 4\alpha}=tg^4\alpha$$

Решение: Преобразуем более громоздкую часть, в нашем случае это левая часть:

$$\frac{3-4\cos 2\alpha+\cos 4\alpha}{3+4\cos 2\alpha+\cos 4\alpha}=\frac{3-4\cos 2\alpha+2\cos^2 2\alpha-1}{3+4\cos 2\alpha+2\cos^2 2\alpha-1}$$

$$=\frac{2-4\dfrac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}+2\cdot\left(\dfrac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}\right)^2}{2+4\dfrac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}+2\cdot\left(\dfrac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}\right)^2}$$

$$=\frac{1+2tg^2\alpha+tg^4\alpha-2+2tg^4\alpha+1-2tg^2\alpha+tg^4\alpha}{1+2tg^2\alpha+tg^4\alpha+2-2tg^4\alpha+1-2tg^2\alpha+tg^4\alpha}=tg^4\alpha$$

В ходе доказательства использовали формулу $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha=\frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}$.

2. Доказать тождество

$\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1=-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha$.

Покажем, что разность между левой и правой частями данного тождества равна нулю.

$(\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1)-(-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha)=(\sin^4\alpha+2\sin^2\alpha\cos^2\alpha+\cos^4\alpha)-1=$

$=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^2-1=1-1=0$.

Использовали формулу квадрат суммы и основное тригонометрическое тождество $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

3. Упростить выражение

$$\cos\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\alpha}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\alpha}{4}\right)\sin\frac{\alpha}{4}=\frac{1}{2}\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\right)+\sin\frac{\pi}{6}\right)\sin\frac{\alpha}{4}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\alpha}{2}+\frac{1}{2}\right)\sin\frac{\alpha}{4}=\frac{1}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{4}+\frac{1}{4}\sin\frac{\alpha}{4}$$

$$=\frac{1}{4}\left(-\sin\frac{\alpha}{4}+\sin\frac{3\alpha}{4}\right)+\frac{1}{4}\sin\frac{\alpha}{4}=\frac{1}{4}\sin\frac{3\alpha}{4}$$

При решении использовали формулу $\sin x\cos y=\frac{1}{2}(\sin(x-y)+\sin(x+y))$.

4. Доказать тождество

$$\frac{\cos(3\pi-2\alpha)}{2\sin^2\left(\frac{5}{4}\pi+\alpha\right)}=tg\left(\alpha-\frac{5}{4}\pi\right)$$

Упростим левую часть тождества:

$$\frac{\cos(3\pi - 2\alpha)}{2\sin^2\left(\frac{5}{4}\pi + \alpha\right)} = \frac{\cos(\pi - 2\alpha)}{2\sin^2\left(\pi + \left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\right)} = \frac{-\cos 2\alpha}{2\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)} = \frac{-\cos 2\alpha}{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right)}$$

$$= \frac{-\cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} = -\frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{(\cos\alpha + \sin\alpha)^2} = -\frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha}$$

Упростим правую часть:

$$tg\left(\alpha - \frac{5}{4}\pi\right) = -tg\left(\pi + \frac{\pi}{4} - \alpha\right) = -tg\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = -\frac{1 - tg\alpha}{1 + tg\alpha}$$

$$= -\frac{(\cos\alpha - \sin\alpha)\cdot\cos\alpha}{\cos\alpha\cdot(\cos\alpha + \sin\alpha)} = -\frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha}$$

После преобразований, левая и правая части равны, значит тождество доказано.

5. Представить в виде произведения

$2\cos^2 3\alpha + \sqrt{3}\sin 6\alpha - 1$

$$2\cos^2 3\alpha + \sqrt{3}\sin 6\alpha - 1 = (2\cos^2 3\alpha - 1) + \sqrt{3}\sin 6\alpha = \cos 6\alpha + \sqrt{3}\sin 6\alpha$$

$$= 2\left(\frac{1}{2}\cos 6\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 6\alpha\right)$$

$$= 2(\cos\frac{\pi}{3}\cos 6\alpha + \sin\frac{\pi}{3}\sin 6\alpha = 2\cos\left(\frac{\pi}{3} - 6\alpha\right)$$

Использовали формулы: $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$; $\cos(x - y) = \cos x\cos y + \sin x\sin y$.

6. Найдите значения выражения $\sin^4 x + \cos^4 x$, если $\sin x\cos x = 0{,}5$

$$\sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x)^2 + 2\sin^2 x\cos^2 x + (\cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x\cos^2 x$$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x\cos^2 x = 1 - 2\sin^2 x\cos^2 x$$

$$= 1 - 2\cdot(0{,}5)^2 = 0{,}5$$

7. Проверить, что $tg20^0 + 4\sin 20^0 = \sqrt{3}$

$$tg20^0 + 4\sin 20^0 = \frac{\sin 20^0 + 4\sin 20^0 \cos 20^0}{\cos 20^0} = \frac{\sin 20^0 + 2\sin 40^0}{\cos 20^0}$$

$$= \frac{(\sin 20^0 + \sin 40^0) + \sin 40^0}{\cos 20^0} = \frac{2\sin 30^0 \cos 10^0 + \sin 40^0}{\cos 20^0}$$

$$= \frac{\cos 10^0 + \sin 40^0}{\cos 20^0} = \frac{\sin 80^0 + \sin 40^0}{2} = \frac{2\sin 60^0 \cos 20^0}{\cos 20^0}$$

$$= 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

Задания для самостоятельного решения:

1. Докажите тождества:

1.1 $\frac{\sin 2\alpha - \sin 3\alpha + \sin 4\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 3\alpha + \cos 4\alpha} = tg3\alpha$

1.2 $\sin\frac{3\pi}{10} - \sin\frac{\pi}{10} = \frac{1}{2}$

1.3 $tg\alpha + ctg\alpha + tg3\alpha + ctg3\alpha = \frac{2\cos^2 2\alpha}{sin6\alpha}$

1.4 $\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha - 1}{\sin^6\alpha + \cos^6\alpha - 1} = \frac{2}{3}$

2. Упростить выражения:

2.1 $1 - \frac{1}{1 - \sin^{-1}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$

2.2 $\frac{1 - \cos(8\alpha - 3\pi)}{tg2\alpha - ctg2\alpha}$

2.3 $\cos^2(\alpha + 2\beta) + \sin^2(\alpha - 2\beta) - 1$

2.4 $\sqrt{\left(1 - tg^2\frac{\alpha}{2}\right)\left(ctg^2\frac{\alpha}{2} - 1\right)}$

3. Преобразовать в произведение

3.1 3-4cos^2($\frac{3\pi}{2} - \alpha$)

3.2 2-tg4α-ctg4α

3.3 $\sin 6\alpha - 2\sqrt{3}cos^2 3\alpha + \sqrt{3}$

3.4 $\frac{3tg^2(\alpha + 3\pi) - 1}{1 - 3tg^2\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)}$

4. Вычислить:

4.1 $\frac{1}{\sin 10^0} - 4\sin 70^0$

4.2 $ctg\frac{13\pi}{12} - ctg\frac{5\pi}{12}$

4.3 $\frac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$, если tgα=3

4.4 $tg\frac{x}{2}$, если $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$

Критерии оценивания учащихся по результатам изучения элективного курса:

Оценка 5– творческий уровень. Посещено 80% - 100% учебных занятий, ученик творчески применяет полученные знания на практике, разбирается в тонкостях предмета, способен принимать нестандартные решения, владеет навыками научно-исследовательской деятельности.

Оценка 4 – ученик освоил материал и методы решения стандартных заданий, с минимальными ошибками выполнял задания для самостоятельных работ, без посторонней помощи излагает теоретический материал, свободно ориентируется в понятиях и терминологии, способен к обобщению и выводам.

Оценка 3 - ученик воспроизводит часть учебного материала, выполняет задания с помощью учителя и одноклассников, по образцу.

Оценка 2 - ведутся только записи по элективному курсу, но задания для самостоятельного решения ученик не выполняет.

Исследования, проекты, доклады по каждой теме должны выполнять все учащиеся, возможна работа в группах. В данных работах необходимо не только указывать, перечислять сферы применения математики, но и привести практические примеры, расчеты.

Рекомендуемую для учителя литературу по данной программе.

1.А.П. Карп «Сборник задач по алгебре и началам анализа 10 – 11 класс» .Москва: «Просвещение» 2009 год.

2.Арифметика. Алгебра. 10-11 класс» - М., Просвещение, 2008 – 192 с.

3.Виленкин Н.Я., Шибасов Л.П., Шибасова З.Ф. «За страницами учебника математики.

4.Выговская В.В. Сборник практических задач по математике. – М., ВАКО, 2012.

5.Гущин Д.Д., Малышев А.В. Математика. Задачи прикладного содержания. Рабочая тетрадь, под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко – М., МЦНМО, 2012.

6.Левитас Г.Г. «Нестандартные задачи по математике в 7-11 классах» - М., Илекса 2009 – 64 с.

7.Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С. «Математическая шкатулка» - М., Просвещение, 1988 – 160 с.

8.Перельман Я.И. «Занимательная алгебра» - М., Наука, 1970 – 200 с.

9.Перельман Я.И. «Занимательная математика» - М., Время, 1993 – 96 с.

10.Петров В.А. Прикладные задачи: учебно-методическое пособие. – М. Дрофа, 2010.

11.Петрушко, И.М. Сборник задач по алгебре, геометрии и началам анализа: Учебное пособие / И.М. Петрушко, В.И. Прохоренко, В.Ф. Сафонов. — СПб.: Лань, 2007. — 576 с.

12.Шабунин, М.И. Алгебраи начала математического анализа. Дидактические материалы. 10 класс: Базовый уровень / М.И. Шабунин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова. — М.: Просв., 2010. — 207 с.

13.Шабунин, М.И. Математика. Алгебра. Начала математического анализа. Профильный уровень: задачник для 11 кл. / М.И. Шабунин и др… — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. — 384 с.

14.Элементарная математика : Арифметика. Алгебра. Тригонометрия [Электронный ресурс] : учеб. пособие / авт.-сост. В.П. Краснощекова [и др.] ; Пермский гос. гуманит.-пед. ун-т. – Пермь : ПГГПУ, 2014. – 131 с. – ISBN 978-5-86218-689-8. ЭБС IPRbooks.

Рекомендуемую для обучающихся литературу по данной программе.

1.Галицкий М. Задачи по алгебре.-М., 1998.-№ 34-С.7-10 газета «Первое сентября»

2.Егерев В.К., Зайцев В.В, и др. “Сборник задач для поступающих в ВУЗы: уч. пособие

3.Журналы «Математика в школе», «Квант».

4.Крамор В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа / В. С. Крамор. — 4$е изд. — М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2008. — 416 с.: ил

5.Письменный Д.Т. Готовимся к экзамену по математике.- М:Рольф, 1997.-288с

под ред. Сканави М.И.”. Москва. “Альянс-В”. 2000 г.

6.Сборник заданий для проведения письменного экзамена по математике (курс А) и алгебре и началам анализа (курс В) за курс средней школы. Дорофеев Г.В., Муравин Г.К., Седова Е.А. ООО «Дрофа», 2001, с изменениями

7.Смолянов А. Применение тригонометрических подстановок в алгебре. – М., 1996.-№25-С.14 – газета «Первое сентября»

8.Токарева Л. Тригонометрические неравенства. Приемы доказательств.-М., 2002 - № 44,47 - газета «Первое сентября»

§ 9. Констатирующий этап эксперимента и его результаты

Констатирующий этап эксперимента разрабатывался с целью анализа применения методик, развивающих творческую познавательную активность на уроках математики.

Основными задачами данного этапа эксперимента является анализ деятельности учителей, изучение возможностей использования заданий творческого характера, анализ частоты применения основных методов развития творческой поисковой активности, анализ результатов применения данных методик.

Основные методы констатирующего этапа эксперимента: изучение учебно-методической документации общеобразовательной школу и анкетирование учителей.

Анкета для учителей

1. Используете ли на уроках задания, развивающие творческую познавательную активность учащихся?

а) да б) нет

2. Достаточно ли в используемом учебнике заданий, развивающих творческую познавательную активность учащихся?

а) да б) нет

3. Используете дополнительный учебно-методический материал для заданий творческого поискового характера?

а) да б) нет

4. Виды применяемых творческих заданий (возможно несколько вариантов ответа):

а) проведение исследований

б) проектная деятельность

в) игровые методы

г) используете задания, содержащие формулировки «предложите гипотезу…», «придумайте…», задания на составление задач и т.д.

5. Как часто применяете творческие поисковые задания для учащихся на уроках?

а) 1 раз в неделю

б) 1 раз в месяц

в) реже одного раза в месяц

г) при изучении новой темы

д) не применяю

6. Все ли учащиеся с удовольствием выполняют задания, направленные на развитие творческой поисковой активности?

а) все

б) только отличники и хорошисты

в) большая часть класса

7. Используете дифференцированный подход в обучении?

а) да б) нет

8. Дифференцированное обучение применяете регулярно, постоянно?

а) да б) нет

9. В чем причина в нерегулярном использовании заданий творческого поискового характера?

Ответ:

____

____

____

Анкетирование учителей математики было проведено в МОУ СШ № 30 города Волгограда.

1. Все опрошенные учителя используют на уроках задания, развивающие творческую познавательную активность учащихся (100%).

2. 75% опрошенных ответили, что им достаточно творческих заданий в учебнике.

3. Дополнительным учебно-методическим материалом для заданий творческого поискового характера пользуется 25% опрошенных.

4. Из опрошенных применяют следующие виды заданий: 50%-проведение исследований,75% - проектную деятельность, 50% - игровые методы, 75% - используют задания, содержащие формулировки «предложите гипотезу…», «придумайте…», задания на составление задач и т.д.

5. 25% опрошенные применяют творческие поисковые задания при изучении новой темы, 50% - применяют 1 раз в месяц и 25% применяют реже одного раза в месяц.

6. Все опрошенные (100%) отметили, что все учащиеся с удовольствие выполняют задания, направленные на развитие творческой поисковой активности.

7. 50% используют дифференцируемый подход в обучении.

8. 25% учителей, применяющих дифференцированный подход в обучении, делают это регулярно.

9. Основные причины в нерегулярном использовании заданий творческого поискового характера были указаны: недостаточное учебно-методическое обеспечение, трудоёмкость процесса подбора заданий творческого поискового характера к уроку.

Выводы по второй главе

При изучении процесса формирования познавательной творческой активности у старшеклассников по математике были сделаны следующие выводы:

1) Для формирования творческой познавательной активности следует применять дифференцированный подход. Применять его следует на каждом из этапов урока. Приведён пример различных доказательств при изучении теоремы «признак перпендикулярности прямой и плоскости». На уроках закрепления, рекомендовано подбирать задания с постоянно увеличивающейся степенью трудности. Разработаны задания для самостоятельных и контрольных работ, в соответствии с уровневой дифференциацией Р.А. Утеевой.

2) Для творческой познавательной активности нужно проводить нестандартные уроки, но еще лучше применение на каждом уроке интересных математических упражнений. Приведены многообразные виды математических упражнений, которые необходимо разбирать с учащимися на уроках регулярно.

3) Выявлено, что для успешного усвоения понятий при изучении новой темы необходимо применять конкретно-индуктивный метод. Приведен фрагмент урока по введению понятия «логарифм» конкретно-индуктивным методом.

4) Уроки геометрии способствуют развитию творческой познавательной активности. Для этого учителю необходимо разбирать и решать на уроках разнообразные виды задач и показывать взаимосвязь их применения в практической жизни.

5) Развивать творческую познавательную активность можно и нужно, не только на уроках математики, но во внеурочной деятельности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе диссертационного исследования «Формирование творческой познавательной активности старшеклассников в процессе обучения математики» в соответствии с целью и задачами были получены выводы и результаты:

1) Понятие «творческой познавательной активности» исследуется и изучается многими учеными, психологами, педагогами на протяжении длительного периода времени. Данное понятие многообразное, ёмкое, многостороннее, сочетающее в себе результат, как умственного труда, так и физического;

2) При изучении теоретического подхода и методов формирования развития творческой познавательной активности старшеклассников на уроках математики определили, что в этом существенная роль принадлежит учебно-методическим комплексам и учителю. Учитель должен:

- проявлять профессионализм,

- уметь подбирать учебный материал для творческого развития учащихся,

- уметь заинтересовывать школьников в изучаемом предмете.

Детей важно не просто учить, а учить развивая;

3) Развитие творческой познавательной активности должно происходить на всех этапах урока;

4) Необходимо использовать дифференцированный подход к обучению, позволяющий раскрывать индивидуальность учащихся. В работе приведены задания по использованию дифференцированного подхода на всех этапах урока, на примере темы «Признак перпендикулярности прямой и плоскости»;

5) Нестандартные уроки и математические упражнения способствуют развитию познавательной творческой активности. Если нестандартные уроки рекомендуется проводить не часто, то применять на уроках разбор и решение нестандартных математических упражнений необходимо систематически и

регулярно. В работе приведены различные варианты нестандартных математических упражнений для старшеклассников;

6) Задания по геометрии многообразные и каждый вид задач, в той или иной мере, способствует развитию творческой поисковой активности.

7) Внеурочная деятельность в форме элективных курсов является еще одним пунктом и способом развития творческой познавательной активности.

Таким образом, в работе рассмотрены различные методы и способы развития творческой познавательной активности старшеклассников на уроках математики. Значит, все поставленные задачи решены, а цель магистерской диссертации достигнута.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамов Е. В. Методическая система формирования творческих умений у старшеклассников на уроках математики с использованием электронных образовательных ресурсов: дис: кан. пед. Наук: 13.00.02/ Абрамов, Евгений Викторович; Волгоград,2007, 185с.

2. Александров А.Д. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы: учеб.для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни\ А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И.Рыжик.-М.:Просвещение,2014.-255с.

3. Атаманская Г.А. Организация уровневой дифференциации учащихся в процессе обучения математике// Международный студенческий научный вестник. – 2014. – № 4.;

4. Афанасьев В. В. Формирование творческой активности студентов в процессе решения математических задач. Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук Ярославль, 1996 — 168 с.

5. Балаян Э.Н. 800 лучших олимпиадных задач по математике для подготовке к ЕГЭ:9-11 классы\Э.Н.Балаян.-Ростов н\Д:Феникс,2013-317 с.

6. Боженкова Л.И. Развитие способности понимания в обучении математике\ материалы международной научно-практической конференции. 2016г.

7. Болтянский В. Г. К проблеме дифференциации школьного математического образования / В. Г. Болтянский, Г. Д. Глейзер // Математика в школе. 1988. №3. С. 9-13.

8. Борисова А.М. О заданиях на формирование математической граммотности\ журнал Математика в школе 2015 №9

9. Вандышева Е. В. Из опыта работы по повышению эффективности уро ка.// Математика в школе 1959,№ 5– С.22-26.

10. Всероссийская конференция. Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков., Дубна, сентябрь, 2000.— М.: МЦНМО, 2000.— 664 с.

11. Гайдаржи Г. Х. Аспекты обучения магистров решению нестандартных задач\ Математика и математическое образование: сборник трудов по материалам VIII международной научной конференции «Математика. Образование. Культура» (к 240-летию Карла Фридриха Гаусса), 26-29 апреля 2017 г., Россия, г. Тольятти /под общ. ред. Р.А. Утеевой. - Тольятти: Изд-во ТГУ, 2017. - 468 с.: обл.

12. Геометрия. 10-11 классы: учеб. Для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. Уровни\ [Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутусов, С.Б. Кадомцев и др.] -22-е изд.- М.: Просвещение, 2013, - 255с

13. Гнеденко Б. В. О развитии мышления и речи на уроках математики.// Математика в школе 1976,№ 3– С.8-13.

14. Грищенко Е.В. О влиянии логических тестов на развитие мышления учащихся\ журнал Математика в школе 2013 №5

15. Дворянинов С.В. Листаем немецкий учебник…Рассматриваем картинки…\жур.Математика в школе 3/2013

16. Дорофеев С. Н. Теория и практика формирования творческой активности будущих учителей математики в педагогическом вузе: Диссертации и втореферат доктор педагогических наук, Пенза, 2000.-390с

17. Дорофеев, Г.В., Кузнецова Л.В., Суворова С.Б., Фирсов В.В. Дифференциация в обучении математике / Г. В. Дорофеев // Математика в школе. – 1990. – № 4 – С. 15.

18. Зив Б.Г. Задачи к урокам геометрии. 7-11 классы.- СПб.: «Петроглиф», «Виктории плюс»,2016.-608с.

19. Ильин Е. П. «Психология творчества, креативности, одаренности» - Питер; СПб.; 2009,434с.

20. Инновационные педагогические технологии: материалы Междунар. науч. конф. (г. Казань, октябрь 2014 г.). – Казань: Бук, 2014. – vi, 120 с.

21. Калабина, Е. В. Развивающее обучение школьников математике : учеб. пособие для студентов вузов / Е. В. Калабина. – 2-е изд., испр. и доп. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2015. – 96 с.

22. Калмыкова З. И. Продуктивное мышление как основа обучаемости / З. И. Калмыкова. - М. : Педагогика, 1981. - 200 с. : ил

23. Капиносов А.Н. Уровневая дифференциация при обучении математике // Математика в школе 1990 № 5 С 31-40

24. Каракотова М. Х. Формирование познавательной активности старшеклассников сельской школы на уроках математики: дис кан.т пед. Наук: 13.00.01/ Каракотова Мариям Хасановна.- Карачаевск, 2006, 197с.

25. Кирсанов А. А. Индивидуализация учебной деятельности как педагогическая проблема / А. А. Кирсанов. - Казань : Изд-во Казан. ун-та, 1982. - 224 с. : ил.

26. Коменский Я. А. Избранные педагогические сочинения: В 2-х т. Т. 1.—М.: Педагогика, 1982.—656 с—(Пед. б-ка).

27. Корниенко Т. Л. Математические диктанты. Алгебра и начала анализа. 10–11 классы. Уровень стандарта. Академический уровень / Т. Л. Корниенко, В. И. Фиготина.— Харьков: Издательство «Ранок», 2012.— 160 с.— (Библиотека творческого учителя).

28. Крутецкий В. А., Лукин Н. С. Психология подростка. - М.: Просвещение, 1965. - 314 с.

29. Куликова В. А. Формирование у школьников познавательного интереса к математике (из опыта работы): Журнал Образование и наука. 2010. № 6 (74)

30. Латышина Д. И. История педагогики (история образования и педагогической мысли) : учебное пособие / Д. И. Латышина. – М. : Гардарики, 2005. – 603 с.

31. Левитас Г.Г. Математические диктанты. Геометрия. 7- 11 классы. Дидактические материалы - М.: Илекса, 2016. - 72 с.

32. Лийметс, Х.Й. Групповая работа на уроке / Х.Й. Лийметс.–М.: Знание,1975.– 64с.

33. Локк Джон Сочинения в 3-х т.: Т. I/Ред.: И. С. Нарский, А. Л. Субботин; Ред. I т., авт. вступит, статьи и примеч. И. С. Нарский; Пер. с англ. А. Н. Савина.— М.: Мысль, 1985.— 621 стр. (Филос. наследие. Т. 93).— В надзаг.: АН СССР, Ин-т философии.

34. Майорова Н.В. Проблема развития творческой познавательной активности в истории педагогической мысли/ Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. 2013. № 3 (79) стр 76-80.

35. Манеева, О. Г. О развитии творческой активности учащихся на уроках// Одаренный ребенок. — 1994. —№ 4. — с.12–15.

36. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень. 10 класс: учебник/Г.К.Муравин, О.В. Муравина.-М.:Дрофа, 2013.-318 с.

37. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс . Углубленный уровень. Методическое пособие/Г.К.Муравин, О.В. Муравина.-2-е изд., стереотип.-М.:Дрофа, 2014.-269 с.

38. Миндюк М. Б. Составление и использование разноуровневых заданий для дифференцированной работы с учащимися.// Математика в школе 1991,№3– С.32-33

39. Митенев Ю. А. Информационно-коммуникационные технологии как средство развития творческой активности учащихся на внеурочных занятиях по математике : диссертация ... кандидата педагогических наук : 13.00.02 / Митенев Юрий Андреевич; - Вологда, 2011.- 201 с.: ил. РГБ ОД, 61 12-13/852

40. Никитин В.В., Рупасов К.А. Определения математических понятий в курсе средней школы: Пособие для учителей. – М.: УЧПЕДГИЗ, 1963.

41. Новый энциклопедический словарь. – М.: Большая Российская энциклопедия, 2006– 1456 с.

42. Осмоловская И.М. Дифференциация обучения: за и против // Школьные технологии. - 2001, № 6.

43. Осмоловская И.М., Организация дифференцированного обучения в современной общеобразовательной школе: монография. – Москва; Воронеж: Изд-во Московского психолого-социального ин-та: МОДЭК, 2005 – 214 с.

44. Педагогический энциклопедический словарь / под ред.Б. Бим-Бад. – М.: Большая Российская энциклопедия, 2008 – 528 с.

45. Перельман Я.И. Быстрый счёт, Тридцать простых примеров устного счёта\Ленинград, 1941 – с.13

46. Песталоцци И.Г. Избранные педагогические сочинения: В 2-х т. Т. 1/Под ред. В.А. Ротенберг, В.М. Кларина.-М.: Педагогика, 1981.-336с.-(Пед.б-ка). Внадзаг.: АПН СССР.

47. Погорелов А.В. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и профил. уровни\ А.В. Погорелов.-13-е изд.-М.:Просвещение,2014.-175с.

48. Попов, В. В. Креативная педагогика. Методология, теория, практика [Текст] / В. В. Попов, Ю. Г. Круглов —М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. — 319с.

49. Потоскуев Е.В. Геометрия. 10кл.: учеб. для общеобразоват. организаций с углубл.и профильным изучением математики\ Е.В. Потоскуев, Л.И. Званич.-6-е изд., стереотип.-М.:Дрофа,2008.-223с.

50. Потоскуев Е.В. Математика: алгебра и начала анализа. Геометрия. 10 кл. Углубленный уровень:задачник\Е.В. Потоскуев, Л.И. Звавич -2-еизд.,стереотип.- М.: Дрофа, 2014, – 255с.

51. Приказ от 6 октября 2009 г. № 413 Об утверждении и введении в действие федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования. Список изменяющих документов (в ред. Приказа Минобрнауки России от 29.12.2014 № 1645)

52. Рабунский, Е.С. Индивидуальный подход в процессе обучения школьников. (На основе анализа их самостоятельной учебной деятельности) / Е.С. Рабунский.–М.: Педагогика, 1975.– 182с.

53. Саранцев Г.И. Формирование математических понятий в средней школе.//Математика в школе. 1998 - №6 – с.27.

54. Селевёрстова, Е.Н. Познавательная деятельность школьников в условиях реализации ФГОС: от усвоения к исследованию: материалы Восьмой Международной заочной науч.-практ. конф., посвященной памяти И.Я.Лернера «Развитие педагогических представлений о сущности и результативности обучения в контексте процессов стандартизации образования» /Е.Н. Селевёрстова. – Владимир: ВИТ-принт, 2014.–С. 122-136

55. Селевко Г.К., Энциклопедия образовательных технологий. – М.: Народное образование, 2005 – 526 с.

56. Селевко, Г.К. Энциклопедия образовательных технологий. В 2-х т. Т. 1. – М.: Народное образование, 2005. – 816 с.

57. Середа Т. Ю. Теоретические основы формирования и развития творческой математической деятельности учащихся на уроках математики: дис: кан. пед. Наук: 13.00.02/ Середа Татьяна Юрьевна.- Москва 2005, 222с.

58. Смирнова И.М. Геометрия. 10-11 класс: учеб. Для учащихся общеобразоват. учреждений (базовый и профильный уровни)\ И.М. Смирнова, В.А. Смирнов.-5-е изд., испр. и доп.-М.:Мнемозина,2008.-288с.

59. Темербекова А. А., Чугунова И. В., Байгонакова Г. А. Т 32 Методика обучения математике: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2015. — 512 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

60. Темербекова А.А. Методика преподавания математики: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003. – 176 с.

61. Тымко Ю.Г. Подготовка будущего учителя математики к работе по формированию понятий у учащихся в рамках курса "Методика обучения

математике"Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology, I(7), Issue: 14, 2013

62. Унт, И.Э. Индивидуализация и дифференциация обучения [Текст] /И.Э. Унт. — М.:Педагогика, 1990. – С.221.

63. Утеева Р.А. Дифференцированные формы учебной деятельности учащихся.// Математика в школе 1995,№ 5– С.32-35.

64. Файнштейн О.А. По страницам школьного учебника математики земли Саксония,Германия\ жур.Математика в школе 3/2013

65. Философский энциклопедический словарь /Ред. Ф.И. Ильичев. - М., 1983., с. 670

66. Фоминова А.Н., Шабанова Т.Л. Педагогическая психология: Учебное пособие, 2-е изд., перераб., дополн.– 2013.

67. Черная О.А. Отбор упражнений для уроков математики\ Альманах современной науки и образования\Тамбов: Грамота, 2012 № 12 (67): в 2-х ч. Ч. I. С.142-144

68. Шамова, Т. И. Активизация учения школьников / Т. И. Шамова. – М. : Педагогика, 1982. – 209 с.

69. Шарыгин И.Ф. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. Базовый уровень. 10-11 классы: учебник\И.Ф. Шарыгин.- М.:Дрофа,2013.-236,с.

70. Шарыгин И.Ф., Шарыгин Д.И. Геометрия 10кл.: Методическое пособие к учебнику И.Ф. Шарыгина «Геометрия 10-11».-М.:Дрофа,2002.-14с.

71. Шуба М.Ю. Занимательные задания в обучении математике: Кн. для учителя. - М.: Просвещение, 1994.-222с.

72. Щукина, Г. И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе / Г. И. Щукина. – М. : Просвещение, 1979. – 160 с.

73. Эвнин А.Ю. Исследование математической задачи как средство развития творческих способностей учащихся: Дис. канд. пед. наук. Челябинск, 2000. – 150 с.

74. Cognitive levels and approaches taken by students failing written examinations in mathematics. - Teaching Mathematics and Its Applications, 2013.

75. Lester, F. K., & Kehle, P. E. (2003). From Problem Solving to Modelling: The Evolution on Thinking About Research on Complex Mathematical Activity. In Lesh, R. & Doerr, H. (eds.), Beyond Constructivism. Models and Modeling Perspectives on Mathematical Problem Solving, Learning, and Teaching. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 501–517.

76. Maggie Pickering. (2009). Cooperative Grouping Working on Mathematics [Electronic version]. Action Research Projects. Paper 46.

77. Meeting the Needs of All Students through Differentiated Instruction: Helping Every Child Reach and Exceed Standards, [Электронный ресурс] Holli m. Levy, Clearing House 81 no4 Mr/Ap 2008 [Электронный ресурс] http://www.wou.edu/~tbolsta/ web/texbook/24_Meeting_the_Needs.pdf

78. The effectiveness of a teacher professional learning programme: The perceptions and performance of mathematics teachers. - Pythagoras, 35(2), Art #273, 2014.

79. The Study of Effectiveness of Cooperative Learning Approach in Teaching of Mathematics at Secondary Levels in Pakistan. - Mathematical Theory and Modeling, 2013.

80. Three colour problem and its usage in work with pupils and students. [Электронный ресурс] Andrejs Cibulis, Riga, University of Latvia, 2009 http://www.tlu.ee/bcmath 2009/Tallinn%202009 proceedings.pdf