МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)
Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование кафедры)

44.04.01 «Педагогическое образование»
(код и наименование направления подготовки)
«Математическое образование»
(направленность (профиль))

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

на тему **«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ ИНТЕРЕСА БАКАЛАВРОВ К ИЗУЧЕНИЮ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ»**

Студент	Е.А. Грипп (И.О. Фамилия)	__________ (личная подпись)
Научный руководитель	Р.А. Утеева (И.О. Фамилия)	__________ (личная подпись)

Руководитель программы д.п.н., профессор, Р.А. Утеева (ученая степень, звание, И.О. Фамилия) __________ (личная подпись)

«____»__________2019 г.

Допустить к защите

Заведующий кафедрой д.п.н., профессор, Р.А. Утеева (ученая степень, звание, И.О. Фамилия) __________ (личная подпись)

«____»__________2019 г.

Тольятти 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире главным конкурентным преимуществом цивилизованной страны является возможность развития её человеческого потенциала, а это в свою очередь во многом зависит от состояния системы образования. Каждый вузовский курс должен вносить свой вклад в выполнение общих требований высшего образования. При этом в технических вузах главная роль отводится фундаментальным общетеоретическим курсам и, в частности, курсу высшей математики, так как основной целью этого курса является обеспечение как теоретической базы для освоения профессиональных и специальных дисциплин, так и практических умений, позволяющих будущему специалисту находить обоснованные решения проблемных прикладных задач.

Математика является универсальным языком для описания процессов и явлений различной природы, поэтому особенно важным является создание у будущих специалистов представлений о том, что такое математика и математическая модель, в чем состоит математический подход при изучении явлений и процессов реального мира, как его применять и что может дать его применение. Очевидно, что без освоения математических методов сегодня невозможна ни качественная подготовка, ни успешная деятельность современного специалиста.

В условиях складывающегося нового типа общественного устройства – технологизированного, информационного общества и перехода к новой образовательной парадигме, приоритетами которой являются развитие личности, способностей к активной деятельности в широком спектре-ситуаций - математическое образование становится влиятельным фактором адаптации личности к новым реалиям. Эти ориентиры находят своё отражение и в государственных документах - Концепции развития математического образования в Российской Федерации [27] и Федеральном законе «Об образовании в РФ» [63].

Чтобы достичь максимального образовательного и развивающего эффекта вузовской подготовки используется целый комплекс различных элементов, в котором особая роль принадлежит учебной мотивации студента. Результативность обучения, в том числе и обучения математике, во многом зависит как от внешних стимулов, так и внутренних глубинных установок, от того личностного смысла, который имеется у студентов по отношению к изучаемым предметам. Поэтому к проблеме формирования интереса к обучению и проблеме учебной мотивации проявляется традиционно большой интерес.

В контексте рассматриваемой проблематики исследования отдельный интерес представляют работы, связанные с рассмотрением вопросов мотивации к изучению математики. Различные аспекты процесса формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности средствами математики раскрываются в работах В.А. Далингера, Г.В. Дорофеева, Т.А. Ивановой, М.А. Родионова, Г.И. Саранцева, В.А. Гусева, А.Г. Мордковича, П.М. Эрдниева и др. Однако, несмотря на единодушное признание учёными огромной значимости мотивационного аспекта обучения математике, нужно отметить, что в большинстве исследований решение проблемы мотивации к изучению математики рассматривается лишь как важнейшее условие разрешения смежных методических проблем, и, по существу, задача формирования мотивации изучения математики растворяется в близких, но не тождественных ей проблемах развития: познавательного интереса к математике (В.М. Аганисьян, Т.В. Бурлакова, Е.А. Обухова, А.В. Кухарь, В.К. Тараканова, Г.А. Яцковская и др.) и активизации познавательной деятельности (Г. Абдуллаев, О. К. Бабанский, Дж. Гласс, М. И. Грабарь, В. И. Загвязинский, Л. Б. Ительсоп, В. В. Краевский, А.А. Нарушов и др).

Многие авторы [11], [18], [60] указывают на снижение интереса студентов технических вузов к изучению математики на протяжении последних десятилетий, которое обусловлено ростом массовости высшего образования, распространением персональных компьютеров и устаревшими методами изложения курса высшей математики. Практика показывает, что большинство бакалавров воспринимают математику лишь как абстрактную науку, весьма отдалённую от их предстоящей профессиональной деятельности. Это обусловлено тем, что изложение материала зачастую носит общетеоретический, формально-логический характер, содержание математических знаний зачастую остаётся изолированным от специальных дисциплин, и многие студенты при его изучении не имеют должной мотивации. Как подчеркивал А. Дистервег, математика часто преподается «сухо, примитивно; условия учебных задач, не привязаны к реальным ситуациям, не проводится анализ параметров, особых случаев и вариантов решения, не указываются перспективы развития задач и их обобщения» [18]. В связи с этим на современном этапе особую актуальность приобретают поиск средств и методов, стимулирующих у студентов повышение интереса к предмету.

Среди методов формирования интереса к изучению высшей математики у бакалавров необходимо особенно выделить метод моделирования, применение которого позволяет раскрыть единство законов материального мира.

Математическое моделирование является одним из основных инструментов математизации научно-технического процесса. Сущность и главное преимущество этого метода состоит в замене изучаемого объекта соответствующей математической моделью с последующим её изучением с помощью математики и вычислительной техники. Практическая ценность математической модели состоит в том, что в результате изучения построенной математической модели делаются выводы, касающиеся рассматриваемого реального объекта. Сила математики в том, что она предоставляет предметным областям науки адекватный аппарат, с помощью которого можно описать всевозможные факты и явления в физике, астрономии, химии, биологии, экономике и т. д.[3].

Потенциальные возможности метода математического моделирования для формирования учебной мотивации определяются его особенностями: фундаментальностью, универсальной применимостью, максимальной определённостью и убедительностью, творческой неисчерпаемостью и эстетическим совершенством. Применение указанного метода связано с необходимостью постановки и решения различных количественных и качественных задач, перевода ситуаций на язык математики, которые требуют от студентов познавательной активности и мотивации такой деятельности. В настоящее время умение применять в своей профессиональной деятельности метод математического моделирования реальных явлений и процессов является одной из главных специальных профессиональных компетенций выпускников вуза, на формирование которых направлен весь процесс обучения.

Общим вопросам обучения методу моделирования посвящены исследования С.И. Архангельского, Р.В. Габдреева, С.И. Мещеряковой и др. Проблемы обучения методу моделирования в школе на уроках математики рассматриваются С.Е. Каменецким, Н.А. Солодухиним, Л.М. Фридманом и др. Особенности применения математических моделей при подготовке студентов в ВУЗе стали предметом исследования в работах В.Р. Беломестновой, А.В. Бобровской, И.В. Каменской, И.А. Кузнецовой и др.). Нужно признать, что при большом количестве работ по теме моделирования и общей теоретико-методологической проработанности ключевых направлений обучения методу моделирования, тем не менее, остаются мало изученными мотивационные аспекты в процессе изучения высшей математики. Таким образом, актуальность настоящего исследования определяется необходимостью разрешения следующих противоречий:

- между потребностью общества в выпускниках, обладающих высоким уровнем математических знаний, способных применять эти знания в профессии и недостаточной мотивацией студентов к получению этих знаний;

- между возрастанием роли метода моделирования в образовании, потенциальными возможностями метода математического моделирования в процессе обучения высшей математике и существующими методиками, которые не позволяют в полной мере раскрыть все возможности применения этого метода в учебном процессе вуза и полноценно использовать его в целях формирования интереса к математике.

Необходимость разрешения указанных противоречий обусловливает **актуальность исследования** по теме «Математическое моделирование как метод повышения интереса бакалавров к изучению высшей математики в вузе» и порождает его **проблему**, состоящую в поиске ответов на вопрос: какими должны быть особенности методической системы обучения студентов методу моделирования, чтобы она способствовала формированию мотивации к изучению высшей математики в вузе.

Объектом исследования является формирование мотивации учебной деятельности и интереса к курсу высшей математики у студентов – бакалавров технического вуза.

Предмет исследования: математическое моделирование как метод повышения интереса бакалавров к изучению высшей математики в вузе.

Цель исследования – теоретически обосновать и экспериментально проверить эффективность формирования мотивов изучения высшей математики у студентов-бакалавров технического вуза средствами математического моделирования.

Гипотеза исследования: использование математического моделирования в качестве основного элемента математической подготовки, по нашему мнению, будет способствовать формированию совокупности мотивов, в частности, познавательного, профессионального мотивов, мотива достижения успеха, которые повлияют на образование у студентов положительной мотивации к изучению высшей математики.

Исходя из цели и гипотезы исследования, были поставлены следующие **задачи исследования**:

1. Провести теоретический анализ литературы и определить состояние проблемы формирования мотивации студентов к обучению в контексте исследуемой проблемы.

2. Определить концептуальные, методические основы повышения интереса бакалавров к изучению высшей математики в ВУЗе .

3. Разработать проект программы по формированию мотивации учебной деятельности при обучении высшей математики средствами математического моделирования и экспериментально проверить его эффективность.

Теоретико-методологическую основу исследования составили:

- теории мотивации (Е.П. Ильин, А. Маслоу, Х. Хеккаузен, Л.И. Божович и др.), учение о мотивации учебной деятельности (А.К. Маркова, Н.Ф. Талызина, В.А. Якунин, В.В. Давыдов, И.С. Якиманская, В.Г. Иванова, Т.О. Гордеева);

- исследования по вопросам математического вузовского образования (М.С. Аммосова, Г.В. Дорофеев, А.Н. Колмогоров, Л.Д. Кудрявцев, С.М. Никольский);

- исследования, посвящённые: философским и общенаучным исследованиям понятий «модель» и моделирование» (Е.П. Никитин, В.А. Штофф и др.); научным исследованиям в области математического моделирования (А.Н. Боголюбов, В.С. Зарубин, В.П. Коробейников, А.Д. Мышкис, Г.И. Рузавин, А.А. Самарский и др.); психологическим исследованиям по применению метода моделирования в обучении (Н.М. Амосов, Л.М. Фридман и др.); педагогическим и методическим исследования, посвящённые включению научных методов познания, в том числе, метода моделирования в школьное и вузовское обучение (В.Р. Беломестнова, Ю.А. Колягин, Л.Д. Кудрявцев, Н.В. Шаронова и др.);

Нормативной базой исследования стали: Концепции развития математического образования в Российской Федерации; Федеральный закон «Об образовании в РФ»; рабочий план по курсу высшей математики в системе математической подготовки бакалавров для первого курса специальности «Электроэнергетика».

Методы исследования: для решения поставленных задач применялся комплекс взаимодополняющих теоретических и эмпирических методов исследования: анализ научных источников, отражающих состояние изученности поставленной проблемы; моделирование методической системы формирования мотивации студентов; в качестве эмпирических методов использовались анкетирование, опрос, наблюдение, их обобщение и анализ, содержательная интерпретация полученных результатов.

Основные этапы исследования:

1 этап: аналитический - включал: изучение состояния проблемы, предмета исследования, выявление сущностных характеристик объекта исследования и описание тех основных параметров, которые отвечали задачам исследования. Цель этого этапа достигалась путём использования методов теоретического анализа литературы и эмпирического наблюдения.

2 этап: определение теоретических и методических основ исследования по теме диссертации.

3 этап: разработка проекта программы применения математического моделирования в рамках изучения высшей математики в ВУЗе и апробация её в образовательном процессе.

4 этап: заключительный - обработка, систематизация и обобщение результатов исследования, их анализ и интерпретация, описание и оформление результатов исследования, формулирование выводов.

Новизна проводимого исследования состоит в следующем:

1. Обоснована роль метода моделирования в развитии учебной мотивации студентов к изучению высшей математики.

2. Выявлены методические особенности применения метода математического моделирования на занятиях по высшей математике в ВУЗе.

3. Разработан методический проект изучения темы «Определённый интеграл» в вузе.

Теоретическая значимость исследования: результаты исследования вносят вклад в развитие:

– теории и методики обучения высшей математики за счёт выявления потенциальных возможностей математического моделирования для повышения интереса к курсу высшей математики;

– теоретических основ обучения общенаучным методам познания за счёт выделения методических особенностей изучения и применения метода математического моделирования.

Практическая значимость результатов исследования состоит в том, что разработанные рекомендации могут быть использованы преподавателями высшей математики в ВУЗе для повышения интереса к изучению математики при проведении лекционных и практических занятий.

Экспериментальная база исследования. Исследование проводилось на базе студенческих групп специальности «Электроэнергетика» в Казахском агротехническом университете им. С. Сейфуллина (г. Астана, Казахстан).

На защиту выносятся следующие положения:

1. Применение метода математического моделирования при решении прикладных задач позволяет осуществить органичную взаимосвязь учебных дисциплин, раскрыть для студентов смысл изучаемой дисциплины, тем самым обеспечивая интерес и мотивацию к освоению высшей математики.

2. Содержание проекта изучения темы «Определенный интеграл», направленного на формирование умений и навыков применения метода математического моделирования к решению задач.

Апробация результатов исследования осуществлялась путем выступления на Республиканской научно-практической конференции «Инновации в профессиональном образовании: проблемы и перспективы», приуроченной к 80-летию заслуженного деятеля Казахстана, профессора Б.Әбдікәрімұлы (г. Астана, Казахстан, 15 марта 2019 г.), публикаций статей в научном журнале «Вестник магистратуры» (№ 3(90), 2019), в материалах IX Международной научной конференции «Математика. Образование. Культура» (апрель 2019г., ТГУ).

Экспериментальная проверка предлагаемого проекта изучения темы «Определенный интеграл» была осуществлена в период работы на кафедре высшей математики Казахского агротехнического университета им.С. Сейфуллина (г. Астана, Казахстан).

Основные результаты диссертационного исследования отражены в публикациях:

1. Грипп Е.А. Методические основы повышения мотивации при изучении высшей математики/ Грипп Е.А., Елеусизова Г.Р. // Вестник магистратуры. 2019, №3-1(90). - С. 21-23.
2. Грипп Е.А. Решение прикладных задач с помощью дифференциальных уравнений/ Такабаев К.К., Аскарова А.Ж., Грипп Е.А., Елеусизова Г.Р.// Материалы республиканской научно-практической конференции «Инновации в профессиональном образовании: проблемы и перспективы» (к 80-летию заслуженного деятеля Казахстана, профессора Б.Әбдікәрімұлы). - Астана: Изд-во КАТУ, 2019. - С.262-265.
3. Грипп Е.А. Проектирование изучения темы «Определенный интеграл» в курсе математики методом математического моделирования // Математика и математическое образование: сборник трудов IX Международной научной конференции «Математика. Образование. Культура». – Тольятти: Изд-во ТГУ, 2019.

Структура и объём диссертации. Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источниов (всего 78 источников) и приложений.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОВЫШЕНИЯ ИНТЕРЕСА БАКАЛАВРОВ К ИЗУЧЕНИЮ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

§1. Понятие и особенности мотивации к изучению высшей математики в ВУЗе

Одной из важнейших проблем в педагогике и психологии является проблема мотивации и мотивов поведения и деятельности. Но до сих пор не выработано единой точки зрения относительно сущности мотивов и мотивации как побудительной силы, определяющей поведение человека. Каждый из исследователей по-своему видит сущность мотива, в частности, данное понятие рассматривается как:

- потребность (Л. Божович, Л. Долинская, А. Маслоу, М. Матюхина, С. Огороднийчук, С. Рубинштейн, А. Скрипченко);
- цель (К. Левин, А. Леонтьев);
- формулировка (А. Левицкий, К. Обуховский);
- свойство (М. Мэдсен, Х. Мюррей);
- намерение, побуждение, направленность (Реан, Бордовская, Розум);
- состояние (А. Ковалев, Н. Мойсеюк, П. Якобсон);
- интегральное психологическое образование (И. Ильин, Л. Михеева, Я. Яцишин, А. Лазурский).

По мнению А. Н. Леонтьева, мотив — это «тот результат, то есть предмет, ради которого осуществляется деятельность» [30, с. 432].

Автор разделяет мотивы на реально действующие и мотивы понимаемые. Так, например, обучающийся может понимать, что надо учиться, но это понимание ещё может не побуждать его заниматься учебной деятельностью. Хотя понимаемые мотивы в ряде случаев становятся мотивами реально действующими.

Л.И. Божович определяет мотив, как то, ради чего осуществляется деятельность. В качестве мотива, по его мнению, могут выступать предметы внешнего мира, идеи, чувства и переживания. Сответственно, под понятием «мотивация», понимает некоторый достаточно сложный механизм соотнесения личностью внешних и внутренних факторов поведения, определяющий возникновение, направление и способы осуществления конкретных форм деятельности. Более широкое определение мотивационной сферы включает эмоциональную и волевую сферу личности. С этой точки зрения мотивация - это стержень личности, притягивающий такие свойства личности как, ценностные ориентации, социальные ожидания, различные установки, эмоции, волевые качества и т.п.

В последние время все более отчетливо выделяется мысль, что детерминация поведения и деятельности обусловливается не разрозненными факторами, а их совокупностью, каждый из которых в едином процессе детерминации несёт свои определённые функции. Поэтому, мотив правомочно расценивать как сложное системное психологическое образование. По мнению Ильина Е.П., «решение вопроса о сущности мотива как основания и побудителя активности человека возможно лишь при объединении существующих взглядов в единой и непротиворечивой концепции» [20, с. 66].

Классификация мотивов в психолого-педагогических исследованиях осуществляется в зависимости от того, как понятие мотива понимает сам классификатор. Так как это понятие определено неоднозначно, то четкой классификации мотивов нет, существуют только отдельные подходы к классификации мотивов.

Реан и Н. Бордовских считают целесообразным разделение мотивов на: а)"мотивы, положительные по своей сути"; б) "мотивы негативные". По мнению этих авторов важными "позывными" мотивами являются познавательный мотив, мотив достижения успеха (в который включены широкие социальные мотивы, мотивы социального и личностного престижа). К "негативным" относится мотив избегания неприятностей. Разделение мотивов на "положительные" и "отрицательные" предопределяет условное разделение мотивации на "позитивную" и "негативную". Учитывая сказанное, к мотивам, которые образуют первую группу мотивов ("положительную" мотивацию) учебно-познавательной деятельности, мы можем отнести профессиональный мотив, мотив приобретения знаний, мотив "потребность в достижении". К мотивам образующим вторую группу относится прагматический мотив, мотив избегания неприятностей.

Л. Божович распределяет мотивы на непосредственные ("происходят от самой деятельности») и косвенные («порождены всем социальным контекстом, в котором проходит жизнь субъекта»). Разделения мотивов на внутренние (связанные с содержанием деятельности и процессом её выполнения) и внешние (непосредственно не касаются содержания учебной деятельности) придерживаются в своих работах А. Вербицкий, А. Леонтьев, П. Якобсон, М. Сметанский, В. Шахов.

Как отмечают педагоги и психологи, мотивация играет существенную роль в процессе обучения. Главными факторами, которые определяют продуктивность, результативность учебного процесса являются мотивация учения, интерес к учебной и познавательной деятельности, к предмету. Мотивы являются главными движущими силами учебного процесса, в связи с чем необходимо исследовать, корректировать и правильно употреблять их в сторону развития личности.

Учебная деятельность состоит из некоторой последовательности мотивационных состояний, которые постоянно побуждают деятельность в целом и поддерживают непрерывность и стабильность этой деятельности. К элементам, из которых состоит мотивационная основа учебной деятельности, относятся:

– нацеленность на учебную ситуацию;

– понимание предстоящей деятельности;

– сознательное определение мотива;

– целеполагание;

– стремление к цели – выполнение учебных действий;

– уверенность в правильности своих действий;

– самооценка результатов деятельности.

Приведенная система мотивов образует учебную мотивацию, которая характеризуется устойчивостью и динамичностью [17, с. 206].

Согласно М.В. Матюхиной существует две основные группы мотивов:

I. Мотивы, которые заложены в самой учебной деятельности: 1) связанные с содержанием учения: обучающегося побуждает учиться желание узнать новые факты, получить знания, овладеть способами действий, и т.п.; 2) связанные с процессом учения: обучающегося побуждает учиться желание проявить умственную деятельность, размышлять, увлекает процесс решения, а не только получаемые результаты.

II. Мотивы, которые связаны с вне учебной деятельностью: 1) социальные мотивы: долг и ответственность перед обществом, семьёй, мотивы самоопределения (осознание значения знаний для будущего, стремление подготовиться к будущей работе и. т. п.) и самосовершенствования (развиваться в процессе учения); 2) узколичностные мотивы: желание добиться одобрения, получить хорошие оценки, стремление быть первым учеником; 3) отрицательные мотивы: желание избежать неприятностей [37].

Такая классификация, предложенная М.В. Матюхиной для младших школьников, по нашему мнению, применима и к другим обучающимся, включая студентов вуза.

В учебном процессе мотивы не всегда осознаются студентами. Изменчивость, подвижность и разнообразие мотивов приводят к тому, что трудно определить способы управления ими [17, с. 205].

Многие авторы выделяют такие функции учебных мотивов, как: 1) побуждающую функцию, характеризующую энергетику мотива, т.е. мотив вызывает и способствует активности учащегося, определяет его поведение и деятельность; 2) направляющую функцию, т.е. определение и осуществление конкретной линии поведения; 3) регулирующую функцию, т.е. мотив определяет характер поведения и деятельности. Реализация этой функции всегда связана с иерархией мотивов: мотивы, оказывающиеся наиболее значимыми, в большей степени обусловливают поведение личности. При этом, за объективно одинаковыми действиями студентов (например, стремлением хорошо учиться) могут стоять различные причины (намерение стать хорошим специалистом, страх лишиться стипендии, желание заслужить уважение в группе и т.п.).

Мотивация как движущая сила поведения и деятельности человека определяет результативность любой деятельности человека, в том числе, деятельности, которая направлена на получение образования. Поэтому существование актуальной мотивации к изучению учебной дисциплины есть необходимое условие эффективного обучения студента. Как отмечал Л. Иосилевский, «если будет решена проблема заинтересованности, то будет решена основная проблема высшего образования» [34, с.246].

Мотивационная сфера студентов имеет свои особенности. «Переход к студенческому возрасту сопровождается противоречиями и ломкой привычных жизненных представлений. Для студенческого возраста характерно стремление к построению жизненных планов, которые определяются объективными условиями, что проявляется ярко через выраженное стремление к получению высшего образования, интересной работы» [38].

По мнению Ю.П. Поваренкова, процесс обучения в вузе предусматривает овладение студентом учебно-профессиональной деятельности [47, с. 175], и, согласно В.Д. Шадрикову, существенным моментом здесь необходимо рассматривать принятие этой деятельности студентом. Так, ученый заявляет, что «человек, выбирая профессию, как бы «проецирует» свою мотивационную структуру на структуру факторов, связанных с профессиональной деятельностью, через которые возможно удовлетворение потребностей» [56, с.189].

В процессе вузовского обучения важно различать зону ответственности преподавателя и зону ответственности студента, так как за конечный результат отвечают обе стороны процесса обучения. Герасименко выделяет целую группу мотивов, которые способны поменять отношение студентов к своим учебным обязанностям. К таким мотивам относятся:

– познавательные, т.е. стремление узнать что-то новое;

– прагматичные, т.е. стремление получать высокую зарплату, получить работу в престижной фирме;

– социальные, т.е. обязательства перед родителями, ответственность за своё будущее, желание получить признание в обществе, имея высокий статус;

– коммуникативные, т.е. желание увеличить круг знакомств;

– профессиональные - стремление узнать уже знакомую специальность на новом уровне, более глубоко [11, с. 180].

По мнению И. Архангельского, Я.О. Устиновой и др., формирование мотивации нужно осуществлять на основе совокупности содержательных особенностей обучения и стремлений студента преодолеть затруднения в работе, проявить настойчивость к достижению положительных результатов, несмотря на ситуации неуспеха в какой-либо части деятельности. Кроме того, в процессе формирования мотивации следует учитывать активизацию защитных механизмов личности, каузальных атрибуций, связанных с достижением.

Для развития учебной мотивации нужно способствовать преобразованию широких побуждений, имеющихся у студентов, в зрелую устойчивую мотивационную сферу. Другими словами, нужно создавать соответствующие условия для формирования положительных мотивов.

В дидактике под условиями понимаются среда и обстановка, где происходит учебно-познавательный процесс, а также то, как и при помощи каких приёмов, средств этот процесс работает [33].

В развитии мотивов, которые связаны с содержанием учения, значительную роль играет преподаватель, деятельность которого направлена на то, чтобы передать красоту математических утверждений, рассуждений, а также показать необходимость изучения студентом достаточно трудной теории для получения желаемой профессии.

Математика - это универсальный язык, с помощью которого можно изучить и описать окружающий мир. Кроме того, математика способствует формированию логической и практической составляющих мышления. Но нередко математика для студентов представляется как некая абстрактная наука, так как в момент её изучения студенты не обладают достаточными специальными знаниями, которые помогут связать математику с будущей профессиональной деятельностью. В связи с чем необходима мотивация и профессиональная направленность изучения математики, которая позволит применять полученные математические знания и умения в практической деятельности.

Как отмечал Гнеденко Б.В.: «Приступая к обучению студентов математике, мы должны показать им место математики и её методов в современной науке и практической деятельности. Это поможет учащимся увидеть связь их будущей специальности с математикой. А последнее абсолютно необходимо для обучения как с педагогических, так и психологических позиций. Человек, знающий, куда и зачем его ведут, имеет несомненные преимущества перед тем, кто не понимает, зачем он должен изучать то, что - по его представлениям - находится слишком далеко от его будущей специальности, от того, чем ему придётся заниматься всю последующую жизнь» [13, с. 7].

Рассматривая функции учебных мотивов при изучении студентами математики, следует отметить, что:

1. «Формирование и развитие мотивов к освоению математики помогает более качественному изучению самих математических дисциплин. Чаще всего дисциплины математического цикла изучаются студентами на младших курсах, когда происходит формирование студента, как будущего специалиста, идёт обучение научному мышлению, обучение математике, как языку научного общения.

2. Желание глубже познать довольно сложные для большинства студентов математические дисциплины помогает общему интеллектуальному развитию студентов, создаёт установки к познавательной активности.

3. Направленность и устойчивость учебных мотивов способствуют развитию студента, как человека, который умеет учиться, знает, для чего он учится и стремится стать квалифицированным специалистом, успешным в своей профессиональной области.

4. Мотивация к глубокому усвоению основ математики помогает в дальнейшем более качественному усвоению специальных дисциплин. Вследствие чего, именно студенты, имеющие более высокий рейтинг по точным наукам, на старших курсах и по окончании вуза чаще добиваются значительных успехов в научно-исследовательской деятельности» [4, с. 7].

Для создания высокого уровня мотивации образования, у студента должен быть сформированный образ будущей профессии, который поможет придать образовательному процессу личностный смысл. Студент будет мотивирован на основательное изучение материала, если он будет понимать как получаемые им знания смогут помочь решать профессиональные задачи, как они могут повлиять на изменение его профессиональной ситуации. Как отмечал Е.П. Ильин, цель будет стимулировать человека только тогда, когда достижение этой цели будет иметь для него какой-либо смысл, так как бессмысленная работа снижает силу мотива и унижает достоинство человека.

Начало XXI века ознаменовалось столь бурным развитием науки и техники, что начали воплощаться в жизнь самые смелые предсказания фантастов. При такой скорости технического прогресса роль квалифицированного специалиста, который умеет быстро осваивать новые технологии, как никогда высока. Чтобы подготовить такого специалистов для производства и науки, необходимо обеспечить надлежащий уровень математической подготовки молодого поколения, так как математика глубоко проникла во все сферы человеческой жизни.

Высшая математика - это особая образовательная дисциплина, изучаемая в вузе, которая служит основой для успешного освоения различных общеобразовательных и специальных дисциплин. Ей принадлежит особая роль в развитии научного мировоззрения студентов, а также в воспитании интеллекта и совершенствования их умственных способностей. Она имеет широкие возможности для развития аналитического и логического мышления, пространственных представлений и воображения, алгоритмической культуры, формирования умений устанавливать причинно-следственные связи, обосновывать утверждения, моделировать ситуации, побуждает к творчеству и развитию интеллектуальных способностей. Математическое образование вносит свой неоценимый вклад в формирование общей культуры молодого поколения, его мировоззрения и мировосприятия. Однозначно можно сказать, что математика - это язык техники, так как математические методы и математическое моделирование используются для решения широкого круга практических задач различных областей науки, экономики и производства.

Высшая математика имеет тесную связь практически со всеми предметами, изучаемыми в вузе, как на младших курсах (физика, химия, информатика и др.), так и на старших курсах (теоретические основы электротехники, детали машин и т.д.), и конечно с дипломным проектированием. Все это определяет место математики в системе высшего образования. Различные науки используют разный объем математических знаний и ставят новые задачи в изучении самой математики. Однозначно можно утверждать, что изучение математики помогает усвоению самого современного стиля научного мышления и является условием его использования в конкретных науках. Поэтому требования к математической подготовке студентов, которая необходима для качественного освоения учебных программ и является основой для формирования профессиональных компетенций обучаемых, постоянно повышаются.

Поиск результативных методов обучения курсу высшей математики является первостепенным направлением работы преподавателей высших учебных заведений.

Формирование математических знаний в современном вузе должно включать:

– связь математических курсов с соответствующей специальностью;

– изучение математических методов и использование их в курсах специальных дисциплин;

– совершенствование довузовской, вузовской и послевузовской математической подготовки;

– формирование математического мышления, позволяющего обучаемому выявлять причинно-следственные связи в самой математике, в профессиональной и другой социокультурной деятельности;

– совершенствование принципа математической интуиции;

– определение содержания курса математики, форм и методов учебного процесса, которые обеспечат повышение интереса студентов к изучению математики;

– включение профессионально-прикладной составляющей, которая позволит сформировать представление об универсальности математических формул и методов;

– формирование способности студента к самообучению [56; 59].

Чтобы решить эту задачу, необходимо развивать и повышать познавательный интерес студентов, являющийся стимулом их познавательной активности. Причём речь идёт не о принуждении к активности, а прежде всего о побуждении к ней, что предполагает, в свою очередь, необходимость в эффективной методической системе обучения.

Все осознанные поступки и действия, совершаемые человеком, мотивированы. Поэтому главным фактором обучения является воспитание, поддержание и повышение мотивации к получению знаний. Основой всех инновационных технологий являются математические методы и модели, поэтому воспитание мотивации к изучению математики будущими специалистами различных специальностей – вопрос государственной важности.

Согласно Б.И. Додонову, «суть мотивации заключается в том, что учащийся в процессе обучения получает «удовольствие от самой деятельности, значимости для личности непосредственно её результата». Формирование у студентов мотивации к обучению будет реализовано в необходимом объёме только при условии наличия у учащегося интереса к учебной деятельности, за счёт использования определённых стимулов к обучению» [6, с. 89]. Из этого следует, что в конечном итоге успех обучения определяется тем, как обучающиеся относятся к учению, как они стремятся к познанию, к осознанному и самостоятельному получению знаний, умений и навыков, а также насколько обучающиеся активны в своей деятельности.

Для формирования и развития у студентов познавательной активности нужно создавать условия, которые будут помогать повышать уровень творческой активности и познавательного интереса обучающихся. Следует отметить, что проблема развития интереса, творческой и познавательно активности не имеет однозначного решения по причине их многофакторности.

В педагогической практике применяются разные пути повышения интереса к предмету и активизации познавательной деятельности. Но, несмотря на это, статистические данные показывают, что в настоящее время уровень математических знаний студентов достаточно невысок. Именно на математические дисциплины приходится наибольшее количество неудовлетворительных оценок первокурсников.

Поэтому исследование причин такого положения дел и определение направлений эффективного повышения качества фундаментальной математической подготовки (ФМП) в вузе − актуальные задачи современной высшей школы, и не только российской [11], [24]. В исследованиях разных авторов отмечается, что к причинам слабого изучения высшей математики можно отнести:

– сложное психологическое состояние, которое испытывает большинство первокурсников;

– низкий уровень школьной подготовки;

– достаточно высокая степень абстрактности самой математики;

– неумение организовывать свою самостоятельную работу.

Человеку по своей природе характерно стремление к учению. Формирование учебно-познавательных мотивов во многом зависит от того, как осуществляется учебная деятельность.

К основным условиям повышения мотивации студентов к изучению высшей математики в вузе относятся следующие:

1. Опыт работы в вузе показывает, что большинство нынешних первокурсников имеют низкий уровень знаний по элементарной математике. Поэтому устранение пробелов в знаниях по школьному курсу математики является одним из основных условий повышения мотивации к изучению высшей математики. Для решения этой проблемы рекомендуется организовывать дополнительные занятия. Такие занятия помогут первокурсникам не только улучшить свои знания по элементарной математике, но и плавно перейти от элементарной математики к высшей.

2. Для формирования у студентов устойчивого представления о значимости и полезности математических знаний для профессиональной деятельности, преподавателю необходимо при объяснении каждой темы на примерах решения прикладных задач показывать межпредметные связи с другими дисциплинами [62,с.7].

3. Еще одним немаловажным условием повышения мотивации студентов является правильная организация учебного процесса. Для активизации учебной деятельности студентов необходимо ознакомить с программой изучаемого курса, а также предложить им вопросы экзаменационного контроля. Кроме того, наряду с традиционными формами и методами обучения в учебном процессе желательно использовать также и активные методы обучения. Все это будет способствовать формированию у студентов познавательной мотивации к изучению предмета. При изложении учебного материала желательно использовать укрупнённые алгоритмы, структурно-логические схемы, наглядно демонстрирующие студентам внутрипредметные связи. Следует проводить строгий отбор материала, и не забывать включать в него исторические сведения. Это также будет повышать интерес к изучению математики, расширять кругозор студентов и создавать предпосылки для лучшего усвоения материала.

4. Самостоятельная работа студентов с материалом также является одним из важных условий повышения мотивации к изучению математики. Кроме усвоения знаний, формирования умений и навыков, одной из главных целей самостоятельной работы является формирование личностных качеств студентов, необходимых для будущей профессиональной деятельности. По утверждению А.Н. Крылова, главная задача вуза – «научить умению учиться», и никакая школа не может выпустить законченного специалиста: профессионала создаёт его собственная деятельность. Высокий уровень активности самостоятельной работы студентов возможен только при условии, что у студентов имеется серьёзная и устойчивая мотивация. Для правильной организации внеаудиторной самостоятельной работы

необходимо использовать дифференцированный подход: слабым студентам предлагать для выполнения задания репродуктивного характера. Студентам, имеющим высокий уровень познавательной активности нужно подготовить задания репродуктивно-творческого характера (задачи повышенной сложности, написание доклада и т.д.). Кроме того, чтобы стимулировать познавательные интересы студентов желательно в учебном процессе использовать профессионально-ориентированные задания.

5. Постоянный контроль учебной деятельности студентов. Контролировать учебную деятельность можно разными способами, но все используемые формы контроля должны быть систематичными, должны иметь понятные и доступные критерии оценки. Оценивая учебную деятельность студента необходимо давать её качественный анализ, оценка должна содержать информацию об уровне компетентности студента. Повышению мотивации студентов к изучению материала способствует применение рейтинговой системы оценки. В результате чего стимулируется познавательная активность, появляется заинтересованность к выполнению заданий повышенного уровня сложности.

6. Стимуляции учебной деятельности студентов способствует применение в учебном процессе новых компьютерных технологий. Использование персонального компьютера помогает сделать более наглядными многие математические понятия.

7. Учебная деятельность студента во многом зависит от стиля педагогической деятельности преподавателя. В деятельности преподавателя наиболее важными являются: формирование положительного отношения к учению, поддержание уверенности в студенте, развитие у студентов умения учиться.

Необходимо отметить, что наличие положительных эмоций у студентов является важным фактором в процессе обучения и необходимым условием результативной познавательной и творческой деятельности. Положительные эмоции возникают, если в ходе учебного процесса создаётся доброжелательная обстановка и студенты без принуждения, по собственному желанию начинают решать поставленную задачу. Задачу необходимо чётко формулировать и показывать все возможности, которые могут открыться при решении этой задачи. Так, при изучении частных производных функции нескольких переменных можно объяснить, что знание приёмов дифференцирования функции может помочь решать задачи на нахождение оптимальных решений экономических или инженерных задач. Кроме того, необходимо учитывать базовые знания, умения и навыки, которыми обладают студенты.

8. Индивидуальный и личностно-ориентированный подход к студентам [62, с. 9]. Применяя личностный подход, преподаватель, прежде всего, должен ориентироваться на личность обучающегося. При таком подходе преподаватель создаёт условия, находясь в которых студент сознательно воспринимает ценностное содержание изучаемой дисциплины. Преподаватели должны решить задачу ориентации процесса обучения на осознанное изучение материала. Этого можно достичь, показывая студентам необходимость изучения той или иной темы, а также мотивируя необходимостью введения различных понятий или рассмотрения той или иной теоремы.

Наличие стимула в совершении умственной активности – это тоже значительный фактор в пробуждении познавательной и творческой активности студента. Интенсификации познавательной активности студентов способствует балльно-рейтинговая система оценки их знаний, умений и навыков. Она позволяет стимулировать работу студентов, повысить результативность обучения, так как любой их успех или неудача оценивается, что помогает объективнее оценивать деятельность студентов.

При рассмотрении мотивации математической деятельности нужно учитывать её специфику, связанную со спецификой предметного содержания и высокой степенью его абстрактности, а также отдалённой перспективой его использования в профессиональной деятельности. К знаниям по математике в технических университетах предъявляются требования, основанные на положениях Государственного комитета Российской Федерации по высшему образованию. Основными компонентами, которые определяют интеллектуальное развитие студентов в процессе обучения математике, являются:

1) общематематическая подготовка студентов, которая нужна для освоения математических и статистических методов, выработка у студентов навыков логического мышления и формального обоснования решений прикладных задач;

2) наличие сформированных основных мыслительных операций и приёмов мышления, соответствующих этим операциям и более сложных приёмов интеллектуальных действий;

3) умение самостоятельно выполнять познавательную, интеллектуальную аналитикосинтетическую деятельность;

4) наличие сформированных качеств творческого мышления.

Изучив программные документы, делаем вывод, что в них сформулированы практические цели и задачи содержания обучения, которые связаны с развитием у студентов интеллектуальных способностей, а также определённых навыков и умений. В образовательном стандарте определено, какими практическими знаниями, умениями и навыками должен владеть обучающийся по окончанию программного курса. Однако в них не сказано, каким образом студент будет овладевать этими знаниями. По нашему мнению, наряду с разработанными в дидактике высшей школы различными методами в процессе математической подготовки немаловажную роль играет метод математического моделирования, широкое и целенаправленное внедрение которого служит осознанию смысла и цели подготовки.

На опыт обучающегося по усвоению математического содержания оказывает его специфика. Т.е. математическое содержание и индивидуальный опыт студента обуславливают выполнение ими математической деятельности. «Характерная черта процесса обучения математике - это цикличность. Учебный курс, как правило, разбивается на два этапа: базовая подготовка и профессинально-ориентированная, Оба этапа соотносятся с промежуточными целями обучения. Базовая подготовка позволяет соединить в одно целое школьное и вузовское образование, развить знания, умения и навыки, которые обучающиеся получили в средней школе, а также дать то новое, что предлагает обучение в вузе на основе преемственности в целях обучения. Устанавливая цели начального этапа обучения для базового, коррективного курса преподаватель должен учитывать исходный уровень подготовки абитуриентов. Практика работы в вузе показывает, что уровень школьной подготовки ниже среднего. Поэтому для скорейшей адаптации первокурсников к вузовским условиям, именно на первом этапе необходимо особое внимание уделять формированию у студента позиции личностного смысла, навыков учебного труда.

На втором этапе учебного процесса для студента важным в его учебной деятельности становится не столько внешнее побуждение, сколько внутренняя осознанность поступка, действия на уровне рефлексии, преобразующая его деятельность в самообучение, самосовершенствование на основе приобретённых в начальный период знаний, умений и навыков учебного труда как способов действий. Таким образом, включение преподавателем в цели занятия такой цели, как создание условий по формированию смыслополагания непосредственно в начальный период обучения, является, на наш взгляд, необходимым условием формирования мотивации учебной деятельности студента» [34, с. 245].

Существуют разные подходы к определению понятия «мотивация», но исходя из анализа существующих определений, можно сделать вывод, что главными позициями понятия является то, что мотивация отражает совокупность причин, обуславливающих появление деятельности, выбор её направления и способов осуществления этой деятельности.

Таким образом, под мотивацией математической деятельности будем понимать совокупность причин, связанных с математическим содержанием и индивидуальным опытом обучающихся, которые побуждают к появлению математических действий, выбору направленности и способов выполнения математических действий.

Исходя из этого определения, можно судить о существовании мотивации в процессе обучения математике по следующим критериям: есть ли у обучающегося побуждение к деятельности, выбрано ли направление осуществления деятельности, определены ли способы её осуществления.

По мнению В.С. Ильина, выбор содержания учебного материала и его структурирование является дидактическое условием формирования учебной мотивации студентов. «Содержание учебного материала активизирует многие компоненты и признаки мотивации, является источником развития идейной направленности» [34, с. 249]. Чтобы сформировать учебную мотивацию студентов на занятиях по математике нужно использовать приёмы побуждающего воздействия, а также учитывать их при отборе содержания учебного материала. По мнению Н.А. Мамаевой, для осуществления учебной мотивации целесообразно выделить следующие критерии отбора содержания учебного материала:

– учебный материал должен соответствовать уровню подготовки студента;

– тематическое содержание материала должно постоянно обновляться;

– учебный материал должен иметь профессиональную направленность, направленность на межпредметные связи;

– учебный материал должен быть актуальным, интересным, иметь проблемный характер.

Несмотря на универсальность многих средств, приёмов побуждающего воздействия, при их использовании преподавателями не учитывается в полной мере специфика учебной мотивации студента относительно самого предмета, например математики, а также возрастные особенности студента. Зачастую психологические факторы, закономерности учебной деятельности студента, научные основы формирования учебной мотивации, заменяются чисто методическими приёмами. Отсутствие планомерной работы преподавателей по формированию мотивации учебной деятельности приводит к тому, что мотивация учебной деятельности в недостаточной степени осуществляется на практике через существующую систему дидактических условий, приёмов, методов и средств побуждающего воздействия. Чтобы совершенствовать побуждающую функцию обучения необходимо перестроить процесс преподавания и учения, усилить роль и место принципов мотивации, профессиональной направленности обучения. Отметим, что метод моделирования как основной метод познания и описания явлений отвечает обозначенным принципам.

При традиционной технологии обучения, использующей в основном репродуктивные технологии, вопрос формирования учебной мотивации студентов при изучении математики, не может быть решён. Для формирования учебной мотивации нужно использовать технологии творческого обучения, технологии развития активного мышления обучающихся, их способности самостоятельно решать нестандартные задачи, тем самым развивая у них потребность в познании, улучшая умственную деятельность студентов, профессиональная деятельность которых может быть выражена через систему сложных мыслительных задач, которые носят ярко выраженный проблемный характер.

Следовательно, нужна педагогическая модель, которая позволит в условиях квазипрофессиональной деятельности увеличить возможность реализации творческого потенциала студента как основы формирования учебной мотивации. Такая модель должна помочь перенести акцент с обучения под руководством преподавателя на самосовершенствование, самообразование, самостоятельное получение знаний студентов.

§2. Особенности применения математического моделирования как метода повышения интереса бакалавров к изучению высшей математики

Среди существующих методов обучения математике отдельно можно выделить метод математического моделирования. При этом ряд исследователей (В.Р. Беломестнова, М.Ю. Королев и др.) отмечают, что существующие методики обучения студентов методу моделирования не обеспечивают требуемый уровень образования и профессиональной компетентности бакалавров. Математические знания, которые получают выпускники вузов, не всегда востребованы, поскольку зачастую являются абстрактными, не профессионально-ориентированными. Для устранения этих недостатков авторы указывают два пути решения проблемы. Одним из путей является введение в процесс изучения высшей математики элементов математического моделирования, что позволит дать более качественные знания по высшей математике. Другой путь - это введение курсов, содержание которых при использовании соответствующей научно-обоснованной методике, должно быть нацелено на обучение студентов моделированию в будущей профессиональной деятельности.

Значение математического моделирования в математическом образовании разных стран постоянно возрастает, что отражается на формировании содержания системы высшего образования. В федеральных стандартах по подготовке специалистов особо выделяется линия математического моделирования. В соответствии с требованиями ФГОС ВПО подготовка бакалавров должна включать умение решать исследовательские задачи, знакомство студентов с методологией научного познания. В группу профессиональных компетенций входят результаты обучения в соответствии с областью профессиональной деятельности, на которую направлена программа бакалавриата. Выпускник вуза должен обладать способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи; строго доказывать утверждения, уметь формулировать результат; предвидеть следствия полученного результата; применять методы математического и алгоритмического моделирования при решении различных теоретических и прикладных задач.

Требование к активному внедрению в учебный процесс метода математического моделирования продиктовано его широкими системообразующими возможностями. Ряд психологов (В.А. Решетова и др.) отмечают, что важнейшей формой введения методологических знаний в содержание обучения, которая позволяет кардинально изменить понимание студентами явлений и закономерностей различных наук, является именно математическое моделирование. Наряду с этим, математическое моделирование объединяет такие составляющие обучения математике, как: содержательность и значимость математических знаний для студентов; подчёркивание внутрипредметных и межпредметных связей; реализация прикладной направленности курса высшей математики.

Все более эффективным становится применение математического моделирования в различных сферах. Интенсивно разрабатываются математические модели в химии, физике, экономике, управлении, биологии, истории и многих других областях знаний. Использование метода моделирования помогает показать многогранность математического аппарата, даёт возможность унифицировать описание разных по своей природе процессов.

Постоянно увеличивающийся объем литературы по данной теме раскрывает различные подходы к математическому моделированию и смежным понятиям, разные перспективы использования данного направления в преподавании и изучении математики с точки зрения определения понятия модели и моделирования, теоретических основ моделирования, а также характера вопросов, используемых в обучении моделированию.

Философские аспекты моделирования изучались в работах Г.И. Рузавина, В.А. Штоффа и др. Огромное значение математического моделирования выделялось Б.В. Бирюковым, К.Е. Морозовым и др., которые указали на возможность использования математического моделирования в качестве средства познания объекта, действенного инструмента исследования явлений природы, решения научно-технических задач, метода научного исследования.

Общие вопросы обучения методу моделирования рассматривали С.И. Архангельский, В.В. Фирсов, С.И. Шварцбурд и другие. Различным проблемам обучения математическому моделированию в процессе изучения математики посвящены исследования В.Р. Беломестновой, Н.А. Бурмистровой, В.А. Далингер, М.Ю. Королева, Ю.М. Колягина, В.О. Швец и др. Э.Г. Юдин показал, что посредством данного метода возможно эффективное формирование у учащихся таких личностно и профессионально значимых качеств, как системность знаний, познавательный интерес и мотивация к учебной деятельности, продуктивность мышления и др. Н.А. Бурмистровой разработана методика обучения моделированию экономических процессов, которая обеспечивает реализацию интегративной функции математики, что, в свою очередь, проявляется в развитии познавательного интереса, приёмов умственной деятельности: анализа, синтеза и т. д, творческого мышления студентов, способствует формированию умений и навыков, которые необходимы студентам в их будущей профессиональной деятельности [7]. В своей работе Н.А. Бурмистрова выделяет следующие интеллектуальные умения студентов и их компоненты:

– умение решать задачи (постановка вопроса, нахождение необходимой информации для решения задачи, анализ, выдвижение гипотезы);

– способность к математическому моделированию (определение данных, условий и границ поиска решений, перевод задачи на язык математики, применение соответствующего математического аппарата, интерпретация полученного решения в терминах исходной задачи);

– умение логически мыслить (дедуктивные, индуктивные умозаключения, логика, интуиция, аргументация выводов и заключений);

– коммуникативные умения (чтение, письмо, речь на языке математики, использование математической символики, формул, построение графиков функций, схем, диаграмм);

– способность применять современные информационные технологии [7, с. 30].

Для эффективного обучения студентов методу математического моделирования необходимо применение знаний из разных областей, поэтому главную роль здесь играют вопросы реализации межпредметных связей математики с другими учебными дисциплинами. Эти вопросы были рассмотрены в работах В.А. Далингера, Н.Н. Моисеева, В.М. Монахова, С.И. Федотовой и других.

В процессе моделирования объектов, имеющих разную природу, качественно новый характер приобретают интеграционные связи, которые объединяют разные отрасли знаний с помощью общих законов, понятий, методов исследования.

Следует отметить, что, несмотря на популярность и широкое применение, для понятия «модель» в научной литературе нет строгого формального определения и трактуется оно довольно широко. В частности, модель можно определить как приближённое описание некоторого класса явлений окружающего мира, сформулированное на языке математики. В.А. Штофф, делая акцент на то, что в его работе исследуется понятие модели, которое относится к области человеческого познания, методов, средств и форм представления человеком внешнего мира, приводит такое определение модели: «Под моделью понимается такая мысленно представляемая или материально реализованная система, которая, отображая или воспроизводя объект исследования, способна замещать его так, что её изучение даёт нам новую информацию об этом объекте» [71, с. 19].

Им выделены следующие признаки модели: 1) модель – это мысленно представляемая или материально реализуемая система; 2) модель воссоздаёт или отражает объект исследования; 3) модель может замещать объекты; 4) изучение модели предоставляет новую информацию об объекте.

Л.И. Ничуговская определяет математическую модель как явление, установку, предмет, знаковое образование или условный образ, которые находятся в некотором соотношении с исследуемым объектом, и способные заменить его при исследовании, давая информацию об объекте.

Мы будем под моделью понимать такой мысленно представляемый или материальный объект, заменяющий оригинальный объект в процессе изучения, сохраняя некоторые важные для данного исследования его типичные черты. Модель необходима для того, чтобы: 1) понять, как устроен исследуемый объект: его структура, свойства, внутренние связи, законы развития, саморазвития, взаимодействия с окружающей средой; 2) выявить наиболее значимые и существенные связи и отношения исследуемого объекта и отвлечь внимание от несущественных; 3) научиться управлять изучаемым объектом или процессом, определять наилучшие способы этого управления, в зависимости от определенных целей и критериев; 4) прогнозировать прямые и побочные последствия выполнения заданных способов и форм влияния на объект; 5) исследовать такие объекты, изучение которых является довольно сложным или вообще невозможным из-за скорости процессов, масштабов, сложности структуры объекта и т.п. [41].

В теории и методике обучения математики не существует единой концепции реализации образовательного потенциала моделирования, имеются только разработки некоторых вопросов процесса моделирования. Анализ теоретической литературы позволяет выделить несколько аспектов, рассматриваемых применительно к моделированию в обучении:

Моделирование как цель обучения, содержание, которое обучающиеся должны усвоить, что означает подтверждение необходимости добавления в содержание образования таких понятий, как «модель» и «моделирование». С этой стороны математическое моделирование представляет собой базовую компетенцию, а целью обучения математике в этом случае служит развитие у студентов базовой компетенции для решения прикладных задач математики и других дисциплин. В этом подходе изначально показаны математические концепции и математические модели, а затем эти базовые концепции или модели применяются к реальным ситуациям. Математические модели и концепции рассматриваются как уже существующие объекты. Содержательная обработка метода математического моделирования в этом контексте включает следующие обязательные составляющие:

1) ознакомление с общими вопросами математического моделирования (определение, классификация, свойства математических моделей, общая схема математического моделирования);

2) рассмотрение базовых математических моделей, обязательно сопровождается конкретными примерами, расчётами, графическими образами (таблицы, схемы, рисунки);

3) демонстрация различных типов математических моделей (например, непрерывные и дискретные) для описания одного и того же явления или процесса;

4) практическое исследование модели, предполагающей решение задач на моделирование с конкретным содержанием, определения характера течения процесса при различных значениях параметров, построение графиков, отражающих динамику изменения исследуемых величин;

5) целесообразны исторические справки, которые включают сообщение об учёных, впервые предложивших модель;

6) общенаучное значение модели;

7) самостоятельная научно-исследовательская работа студентов, которая заключается в нахождении и обработке примеров различных математических моделей на определённую тему [60].

Моделирование как учебное действие. Данный аспект состоит в использовании моделирования для определения существенных сторон изучаемых явлений. Под учебными действиями по математическому моделированию в профессиональной области понимают особые виды математических учебных действий, среди которых есть как практические, так и теоретические действия, с помощью которых выполняется построение и исследование математических моделей объектов и процессов в профессиональной деятельности по специальности.

Моделирование как средство обучения математике. В этом смысле моделирование рассматривается как дополнительное средство обучения, которое позволяет увеличить набор методов познания и расширить перспективы применения теоретических знаний на практике. Это направление помогает формированию как межпредметных, так и метапредметных связей [18; 25].

Моделирование как процесс. В этом случае модель – это продукт, а моделирование рассматривается как процесс создания физической, символической или абстрактной модели ситуации. Т.е., математическое моделирование не ограничивается выражением реальных ситуаций на языке математики с использованием предопределенных моделей. Для эффективного описания модели математическими средствами, студенты должны иметь не просто вычислительные навыки, а должны обладать пространственным мышлением, интерпретацией и оценкой. В математическом моделировании отсутствует строгая процедура или алгоритм решения с использованием входной информации.

Математическое моделирование является нелинейным процессом, включающим следующие взаимосвязанные этапы:

1) преобразовать проблемную ситуацию в реальном мире, выделяя важные для данной задачи свойства и отбрасывая несущественные;

2) создать математическую модель, применяя соотношения с учётом ограничений и области допустимых значений входных и выходных данных;

3) преобразовать полученную модель и решить её;

4) истолковать модель в соответствии с условиями решаемой задачи;

5) проверить и применить на практике составленную модель. Схемы такого рода помогут обучающимся осмыслить последовательность этапов, которые они могут испытать в процессе моделирования [22; 31].

Согласно Н.А. Терешину, можно выделить три основные функции математического моделирования.

1. «Познавательная функция способствует формированию познавательного образа рассматриваемого объекта, которое происходит регулярно при переходе от простого к сложному.

2. Функция управления деятельностью обучаемых. Так как математическое моделирование носит предметный характер, то оно помогает облегчить контрольные, ориентировочные и коммуникационные действия.

3. Интерпретационная функция. Суть этой функции в том, что разные модели могут представлять один и тот же объект. Так, например, окружность можно задать с помощью уравнений относительно осей координат, пары объектов (центр и радиус), а также рисунка или чертежа, т.е. можно использовать аналитическую или геометрическую модель» [51].

Кроме указанных функций, некоторые исследователи выделяют следующие функции моделирования: эстетическая, функция; функция, обеспечивающая целенаправленное внимание учащихся, запоминание и повторение обучающимися учебного материала и др. Также, одной из важных, является эвристическая функция математической модели. Математическая модель позволяет экспериментировать с количественной стороной объекта, более глубоко проникнуть в качественную сторону объекта – показать его внутренние закономерности.

Применение тех или иных функций математической модели способствует развитию мышления студентов, так как их внимание может легко переключаться с изучаемой модели на информацию об исходном объекте, и обратно. Такое переключение позволяет отвлекать умственные усилия студентов от их объекта их деятельности.

Следовательно, применение математического моделирования как компонента математической подготовки позволяет формировать прикладную и профильную направленность, целостность знаний студентов, развивать необходимые в современных условиях мыслительные операции такие, как анализ, сравнение, обобщение и т.д.

Н.А. Тарасова подчеркивает, что для студентов важно достичь осознания того, что математическая модель лишь в определённой степени отражает живую систему и не является её точным аналогом. Процессы в реальных условиях описываются более сложными зависимостями [60]. Однако математическое моделирование как метод научного познания даёт возможность для получения ценной информации об объекте изучения. В ходе построения математической модели рассматриваемого объекта или процесса выделяют такие особенности объекта, которые допускают его математическую формализацию, а также содержат более или менее полную минимально достаточную информацию о нем. Математическая формализация предполагает, что особенностям и деталям объекта ставится в соответствие наиболее подходящие математические понятия: числа, функции, матрицы и так далее. Затем связи и отношения, существующие между отдельными деталями и составными частями объекта можно представить в виде каких либо математических соотношений: равенств, неравенств, уравнений. В итоге получается математическое описание рассматриваемого процесса или явления, то есть его математическая модель.

Почти все методы научного исследования основываются на идее моделирования: в теоретических методах применяются разные абстрактные или знаковые модели, в экспериментальных методах используются предметные модели. По мнению многих авторов [4; 10; 33; 60], в курсе высшей математики технического вуза наиболее важно показывать математические факты, объекты и процессы с прикладной точки зрения. Вследствие этого необходимо решать задачи и создавать математические модели реальных задач профессиональной направленности. Вместе с тем подачу таких задач нужно сопровождать обязательным анализом параметров, ограничений и допущений, числа решений или их отсутствия, соответствия математической модели реальным условиям.

«Изложение задач профессиональной направленности требует современных подходов обучения с использованием новейших технологий. Кроме того, решение задачи в большинстве случаев необходимо сопровождать презентацией, которая позволяет показать студенту визуализацию математической или виртуальной модели, получаемой в ходе решения прикладной задачи» [10].

В своем исследовании Н.А. Тарасова «определяет основные направления знакомства студентов с методом моделирования. Начиная изучать высшую математику студенты сталкиваются с массой сложных, трудных для запоминания понятий (определитель, матрица, вектор, базис, векторное и смешанное произведения и др.). В связи с этим возникает необходимость перевода этих понятий в наглядные образы. В математике существуют два способа введения нового понятия: формальный и модельный (содержательный). Например, основные понятия линейной алгебры можно ввести формально, а можно содержательно, в связи с задачей «о перевозках». Векторное произведение можно ввести формально, как вектор, удовлетворяющий некоторым условиям, но можно содержательно в связи с задачей нахождения площади параллелограмма» [60, с. 83].

При изучении темы "Векторы" студенты знакомятся с реальными векторами, решая задачи на определение перемещения, работы силы, и одновременно с этим могут усвоить, что работа силы определяется через скалярное произведение вектора силы на вектор перемещения. Рассматривая тему "Производная и её приложения" целесообразно показать задачи определения мгновенной скорости (производная первого порядка) и ускорения (производная второго порядка) при разных видах механического движения материальной точки.

Модельный способ введения понятий имеет ряд преимуществ перед формальным: мотивацией для введения понятия является рассматриваемая задача; физический объект, который привёл к новому понятию может служить моделью-интерпретатором введённого понятия. Кроме того, при модельном способе введения понятий создаётся представление о введённом понятии как модели целого класса реальных явлений, что способствует осознанию общности математических понятий.

В процессе формирования компетентности обучающийся должен пройти через последовательность ситуаций, которые близки к реальности и требуют компетентных действий, оценок, рефлексии получаемого опыта. Многие авторы подчёркивают, что профессионально направленное обучение математике способствует формированию у студентов навыков математического моделирования в области будущей профессиональной деятельности, наличие которых указывает на опыт решения профессионально ориентированных математических задач [43; 46; 72].

Теоретико-методологическая математическая подготовка будущего специалиста базируется на принципе интеграции достижений современной математической науки, профессионального образования и практики производственной деятельности. В содержании практико-ориентированной профессионально-прикладной математической подготовки будущих педагогов профессионального обучения важно усвоение студентами знаний и умений по математическому моделированию производственных, технологических и педагогических процессов. «Математическое моделирование способствует формированию системности знаний, пониманию значимости математических знаний для студентов, выделению внутрипредметных и межпредметных связей, осуществлению прикладной направленности курса математики, и формированию таких умений, как умение исследовать реальную ситуацию и полученные решения (исследовательские); умение переводить предметную модель ситуации на язык математики, строить математическую модель (конструкторские);

умение проводить решение построенной модели (исполнительские)» [24, с. 4].

Студенты могут вполне самостоятельно определить составные элементы математических моделей и установить, что составными компонентами математической модели являются математические символы, знаки и математические понятия. А при их описании могут применяться схематические изображения, совокупности числовых символов. Необходимо отметить, что рассвет математического моделирования наступил, когда для построения математических моделей стали применять различные уравнения, соотношения математической логики, геометрические конструкции и т. д.

Очевидно, что для применения математического моделирования в учебном процессе необходимо использовать классификацию математических моделей. Существует много различных классификаций моделей. Классификацию математических моделей желательно проводить и по их применению в различных отраслях науки и техники. Понятно, что при отборе содержания математического образования в техническом вузе нужно использовать математические модели, играющие существенную роль в профессиональной деятельности будущего специалиста.

В контексте выбранной темы исследования большой интерес представляет концепция М.Ю. Королева, в рамках которой рассматривается деятельность студентов при обучении методу моделирования.

Эта концепция состоит из совокупности обобщённых положений, системы взглядов на понимание сущности и роли метода моделирования в учебном процессе.

В соответствии с данной концепцией организация деятельности студентов по овладению методом моделирования осуществляется на основе ряда принципиальных положений:

1. Обучение происходит поэтапно:

– рассмотрение теоретического материала с целью ознакомления с методом математического моделирования;

– знакомство с общими подходами к применению этого метода и их освоение;

– использование метода математического моделирования к решению задач определённого типа;

– приобретение умений и навыков использования метода математического моделирования в ходе решения специальных творческих заданий.

2. Ведущими дидактическими принципами методической системы обучения студентов методу моделирования являются принципы: единства фундаментальности и профессиональной направленности обучения, межпредметной и внутрипредметной интеграции, системности, научности, индивидуализации и дифференциации обучения, наглядности.

3. К специальным профессиональным компетенциям в этой области можно отнести:

– умение распознавать модели и виды моделирования;

– умение проводить исследование моделей объектов, явлений и процессов;

– умение создавать математические модели и решать модельные задачи;

– умение использовать метод математического моделирования в профессиональной деятельности.

4. В процесс обучения методу моделирования студенты должны выполнять разного уровня деятельности [28]:

– репродуктивной и частично-поисковой - в бакалавриате;

– репродуктивной, частично-поисковой и исследовательской - в магистратуре.

Согласно этой модели к результатам обучения методу моделирования можно отнести достижение следующих уровней деятельности:

1) репродуктивный уровень: изучил метод моделирования, приводит примеры моделей и применения метода моделирования;

2) частично-поисковый уровень: понял содержание метода (используя метод моделирования, может составить план решения новой задачи);

3) исследовательский уровень: освоил метод (может решить новую модельную задачу, используя данный метод).

Выводы по первой главе

Проведённый теоретический анализ позволил прийти к следующим выводам:

1. Мотивация - это движущая сила поведения и деятельности человека, которая является ведущим элементом в структуре личности и определяет результативность любой деятельности субъекта, включая деятельность, направленную на изучение математических дисциплин.

2. В соответствии с исследовательской позицией мотивация определяется как внутренний процесс, основанный на сугубо личных мотивах, т.е. импульсах, побуждающих человека прикладывать усилия и приближающих носителя мотивов к достижению определенных целей или удовлетворению потребностей его собственными силами, его энергией, по его же воле. В качестве ведущих мотивов к обучению математике определены мотивы:

- учебно - познавательный мотив;
- профессиональный мотив;
- мотив достижения успеха.

Имея внутренние социально-психологические причины, мотивация не может быть внедрена извне, снаружи, но может формироваться при создании определенных условий в обучении.

3. В работе обосновано, что одним из таких условий в обучении высшей математике является целенаправленное использование метода математического моделирования, под которым понимается идеальное научное знаковое формальное отображение объекта, описанное на языке математики, и исследование которого осуществляется с применением различных математических методов. Установлено, что обучение математическому моделированию целесообразно осуществлять как в процессе изучения базового курса высшей математики, так и посредством введения вариативных (элективных) математических дисциплин.

4. В результате проведённого теоретического анализа уточнена гипотеза исследования, в соответствии с которой предполагаем, что реализация прикладной направленности, межпредметных связей высшей математики и профессиональных дисциплин посредством решения профессионально ориентированных задач методом математического моделирования, позволяет осуществить органичную взаимосвязь учебных дисциплин, раскрыть для студентов смысл изучаемой дисциплины, тем самым обеспечивая мотивацию и интерес к освоению высшей математики.

ГЛАВА II. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РАБОТА ПО ПРИМЕНЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПОВЫШЕНИИ ИНТЕРЕСА БАКАЛАВРОВ К ИЗУЧЕНИЮ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В ВУЗе

§3. Проектирование программы применения математического моделирования в рамках изучения высшей математики в ВУЗе

В целях повышения мотивации обучения ведутся поиски новых эффективных методов обучения и методических приёмов, которые могли бы активизировать мысль студентов, и способствовали стимуляции к самостоятельному получению знаний, а также развивали интерес к изучаемому предмету. Проблема активизации интереса к высшей математике включает в себя средства для выполнения такой деятельности.

Исходя из деятельностного подхода к обучению, учебная деятельность студентов при изучении высшей математики должна моделировать профессиональную деятельность будущих специалистов с помощью математического моделирования: начиная обучение необходимо рассматривать реальные ситуации и задачи, которые в них возникают, и заниматься поиском средств для математического описания этих ситуации и построения соответствующих математических моделей. Затем построенные математические модели сами становятся объектом изучения [50]. Построив соответствующую теорию, её аппарат можно применить для решения исходной задачи и других различных задач, из предметных областей, приводящие к моделям этого же класса. Эффективность математического моделирования подтверждается всей человеческой практикой, математическое моделирование является сильным средством научного исследования, которое применяют в каждой конкретной области науки, а в математике моделированию отводится особая роль.

О непреходящем значении математического моделирования подчеркивали в своих работах Г. Вейль, Г. Кепперс, К.Е. Морозов, Ю.А. Гастев и др. Они указали такие аспекты использования моделирования, как: средство познания и технических расчётов объекта; могучий инструмент исследования процессов и явлений природы; аппарат для решения научно-технических и исследовательских задач; метод научного исследования.

По мнению психологов, использование моделирования в обучении способствует решению некоторых педагогических задач, таких как: стимулирование мыслительной деятельности, развитие научно-теоретического мышления, усиление сознательности обучения. Целенаправленное обучение математическому моделированию способствует формированию познавательной самостоятельности студентов, благоприятно влияет на её мотивационные компоненты. Представления о структуре математического моделирования, его составных компонентах, особенностях его отдельных этапов формируют базу для развития общих навыков использования математики для решения прикладных задач, обеспечивают практическую направленность изучения математики [25]. Моделирование в обучении может выступать как учебное действие, элемент процесса усвоения знаний и обобщённых способов действия, средство получения новых знаний, инструмент и средство усвоения знаний.

Отметим, что моделирование рассматривается не только как средство освоения дисциплины, но, и целью. Согласно ФГОС ВПО по направлениям бакалавриата [63] среди профессиональных компетенций и требований, предъявляемых к бакалавру, важное место отводится владению:

– методом алгоритмического моделирования при анализе постановок математических задач;

– методами математического и алгоритмического моделирования при решении прикладных задач;

– методами математического и алгоритмического моделирования при анализе теоретических проблем и задач;

– владением проблемно-задачной формой представления математических знаний; владением проблемно-задачной формой представления естественнонаучных знаний.

Анализ программы курса высшей математики на технических специальностях показывает, что будущие специалисты должны усвоить элементы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциальное и интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных, теорию обыкновенных дифференциальных уравнений, основы теории вероятностей и математической статистики, а также линейное программирование.

Все перечисленные темы достаточно сложны, а также отличаются высокой абстракцией учебного материала. Задачи, решаемые в процессе изучения этих разделов, чаще всего не связаны с реальными условиями будущей профессиональной деятельности студентов. В то время как учебные задачи прикладного и профессионально-ориентированного содержания могли бы приблизить указанные курсы к требованиям этой деятельности, а также сделать их изучение более занимательным и доступным. Многочисленные исследования убеждают, что, с одной стороны, наибольшие трудности при изучении математики у студентов вызывает использование математического аппарата для исследования и решения прикладных, профессионально ориентированных задач, с другой - именно на этих задачах можно наиболее эффективно демонстрировать применение идеи математического моделирования [40,44,46]. С помощью математического моделирования можно наполнить практическим содержанием абстрактные математические понятия и показать, приобретённые знания "работают" в практической деятельности.

В ходе изложения курса высшей математики вводится множество понятий, которые трудно усваиваются студентами. В связи с этим изложение материала необходимо делать наглядным и ориентировать его на дальнейшее применение в прикладных задачах. Этому способствует модельный (содержательный) способ введения понятий. Так, например, при изучении раздела «Векторная алгебра» можно рассмотреть задачи на определение перемещения, момента силы, работы силы, задачу о нахождении площади параллелограмма. При введении понятия определенного интеграла- задачу нахождения пути при неравномерном движении, задачу на вычисление работы, совершаемой при перемещении точки и т.д.

Другим направлением знакомства с методом моделирования служит обучение алгоритмам, которое необходимо для отработки всех действий, которые входят в метод моделирования.

В качестве примера применения алгоритмов рассмотрим **задачу:** вычислить мгновенную скорость точки, если за время tона проходит путь $S=\frac{gt^2}{2}$. При решении этой задачи используем алгоритм:

1) находим путь, который пройдёт точка за время $t+\Delta t$;

$$S(t+\Delta t)=\frac{g(t+\Delta t)^2}{2}.$$

2) вычисляем путь, пройденный точкой за период времени от tдо$t+\Delta t$

$$S(t+\Delta t)-S(t)=\frac{g(t+\Delta t)^2}{2}-\frac{gt^2}{2}=\frac{gt^2+2gt\Delta t+g(\Delta t)^2-gt^2}{2}=\frac{g\Delta t(2t+\Delta t)}{2};$$

3) находим среднюю скорость движения точки за период времени от tдо $t+\Delta t$:

$$V_{cp}=\frac{S(t+\Delta t)-S(t)}{\Delta t}=\frac{g\Delta t(2t+\Delta t)}{2\Delta t}=gt+\frac{g\Delta t}{2};$$

4) вычисляем предел средней скорости при$\Delta t\to 0$:

$$V(t)=\lim_{\Delta t\to 0}V_{cp}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{S(t+\Delta t)-S(t)}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\left(gt+\frac{g\Delta t}{2}\right)=gt.$$

Решение задач по алгоритмам встречается во многих темах курса высшей математики. К ним можно отнести: нахождение решения системы линейных уравнений по формулам Крамера; нахождение обратной матрицы; составление уравнения касательной и др. Как правило, алгоритмы применяются для этапа внутримодельного решения.

Анализируя многочисленные исследования в области методики преподавания математики, действующих программ мы пришли к выводам о том, что, существующая организация курса высшей математики не может позволить реализовать в полной мере идеи метода математического моделирования, отражая, в основном, его "внутримодельный" этап [28, 59, 60]. Т.е. значительная часть задач существующих сборников задач по высшей математике, соответствует компоненту внутримодельного решения. Однако в формировании представлений о методе математического моделирования значительную роль играют компоненты формализации и интерпретации, которые не могут быть раскрыты при решении таких задач.

В задачах, к которым можно применить метод математического моделирования, можно выделить группы задач по общему способу их решения: задачи компоненты и прикладные задачи. Задачи первого вида это вспомогательные задачи, так как в них содержатся уже готовые модели. Решению таких задач нужно уделять достаточно внимания в связи с тем, что работа над такими задачами может помочь найти решение прикладной задачи. Решение прикладных задач должно проводиться в соответствии со структурой процесса моделирования. Построение математической модели является промежуточным этапом решения прикладных задач.

Самая простая *схема математического моделирования* состоит из следующих этапов: 1 этап – перевод реальной ситуации на математический язык (определение функции, составление уравнения или неравенства и т.д.); 2 этап – решение полученной математической задачи средствами выбранной теории; 3 этап – интерпретация полученного результата решения.

Однако при решении некоторых задач рекомендуется использовать более подробный перечень этапов моделирования. Приведём пример реализации этапов моделирования средствами интегрального исчисления при решении экономической задачи.

Задача. *«*С целью реализации приоритетного национального проекта задан непрерывный денежный поток со скоростью $f(t) = -t^2 + 20t + 5$ (млрд.руб./год) в течении 20 лет с годовой процентной ставкой $p = 5\%$. Необходимо найти дисконтированную стоимость денежного потока» [2, с. 72-74].

1 этап: предметом исследования в данной задаче является экономическая эффективность дененжных инвестиций, целью исследования – определение дисконтированной стоимости денежного потока.

2 этап: элементы исследования - скорость денежного потока, период поступления инвестиций, годовая процентная ставка.

3 этап: для определения дисконтирования суммы денежного потока состоит необходимо определить начальную стоимость инвестиций по известной конечной и процентной ставке при условии непрерывного начисления процентов.

4 этап: непрерывное начисление процентов характеризует наращенную сумму формулой $S_t = S \cdot e^{rt}$, где $r = 0{,}01p$. В этом случае, если сумма S_t является функцией времени $f(t)$, то дисконтированная величина денежного потока определяется как $S = f(t) \cdot e^{-rt}$, где $t \in [0;T]$. Поэтому математическая модель задачи будет иметь вид

$$S = \int_0^T f(t) \cdot e^{-rt} dt,$$

где $f(t)$ – функция скорости денежного потока; r – процентная ставка; $0 \le t \le T$ – период поступления денежных инвестиций.

5 этап: по полученной математической модели выполним необходимые расчёты. Так как $f(t) = -t^2 + 20t + 5$, где $0 \le t \le 20$, $p = 5\% \Rightarrow r = 0{,}05$, то

$$S = \int_0^{20} \left(-t^2 + 20 + 5\right) \cdot e^{-0{,}05t} dt$$

Для вычисления определенного интеграла сделаем сначала замену переменной

$$s = -0{,}05t, \quad t = -20s, \quad dt = -20ds$$

Находим новые пределы интегрирования:

$$s_1 = -0{,}05 \cdot 0 = 0, \qquad s_2 = -0{,}05 \cdot 20 = -1.$$

В итоге получим:

$$S = -20\int_0^{-1}\left(-400s^2 - 400s + 5\right)\cdot e^s ds$$

К полученному интегралу дважды применим формулу интегрирования по частям, в результате получим:

$$S = 20\left[5 - 5e^{-1} + (800s + 400)e^s\Big|_{-1}^{0} - \int_{-1}^{0} 800e^s ds\right] =$$

$$= 20(5 - 5e - 1 + (800 - 400)e - 1 - 800 + 800e - 1) =$$

$$= 20(1195e - 1 - 395) = 892.$$

6 этап: итак, дисконтированная стоимость инвестиций, поступление которых ожидается в течении 20 лет, составит 892 млрд. руб.

Применение более общего алгоритма метода математического моделирования предполагает также решение задачи на оптимизацию, так как именно в решении таких задач получают соответствующую реализацию все этапы построения и использования математической модели (построение, решение полученной модели, интерпретация).

Задача. Указать наилучший вариант закрытого бака для воды фиксированной площади поверхности, имеющего обычную форму прямого кругового цилиндра.

Анализируя условие задачи, выделяем в ней условие, что рассматривается множество закрытых баков для воды, площадь поверхности которых равна S (площадь поверхности S считается заданной). Требование задачи состоит в том, что из данного множества закрытых баков нужно выделить наилучший.

В качестве признака, по которому будем сравнивать баки между собой можно рассмотреть следующие варианты: 1) наилучший бак имеет наибольший объем V (бак вмещает наибольшее количество воды); 2) наилучший бак имеет наименьшую длину швов I (работа, затраченная на сваривание швов должна быть наименьшей).

Значит, в качестве переменной величины, экстремум которой нужно найти в данной задаче, можно взять объем бака или дину швов. Каждую из этих переменных нужно представить как функцию от другой переменной. В качестве этой переменной можно взять радиус r основания цилиндра. Таким образом, признак оптимальности состоит в нахождении такого значения радиуса r (при заданной площади поверхности S), при котором функция $V(r)$ имеет наибольшее значение или функция $I(r)$ - имеет наименьшее значение.

Определив признак оптимальности получаем план решения, состоящий в том, чтобы составить функции $V(r)$, $I(r)$ и найти их наибольшее (для функции $V(r)$) и наименьшее (для функции $I(r)$) значения.

Для реализации плана решения выполним следующие действия.

Запишем формулы площади поверхности, объёма банки и длины швов: $V = \pi r^2 h,$ $S = 2\pi r^2 + 2\pi r h,$ $I = 4\pi r + h$

Заданная площадь поверхности устанавливает связь между радиусом и r и высотой h. Выразим высоту через радиус: $h = \frac{S - 2\pi r^2}{2\pi r}$, и подставим в формулу объёма и длины швов:

$$V = \frac{rS - 2\pi r^3}{2}, \qquad I = 4\pi r + \frac{S - 2\pi r^2}{2\pi r}.$$

Составляем математическую модель задачи:

$$V(r) = \frac{rS - 2\pi r^3}{2} \to \max, \quad 0 < r < \infty$$

или

$$I(r) = 4\pi r + \frac{S - 2\pi r^2}{2\pi r} \to \min, \qquad 0 < r < \infty.$$

Таким образом, с математической точки зрения, задача о нахождении наилучшего бака сводится к нахождению такого значения r, при которм функция $V(r)$ достигает своего максимума, а функция $I(r)$ - своего минимума.

Найдём производную функции $V(r)$:

$$V'(r) = \left(\frac{rS - 2\pi r^3}{2}\right)' = \frac{S - 6\pi r^2}{2}.$$

Исследуем знак полученной производной: при $0 < r < \sqrt{\frac{S}{6\pi}}$ производная положительна, значит, функция $V(r)$ возрастает, при $\sqrt{\frac{S}{6\pi}} < r < \infty$ производная отрицательна, значит, функция $V(r)$ убывает. Т.е. своего наибольшего значения функция $V(r)$ достигает при $r = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}$.

Таким образом, формулами $r = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}$, $h = 2r$ определяется радиус и высота закрытого бака, наилучшего исходя из первого условия. В этом случае $V(r) = \sqrt{\frac{2\pi S}{3}}$.

Далее вычислим производную функции:

$$I'(r) = \left(4\pi r + \frac{S - 2\pi r^2}{2\pi r}\right)' = 4\pi - \frac{S}{2\pi r^2} - 1$$

При $0 < r < \sqrt{\frac{S}{8\pi^2 - 2\pi}}$ производная отрицательна и функция $I(r)$ убывает, при $\sqrt{\frac{S}{8\pi^2 - 2\pi}} < r < \infty$ производная положительна и функция $I(r)$ возрастает. Таким образом, при $r = \sqrt{\frac{S}{8\pi^2 - 2\pi}}$ функция $I(r)$ достигает своего наименьшего значения.

Итак, формулами $r=\sqrt{\dfrac{S}{8\pi^2-2\pi}}$, $h=(4\pi-2)r$ определяется радиус и высота бака, наилучшего исходя из второго условия.

В этом случае $I(r)=\sqrt{\dfrac{2(4\pi-1)S}{\pi}}$.

Таким образом, выбирая разные критерии оптимальности, получаем разные ответы.

После решения задачи необходимо вместе со студентами повторить последовательность действий, выполняемых в процессе анализа и решения задачи, и только после этого переходить к рассмотрению следующей задачи.

Достаточно распространёнными примерами математических моделей служат дифференциальные уравнения. Одно и то же дифференциальное уравнение может являться математической моделью различных явлений и процессов действительности. Нахождение решения дифференциальных уравнений является одним из важных этапов моделирования. Наиболее трудной является часть работы, заключающаяся в составлении дифференциальных уравнений, поскольку нет общих методов и навыки в этой работе могут быть получены лишь в результате изучения конкретных примеров.

Обучение студентов решению прикладных задач одна из наиболее сложных проблем педагогики. Причиной тому является тот факт, что в преподавании математики не уделяется должного внимания обучению общим методам, общей идее решения задач того или иного типа. В учебной литературе такие приёмы практически не описываются. Поэтому преподавателю необходимо сначала самому установить общий способ решения задач определенного типа и записать его в виде некоторой последовательности действий. Затем выбрать задачу, при анализе и решении которой в месте со студентами можно будет установить общую идею решения задач такого типа.

В качестве примера рассмотрим следующую задачу.

Задача. Известно, что в течении 20 минут тело охлаждается от 100^0 до 60^0С. Через какое время с момента начала охлаждения температура тела понизится до 30^0С, если температура окружающей среды составляет 20^0С? [48, с.77-78].

Укажем действия, которые необходимо выполнить на этапах решения данной задачи.

Анализируя условие задачи и её требование, выбираем в качестве промежуточной переменной – температуру тела в момент времени *t*(мин). Обозначим её через *x*. Известно, что охлаждение тела является неравномерным процессом. При изменении разности температур меняется скорость охлаждения тела. Введённая переменная величина *x* является функцией от переменной *t*. Скорость изменения этой величины есть производная $\frac{dx}{dt}$. Используя закон Ньютона, согласно которому скорость охлаждения тела пропорциональна разности температур тела и окружающей среды, на основании условий задачи, составляем дифференциальное уравнение:

$$\frac{dx}{dt} = k(x-20),$$

где k - некоторый коэффициент пропорциональности.

Получили математическую модель рассматриваемого процесса.

Следующим этапом решение является изучение построенной модели, т.е. внутримодельное решение.

Полученное дифференциальное уравнения является уравнением с разделяющимися переменными. Решая его, получим:

$$dx = k(x-20)dt, \qquad \frac{dx}{x-20} = kdt, \qquad \ln|\, x-20 \,| = kt + \ln C$$

$$\ln\frac{x-20}{C} = kt, \qquad e^{kt} = \frac{x-20}{C},$$

Откуда получаем общее решение дифференциального уравнения $x = Ce^{kt} + 20$.

Для определения произвольной постоянной С, используем начальные условия: при $t_0 = 0$ температура тела $x_0 = 100^0 C$. Подставив их в общее решение уравнения, получаем

$$100 = Ce^{k \cdot 0} + 20, \quad C = 80.$$

Итак, частное решение дифференциального уравнения будет иметь вид: $x = 80e^{kt} + 20$. Найдём далее величину e^k, учитывая, что при $t_1 = 20$ температура тела равна $x_1 = 60^0 C$: $60 = 80e^{k \cdot 20} + 20, \quad e^{20k} = \frac{1}{2}, \; e^k = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/20}$.

Таким образом, частное решение уравнения запишется в виде:

$$x = 80\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{20}t} + 20.$$

Для того, чтобы ответить на вопрос задачи, необходимо найти значение t при $x = 30^0 C$:

$$30 = 80\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{20}t} + 20, \; \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{20}t}, \quad \frac{1}{20}t = 3, \quad t = 60(\textit{мин}).$$

Значит, температура тела понизится до 30^0С через 60 минут с начала охлаждения.

После решения задач студентам нужно предложить ещё раз проанализировать решение для осознания тех действий, которые характеризуют решение.

Проведённое исследование убедило о необходимости более полного включения данного метода в аспекте изучения как исключительно математического содержания, так и в аспекте овладения профессиональными компетенциями. Кроме того, повышение уровня культуры математического образования в вузах требует не ограничиваться формальным изложением учебного материала, а раскрывать перед студентами реальную картину явления с общих позиций познания окружающего нас мира, позволяющую глубоко проникнуть в сущность излагаемых вопросов. Мотивация деятельности учения придаёт подготовке студентов личностную направленность, играющую важную роль в условиях новой личностно ориентированной парадигмы образования.

Обозначенные идеи были использованы при разработке и реализации методического проекта по теме «Определенный интеграл».

Выбор содержания методического проекта обусловлен тем, что тема интегрального исчисления традиционно сложна для студентов, времени для её полноценного освоения недостаточно, с другой стороны, в ней заложены большие потенциальные возможности для обучения тому, как перейти от реальной ситуации к математической модели, формализовать условие задачи, выбрать решение внутри построенной модели, интерпретировать результат. На основе интегрального исчисления решается множество классов различных профессионально-ориентированных задач.

Реальные процессы, описанные в условии задачи, становятся компонентами математической задачи, вследствие этого при переходе к более сложным задачам взаимосвязи между ними усложняются как в математическом, так и в прикладном плане.

Считаем целесообразным метод математического моделирования при обучении математике студентов-бакалавров реализовывать в четыре этапа:

1) рассмотрение реальной ситуации или постановка задачи;

2) построение математической модели;

3) исследование модели;

4) применение модели.

А реализация этих этапов математического моделирования предполагает выполнение следующих основных действий: определить и обозначить математические объекты; выбрать независимые переменные и функций от этих переменных; определить соотношения, связывающие введённые математические объекты; выбрать систему координат и построить чертёж (если это необходимо); определить условия, которым должны удовлетворять введённые переменные; составить математические соотношения, связывающие переменные величины; определить в терминах введённых переменных, что нужно сделать в задаче; сформулировать математическую задачу, к которой сводится исходная задача; записать математическую модель; провести анализ полученной модели; произведя необходимые вычисления получить математический результат; перейти от информации о математической модели к информации об оригинале.

Но как было показано в разобранных выше задачах приведённый перечень этапов моделирования может быть расширен.

При реализации приведённых этапов моделирования у студентов формируются следующие умения:

– на этапе постановки задачи: умение проводить анализ исходных данных; определять неизвестные и известные элементы, связи и отношения между ними;

– на этапе построения модели: умение переносить исходные данные на математический язык; умение записывать математическими символами данные в задаче взаимосвязи;

– на этапе исследования модели: умение строить гипотезы, определять более рациональный способ решения;

– на этапе применения модели: умение интерпретировать полученный математический результат, проводить его обобщение и исследование.

Для полного представления возможных приложенческих аспектов целесообразно иметь обобщающие таблицы геометрических, физических приложений, а также особенности применения математического аппарата в различных областях.

В таблице 1 показан пример использования математических понятий в механике, по аналогии с ними студенты в процессе самостоятельной работы могут составлять подобные таблицы для разных областей приложения: химии, биологии, экономики и пр.

Учебный процесс нужно строить таким образом, чтобы студенты испытывали необходимость в понимании изучаемого материала, а не просто запоминали теоретические положения.

Таблица 1

Соотнесение понятий математики и механики

Понятие в механике	**Обозначение**	**Математическое понятие**
Закон движения точки	$x = x(t)$	Функция
Время	t	Аргумент
Моменты времени	$t_2 > t_1,\ t = t_0$	Значения аргумента
Интервал времени	$\Delta t = t_2 - t_1$	Приращение аргумента
Смещение по расстоянию	$\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t)$	Приращение функции
Средняя скорость движения	$\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$	Отношение приращения функции к приращению аргумента
Мгновенная скорость	$v(t) = s'(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$	Скорость изменения функции
Мгновенная скорость в момент времени $t = t_0$	$v(t_0) = s'(t_0)$	Скорость изменения функции в точке $t = t_0$

Только при таком условии они смогут понять рассматриваемые закономерности и значимость этих знаний для их профессиональной деятельности, а это будет способствовать повышению качества подготовки будущих специалистов.

Характерным свидетельством сформированности у студентов приёмов и способов деятельности является не только умение создавать и исследовать математические модели, но и самостоятельно составлять профессионально ориентированные задачи. После изучения каждой темы студентам можно предложить творческие проекты, которые можно организовать различным образом. Во-первых, обучаемым можно предложить найти, например, в учебной литературе, интернете или придумать задачи, аналогичные рассмотренным на занятиях, составить математические модели и решить их. Во-вторых, студентам можно дать задачи прикладного содержания, математический метод решения которых им не знаком и предложить самостоятельно исследовать как с помощью соответствующего математического аппарата можно решить данную задачу. В-третьих, можно организовать выступления студентов со своими исследованиями и разработками на студенческих научных конференциях по математике.

Таким образом, использование математического моделирования как средства освоения содержания курса и решения задач оказывало влияние на актуализацию потребности во всестороннем анализе учебного материала; обогащение мотивации учебно-познавательной деятельности, стимулирования развития профессионально направленных интересов личности, усиления ориентации на достижения успеха.

§ 4. Проектирование изучения темы «Определенный интеграл» с применением метода математического моделирования

Выполним методический анализ теоретического и практического содержания по теме «Определенный интеграл».

Базовые знания: понятие первообразной; понятие неопределённого интеграла; таблица интегралов основных элементарных функций.

Рассматриваемые сведения: понятие определенного интеграла; свойства определенных интегралов; формула Ньютона-Лейбница; методы вычисления определенных интегралов; применение определенного интеграла к решению прикладных задач.

Теоретический материал.

Анализ содержания теоретического материала по теме «Определенный интеграл» в учебниках, рекомендованных к использованию Министерством образования и науки РФ, показал, что при введении понятия определенного интеграла авторы используют два подхода (Таблица 2).

Таблица 2

Результаты анализа школьных учебников по теме «Определенный интеграл»

Алгебра и начала анализа. 11 класс. Проф. уровень. Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин.	Алгебра и начала математического анализа.11 класс. Углубл. уровень. Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева	Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Углубл. уровень. Г.К. Муравин, О.В. Муравина
1. Теоретический материал по теме «Определенный интеграл»		
Тема рассматривается в главе 2 §12-§16 **§12. Первообразная** **§13. Правила нахождения первообразных** **§14. Площадь криволинейной трапеции.** **Интеграл и его вычисление.** 1.Площадь криволинейной трапеции. 2.Интеграл. 3.Вычисление интегралов. **§15. Вычисление площадей с помощью интегралов.** **§16*. Применение интегралов для решения физических задач**	Тема рассматривается в главе X §54-§59. **§54.Первообразная** **§55. Правила нахождения первообразных** **§56. Площадь криволинейной трапеции** **§57. Вычисление интегралов** **§58. Вычисление площадей с помощью интегралов** **§59*. Применение производной и интеграла к решению практических задач** 1.Простейшие дифференциальные уравнения. 2.Гармонические колебания. 3. Примеры применения первообразной и интеграла.	Тема рассматривается в главе 4 §12-§13. **§12.Площадь криволинейной трапеции** **§13. Первообразная**
2. Практический материал по теме «Определенный интеграл»		
Упражнения на повторение теоретического материала приводятся в каждом параграфе. Упражнения представлены разноуровневые: простые, средние, и в некоторых параграфах даются упражнения повышенного уровня сложности (отмечены звездочкой). В конце учебника представлены задачи на повторение и для внеклассных занятий.	После каждого параграфа приводятся упражнения на повторение материала, которые делятся на обязательные, дополнительные и трудные задачи. Более сложный материал отмечен звездочкой.	Задачи включены в каждый пункт. После каждого пункта располагаются упражнения. По уровню сложности упражнения делятся на: простые (не должны испытывать затруднений); задачи, решения которых связано с техническими сложностями; задачи, над которыми следует подумать; наиболее трудные задачи.

3.Методические особенности темы		
Характер изложения абстрактно-дедуктивный. Материал для заучивания не выделяется, но основные понятия выделены курсивом. Изложение материала сопровождается многочисленными графиками, разобранными примерами. В конце главы приводятся упражнения для повторения и историческая справка.	Характер изложения абстрактно-дедуктивный. Основной материал выделяется и текст, который важно знать и полезно запомнить. Основные понятия выделены курсивом, формулы жирным шрифтом. Приводится много задач с подробным решением, сопровождаются графиками.	Характер изложения: абстрактно – дедуктивный (теория и конкретизация) и конкретно-дедуктивный. Формулы и материал, который нужно выучить взяты в зеленую рамку, выделены жирным шрифтом. Дополнительный материал отсутствует. Домашние контрольные работы приведены в конце учебника, там же даются темы проектов, ответы и указания к решению.
3. Подходы к изложению темы		
Глава «Интеграл» приведена после главы «Производная и её применение». Площадь криволинейной трапеции и понятие определенного интеграла рассматривается как предел интегральной суммы. Затем дается формула Ньютона-Лейбница. Рассматриваются задачи на вычисление площадей с помощью определенного интеграла. Последний параграф главы посвящен решению физических задач с помощью определенного интеграла.	Глава «Интеграл» рассматривается после главы «Применение производной к исследованию функции». Вводится понятия первообразной, криволинейной трапеции, Затем дается определение определенного интеграла как приращение первообразной, и через предел интегральных сумм. Два следующих параграфа посвящены вычислению определенных интегралов и вычислению площадей фигур. В заключительном параграфе рассматриваются задачи на применение производной и интегралов к решению физических задач.	Глава «Первообразная и интеграл» вводится после глав: «производная функции», «Техника дифференцирования». От понятия криволинейной трапеции переходят к понятию интегральная сумма и интеграл. Далее на примере рассматривается объем тела вращения, после дается формула. В следующем пункте дается определение первообразной, площадь криволинейной трапеции, после этого формула Ньютона-Лейбница. Понятие «интеграл» дается через предел интегральной суммы.
5. Определение понятия «Определенный интеграл»		
$\lim\limits_{\Delta x_k \to 0}\left(f(c_1)\Delta x_1 + f(c_2)\Delta x_2 + \ldots + f(c_n)\Delta x_n\right)$ Этот предел называют интегралом от функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$.	Разность $F(b)-F(a)$ называют интегралом от функции $f(x)$ и обозначают $\int\limits_a^b f(x)dx$, т.е. $\int\limits_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.	$S_{ABCD} = \lim\limits_{\Delta x \to 0}\left(f(a)\Delta x + f(x_1)\Delta x + \ldots + f(x_{n-1})\Delta x\right)$ Сумму, стоящую под знаком предела, называют *интегральной*, концы отрезка $[a;b]$ - границами (или пределами) интегрирования, а сам предел называют *интегралом*.

В учебнике Ш.А. Алимова [2] понятие интеграла вводится в 11 классе при рассмотрении задачи о нахождении площади криволинейной трапеции. Сначала даётся **определение** следующим образом: разность $F(b)-F(a)$ называют интегралом от функции $f(x)$ и обозначают $\int_a^b f(x)dx$, т.е. $\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$. Затем приводится определение определенного интеграла через предел интегральных сумм.

В учебнике Ю.М. Колягина [26] понятие интеграла вводится в 11 классе также при нахождении площади криволинейной трапеции. Однако в отличие от учебника [1], автор сначала вводит понятие интегральных сумм, и указывает, что «при этом интегральные суммы стремятся к некоторому числу, т.е. имеют предел. Этот предел называют интегралом от функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$ и обозначают так: $\int_a^b f(x)dx$».

В учебнике Г.К. Муравина и О.И. Муравиной [39] **определение** интеграла даётся в 11 классе после нахождения площади криволинейной трапеции следующим образом: «Сумму, стоящую под знаком предела, называют *интегральной*, концы отрезка $[a;b]$ - границами (или пределами) интегрирования, а сам предел называют *интегралом* и обозначают $\int_a^b f(x)dx$».

Проведём анализ теоретического и практического содержания темы «Определенный интеграл» в вузовских учебниках, учебных пособиях и сборниках задач *для бакалавров университета.*

1. Конспект лекций по высшей математике автора Д.Т. Письменного [45] содержит достаточно обширный материал по всем разделам высшей математики, а также дополнительные главы, необходимые для изучения специальных курсов. Теме «Определенный интеграл» в этом учебнике посвящена глава 8. Определенный интеграл рассматривается как предел интегральных сумм. При рассмотрении задач на геометрические и

физические приложения определенного интеграла используются как метод интегральных сумм, так и метод дифференциала. Теоретический материал излагается на доступном языке, сопровождается большим количеством разобранных примеров и задач.

2. В учебнике Шипачева В.С. «Высшая математика» [69] тема «Определенный интеграл» выделена также в отдельную главу. Понятие определенного интеграла даётся с помощью интегральных сумм, вводится понятие сумм Дарбу. В приложениях определенного интеграла основное внимание уделено геометрическим приложениям, физические приложения практически отсутствуют. Теоретический материал сопровождается решением примеров, однако, по-нашему мнению, изложение теоретического материала ведётся на сложном для понимания студентами языке.

3. В учебнике по высшей математике для экономистов под редакцией Н.Ш. Кремера [9] понятие определенного интеграла вводится при решении задачи о площади криволинейной трапеции, затем выясняется геометрический и экономический смысл определенного интеграла. Большое внимание уделено решению экономических задач. В каждом параграфе приводятся решение задач и упражнений, в конце главы имеются упражнения для самостоятельного решения.

4. Сборник задач по высшей математике, автор Лунгу К.Н. [32] содержит краткие теоретические сведения, большое количество примеров с решениями и примеров для самостоятельного решения. В конце каждого параграфа даются дополнительные задачи, контрольные вопросы и более сложные задачи. В конце главы «Определенный интеграл» даются варианты контрольной работы.

5. Практикум и индивидуальные задания по интегральному исчислению функции одной переменной коллектива авторов Болотюк В.А. и др, [48] представляет собой сборник индивидуальных заданий (типовых расчётов) по курсу высшей математике. Определённому интегралу посвящена вторая глава, в каждом параграфе которой кратко изложены

основные теоретические сведения, разобраны примеры. В конце главы даются варианты типового расчёта, каждый вариант состоит из семи заданий трёх уровней сложности.

Наиболее приемлемым учебником для студентов бакалавров 1 курса для изучения темы «Определенный интеграл», по нашему мнению, является конспект лекций Д.Т. Письменного и сборник задач Лунгу К.Н., а также практикум и индивидуальные задания по интегральному исчислению функции одной переменной коллектива авторов Болотюк В.А. и др. (для самостоятельной работы студентов).

Далее проведём анализ практического опыта преподавателей и учителей математики по теме «Определенный интеграл», представленного в статьях и учебно-методических пособиях.

Разработке содержания темы «Определенный интеграл» в средней школе и определению методических особенностей её изучения посвящена диссертация Гераськиной Е.В. [3]. Автором представлено методическое обеспечение этой темы: поурочное планирование, система задач, методические рекомендации для учителей.

В статье Н.Ю. Горбуновой [12] раскрываются методы развития и формирования творческих способностей студентов. Выясняются условия применения метода проектов при изучении данной темы, предложены виды проектов по теме.

Авторы статьи [35] рассматривают вопросы теоретического и дидактического содержания и методику преподавания темы «Интеграл и его приложения». Предложены практические задачи по данной теме.

В статье З.В. Шиловой, Э.Ф. Насибуллиной [68] средствами решения прикладных задач даётся различное понимание определенного интеграла, и доказываются его свойства.

Разработке методики формирования понятия определенного интеграла посвящена статья И.В. Игнатьевой [19]. По мнению автора достижению этой цели служат задачи анализа учебно-методической литературы, а также систематизация опыта обучению интегралу. Выдвинута гипотеза о необходимости формирования понятия определенного интеграла на основе прикладных задач через предел интегральных сумм.

На сайте «Социальная сеть работников образования» представлен элективный курс «Определенный интеграл и его применение» (автор О.Б. Котова), разработанный для 11-х классов с углубленным изучением математики и информатики. Здесь же представлена научно-практическая конференция «Интеграл и его приложения» (автор А.В. Вертянова), разработанная с акцентом на применение метода проектов для изучения данной темы.

На сайте Фестиваль педагогических идей «Открытый урок» представлено множество различных разработок и презентаций по теме «Определенный интеграл» (авторы Боенко А.В., Амерханова Т.П., Магомедова М.О. и др).

Следовательно, исходя из анализа статей и материалов элективных курсов, можно сделать вывод о том, что тема «Определенный интеграл» вызывает большой интерес среди учителей, преподавателей и исследователей в связи с возможностью показа обучающимся её теоретической и практической значимости.

Рассмотрим основные цели и задачи изучения темы «Интеграл».

Цель: ввести понятие определенного интеграла, рассмотреть свойства и основные методы нахождения определенного интеграла; познакомить студентов с приложением определенного интеграла к задачам геометрии, физики, биологии, экономики; воспитывать аккуратность при построении графиков, связанных с понятием определенного интеграла.

Задачи: **сформировать** понятие определенного интеграла; навыки вычисления определенного интеграла; навыки решения прикладных задач с помощью определенного интеграла.

В результате изучения темы «Определенный интеграл» студент должен:

знать/понимать:

- формулировать определение определенного интеграла;
- знать геометрический и физический смысл определенного интеграла;
- знать свойства определенного интеграла;
- знать формулу Ньютона-Лейбница;
- знать формулы для нахождения площади криволинейной трапеции, объёма тел вращения, длины дуги, массы, перемещения.

уметь:

- вычислять определённые интегралы методом замены переменной и интегрирования по частям;
- применять формулы площади криволинейной трапеции, объёма тел вращения, длины дуги, перемещения точки, массы при решении задач;
- решать геометрические и физические задачи с помощью определенного интеграла;
- решать экономические задачи с применением определенного интеграла.

Раскроем особенности п**рименения метода математического моделирования при изучении темы «Определенный интеграл».**

Применение метода математического моделирования для реализации рассматриваемой темы обусловлено тем, что данный метод позволяет показать универсальность математического аппарата как средства описания разнообразных процессов и явлений. Кроме того, комбинирование этого метода с элементами проблемного обучения позволяет развивать творческие способности обучающихся, ориентированных на математическую или естественнонаучную деятельность.

Для введения понятия определенного интеграла авторами учебников и учебных пособий используются разные подходы. Наиболее распространённым является введение определенного интеграла через предел интегральных сумм. Рассмотрим этот подход для решения следующих задач:

Задача 1. Найти давление воды на прямоугольную стену бассейна с основанием прямоугольника, равным *a* и высотой *H*.

Для решения задачи разделим высоту бассейна *H* на *n* частей, т.е. стена бассейна будет разбита на «элементы». Длину каждого такого «элемента» обозначим через Δh_i. Так как $1 м^3$ воды весит одну тонну, то давление столба жидкости площадью сечения $1 м^2$ и высотой h_i будет равно h_i тоннам. Если рассматриваемый элемент расположен на глубине h_i, то давление воды на него находится произведением h_i на площадь элемента, т.е. $h_i \cdot a \cdot \Delta h_i$. Обозначим через $F(h_i)$ произведение $h_i \cdot a$. Тогда величина давления на всю стенку бассейна будет приближённо равна

$$P_n \approx F(h_1) \cdot \Delta h_1 + F(h_2) \cdot \Delta h_2 + ... + F(h_n) \cdot \Delta h_n$$

Данную сумму называют интегральной суммой функции $F(h)$ на отрезке $[0; H]$. Если количество элементов увеличивать ($n \to \infty$), то высота каждого элемента будет стремиться к нулю и точное значение суммы будет равно $\lim\limits_{\Delta h_i \to 0} P_n$. Таким образом, давление воды будет равно $P = \lim\limits_{\Delta h_i \to 0} P_n$.

Этот предел называют определённым интегралом функции $F(h)$ на отрезке $[0; H]$ и обозначают $\int_0^H F(h)dh$

Задача 2. Материальная точка перемещается вдоль оси OX под действием некоторой силы, величина которой зависит от положения точки. Найти работу, совершенную при перемещении точки из положения $x = a$ в положение $x = b$.

Для решения этой задачи будем использовать тот же подход, что и в предыдущей задаче. Отрезок $[a; b]$ разделим на *n* частей точками $x_0, x_1, x_2, x_3, ..., x_{n-1}, x_n$ так, чтобы $a = x_0 < x_1 < x_2 < x_3 < ... < x_{n-1} < x_n = b$. Сила, которая действует на отрезке $[x_{k-1}; x_k]$ меняется от точки к точке

Если длина отрезка $[x_{k-1}; x_k]$ достаточно мала, то сила на этом отрезке изменяется незначительно, и можно её приближённо считать постоянной: $F(x) \approx F(c_k),\ x \in [x_{k-1}; x_k]$. При этом для работы, совершаемой по перемещению материальной точки из положения x_{k-1} в положение x_k, получим

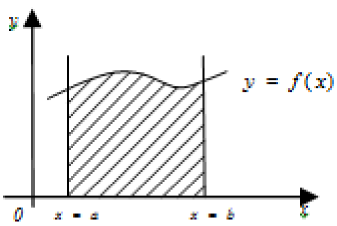
$$\Delta A_k \approx F(c_1)\Delta x_k,\ \Delta x_k = x_k - x_{k-1}.$$

Сложив величины, соответствующие каждому отрезку, можно подсчитать полную работу

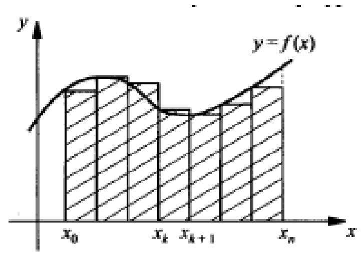
$$A \approx F(c_1)\Delta x_1 + F(c_2)\Delta x_2 + F(c_3)\Delta x_3 + \ldots + F(c_n)\Delta x_n.$$

Полученная формула будет точнее при более мелком разбиении отрезка на части. Находя предел при неограниченном измельчении разбиения, получим точное выражение для вычисления работы: $A = \lim\limits_{\Delta x_i \to 0} \sum\limits_{i=1}^{n} F(c_i)\Delta x_i$. Этот предел называется определенным интегралом от функции $F(x)$ на отрезке $[a;b]$ и обозначается: $A = \int\limits_a^b F(x)dx$

Задача 3. Требуется найти площадь фигуры, ограниченную снизу отрезком $[a;b]$ оси OX, сверху графиком непрерывной функции $y = f(x)$, принимающей положительные значения, с боков отрезками прямых $x = a,\ x = b$.



Разобьём основание трапеции на n частей точками $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ и через эти точки проведём прямые, параллельные оси OY. Построим прямоугольники со сторонами $x_{k+1} - x_k$ и $f(x_k)$.



Площадь таких прямоугольников будет равна

$$f(x_k)(x_{k+1} - x_k) = f(x_k) \cdot \Delta x_k,$$

где $\Delta x_k = x_{k+1} - x_k$ - длина отрезка $[x_k; x_{k+1}]$.

Искомая площадь криволинейной трапеции будет приближённо равна сумме всех таких прямоугольников:

$$S_n = f(x_0)\Delta x_0 + f(x_1)\Delta x_1 + ... + f(x_{n-1})\Delta x_{n-1}.$$

Сумму такого вида называют интегральной суммой.

Таким образом, $S \approx S_n$.Когда длины отрезков $[x_k; x_{k+1}]$ будут уменьшаться, т.к. на маленьком отрезке функция $y = f(x)$ меняется незначительно.

Значит, площадь криволинейной трапеции равна: $S = \lim\limits_{n \to \infty} S_n$.

Данный предел называют определённым интегралом от функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$, и обозначают $\int\limits_a^b f(x)dx$.

После решения этих задач можно предложить обучающимся обобщить полученные результаты: решение всех трёх задач привели к одной и той же *математической модели* – определённому интегралу. Причём построение модели проводилось по одной и той же схеме.

1) разбивали данный отрезок на *n* частей;

2) составляли произведения вида $f(x_k) \cdot \Delta x_k$ и находили сумму всех таких произведений. Сумму такого вида называют интегральной суммой.

3) находили предел интегральной суммы.

Следует также обратить внимание обучающихся на то, что решение задачи 3 выражает геометрический смысл определённого интеграла:

площадь криволинейной трапеции равна определённому интегралу от неотрицательной функции: $S = \int_a^b f(x)dx$. Решение задачи 2 приводит к физическому смыслу определённого интеграла: работа переменной силы равна определённому интегралу от величины силы $A = \int_a^b F(x)dx$.

Второй подход, приводящий к понятию определенного интеграла можно изучить на примере следующей задачи.

Задача 4. На дне бака с водой образовалась дыра, из которой вытекает вода. В момент времени t скорость потока воды можно вычислить по формуле $q=q(t)$. Найти объём воды, вытекающий из бака за промежуток времени $[t_1;t_2]$.

Обозначим через V – объём воды находящейся в баке. V является функцией времени, так как со временем этот объем меняется: т.е. $V = V(t)$.

За промежуток времени $[t_1;t_2]$ из бака вытечет объем воды, равный $V(t_2) - V(t_1)$. Кроме того, поток воды – это величина, которая определяет скорость изменения количества воды в сосуде: $q(t) = V'(t)$. Поэтому, для вычисления объёма воды, которая вытечет из бака за промежуток времени, необходимо найти первообразную функции $q(t)$.

Разность $V(t_2) - V(t_1)$ называют интегралом от функции $q(t)$ на отрезке $[t_1;t_2]$ и обозначают: $\int_{t_1}^{t_2} q(t)dt = V(t_2) - V(t_1)$.

Такя же схема применяется для решения задачи:

Задача 5. По проводнику течет переменный ток. Вычислить количество электричества, протекающего через сечение проводника за интервал времени $[a;b]$.

На следующем этапе студентам предлагаются задачи для закрепления полученных знаний:

1. Сила в *20Н* растягивает пружину на 5 см. Вычислить работу по растяжению пружины на 10см. (Ответ: 2Дж)

2. Пользуясь геометрическим смыслом определенного интеграла, вычислить $\int_{-2}^{2}\sqrt{4-x^2}\,dx$.(Ответ: 2π).

3. Какую работу нужно затратить, чтобы сжать пружину на 6 см, если для сжатия пружины на 1 см нужна сила $F=10H$?(Ответ: 1,8Дж)

4. Найти количество электричества через поперечное сечение проводника за время от $t_1=2c$ до $t_2=5c$. Закон изменения силы тока I со временем в проводнике характеризуется функцией $I=2+3t^2$. (Ответ: 123Кл).

Понятие определенного интеграла является одним из наиболее важных понятий математического анализа. Рассмотрение применения этого понятия к решению разных прикладных задач показывает студентам значение математики, способствуя повышению интереса к её изучению. Для решения прикладных задач используются различные схемы применения определенного интеграла.

Пусть дана некоторая физическая или геометрическая величина *A,* связанная с отрезком $[a;b]$ изменения независимой переменной *x*. Для нахождения значения этой величины применимы два метода: метод интегральных сумм и метод дифференциала. Метод интегральных сумм был рассмотрен при введении понятия определенного интеграла.

Применение метода дифференциалов строится по следующей схеме:

1) На отрезке $[a;b]$ берём произвольное значение x и рассматриваем отрезок $[a;x]$(это будет переменный отрезок). На этом отрезке искомая величина будет функцией от *x*: $A=A(x)$, т.е. предполагаем, что часть искомой величины является неизвестной функцией $A(x)$, где $x\in[a;b]$ - параметр величины *A*;

2) Определяем главную часть приращения ΔA, если переменная x изменится на некоторую малую величину $\Delta x = dx$, т.е. находим дифференциал dA функции $A = A(x)$: $dA = f(x)dx$, где $f(x)$ - функция переменной x, определяемая из условия задачи;

3) Считая, что при $\Delta x \to 0$ приращение функции приближенно равно её дифференциалу, находим искомую величинуA проинтегрировав дифференциал dA в пределах от a до b:

$$A(b) = A = \int_a^b f(x)dx$$

Покажем применение метода дифференциалов к решению следующих задач.

Задача 6. Пусть скорость прямолинейного движения точки, заданной на промежутке времени $[t_1;t_2]$ выражается функцией $v = v(t),\ v(t) > 0$. Чему равна длина пути, пройденного точкой за данный промежуток времени?

Исходя из физического смысла производной, производная функции в точке есть мгновенная скорость точки, т.е. $v(t) = S'(t) = \dfrac{dS}{dt}$. Значит, $dS = v(t)dt$. Проинтегрировав это равенство в пределах от t_1 до t_2 получим:

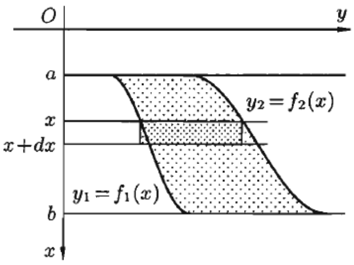
$$\int dS = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt.$$

Значит, путь, пройденный телом со скоростью $v(t)$ за отрезок времени $[t_1;t_2]$ выражается интегралом: $S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$.

Задача 7. Для вычисления давления жидкости на горизонтальную пластинку применяется закон Паскаля: $P = g \cdot \rho \cdot S \cdot h$, где g - ускорение свободного падения (*м/с²*); ρ - плотность жидкости (*кг/м³*); h - глубина погружения пластинки (*м*); S - площадь пластинки (*м²*).

Если пластинка погружена в жидкость вертикально, то её разные точки находятся на разных глубинах. Поэтому данная формула не применима.

Рассмотрим вертикально погруженную в жидкость пластинку, которая ограничена линиями $x = a,\ x = b,\ y_1 = f_1(x),\ y_2 = f_2(x)$. Найдём давление P жидкости на эту пластинку, используя метод дифференциалов.



Разбиваем пластинку прямыми, параллельными оси OY на n частей и рассмотрим одну такую часть. Пусть $p = p(x)$ давление на часть пластинки, соответствующее отрезку $[a; x]$.

Если аргументу x дать приращение $\Delta x = dx$, то функция $p(x)$ получит приращение Δp (на рисунке – выделенная полоска).

Находим дифференциал этой функции. Так как dx мало, то полоску можно считать прямоугольником (его длину обозначим через $f(x)$, ширина равна dx), точки которого находятся на одной глубине (получаем горизонтальную пластинку).

По закону Паскаля будем иметь: $dp = g \cdot \rho \cdot f(x) \cdot dx \cdot x$, где $f(x) \cdot dx = S,\ \ x = h$.

Проинтегрировав это равенство, получим: $P = g\rho \int_a^b f(x) \cdot x dx$.

Для закрепления указанного метода дифференциалов студентам предлагаются задачи, при этом постепенно увеличивая сложность решаемых задач.

Задача 1. Найти путь, пройденный телом за 5 секунд от начала движения, если скорость прямолинейного движения тела выражается формулой $v(t) = 2t + 3t^2$ (м/с).(Ответ: 150м).

Задача 2. Найти силу давления воды на вертикально погруженную треугольную пластину ABC с основанием $AC = 9$ м и высотой $BD = 2$ м, если вершина B лежит на свободной поверхности жидкости, а AC параллельно ей. (Ответ: $12g\rho$).

Задача 3. Вычислить работу, которую необходимо затратить на выкачивание воды из цилиндрической цистерны с радиусом основания 0,5м и высотой 2м (Ответ: 4903πДж).

Кроме приведённых геометрических и физических задач целесообразно показать студентам на занятиях применение определенного интеграла к решению других прикладных задач, например, задач биологии и экономики.

В качестве таких задач можно рассмотреть следующие задачи:

Задача 1. Производительность труда рабочего характеризуется функцией $f(t) = \frac{1}{3t+1} + 2$. Требуется вычислить объем продукции, которая произведена рабочим за второй час рабочего дня (Ответ: 2,19).

Задача 2. Определить дисконтированный доход за три года при процентной ставке 8%, если первоначальные капиталовложения составили 10 млн. руб., и намечается ежегодно увеличивать капиталовложения на 1 млн. руб. (Ответ: 33,741млн.руб).

Задача 3. Скорость роста популяции бактерий в момент времени tзадаётся формулой$v(t) = 3000 + 100t^2$.Найти прирост популяции за промежуток времени $[2;6]$. (Ответ: 18930).

Задача 4. Сколько удобрений нужно внести на участок, если он ограничен линиями $7x - 2y = 3,\ 5x + y = 7,\ y = 0$, если на 1 га земли нужно 60 т навоза и 120 кг минеральных удобрений? (Ответ: 5828,27т).

После окончания изучения темы «Определенный интеграл» можно предложить студентам обобщить полученные знания и составить таблицы: первой группе - «Геометрические приложения определенного интеграла; второй группе - «Физические приложения определенного интеграла», третьей группе – «Приложения определенного интеграла в экономике и биологии».

По итогам занятий проводится контрольная работа, содержание которой приводится в Приложении 1. Ответы к вариантам контрольной работы приведены в приложении 2.

§5. Организация и результаты педагогического эксперимента

Экспериментальная работа проводилась в Казахском агротехническом университете им. С. Сейфуллина (Казахстан, г. Астана) со студентами двух групп первого курса специальности «Электроэнергетика», общей численностью 49 студентов.

На констатирующем этапе эксперимента было проведено психодиагностическое исследование, целью которого являлось изучение интереса студентов первых курсов к изучению математики. На этом же этапе изучалась и анализировалась сформированность у студентов-бакалавров навыков осознанного применения метода моделирования в ходе решения математических задач.

С целью получения исходных данных применялись следующие методы исследования: наблюдение за деятельностью студентов на лекционных и практических занятиях, беседы и анкетирование студентов. Использовались также опросы и анкетирование студентов, акцентируя внимание на сформированности знаний и умений, составляющих их готовность как специалистов к применению математических знаний и умений в своей профессиональной деятельности. Например, умеют ли студенты выполнять построение и исследование простейших математических моделей различных явлений, знают ли студенты, какие математические знания пригодятся им в будущей профессиональной деятельности. Пример анкеты предлагается в Приложении 3.

На этом же этапе для выявления направленности и уровня внутренней мотивации учебной деятельности студентов в процессе изучения математики применялась методика Т.Д. Дубовицкой (Приложение 4).

Результаты констатирующего эксперимента показали:

По данным анкетирования студентов (Приложение 5) было выявлено, что только 60% студентов считают знания по математике нужными для их дальнейшей деятельности по профессии; 25% студентов относятся к математике как элементу общей образованности. Это свидетельствует о том, что традиционное преподавание курса математики приводит к снижению интереса при изучении данной дисциплины. Знания, которые не связаны с будущей профессиональной деятельностью, не являются актуальными для студентов . 35% проявляют интерес к задачам прикладного характера, 20% студентов считают достаточными свои знания по математике, 45% отметили свою недостаточную математическую подготовленность, 55% нуждаются в разъяснении условия и поиске решения. Особое внимание обращают на себя ответы по сформированности навыков моделирования: 22% указали, что не знакомы с методом моделирования, 56% опрошенных ответили, что самостоятельно не составляли модели.

Данные ответы свидетельствуют о том, что значительная часть студентов не вполне понимают суть математической деятельности и метода моделирования. При этом 75% опрошенных студентов выразили необходимость ориентации математики на их будущую профессиональную деятельность.

В начале эксперимента студентам был предложен «Тест математических аналогий», состоящий из 10 заданий (содержание теста в Приложении 6). Если успешно решаются более пяти заданий, можно считать, что субъект обладает высоким уровнем развития способности мыслить аналогиями, от трёх до пяти заданий свидетельствует о среднем уровне, менее трёх – низкий уровень. По результатам теста 8% студентов справились с более 5 заданий, практически одинаковое количество студентов со средним и низким уровнями: 45% и 47%. Полученные данные говорят о низкой сформированности навыков моделирования, что не отвечает требованиям, предъявляемым к будущим специалистам технического профиля. Соотношение внутренней и внешней мотивации в контрольной и экспериментальной группах студентов до и после эксперимента, выявленные по методике Т.Д. Дубовицкой, представлены в таблице 3.

Таблица 3

Соотношение внутренней и внешней мотивации в контрольной и экспериментальной группах

Группа	Внутренняя мотивация		Внешняя мотивация	
	До эксперимента	После эксперимента	До эксперимента	После эксперимента
КГ	67 %	79 %	33 %	21 %
ЭГ	71 %	86 %	29 %	14 %

Из таблицы видно, что до и после эксперимента в обеих группах выше внутренняя мотивация. Результаты анкетирования по уровням мотивации представлены в таблице 4.

Таблица 4

Уровневое распределение внутренней мотивации

Уровни мотивации	До эксперимента		После эксперимента	
	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ
высокий	21 %	51 %	33 %	60 %
средний	59%	40%	49 %	40 %
низкий	20%	9%	18%	0%

В экспериментальной группе количество студентов, имеющих высокий уровень мотивации выросло на 9%, с низким уровнем – снизилось до 0%. В контрольной группе имеется рост с высоким уровнем на 12%, с низким уровнем – снижение на 2%.

Сравнение качества освоения математических знаний в группах проводилось по результатам контрольной работы, после изучения темы «Определенный интеграл». В контрольной группе занятия проводились по традиционной технологии, без применения метода математического моделирования. Для проведения занятий в экспериментальной группе были использованы конспекты уроков, разработанные в методическом проекте «Определенный интеграл».

По окончанию изучения темы «Определенный интеграл» в обеих группах была проведена одинаковая контрольная работа. Варианты контрольных работ и ответы к ним приведены в Приложениях 1,2. Несколько заданий, подобных заданиям, приведённым в контрольной работе, рассматривались на занятиях в экспериментальной группе.

Оценивание контрольных работ проводилось по следующим критериям, одинаковым для обеих групп:

90-100% (отлично) - выполнены и правильно оформлены решения всех заданий;

70-89% (хорошо) - выполнены все задания, но недостаточно обоснованы шаги решения; допущены один-два недочёта или арифметические ошибки; верно выполнены три задания;

50-69% (удовлетворительно) - в решениях допущены более одной ошибки или более двух-трёх недочётов; верно выполнены два задания или более двух заданий с незначительными ошибками;

25-49% (удовлетворительно) - допущены существенные ошибки, свидетельствующие о том, что обучающийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере; решено менее одного задания;

0-24% (удовлетворительно) - полное незнание изученного материала, отсутствие элементарных умений и навыков.

Сравнительный анализ результатов контрольных работ, проведенных в контрольной и экспериментальной группах приведён в таблице 5

Таблица 5

Сравнительный анализ результатов контрольных работ

	Контрольная группа (25)		Экспериментальная группа (24)	
	количество	%	количество	%
90-100%	2	8	4	16
70-89%	5	20	8	33
50-69%	16	64	11	47
0-49%	2	8	1	4

Таким образом, можно констатировать, что в экспериментальной группе более отчётливо выражена положительная динамика: число студентов, справившихся с работой на 90-100% в экспериментальной группе выше на 8%, справившихся с работой на 70-89% больше на 13%, число студентов, справившихся на 50-69% в экспериментальной группе меньше на 17%, число студентов, не справившихся с контрольной работой в экспериментальной группе меньше на 4%.

Необходимо отметить, что в экспериментальной группе активность студентов на практических занятиях была гораздо выше, чем в контрольной группе. Это говорит о том, что интерес к изучению высшей математики у студентов экспериментальной группы значительно выше.

На основе полученных результатов проведённого эксперимента можно сделать вывод, что целенаправленное применение метода математического моделирования на занятиях способствует повышению интереса к изучению высшей математики, что влечёт за собой повышение качества математических знаний студентов.

Выводы по второй главе

1.Проведенное исследование позволило констатировать:

– студенты не вполне осознают области применения математических понятий для будущей профессиональной деятельности;

– при традиционной организации обучения владение методами математического моделирования на недостаточном уровне;

– для повышения интереса к высшей математики приобретают актуальность различные мотивационные характеристики, среди которых профессиональные мотивы, социальные мотивы, учебные мотивы, мотивация на успех.

2. Представленный методический проект изучения темы «Определенный интеграл», направлен на формирование умений и способов действий по математическому моделированию. Он стал основой содержания формирующего эксперимента.

3. Гипотеза исследования подтвердилась. Экспериментальная проверка полученных в исследовании результатов показала, что целенаправленное внедрение в обучение математике идей математического моделирования способствует повышению как уровня математической подготовки студентов, так и уровня учебной мотивации. В экспериментальной группе установлено трансформация внешних мотивов во внутренние.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Создание заинтересованного отношения к учению – это проблема, которая проходит через всю историю вузовского образования. Она не теряет актуальности и сегодня, напротив, в свете происходящих социально-экономических процессов, получает особое значение. Перед теоретиками и практиками стоит задача улучшения профессиональной подготовки будущих специалистов, выявление условий повышения качества образования, среди которых важное место отводится формированию и развитию мотивации учения.

Таким образом, изучение проблемы повышения интереса к высшей математике, проведённое в диссертационном исследовании, обусловлено практическими запросами вузовской образовательной системы в современных условиях, В связи с этим следует отметить, что цель и поставленные задачи исследования были достигнуты и решены, что позволило сформулировать полученные теоретические выводы:

1.Анализ литературы позволил сделать вывод о том, что формирование мотивации обучения - это сложный процесс, который требует перестройки структуры преподавания и учения. Рассмотрение проблемы выявило, что при выборе средств и приёмов побуждающего воздействия нужно учитывать структуру учебной мотивации; специфику мотивации обучающихся относительно самого предмета; а также возрастные особенности студентов и доминирующие мотивы, характерные для этого возраста.

2. На основе анализа литературы по проблеме исследования выявлены и обоснованы возможности метода математического моделирования как средства повышения качества математической подготовки и уровня учебной мотивации студентов технического профиля: 1) целенаправленное обучение методу математического моделирования и использование его в курсе высшей математики меняет характер учения, делая его сознательным и осмысленным для студента; 2) математическое моделирование является общим способом

решения различных задач, повышая тем самым эффективность и качество усвоения теоретических знаний; 3) студенты, усвоившие метод математического моделирования, успешно решают учебные прикладные и профессионально-ориентированные задачи; 4) модельный подход к решению задач помогает повысить эффективность внутрипредметных и межпредметных связей.

3. В результате констатирующего этапа исследования выявлено, что проблему создания учебной мотивации студентов в ходе изучения высшей математики трудно решить при традиционной системе обучения.

4. В рамках программы применения математического моделирования при изучении высшей математики разработан методический проект по теме «Определенный интеграл», в процессе реализации которого главное внимание сосредоточено на обучении методу моделирования и его применении при решении прикладных и профессионально-ориентированных задач. В работе представлены конспекты занятий по курсу и варианты итогового контроля. Экспериментально проверена эффективность использования разработанной программы в процессе обучения высшей математике студентов-бакалавров технического профиля.

Результаты проведённого эксперимента позволяют признать правильность исходной гипотезы исследования и эффективность разработанного курса. В экспериментальной группе выявлен более высокий рост уровня внутренней мотивации по сравнению с контрольной группой. Кроме того, в экспериментальной группе наблюдается рост в качестве усвоения математического содержания и способности применения математических знаний при решении задач.

Таким образом, гипотеза исследования нашла своё подтверждение и можно утверждать, что использование математического моделирования в качестве стержневого элемента математической подготовки способствует формированию совокупности мотивов, которые, синтезируясь, влияют на повышение положительной мотивации к обучению высшей математики.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абатурова В.С. Математическое моделирование в обучении математике как средство формирования познавательной самостоятельности учащихся профильных классов экономической направленности: дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Абатурова Вера Сергеевна. - Ярославль, 2010. - 185 с.

2. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб.дляобщеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / [Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, М.В.Ткачева и др.]. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 463с.

3. Алимов Б. Н., Рахматов А. Ш., Маманов С. К. Моделирование как средство повышения эффективности обучения математике в профессиональных колледжах // Молодой ученый. — 2015. — №4. — С. 543-547. https://moluch.ru/archive/84/15619/.

4. Балашова О. Ю., Манушкина М. М. Динамика формирования мотивации к изучению математики у абитуриентов и студентов технического вуза // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2011. №1. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/dinamika-formirovaniya-motivatsii-k-izucheniyu-matematiki-u-abiturientov-i-studentov-tehnicheskogo-vuza.

5. Батаршев, А.В. Учебно-профессиональная мотивация молодежи: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений- М.: Издательский центр «Академия», 2009.- 192 с.

6. Божович Л.И. Избранные психологические труды/Под ред. Д.И.Фельдштейна. М.,1995. - 209 с.

7. Бурмистрова Н.А. Математическое моделирование экономических процессов как средство формирования профессиональной компетенции будущих специалистов финансовой сферы при обучении математике: монография / Н.А.Бурмистрова. – М.: Логос, 2010. – 228с.

8. Бурмистрова Н.А. Обучение студентов моделированию экономических процессов при реализации интегративной функции курса

математики в финансовом колледже: дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Бурмистрова Наталья Александровна. - Омск, 2001. - 196 с.

9. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся на экономических специальностях / [Н.Ш. Кремер и др.] под ред Н.Ш. Кремера. – 3-е изд.-М.: Юнити-Дана, 2007. – 479 с.

10. Гельфанова Д. Д., Марковская О. Е. Использование методов математического моделирования в процессе производственной практики будущих инженеров-педагогов машиностроительного профиля / Д. Д. Гельфанова, О. Е. Марковская // Методологични та методичниосновиактивізації пізнавальної діяльності студентіву процесививченняматематичних дисциплин : МатеріалиВсеукр. наук.-практ. конф. (Ялта, 23-24 листоп. 2009 р.).

11. Герасименко Н. А. Мотивация студентов к обучению: социально-психологический аспект // Вестник ГУУ. 2017. №7-8. URL:https://cyberlinka.ru/article/n/motivatsiya-studentov-k-obucheniyu-sotsialno-psihologicheskiy-aspekt.

12. Гераськина Е.В. Содержание и методические особенности изучения темы «Определенный интеграл» в средней школе: дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Гераськина Елена Викторовна. Москва, 2007. – 145с.

13. Гнеденко Б.В., Гнеденко Д.Б. Об обучении математике в университетах и педвузах на рубеже двух тысячелетий. М.: КомКнига, 2006.

14. Горбунова Н.Ю. Формирование творческих способностей студентов при изучении темы «Определенный интеграл» // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. Киров: ВятГГУ, 2016. Вып. 18. С. 146–153. http://elibrary.ru/download/1584340.pdf.

15. Джидарьян И.А. О месте потребностей, эмоций и чувств в мотивации личности. М., 1974.

16. Дубовицкая Т. Д. К проблеме диагностики учебной мотивации // Вопросы психологии. - 2003. - № 3.-С.42-45

17. Дяченко С. И. Мотивация изучения «Математики» студентами «Нематематических» специальностей // Вестник Таганрогского института имени А.П. Чехова. 2008. №1. URL:https://cyberleninka.ru/article/n/motivatsiya-izucheniya-matematiki-studentami-nematematicheskih-spetsialnostey.

18. Зеленков Г.А., Каратаева Н.Г., Латун В.В. Математическое моделирование как метод активизации исследовательской деятельности студентов // Интернет-журнал «Мир науки» 2016, Том 4, номер 5 http://mir-nauki.com/PDF/12PDMN516.pdf.

19. Игнатьева, И.В. Методические особенности формирования понятия определенного интеграла у студентов экономических направлений подготовки / И.В.Игнатьева //Перспективы науки. –Тамбов: ТМБпринт. – 2017. - №11(98). – С. 72-76http://elibrary.ru/download/32383466.pdf.

20. Ильин Е. П. Мотивация и мотивы. - СПб.: Питер, 2000. - 342 с.

21. Каракоч М. Механизмы мотивации в студенческой группе как психологическая проблема // Молодой ученый. — 2014. — №7. — С. 274-276. — URL https://moluch.ru/archive/66/10872/.

22. Каримов М.Ф., Мукимов В. Ра. Междисциплинарное моделирование действительности на занятиях по высшей математике // Символ науки. 2016. №7-1.

23. Кийко П. В. Математическое моделирование как системообразующий фактор в реализации межпредметных связей математики и спец.дисциплин в обучении будущих экономистов:дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Кийко Павел Владимирович. – Омск, 2006. – 193с.

24. Клепцова Е. Ю., Рубцова Д. О. Проблемы мотивации студентов вуза // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2016. – Т. 32. – С. 60–66. – URL:http://e-koncept.ru/2016/56665.htm.

25. Козлов, В. В. Математическая модель и процесс обучения в вузе. / В.В. Козлов // Естественнонаучное образование в вузе: проблемы и перспективы: сборник трудов Всер. научно-метод. конф. - Самара, 2006. - С. 203-205.

26. Колягин, Ю. М. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб.для общеобразовательных учреждений : базовый и профил. уровни / Ю.М. Колягин и др. – М.: Просвещение, 2010. – 336 с.

27. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Распоряжение правительства Российской Федерации № 2506-р от 24.12.2013.https://mdou73.edu.yar.ru/kontseptsiya_razvitiya_matematicheskogo_obrazovaniya_v_rossiyskoy_federatsii.html

28. Королев М. Ю. Методическая система обучения методу моделирования студентов естественнонаучных и математических направлений подготовки в педвузах: диссертация ... доктора педагогических наук : 13.00.02 / Королев Максим Юрьевич.- Москва, 2012.- 501 с.

29. Кузнецова И.А. Обучение моделированию студентов – математиков педвуза в процессе изучения курса «Математическое моделирование и численные методы»: дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Кузнецова Ирина Александровна. – Арзамас, 2002. -208с.

30. Леонтьев А.Н. Лекции по общей психологии / Под ред. Д.А. Леонтьева, Е.Е. Соколовой. М.: Смысл, 2000.

31. Локтев И. И., Власов В. А., Тихомиров И. А. Вопросы моделирования технологического процесса // Известия ТПУ. 2005. №6.

32. Лунгу К.Н. Сборник задач по высшей математике, 1 курс / К.Н. Лунгу, Д.Т.Письменный, С.Н.Федин, Ю.А.Шевченко. – 4-е изд. –М.: Айрис-пресс, 2005. – 576с.

33. Мамаева Н. А., Львова В. Д., Мамаева Д. В. Педагогическая модель формирования учебной мотивации студентов технических вузов в процессе изучения математики // Вестник АГТУ. 2015. №1 (59). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/pedagogicheskaya-model-formirovaniya-uchebnoy-motivatsii-studentov-tehnicheskih-vuzov-v-protsesse-izucheniya-matematiki

34. Мамаева Н.А. Условия формирования учебной мотивации студентов в процессе изучения математических дисциплин // Вестник АГТУ.

2008. №6. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/usloviya-formirovaniya-uchebnoy-motivatsii-studentov-v-protsesse-izucheniya-matematicheskih-distsiplin.

35. Марчук Н. А., Гульманов Н. К., Асетов А. А. Методические особенности преподавания темы «Интеграл» // International scientificreview. 2016. №3 (13). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/metodicheskie-osobennosti-prepodavaniya-temy-integral.

36. Маслоу А.Г. Мотивация и личность / пер. с англ. – 3-е изд. – СПб. : Питер., 2003. – 392 с.

37. Матюхина М.В. Мотивация учения младших школьников. М., 1984.-144с.

38. Медведева Т. Н., Пешкина Е. Особенности учебной мотивации у студентов ВУЗа // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2015. – Т. 36. – С. 16–20. – URL:http://e-koncept.ru/2015/95595.htm.

39. Муравин Г.К. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень. 11 класс: учебник / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. – М.: Дрофа,2014. – 318с.

40. Нахман А.Д. Основы аспекты обучения математическому моделированию в системе «Школа-вуз»// Научное обозрение. Педагогические науки. – 2016. – № 5. – С. 41-56; URL: https://science-pedagogy.ru/ru/article/view?id=1533.

41. Нічуговська, Л. І. Математичне моделювання в системі економічної освіти: монографія / Л. І.Нічуговська. – Полтава: РВВ ПУСКУ, 2003. – 289 с.

42. Носков М.В. К теории обучения математике в технических вузах // Носков М.В., Шершнева В.А.// Педагогика. – 2005. - №10. – с.6-66.

43. Носков М.В., Шершнева В.А., Качество математического образования инженера: традиции и инновации, Педагогика, №6, 2006.

44. Петунин О.В., Мамонова Л.И., Профессиональная направленность физико-математической подготовки инженеров// Высшее образование сегодня.- №10, -2007, -С.21-22.

45. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т.Письменный. – 4-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2006. – 608с.

46. Плотникова Е. Профессионально-прикладные задачи в обучении математике в военно-инженерном вузе, Вестник высшей школы, №10, 2002, с.25-27.

47. Поваренков, Ю. П. Проблемы психологии профессионального становления личности [Текст] / Ю. П. Поваренков. - Саратов : СГСЭУ, 2013. - 400 с.

48. Практикум и индивидуальные задания по интегральному исчислению функции одной переменной (типовые расчеты): Учебное пособие. – СПб.: Издательство «Лань», 2012. – 336с.

49. Программы общеобразовательных учреждений. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебное издание / Сост. Т.А. Бурмистрова. - М.: Просвещение, 2009. 160 с.

50. Пучков Н.П. К вопросу проектирования компетентностной модели математической подготовки специалистов в вузе // Вопросы современной науки и практики. - Университет имени В.И. Вернадского. - 2009, № 12(26).

51. Пушкарева Т. П.О реализации дидактических принципов обучения математике студентов естественнонаучного направления педагогического вуза // Открытое образование. 2013. №3.

52. Самарский А.А. Математическое моделирование: идеи, методы, примеры [Текст] / А.А.Самарский, А.П.Михайлов. – М.: Физматлит, 2001.- 320с.

53. Саранцев Г.И. Методология методики обучения математике. Саранск: Крас. Окт., 2001.-144с.

54. Селевко, Г.К. Современные образовательные технологии: Учебное пособие. – М.: Народное образование, 1998. - с. 173.

55. Скоробогатова Н. В. Наглядное моделирование профессионально-ориентированных задач в обучении математике студентов инженерных направлений технических вузов: дис. ... канд. пед. наук:13.00.02/ Скоробогатова Наталья Владимировна. –Ярославль, 2006. - 183 с.

56. Слепко Ю. Н. Формирование системы мотивов учебной деятельности в период обучения в вузе // Ярославский педагогический вестник. 2016. №1. URL:https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-sistemy-motivov-uchebnoy-deyatelnosti-v-period-obucheniya-v-vuze.

57. Социальная сеть работников образования http://nsportal.ru/

58. Степанова Т.В. Исследование мотивации успеха и мотивации боязни неудач в структуре учебной мотивации студентов вуза // Вестник КузГТУ, 2004. №6.2.

59. Столяр А. А. Педагогика математики: учеб.пособие для физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Минск: Выш. шк., 1986. 414 с.

60. Тарасова Н.А. Роль метода математического моделирования в формировании профессиональных умений у студентов инженерно-педагогического вуза: дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Тарасова Надежда Анатольевна. — Н. Новгород, 2002. — 217 с.

61. Темербекова А.А. Методика обучения математике [Электронный ресурс]: учеб.пособие / А.А.Темербекова, И.В.Чугунова, Г.А.Байгонакова. – СПб: Лань, 2015. – 512с.

62. Тягульская Л.А. О проблемах мотивации студентов к изучению дисциплин математического блока //В сб. материалов по итогам научно-практического семинара: Повышение мотивации обучения всех участников образовательного процесса. – Рыбница, 2015. – С.5-10 https://docplayer.ru/60053709-Povyshenie-motivacii-obucheniya-vseh-uchastnikov-obrazovatelnogo-processa.html.

63. Федеральный закон от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации». URL:http:// www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_158523(дата обращения: 25.12.2015).

64. Федеральный компонент государственного стандарта среднего (полного) общего образования по математике (профильный уровень)2004 г. (приказ Министерства образования Российской Федерации от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего общего образования»)http://www.tsutmb.ru/files/obychenie/normativka/1089.pdf

65. Фестиваль педагогических идей «Открытый урок» http://festival.1september.ru/

66. Фридман Л.М. Наглядность и моделирование в обучении. М.: Знание, 1984. – 80с.

67. Шадриков В. Д. Психология деятельности человека [Текст] / В. Д. Шадриков. - М. : Институт психологии РАН, 2013. - 464 с.

68. Шилова З. В., Насибуллина Э. Ф. Некоторые методические особенности изучения темы «Интеграл» в школьном курсе математики // Концепт. 2011. №2 квартал 2011 (апрель-июнь) (02). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/nekotorye-metodicheskie-osobennosti-izucheniya-temy-integral-v-shkolnom-kurse-matematiki.

69. Шипачёв В.С. Высшая математика: Учеб.для вузов / В.С.Шипачев.- 7-е изд., стер. – М.: Высш.шк., 2005. – 479с.

70. Шипова Т.А. Алгебра и начала анализа: Производная. Определенный интеграл. Тесты. – М.: Школа-Пресс, 1996. – 64 с.

71. Штофф В.А. Моделирование и познание / Под ред.В.А.Штофф. – Минск: Наука и техника, 1974. – 211с.

72. Шульга Е.В. Преподавание математики студентам нематематических специальностей вузов с использованием аспектов

математической деятельности // Вестник Омского государственного педагогического университета. Гуманитарные исследования. 2016. №2 (11).

73. Юракова М.В. Мотивация в процессе обучения математике // Вестник БГУ. 2011. №1. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/motivatsiya-v-protsesse-obucheniya-matematike.

74. Kent P. Mathematics in the University Education of Engineers. A Report to the Ove Arup Foundation/P.Kent. R.Noss.-London: London Knowledge Lab. 2003.- Retrieved 25/10/2014. from http://www.lkl.ac. uk/research/ REMIT/Kent-Noss-report- Engineering-Maths.pdf

75. Oates G., Hunter R.,Bicknell B., Burgerss T. Relative values of curriculum in undergraduate mathematics in an integrated technology environment. Proceedings of the 32nd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Palmerston North.2009

76. Ryan R.M., Deci E.L Self-determination theory: Basic psychological needs in motivation, development, and wellness. N.Y.; London: GuilfordPress, 2017.

77. McKenna, Ann F.; Carberry, Adam R./Characterizing the Role of Modeling in Innovation//International Jornal of engineering education. 2012,Vol.: 28- 2, P. 263-269.

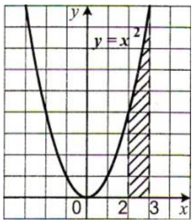
78. ErbasAyhan K.; Kertil M.; Cetinkaya B./ Mathematical Modeling in Mathematics Education: Basic Concept and Approaches//Kuram ve Uyglamada egitim bilinliri. 2014, Vol.14-2, P.1621-1627.

Приложение 1

Содержание контрольной работы:
Вариант – 1.

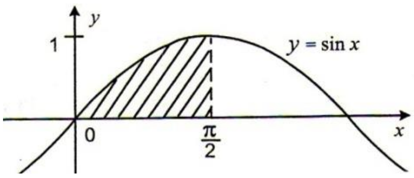
1.1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

а) $y = x^2, \quad x = 2, \quad x = 3.$



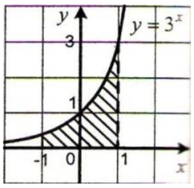
$A)\ 1\frac{2}{3} \qquad B)\ 6\frac{1}{3} \qquad C)\ 10{,}5 \qquad D)\ 19$

б) $y = \sin x, \quad x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}.$



$A)\ 1 \qquad B)\ \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad C)\ 0{,}5 \qquad D)\ \frac{\sqrt{2}}{2}$

в) $y = 3^x, \ x = -1, \ x = 1.$



$A)\ \frac{8}{3\ln 3} \qquad B)\ \frac{8\ln 3}{3} \qquad C)\ \frac{10}{3\ln 3} \qquad D)\ \frac{10\ln 3}{3}$

1.2. Вычислить значение интеграла: 1) $\int_1^2 \left(2x - \frac{1}{x^2}\right)dx$, 2) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$.

2.1. Какой вид имеет первообразная функции $y = 3x^2 + 4x - 3$, если её график проходит через точку $A(-1;\ 3)$.

2.2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^3, \ y = 0, \ x = -2$.

3.1. Вычислить значение интеграла:

1) $\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{1}{3}\cos\frac{x}{3} + 4\sin 4x\right)dx$, 2) $\int_0^1 \left(\frac{3}{\sqrt{3x+1}} + x\right)dx$.

3.2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 5 - x^2, \quad y = 3 - x$.

3.3. Используя геометрический смысл, вычислите интеграл $\int_{-2}^{2} \left(5 + \sqrt{4 - x^2}\right)dx$.

3.4. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 3 + 3t^2$м/с. Найти путь, пройденный телом за первые 5с.

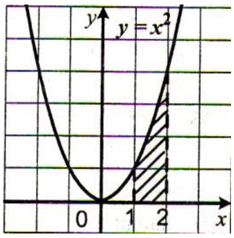
4.1. Найти величину давления воды на вертикальную стенку в форме полукруга, диаметр которого 6м и находится на поверхности воды. Плотность воды равна $\rho = 1000 \,{}^{кг}\!/_{м^3}$.

4.2. Кривая проходит через точку $A(2;5)$. Составить уравнение этой кривой, если тангенс угла наклона касательной в каждой точке кривой в два раза больше квадрата абсциссы этой точки.

Вариант – 2.

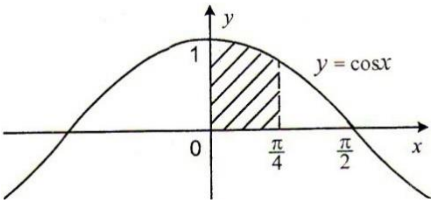
1.1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

а) $y = x^2, \quad x = 1, \quad x = 2$



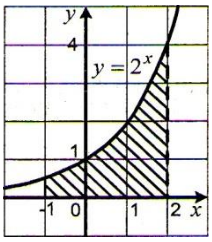
$A)\ 7 \qquad B)\ 2\frac{1}{3} \qquad C)\ 3{,}5 \qquad D)\ 1\frac{2}{3}$

б) $y = \cos x, \quad x = 0, \quad x = \frac{\pi}{4}$



$A)\ 1 \qquad B)\ \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad C)\ 0{,}5 \qquad D)\ \frac{\sqrt{2}}{2}$

в) $y = 2^x, \ x = -1, \ x = 2$.



$A)\ \frac{7}{2\ln 2} \qquad B)\ \frac{7\ln 2}{2} \qquad C)\ \frac{9}{2\ln 2} \qquad D)\ \frac{9\ln 2}{2}$

1.2. Вычислить значение интеграла: 1) $\int_1^4 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - 3x^2\right)dx$, 2) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 x}$

2.1. Какой вид имеет первообразная функции $y = 4x^3 + 2x - 3$, если её график проходит через точку $A(1;-3)$.

2.2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций: $y = -x^2, \ y = 0, \ x = 3$.

3.1. Вычислить значение интеграла:

1) $\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{1}{3}\sin\frac{x}{3} + 4\cos 4x\right)dx$, 2) $\int_0^1 \left(\frac{5}{\sqrt{5x+4}} - x\right)dx$.

3.2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 6 - x^2$, $y = x + 4$.

3.3. Используя геометрический смысл, вычислите интеграл $\int_{-3}^{3}\left(6 - \sqrt{9 - x^2}\right)dx$.

3.4. Скорость тела изменяется по закону $v(t) = 10t + 2$. Какой путь пройдёт тело за третью секунду от начала движения?

4.1. Найти работу, затраченную на выкачивание воды из корыта, имеющего форму полуцилиндра, дина которого 3*м*, радиуса 2*м*. Плотность воды равна $\rho = 1000 \,{}^{кг}\!/_{м^3}$.

4.2. Кривая проходит через точку $A(1;2)$. Составить уравнение этой кривой, если тангенс угла наклона касательной в каждой точке кривой в три раза больше квадрата абсциссы этой точки.

Приложение 2

Ответы к вариантам контрольных работ

Номер задания	Вариант 1	Вариант 2
1.1	*а*) *В*; *б*) *А*; *в*) *В*	*а*) *В*; *б*) *В*; *в*) *А*
1.2	1) $\frac{5}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$.	1) -62; 2) $\frac{2}{\sqrt{3}}$.
2.1	$y=x^3+2x^2-3x-1$	$y=x^4+x^2-3x-2$
2.2	4	9
3.1	1) $3\sqrt{3}$; 2) $\frac{5}{2}$.	1) 0; 2) $\frac{3}{2}$.
3.2	$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$
3.3	$20+2\pi$	$36-4{,}5\pi$
3.4.	140м	27м
4.1	$52266\frac{2}{3}\,Н$	$156800\,Дж$
4.2	$F(x)=x^2+1$	$F(x)=x^3+1$

Приложение 3

Анкета для выявления отношения студентов к изучению математики и применения математических знаний в будущей профессиональной деятельности

1. Как Вы относитесь к необходимости изученияматематики:

1) Затрудняюсьответить;
2) я не люблю математику, но изучать её необходимо;
3) я не люблю математику и не хочу её изучать, потому что она не пригодится мне в будущейпрофессии;
4) я изучаю математику, потому что она пригодится мне в будущейпрофессии;
5) я изучаю математику, потому что она мне нравится, но в будущей профессии она мне непонадобится.

2. Пригодится ли Вам математика в будущейпрофессии?

1) Немогуответить;
2) Совсемнет;
3) маловероятно;
4) пригодится.

3. Интересен ли Вам материал и задания курса высшей математики,изучаемые в вузе?

1) Немогуответить;
2) нет;
3) интересуют, если они несложные;
4) интересуют.

4. Имеете ли Вы трудности при решении заданий, предлагаемых преподавателем?

1) никогда не решал такиезадачи;
2) имею;
3) имею, но с помощью учителя онипреодолимы;
4) затрудняюсьответить.

5. С чем связаны трудности при решении задач поматематике?

1) Неттрудностей;
2) нет достаточного уровня математическойподготовки;
3) меня не научили ихрешать;
4) эти задачи каждый раз новые, нет чёткого алгоритма ихрешения.

6. Достаточен ли уровень Ваших знаний по математике для решения задач?

1) нет;
2) частично;
3) да.

7. Необходимо ли Вам детально анализировать постановку и решение задач поматематике?

1) нет;

2) частично;
3) да.

8. Знаете ли вы, как создаются математические модели различных явлений ипроцессов?

1) нет;
2) частично;
3) да.

9. Приходилось ли Вам самостоятельно строить хотя бы простейшие математические модели?

1) нет;
2) с помощьюпреподавателя;
3) да.

10. Умеете ли Вы проверять адекватность предложенной модели?

1) нет;
2) частично;
3) да.

11. Знаете ли Вы, какие математические знания и умения будут нужны в будущейпрофессии?

1) нет;
2) частично;
3) да.

12. Как Вы считаете, должны ли прикладные задачи использоваться при проведении контроля качества знаний в курсематематики?

1) нет;
2) только для получения наивысшихбаллов;
3) только для получения дополнительныхбаллов;
4) да;
5) незнаю.

13. Где, как Вы считаете, необходимо ли рассматривать, прикладные задачи в курсематематики?

1) нигде;
2) тольконалекциях;
3) тольконапрактическихзанятиях;
4) и на лекциях и напрактике;
5) затрудняюсьответить.

14. Как Вы считаете, полезны ли такие задания для Вас, как для будущегоспециалиста?

1) нет;
2) частично;
3) да;
4) незнаю.

Приложение 4

Опросник Т.Д. Дубовицкой

Инструкция. Вам предлагается принять участие в исследовании, направленном на повышение эффективности обучения. Прочитайте каждое высказывание и выразите своё отношение к изучаемому предмету, проставив напротив номера высказывания свой ответ, используя для этого следующие обозначения:

- верно ++;
- пожалуй, +;
- пожалуй,неверно –;
- неверно – –.

Помните, что качество наших рекомендаций будет зависеть от искренности и точности ваших ответов.

1	Изучение данного предмета даст мне возможность узнать много важного для себя, проявить свои способности.	
2	Изучаемый предмет мне интересен, и я хочу знать по данному предмету как можно больше.	
3	В изучении данного предмета мне достаточно тех знаний, которые я получаю на занятиях.	
4	Учебные задания по данному предмету мне неинтересны, я их выполняю, потому что этого требует учитель (преподаватель).	
5	Трудности, возникающие при изучении данного предмета, делают его для меня еще более увлекательным.	
6	Приизученииданногопредметакромеучебниковирекомендованной литературы самостоятельно читаю дополнительнуюлитературу.	
7	Считаю, что трудные теоретические вопросы по данному предмету можно было бы не изучать.	
8	Если что-то не получается по данному предмету, стараюсь разобраться и дойти до сути.	
9	На занятиях по данному предмету у меня часто бывает такое состояние, когда «совсем не хочется учиться».	
10	Активно работаю и выполняю задания только под контролем учителя (преподавателя).	
11	Материал, изучаемый по данному предмету, с интересом обсуждаю всвободноевремя(наперемене,дома)сосвоимиодноклассниками (друзьями).	

12	Стараюсь самостоятельно выполнять задания по данному предмету, не люблю, когда мне подсказывают и помогают.	
13	По возможности стараюсь списать у товарищей или прошу кого-то выполнить задание за меня.	
14	Считаю, что все знания по данному предмету являются ценными и по возможности нужно знать по данному предмету как можнобольше.	
15	Оценка по этому предмету для меня важнее, чем знания.	
16	Если я плохо подготовлен к уроку, то особо не расстраиваюсь и не переживаю.	
17	Мои интересы и увлечения в свободное время связаны с данным предметом.	
18	Данный предмет дается мне с трудом, и мне приходится заставлять себя выполнять учебные задания.	
19	Если по болезни (или другим причинам) я пропускаю уроки по данному предмету, то меня это огорчает.	
20	Если бы было можно, то я исключил бы данный предмет из расписания (учебного плана).	

Подсчет показателей опросника производится в соответствии с ключом, где «Да» означает положительные ответы - (верно; пожалуй верно), а «Нет» - отрицательные (пожалуй, неверно; неверно).

Ключ: Да: 1, 2, 5, 6, 8, 11, 12, 14, 17, 19.

Нет: 3, 4, 7, 9, 10, 13, 15, 16, 18, 20.

За каждое совпадение с ключом начисляется один балл. Чем выше суммарный балл, тем выше показатель внутренней мотивации изучения предмета. При низких суммарных баллах доминирует внешняя мотивация мзучения предмета.

Анализ результатов: Полученный результат обрабатывается следующим образом:

0-10 баллов: внешняя мотивация;

11-20 баллов: внутрення мотивация.

Для определения уровней внутренней мотивации могут быть использованы также следующие нормативные границы:

0-5 баллов – низкий уровень внутренней мотивации;

6-14 баллов – среднй уровень внутренней мотивации;

15-20 баллов - высокий уровень внутренней мотивации.

Приложение 5

Анализ результатов анкетирования по вопросам

1. ***Как Вы относитесь к необходимости изучения математики?***

2.

Варианты ответов	Доля студентов, выбравших ответ
1) затрудняюсь ответить	5%
2) я не люблю математику, но изучать её необходимо	25%
3) я не люблю математику и не хочу её изучать, потому что она не пригодится мне в будущей профессии	
4) я изучаю математику, потому что она пригодится мне в будущей профессии	60%
5) я изучаю математику, потому что она мне нравится	
Не ответили	10%

2. Пригодится ли Вам математика в будущей профессии?

Варианты ответов	Доля студентов, выбравших ответ
1) не могу ответить	15%
2) совсем нет	5%
3) маловероятно	15%
4) пригодится	60%
Не ответили	5%

3. Интересуют ли Вам материал и задания курса высшей математики, изучаемые в вузе?

Варианты ответов	Доля студентов, выбравших ответ
1) не могу ответить	20%
2) нет	
3) интересуют, если они не сложные	40%
4) интересуют	35%
Не ответили	5%

4. Имеете ли Вы трудности при решении заданий, предлагаемых преподавателем?

Варианты ответов	Доля студентов, выбравших ответ
1) никогда не решал такие задачи	5%
2) имею	
3) имею, но с помощью учителя они преодолимы	90%
4) затрудняюсь ответить	5%
Не ответили	0%

5. С чем связаны трудности при решении задач, для решения которых необходимы знания по математике?

Варианты ответов	Доля студентов, выбравших ответ
1) нет трудностей	20%
2) нет достаточного уровня математической подготовки	45%
3) меня не научили их решать	5%
4) эти задачи каждый раз новые, нет чёткого алгоритма их решения	30%
Не ответили	0%

6. Достаточен ли уровень Ваших знаний по математике?

Варианты ответов	Доля студентов, выбравших ответ
1) нет	5%
2) частично	75%
3) да	20%
Не ответили	0%

7. Необходимо ли Вам детально анализировать постановку и решение задач?

Варианты ответов	Доля студентов, выбравших ответ
1) нет	
2) частично	45%
3) да	55%
Не ответили	

8. Знаете ли вы, как создаются математические модели явлений и процессов?

Варианты ответов	Доля студентов, выбравших ответ
1) нет	20%
2) частично	30%
3) да	45%
Не ответили	5%

9. Приходилось ли Вам самостоятельно строить хотя бы простейшие математические модели?

Варианты ответов	Доля студентов, выбравших ответ
1) нет	55%
2) с помощью учителя	25%
3) да	15%
Не ответили	5%

10. Умеете ли Вы проверять адекватность предложенной модели?

Варианты ответов	Доля студентов, выбравших ответ
1) нет	50%
2) частично	35%
3) да	5%
Не ответили	10%

11. Знаете ли Вы, какие математические знания и умения будут нужны в будущей профессии?

Варианты ответов	Доля студентов, выбравших ответ
1) нет	
2) частично	45%
3) да	50%
Не ответили	5%

12. Как Вы считаете, должны ли профессионально ориентированные задачи, для решения которых необходимы знания по математике, использоваться припроведении контроля качества знаний в курсе математики?

Варианты ответов	Доля студентов, выбравших ответ
1) нет	15%
2) только для получения наивысших баллов	5%
3) только для получения дополнительных баллов	50%
4) да	15%
5) не знаю	10%
Не ответили	5%

13.Где, как Вы считаете, необходимо ли рассматривать, прикладные задачи в курсе математики?

Варианты ответов	Доля студентов, выбравших ответ
1) нигде	
2) только на лекциях	25%
3) только на практических занятиях	15%
4) и на лекциях и на практике	45%
5) затрудняюсь ответить	10%
Не ответили	5%

14.Как Вы считаете, полезны ли такие задания для Вас, как для будущего специалиста?

Варианты ответов	Доля студентов, выбравших ответ
1) нет	
2) частично	15%
3) да	75%
4) не знаю	5%
Не ответили	5%

Приложение 6

Тест для исследования способностей мыслить математическими моделями

1. Найдите неизвестное число:

СИНУС	$5x-1=3x+3$	25
КУБ	$7x+6=8x+2$	81
РОМБ	$6x-2=16$	?

2. Если $В \times Д - Ж = 8$, то чему равно значение выражения $Д + Б + А - В = ?$

3. Из данных уравнений исключите одно:

$2x+1=11$ $\frac{3x}{2}=\frac{15}{2}$

5

$x^2-3x-10=0$ $x-5=10$

4. Найдите неизвестное число:

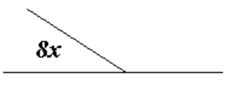
$\frac{4+x}{x}=\frac{3}{2}$ 64

$3x-8=13$?

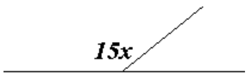
5. Данные числа записаны в определённой последовательности. Найдите неизвестное число:

$\boxed{1\,|\,9} \to \boxed{2\,|\,6} \to \boxed{4\,|\,4} \to \boxed{7\,|\,?}$

6. Найдите неизвестное число:

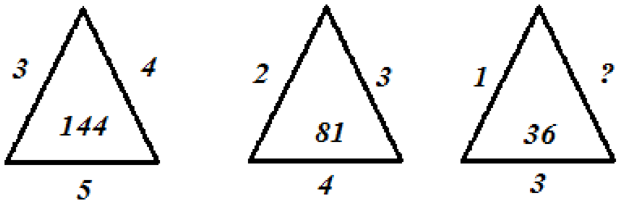
$5x-3=42$ 

108^0

$5+3x=26$ 

?

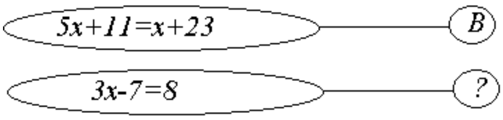
7. Найдите неизвестное число:



8. Найдите пропущенное число:

4	12	9
7	21	18
8	24	?

9. Найдите неизвестную букву:



10. Найдите неизвестное слово: